

Драгана Прокин
Мијат Штимац
Ненад Толић

ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ
МЕРЕЊА 1

Академија техничко-уметничких струковних студија Београд,
Одсек Висока школа електротехнике и рачунарства,

Београд 2023.

Др Драгана Прокин
спец. струк. инж. Мијат Штимац
струк. маст.инж. Ненад Толић

Збирка задатака из Мерења 1

Рецензенти: Др Мирослав Лутовац, Др Славица Маринковић.

Обрада и припрема текста: Ненад Толић, Мијат Штимац

Корице: Ненад Толић

Издавач: Академија техничко-уметничких струковних студија Београд, Старине Новака
24, Београд

За издавача: Председник Академије Др Вера Петровић

2. измењено издање

Тираж: 40

Штампарија: BIROGRAF COMP D.O.O. BEOGRAD

Београд, 2023.

Формат: B5 (JIS)

ISBN 978-86-6090-009-0

Наставно веће Високе школе електротехнике и рачунарства, на својој седници одржаној 31.01.2019. године одобрило је издавање и коришћење овог уџбеника у настави.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

621.317(075.8)(076)

ПРОКИН, Драгана, 1963-

Збирка задатака из Мерења 1 / Драгана Прокин, Мијат Штимац, Ненад Толић. -
2., измењено изд. - Београд : Академија техничко-уметничких струковних студија
Београд, Одсек Висока школа електротехнике и рачунарства, 2023 (Београд :
Birograf comp). - 215 стр. : илустр. ; 24 cm

Тираж 40. - Библиографија: стр. 215.

ISBN 978-86-6090-009-0

1. Штимац, Мијат, 1988- [аутор] 2. Толић, Ненад, 1974- [аутор]

а) Електрична мерења -- Задаци

COBISS.SR-ID 114362121

Сва права задржава издавач. Није дозвољено да ова публикација или било који њен део буде дистрибуиран, снимљен, емитован или репродукован (умножен) на било који начин, укључујући, али не и ограничавајући се на фотокопирање, фотографију, магнетни или било који други вид записа, без претходне сагласности или дозволе издавача.

ПРЕДГОВОР

Материја обрађена у овој Збирци организована је у складу са програмом предмета Мерења 1, који се према наставним плановима акредитованих студијских програма изучава на другој години Одсека Висока школа електротехнике и рачунарства, Академије техничко-уметничких струковних студија Београд.

Збирка задатака из Мерења 1 је подељена на девет поглавља. Осам поглавља прати садржај уџбеника „Умеће мерења“. Свако од ових поглавља садржи теоријске основе неопходне за успешно решавање задатака, урађене задатке и примере питања за проверу знања. Одговори на питања за проверу знања налазе се у оквиру Деветог поглавља.

У Београду, 2023.

Аутори

САДРЖАЈ

ПРЕДГОВОР		
1.	ВЕЛИЧИНЕ	1
1.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	1
1.1.1.	Димензиона анализа	2
1.1.2.	Мерни сигнали	3
1.2.	ДИМЕНЗИОНИ ИЗРАЗИ – ЗАДАЦИ	5
1.3.	СРЕДЊА ВРЕДНОСТ МЕРНИХ СИГНАЛА – ЗАДАЦИ	14
1.4.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	18
2.	ГРЕШКА МЕРЕЊА	26
2.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	26
2.1.1.	Значајне цифре	26
2.1.2.	Статистичка анализа	27
2.1.3.	Грешке мерења	29
2.2.	ПРИКАЗ РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА - ЗАДАЦИ	35
2.3.	СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА – ЗАДАЦИ	39
2.4.	ГРЕШКА МЕРЕЊА – ЗАДАЦИ	40
2.5.	ГРЕШКА МЕРЕЊА И МЕРНА НЕСИГУРНОСТ – ЗАДАЦИ	50
2.6.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	54
3.	МЕРНА СРЕДСТВА	58
3.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	58
3.2.	ЗАДАЦИ	61
3.3.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	66
4.	АНАЛОГНА МЕРНА ТЕХНИКА	71
4.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	71
4.1.1.	Типови аналогних мерних инструмената	71
4.1.2.	Мерни појачавачи	73
4.2.	АНАЛОГНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ - ЗАДАЦИ	77
4.3.	МЕРНИ ПОЈАЧАВАЧИ – ЗАДАЦИ	81
4.4.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	90
5.	ДИГИТАЛНА МЕРНА ТЕХНИКА	109
5.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	109
5.1.1.	Бројни системи и кодови	109
5.1.2.	Логичке мреже	113
5.2.	БРОЈНИ СИСТЕМИ И КОДОВИ – ЗАДАЦИ	115
5.3.	ЛОГИЧКЕ МРЕЖЕ – ЗАДАЦИ	118
5.4.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	133

6.	КВАНТОВАЊЕ	138
6.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	138
6.2.	ЗАДАЦИ	144
6.3.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	151
7.	АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ И ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ	158
7.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	158
7.2.	ЗАДАЦИ	161
7.3.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	178
8.	МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА	184
8.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	184
	8.1.1. Мерење електричне струје	184
	8.1.2. Мерење електричног напона	187
	8.1.3. Мерење електричне отпорности	190
8.2.	ЗАДАЦИ	193
8.3.	ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	204
9.	ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА	209
9.1.	ВЕЛИЧИНЕ	209
9.2.	ГРЕШКА МЕРЕЊА	210
9.3.	МЕРНА СРЕДСТВА	211
9.4.	АНАЛОГНА МЕРНА ТЕХНИКА	211
9.5.	ДИГИТАЛНА МЕРНА ТЕХНИКА	212
9.6.	КВАНТОВАЊЕ	212
9.7.	АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ И ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ	212
9.8.	МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА	213
	ЛИТЕРАТУРА	215

1. ВЕЛИЧИНЕ

1.1. Теоријска основа

Под називом “величина” у мерној техници се подразумева мерљива величина (*measurable quantity*), која представља својство појаве, тела или супстанце које може да се квалитативно разликује и квантитативно одреди .

Величина је генерички појам који може да означава нешто опште, као што је на пример појам дужине као основне величине која има своју “физичку природу”. Исти термин се користи и да означи посебне “појавне облике” ове физичке величине, као што су ширина, висина, пречник или таласна дужина.

У још ужем смислу, термин “величина” се користи да означи појединачну величину као што је, на пример, највећа дозвољена струја оптерећења извора напона, или таласна дужина светлости коју емитује ласерска диода у мерику истезања чврстих тела. У нашем језику, реч величина се користи и да означи интензитет посматране величине (величина угла, величина релативног померања тела итд.).

Величине се означавају малим и великим словима. У литератури се ознаке величина пишу косим словима, док се ознаке индекса пишу усправним ($f_{\max}$, U_{12} , $R_{\min}$,...). Ознаке мерних јединица по правилу се пишу малим усправним словом латинице или словом грчке азбуке (m, s, Ω ,...). Јединице се пишу великим словом ако су изведене од личних имена (A, Hz, T,...). Називи мерних јединица пишу се малим словима, осим на почетку реченице. При писању може да се користи ћирилично писмо (ампер, њутн, мегахерц, ...) или латинично писмо (ampere, newton, megahertz,...). Између нумеричке вредности и ознаке мерне јединице треба да постоји размак ($U = 5 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $f = 2 \text{ GHz}$...). Ознаке децималних делова (предметка) и ознака мерне јединице пишу се заједно (mm, kV, MHz,...).

Математички формулисаним законом, којим је дефинисана нека физичка величина, одређена су њена својства (квалитет), као и вредност (квантитет, количина), исказани преко других величина, које су садржане у закону.

Скуп величина између којих постоје дефинисани односи представља **систем величина** (*system of quantities*). **Основна величина** (*base quantity*) једног система је једна од величина у систему величина која је усвојена као функционално независна величина. **Изведена величина** (*derived quantity*) је величина која је у посматраном систему величина дефинисана као функција основних величина.

Као научно решење, данас је широко прихваћен и потписима подржан међународни систем величина (*International System of Quantities, ISQ*) који се заснива на седам основних величина. У складу са овим системом је и систем којим су дефинисане јединице мере којима се исказује интензитет појединачне физичке величине одређене врсте.

Величина	Основна јединица	Ознака димензије
Дужина (<i>length</i>)	метар (m)	L
Маса (<i>mass</i>)	килограм (kg)	M
Време (<i>time</i>)	секунда (s)	T
Електрична струја (<i>electric current</i>)	ампер (A)	I
Термодинамичка температура (<i>thermodynamic temperature</i>)	келвин (K)	Θ
Светлосна јачина (<i>luminous intensity</i>)	мол (mol)	J
Количина градива (супстанције) (<i>amount of substance</i>)	кандела (cd)	N

Основне величине и јединице ISQ система

1.1.1. Димензиона анализа

Једначине величине су математички изрази којима се исказују природни закони и садрже величине које су заступљене својим димензијама и својом вредношћу. Квалитативно обележје физичке величине, које одражава њену природу, представља њену димензију.

Димензиони израз показује квалитативни однос између различитих физичких величина. Добија се када се у **једначини величине**, величине које у њој фигуришу, замене димензијама, а избаци сачиниоци који представљају бројеве.

Под називом **димензија величине** (*quantity dimension*) подразумева се израз којим се нека величина у посматраном систему

величина приказује као производ степенованих чинилаца, који представљају основне величине тог система. Димензија величине X , изражена преко димензија величина A , B и C , у најопштијем случају има облик:

$$\dim X = A^a \cdot B^b \cdot C^c.$$

при чему димензиони експоненти a , b и c могу да буду позитивни или негативни бројеви или нула.

Димензије електричних величина се изражавају преко димензија дужине, масе, времена и електричне струје:

$$\dim X = L^l \cdot M^m \cdot T^t \cdot I^i.$$

при чему димензиони експоненти l , m , t и i могу да буду позитивни или негативни бројеви или нула.

Димензиона анализа се заснива на једноставним правилима:

- димензија збира једнака је димензији сваког његовог сабирка,
- димензија производа једнака је производу димензија његових чинилаца.

Заједничко својство величина које међусобно могу да се пореде назива се **врста величине**. Величине исте врсте су величине које се квалитативно разликују од других величина са којима не могу да се пореде. Величине исте врсте могу заједно да се групишу у категорије величина.

Величине које су исте врсте имају исту димензију. Међутим, обрнуто не мора да важи. Величине које имају исту димензију не морају да представљају величине исте врсте. Момент силе и енергија, на пример, имају исту димензију, али и различиту природу.

1.1.2. Мерни сигнали

У најопштијем смислу, сигнал је променљива физичка величина, функција времена, која представља информацију. Један или више квантитативних карактеристика (параметара) сигнала садрже информацију о једној или више променљивих величина које сигнал представља. Ови параметри се називају информациони параметри. На основу познавања законитости промене информационог параметра могуће је одредити његову вредност у произвољном тренутку у будућности.

Мерни сигнал (*measurement signal*) је променљива физичка величина, функција времена, чија нека карактеристична величина (информациони параметар) представља величину која се мери. На

пример, било који од параметара, као што су амплитуда, периода или почетна фаза сигнала чији математички модел представља синусна функција:

$$x(t) = X \sin(\omega t + \varphi) = X \sin(2\pi f t + \varphi) = X \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right).$$

може да представља информациони параметар.

Када се као носилац информације користи периодични сигнал правоугаоног таласног облика, информациони параметар може да буде вршна (темена) вредност величине, учестаност, периода или трајање импулса.

У случају пулсирајућих сигнала, информацију може да представља средња вредност (U_{av}), пулсирајућег напона $u(t)$ током изабраног временског интервала, од t_p до t_k :

$$\overline{u(t)} = U_{av} = \frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} u(t) dt$$

или ефективна вредност, U_{eff} , која је дефинисана као квадратни корен средње вредности квадрата посматране величине:

$$U_{eff} = \sqrt{\overline{u^2(t)}}$$

1.2. Димензиони изрази - задаци

1. Одредити димензиони израз за брзину, $\dim v$.

РЕШЕЊЕ

Брзина v , је једнака количнику пређеног пута l , и времена t :

$$v = \frac{l}{t}$$

Из овога следи да је димензиони израз за брзину:

$$\dim v = L T^{-1}$$

2. Одредити димензиони израз за убрзање, $\dim a$.

РЕШЕЊЕ

Убрзање a је промена брзине v у времену t :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2l}{dt^2}$$

где је l пређени пут.

Из овога следи да је димензиони израз за убрзање:

$$\dim a = \frac{L T^{-1}}{T} = L T^{-2}$$

3. Одредити димензиони израз за учестаност, $\dim f$.

РЕШЕЊЕ

Учестаност је број понављања у јединица времена T :

$$f = \frac{1}{T}$$

Из овога следи да је димензиони израз за учестаност:

$$\dim f = \frac{1}{T} = T^{-1}$$

4. Одредити димензиони израз за силу, $\dim F$.

РЕШЕЊЕ

Сила је једнака производу масе m , и убрзања a :

$$F = ma = m \frac{d^2 l}{dt^2}$$

Из овога следи да је димензиони израз за силу:

$$\dim F = \text{LMT}^{-2}$$

5. Одредити димензиони израз за диелектричну пермитивност, $\dim \varepsilon$.

РЕШЕЊЕ

На основу Кулоновог закона, сила F , која делује између два тачкаста наелектрисања q_1 и q_2 у вакууму, директно је сразмерна производу количине тих наелектрисања, а обрнуто сразмерна квадрату растојања између њих (r), односно:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi r^2 F}$$

где је ε_0 диелектрична пермитивност вакуума.

Из овога следи да је димензиони израз за диелектричну пермитивност:

$$\dim \varepsilon = \frac{\text{TI} \cdot \text{TI}}{\text{L}^2 \cdot \text{LMT}^{-2}} = \text{L}^{-3} \text{M}^{-1} \text{T}^4 \text{I}^2$$

6. Одредити димензиони израз за магнетну пермеабилност, $\dim \mu$.

РЕШЕЊЕ

Магнетна пермеабилност μ се може одредити помоћу израза за магнетну индукцију B :

$$B = \mu H \Rightarrow \mu = \frac{B}{H}, H = \frac{I}{2\pi r}$$

где је H јачина магнетног поља и r удањеност од проводника.

Израз за магнетну индукцију B може да се добије и преко израза за силу F која делује на проводник дужине l у хомогеном магнетном кроз који протиче струја протиче струја:

$$F = lB \Rightarrow B = \frac{F}{l}$$

На основу претходних релација, као и димензионог израза за силу, одређеног у 4. задатку, следи да је димензиони израз за магнетну пермеабилност:

$$\dim \mu = \frac{MT^{-2}I^{-1}}{\frac{I}{L}} = LMT^{-2}I^{-2}$$

7. Одредити димензиони израз за гравитациону потенцијалну енергију, $\dim W_p$.

РЕШЕЊЕ

Енергија је способност вршења рада. Рад извршен при подизању објекта једнак је производу гравитационе силе G , и висинске разлике остварене подизањем h . Гравитациона сила G , коју треба савладати једнака је производу масе објекта m , и гравитационог убрзања g , па је гравитациона потенцијална енергија објекта једнака:

$$W_p = Gh = mgh = m \frac{d^2h}{dt^2} h$$

Из овога следи да је димензиони израз за потенцијалну енергију:

$$\dim W_p = L^2MT^{-2}$$

8. Одредити димензиони израз за кинетичку енергију, $\dim W_k$.

РЕШЕЊЕ

Кинетичка енергија објекта који се креће једнака је:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

где је m маса објекта, v брзина којом се креће објекат.

Како је брзина (v), једнака количнику пређеног пута L , и времена T , кинетичка енергија је једнака:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m \frac{l^2}{t^2}$$

Из овога следи да је димензиони израз за кинетичку енергију:

$$\dim W_k = L^2MT^{-2}$$

9. Одредити димензиони израз за наелектрисање, $\dim Q$.

РЕШЕЊЕ

По својој природи струја представља брзину преношења наелектрисања кроз неку средину. Веза између јачине струје (i) и наелектрисања (q) дефинисана је диференцијалном једначином:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

односно:

$$q = \int i dt$$

Из овога следи да је димензиони израз за наелектрисање:

$$\dim Q = TI$$

10. Одредити димензиони израз за електрични потенцијал, $\dim V$.

РЕШЕЊЕ

Потенцијал у некој тачки која се налази око тачкастог наелектрисања може се израчунати помоћу једначине:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

где је ϵ_0 диелектрична константа вакуума и r растојање од наелектрисања.

Из овога следи да је димензиони израз за електрични потенцијал:

$$\dim V = \frac{TI}{L^{-3}M^{-1}T^4I^2 \cdot L} = L^2MT^{-3}I^{-1}$$

Такође важи и:

$$V = \frac{W}{Q}$$

где је W рад који изврши електрична сила при премештању наелектрисања Q .

Из овога следи да је димензиони израз за електрични потенцијал:

$$\dim V = \frac{1}{L^{-3}M^{-1}T^4I^2 \cdot L} = \frac{L^2MT^{-2}}{IT} = L^2MT^{-3}I^{-1}$$

11. Одредити димензиони израз за електрични напон, $\dim U$.

РЕШЕЊЕ

Електрични напон је разлика електричних потенцијала између две тачке у простору и бројно је једнак количнику рада (W), који изврши електрична сила при премештању наелектрисања (Q), из једне тачке у другу:

$$U = \frac{W}{Q}$$

Из овога следи да је димензиони израз за напон:

$$\dim U = \frac{L^2MT^{-2}}{IT} = L^2MT^{-3}I^{-1}$$

12. Одредити димензиони израз за електричну отпорност, $\dim R$.

РЕШЕЊЕ

Електрична отпорност је по Омовом закону једнака количнику електричног напона и електричне струје:

$$R = \frac{U}{I}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну отпорност:

$$\dim R = \frac{L^2MT^{-3}I^{-1}}{I} = L^2MT^{-3}I^{-2}$$

13. Одредити димензиони израз за електричну проводност, $\dim G$.

РЕШЕЊЕ

Електрична проводност је реципрочна електричној отпорности и на основу Омовог закона, једнака је количнику електричне струје и електричног напона:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну проводност:

$$\dim G = \frac{I}{L^2MT^{-3}I^{-1}} = L^{-2}M^{-1}T^3I^2$$

14. Одредити димензиони израз за специфичну електричну отпорност, $\dim \rho$.

РЕШЕЊЕ

Специфична електрична отпорност (ρ) може се одредити мерењем електричног отпора (R), дужине проводника (l), и површине попречног пресека проводника (s), односно:

$$\rho = \frac{Rs}{l}$$

Из овога следи да је димензиони израз за специфичну електричну отпорност:

$$\dim \rho = \frac{L^2 M T^{-3} I^{-2} \cdot L^2}{L} = L^3 M T^{-3} I^{-2}$$

15. Одредити димензиони израз за специфичну електричну проводност, $\dim \sigma$.

РЕШЕЊЕ

Електрична проводност (σ), је реципрочна електричној отпорности и може се одредити мерењем електричне проводности (G), дужине проводника (l) и површине попречног пресека проводника (S), односно:

$$\sigma = \frac{1}{R} = \frac{Gl}{S}$$

Из овога следи да је димензиони израз за специфичну електричну проводност:

$$\dim \sigma = \frac{L^{-2} M^{-1} T^3 I^2 \cdot L}{L^2} = L^{-3} M^{-1} T^3 I^2$$

16. Одредити димензиони израз за капацитивност, $\dim C$.

РЕШЕЊЕ

Капацитивност се дефинише као однос наелектрисања и напона на кондензатору:

$$C = \frac{q}{U}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну проводност:

$$\dim C = \frac{IT}{L^2MT^{-3}I^{-1}} = L^{-2}M^{-1}T^4I^2$$

17. Одредити димензиони израз за индуктивност, $\dim L$.

РЕШЕЊЕ

Индуктивност L је дефинисана као однос између напона u , и брзине промене струје i у колу:

$$u = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow L = \frac{u}{\frac{di(t)}{dt}}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну проводност:

$$\dim L = \frac{L^2MT^{-3}I^{-1}}{IT^{-1}} = L^2MT^{-2}I^{-2}$$

18. Одредити димензиони израз за електричну снагу, $\dim P$.

РЕШЕЊЕ

Електрична снага једнака је производу напона и струје, односно у општем случају количнику енергије W , и времена t :

$$P = \frac{W}{t}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну снагу:

$$\dim P = \frac{L^2MT^{-2}}{T} = L^2MT^{-3}$$

19. Одредити димензиони израз за специфичну електричну проводност, $\dim \sigma$.

РЕШЕЊЕ

Специфична електрична проводност σ , је реципрочна специфичној електричној отпорности и може се одредити мерењем електричне проводности G , дужине проводника l и површине попречног пресека проводника S , односно:

$$\sigma = \frac{1}{R} = \frac{Gl}{S}$$

Из овога следи да је димензиони израз за специфичну електричну проводност:

$$\dim \sigma = \frac{L^{-2}M^{-1}T^3I^2 \cdot L}{L^2} = L^{-3}M^{-1}T^3I^2$$

20. Одредити димензиони израз за магнетну индукцију, $\dim B$.

РЕШЕЊЕ

На наелектрисану честицу, чије је наелектрисање q , која се креће кроз магнетно поље, делује Лоренцова сила која је сразмерна магнетној индукцији B , наелектрисању честице q и компоненти брзине наелектрисане честице нормалној на правац магнетног поља $v \sin \theta$.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = qvB \sin \theta, \quad \theta = \angle(\vec{v}, \vec{B})$$

Уколико је угао између вектора магнетне индукције и брзине 90° та сила је једнака:

$$F = qvB$$

На основу претходног израза се добија израз за магнетну индукцију:

$$B = \frac{F}{qv}$$

Из овога следи да је димензиони израз за магнетну индукцију:

$$\dim B = \frac{MLT^{-2}}{IT \cdot L T^{-1}} = MT^{-2}I^{-1}$$

21. Доказати димензиону исправност израза за електричну снагу $P=UI$.

РЕШЕЊЕ

Електрична снага једнака је у општем случају, количнику енергије W и времена t :

$$P = \frac{W}{t}$$

Из овога следи да је димензиони израз за електричну снагу:

$$\dim P = \frac{L^2MT^{-2}}{T} = L^2MT^{-3}$$

Електрична снага преко производа напона и струје:

$$\dim P = L^2MT^{-3}I^{-1} \cdot I = L^2MT^{-3}I^0 = L^2MT^{-3}$$

22. Доказати да је израз за укупну механичку енергију тела:

$$W_M = mgh + \frac{mv^2}{2}, \text{ димензионо исправан.}$$

РЕШЕЊЕ

Димензиони израз за енергију је:

$$\dim W = L^2MT^{-2}$$

Из израза у задатку следи:

$$\dim W_M = \dim m \cdot \dim g \cdot \dim h + \frac{\dim m \cdot (\dim v)^2}{1}$$

$$\dim W_M = M \cdot LT^{-2} \cdot L + M \cdot (L T^{-1})^2$$

$$\dim W_M = ML^2T^{-2} + ML^2T^{-2}$$

$$\dim W_M = L^2MT^{-2}$$

23. Доказати да је израз за енергију кондензатора:

$$W_C = \frac{CU^2}{2}$$

димензионо исправан.

РЕШЕЊЕ

Димензиони изрази за енергију, капацитивност и напон су:

$$\dim W = L^2MT^{-2}$$

$$\dim C = \frac{IT}{L^2MT^{-3}I^{-1}} = L^{-2}M^{-1}T^4I^2$$

$$\dim U = \frac{L^2MT^{-2}}{IT} = L^2MT^{-3}I^{-1}$$

Из датих израза следи:

$$\dim W_C = \frac{\dim C \cdot (\dim U)^2}{1}$$

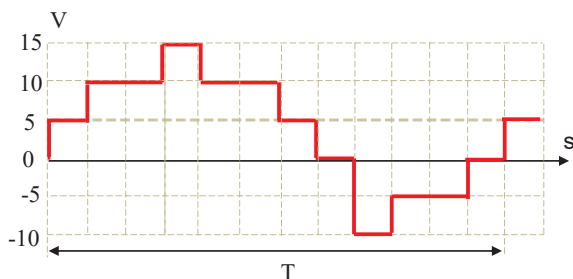
$$\dim W_C = L^{-2}M^{-1}T^4I^2 \cdot (L^2MT^{-3}I^{-1})^2$$

$$\dim W_C = L^{-2}M^{-1}T^4I^2 \cdot L^4M^2T^{-6}I^{-2}$$

$$\dim W_C = L^2MT^{-2}$$

1.3. Средња вредност мерних сигнала - задаци

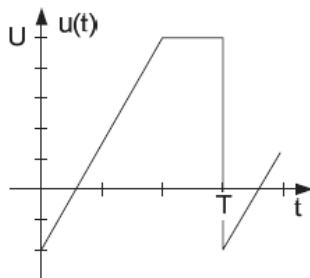
24. Одредити средњу вредност периодичног напона чији је временски дијаграм приказан на слици. Колики једносмерни напон (офсет) треба суперпонирати да би средња вредност тако добијеног напона била једнака нули.



РЕШЕЊЕ

$$\bar{u}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot dt = \frac{P^+ - P^-}{T} = \frac{(13 - 4) \cdot 5 \text{ Vs}}{s} = 3,75 \text{ V}$$

25. За таласни облик напона, који је приказан је на слици одредити колики једносмерни напон (офсет) треба суперпонирати да би средња вредност тако добијеног напона била једнака нули. Амплитуда U износи 1 V?



РЕШЕЊЕ

Да би одредили средњу вредност, одредићемо прво једначине правих које формирају график у току једне периоде. На основу подеока на дијаграму, одредићемо координате тачака, које ћемо да заменимо у формулу за једначину праве која пролази кроз две тачке:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

У интервалу $0 \leq t \leq \frac{2}{3}T$ координате тачака кроз које пролази права су према ознакама на слици:

$$x_1 = 0, y_1 = -\frac{2}{5}U \text{ и } x_2 = \frac{2}{3}T, y_2 = U$$

Заменом координата тачака у израз за праву, добија се:

$$\frac{u(t) + \frac{2}{5}U}{U + \frac{2}{5}U} = \frac{t - 0}{\frac{2}{3}T - 0}$$

Одакле следи да је израз за напон у посматраном интервалу, када се замени $U = 1 \text{ V}$:

$$u(t) = \frac{21}{10}U \cdot \frac{t}{T} - \frac{2}{5}U = \left(\frac{21}{10}\frac{t}{T} - \frac{2}{5}\right)U$$

У интервалу $\frac{2}{3}T \leq t \leq T$ функција $u(t)$ има константну вредност, односно $u(t) = U = 1 \text{ V}$.

Средња вредност се одређује интеграцијом функције $u(t)$ у оквиру једне периоде:

$$\bar{u}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot dt = \frac{U}{T} \left(\int_0^{\frac{2T}{3}} \left(\frac{21}{10}\frac{t}{T} - \frac{2}{5} \right) \cdot dt + \int_{\frac{2T}{3}}^T dt \right)$$

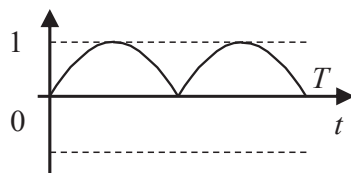
$$\bar{u}(t) = \frac{1}{T} \left(\frac{21}{10T} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\frac{2T}{3}} - \frac{2}{5} \cdot t \Big|_0^{\frac{2T}{3}} + t \Big|_{\frac{2T}{3}}^T \right) = \frac{8}{15} \text{ V}$$

Офсет који треба додати да би средња вредност била једнака нули, мора да има исту апсолутну вредност као напон средње вредности, али са супротним знаком:

$$U_{\text{offset}} = -\frac{8}{15} \text{ V}$$

26. За периодични сигнал приказан на слици одредити:

- средњу вредност
- ефективну вредност.



РЕШЕЊЕ

а) Средња вредност периодичног сигнала једнака је:

$$\overline{x(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

Сигнал приказан на слици представља апсолутну вредност синусног сигнала и може се представити једначином:

$$x(t) = |X \sin(\omega t + \varphi)|$$

За приказани сигнал, код кога је $X = 1$ и $\varphi = 0$, средња вредност једнака је:

$$\overline{x(t)} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin \omega t dt = \frac{2}{T} \left(-\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right) \Big|_0^{T/2} = \frac{2}{T\omega} \left(-\cos \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2} - \left(-\cos \frac{2\pi}{T} 0 \right) \right)$$

$$\overline{x(t)} = \frac{2}{T \frac{2\pi}{T}} (1 - (-1)) = \frac{2}{\pi}$$

б) Ефективна вредност периодичних сигнала једнака је:

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}, \quad x(t) = |X \sin(\omega t + \varphi)|,$$

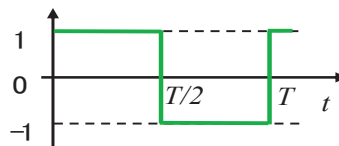
односно, за сигнал са слике, где је $X = 1$ и $\varphi = 0$:

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t}{4\omega} \right) \Big|_0^{T/2}}$$

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2}{T} \left(\left(\frac{T}{2} - \frac{\sin 2 \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2}}{4 \frac{2\pi}{T}} \right) - \left(\frac{0}{2} - \frac{\sin 2 \frac{2\pi}{T} 0}{4 \frac{2\pi}{T}} \right) \right)} = \sqrt{\frac{2T}{4T}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

27. За периодични сигнал приказан на слици одредити:

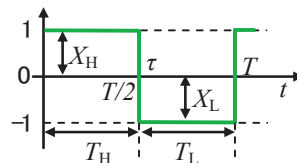
- а) средњу вредност
б) ефективну вредност.



РЕШЕЊЕ

а) Сигнал приказан на слици представља функцију:

$$x(t) = \begin{cases} 1; & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -1; & \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$$



Средња вредност периодичног сигнала са слике једнака је:

$$\overline{x(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \frac{X_H T_H + X_L T_L}{T_H + T_L} = \frac{1 \frac{T}{2} + (-1) \frac{T}{2}}{\frac{T}{2} + \frac{T}{2}} = 0$$

б) Ефективна вредност сигнала са слике једнака је:

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^\tau X_H^2 dt + \frac{1}{T} \int_\tau^T X_L^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} X_H^2 t|_0^\tau + \frac{1}{T} X_L^2 t|_\tau^T}$$

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} X_H^2 \tau + \frac{1}{T} X_L^2 T - \frac{1}{T} X_L^2 \tau}$$

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} X_H^2 \frac{T}{2} + \frac{1}{T} X_L^2 T - \frac{1}{T} X_L^2 \frac{T}{2}} = \sqrt{\frac{X_H^2}{2} + \frac{X_L^2}{2}} = \sqrt{\frac{1+1}{2}} = 1$$

1.4. Питања за проверу знања

1. Стандард је документ који:
 - а) представља само препоруку
 - б) мора обавезно да се примењује
 - в) може да буде са обавезном применом или је препорука

2. Мерена величина:
 - а) мора да буде величина која се стварно мери
 - б) не мора да буде величина која се стварно мери

3. Мерна величина:
 - а) не мора да буде величина која треба да се измери
 - б) мора да буде величина која треба да се измери

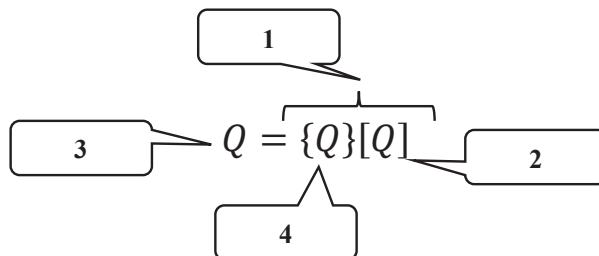
4. Повежите начин писања величина према *IEC* стандарду са одговарајућим величинама:
 - а) Мала слова. б) Велика слова.
 - 1) ефективна (*root-mean square* - *RMS*) вредност _____
 - 2) временски променљива вредност _____
 - 3) вршна (*peak*) вредност _____
 - 4) средња (*average*) вредност _____
 - 5) укупна вредност - стална вредност и променљиви део _____

5. Повезати врсте метрологије са одговарајућим областима:
 - а) организација, развој и одржавање еталона
 - б) утврђивање техничких захтева и административних поступака којима се гарантује сигурност и одговарајућа тачност мерења
 - в) обезбеђивање адекватних мерила у индустрији, производним процесима и испитивањима
 - 1) индустријска метрологија _____
 - 2) научна метрологија _____
 - 3) законска метрологија _____

6. Квантитативно одређивање вредности неке физичке величине, поређењем са референтном вредношћу те исте величине представља _____.
7. Изабрана величина са којом се пореде друге величине да би се квантитативно одредиле у односу на ту величину назива се _____.
8. Наука о мерењу и његовој примени назива се _____.
9. Мање или више, независна функционална јединица која се користи, заједно са другим јединицама, при формирању сложених целина назива се _____.
10. Величине које имају исту димензију:
- а) не морају да буду величине исте врсте
 - б) морају да буду величине исте врсте
11. Својство појаве, тела или супстанце које може да се представи бројем и референцом назива се:
- а) мерна јединица
 - б) димензија
 - в) величина
12. Топлота, (механички) рад, кинетичка и потенцијална енергија су величине:
- а) различите врсте
 - б) исте врсте
13. Величине исте врсте у датом систему величина:
- а) имају исту димензију
 - б) могу, али не морају да имају исту димензију
 - в) немају исту димензију
14. Рад и енергија могу да се сабирају и упоређују
- а) Тачно
 - б) Нетачно

15. Сила и маса могу да се сабирају и пореде.
а) Тачно б) Нетачно
16. Сила и тежина не могу да се сабирају и пореде.
а) Тачно б) Нетачно
17. Повезати дефиниције са одговарајућим називом:
а) мерна јединица б) врста величине в) вредност величине

1) Заједнички аспект (карактеристика) величина које могу да се узајамно пореде. _____
2) Скаларна величина, дефинисана и прихваћена договором, са којом могу да се пореде друге величине исте врсте, да би се однос (*ratio*) две величине изразио бројем. _____
3) Број и референца који заједно изражавају вредност величине. _____
18. Повезати називе појмова са одговарајућим редним бројевима.



- а) референца _____
 б) нумеричка вредност _____
 в) величина _____
 г) вредност величине _____

19. Који димензиони израз одговара отпорности R ?
- $\dim R = \text{ML}^2\text{T}^{-3}\text{I}^{-2}$
 - $\dim R = \text{ML}^2\text{T}^3\text{I}^{-1}$
 - $\dim R = \text{ML}^2\text{T}^2\text{I}$

20. Који димензиони израз одговара раду A ?

а) $\dim A = ML^2T^{-1}$

б) $\dim A = ML^2T^2$

в) $\dim A = ML^2T^{-2}$

21. Који димензиони израз одговара енергији W ?

а) $\dim W = L^2MT^{-1}$

б) $\dim W = L^2MT^{-2}$

в) $\dim W = L^2MT^3$

22. Који димензиони израз одговара напону U ?

а) $\dim U = L^2MT^{-2}I$

б) $\dim U = L^2MT^{-3}I^{-1}$

в) $\dim U = L^2MT^3I^{-2}$

23. Међу наведеним величинама у кинематици, издвојити ону која је независна.

а) убрзање

б) запремина

в) дужина

г) површина

д) сила

ђ) брзина

24. Међу наведеним величинама у кинематици, издвојити ону која је зависна.

а) запремина

б) јачина електричне струје

в) време

г) дужина

д) светлосна јачина

ђ) количина супстанце

25. Колико има основних физичких величина у међународном /SQ систему?

а) 5

б) 7

в) 6

26. Системе јединица представља:

а) скуп основних и изведених јединица за одређени систем величина

б) скуп изведених јединица за одређени систем величина

в) скуп основних јединица за одређени систем величина

27. За наведене јединице одредити да ли су основне или изведене.

а) Основна

б) Изведена

- | | |
|-------------------------------|-------|
| 1) Маса | _____ |
| 2) Електрична струја | _____ |
| 3) Наелектрисање | _____ |
| 4) Индуктивност | _____ |
| 5) Магнетски флуks | _____ |
| 6) Термодинамичка температура | _____ |

28. Повежите декадни префикс са одговарајућом бројном вредношћу.

а) тера (Т)

б) гига (G)

в) хекто (h)

- | | |
|--------------|-------|
| 1) 10^{12} | _____ |
| 2) 10^2 | _____ |
| 3) 10^9 | _____ |

29. Повежите декадни префикс са одговарајућом бројном вредношћу.

а) пико (p)

б) фемто (f)

в) нано (n)

- | | |
|---------------|-------|
| 1) 10^{-12} | _____ |
| 2) 10^{-9} | _____ |
| 3) 10^{-15} | _____ |

30. Интензитет бинарне величине може да има:

- а) само једну од четири вредности
- б) само једну од две вредности
- в) било коју вредност из скупа дискретних вредности

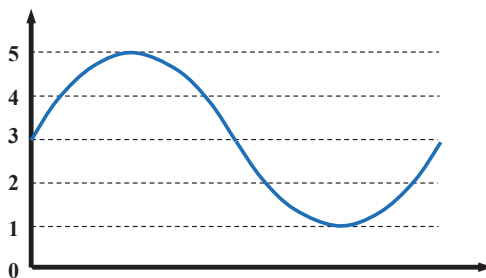
31. Периодична струја чија је средња вредност једнака нули је:

- а) наизменична струја
- б) пулсирајућа струја

32. Периодична струја чија је средња вредност различита од нуле је:

- а) наизменична струја
- б) пулсирајућа струја

33. Ком типу припада сигнал приказан на слици?



- а) Пулсирајући
- б) Наизменичан
- в) Апериодичан
- г) Недетерминистички

34. Квантовање је дискретизација сигнала по:

- а) времену
- б) учестаности
- в) амплитуди

35. Издвојити карактеристике дигиталне величине

- а) Промена вредности дигиталне величине може да буде бесконачно мала
- б) Промена вредности дигиталне величине може да буде само нека из скупа дискретних вредности
- в) Скуп могућих вредности дигиталне величине d може да се представи низом неповезаних тачака на бројевној правој
- г) Интензитет дигиталне величине може имати било коју вредност која припада одређеном опсегу

36. Издвојити карактеристике аналогне величине

- а) Интензитет аналогне величине може имати било коју вредност која припада одређеном опсегу
- б) Скуп могућих вредности аналогне величине може да се представи низом неповезаних тачака на бројевној правој
- в) Промена вредности аналогне величине може да буде само нека из скупа дискретних вредности
- г) Промена вредности аналогне величине може да буде бесконачно мала

37. Повезати дате изразе са одговарајућим називом

- а) средња вредност наизменичне струје
- б) једносмерна компонента пулсирајуће струје
- в) једносмерна компонента наизменичне струје
- г) средња вредност пулсирајуће струје

- 1) $\overline{i(t)} \neq 0$ _____
- 2) $\tilde{i}(t) \equiv 0$ _____
- 3) I_0 _____

38. Аритметичка средина тренутних вредности током одређеног временског интервала назива се _____.

39. Најмања промена мерене или задате величине при којој се може очитати њена вредност без интерполације (процене на основу познатих суседних вредности) назива се _____.

40. Резолуција представљања дигиталне величине у мерним уређајима је ограничена коначним бројем цифара.

- а) Тачно
- б) Нетачно

41. Резолуција представљања аналогне величине у мерним уређајима је ограничена коначним бројем цифара.

- а) Тачно
- б) Нетачно

42. Приликом квантовања не долази до грешке апроксимације.

- а) Тачно
- б) Нетачно

43. Повезати називе појмова са одговарајућим значењем.

- а) Вредност мерене величине
- б) Права вредност величине
- в) Договорена вредност величине

- 1) Вредност величине која представља резултат мерења _____
- 2) Вредност сагласна са дефиницијом величине _____
- 3) Вредност приписана величини споразумно за дату примену _____

44. Модел мерења може да садржи:
- а) више једначина
 - б) само једну једначину
45. Утицајна величина:
- а) утиче на везу између показивања мерила и резултата мерења
 - б) не утиче на везу између показивања мерила и резултата мерења
 - в) при директном мерењу не утиче на величину која се мери
 - г) при директном мерењу утиче на величину која се мери
46. Математички израз који садржи све величине које треба да буду обухваћене мерењем назива се _____ мерења.
47. Функција чија вредност, израчуната на основу познатих вредности улазних величина модела, представља вредност мерене величине, као излазне величине модела мерења назива се _____ функција.

2. ГРЕШКА МЕРЕЊА

2.1. Теоријска основа

2.1.1. Значајне цифре

Нумерички приказ (запис) резултата мерења представља низ цифара од којих само неке могу да се сматрају тачним. Резултате мерења треба записивати у што прегледнијем облику, како би се омогућило њихово брже и лакше коришћење.

При мерењу све цифре у резултату су сигурне ако су добијене показивањем инструмента. Цифре које су добијене проценом називамо несигурне цифре. Нула може, али не мора да буде значајна цифра. Нуле које се користе за одређивање места децималног зареза нису значајне цифре. На пример, број 0,00012 има две значајне цифре. Број значајних цифара којима је резултат представљен, показатељ је прецизности мерења. Уколико има више значајних цифара, утолико је прецизност већа. Нула је значајна цифра када се ради о тачној вредности и свим сигурним цифрама што се мора посебно нагласити, па тако на пример 12000 (тачно) има пет значајних цифара, као и на пример 1,2003.

При рачунању се може догодити да се добије већи број цифара у односу на број цифара улазних података, нарочито при дељењу и множењу, па у том случају обавезно треба заокружити резултат на вредност одређену бројем који има исти број сигурних цифара као и мерена величина и највише једну несигурну цифру.

При одређивању броја значајних цифара у запису резултата мерења примењују се следећа правила:

- Прва значајна цифра је прва цифра различита од нуле, посматрано слева надесно.
- Нуле су значајне ако се налазе између две значајне цифре.
- У запису резултата мерења који садржи децималне разломке крајње нуле су значајне ако представљају сигурне цифре.
- Број значајних цифара не зависи од мерне јединице.
- Број са најмањим бројем значајних цифара одређује колико значајних цифара треба да буде задржано у резултату мерења након извршене математичке обраде.

Начин записивања броја треба да буде такав да нема нејасноће у погледу броја значајних цифара. На пример, по облику броја 123 000 не може се одредити колико има значајних цифара: три или више. Ова неодређеност се избегава ако се овај број напише у облику $123 \cdot 10^3$ ако има три значајне цифре, или у облику $123,00 \cdot 10^3$ ако има пет значајних цифара.

Циљ обраде резултата мерења је одређивање бројне вредности која се приписује мереној величини. Да би резултат мерења био потпун, придружује му се и процена грешке са којом је одређен. Након спроведених израчунавања ови подаци често садрже цифре које нису сигурне. Пожељно је да резултат не садржи “неинформативне” цифре. На пример, ако се као резултат мерења напона добије вредност 123,456 V, а при мерењу је коришћен инструмент чије су декларисане границе релативне грешке $\pm 0,1 \%$, тада не само да пета и шеста цифра нису поуздане, него и четврта није сигурна. При смањивању броја цифара примењују се следећа општа правила:

- Ако је цифра која се одбацује мања од 5, цифре које се задржавају се не мењају. Заокружен број је мањи од полазног броја (заокруживање “надоле”, *rounddown*).
- Ако се одбацује цифра која је већа од 5, цифра која јој претходи повећава се за 1. Заокружен број је већи од полазног броја (заокруживање “нагоре”, *roundup*).
- Ако је цифра која се одбацује једнака 5, а иза ње постоје неке цифре различите од нуле, претходна цифра се повећава за 1.
- Ако је цифра која се одбацује једнака 5, а иза ње не постоје никакве цифре, или су све те цифре нуле, претходна цифра се повећава за 1 ако је у питању непаран број, односно остаје непромењена ако представља паран број.
- Заокруживање се обавља само једном, након обављања свих аритметичке операције при израчунавању резултата мерења.

2.1.2. Статистичка анализа

Када се, са циљем добијања резултата који ће представљати што је могуће бољи одговор, обавља низ независних мерења, као полазни податак за оцену квалитета мерења се често узима **средња вредност** (*average value*), x_{av} или $\bar{x}$ и дефинисана је као аритметичка средина (*arithmetic mean*) резултата вишеструко поновљених независних мерења:

$$\bar{x} = x_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

где је x_i резултат i -тог мерења, а n укупан број извршених мерења.

Као показатељ прецизности може да се користи **средња вредност апсолутног одступања**:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n |d|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

При статистичкој анализи резултата мерења као показатељ расипања користи се **стандардно одступање** (*standard deviation*), које се најчешће обележава ознаком σ и дефинише као квадратни корен средње вредности квадрата одступања (*root-mean-square deviation*):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Израз којим је дефинисано стандардно одступање није најбољи показатељ расипања резултата мерења када је извршен коначан број мерења. Анализа овог проблема показује да је најпогодније да се као процена стандардног одступања користи **експериментално стандардно одступање** (*experimental standard deviation*), које се најчешће обележава ознаком s и одређује применом обрасца:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

где је x_i резултат i -тог мерења, а $\bar{x}$ аритметичка средина n разматраних резултата мерења исте мерене величине. Процена праве вредности састоји се од два податка. То су процена највероватније вредности мерене величине, и процена мерне несигурности резултата мерења.

Стандардно одступање s је параметар нормалне (Гаусове расподеле), који се користи уместо стандардне девијације σ и то:

- Вероватноћа да се мерена величина налази у интервалу $\bar{x} \pm s$ је 68,2 %
- Вероватноћа да се мерена величина налази у интервалу $\bar{x} \pm 2s$ је 95,4 %
- Вероватноћа да се мерена величина налази у интервалу $\bar{x} \pm 3s$ је 99,7 %

2.1.3. Грешке мерења

Грешка мерења (*measurement error*) дефинише се као разлика измерене и праве вредности мерене величине:

$$\text{грешка} = \text{измерена вредност} - \text{права вредност}$$

Грешка мерења се често обележава са e (лат. *errare*, грешити) или ε и има исту димензију као и мерена величина (Q_m), односно стварна вредност величине која се мери (Q).

$$e = Q_m - Q$$

Апсолутна грешка мерења ΔQ дефинише се као апсолутна вредност разлике мерена величина (Q_m) и стварна вредност величине која се мери (Q):

$$\Delta Q = |Q_m - Q|$$

Релативна грешка мерења дефинише се као количник грешке мерења и праве вредности мерене величине:

$$\text{релативна грешка} = \frac{\text{измерена вредност} - \text{права вредност}}{\text{права вредност}}$$

Релативна грешка e_r је бездимензиона величина, независна од употребљених јединица којима се вредност посматране величине представља:

$$e_r = \frac{\Delta Q}{Q}$$

Обично се исказује у процентима:

$$e_r = 100 \frac{\Delta Q}{Q} \%$$

или промилима:

$$e_r = 1000 \frac{\Delta Q}{Q} \text{‰}$$

При прецизним мерењима, релативна грешка се изражава у милионитим деловима (*ppm*).

$$e_r = 10^6 \frac{\Delta Q}{Q} \text{ ppm}$$

Према природи извора грешке, која се испољава при вишеструком понављању мерења исте појединачне величине, разликују се три основне категорије грешака:

- систематске грешке,
- случајне грешке,
- грубе грешке.

Систематска грешка (*systematic measurement error*) је део грешке мерења који при поновљеним мерењима остаје сталан, или се мења на одређен (предвидљив) начин. Систематске грешке су последица несавршености мерних средстава, односно мерног поступка, као и утицаја околине на резултат мерења.

У зависности од узрока који их изазива, систематске грешке мерења могу да се сврстају у три групе:

- грешке модела,
- грешке мерних средстава,
- грешке окружења.

У прву групу спадају грешке које потичу од несавршености примењеног модела мерења.

Другу групу чине грешке које су последица недостатака примењених мерних средстава (*instrumental errors*). Мерило физички остварује изабрани модел мерења, али само приближно, са неком апроксимацијом. У ову групу спадају померај нуле (*zero error, offset*), грешка константе (*instrument constant*) мерила, као и грешка која се исказује као нелинеарност (*nonlinearity*) карактеристике улаз-излаз.

У трећу групу спадају грешке које су последица променљивих спољашњих услова, као што су температура, влажност, притисак, магнетско или електрично поље (*environmental errors*).

Са тог становишта, систематске грешке се могу поделити на:

- статичке,
- динамичке грешке.

Статичке грешке (*static errors*) су грешке које се исказују када се мерена величина не мења.

Статичке систематске грешке при мерењу исте мерене величине, у истим условима имају исту вредност, или се мењају према одређеном закону са променом услова. То значи да се оне могу одредити или проценити.

Динамичке грешке (*dynamic errors*) су резултат неспособности мерног средства да довољно тачно реагује на брзу промену мерене величине.

У мерној техници користи се појам “поправка” резултата мерења или корекција (*correction*) која се врши на основу процењене систематске грешке. То се остварује уношењем одговарајућег члана у

израз за резултат мерења, који је аналитички исказан или одређен на основу података датих у табеларном или графичком облику. У ужем смислу, то је вредност која се додаје резултату мерења да би се "поништила" систематска грешка и тако тачније одредила вредност мерене величине. Ова корекција има исту апсолутну вредност као и грешка, али је супротног предзнака.

Компензација може да буде остварена увођењем адитивног или мултипликативног члана, аналитички исказаног или одређеног на основу података датих у табеларном или графичком облику.

Корекција применом адитивног члана има исту апсолутну вредност као грешка, али је супротног предзнака. Пример је поправка "помераја нуле".:

$$\text{резултат мерења} = \text{измерена вредност} + \text{корекција}$$

Корекција применом мултипликативног члана користи се за поправку сачиниоца преноса, односно константе мерила. Пример је одступање услед коначне улазне отпорности мерног уређаја.

$$\text{резултат мерења} = \text{измерена вредност} \cdot \text{корекција}$$

Када се даје резултат мерења треба јасно да се наведе шта представља:

- показивање мерног средства,
- некоригован резултат,
- коригован резултат,
- средњу вредност више појединачних мерења.

Некоригован резултат (*uncorrected result*) је резултат мерења пре поправке којом се компензује систематска грешка. Коригован резултат (*corrected result*) је резултат мерења после поправке којом се смањује систематска грешка.

Случајна грешка (*random measurement error*) је део грешке мерења који се при поновљеним мерењима мења на непредвидљив начин. Она је последица непознатих узрока који делују и онда када су систематске грешке узете у обзир.

Под називом **груба грешка** (*gross error*) подразумева се грешка која одговара значајном одступање резултата појединачног мерења од осталих вредности при поновљеним мерењима исте величине.

Класа мерног инструмента дефинише се једначином:

$$K = \left| \frac{G}{x_{\max}} \right| 100$$

где су G апсолутна грешка инструмента и $x_{\max}$ максимална вредност на скали инструмента.

Стандардизоване ознаке класа тачности (K) за показне електричне мерне инструменте, су: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5...

Границе дозвољене апсолутне грешке инструмента када је тачност инструмента изражена класом тачности K :

$$G = \pm \frac{K}{100} x_{\max} [x]$$

Границе дозвољене релативне грешке инструмента када је тачност инструмента изражена класом тачности K :

$$G = \pm K \left| \frac{x_{\max}}{x} \right| [\%]$$

где је x очитана вредност.

Мерна несигурност (*measurement uncertainty*), је ненегативни параметар, придружен резултату мерења, који описује расипање вредности резултата мерења, које може да се припише мереној величини. Параметар може да буде, на пример, стандардно одступање (или његов одређен умножак), или полуширина интервала у којем се налази вредност мерене величине, са назначеном вероватноћом.

Мерна несигурност је сложен параметар, који обухвата више узрока расипања резултата мерења. Утицаји неких од њих могу да се процене на основу статистичке расподеле резултата и прикажу експерименталним стандардним одступањима. Деловања других се процењују помоћу претпостављених расподела вероватноће, на основу стеченог искуства или других информација. На мерну несигурност утичу поправке које се уносе у резултат мерења, као и својства еталона посредством којих се остварује метролошка следивост. Део мерне несигурности, који потиче од непотпуности дефиниције величине која треба да се измери, назива се **дефинициона несигурност** (*definitional uncertainty*).

Разликују се два начина процењивања мерне несигурности:

- **Тип А** процене мерне несигурности (*type A evaluation of measurement uncertainty*) одређује се искључиво статистичком обрадом резултата.
- **Тип В** процене мерне несигурности (*type B evaluation of measurement uncertainty*) одређује се осталим методама.

Стандардна мерна несигурност типа А појединих резултата мерења (u) описује се изразом:

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Стандардна мерна несигурност типа A средње вредности резултата мерења (u_s) описује се изразом:

$$u_s = \frac{u}{\sqrt{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Резултат мерења појединих величина добијаја се као резултат мерења других мерних величина. На пример, снага потрошача се одређује као производ струје кроз потрошач I и напона на њему U . У оба мерења одређује се мерна несигурност u_i и u_u . На основу тих мерних несигурности одређује се комбинована мерна несигурности снаге потрошача u_p .

Комбинована мерна несигурност израчунава се основу поступка одређивања стандардног одступања за индиректно мерену величину y , на основу измерених утицајних физичких величина x_i :

$$u_s = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{dy}{dx_i}\right)^2 u_{x_i}^2}$$

где u_s представља стандардну мерну несигурност утицајне величине x_i , при чему у израчунавању величине y учествује k мерних величина x_i .

Стандардна мерна несигурност типа B појединих резултата мерења може се одредити из:

- података о мерној опреми - каталози произвођача садрже мерну несигурност која зависи од опсега мерења, а важи у наведеним условим коришћења: опсег температуре околине, влажност ваздуха, итд,
- сазнања о утицају околине, пре свега температуре на процес мерења,
- сазнања о утицају сметњи, посебно електромагнетних, али и механичких (вибрације),
- и друго.

Стандардна мерна несигурност типа B одређује се појединачном анализом мерења и не зависи од броја поновљених

мерења. У највећем броју случајева мерној несигурности типа *B* се придружује равномерна расподела, јер не постоје други подаци, а равномерна расподела представља најнеповољнији случај.

Мерна несигурност типа *B* за читавање **показних аналогних инструмената** добија се на основу грешке инструмента која се описује вероватноћом:

$$\Delta_0 = \frac{K}{100} \cdot M$$

где су *K* класа тачности, а *M* опсег мерења мерног инструмента. **Несигурност читавања** одређује се из израза:

$$u_B = \frac{\Delta_0}{\sqrt{3}}$$

Мерна несигурност типа *B* за читавање **показних дигиталних инструмената** добија се на основу грешке показивања која се описује вероватноћом:

$$\Delta_P = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + \frac{\delta_2}{100} \cdot M$$

где су: *X* измерена вредност, δ_1 грешка у процентима од читавања, *M* опсег мерења инструмента и δ_2 грешка у процентима од опсега. Грешка показивања дигиталних инструмената такође може да се опише вероватноћом:

$$\Delta_P = \frac{\delta_1}{100} \cdot X + N \cdot R$$

где су *N* број квантизационих корака или број цифара најмање тежине које се користе за процену грешке, док је *R* резолуција инструмента, која се за познат број цифара на инструменту одређује као однос опсега мерења и укупног броја различитих вредности који може да се прикаже на дисплеју (на пример са четири децималне цифре може да се прикаже 2000 различитих вредности, од 0000-1999).

Без обзира на начин одређивања вероватноће грешке показивања, **несигурност приказивања** одређује се из израза

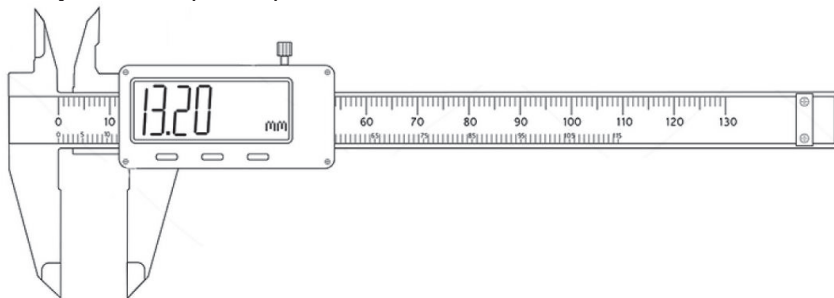
$$u_B = \frac{\Delta_P}{\sqrt{3}}$$

Релативна несигурност типа *B* обично се изражава у процентима и једнака је:

$$u_{B\%} = \pm \frac{u_B}{X} \cdot 100 \%$$

2.2. Приказ резултата мерења - задаци

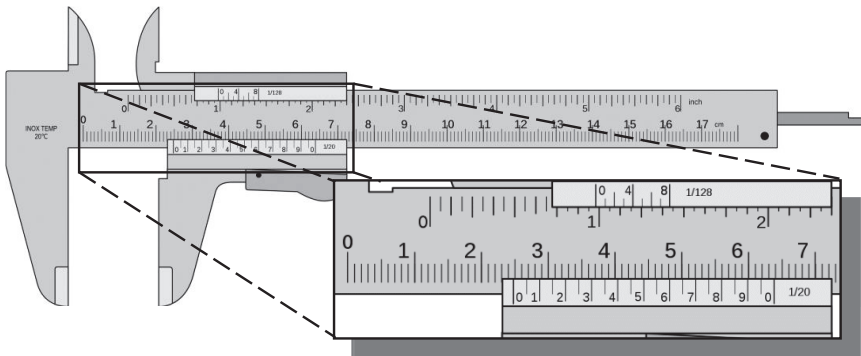
1. Колики је број значајних цифара у показивању помичног кљунастог мерила приказаног на слици?



РЕШЕЊЕ

Број значајних цифара у показивању помичног кљунастог мерила (нонијуса) приказаног на слици је четири. Све четири цифре добијене су показивањем инструмента.

2. Очитати показивање помичног кљунастог мерила приказаног на слици, водећи рачуна о значајним цифрама. Резултат приказати у милиметрима [mm].

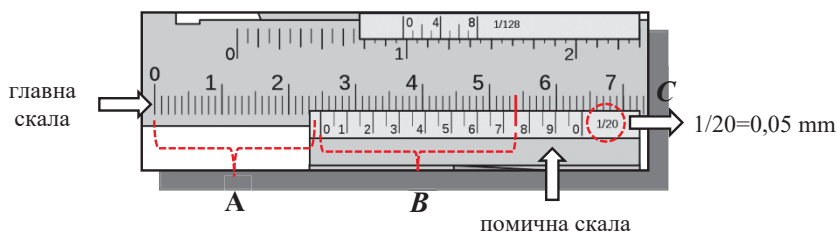


РЕШЕЊЕ

Помично кљунасто мерило има две скале, главну скалу и помичну скалу која се помера приликом мерења.

Тачност помичног кљунастог мерила, приказаног на слици, је 1/20 mm односно 0,05 mm, колико вреди и један подеок на помичној скали (C).

Приликом читавања показивања мерила, прво се посматра целобројни број подеока на главној скали између нултог подеока главне скале и нултог подеока помичне скале (A). Тиме се добија податак о броју милиметара [mm].



Очитавањем подеока између нултог подеока помоћне скале и подеока који се савршено поклапа са било којим од подеока на главној скали (B) се добија податак о децималном делу очитавања.

Сабирањем добијених података добијамо вредност показивања помичног кљунастог мерила.

У примеру из задатка целобројни број подеока на главној скали је $A=24$ mm а податак о децималном делу је $B=0,75$ mm, па је вредност показивања помичног кљунастог мерила приказаног на слици 24,75 mm. Све цифре у податку, 24,75 mm, представљају очитану вредност и могу се сматрати сигурним цифрама, тежина цифре најмање тежине у запису резултата мерења одговара вредности једног подеока на скали инструмента.

3. Колико значајних цифара имају следеће бројне вредности?

5,703

70

395830

0,0101

21,0

РЕШЕЊЕ

5,703 - четири значајне цифре

70 - једна значајна цифра,

395830 - пет значајних цифара

0,0101 - три значајне цифре

21,0 - три значајне цифре

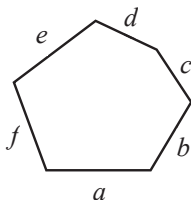
4. Заокружити следеће бројне вредности на две значајне цифре.

1,01
24,5
17,5
25,6
48665
11,5

РЕШЕЊЕ

- 1,01 - заокружено на две значајне цифре : 1,0
24,5 - заокружено на две значајне цифре : 24
17,5 - заокружено на две значајне цифре : 18
25,6 - заокружено на две значајне цифре : 26
48665 - заокружено на две значајне цифре : $4,9 \times 10^4$
11,5 - заокружено на две значајне цифре : 12

5. Израчунати обим фигуре, O приказане на слици, водећи рачуна о броју значајних цифара.



$a = 2,8753 \text{ cm}$
 $b = 1,43 \text{ cm}$
 $c = 1,13 \text{ cm}$
 $d = 1,1 \text{ cm}$
 $e = 2,670 \text{ cm}$
 $f = 2,562 \text{ cm}$

РЕШЕЊЕ

Број значајних цифара у датим димензијама фигуре је:

- $a = 2,8753 \text{ cm}$ - пет значајних цифара
 $b = 1,43 \text{ cm}$ - четири значајне цифре
 $c = 1,13 \text{ cm}$ - три значајне цифре
 $d = 1,1 \text{ cm}$ - две значајне цифре
 $e = 2,670 \text{ cm}$ - три значајне цифре
 $f = 2,562 \text{ cm}$ - четири значајне цифре

Димензија странице означена са d има најмање значајних цифара, две, тако да је број значајних цифара које треба задржати у резултату два.

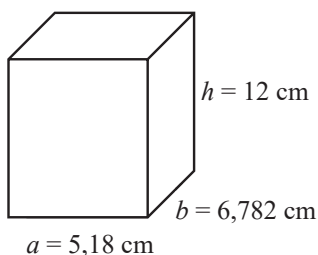
$$O = a + b + c + d + e + f$$

$$O = 2,8753 \text{ cm} + 6,782 \text{ cm} + 1,13 \text{ cm} + 1,1 \text{ cm} + 2,670 \text{ cm} + 2,562 \text{ cm}$$

$$O = 17,1193 \text{ cm}$$

$$O = 17 \text{ cm}$$

6. Израчунати запремину призме V приказане на слици, водећи рачуна о броју значајних цифара.



РЕШЕЊЕ

Број значајних цифара у датим димензијама призме је:

$a = 5,18 \text{ cm}$ - три значајне цифре

$b = 6,782 \text{ cm}$ - четири значајне цифре

$h = 12 \text{ cm}$ - две значајне цифре

Димензија странице призме означена са h има најмање значајних цифара, две, тако да је број значајних цифара које треба задржати у резултату два.

$$V = a \cdot b \cdot h$$

$$V = 5,18 \text{ cm} \cdot 6,782 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$$

$$V = 421,56912 \text{ cm}^3$$

$$V = 4,2 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$$

7. Израчунати еквиваленту отпорност R_p паралелне везе два отпорника уколико су вредности добијене њиховим мерењем дигиталним мерним инструментом $R_1 = 1,998 \text{ k}\Omega$ и $R_2 = 269,9 \Omega$, водећи рачуна о правилима заокруживања и значајним цифрама.

РЕШЕЊЕ

Еквивалентра отпорност паралелне везе два отпорника једнака је:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1,998 \cdot 10^3 \cdot 269,9}{1,998 \cdot 10^3 + 269,9} \Omega = \frac{539260,2}{2267,9} \Omega = 237,7795317 \dots \Omega$$

Добијени резултати мерења отпорности, R_1 и R_2 , имају по четири значајне цифре тако да се и резултат представља са четири значајне цифре, поштујући правила заокруживања бројева:

$$R_p = 237,8 \Omega.$$

2.3. Статистичка анализа - задаци

8. Дигиталним мерним инструментом измерена је група отпорника исте називне вредности. Резултати мерења приказани су у табели. Израчунати средњу (просечну) вредност измерених отпорности, R_{av} .

Редни број отпорника R_n	Резултат мерења [Ω]
1.	270,5
2.	268,8
3.	269,1
4.	269,9
5.	271,0
6.	270,0
7.	269,8
8.	268,8
9.	270,1
10.	271,3

РЕШЕЊЕ

Средња (просечна) вредност измерених отпорности једнака је:

$$\bar{R} = R_{av} = \frac{\sum_{n=1}^{10} R_n}{n}$$

$$\bar{R} = \frac{2699,3}{10} \Omega = 269,93 \Omega = 269,9 \Omega$$

Број значајних цифара са којима је представљен резултат одговара броју значајних цифара са којима су представљене бројне вредности отпорности.

9. Приликом мерења струје у току неког временског интервала добијене су следеће вредности: 2 mA, 3 mA, 3 mA, 2 mA, 4,5 mA, 3,5 mA, 3 mA, 2 mA, 3 mA и 4 mA. Колика је средња вредност струје?

РЕШЕЊЕ

Средња (просечна) вредност струје једнака је:

$$\bar{I} = I_{av} = \frac{\sum_{n=1}^{10} I_n}{n}$$

где је n број мерења.

$$\bar{I} = \frac{3 \cdot 2 \text{ mA} + 4 \cdot 3 \text{ mA} + 3,5 \text{ mA} + 4 \text{ mA} + 4,5 \text{ mA}}{10} = \frac{30 \text{ mA}}{10} = 3 \text{ mA}$$

10. У току мерења напона 3 пута је измерена вредност 7 V, 2 пута 3 V, 4 пута 5 V и једном 1 V. Колика је просечна вредност напона?

РЕШЕЊЕ

Средња (просечна) вредност измереног напона једнака је:

$$\bar{U} = U_{av} = \frac{\sum_{n=1}^n I_n}{n}$$

где је n број мерења.

$$\bar{U} = \frac{3 \cdot 7 \text{ V} + 2 \cdot 3 \text{ V} + 4 \cdot 5 \text{ V} + 1 \cdot 1 \text{ V}}{3 + 2 + 4 + 1} = \frac{48 \text{ V}}{10} = 4,8 \text{ V}$$

2.4. Грешка мерења - задаци

11. Разлика температура се мери помоћу два термометра. Ако су измерене вредности температура $T_1 = 50^\circ\text{C}$ и $T_2 = 40^\circ\text{C}$, одредити границе грешке мерења разлике температура. Границе апсолутне грешке употребљених термометара су 1%.

РЕШЕЊЕ

Апсолутна грешка, од 1%, за први термометар, уколико је његово показивање $T_1 = 50^\circ\text{C}$, износи:

$$\Delta T_1 = 0,5^\circ\text{C},$$

на основу чега следи да су максимална и минимална температура које може да прикаже први термометар:

$$T_{1\max} = T_1 + \Delta T_1 = 50,5^\circ\text{C}$$

$$T_{1\min} = T_1 - \Delta T_1 = 49,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Граница апсолутне грешке, од 1%, за други термометар, уколико је његово показивање $T_2 = 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$, износи:

$$\Delta T_2 = 0,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

на основу чега следи да су максимална и минимална температура које може да прикаже други термометар:

$$T_{2\max} = T_2 + \Delta T_2 = 40,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_{2\min} = T_2 - \Delta T_2 = 39,6 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Тачна разлика између мерених температура једнака је:

$$T_{\text{тачно}} = T_1 - T_2 = 50 \text{ }^{\circ}\text{C} - 40 \text{ }^{\circ}\text{C} = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Границе грешке мерења једнаке су:

$$T_{1\max} - T_{2\min} = 50,5 \text{ }^{\circ}\text{C} - 39,6 \text{ }^{\circ}\text{C} = 10,9 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_{1\min} - T_{2\max} = 49,5 \text{ }^{\circ}\text{C} - 40,4 \text{ }^{\circ}\text{C} = 9,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Апсолутна грешка при мерењу разлике температура једнака је:

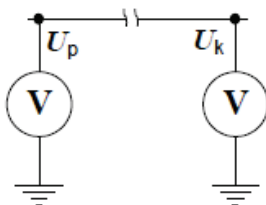
$$\Delta T_{\text{разлика}} = |T_{\text{мерено}} - T_{\text{тачно}}| \text{ }^{\circ}\text{C} = |10,9 - 10| \text{ }^{\circ}\text{C} = |9,1 - 10| \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{разлика}} = 0,9 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Разлика мерених температура једнака је:

$$T_{\text{мерено}} = (10 \pm 0,9) \text{ }^{\circ}\text{C}$$

12. Напон на крајевима далековода мери се волтметрима који су постављени на његовом почетку и крају. Измерене вредности напона су: $U_P = 218 \text{ kV}$, $U_K = 209 \text{ kV}$, респективно. Одредити границе грешке мерења пада напона на проводнику, $U_P - U_K$, ако је апсолутна грешка мерења употребљених волтметара 1%.



РЕШЕЊЕ

Апсолутне грешка од 1%, за први волтметар, уколико је његово показивање $U_P = 218 \text{ kV}$, износи:

$$\Delta U_P = 2,18 \text{ kV}$$

на основу чега следи да су максималан и минималан напон који може да прикаже први волтметар:

$$U_{P\max} = U_P + \Delta U_P = 220,18 \text{ kV}$$

$$U_{P\min} = U_P - \Delta U_P = 215,82 \text{ kV}$$

Апсолутна грешке од 1% за други волтметар, уколико је његово показивање $U_K = 209 \text{ kV}$, износи:

$$\Delta U_K = \pm 2,09 \text{ kV},$$

на основу чега следи да су максималан и минималан напон који може да прикаже други волтметар:

$$\Delta U_{K\max} = U_K + \Delta U_K = 211,09 \text{ kV}$$

$$U_{K\min} = U_K - \Delta U_K = 206,91 \text{ kV}$$

Тачна разлика између мерених напона једнака је:

$$U_{\text{тачно}} = U_P - U_K = 218 \text{ kV} - 209 \text{ kV} = 9 \text{ kV}$$

Границе грешке мерења једнаке су:

$$U_{P\max} - U_{K\min} = 220,18 \text{ kV} - 206,91 \text{ kV} = 13,27 \text{ kV}$$

$$U_{P\min} - U_{K\max} = 215,82 \text{ kV} - 211,09 \text{ kV} = 4,73 \text{ kV}$$

Апсолутна грешка при мерењу разлике напона једнака је:

$$\Delta U = |U_{\text{тачно}} - U_{\text{мерено}}| = |9 - 13,27| \text{ kV} = |9 - 4,73| \text{ kV} = 4,27 \text{ kV}$$

Разлика мерених напона једнака је:

$$U_{\text{мерено}} = (9 \pm 4,27) \text{ kV}$$

13. Измерена вредност напона помоћу волтметра, чији је мерни опсег 150 V, једнака је 83 V. Одредити границе грешке мерења, ако се за употребљено мерило гарантује да грешка није већа од 1% вредности пуне скале.

РЕШЕЊЕ

Границе грешке, од 1%, за волтметар, уколико је његов мерни опсег 150 V, а показивање $U_{\text{тачно}} = 83 \text{ V}$, су:

$$\Delta U_{\text{mernog_opsega}} = \frac{150 \text{ V}}{100} = 1,5 \text{ V}$$

$$U_{\text{max}} = U_{\text{tačno}} + \Delta U_{\text{mernog_opsega}} = 84,5 \text{ V}$$

$$U_{\text{min}} = U_{\text{tačno}} - \Delta U_{\text{mernog_opsega}} = 81,5 \text{ V}$$

$$U_{\text{mereno}} = (83 \pm 1,5) \text{ V}$$

14. Напон (U) на крајевима отпорника (R) отпорности $100 \Omega \pm 0,1 \Omega$ је $5 \text{ V} \pm 0,01 \text{ V}$. Одредити границе грешке мерења при израчунавању снаге дисипације (P).

РЕШЕЊЕ

На основу датих података, апсолутна грешке вредности отпорника је $0,1 \Omega$, док је апсолутна грешка вредности напона $0,01 \text{ V}$.

Тачна вредност снаге дисипације на отпорнику је:

$$P = \frac{U^2}{R} = 250 \text{ mW}$$

Апсолутна грешка ΔP услед одступања при израчунавању снаге дисипације одређује се из израза:

$$\Delta P = \left| \frac{dP}{dU} \cdot \Delta U \right| + \left| \frac{dP}{dR} \cdot \Delta R \right| = \left| \frac{2U}{R} \cdot \Delta U \right| + \left| -\frac{U^2}{R^2} \cdot \Delta R \right|$$

$$\Delta P = 1 \text{ mW} + 0,25 \text{ mW} = 1,25 \text{ mW}$$

$$P = (250 \pm 1,25) \text{ mW}$$

15. Одредити номиналну отпорност R жице, апсолутну и релативну грешку услед одступања у отпорности жице када су дати следећи подаци:

$$\rho = (45,6 \cdot 10^{-6} \pm 0,15 \cdot 10^{-6}) \Omega \text{ cm}$$

$$l = (523,8 \pm 0,2) \text{ cm}$$

$$D = (0,062 \pm 1,2 \cdot 10^{-3}) \text{ cm}$$

где је ρ специфична отпорност жице, l дужина жице и D пречник жице.

РЕШЕЊЕ

Номинална отпорност R жице једнака је:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \rho \cdot \frac{4l}{\pi D^2} = 45,6 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{4 \cdot 523,8}{3,14 \cdot (0,062)^2} = 7,915 \, \Omega$$

Апсолутна грешка, ΔR , услед одступања отпорности жице, једнака је:

$$\Delta R = \left| \frac{dR}{d\rho} \cdot \Delta\rho \right| + \left| \frac{dR}{dl} \cdot \Delta l \right| + \left| \frac{dR}{dD} \cdot \Delta D \right|$$

$$\frac{dR}{d\rho} \cdot \Delta\rho = \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot D^2} \cdot \Delta\rho = \frac{4 \cdot 523,8}{3,14 \cdot (0,062)^2} \cdot 0,15 \cdot 10^{-6} = 0,026 \, \Omega$$

$$\frac{dR}{dl} \cdot \Delta l = \frac{4 \cdot \rho}{\pi \cdot D^2} \cdot \Delta l = \frac{4 \cdot 45,6 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot (0,062)^2} \cdot 0,2 = 0,003 \, \Omega$$

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dD} \cdot \Delta D &= -2 \cdot \frac{4 \cdot \rho \cdot l}{\pi \cdot D^3} \cdot \Delta D = -2 \cdot \frac{4 \cdot 45,6 \cdot 10^{-6} \cdot 523,8}{3,14 \cdot (0,062)^3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \\ &= -0,306 \, \Omega \end{aligned}$$

$$\Delta R = 0,026 \, \Omega + 0,003 \, \Omega + 0,306 \, \Omega = 0,335 \, \Omega$$

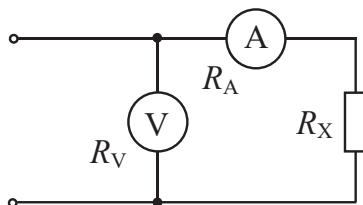
Из претходног следи да се отпорност жице може налазити у опсегу:

$$R = (7,915 \pm 0,335) \, \Omega$$

Релативна грешка, услед одступања отпорности жице, једнака је:

$$\frac{\Delta R}{R} \cdot 100 [\%] = \frac{0,335}{7,915} \cdot 100 [\%] = 4,23 \, \%$$

- 16.Одредити општи израз за релативну грешку при мерењу отпорности методом волтметра и амперметра (струјна веза), на начин приказан на слици, под претпоставком да су вредности унутрашње отпорности амперметра и волтметра познате.



РЕШЕЊЕ

Волтметар мери збир напона на амперметру, који има коначну отпорност R_A , и напона на отпорности R_X , односно:

$$U = I \cdot R_A + I \cdot R_X = I \cdot (R_A + R_X) = I \cdot R_m$$

где је U очитавање волтметра, I очитавање амперметра и R_m отпорност на којој волтметар мери напон.

$$R_m = \frac{U}{I} = R_A + R_X$$

Апсолутна грешка, ΔR , услед мерења отпорности овом методом је:

$$\Delta R = R_m - R_X = R_A$$

Релативна грешка услед мерења отпорности, овом методом, је:

$$\frac{\Delta R}{R_X} = \frac{R_m - R_X}{R_X} = \frac{R_A}{R_X} 100\%$$

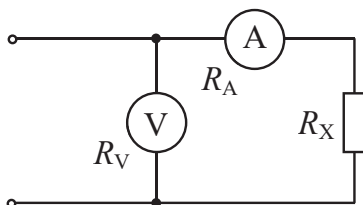
Поправка резултата мерења, корекција мерења, једнака је:

$$K = -\Delta R = -R_A$$

Тачна вредност отпорности R_X :

$$R_X = R_m + K = R_m - R_A$$

17. Одредити тачну вредност отпорности R_X и релативну грешку при мерењу отпорности методом волтметра и амперметра (струјна веза), на начин приказан на слици, ако је вредност унутрашње отпорности амперметра $R_A = 10 \Omega$, вредност унутрашње отпорности волтметра $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ и показивања инструметана 1,286 V и 9,89 mA.



РЕШЕЊЕ

Волтметар мери збир напона на амперметру и напона на отпорности отпорности R_X , односно:

$$U = I \cdot R_A + I \cdot R_X = I \cdot (R_A + R_X) = I \cdot R_m$$

где су U очитавање волтметра, I очитавање амперметра и R_m отпорност на којој волтметар мери напон.

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{1,286 \text{ V}}{9,89 \text{ mA}} = 128,86 \Omega$$

Тачна вредност отпорности R_X једнака је:

$$R_X = R_m - R_A = R_m - R_A$$

$$R_m = R_A + R_X \Rightarrow R_X = R_m - R_A$$

$$R_X = 128,86 \Omega - 10 \Omega = 118,86 \Omega$$

Поправка резултата мерења, корекција мерења, K једнака је:

$$K = -\Delta R = -R_A = -10 \Omega$$

Апсолутна грешка, ΔR , услед мерења отпорности овом методом је:

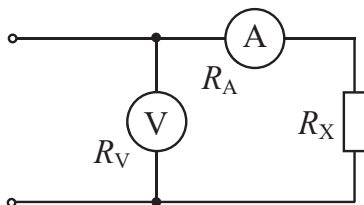
$$\Delta R = R_m - R_X = R_A = 10 \Omega$$

Релативна грешка услед мерења отпорности, овом методом, је:

$$\frac{\Delta R}{R_X} = \frac{R_m - R_X}{R_X} = \frac{R_A}{R_X} 100\% = \frac{10 \Omega}{118,86 \Omega} 100\% = 8,41\%$$

За мерење малих вредности отпорности боље је применити напонску везу.

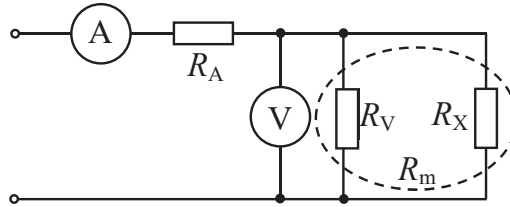
18. Одредити општи израз за релативну грешку при мерењу отпорности методом амперметра и волтметра (напонска веза), на начин приказан на слици, под претпоставком да су вредности унутрашње отпорности амперметра и волтметра познате.



РЕШЕЊЕ

Волтметар мери напон, U , на паралелној вези отпорности R_X и своје унутрашње отпорности R_V .

$$R_m = R_V || R_X = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X}$$



Амперметар мери збир струја које теку кроз унутрашњу отпорност волтметара, R_V , и струје кроз отпорност R_X , односно:

$$I = I_V + I_X = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_X} = \frac{U \cdot (R_X + R_V)}{R_V \cdot R_X} = \frac{U}{R_m}$$

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X}$$

Апсолутна грешка, ΔR , услед мерења отпорности овом методом је:

$$\Delta R = R_m - R_X = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X} - R_X = \frac{-R_X^2}{R_V + R_X} \cdot \frac{\frac{1}{R_V}}{\frac{1}{R_V}} = -\frac{\frac{R_X}{R_V}}{1 + \frac{R_X}{R_V}} R_X$$

Релативна грешка услед мерења отпорности, овом методом, је:

$$\frac{\Delta R}{R_X} 100\% = -\frac{\frac{R_X}{R_V}}{1 + \frac{R_X}{R_V}} 100\%$$

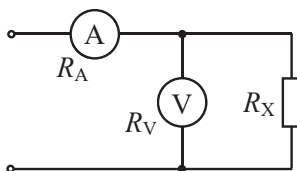
Поправка резултата мерења, корекција мерења, једнака је:

$$k = \frac{R_V}{R_V - R_m}$$

Тачна вредност отпорности R_X :

$$R_X = k \cdot R_m$$

19. Одредити тачну вредност отпорности R_X и релативну грешку при мерењу отпорности методом амперметра и волтметра (напонска веза), на начин приказан на слици, вредност унутрашње отпорности амперметра $R_A = 10 \Omega$, вредност унутрашње отпорности волтметра $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ и показивања инструметана $10,86 \text{ V}$ и $5,43 \mu\text{A}$.



РЕШЕЊЕ

Амперметар мери збир струја које теку кроз унутрашњу отпорност волтметара R_V и струје кроз отпорност R_X , односно:

$$I = I_V + I_X = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_X} = \frac{U \cdot (R_X + R_V)}{R_V \cdot R_X} = \frac{U}{R_m} \Rightarrow R_m = \frac{U}{I}$$

$$R_m = \frac{10,86 \text{ V}}{5,43 \mu\text{A}} = 2 \text{ M}\Omega$$

Волтметар мери напон, U , на паралелној вези отпорности R_X и своје унутрашње отпорности R_V .

$$R_m = R_V || R_X = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X} \Rightarrow R_X = \frac{R_m \cdot R_V}{R_V - R_m}$$

$$R_X = \frac{2 \text{ M}\Omega \cdot 10 \text{ M}\Omega}{10 \text{ M}\Omega - 2 \text{ M}\Omega} = \frac{20 \text{ M}\Omega}{8 \text{ M}\Omega} = 2,5 \text{ M}\Omega$$

Релативна грешка услед мерења отпорности, овом методом, је:

$$\frac{\Delta R}{R_X} 100\% = - \frac{\frac{R_X}{R_V}}{1 + \frac{R_X}{R_V}} 100\% = - \frac{\frac{2,5 \text{ M}\Omega}{10 \text{ M}\Omega}}{1 + \frac{2,5 \text{ M}\Omega}{10 \text{ M}\Omega}} 100\%$$

$$\frac{\Delta R}{R_X} 100\% = - \frac{0,25}{1 + 0,25} \approx -20 \%$$

За мерење великих вредности отпорности боље је применити струјну везу.

20. Приликом мерења струје, у току неког временског интервала, добијене су следеће вредности три пута 4 mA, четири пута 3 mA, један пут 4,5 mA, један пут 5,5 mA и један пут 6 mA. Колика је средња вредност струје, I_{av} , и стандардно одступање s ? Одредити интервал у коме је вероватноћа да се налази мерена вредност 68,2%.

РЕШЕЊЕ

Средња (просечна) вредност струје једнака је:

$$\bar{I} = I_{av} = \frac{\sum_{i=1}^{10} I_i}{n}$$

где је n број мерења.

$$\bar{I} = \frac{3 \cdot 4 \text{ mA} + 4 \cdot 3 \text{ mA} + 4,5 \text{ mA} + 5,5 \text{ mA} + 6 \text{ mA}}{10} = \frac{40 \text{ mA}}{10} = 4 \text{ mA}$$

Стандардно одступање мерења једнако је:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I})^2}{n - 1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{9} (3 \cdot (4 - 4)^2 + 4 \cdot (3 - 4)^2 + (4,5 - 4)^2 + (5,5 - 4)^2 + (6 - 4)^2)}$$

$$s = \sqrt{\frac{10,5}{9}} \approx 1,08 \text{ mA}$$

Интервал у коме је вероватноћа да се налази мерена вредност 68,2% је:

$$\bar{x} \pm s = \bar{I} \pm s = (4 \pm 1,08) \text{ mA}$$

или од 2,92 mA до 5.08 mA.

21. Мерење температура је поновљено 45 пута и добијени су следећи резултати:

Температура [°C]	708	710	712	717	721	725	730
Број мерења	2	4	7	16	10	5	1

Одредити интервал у коме је вероватноћа да се налази мерена вредност 95,4%.

РЕШЕЊЕ

Средња (просечна) вредност мерења температуре једнака је:

$$\bar{T} = T_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n}$$

$$\bar{T} = \frac{2 \cdot 708 + 4 \cdot 710 + 7 \cdot 712 + 16 \cdot 717 + 10 \cdot 721 + 5 \cdot 725 + 730}{45}$$

$$\bar{T} = 717,27 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Стандардно одступање мерења једнако је:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_{av})^2}{n - 1}} = 5,15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Интервал у коме је вероватноћа да се налази мерена вредност 95,4 % је:

$$\bar{T} \pm 2 \cdot s = (717,27 \pm 10,36) \text{ }^{\circ}\text{C}$$

или од 706,9 °C до 727,63 °C

2.5. Грешка мерења и мерна несигурност- задаци

22. Волтметар класе 0,5 има скалу од 0 V до 150 V. Мери се напон од 75 V. Треба одредити границе грешке мерења.

РЕШЕЊЕ

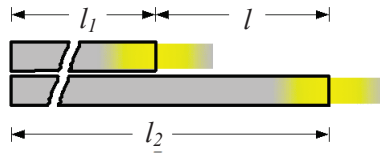
Границе дозвољене апсолутне грешке инструмента, када је тачност инструмента изражена класом тачности K, је:

$$G = \pm \frac{K}{100} x_{\max} = \pm 0,5 \cdot \frac{150}{100} = \pm 0,75 \text{ V}$$

Границе дозвољене релативне грешке инструмента, када је тачност инструмента изражена класом тачности K, је:

$$G_{\%} = \pm K \left| \frac{x_{\max}}{x} \right| = \pm 0,5 \cdot \frac{150}{75} = \pm 1 \%$$

23. Одредити релативну мерну несигурност, u_l , мерења разлике дужине два штапа (l), ако су дужине штапова $l_1 = 97 \text{ mm}$ и $l_2 = 100 \text{ mm}$ измерене са мерном несигурношћу од 1 mm.

**РЕШЕЊЕ**

Релативна грешка мерења дужине првог штапа једнака је:

$$\frac{u_{l_1}}{l_1} 100[\%] = \frac{97 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} 100[\%] \approx 1 \%$$

Релативна грешка мерења дужине другог штапа једнака је:

$$\frac{u_{l_2}}{l_2} 100[\%] = \frac{100 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} 100[\%] = 1 \%$$

Разлика дужине два штапа једнака је:

$$l = l_2 - l_1 = 100 \text{ mm} - 97 \text{ mm} = 3 \text{ mm}.$$

Мерна несигурност мерења типа А једнака је:

$$u_l = \sqrt{u_{l_2}^2 - u_{l_1}^2} \approx \sqrt{(1 \text{ mm})^2 + (1 \text{ mm})^2} \approx 1,4 \text{ mm}$$

$$\frac{u_l}{l} 100[\%] = 47 \%.$$

24. Одредити проширену мерну несигурност волтметра са покретним гвожђем, ако је класа тачности $K=0,5$, максимално показивање инструмента (опсег мерења) $M=130 \text{ V}$ и фактор проширења $k=2$. При мерењу показана вредност напона је $U_p = 71,1 \text{ V}$.

РЕШЕЊЕ

Мерна несигурност, типа B , за показне аналогне инструменте једнака је:

$$u_B = \frac{K/100}{\sqrt{3}} \cdot M = \frac{0,5/100}{\sqrt{3}} \cdot 130 = 0,375 \text{ V}$$

Ако је фактор проширења $k=2$, вредност мереног напона једнака је:

$$U_x = (71,1 \pm 0,75) \text{ V}$$

Релативна несигурност типа B једнака је:

$$u_{B\%} = \pm \frac{U_x}{U_P} \cdot 100 \% = \pm \frac{0,75 \text{ V}}{71,1 \text{ V}} \cdot 100 \% = \pm 1,1 \%$$

25. Одредити проширену мерну несигурност дигиталног амперметра, коришћењем података произвођача. Опсег мерења је $M = 200 \text{ mA}$, релативна грешка $\pm 0,1\%$ од читања и $0,2\%$ од опсега. При мерењу је добијен резултат $I_X = 60 \text{ mA}$. Претпоставити да је фактор проширења $k=2$.

РЕШЕЊЕ

Мерна несигурност, типа B , за показне дигиталне инструменте једнака је:

$$u_B = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + \frac{\delta_2}{100} M}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 60 + \frac{0,2}{100} \cdot 200}{\sqrt{3}} = 0,09 \text{ mA}$$

Ако је фактор проширења $k=2$, вредност мерене струје је:

$$I_X = (60,0 \pm 0,18) \text{ mA}$$

Релативна несигурност типа B једнака је:

$$u_{B\%} = \pm \frac{0,18 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100 \% = \pm 0,3 \%$$

26. Одредити проширену мерну несигурност дигиталног амперметра, коришћењем података произвођача. Опсег мерења је $M = 200 \text{ mA}$, релативна грешка очитавања је $\pm 0,1 \%$ од броја, а екран има 4 цифре. При мерењу је добијен резултат $I_X = 60 \text{ mA}$. Претпоставити да је фактор проширења $k=2$.

РЕШЕЊЕ

Пошто дисплеј има 4 цифре, то значи да на њему може да се прикаже бројна вредност у опсегу 0-1999, односно 2000 различитих вредности мерене величине.

Резолуција инструмента R одређује се као опсег/број различитих вредности, док је број цифара N за процену максималне грешке једнак 2 (треба узети у обзир да се за приказ резултата користе 2 од 4 цифре).

Мерна несигурност, типа B , за показне дигиталне инструменте када је познат број цифара дисплеја одређује се из израза:

$$u_B = \frac{\frac{\delta_1}{100} X + NR}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 60 + 2 \cdot \frac{200}{2000}}{\sqrt{3}} = 0,15 \text{ mA}$$

Ако је фактор проширења $k = 2$, вредност мерене струје је:

$$I_x = (60,0 \pm 0,3) \text{ mA}$$

Релативна несигурност типа B једнака је:

$$u_{B\%} = \pm \frac{0,3 \text{ mA}}{60,0 \text{ mA}} \cdot 100 \% = \pm 0,5 \%$$

2.6. Питања за проверу знања

1. Грешке које су последица неправилног одвијања мерног процеса, услед неодговарајућих услова рада мерне опреме или погрешног поступка називају се:
 - а) грубе грешке
 - б) случајне грешке
 - в) систематске грешке

2. Грешка која при поновљеним мерењима остаје стална или се мења на предвидљив начин назива се:
 - а) груба грешка
 - б) случајна грешка
 - в) систематска грешка

3. Грешка која се при поновљеним мерењима мења на непредвидљив начин назива се:
 - а) груба грешка
 - б) случајна грешка
 - в) систематска грешка

4. Грешка која настаје при мерењу на температури $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ када се користи мерни лењир који је калибрисан на температури $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ назива се:
 - а) груба грешка
 - б) случајна грешка
 - в) систематска грешка

5. Грешке које настају због погрешног очитавања показивања инструмента називају се:
 - а) груба грешка
 - б) случајна грешка
 - в) систематска грешка

6. Ако је постигнута висока тачност мерења, то значи:
- а) да је мала системска грешка
 - б) да је мала случајна грешка
7. Ако је постигнута висока прецизност мерења, то значи:
- а) да је мала системска грешка
 - б) да је мала случајна грешка
8. Са колико је значајних цифара записан број 1,1?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном
9. Са колико је значајних цифара записан број 0,11?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном
10. Са колико је значајних цифара записан број 0,0011?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном
11. Са колико је значајних цифара записан број $11 \cdot 10^{-3}$?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном
12. Са колико је значајних цифара записан број $1,1 \cdot 10^{-3}$?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном
13. Са колико је значајних цифара записан број 110?
- а) три
 - б) две
 - в) четири
 - г) једном

- 56

23. Компензација процењеног систематског деловања назива се _____.
24. Ненегативни параметар, који описује расипање вредности величине које се приписује мереној величини, назива се _____.
25. Блискост вредности која представља резултат мерења и праве вредности величине која се мери назива се _____ мерења.
26. Блискост слагања показивања мерила или вредности мерене величине добијених поновљеним мерењем, на истом или сличном објекту, при специфицираним условима назива се _____ мерења.
27. Блискост слагања између резултата узастопних мерења исте мерене величине, извршених у истим условима мерења назива се _____ резултата мерења.

3. МЕРНА СРЕДСТВА

3.1. Теоријска основа

Мерило (*measuring instrument*) је основни појам мерне технике. Под овим називом се подразумева уређај намењен да се самостално, или заједно са другим уређајем (уређајима), користи за обављање мерења. Разликују се две основне категорије мерила: показна мерила и материјализоване мере.

Мерни систем (*measuring system*) је скуп мерних средстава (мерила и друге опреме) састављен са циљем извођења одређеног мерења. Конструктивно, мерни систем може да буде израђен као један (сложен) уређај (мерни инструмент).

Показно мерило (*indicating measuring instrument*) је мерно средство које даје излазни сигнал који носи информацију о мереној величини. Излазни сигнал показује вредност мерене величине. Показно мерило може да обезбеђује запис свог приказивања. Показно мерило које резултат мерења приказује у визуелном облику назива се **мерило са приказивањем** (*displaying measuring instrument*). Приказивање (*display*) може да буде аналогно или дигитално

Под називом “аналогни мерни инструмент” (*analogue measuring instrument*) подразумева се мерило чији је излазни сигнал или приказивање непрекидна функција мерене величине, или улазног сигнала. Термин “аналогни” се односи на облик представљања излазног сигнала или приказа, а не на принцип рада мерила.

Под називом “дигитални мерни инструмент” (*digital measuring instrument*) подразумева се мерило које обезбеђује дигитални приказ или даје дигитални излазни сигнал.

Константа мерила је коефицијент којим се множи непосредно приказивање да би се добила вредност мерене величине или величине која се користи да би се израчунала вредност мерене величине. Мерило које има један уређај за приказивање (дисплеј) и више мерних опсега, има више константи које одговарају појединим опсезима (нпр. одговарају разним положајима преклопника). Мерило чије је непосредно приказивање једнако вредности мерене величине има константу једанку 1.

Метролошка својства мерила су:

- **Опсег показивања** мерила (*indication interval, range of indications*) је скуп вредности величине која се приказује, одређен доњом и горњом границом показивања.
- **Називни опсег показивања** (*nominal indication interval, nominal range*) је скуп вредности величине која се приказује, ограничен вредностима које се добијају заокружљивањем или апроксимацијом граничних вредности показивања. Примењује се за означавање одговарајућег подешавања (*setting*) мерног инструмента (система).
- **Мерни опсег** (*measuring interval, measuring range*) представља опсег вредности величине одређене врсте, која може да се измери одређеним мерилом, са назначеном мерном несигурношћу и под утврђеним условима.
- **Називни услови рада** (*rated operating conditions*) су услови употребе који морају да буду испуњени да би мерило обављало своју функцију на исправан начин.
- **Гранични услови рада** (*limiting operating conditions*) су екстремни услови које мерило треба да издржи без оштећења и без губљења својих метролошких својстава након довођења у називне услове рада.
- **Референтни услови** рада (*reference conditions*) су услови употребе прописани за испитивање својстава мерила или за међусобно поређење (*intercomparison*) резултата мерења.
- Најмања промена мерене или задате величине која изазива уочљиву промену показивања мерила представља његову **резолюцију** (*resolution*). Резолуција уређаја за приказивање резултата мерења (*resolution of displaying device*) дефинише се као најмања разлика у показивању која може јасно да се уочи.
- **Праг разликовања** (*discrimination threshold*) је највећа промена мерене величине (побуде) која не изазива уочљиву промену показивања (одзива) мерила.
- **Мртва зона** (*dead band*) је највећи интервал унутар којег мерена величина може да се мења у оба смера, а да не изазове промену показивања која може да се уочи (детектује).
- Под појмом **“стабилност мерила”** (*stability of a measuring instrument*) подразумева се способност мерног средства да очува константним своја метролошка својства током времена.
- Промена показивања инструмента која настаје као резултат промене метролошких својстава мерила назива се **“шетање”** (*instrumental drift*).
- Количник промене показивања (излаза, одзива) мерила и одговарајуће промене вредности величине која се мери (побуде) назива се **осетљивост** (*sensitivity of a measuring system*).

- Са становишта намене, основно својство мерног средства је **тачност**, способност мерила да даје одзив (показивање) близак вредности величине која се мери.
- **Класа тачности** (*accuracy class*) је категорија мерних средстава која задовољавају одређене метролошке захтеве у погледу грешке мерења или мерне несигурности, у специфицираним условима рада.
- **Највеће дозвољене грешке мерила** (*maximum permissible measurement error*) су екстремне вредности грешке изражене у односу на познату (изабрану) референтну вредност мерене величине, дозвољене спецификацијама или одредбама које се односе на дато мерење или мерно средство. Када постоје само две екстремне вредности оне се обично називају **границе грешке**.
- **Грешка контролне тачке** (*datum measurement error*) је грешка мерила при одређеном показивању или при одређеној вредности мерене величине, која је изабрана за преглед мерила.
- Под називом **подешавање мерила** (*adjustment of a measuring system*) подразумева се поступак довођења мерила у стање у којем његова метролошка својства одговарају његовој намени.
- Под називом **подешавање нуле** (*zero adjustment*) подразумева се подешавање мерила тако да се постигне да је показивање једнако нули када је мерена величина једнака нули.
- **Линеарност** (*linearity of a measuring instrument*) је својство мерила да даје показивање које је у линеарној вези са мереном величином.
- **Хистерезис** (*hysteresis*) је појава која се исказује као неједнозначност карактеристике мерила. Одзив зависи не само од улазне величине већ и од предисторије система.

3.2. Задаци

1. Колика је константа мерила броја обртаја приказаног на слици, ако се зна да ово мерило треба да мери 5000 обртаја/минути?



РЕШЕЊЕ

Константа показивања инструмента добија се као количник максималног показивања на скали и броја подеока на скали инструмента:

$$C = \frac{5000 \frac{\text{обртаја}}{\text{минути}}}{50} = 100 \frac{\text{обртаја}}{\text{минути}}$$

2. Колика је константа мерила броја обртаја приказаног на слици, ако се зна да ово мерило треба да мери 2500 обртаја/минути?

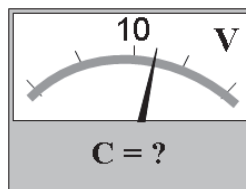


РЕШЕЊЕ

Константа показивања инструмента добија се као количник максималног показивања на скали и броја подеока на скали инструмента:

$$C = \frac{2500 \frac{\text{обртаја}}{\text{минути}}}{50} = 50 \frac{\text{обртаја}}{\text{минути}}$$

3. Одредити константу показивања волтметра приказаног на слици.

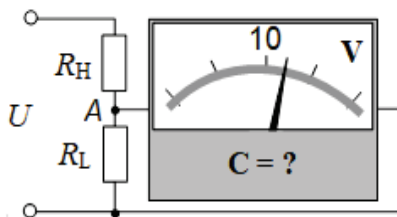


РЕШЕЊЕ

Константа показивања инструмента добија се као количник максималног показивања на скали и броја подеока на скали инструмента:

$$C = \frac{20 \text{ V}}{4 \text{ под.}} = 5 \frac{\text{V}}{\text{под.}}$$

4. Одредити константу показивања у колу приказаном на слици, под претпоставком да је унутрашња отпорност волтметра позната.



РЕШЕЊЕ

Отпорности R_H и R_L чине делитељ напона чији је излазни напон једнак:

$$U_A = \frac{R_L || R_V}{R_H + R_L || R_V} U = \frac{R_L R_V}{R_H(R_L + R_V) + R_L R_V} U \approx \frac{R_L}{R_H + R_L} U = k \cdot U$$

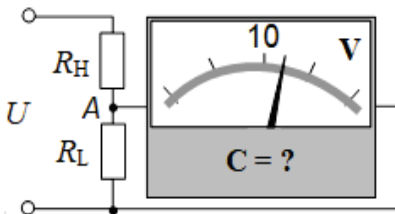
где је R_V унутрашња отпорност волтметра и k константа преноса отпорничког делитеља напона.

Константа показивања инструмента добија се као количник максималног показивања и броја подеока на скали инструмента.

Узимајући у обзир и делитељ напона, чија је улога да омогући проширење мерног опсега, као и скалу инструмента приказану на слици, константа показивања инструмента једнака је:

$$C = \frac{1}{k} \cdot \frac{20 \text{ V}}{4 \text{ под.}} = \frac{1}{k} \cdot 5 \frac{\text{V}}{\text{под.}}$$

5. Одредити константу показивања у колу приказаном на слици, под претпоставком да је унутрашња отпорност волтметра $R_V = 10 \text{ M}\Omega$, отпорници $R_H = 10 \text{ k}\Omega$ и $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ и $U = 240 \text{ V}$.



РЕШЕЊЕ

Отпорности R_H и R_L чине делитељ напона чији је излазни напон једнак:

$$U_A = \frac{R_L || R_V}{R_H + R_L || R_V} U \approx \frac{R_L}{R_H + R_L} U = \frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega} \cdot U = \frac{1}{2} \cdot U \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

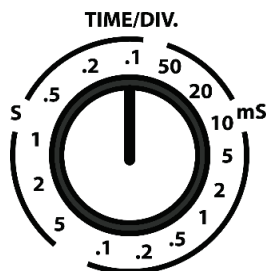
где је R_V унутрашња отпорност волтметра и k константа преноса отпорничког делитеља напона.

Константа показивања инструмента добија се као количник максималног показивања и броја подеока на скали инструмента.

Узимајући у обзир и делитељ напона, чија је улога да омогући проширење мерног опсега, константа показивања инструмента једнака је:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{20 \text{ V}}{4 \text{ под.}} = 10 \frac{\text{V}}{\text{под.}}$$

6. Таласни облик напона $U(t) = U_m \sin(150t)$ се посматра осцилоскопом. Екран осцилоскопа подељен је по ширини на десет подеока, а по висини на 8 подеока. Који положај преклопника за одабир хоризонталне осетљивости, приказан на слици, изабрати како би се на екрану осцилоскопа видела приближно једна четвртина периоде посматраног сигнала?



РЕШЕЊЕ

Трајање једне периоде задатог напона, $U(t)=U_m \sin(150t)$, једнако је:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28 \text{ rad}}{150 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 41,87 \text{ ms}$$

Трајање једне четвртине периоде задатог сигнала је:

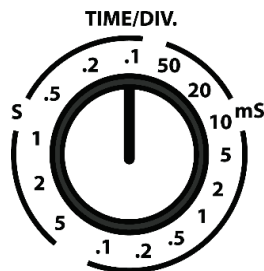
$$\frac{T}{4} = \frac{41,87 \text{ ms}}{4} = 10,47 \text{ ms}$$

Екран осцилоскопа по хоризонталној оси подељен је на десет подеока, вредност једног подеока се, у овом случају, добија на следећи начин:

$$\frac{\text{TIME}}{\text{DIV}} = \frac{\frac{T}{4}}{10} = \frac{10,47 \text{ ms}}{10} = 1,047 \text{ ms}$$

Како би на екрану осцилоскопа била приказана приближно једна четвртина прериоде, задатог сигнала, преклопник за одабир хоризонталне осетљивости (TIME/DIV) треба поставити у положај 1 ms (1 ms/под.).

7. Таласни облик напона $U(t)=U_m \sin(314t)$ се посматра осцилоскопом. Екран осцилоскопа подељен је по ширини на десет подеока, а по висини на 8 подеока. Који положај преклопника за одабир хоризонталне осетљивости, приказан на слици, изабрати како би се на екрану осцилоскопа видела само једна периоде посматраног сигнала?

**РЕШЕЊЕ**

Трајање једне периоде задатог напона, $U(t)=U_m \sin(314t)$, једнако је:

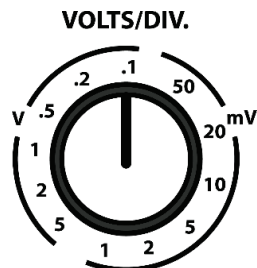
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6,28 \text{ rad}}{314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 20 \text{ ms}$$

Екран осцилоскопа по хоризонталној оси подељен је на десет подеока, вредност једног подеока се, у овом случају, добија на следећи начин:

$$\frac{\text{TIME}}{\text{DIV}} = \frac{T}{10} = \frac{20 \text{ ms}}{10} = 2 \text{ ms}$$

Како би на екрану осцилоскопа била приказана само једна прериода задатог сигнала, преклопник за одабир хоризонталне осетљивости (TIME/DIV) треба поставити у положај 2 ms (2 ms/под.).

8. Таласни облик напона $U(t)=3,5\sin(314t)$ се посматра осцилоскопом. Екран осцилоскопа подељен је по ширини на десет подеока, а по висини на 8 подеока. Нулти напонски ниво осцилоскопа постављен је на средину екрана. Коју минималну вредност положаја преклопника за одабир вертикалне осетљивости, приказан на слици, одабрати како би се на екрану осцилоскопа могла очитати амплитуда сигнала?



РЕШЕЊЕ

Имајући у виду да је посматрани напонски сигнал наизменичан, $U(t)=3,5\sin(314t)$, и да се нулти напонски ниво налази на средини екрана, за приказивање вредности амплитуде једне полупериоде сигнала на екрану преостаје 4 подеока (4 подеока за приказивање позитивне полупериоде и 4 подеока за приказивање негативне полупериоде сигнала).

Амплитуда задатог сигнала је $U_m=3,5 \text{ V}$, минимална вредност положаја преклопника за одабир вертикалне осетљивости се добија на следећи начин:

$$\frac{\text{VOLTS}}{\text{DIV}} = \frac{U_m}{4} = \frac{3,5 \text{ V}}{4} = 0,875 \text{ V}$$

Како би било могуће очитати вредност амплитуде задатог сигнала са екрана осцилоскопа, преклопник за одабир вертикалне осетљивости (VOLTS /DIV) треба поставити у положај 1 V (1 V/под.).

3.3. Питања за проверу знања

1. Извршити класификацију мерних средстава.

а) Сензор б) Материјализована мера в) Мерни претварач

- 1) Фототранзистор _____
- 2) Тер _____
- 3) Термопар _____
- 4) Струјни трансформатор _____
- 5) Отпорник _____
- 6) Микрофон _____

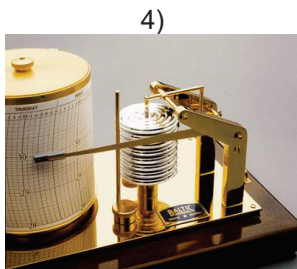
2. Повежите мерило приказано на слици са одговарајућим начином приказивања резултата мерења.

а) Дигитално б) Мешовито в) Аналогно









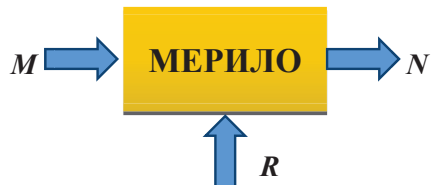


3. Опсег вредности величине која може да се измери одређеним инструментом, са назначеном мерном несигурношћу представља:
 - а) називни опсег
 - б) мерни опсег
 - в) опсег пуне скале
4. Мерило код кога је излазни сигнал представљен у визуелном облику је:
 - а) приказно мерило
 - б) показно мерило
5. Механичка штоперица која мери у корацима по 6° има:
 - а) дигитално показивање
 - б) аналогно показивање
6. Опсег вредности величине која може да се измери одређеним инструментом, са назначеном мерном несигурношћу назива се:
 - а) распон
 - б) називни опсег
 - в) мерни опсег
7. Услови употребе за које су метролошка својства мерила унутар датих граница представљају:
 - а) референтне услове рада
 - б) граничне услове рада
 - в) називне услове рада
8. Екстремни услови које мерило треба да издржи без оштећења и без губљења својих метролошких својстава када се касније употреби у називним условима рада представљају:
 - а) референтне услове рада
 - б) граничне услове рада
 - в) називне услове рада

9. Услови употребе прописани за испитивање својстава мерила или за међусобно поређење резултата мерења представљају:
- а) референтне услове рада
 - б) граничне услове рада
 - в) називне услове рада
10. Однос између побуде и одговарајућег одзива инструмента назива се:
- а) константа мерила
 - б) карактеристика одзива
 - в) осетљивост мерног система
11. Количник промене показивања (*indication*) мерног система и одговарајуће промене вредности величине која се мери назива се:
- а) константа мерила
 - б) карактеристика одзива
 - в) осетљивост мерног система
12. Појава хистерезиса је карактеристична за механичке мерне склопове.
- а) Тачно
 - б) Нетачно
13. Отпорнички термометар који греје медијум чију температуру треба да измери је транспарентан.
- а) Тачно
 - б) Нетачно
14. Мерни систем може да се састоји само од једног мерног инструмента.
- а) Тачно
 - б) Нетачно

15. Највећа промена вредности мерене величине која не изазива уочљиву промену одговарајућег показивања назива се _____.
16. Највећи интервал унутар кога може да се мења побуда у оба смера, а да не произведе промену одзива мерила назива се _____.
17. Појава која се на карактеристици улаз-излаз исказује постојањем одвојених грана за растуће и опадајуће вредности улазне величине назива се _____.
18. Уређај, који се користи за мерење, који на свом излазу даје величину која је у одређеном односу према улазној величини назива се _____.
19. Способност мерила да не мења мерену величину назива се _____.
20. Својство мерила којим своја метролошка својства одржава непроменљивим током времена назива се _____.
21. Спора промена метролошког својства мерила назива се _____.
22. Интервал времена од тренутка када се побуда нагло промени до тренутка када одзив достигне и остане у одређеним границама око своје коначне стабилне вредности назива се _____.
23. Блискост слагања између вредности мерене величине и праве вредности величине која се мери назива се _____.

24. Ако је M мерена величина, R референтна величина, а K константа мерила приказаног на слици, излаз N се добија из релације:



а) $N = K \frac{M}{R}$

б) $N = M \frac{R}{K}$

в) $N = K \frac{R}{M}$

25. Опсег показивања инструмента, одређен доњом и горњом границом представља:

- а) називни опсег
- б) опсег пуне скале
- в) мерни опсег

26. Колики је распон вредности фреквенце коју мери инструмент приказан на слици?



а) 45 Hz

б) 20 Hz

в) 65 Hz

27. Најмања промена величине која се мери, која изазива приметљиву промену одговарајућег показивања назива се _____.

28. Уобичајени назив за интегришућа мерила са дигиталним приказом је _____.

4.

АНАЛОГНА МЕРНА ТЕХНИКА

4.1. Теоријска основа

Прва мерила за мерење величина као што су дужина, маса, време, сила и брзина, представљала су направе чији је принцип рада заснован на законима класичне (Њутнове) механике. По природи ствари оне спадају у категорију аналогних мерила. Развој електронике, уопште, а појава интегрисаних електронских кола, посебно, коренито су изменили основе мерне технике.

Аналогна електронска мерна кола омогућују да се информација о вредности посматране величине представи у облику који је најпогоднији за даљу обраду или пренос.

Развој науке о електрицитету био је условљен постојањем одговарајућих мерних инструмената. Ти први електрични мерни инструменти били су електромеханичке направе помоћу којих се мерење електричних величина сводило на мерење механичких величина (транслаторног или угаоног помераја). Због своје робусности, релативно ниске производне цене и сразмерно добре тачности, примењују се још увек за индустријска мерења. Не захтевају спољашње напајање за свој рад, што у неким случајевима има посебан значај.

4.1.1. Типови аналогних мерних инструмената

Основни типови електромеханичких мерила су:

- **Инструменти са покретним магнетом** (*moving magnet instrument*) – мерила струје чији је принцип рада заснован на интеракцији магнетног поља покретног сталног магнета и струје која тече кроз један или више непокретних калемова.
- **Инструменти са покретним гвожђем** (*moving-iron instrument*) – мерило струје које садржи део од меког магнетног материјала који се покреће под дејством магнетног поља које ствара струја која протиче кроз непокретни калем. Деловање ове струје може да буде појачано уметањем у намотај непокретних делова израђених од меког магнетног материјала.

- **Инструменти са покретним калемом** (*permanent magnet moving-coil*) – принцип рада је заснован на интеракцији електричне струје која протиче кроз покретни калем и магнетног поља непокретног сталног магнета. При мерењу збира струја, покретни део може да садржи више од једног намотаја.
- **Електродинамички инструменти** (*electrodynamic instrument*) је мерило, које садржи један или више мерних елемената, чији је принцип рада заснован на интеракцији струје у једном или више покретних калемова са струјом у једном или више непокретних калемова. У најједноставнијем облику електродинамички инструмент садржи два калема. Принцип рада је сличан као и код претходно описаног инструмента са једним калемом, са том разликом што магнетно поље, у којем се креће покретни калем, не ствара стални магнет, већ калем кроз који протиче електрична струја (електромагнет).
- Инструмент, чији је принцип рада заснован на интеракцији електричне струје која протиче кроз један или више покретних калемова и струје у једном или више непокретних калемова, који садржи магнетно меки материјал у магнетским колима, назива се **феродинамички инструмент** (*ferrodynamic instrument*).
- **Индукциони инструмент** (*induction instrument*) је мерило чији је принцип рада заснован на интеракцији наизменичног магнетног поља, које стварају непокретни електромагнети, са струјама које у покретним проводним елементима индукују други електромагнети.
- **Електростатички инструмент** (*electrostatic instrument*) је мерило разлике потенцијала чији је принцип рада заснован на мерењу електростатичке силе која делује између покретне и непокретне електроде када су оне прикључене на напон који се мери.
- **Термоелектрични инструменти** су засновани на топлотном (термичком) деловању електричне струје. Према начину рада то су мерила температуре која се загревају претварањем електричне енергије у топлоту (Џулов ефект).

У почетном периоду развоја електронске мерне технике, под називом **“електронски мерни инструмент”** подразумевало се мерило са електромеханичким показним уређајем. То је најчешће био милиамперметар са покретним калемом на чијој скали се читава вредност мерене величине која се, посредством електронског мерног кола, пресликава на вредност нормализоване једносмерне струје. Скала инструмента се баждари у одговарајућим јединицама мерене

величине. На овај начин се омогућава мерење низа електричних и неелектричних величина.

4.1.2. Мерни појачавачи

Са становишта мерне технике, **појачавач** је елемент типа улаз-излаз који узима снагу из спољашњег извора, другачијег од извора улазног сигнала, и производи излазни сигнал који представља “верну слику” улаза. Вредност излазне величине је сразмерна вредности улазне величине.

Појачавач напона (*voltage amplifier*) је активни елемент (коло) који на свом излазу даје напон u_{OUT} чија је вредност сразмерна вредности улазног напона u_{IN} . Може да се посматра као извор напона управљан напонам (*voltage controlled voltage source* - VCVS).

Појачавач струје (*current amplifier*) на свом излазу даје струју која је сразмерна улазној струји. У најопштијем смислу, појачавач струје може да се посматра као извор струје управљан струјом (*current controlled current source* - CCCS).

У категорију мерних појачавача сврставају се и елементи код којих улазна и излазна величина немају исту физичку природу. **Транскондуктантни појачавач** (*transconductance amplifier*) је активни елемент (коло) са два приступа типа улаз-излаз, код којег је излазна струја сразмерна вредности улазног напона. Константа преноса улаз-излаз дефинисана је као количник излазне струје и улазног напона:

$$A_g = \frac{i_{OUT}}{u_{IN}}$$

Ова врста појачавача може да се посматра као извор струје управљан напонам (*voltage controlled current source* - VCCS), односно “претварач напона у струју” (**U/I претварач**, *voltage-to-current converter*). Величина A_g има димензију електричне проводности.

Трансрезистантни појачавач (*transresistance amplifier*) је елемент са два приступа код којег је излазни напон сразмеран вредности улазне струје. Константа преноса овог кола представља количник излазног напона и улазне струје:

$$A_r = \frac{u_{OUT}}{i_{IN}}$$

Може да се посматра као извор напона управљан струјом (*current controlled voltage source* - C CVS), односно “претварач струје у напон” (**I/U претварач**, *current-to-voltage converter*). Величина A_r има димензију електричне отпорности (отпорност преноса).

Диференцијални појачавач (*differential amplifier*) је елемент који појачава разлику два сигнала која су представљена величином исте врсте. У мерној техници, појачавач разлике два напона омогућује мерење одступања посматране величине у односу на задату референтну вредност (диференцијални метод мерења).

Количник величина A и A_{CM} је показатељ потискивања заједничког напона (*common mode rejection ratio* - *CMRR*):

$$CMRR = \frac{A}{A_{\text{CM}}}$$

где A_{CM} представља сачинилац преноса заједничког напона (пресликавање заједничког напона на излаз појачавача). Савршени диференцијални појачавач у потпуности потискује заједнички напон ($A_{\text{CM}}=0$).

Ова величина представља важну карактеристику диференцијалног појачавача. Уколико је већа, утолико он боље обавља свој задатак. Обично се изражава у децибелима [dB] према формули:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{A}{A_{\text{CM}}} \text{ [dB]}$$

Посебну врсту диференцијалних појачавача представљају појачавачи који се одликује веома великом улазном отпорношћу тако да не оптерећује извор сигнала који се појачава. Ово својство је веома важно у мерној техници, одакле потиче и назив: **инструментациони појачавач** (*instrumentational amplifier*, *INA*).

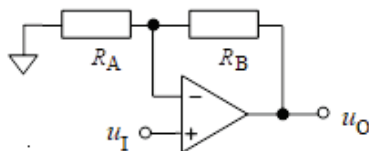
Операциони појачавач (*operational amplifier*) је појачавач који се одликује веома великим појачањем. Ово својство омогућује да се применом повратне спреге остварују разноврсне линеарне и нелинеарне операције. Електронска кола са операционим појачавачима имају широку и разноврсну примену у мерној техници при обради мерних сигнала у аналогном облику. Операциони појачавач, пре свега, омогућује да се појачање слабих електричних сигнала оствари са тачношћу која практично не зависи од појачања самог појачавачког елемента, већ од односа отпорности посредством којих се остварује повратна спрега. На тај начин се прилагођење мерних сигнала остварује са бољом тачношћу од тачности са којом је одређено појачање појачавачких елемената.

Идеални (савршени) **операциони појачавач** има бесконачно велико појачање, а улазне струје (струје инвертујућег и неинвертујућег улаза) су једнаке нули. Када је улазни диференцијални напон једнак нули (односно, када се неинвертујући и инвертујући улаз налазе на

истом потенцијалу), напон на излазу идеалног појачавача је такође једнак нули. Основна кола са операционим појачавачима су:

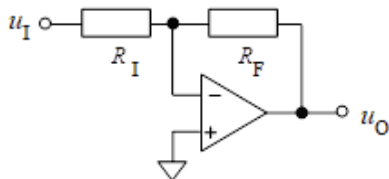
- Неинвертујући појачавач

$$u_O = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) u_I$$



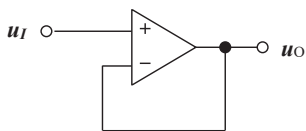
- Инвертујући појачавач

$$u_O = -\frac{R_F}{R_I} u_I$$



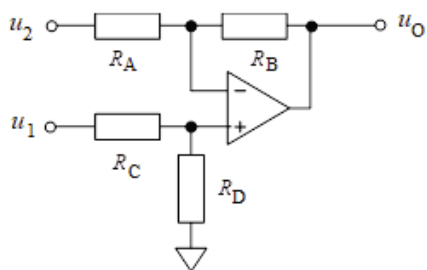
- Јединични појачавач

$$u_O = u_I$$



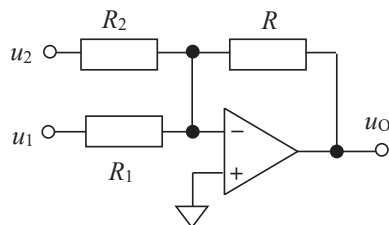
- Појачавач разлике два напона

$$u_O = \frac{R_D}{R_C + R_D} \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) u_1 - \frac{R_B}{R_A} u_2$$



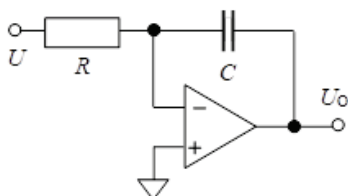
- Сабирач два напона

$$u_O = -\left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2\right)$$



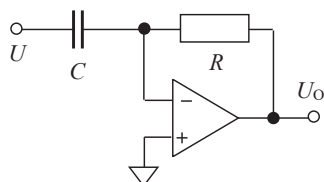
- Интегратор

$$W(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}$$



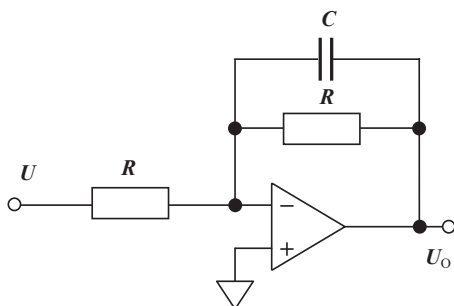
- Диференцијатор

$$W(j\omega) = -j\omega RC$$



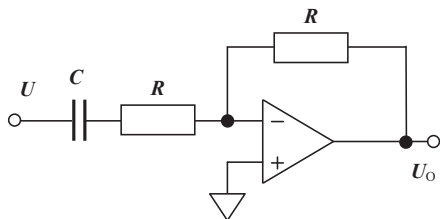
- Филтар пропусник ниских учестаности првог реда

$$W(j\omega) = -\frac{1}{1 + j\omega RC}$$



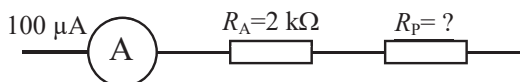
- Филтар пропусник високих учестаности првог реда

$$W(j\omega) = -\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



4.2. Аналогни мерни инструменти - задаци

1. За мерење наизменичног напона, на располагању је микроамперметар са кретним калемом, опсега 0 - 100 μA и унутрашње отпорности $R_A = 2 \text{ k}\Omega$, и једнострани исправљач. Одредити вредност предотпорника, R_P , који треба употребити, да би тако добијени волтметар могао да мери наизменични напон ефективне вредности до 12 V.



РЕШЕЊЕ

Принцип рада инструмената са кретним, односно покретним калемом (*permanent magnet moving-coil*), заснован је на интеракцији електричне струје која протиче кроз покретни калем и магнетног поља непокретног сталног магнета. Користе се претежно за мерење једносмерних струја и напона. Такође, инструменти са покретним калемом могу се користити и за мерење наизменичне струје и напона (синусног облика). Њихово показивање представља средњу вредност величине, односно *DC* компоненту наизменичног сигнала, који је претходно усмерен применом једностраног или двостраног усмерача и тада важи:

$$I_{\text{очитано}} = I_{\text{ав}} \cdot \xi_0 = \bar{I} \cdot \xi_0$$

где је ξ_0 облика за наизменичну струју.

Вредност фактора облика за наизменичну струју зависи од примењеног усмерача:

- за једнострани усмерач

$$\xi_0 = \frac{I_{\text{eff}}}{I_{\text{ав}}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \approx 2,22$$

- за двострани усмерач:

$$\xi_0 = \frac{I_{\text{eff}}}{I_{\text{ав}}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$$

Максимум струјног опсега амперметра је $I_{\text{авrmax}} = 100 \mu\text{A}$, односно уз примену једностраног усмерача:

$$I_{\text{оmax}} = I_{\text{авmax}} \cdot \xi_0 = 100 \mu\text{A} \cdot 2,22 = 222 \mu\text{A}$$

Вредност струје очитане на овај начин, $I_{\text{оmax}}$, представља максималну ефективну вредност струје коју дати амперметар може да измери.

Укупна отпорност једнака је:

$$R = R_P + R_A$$

чија је вредност:

$$R = \frac{U}{I_{\text{оmax}}} = \frac{12 \text{ V}}{222 \mu\text{A}} = 54 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_P = R - R_A = 54 \text{ k}\Omega - 2 \text{ k}\Omega = 52 \text{ k}\Omega$$

2. При испитивању амперметра добијени су резултати приказани у табели:

α [pod]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I [mA]	0,00	1,02	2,02	3,00	4,01	4,99	6,00	7,01	7,98	9,01	10,00

где је α показивање казаљке амперметра, а I тачна вредност струје кроз испитивани амперметар.

Колико износи грешка нелинеарности, ако амперметар треба да се подеси тако да грешка на почетку и на крају мерног опсега буде једнака нули?

РЕШЕЊЕ

Грешка нелинеарности инструмента једнака је:

$$\varepsilon_n = \frac{|\Delta\alpha_{\text{max}}|}{N} \cdot 100\%$$

где су $\Delta\alpha_{\text{max}}$ највеће одступање показивања амперметра од тачне вредности струје, а N опсег показивања амперметра.

$$\varepsilon_n = \frac{|\Delta\alpha_{\text{max}}|}{N} \cdot 100\% = \frac{0,02 \text{ mA}}{10 \text{ mA}} \cdot 100\% = 0,2 \%$$

3. При испитивању волтметра добијени су резултати приказани у табели:

α [pod]	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
U [V]	0,00	0,50	0,97	1,49	1,99	2,51	3,00	3,51	4,00	4,49	5,00

где је α показивање казаљке волтметра а U тачна вредност напона прикљученог на испитивани волтметар.

Колико износи грешка нелинеарности, ако волтметар треба да се подеси тако да грешка на почетку и на крају мерног опсега буде једнака нули?

РЕШЕЊЕ

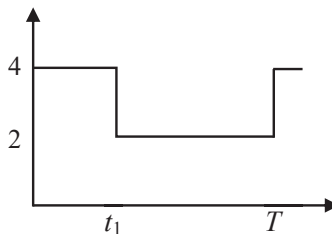
Грешка нелинеарности инструмента једнака је:

$$\varepsilon_n = \frac{|\Delta\alpha_{\max}|}{N} \cdot 100\%$$

где су $\Delta\alpha_{\max}$ највеће одступање показивања волтметра од тачне вредности напона, а N опсег показивања волтметра.

$$\varepsilon_n = \frac{|\Delta\alpha_{\max}|}{N} \cdot 100\% = \frac{0,03 \text{ V}}{5 \text{ V}} \cdot 100\% = 0,6 \%$$

4. Напон $U(t)$ таласног облика приказаног на слици, доведен је на волтметар са покретним гвожђем. Колики је однос t_1/T , ако волтметар покаже напон од 2,7 V?



РЕШЕЊЕ

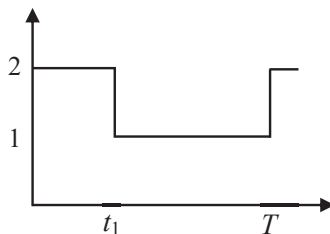
Инструменти са покретним гвожђем (*moving-iron instrument*) су мерила које садржи део од магнетно меког материјала који се покреће под дејством магнетског поља које ствара струја која протиче кроз непокретни калем. Ови инструменти показују ефективну вредност величине коју мере.

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{t_1} (4 \text{ V})^2 dt + \frac{1}{T} \int_{t_1}^T (2 \text{ V})^2 dt}$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\left(\frac{16t_1}{T} + \frac{4T}{T} - \frac{4t_1}{T}\right) \text{ V}^2} = \sqrt{\frac{12t_1}{T} \text{ V}^2 + 4 \text{ V}^2}$$

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{12t_1}{T} V^2 + 4 V^2 \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{U_{\text{eff}}^2 - 4 V^2}{12 V^2} = \frac{(2,7 V)^2 - 4 V^2}{12 V^2} = 0,27$$

5. Напон $U(t)$ таласног облика приказаног на слици, доведен је на волтметар са кретним калемом. Колики је однос t_1/T , ако волтметар покаже напон од 1,6 V?



РЕШЕЊЕ

Инструменти са кретним калемом показују средњу вредност величине коју мере.

$$\bar{U} = U_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} (2 V) dt + \frac{1}{T} \int_{t_1}^T (1 V) dt$$

$$\bar{U} = \frac{2t_1}{T} V + \frac{T}{T} V - \frac{t_1}{T} V = \frac{2t_1}{T} V + 1 V$$

$$\bar{U} = \frac{2t_1}{T} V + 1 V \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{\bar{U} - 1 V}{2 V} = \frac{1,6 V - 1 V}{2 V} = 0,3$$

6. Волтметром са квадратном скалом измерен је напон од 50 V. Колике су границе грешке мерења, која настаје због нетачног читавања положаја казаљке на скали, ако је максимални напон волтметра 150 V, дужина скале 135 mm, док су границе грешке читавања 0,2 mm?

РЕШЕЊЕ

Код инструмената са квадратном скалом важи:

$$\alpha = kx^2$$

где је α положај казаљке, x вредност мерене величине и k константа инструмента.

За максималне вредности положаја казаљке, α_{max} , и максималног напона волтметра важи:

$$\alpha_{\max} = kx_{\max}^2 \Rightarrow k = \frac{\alpha_{\max}}{x_{\max}^2}$$

$$k = \frac{\alpha_{\max}}{x_{\max}^2} = \frac{135}{(150)^2} = 0,006$$

Границе грешке мерења која настаје због нетачног читавања положаја казаљке на скали представљају границе апсолутне грешке, односно:

$$\Delta\alpha = 2 \cdot k \cdot x \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\alpha}{2 \cdot k \cdot x} = \frac{0,2}{2 \cdot 0,006 \cdot 50} = 0,33 \text{ V}$$

4.3. Мерни појачавачи - задаци

7. Колики је однос A_D/A_{CM} диференцијалног појачавача ако је $CMRR=60 \text{ dB}$?

РЕШЕЊЕ

Показатељ потискивања заједничког напона (*common mode rejection ratio* - $CMRR$) диференцијалног појачавача представља количник појачања диференцијалног појачавача, A_D , и сачиниоца преноса заједничког напона (пресликавање заједничког напона на излаз појачавача), A_{CM} .

Обично се изражава у децибелима [dB] према формули:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{A_D}{A_{CM}} \text{ [dB]}$$

Из претходне формуле следи да је однос A_D/A_{CM} једнак:

$$\frac{A_D}{A_{CM}} = 10^{\frac{CMRR}{20}} = 10^{\frac{60}{20}} = 10^3 = 1000$$

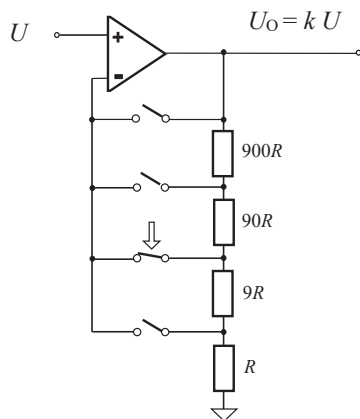
РЕШЕЊЕ

Показатељ потискивања заједничког напона (*common mode rejection ratio* - $CMRR$) диференцијалног појачавача представља количник појачања диференцијалног појачавача, A_D , и сачиниоца преноса заједничког напона, A_{CM} (пресликавање заједничког напона на излаз појачавача).

Изражен у децибелима [dB] једнак је:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{A_D}{A_{CM}} = 20 \log_{10} \frac{100}{0,001} = 20 \log_{10} 10^5 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ dB}$$

8. Колико је појачање, k , улазног сигнала појачавача приказаног на слици, ако је затворен само прекидач означен стрелицом?



РЕШЕЊЕ

На слици је представљено коло неинвертујућег појачавача код кога еквивалентне вредности отпорника могу да се опишу изразима:

$$R_A = 990R$$

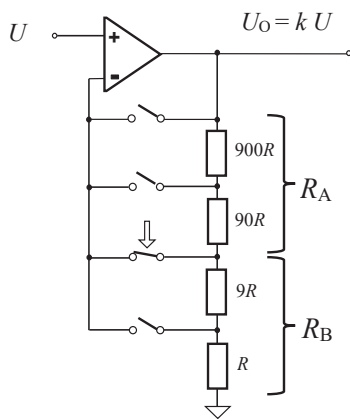
$$R_B = 9R + R = 10R$$

Напон на излазу једнак је:

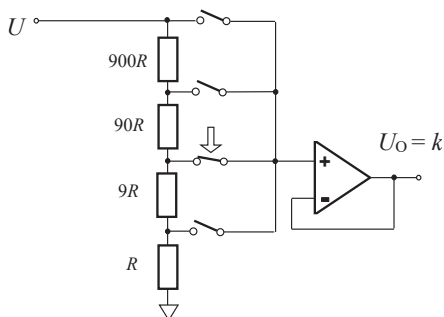
$$U_O = kU = \left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right) U$$

односно, појачање, k , једнако је:

$$k = \frac{U_O}{U} = 1 + \frac{R_A}{R_B} = 1 + \frac{990R}{10R} = 100$$

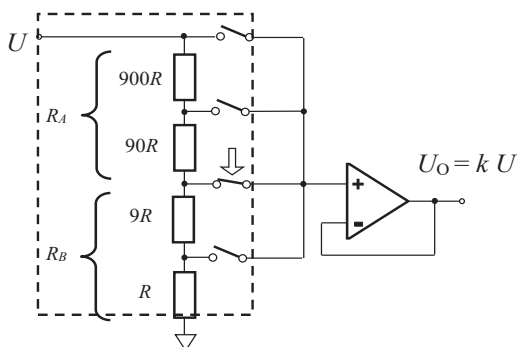


9. Колико је појачање k улазног сигнала појачавача приказаног на слици, ако је затворен прекидач означен стрелицом?



РЕШЕЊЕ

Коло означено на слици представља делитељ напона



код којег је:

$$R_A = 900R + 90R = 990R$$

$$R_B = 9R + R = 10R$$

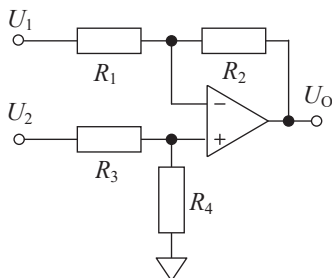
Напон на излазу делитеља напона једнак је:

$$U_A = \frac{R_B}{R_A + R_B} U = 0,01 U$$

Излаз делитеља напона повезан је на излаз кола преко јединичног појачавача, тако да је укупно појачање кола једнако:

$$k = \frac{U_O}{U} = 0,01$$

10.3а коло диференцијалног појачавача, приказаног на слици, оствареног помоћу савршеног операционог појачавача одредити вредности отпорника тако да појачање буде једнако k .



РЕШЕЊЕ

Применом принципа суперпозиције долазимо до следећих једначина:

$$U_0 = U_{01} + U_{02}$$

$$U_{01} = U_0|_{U_2=0} = -\frac{R_2}{R_1} U_1$$

$$U_{02} = U_0|_{U_1=0} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_2$$

$$U_0 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_2 - \frac{R_2}{R_1} U_1$$

На основу претходне једначине следи:

$$U_0 = k(U_2 - U_1) = kU_2 - kU_1$$

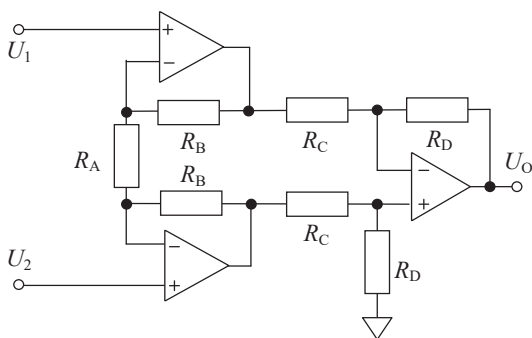
$$\frac{R_2}{R_1} = k \Rightarrow R_2 = kR_1$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} = k \Rightarrow (1 + k) \frac{R_4}{R_3 + R_4} = k$$

$$(1 + k) = k \frac{R_3 + R_4}{R_4} \Rightarrow k(R_3 + R_4) = R_4(1 + k)$$

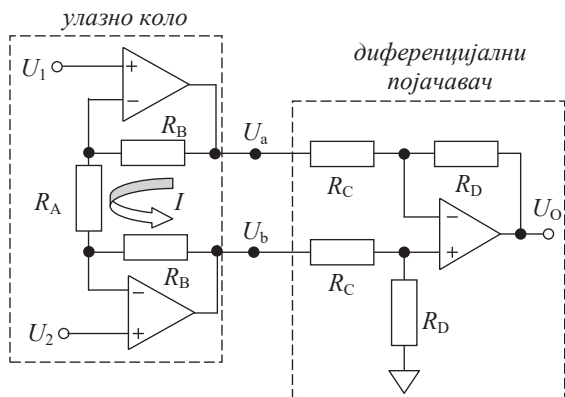
$$kR_3 = R_4 + kR_4 - kR_4 \Rightarrow R_4 = kR_3$$

11. Одредити излазни напон инструментационог појачавача са савршеним операционим појачавачима, приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло се може представити као систем који се састоји из два редно повезана дела: улазног, којим се напони U_1 и U_2 пресликавају на напоне U_a и U_b , и излазног дела који представља појачавач разлике два напона - диференцијални појачавач.



За улазни део кола важе једначине:

$$U_a = U_1 + R_B I$$

$$U_b = U_2 + R_B I$$

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R_A}$$

на основу којих следи:

$$U_a = U_1 + \frac{R_B}{R_A} (U_1 - U_2)$$

$$U_b = U_2 - \frac{R_B}{R_A}(U_1 - U_2)$$

односно:

$$U_a - U_b = \left(1 + 2\frac{R_B}{R_A}\right)(U_1 - U_2)$$

За излазни део посматраног кола, уколико се примени принцип суперпозиције, важе следеће једначине:

$$U_0 = U_{01} + U_{02}$$

$$U_{01} = U_0|_{U_b=0} = -\frac{R_D}{R_C}U_a$$

$$U_{02} = U_0|_{U_a=0} = \left(1 + \frac{R_D}{R_C}\right)\frac{R_D}{R_C + R_D}U_b$$

$$U_0 = \left(1 + \frac{R_D}{R_C}\right)\frac{R_D}{R_C + R_D}U_b - \frac{R_D}{R_C}U_a = \frac{R_C R_D + R_D^2}{R_C(R_C + R_D)}U_b - \frac{R_D}{R_C}U_a$$

$$U_0 = \frac{R_D(R_C + R_D)}{R_C(R_C + R_D)}U_b - \frac{R_D}{R_C}U_a = \frac{R_D}{R_C}(U_b - U_a)$$

Обједињавањем израза који представљају карактеристике преноса улазног и излазног дела добија се:

$$U_0 = \frac{R_D}{R_C}(U_b - U_a) = \frac{R_D}{R_C}\left(1 + 2\frac{R_B}{R_A}\right)(U_1 - U_2)$$

Ако су операциони појачавачи у улазном делу посматраног кола савршени, улазне отпорности су бесконачно велике.

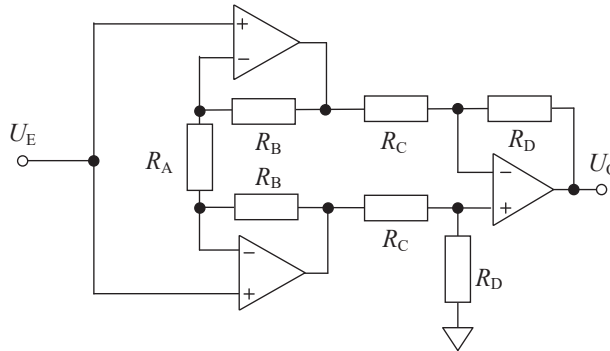
Посматрано коло представља диференцијални појачавач велике улазне отпорности чија се константа преноса (појачање) може подешавати променом вредности само једног отпорника (R_A). Примењује се у мерној техници (инструментациони појачавач).

12. При испитивању инструментационог појачавача са идеалним операционим појачавачима, приказаног на слици, чије је појачање $A_D=2$ добијени су следећи резултати:

$U_{cm}(V)$	Задата вредност $U_E (V)$	-5	-4	-3	-2	-1	к.с.	1	2	3	4	5
	Измерена вредност (V)	-4,98	-3,98	-3,044	-1,995	-0,967	0	0,962	2,026	3,068	4,07	5,08
$U_0(V)$	Измерена вредност (mV)	-1,9	-1,8	-1,7	-1,6	-1,5	-1,5	-1,4	-1,4	-1,3	-1,2	-1,1

На основу резултата мерења за улазне напоне $U_E = -4 \text{ V}$ и $U_E = 4 \text{ V}$ треба израчунати:

- а) појачање заједничког напона, A_{CM} ,
- б) показатељ потискивања заједничког сигнала ($CMRR$),
- в) показатељ потискивања заједничког сигнала ($CMRR$) изражен у децибелима [dB].



РЕШЕЊЕ

- а) Појачање заједничког напона, A_{CM} , једнако је:

$$A_{CM} = \frac{\Delta U_O(V)}{\Delta U_{CM}(V)} = \frac{U_O(+4 \text{ V}) - U_O(-4 \text{ V})}{U_{CM}(+4 \text{ V}) - U_{CM}(-4 \text{ V})} = \frac{-1,2 \text{ mV} - (-1,8 \text{ mV})}{4,07 \text{ V} - (-3,98 \text{ V})}$$

$$A_{CM} = \frac{0,6 \text{ mV}}{8,05 \text{ V}} = 0,0745 \cdot 10^{-3} = 74,5 \cdot 10^{-6}$$

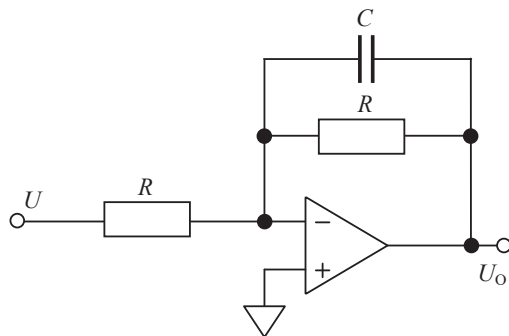
- б) Показатељ потискивања заједничког напона (*common mode rejection ratio* - $CMRR$) диференцијалног појачавача представља количник појачања диференцијалног појачавача, A_D , и сачиниоца преноса заједничког напона (пресликавање заједничког напона на излаз појачавача), A_{CM} .

$$CMRR = \frac{A_D}{A_{CM}} = \frac{2}{74,5 \cdot 10^{-6}} = 0,026845637 \dots \cdot 10^6 \approx 26845,64$$

- в) Показатељ потискивања заједничког сигнала ($CMRR$) изражен у децибелима [dB] једнак је:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{A_D}{A_{CM}} = 20 \log_{10}(26845,63) \approx 88,6 \text{ dB}$$

13. На слици је приказана шема филтра пропусника ниских учестаности оствареног помоћу савршеног операционог појачавача. Написати изразе за функцију преноса (фреквенцијску карактеристику) и амплитудску фреквенцијску карактеристику.



РЕШЕЊЕ

За посматрано коло, са савршеним операционим појачавачем у линеарном режиму рада, важе једначине:

$$U_O(j\omega) = -\frac{R \parallel Z_C}{R} U(j\omega) = -\frac{\frac{RZ_C}{R+Z_C}}{R} U(j\omega) = -\frac{Z_C}{R+Z_C} U(j\omega) = -\frac{U(j\omega)}{1+j\omega RC}$$

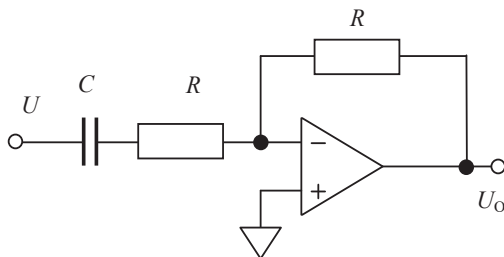
Функција преноса једнака је:

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U(j\omega)} = -\frac{1}{1+j\omega RC}$$

Амплитудска фреквенцијска карактеристика једнака је:

$$W(\omega) = \frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

14. На слици је приказана шема филтра пропусника високих учестаности оствареног помоћу савршеног операционог појачавача. Написати изразе за функцију преноса (фреквенцијску карактеристику) и амплитудску фреквенцијску карактеристику.

**РЕШЕЊЕ**

За посматрано коло, са савршеним операционим појачавачем у линеарном режиму рада, важе једначине:

$$U_O(j\omega) = -\frac{R}{R + Z_C} U(j\omega) = -\frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} U(j\omega) = -\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} U(j\omega)$$

Функција преноса једнака је:

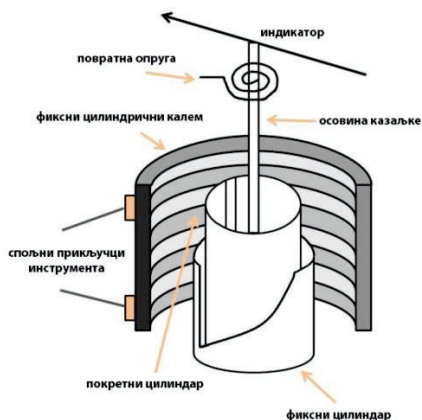
$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U(j\omega)} = -\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

Амплитудска фреквенцијска карактеристика једнака је:

$$W(\omega) = \frac{\sqrt{(\omega RC)^2}}{\sqrt{1^2 + (\omega RC)^2}} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

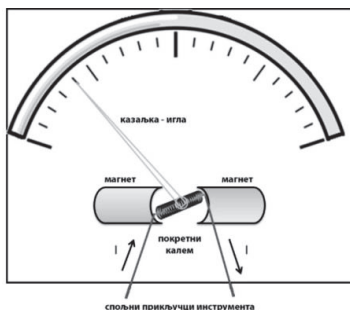
4.4. Питања за проверу знања

1. Електромеханички инструменти:
 - а) Захтевају додатни извор за напајање
 - б) Понекад због конструкције захтевају додатни извор за напајање
 - в) Не захтевају додатни извор за напајање
2. Означити карактеристике инструмената са покретним гвожђем.



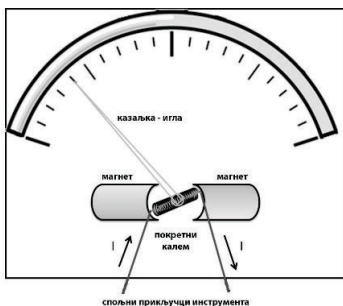
- а) Имају грешку на учестаностима преко 1000 Hz због вихорних струја
 - б) Имају квадратну скалу
 - в) Могу да мере струје до 50 A и напоне до 800 V
 - г) Користе се различити намотаји за различите мерне опсеге
 - д) Могу да мере струје и напоне малих вредности, (10-6) A и (10 - 3) V
 - ђ) Мере искључиво једносмерну компоненту наизменичног сигнала
 - е) Имају линеарну скалу
 - ж) За проширење мерног опсега се користи шант
3. Инструменти са покретним гвожђем се претежно користе за мерење _____ величина.

4. Означити карактеристике инструмената са покретним калемом.



- а) Јачина струје која се мери сразмерна је јачини електромагнетног поља које се индукује у фиксним магнетима
- б) Претежно се користи за мерење наизменичних струја и напона
- в) Претежно се користе за мерење једносмерних струја и напона
- г) Отклон казалке је обрнуто пропорционалан вредности струје
- д) За наизменичну улазну струју, чија је средња вредност једнака 0, показивање инструмента је различито од 0
- ђ) Јачина струје која се мери сразмерна је јачини поља која се индукује у покретном калему
- е) Што је већа струја, већи је отклон казалке
- ж) За наизменичну улазну струју, чија је средња вредност једнака 0, показивање инструмента је такође 0

5. Означити карактеристике инструмената са покретним калемом.



- а) Имају грешку на учестаностима преко 1000 Hz због вихорних струја
- б) Имају квадратну скалу
- в) Могу да мере струје до 50 А и напоне до 800 V
- г) Користе се различити намотаји за различите мерне опсеге
- д) Могу да мере струје и напоне малих вредности 10^{-6} А, 10^{-3} V
- ђ) Мере искључиво једносмерну компоненту наизменичног сигнала
- е) Имају линеарну скалу
- ж) За проширење мерног опсега се користи шант

6. Повезати изразе за струју и факторе облика инструмената са покретним калемом који се користе за мерење наизменичне струје:

$$i(t) = I \sin \omega t,$$

када садрже једностране и двостране исправљаче

- а) Фактор облика за наизменичну струју инструмента са једностраним исправљачем.
- б) Фактор облика за наизменичну струју инструмента са двостраним исправљачем.
- в) Средња вредност струје инструмента са двостраним исправљачем.
- г) Средња вредност струје инструмента са једностраним исправљачем.

д) Ефективна вредност струје.

$$1) \xi_0 = \frac{I_{eff}}{I_{sr}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2,22 \quad \text{—}$$

$$2) \xi_0 = \frac{I_{eff}}{I_{sr}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11 \quad \text{—}$$

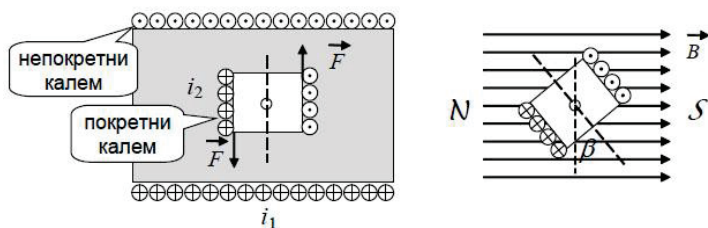
$$3) I_m \frac{2}{\pi} \quad \text{—}$$

4) $I_m \frac{1}{\pi}$ _____

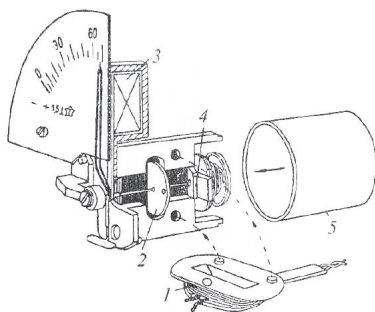
5) $I_m \frac{\sqrt{2}}{2}$ _____

7. Повезати назив инструмента са одговарајућим приказом принципа рада.

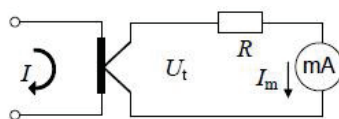
а)



б)



в)

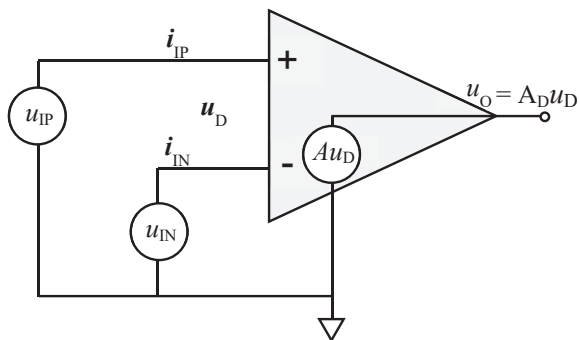


1) Електродинамички инструмент _____

2) Термоелектрични инструмент _____

3) Индукциони инструмент _____

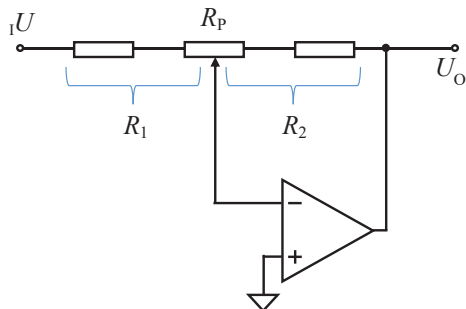
8. Изабрати одговарајуће вредности параметага операционог појачавача ако је у питању идеалан (савршени) операциони појачавач.



- а) 1 б) 0 в) веома велика вредност

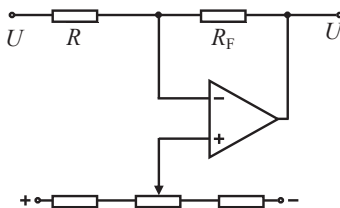
- 1) Струја i_{IP} _____
 2) Појачање A _____
 3) Струја i_{IN} _____

9. У колу операционог појачавача приказаног на слици извршено је:



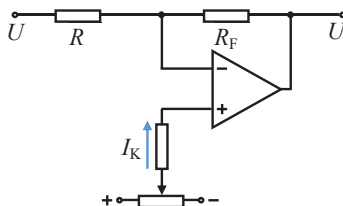
- а) подешавање појачања
 б) подешавање помераја нуле и подешавање појачања
 в) подешавање помераја нуле

10. У колу операционог појачавача приказаног на слици извршено је:



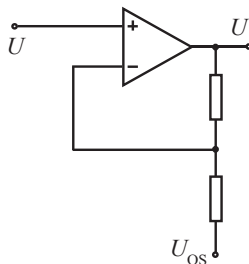
- а) подешавање појачања
- б) подешавање помераја нуле и подешавање појачања
- в) подешавање помераја нуле

11. У колу операционог појачавача на слици извршено је:



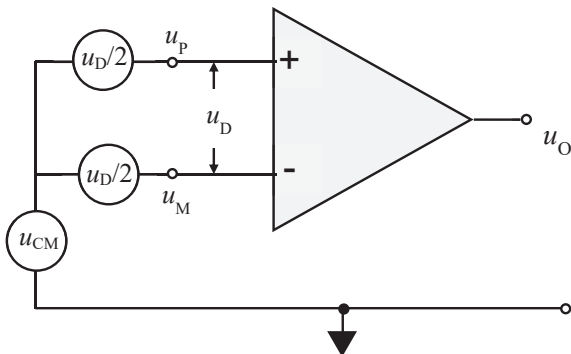
- а) подешавање појачања
- б) подешавање помераја нуле и подешавање појачања
- в) подешавање помераја нуле

12. У колу операционог појачавача на слици извршено је:



- а) подешавање појачања
- б) подешавање помераја нуле и подешавање појачања
- в) подешавање помераја нуле

13. Изабрати одговарајуће вредности параметага операционог појачавача ако је у питању идеалан (савршени) операциони појачавач.



а) u_{CM}

б) u_D

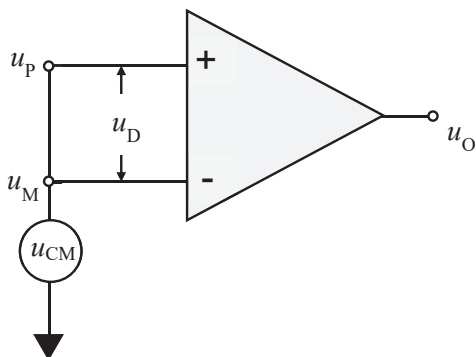
в) u_O

$A_D \cdot u_D + A_{CM} \cdot u_{CM}$ _____

$\frac{u_P + u_M}{2}$ _____

$u_P - u_M$ _____

14. Ако је на улазу диференцијалног појачавача несиметрична побуда, ($u_{CM} = u_P = u_M$), онда је излазни напон:



а) $u_O = A_D \cdot u_D$

б) $u_O = 0$

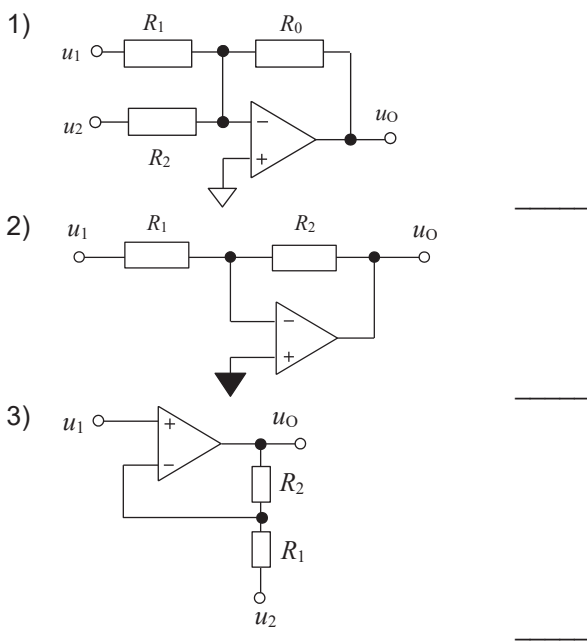
в) $u_O = A_{CM} \cdot u_{CM}$

15. Изабрати одговарајуће вредности параметара операционог појачавача ако је у питању идеалан (савршени) операциони појачавач.

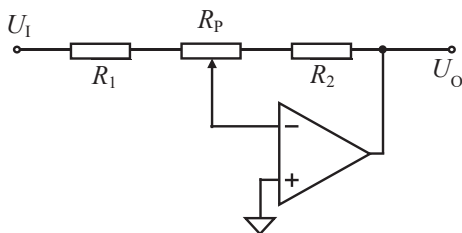
а) $u_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_1$

б) $u_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot u_2$

в) $u_O = -\left(\frac{R_0}{R_1} \cdot u_1 + \frac{R_0}{R_1} \cdot u_2\right)$



16. У спрези операционог појачавача приказаног на слици максимално појачање, $\max|A|$ је:

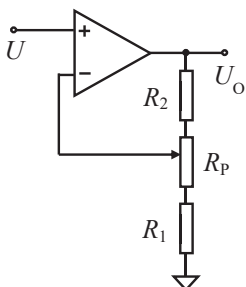


а) $\frac{1+(R_2+R_P)}{R_1}$

б) $\frac{R_2}{R_1+R_P}$

в) $\frac{(R_2+R_P)}{R_1}$

17. У спрези операционог појачавача приказаног на слици максимално појачање, $\max|A|$ је:

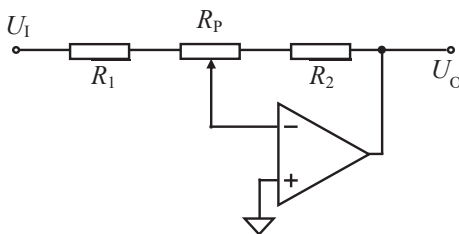


а) $\frac{1+R_2}{R_1+R_P}$

б) $\frac{R_1+(R_2+R_P)}{R_1}$

в) $\frac{R_2+R_P}{R_1}$

18. У спрези операционог појачавача приказаног на слици минимално појачање, $\min|A|$ је:

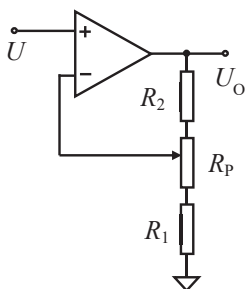


а) $\frac{1+R_2}{R_1}$

б) $\frac{R_2}{R_1+R_P}$

в) $\frac{(R_2+R_P)}{R_1}$

19. У спрези операционог појачавача приказаног на слици минимално појачање, $\min|A|$ је:



а) $\frac{R_2 + R_P}{R_1 + R_P}$

б) $\frac{R_2 + R_P}{R_1}$

в) $1 + \frac{R_2}{R_1 + R_P}$

20. Савршен диференцијални појачавач је појачавач код кога је:

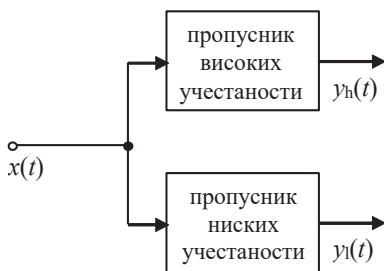
а) $A_{CM} = 1$

б) $A_D = 1$

в) $A_{CM} = 0$

г) $A_D = 0$

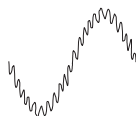
21. Повезати ознаку сигнала на улазу и излазу са одговарајућим таласним облицима.



а)



б)



в)



1) $x(t)$ _____ 2) $y_l(t)$ _____ 3) $y_h(t)$ _____

22. Повезати опис функције филтра са одговарајућо ознаком.

а) Има само један пропусни опсег који се протеже од нулте до граничне учестаности

б) Има само један пропусни опсег, ограничен са две коначне учестаности које нису нула или бесконачне

в) Има само један пропусни опсег који обухвата све учестаности веће од граничне.

1) *LPF* _____ 2) *BPF* _____ 3) *HPF* _____

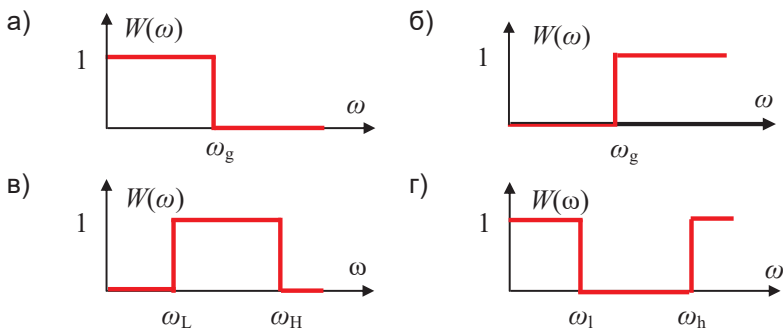
23. Непропусни опсег је опсег учестаности у коме:

- а) слабљење има вредност 1 или 0
- б) слабљење остаје мање од задате вредности
- в) слабљење остаје веће од задате вредности

24. Пропусни опсег је опсег учестаности у коме:

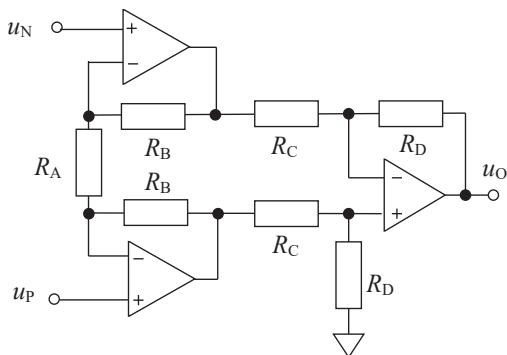
- а) слабљење има вредност 1 или 0
- б) слабљење остаје мање од задате вредности
- в) слабљење остаје веће од задате вредности

25. Повезати приказану преносну функцију са одговарајућим типом филтра.



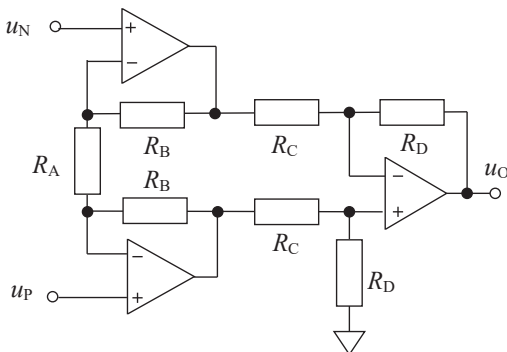
- 1) Филтар пропусник високих учестаности _____
- 2) Филтар пропусник ниских учестаности _____
- 3) Филтар пропусник опсега учестаности _____
- 4) Филтар непропусник опсега учестаности _____

26. Како повећање отпорности R_A појачавача приказаног на слици утиче на вредност излазног напона u_O ?



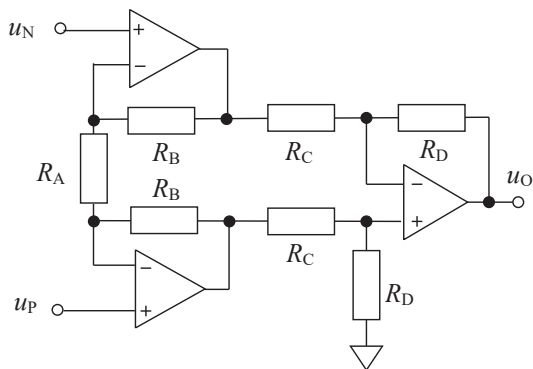
- а) излазни напон u_O ће остати непромењен
- б) излазни напон u_O ће се смањити
- в) излазни напон u_O ће се повећати

27. Како повећање отпорности R_B појачавача приказаног на слици утиче на вредност излазног напона u_O ?



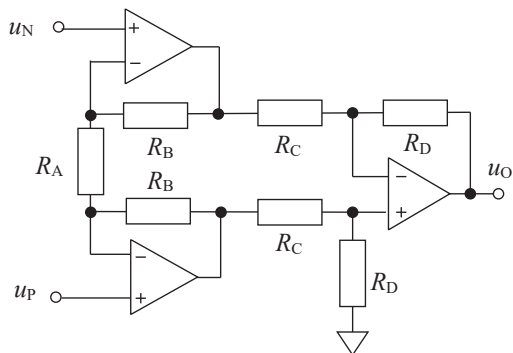
- а) излазни напон u_O ће остати непромењен
- б) излазни напон u_O ће се смањити
- в) излазни напон u_O ће се повећати

28. Како смањење отпорности R_A појачавача приказаног на слици утиче на вредност излазног напона u_O ?



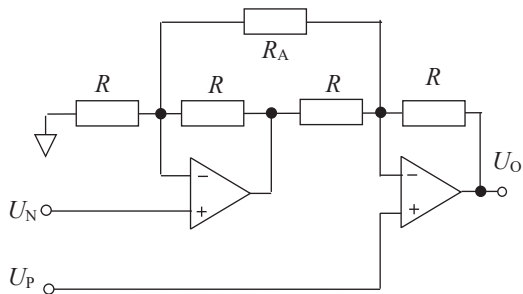
- а) излазни напон u_O ће остати непромењен
- б) излазни напон u_O ће се смањити
- в) излазни напон u_O ће се повећати

29. Како смањење отпорности R_B појачавача приказаног на слици утиче на вредност излазног напона u_O ?



- а) излазни напон u_O ће остати непромењен
- б) излазни напон u_O ће се смањити
- в) излазни напон u_O ће се повећати

30. Колико ће бити појачање разлике улазних напона ако је $R_A = R$?

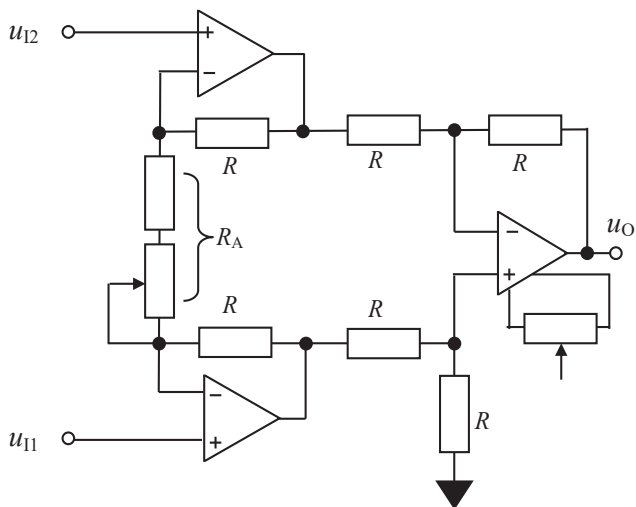


а) 1

б) 2

в) 3

31. Колико ће бити појачање разлике улазних напона ако је $R_A = R$?

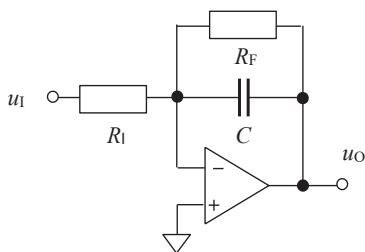


а) 1

б) 2

в) 3

32. Повезати реализацију филтра са одговарајућим изразом за преносну функцију и називом.



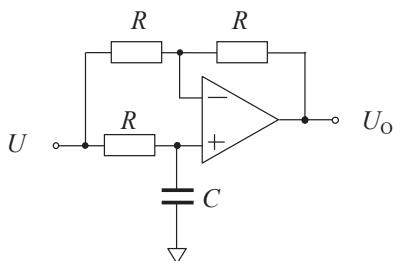
- а) пропусник ниских учестаности
- б) пропусник високих учестаности
- в) пропусник опсега учестаности

г) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{j\omega RC - 1}{j\omega RC + 1}$

д) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

ђ) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{1}{j\omega R_F C + 1}$

33. Повезати реализацију филтра са одговарајућим изразом за преносну функцију и називом.



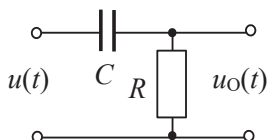
- а) пропусник ниских учестаности
- б) пропусник високих учестаности
- в) пропусник опсега учестаности

г) $W(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

д) $W(j\omega) = -\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

ђ) $W(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC + 1}$

34. Повезати реализацију филтра са одговарајућим изразом за преносну функцију и називом.



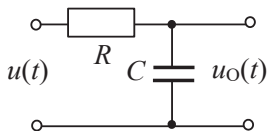
- а) пропусник ниских учестаности,
 б) пропусник високих учестаности,
 в) пропусник опсега учестаности,

г) $W(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

д) $W(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

ђ) $W(j\omega) = \frac{1}{j\omega RC + 1}$

35. Повезати реализацију филтра са одговарајућим изразом за преносну функцију и називом.



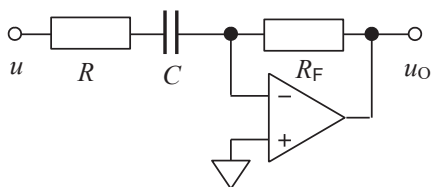
- а) пропусник ниских учестаности,
 б) пропусник високих учестаности,
 в) пропусник опсега учестаности,

г) $W(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

д) $W(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

ђ) $W(j\omega) = \frac{1}{j\omega RC + 1}$

36. Повезати реализацију филтра са одговарајућим изразом за преносну функцију и називом.



- а) пропусник ниских учестаности
- б) пропусник високих учестаности
- в) пропусник опсега учестаности

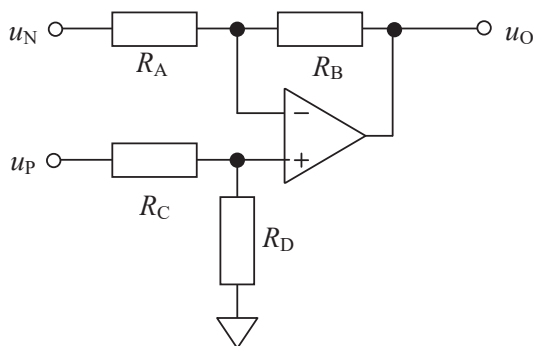
г) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{j\omega RC - 1}{j\omega RC + 1}$

д) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

ђ) $W(j\omega) = -\frac{R_F}{R} \cdot \frac{1}{j\omega R_F C + 1}$

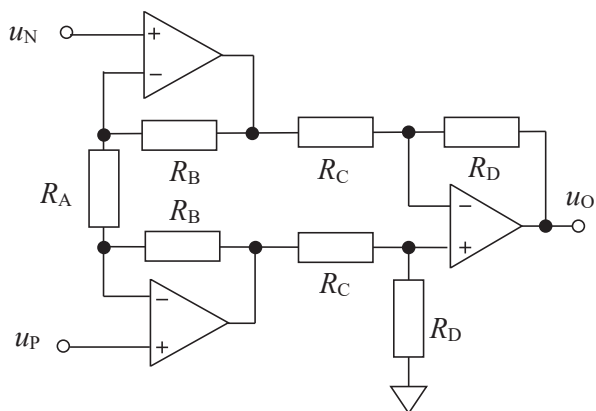
37. Уређај, који се користи за мерење и на свом излазу даје величину која је у одређеном односу према улазној величини назива се _____.

38. Коло на слици представља:



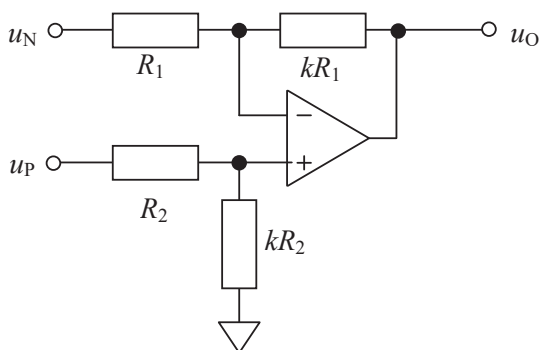
- а) појачавач разлике улазних напона
- б) појачавач збира улазних напона
- в) компаратор улазних напона

39. Шта представља коло приказано на слици?



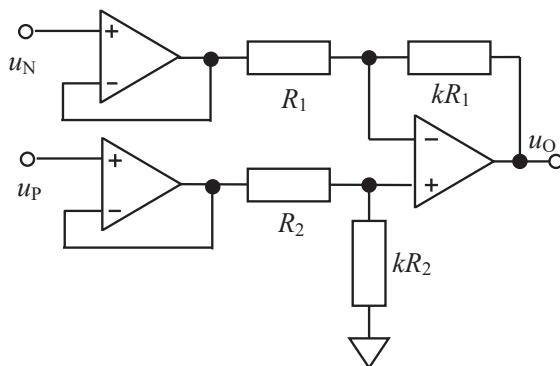
- а) диференцијални појачавач са великом улазном отпорношћу и неподесивим појачањем
- б) диференцијални појачавач са великом улазном отпорношћу и подесивим појачањем
- в) диференцијални појачавач са малом улазном отпорношћу и подесивим појачањем

40. Коло на слици представља:



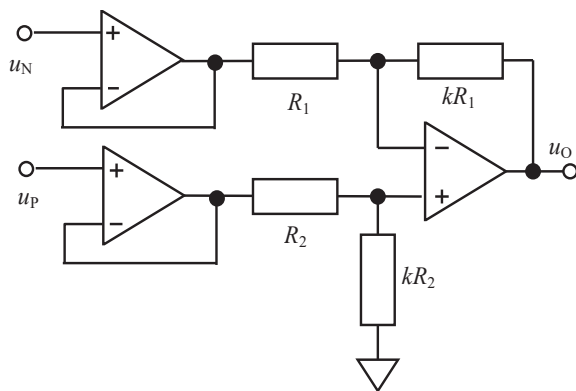
- а) $u_O = k(u_P - u_N)$
- б) $u_O = k(u_P + u_N)$
- в) $u_O = 2k(u_P - u_N)$

41. На слици је приказан:



- а) диференцијални појачавач са подесивим појачањем
- б) сабирач
- в) диференцијални појачавач велике улазне отпорности

42. Који израз одговара напону u_O у колу приказаном на слици?



- а) $u_O = k(u_P - u_N)$
- б) $u_O = k(u_P + u_N)$
- в) $u_O = 2k(u_P - u_N)$

5. ДИГИТАЛНА МЕРНА ТЕХНИКА

5.1. Теоријска основа

Познавање система бројева је неопходно за разумевање организације и начина рада дигиталних мерних уређаја и система, њихово програмирање и примену.

Физичку основу дигиталне мерне технике представљају логичка кола. Теоријску основу за њихов примену представља математичка логика. Логичка кола су електричне мреже чије се стање може описати логичким променљивим и функцијама. Помоћу њих се физички остварују логичке операције. Често се називају “прекидачка кола”, јер елементи у њима раде у “прекидачком режиму”, мењајући своје стање између два гранична стања која одговарају стањима затвореног и отвореног прекидача.

5.1.1. Бројни системи и кодови

За квантитативно описивање појединачне физичке величине користе се **бројеви**. У техници, најзначајнија употреба бројева је за одређивање квантитативних односа физичких величина исте природе као што су маса, брзина, наелектрисање, напон.

Бројеви се записују користећи различите симболе, који могу да буду и симболи говорне азбуке (слова), као што су, на пример, римске цифре (*Roman Numerals*): I, V, X, L, C, D, M. Ти симболи представљају одређене (изабране) бројеве помоћу којих се изражавају сви остали бројеви. Скуп симбола и математичких правила који се користе за представљање бројева чине **систем бројева** (*numeric system*).

Системи бројева се међусобно разликују по броју коришћених цифара, односно по броју различитих симбола којима се приказују бројке у посматраном систему. Тај број се назива **основа система** (радикс), а може да буде само цео позитиван број, већи од један. Помоћу симбола неког бројног система, исписаних на одређен начин, може да се представи било који број. Појединачне цифре не могу да представљају број чија је вредност једнака или већа од основе система.

У међусобној комуникацији људи савременог доба првенствено употребљавају **декадни систем** бројева, чија је основа десет. То је систем који је усвојен као основа за дефинисање Међународног система јединица.

У начелу, за записивање бројева довољан је и један симбол, на пример: црта (“рецка”). Бројна вредност се тада изражава одговарајућим бројем понављања истог симбола. Несумњиво је да овакав начин, који се може назвати **унарни систем**, није подесан за приказивање већих бројева.

Дуални систем има основу бројања два, што значи да су потребна и довољна два симбола за представљање било ког коначног целог броја. Најчешће се као симболи бројева користе симболи који већ постоје у декадном систему: 0 и 1.

Систем бројева који користи три различите цифре (0, 1 и 2 или -1, 0 и +1) назива се **тернарни систем**.

Помоћу појединачних симбола неког бројног система могу да се представе само неки (изабрани) бројеви. Бројеви чија је вредност једнака или већа од основе система представљају се коришћењем више симбола, исписаних на одређен начин. Сваки број се представља скупом симбола изабраног система бројева. Скуп којим је представљен неки појединачни број може да садржи један или више симбола, а записује се као низ (поворка цифара) према утврђеном правилу, тако да вредност броја представља збир вредности бројева које симболи у низу представљају. То правило може бити такво да сваки појединачни симбол представља увек исти број којем је тај симбол додељен, независно од места у запису (непозициони запис). Вредност броја једнака је збиру вредности свих цифара употребљених у запису, на пример:

$$10101111 = 1+0+1+0+1+1+1+1 = 6 \text{ или}$$

$$12345670 = 1+2+3+4+5+6+7+0 = 28$$

У тежинском запису броја сваки од симбола представља број чија вредност зависи од положаја цифре у запису и основе система тако што се множи одређеном “позиционом вредношћу” која представља “тежину” места на којем се цифра налази.

Уобичајено је да се систем бројева са основом два назива **бинарни систем**. При представљању података у дигиталним уређајима и системима, група бита која се посматра (обрађује) као целина, назива се **бинарна реч**. У дигиталној техници је уобичајено коришћење речи дужине 8, 16, 32 и 64 бита. Најчешће се користи група од осам бита (октет), која се назива **бајт** (*byte*). Група од четири бита се назива **нибл** (*nibble*). Треба имати у виду да запис броја

коришћењем симбола бинарне азбуке не мора бити такав да важи да свако место има “тежину” која представља степен броја два (основе дуалног система бројева).

Кодовање је начин представљања информација помоћу симбола одређеног скупа који садржи коначан број елемената. У ширем смислу, под појмом **код** подразумева се скуп правила помоћу којих се успоставља једнозначна веза између информације и њеног приказа помоћу знакова, симбола или елемената сигнала. У ужем смислу, реч “код” означава однос између две групе знакова. Кодовањем се порука преводи у изабрани код. Обрнута операција се назива декодовање. Група симбола, којом се представља (кодује) неки појам, назива се **кодна реч**. Број симбола у кодној речи се назива **дужина речи**.

Природни бинарни код (*natural binary*) за представљање бројева је тежински запис у дуалном систему бројева:

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j.$$

Ознака b_{n-1} представља најтежи бит (*Most Significant Bit - MSB*), а ознака b_0 најлакши (*Least Significant Bit - LSB*).

Грејов код је непозициони код који спада у групу кодова са јединичним размаком: при повећању броја N за један, мења се само један бит у запису. Примењује се при мерењу транслаторног и угаоног помераја.

За представљање позитивних и негативних бројева у електронским системима заснованим на бинарној азбуци примењују се четири начина:

- директни код
- померени бинарни код
- обратни код
- комплементарни код

од којих се у мерној техници првенствено користе прва два.

Директни код је заснован на начину приказивања који је уобичајен у свакодневном животу при записивању декадних бројева: користи се посебан елемент за приказ знака (*sign*) и кодни слог одговарајуће дужине за приказ величине (*magnitude*), односно апсолутне вредности (модула) броја. Уобичајено је да се за приказ знака користи посебно место (разред) које се налази испред најстаријег разреда за цифре које одређују величину броја. У бинарном запису, знак “+” се представља нулом, а знак “-“ јединицом у разреду за знак броја.

На пример, бројеви $+123_{10}$ и -123_{10} , представљени у директном коду (*sign plus magnitude*) кодном речи дужине 8 бита, пишу се на следећи начин:

$$+123_{10} = 01111011_{2\text{дир}}, \quad -123_{10} = 11111011_{2\text{дир}}.$$

Погодност оваквог начина обележавања је једноставност. Број $-N$, супротан броју N , добија се променом бита за знак. Недостатак оваквог начина записивања су тешкоће при обављању аритметичких операција у дигиталној техници. Због тога се у електронским рачунским уређајима бројеви представљени као величина са знаком (*signed binary*), пре обављања аритметичких операција преводе у неки други, подеснији облик.

Померени бинарни код (*offset binary*) се највише примењује у електронским мерним инструментима, односно у системима у којима се користе аналогно-дигитални и дигитално-аналогни претварачи. Нумерички еквивалент биполарне аналогне величине A , чије се вредности налазе у опсегу $-A_{MAX}$ до $+A_{MAX}$, приказује се помоћу кодне речи сталне дужине тако што код који садржи све нуле одговара доњој граничној вредности мерног опсега, $-A_{MAX}$, а комбинација када је само најтежи бит кодне речи једнак јединици (половина кодне скале) одговара нултој вредности аналогне величине. Негативним вредностима "припада" 2^{n-1} комбинација, а позитивним $2^{n-1}-1$.

Треба уочити да у директном коду (знак и вредност) постоје два приказа нуле (позитивна и негативна нула). У помереном бинарном коду постоји само један запис нуле:

$$0_{10} = 00000000_{2\text{пом}}.$$

Будући да је укупан број комбинација, у кодној речи дужине n бита, једнак 2^n , највећи позитиван број је $2^{n-1}-1$, а највећи по апсолутној вредности негативан број -2^{n-1} .

Тернарна логика, у којој променљиве могу да имају једну од три вредности: $+1$, 0 , -1 , повољнија је са становишта једноставности обраде нумеричких података, јер омогућује једноставно решење проблема позитивних и негативних бројева. Знак броја је садржан у свакој тернарној цифри, што отклања потребу да се посебно меморише, односно да се при аритметичкој обради врши претварање из једног бинарног облика у други. Бинарна азбука има само једну, али суштинску предност: једноставније и економичније техничко решење.

Дигиталне променљиве су величине које могу да имају само оне вредности које припадају скупу који садржи низ дискретних вредности. У савременим дигиталним уређајима се, скоро искључиво, користе бинарни (двочлани) сигнали чији информациони параметар може узимати једну од две могуће различите вредности.

5.1.2. Логичке мреже

Над бинарним величинама могу да се дефинишу (изводе) различите операције које се називају логичке операције или **логичке функције**. Као и у “обичној” алгебри, резултат извођења неке логичке операције може да се представи описно (речима) или табеларно.

У ужем смислу, под називом “**основна логичка кола**” подразумевају се кола која остварују основне логичке операције: комплементирање (инвертовање, НЕ), логичко сабирање (ИЛИ) и логичко множење (И). Било који дигитални систем може бити конструисан коришћењем само логичких кола којима се остварују ове три основне логичке операције. У ширем смислу, у основна кола се убрајају и она којима се остварују логичке операције НИ, НИЛИ, ИСКЉУЧИВО-ИЛИ и ИСКЉУЧИВО-НИЛИ.

Конвертор кода је мрежа којом се остварује промена начина приказа информације у бинарном облику. Делује као “дигитални претварач” који, не мењајући информациони садржај, мења облик представљања података, пресликавањем информације из једног кодног система у други. Разликују се два основна облика конвертора кода: енкодер и декодер. У ширем смислу, под називом енкодер (encoder) подразумева се део система који сигнал, односно низ података, трансформише у облик погодан за пренос, обраду или чување (меморисање), док декодер (decoder) враћа првобитни облик представљања информације.

Важно својство логичких кола је могућност остваривања функције чувања (памћења) вредности бинарних променљивих. Одговарајућим повезивањем основних логичких елемената могуће је сачувати податак о томе да је, у неком тренутку, постојало одређено стање на улазу кола (логичке мреже). Бинарни меморијски елемент (меморијска ћелија, *memory cell*) је систем које има два изразито различита (супротна) стања. Прелазак из једног стања у друго остварује се спољашњим деловањем. Ако се сваком од стања додели логичка вредност која представља логичку вредност неке променљиве, један такав систем представља меморијски елемент у којем се чува један бит информације – вредност логичке променљиве записана (упамћена) у одређеном тренутку. Мрежа образована од пара логичких НИЛИ кола, унакрсно повезаних, представља основни облик меморијског елемента који садржи два улаза (R и S) и два излаза (Q и $\overline{Q}$) и назива се **RS-флипфлоп**.

Уређен скуп меморијских ћелија које чине јединствену целину назива се **регистар**.

Секвенцијална мрежа, која садржи n меморијских ћелија, може да се налази у једном од 2^n могућих различитих стања која одговарају различитим стањима меморијских ћелија. Ако се стања меморијских ћелија посматрају као цифре бинарног броја, тада се, успостављањем одговарајућих логичких веза између меморијских ћелија, може постићи да свака позитивна, или свака негативна промена логичке вредности сигнала на одређеном улазу, доводи до јединичне промене броја којим је приказано стање регистра. Промена може бити повећање (инкрементирање) или смањивање (декрементирање). Таква секвенцијална мрежа представља **бројачки регистар**.

Бројач може да буде “једносмеран”, ако прираштај вредности има увек исти предзнак (позитиван, за бројање унапред, односно негативан, при одбројавању уназад) или “двосмеран” (обостран, бидирекционалан), ако се знак прираштаја контролише на неки начин. Према начину довођења сигнала такта, односно промене стања у зависности од сигнала такта, бројачи се могу сврстати у две групе:

- **асинхрони бројачи** - “активна” промена логичког стања сигнала на бројачком (тактном) улазу (clock) изазива промену стања прве ћелије, чија одговарајућа промена изазива промену стања следеће ћелије у низу.
- **синхрони бројачи** - промена стања свих ћелија врши се синхроно са заједничким тактним (синхронизационим) импулсом, који је доведен на све ћелије.

Бројачи се користе као делитељи учестаности у генераторима импулса. Они представљају основни део инструмената за дигитално мерење трајања временских интервала и учестаности (*counter/timer*).

5.2. Бројни системи и кодови - задаци

1. Одредити декадну вредност бинарног броја $11011,1001_2$.

РЕШЕЊЕ

$$11011,1001_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 27,5625_{10}$$

2. Одредити декадну вредност бинарног броја $1000011,11_2$.

РЕШЕЊЕ

$$1000011,11_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 67,75_{10}$$

3. Одредити декадну вредност окталног броја 1024_8 .

РЕШЕЊЕ

$$1024_8 = 1 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 532_{10}$$

4. Одредити декадну вредност хексадецималног броја $11C_{16}$.

РЕШЕЊЕ

$$11C_{16} = 1 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 284_{10}$$

5. Одредити декадну вредност хексадецималног броја $1F9A, A_{16}$.

РЕШЕЊЕ

$$1F9A, A_{16} = 1 \cdot 16^3 + 15 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^{-1} = 8090,625_{10}$$

6. Одредити бинарну вредност окталног броја 157_8 .

РЕШЕЊЕ

$$157_8 = (001)_2(101)_2(111)_2 = 1\ 101\ 111_2$$

7. Одредити бинарну вредност хексадецималног броја $ABCD_{16}$.

РЕШЕЊЕ

$$ABCD_{16} = (1010)_2(1011)_2(1100)_2(1101)_2 = 1010\ 1011\ 1100\ 1101_2$$

8. Одредити хексадецималну вредност окталног броја $127,15_8$.

РЕШЕЊЕ

Конверзија окталних бројева у хексадецималне врши се преко бинарног система, тако што се свака октална цифра представи еквивалентним тробитним бинарним записом. Након тога се груписањем по четири бинарне цифре лево и десно од децималног зареза формирају бинарни кодови који одговарају хексадецималним цифрама.

У конкретном примеру, за формирање четворобитног записа хексадецималне цифре на крајњој левој и десној позицији дописане су нуле, с тим што цифра 0 на позицији највеће тежине хексадецималног записа може да се изостави.

$$127,15_8 = (001)_2(010)_2(111)_2,(001)_2 = 0101\ 0111,0011\ 0100_2 = 57,34_{16}$$

9. Који је децималан број записан BCD кодом $0110\ 1000\ 0011\ 1001_2$?

РЕШЕЊЕ

Конверзију BCD кода вршимо тако што поделимо BCD вредност у групе од 4 бита (тетраде), почев од бита најмање тежине (крајња лева позиција).

$$\begin{array}{cccc} \underline{0110} & \underline{1000} & \underline{0011} & \underline{1001} \\ 6 & 8 & 3 & 9 \end{array}$$

Децималан број записан BCD кодом 0110100000111001 је 6839_{10} .

10. а) Да ли бинарни запис 011111000001_2 представља BCD код и ако представља који је децималан број кодован?

б) Да ли би бинарни запис дат у задатку под а) могао да представља Грејов код и ако представља, који је децималан број кодован?

РЕШЕЊЕ

а) Конверзију *BCD* кода вршимо тако што поделимо *BCD* вредност у групе од 4 бита (тетраде), почев од бита најмање тежине (крајња лева позиција).

$$\begin{array}{ccc} \underline{0111} & \underline{1100} & \underline{0001} \\ 7 & ? & 1 \end{array}$$

Дати код није *BCD* код, јер је цифра 1100 изван опсега (0000 - 1001).

б) Наведени број може да представља Грејов код.

$$\begin{array}{ccc} \underline{0111} & \underline{1100} & \underline{0001} \\ 5 & 8 & 1 \end{array}$$

Грејов код одговара децималном броју 581₁₀.

11. Представити децималан број 137₁₀ у бинарном и *BCD* бројном систему. Колико је бајтова потребно за чување бинарног, а колико за чување *BCD* записа задатог децималног броја?

РЕШЕЊЕ

$$137_{10} = 1000\ 1001_2$$

$$137_{10} = 0001\ 0011\ 0111_{\text{BCD}}$$

За чување бинарног записа је потребан 1 бајт, док је за чување *BCD* записа потребно 2 бајта.

12. На основу задатог Грејовог кода 1000 0100 0011 0111:

а) Одредити ком децималном броју одговара овај код.

б) Одредити ком *BCD* коду одговара овај код.

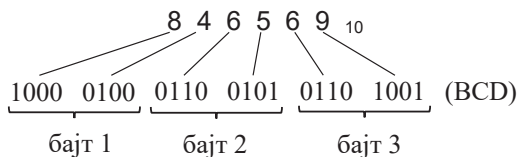
РЕШЕЊЕ

$$1000\ 0100\ 0011\ 0111_{\text{Grej}} = 9725_{10}$$

$$1000\ 0100\ 0011\ 0111_{\text{Grej}} = 1001\ 0111\ 0010\ 0101_{\text{BCD}}$$

13. Колико је бајтова неопходно за чување децималне вредности 846,569₁₀ у *BCD* коду?

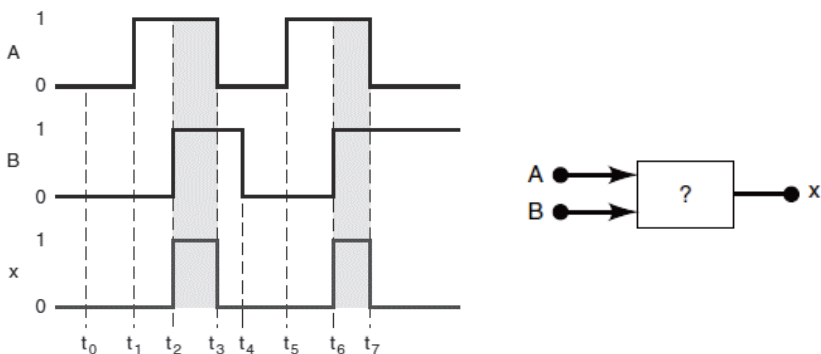
РЕШЕЊЕ



За чување децималне вредности 846,569 у BCD коду потребно је три байта.

5.3. Логичке мреже - задаци

14. Ако су улази логичког кола А и В, а излаз х, ком двоулазном логичком колу одговарају временски дијаграми приказани на слици? Попунити табелу истинитости и нацртати симбол тог логичког кола.



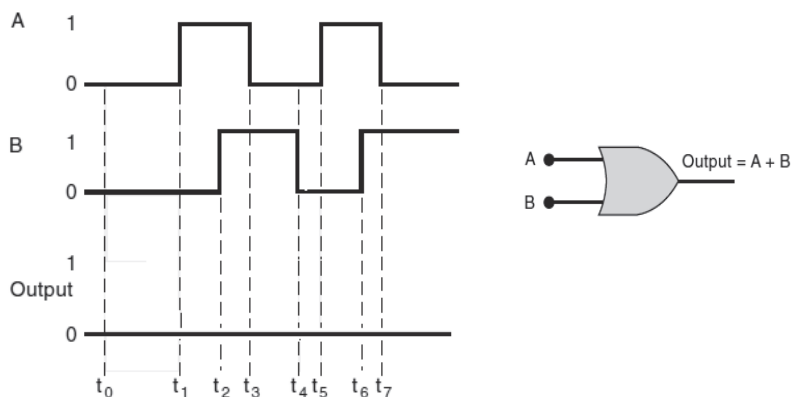
РЕШЕЊЕ

Временски дијаграми приказани на слици одговара логичком И (AND) колу.

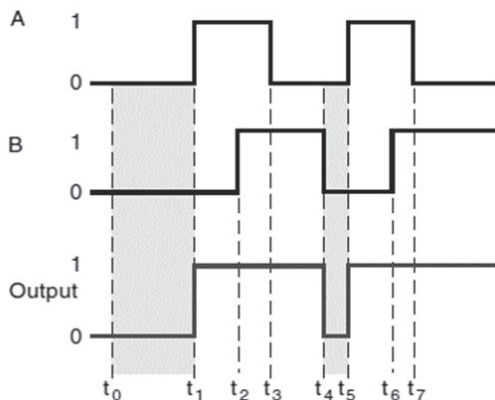
A	B	$x = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



15. Ако се на улазе А и В двоулазног ИЛИ (OR) кола доведу сигнали приказани на слици, нацртати временски дијаграм сигнала (*Output*).



РЕШЕЊЕ

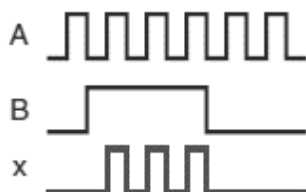


16. Ако се на улазе А и В двоулазног И (AND) кола доведу сигнали приказани на слици, нацртати временски дијаграм сигнала х.

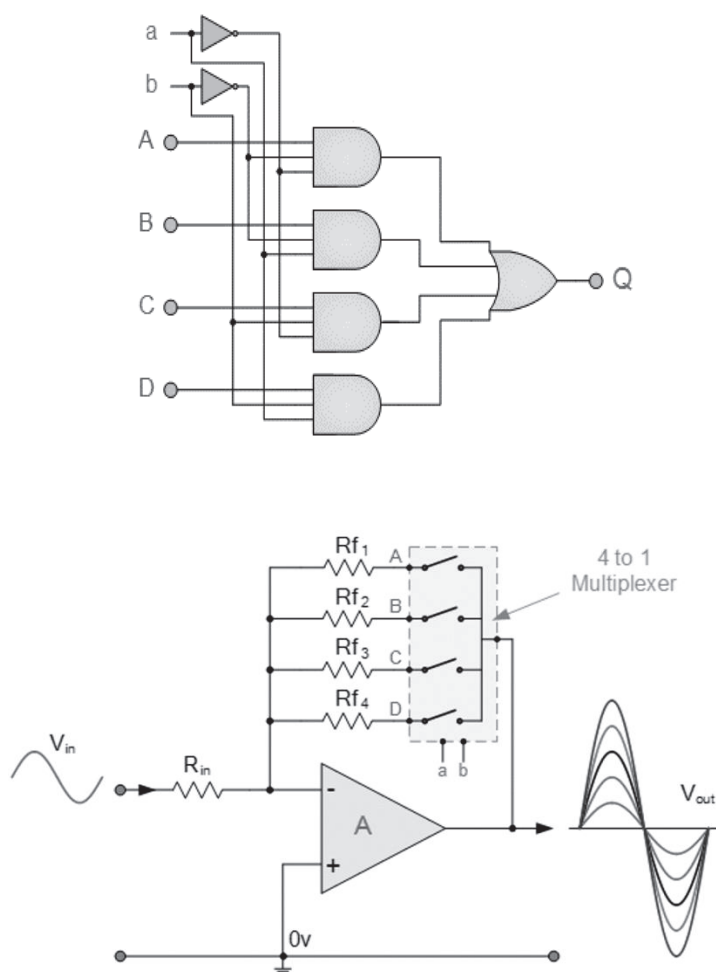


РЕШЕЊЕ

Временски дијаграм излазног сигнала х:



17. На основу реализације мултиплексера 4/1 преко основних логичких кола, одредити појачање операционог појачавача ако су вредности контролних бита $a = 1$ и $b = 1$.

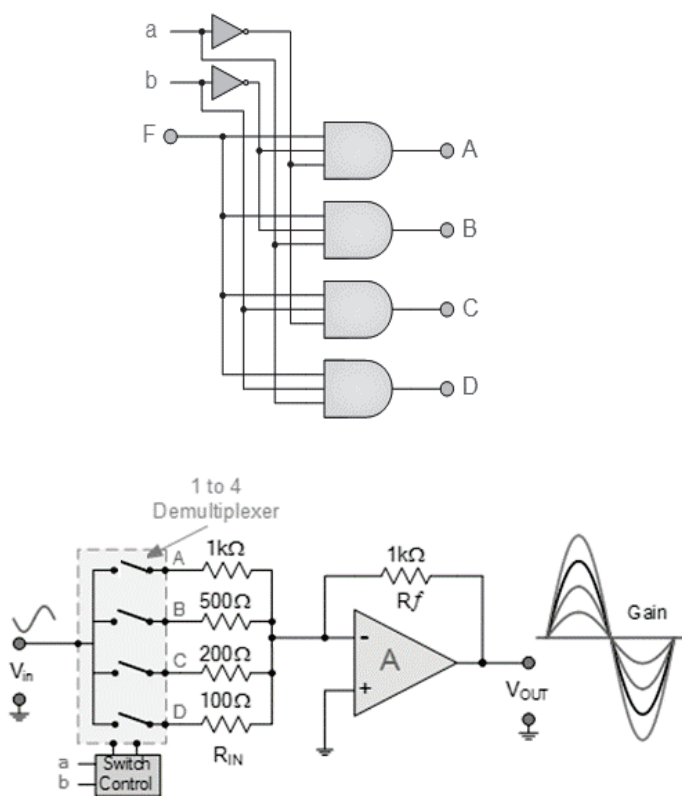


РЕШЕЊЕ

Ако је $a=1$ и $b=1$, затворен је прекидач D, тако да је појачање:

$$A = -\frac{R_{f4}}{R_{in}}$$

18. На основу реализације демултиплексера 1/4, одредити појачање операционог појачавача на слици ако су вредности контролних бита $b = 0$ и $a = 1$.

**РЕШЕЊЕ**

Ако је $b=0$ и $a=1$, затворен је прекидач B, тако да је појачање:

$$A = -\frac{R_f}{R_{in}} = -\frac{1000 \Omega}{500 \Omega} = -2$$

19. Описати рад енкодера који сваки од 10 положаја преклопника (0-9) једнозначно претвара у одговарајући бинарни код применом табеле истинитости и нацртати реализацију енкодера применом основних логичких кола.

РЕШЕЊЕ

Пошто преклопник има 10 положаја, за кодовање је неопходно 4 бита, односно положаји 0-9 ће бити представљени бинарним кодовима 0000-1001.

D	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0
$D_0=1$	0	0	0	0
$D_1=1$	0	0	0	1
$D_2=1$	0	0	1	0
$D_3=1$	0	0	1	1
$D_4=1$	0	1	0	0
$D_5=1$	0	1	0	1
$D_6=1$	0	1	1	0
$D_7=1$	0	1	1	1
$D_8=1$	1	0	0	0
$D_9=1$	1	0	0	1

Ако се сваки од излаза енкодера третира као излаз мреже која даје вредност "1", када се прекидач нађе у одговарајућем положају, на основу табеле истинитости, могу да се напишу логички изрази за сваки од излаза мреже Q_0 - Q_3 :

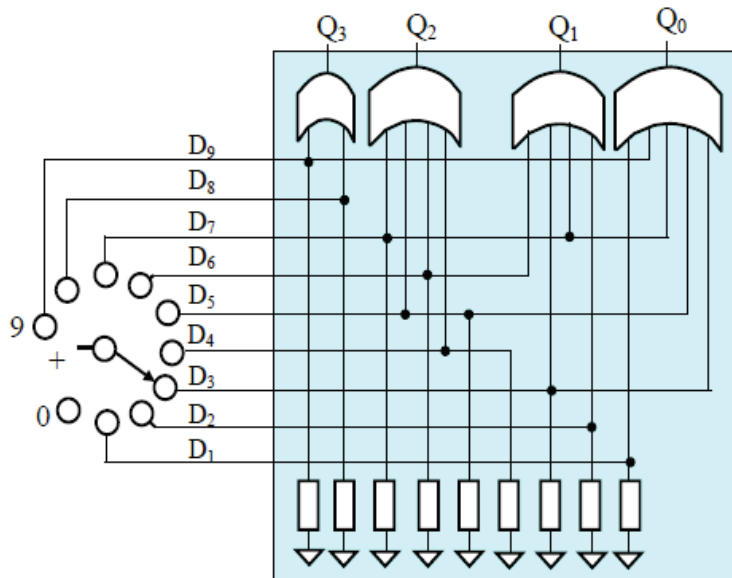
$$Q_3 = D_8 + D_9$$

$$Q_2 = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

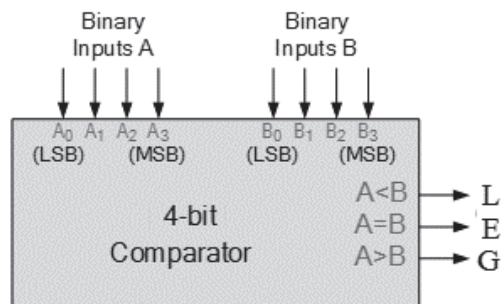
$$Q_1 = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

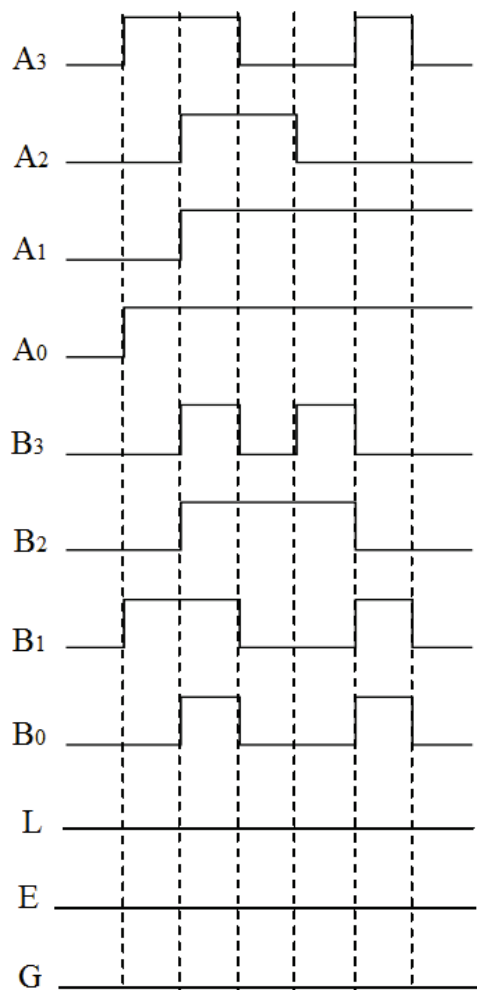
$$Q_0 = D_1 + D_3 + D_5 + D_7 + D_9$$

Из изрази следи реализација енкодера применом четири логичка ИЛИ кола, као што је приказано на слици:

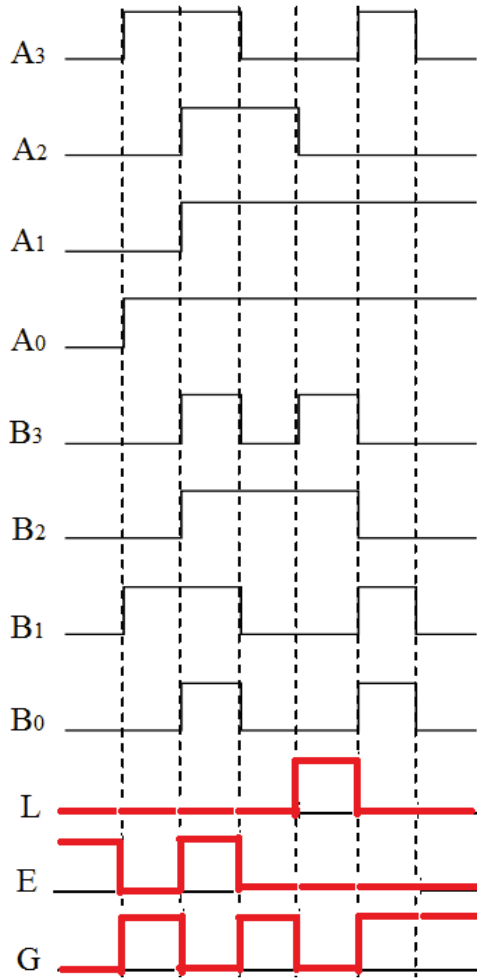


20. Нацртати временске дијаграме излаза компаратора приказаног на слици, на основу временских дијаграма улазних сигнала $A_3A_2A_1A_0$ и $B_3B_2B_1B_0$.

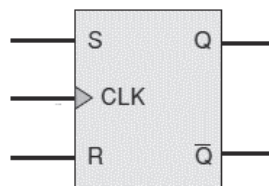


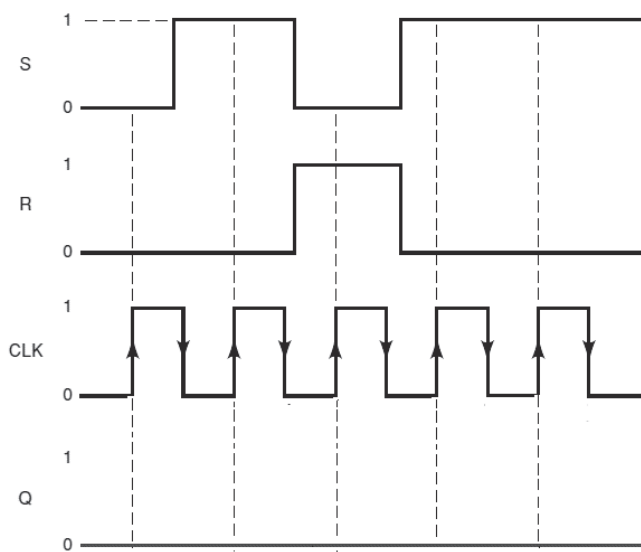


РЕШЕЊЕ

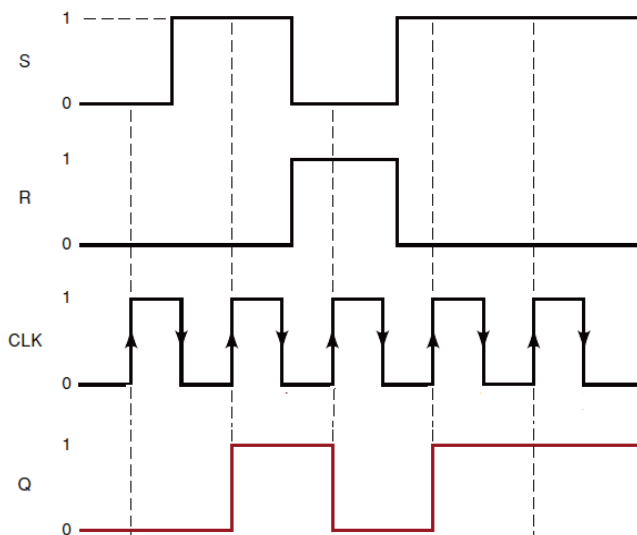


21. На основу временских дијаграма улазних сигнала S и R и сигнала такта CLK , нацртати временски дијаграм промене сигнала на излазу Q тактованог SR флип-флопа.

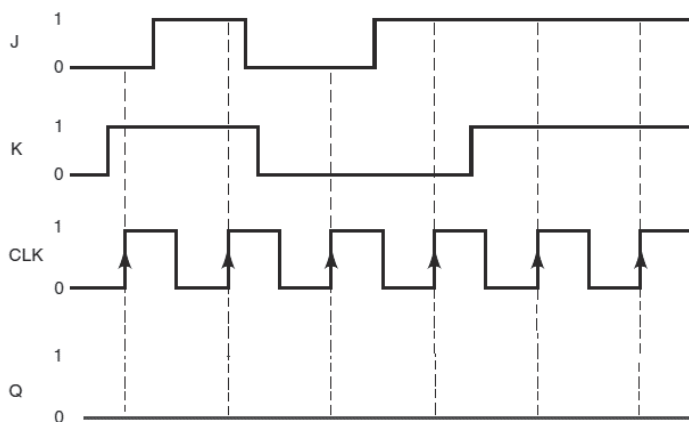
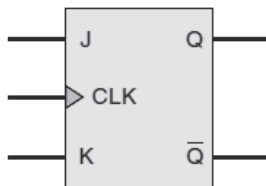




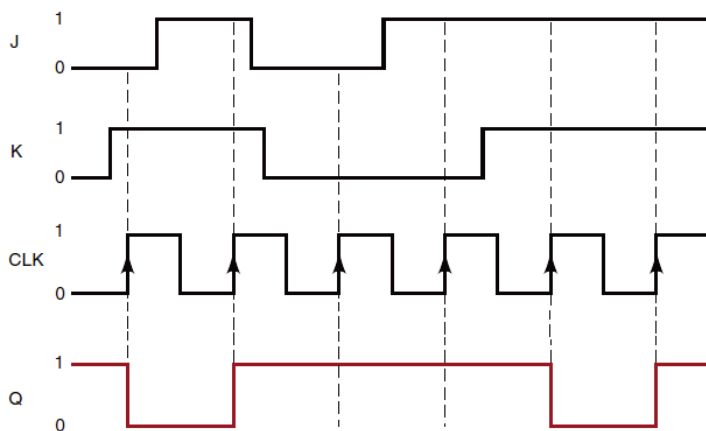
РЕШЕЊЕ



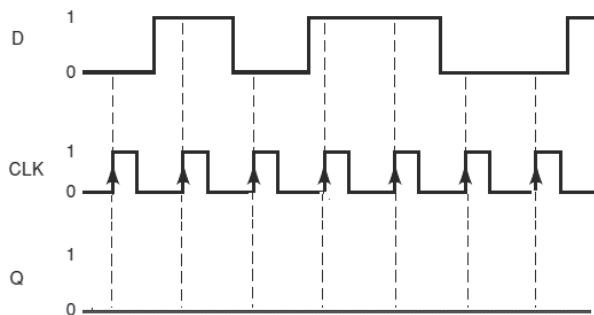
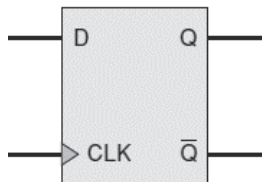
22. На основу временских дијаграма улазних сигнала J и K и сигнала такта CLK , нацртати временски дијаграм промене сигнала на излазу Q тактованог JK флип-флопа.



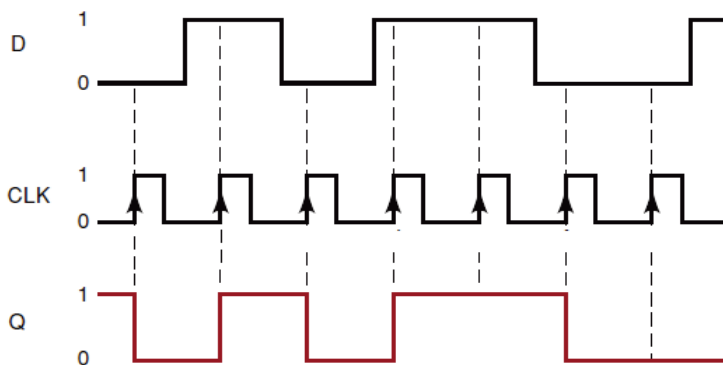
РЕШЕЊЕ



23. На основу временских дијаграма улазног сигнала D и сигнала такта CLK , нацртати временски дијаграм промене сигнала на излазу Q тактованог D флип-флопа.

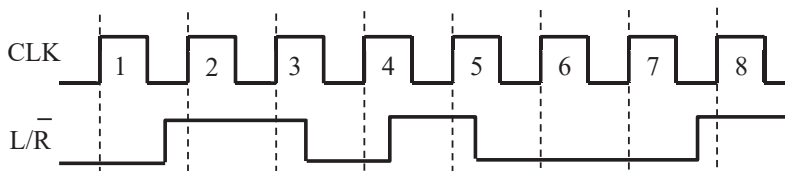
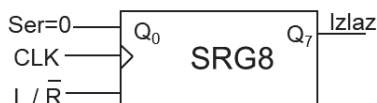


РЕШЕЊЕ



24. Допунити табелу у којој је приказана промена садржаја 8-битног померачког регистра са серијским уписом и серијским читањем, под претпоставком да је пре почетка уписа садржај регистра био 10110110_2 и да се садржај помера улево када је $L/\bar{R} = 1$.

CLK	$L/\bar{R}$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7
		1	0	1	1	0	1	1	0
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

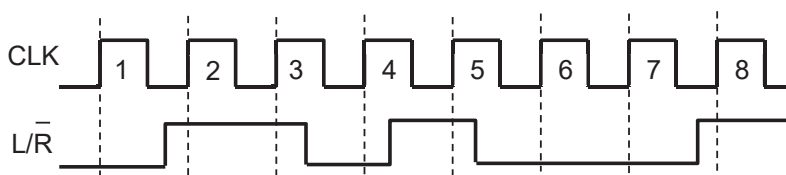
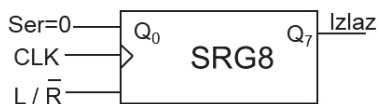


РЕШЕЊЕ

CLK	$L/\bar{R}$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7
		1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
2	1	1	0	1	1	0	1	1	0
3	1	0	1	1	0	1	1	0	0
4	0	0	0	1	1	0	1	1	0
5	1	0	1	1	0	1	1	0	0
6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
7	0	0	0	0	1	1	0	1	1
8	1	0	0	1	1	0	1	1	0

Табела је попуњена под претпоставком да се приликом померања бита у регистру на упражњена места са леве или десне стране уписује 0.

25. Допунити табелу којој је приказана промена садржаја 8-битног обостраног померачког регистра са серијским уписом и серијским читањем, под претпоставком да је пре почетка уписа садржај регистра био 00000000₍₂₎.

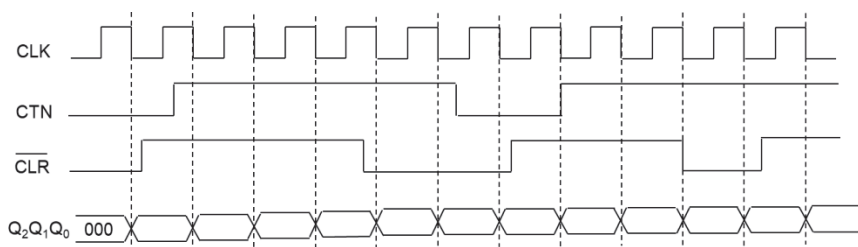
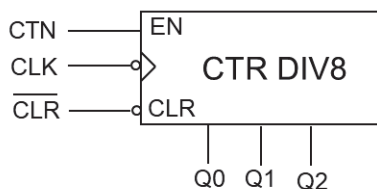


CLK	Улаз (Q ₀)	Q ₀	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Q ₇
		0	0	0	0	0	0	0	0
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

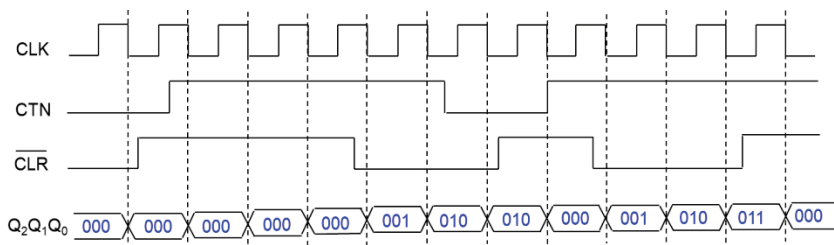
РЕШЕЊЕ

CLK	Улаз (Q ₀)	Q ₀	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆	Q ₇
		0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0
5	1	1	0	1	1	0	0	0	0
6	0	0	1	0	1	1	0	0	0
7	0	0	0	1	0	1	1	0	0
8	1	1	0	0	1	0	1	1	0

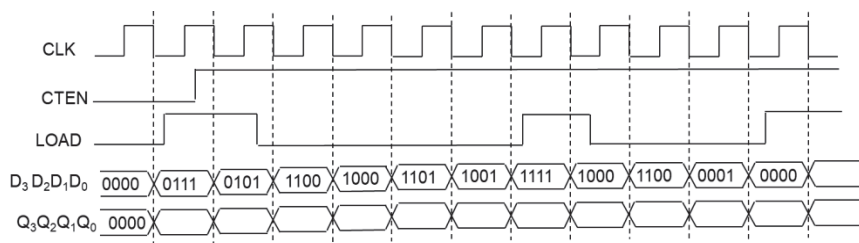
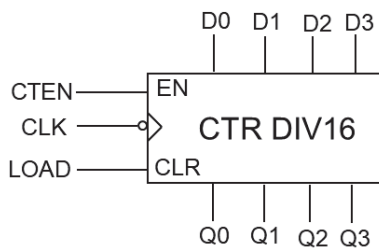
26. Контролним сигналом $CTN = 1$. дозвољава се бројање, док се контролним сигналом и $\overline{CLR} = 0$ независно од ивице такта бришу сви излази тробитног бројача, чији је симбол приказан на слици. Допунити временски дијаграм излаза бројача.



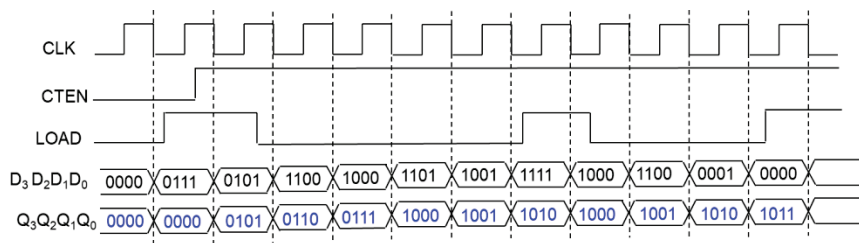
РЕШЕЊЕ



27. На слици је приказан симбол синхроног четворобитног бинарног бројача који дозвољава промену стања на излазу бројача када је $CTEN = 1$ и упис нове вредности у бројач када је $LOAD = 1$. Допунити временске дијаграме излаза бројача уписом одговарајуће бинарних вредности стања бројача.

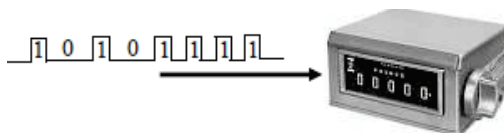


РЕШЕЊЕ



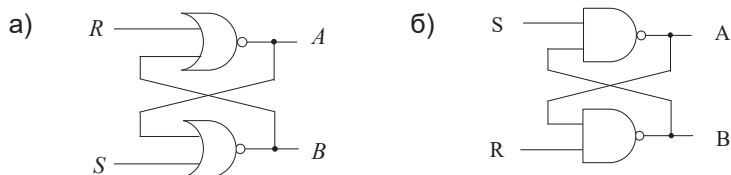
5.4. Питања за проверу знања

1. Коју бројну вредност показује електромеханички бројач када се на његов улазни прикључак доведе бинарни сигнал приказан на слици, ако је почетно стање бројача 00000?



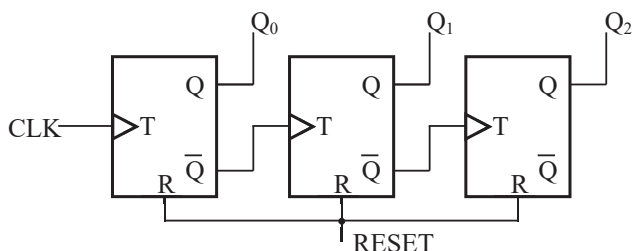
- а) 175 б) 6 в) 245
2. Који је децималан број представљен BCD кодом
0001 0010 1001_{BCD}?
- а) 129₁₀ б) 948₁₀ в) 697₁₀
3. Бинарни запис 000100101010₂ може да представља BCD код "8421".
- а) Тачно б) Нетачно
4. Бинарни запис 010101111001₂ може да представља BCD код "8421".
- а) Тачно б) Нетачно
5. Ком хексадекадном броју одговара бинарни запис 110,110₂?
_____.
6. Ком бинарном броју одговара децимални запис 11,5₁₀?
_____.
7. Које двоулазно логичко коло даје на излазу "1" само ако су сигнали на оба улаза "0"?
- а) и б) ни в) или г) нили

8. Комбинационе мреже:
- а) садрже меморијске елементе
 - б) не садрже меморијске елементе
9. Стање секвенцијалне мреже зависи од:
- а) тренутне вредности сигнала на улазу
 - б) тренутне вредности сигнала на улазу и претходног стања у коме се налазила мрежа
10. Излаз комбинационе мреже зависи од:
- а) тренутне вредности сигнала на улазу
 - б) тренутне вредности сигнала на улазу и претходног стања у коме се налазила мрежа
11. Које двоулазно логичко коло даје на излазу "1" само ако су сигнали на оба улаза "1"?
- а) и
 - б) ни
 - в) или
 - г) нили
12. Уређен скуп који садржи n меморијских ћелија чија су стања описана дискретним променљивим назива се _____.
13. Бројачи су секвенцијалне мреже.
- а) тачно
 - б) нетачно
14. Регистри су комбинационе мреже.
- а) тачно
 - б) нетачно
15. Повезати опис карактеристике са одговарајућим типом флип-флопа.



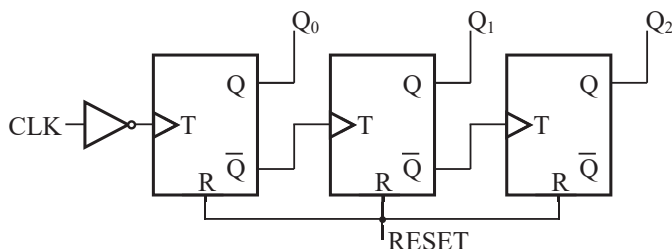
- 1) Нема недефинисана стања _____
- 2) Има недефинисано стање на излазу ако се на оба улаза доведе "0" _____
- 3) Има недефинисано стање на излазу ако се на оба улаза доведе "1" _____

16. Бројач приказан на слици:



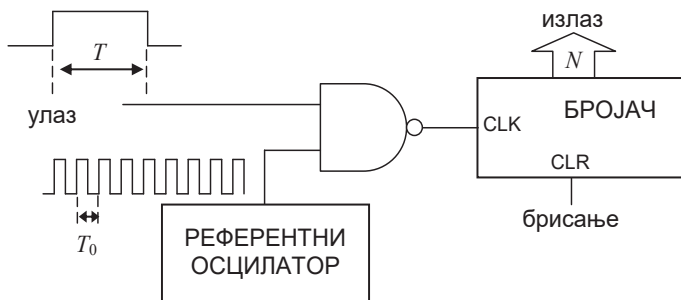
- а) броји на задњу ивицу
- б) броји на предњу ивицу
- в) броји унапред
- г) броји уназад

17. Бројач приказан на слици:



- а) броји на задњу ивицу
- б) броји на предњу ивицу
- в) броји унапред
- г) броји уназад

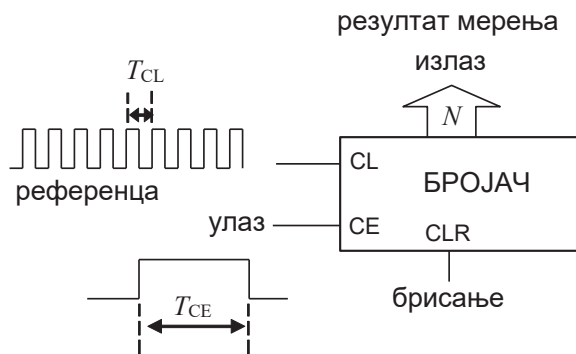
18. Чему је једнак излаз N бројача који се користи за мерење трајања временског интервала или учестаности?



а) $N = \frac{T_0}{T}$

б) $N = \frac{T}{T_0}$

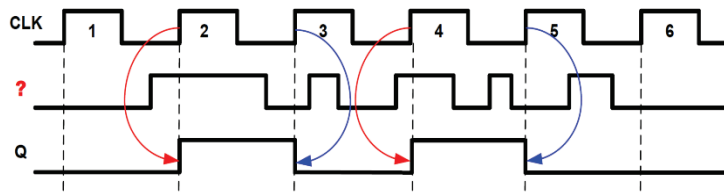
19. Чему је једнак излаз N бројача који се користи за мерење трајања временског интервала или учестаности?



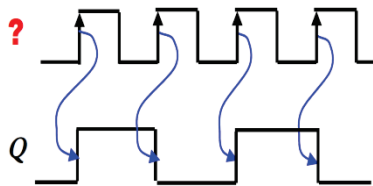
а) $N = \frac{T_{CE}}{T_{CL}}$

б) $N = \frac{T_{CL}}{T_{CE}}$

20. Изаберите тип флип-флопа коме одговарају временски дијаграми приказани на слици, ако је са ? означен улазни прикључак.

а) T флип-флопб) D флип-флоп

21. Изаберите тип флип-флопа коме одговарају временски дијаграми приказани на слици, ако је са ? означен улазни прикључак.

а) T флип-флопб) D флип-флоп

6. КВАНТОВАЊЕ

6.1. Теоријска основа

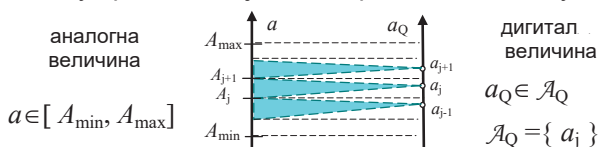
Уношење информација о стању физичког процеса, изворно представљених аналогним физичким величинама, у дигитални систем који треба да врши њихово прикупљање, обраду, приказ, складиштење или пренос, подразумева пресликавање аналогне величине на дигиталну величину. Операција квантовања може да се посматра као апроксимација вредности аналогне величине вредностима дигиталне величине.

Под називом **квантовање** (*quantization*) у физици се подразумева поступак којим се посматрана величина представља као збир малих, мерљивих прираштаја. Вредностима мерене величине приписују се вредности дигиталне величине исте врсте.

У мерној техници, под квантовањем се подразумева операција пресликавања посматране аналогне величине a , која може да добије било коју вредност која припада одређеном опсегу од A_{min} до A_{max} , на дигиталну величину a_Q , чији скуп могућих вредности $A_Q = \{a_j\}$ садржи коначан број чланова:

$$a \in [A_{min}, A_{max}] \rightarrow a_Q \in \{a_j\}$$

Квантовањем се остварује “дискретизација вредности”. Опсег могућих вредности величине $a \in [A_{min}, A_{max}]$, дели се на подопсеге, од којих је сваки представљен јединственом, унапред одређеном вредношћу. Подопсези не морају да имају једнаку ширину. Било која вредност величине a , која припада одређеном подопсегу, пресликава се на јединствену вредност која одговара том подопсегу.



Квантовање је поступак апроксимације вредности аналогне величине вредношћу дигиталне величине исте врсте.

Разлика квантоване и праве вредности посматране величине:

$$q = a_Q - a$$

је **грешка квантовања** (*quantization error*) која настаје када се величина a замени величином a_Q . Опсег вредности величине q одређен је ширином подопсега и начином избора квантованих вредности која представља подопсег. Пресликавање $a \rightarrow a_Q$ је једнозначно, али инверзна трансформација није. Права вредност величине a , чији је дигитални еквивалент a_Q познат, не може да се одреди. Грешка која је унета квантовањем може да има било коју вредност унутар одређеног интервала који одговара подопсегу којем вредност мерене величине припада. Грешка квантовања је случајна величина, која се при дигиталној обради мерних сигнала посматра као “шум квантовања” (*quantization noise*).

Већи број нивоа квантовања омогућује да дигитална величина верније (тачније) одражава мерену величину a .

Квантовање је равномерно (*uniform*) ако сви подопсези имају једнаку ширину ΔA :

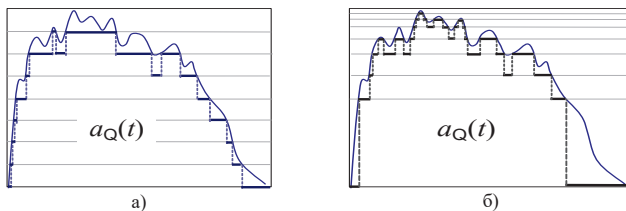
$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{J}$$

где је J укупан број подопсега. Величина ΔA назива се корак квантовања. Границе подопсега су тада одређене изразом:

$$A_j = A_{\min} + j\Delta A, \quad j = 0, 1, \dots, J$$

Скуп $\{A_j\}$ представља подскуп скупа вредности величине a .

Квантовање је нелинеарна трансформација, којом се неизбежно, у мањој или већој мери, изобличује мерни сигнал. Неравномерним распоредом нивоа квантовања, као што је то приказано на слици под б), за разлику од равномерног квантовања, које приказано на слици под а), постиже се верније представљање у горњем делу радног опсега, за који у неком конкретном случају може да постоји интерес да грешка апроксимације буде мања.



Равномерно и неравномерно квантовање

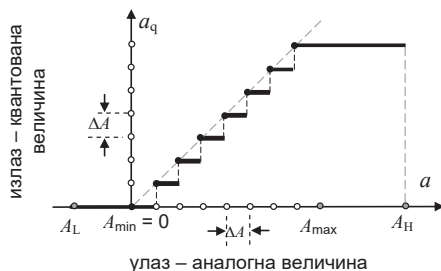
Неравномерним распоредом нивоа квантовања може се постићи верније представљање у одређеном делу радног опсега, у неком конкретном случају, где је потребно да грешка апроксимације буде мања. У мерној техници се најчешће примењује равномерно квантовање.

- **Равномерно квантовање одсецањем**

При апроксимацији одсецањем, карактеристика улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање аналогне величине a , чији је мерни опсег од $A_{\min}=0$ до $A_{\max}$, може да се представи изразом:

$$a_Q = \left[\frac{a}{\Delta A} \right] \cdot \Delta A \quad \Delta A = \frac{A_{\max}}{I}$$

у којем a_Q представља квантовану величина; ΔA је корак квантовања, J укупан број квантованих вредности. Угласе заграде у овом изразу означавају највећи цео број, који је једнак или мањи од вредности израза у заградама. Графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера, када скуп a_Q има осам вредности, приказан је на слици.

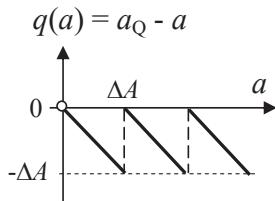


При равномерном квантовању одсецањем излазна (квантована) величина је једнака или мања од посматране аналогне величине.

У мерном опсегу $A_{\min} \leq a \leq A_{\max}$ **грешка квантовања одсецањем** је величина, чији је опсег вредности:

$$-\Delta A < q \leq 0$$

и може се представити графиком приказаним на слици:



Посматрана само у првом подопсегу, $0 \leq a < \Delta A$, функција $q(a)$ одређена је изразом:

$$q(a) = -a$$

Средња вредност грешке равномерног квантовања одсецањем једнака је:

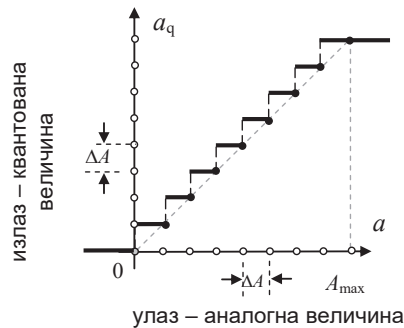
$$\bar{q} = -\frac{\Delta A}{2}$$

Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања одсецањем једнака је:

$$\overline{q^2} = -\frac{(\Delta A)^2}{3}$$

- **Равномерно квантовање додавањем**

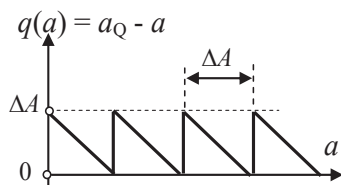
При квантовању аналогне величине $a \in [0, A_{\max}]$, када је примењен поступак апроксимације додавањем, квантована вредност једнака је горњој граничној вредности подопсега којем посматрана величина припада. На слици је дат графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање додавањем, када скуп a_Q има осам вредности.



Аналогна величина a апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је једнака или већа од посматране аналогне величине. Квантована вредност је једнака првом вишем нивоу квантовања. Грешка квантовања је периодична величина, чији је опсег вредности:

$$0 \leq q < \Delta A, q(a + \Delta A) = q(a), \quad 0 \leq a \leq A_{\max}$$

и графички се може представити:



Средња вредност грешке равномерног квантовања додавањем једнака је:

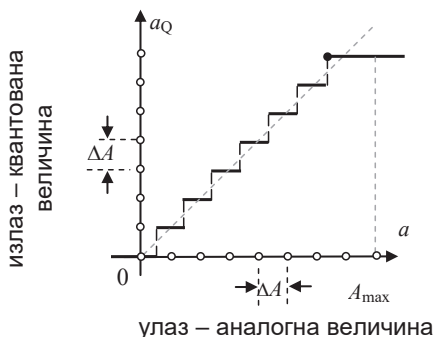
$$\bar{q} = \frac{\Delta A}{2}.$$

Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања додавањем једнака је:

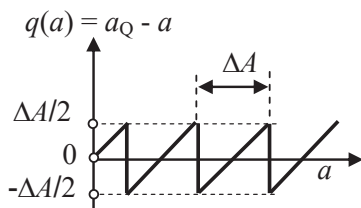
$$\overline{q^2} = -\frac{(\Delta A)^2}{3}.$$

- **Равномерно квантовање заокруживањем**

При квантовању са апроксимацијом заокруживањем, квантована вредност a_Q представља ближу границу подопсега којем вредност посматране аналогне величине a припада. Графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање заокруживањем, када скуп a_Q има осам вредности, приказан је на слици:



Грешка квантовања заокруживањем је биполарна величина (може да буде позитивна, негативна или једнака нули). При равномерном квантовању, функција $q(a)$ је симетрична око апсцисне осе, па је највећа могућа апсолутна вредност грешке двоструко мања у поређењу са максималном (по модулу) грешком квантовања одсецањем или заокруживањем, као што је приказано на слици:



Са претходне слике види се да функција $q(a)$ има троугаони облик, симетричан око апсцисне осе, па је њена средња вредност једнака нули. Средња вредност квадрата грешке квантовања једнака је:

$$\overline{q^2} = -\frac{(\Delta A)^2}{12}.$$

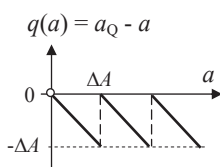
У поређењу са квантовањем одсецањем, односно додавањем, средња вредност квадрата грешке је четири пута мања. У целини посматрано, са теоријског становишта, апроксимација заокруживањем одлукује се бољим својствима.

6.2. Задаци

1. а) Израчунати средњу вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем.
- б) Израчунати средњу вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем.

РЕШЕЊЕ

Грешка код равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем се графички може представити:



- а) Средња вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака је:

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a) da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (-a) da = \frac{1}{\Delta A} \left(-\frac{a^2}{2} \Big|_0^{\Delta A} \right) = -\frac{(\Delta A)^2}{2\Delta A} = -\frac{\Delta A}{2}$$

- б) Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака је:

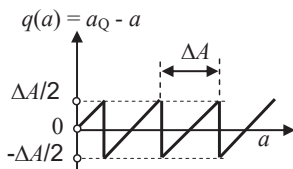
$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (q(a))^2 da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (-a)^2 da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} a^2 da = \frac{1}{\Delta A} \frac{a^3}{3} \Big|_0^{\Delta A}$$

$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \frac{(\Delta A)^3}{3} = \frac{(\Delta A)^2}{3}$$

2. а) Израчунати средњу вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом заокруживањем.
- б) Израчунати средњу вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом заокруживањем.

РЕШЕЊЕ

Грешка код равномерног квантовања са апроксимацијом заокруживањем се графички може представити:



а) Средња вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом заокруживањем једнака је:

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a) da = \frac{1}{\Delta A} \left[\int_0^{\frac{\Delta A}{2}} a da + \int_{\frac{\Delta A}{2}}^{\Delta A} (a - \Delta A) da \right]$$

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{a^2}{2} \Big|_0^{\frac{\Delta A}{2}} - \Delta A a \Big|_{\frac{\Delta A}{2}}^{\Delta A} \right] = \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{(\Delta A)^2}{2} - \frac{(\Delta A)^2}{2} \right] = 0$$

б) Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом заокруживањем једнака је:

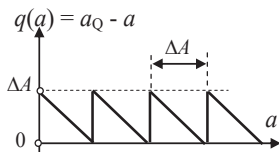
$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (q(a))^2 da = \frac{2}{\Delta A} \int_0^{\frac{\Delta A}{2}} a^2 da = \frac{2}{\Delta A} \frac{a^3}{3} \Big|_0^{\frac{\Delta A}{2}} = \frac{\left(\frac{\Delta A}{2}\right)^2}{3} = \frac{(\Delta A)^2}{12}$$

3. а) Израчунати средњу вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом додавањем.

б) Израчунати средњу вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом додавањем.

РЕШЕЊЕ

Грешка код равномерног квантовања са апроксимацијом додавањем се графички може представити:



а) Средња вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом додавањем једнака је:

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a) da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} a da = \frac{1}{\Delta A} \left(\frac{a^2}{2} \Big|_0^{\Delta A} \right) = \frac{(\Delta A)^2}{2\Delta A} = \frac{\Delta A}{2}$$

б) Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака је:

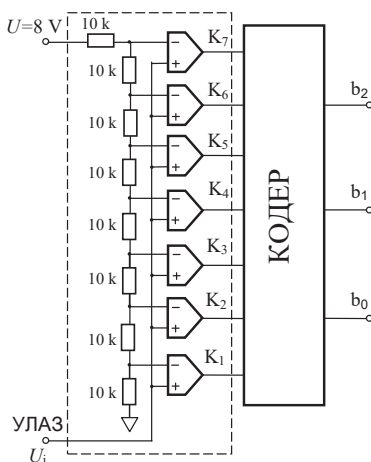
$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (q(a))^2 da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} a^2 da = \frac{1}{\Delta A} \left. \frac{a^3}{3} \right|_0^{\Delta A} = \frac{1}{\Delta A} \frac{(\Delta A)^3}{3} = \frac{(\Delta A)^2}{3}$$

4. а) Израчунати величину једног кванта, односно ширину једног подопсега код тробитног претварача приказаног на слици.

б) Који метод квантовања је примењен?

в) Која бинарна вредност се добија на излазу кола ако је на улаз доведен напон $U_i = 4,6 \text{ V}$ и референтни напон има вредност $U = 8 \text{ V}$?

јединични бинарни код на излазу компаратора ($K_7 K_6 K_5 K_4 K_3 K_2 K_1$)	природни бинарни код на излазу кодера ($b_2 b_1 b_0$)
0000000	000
0000001	001
0000011	010
0000111	011
0001111	100
0011111	101
0111111	110
1111111	111



РЕШЕЊЕ

а) Коло приказано на слици је парални квантизер и омогућава истовремено поређење мерене величине са свим референтним величинама које представљају нивое квантовања.

Отпорнички делитељ напона дефинише напоне од U_1 до U_7 који представљају границе изабраних подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди. Одговарајућим избором отпорности у мрежи могуће је остварити произвољну скалу, ако сви отпорници имају једнаку вредност, скала је равномерна.

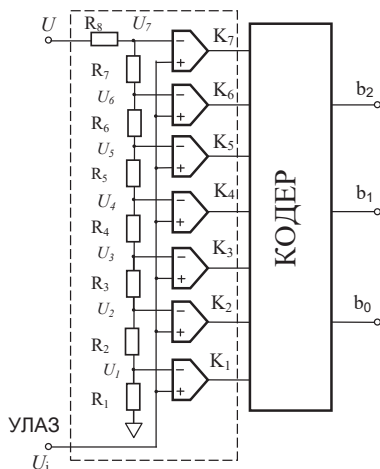
Излази компаратора K_1 до K_7 образују податак којим је редни број подопсега, којем мерени напон припада, представљен непозиционим 7-битним бинарним записом.

Јединични бинарни код је неподесан и неекономичан начин представљања бројева, па се помоћу одговарајућег кодера резултат мерења приказује у природном бинарном коду.

Вредност једног кванта, ΔU , једнака је:

$$\Delta U = \frac{U}{J} = \frac{U}{2^n} = \frac{8V}{2^3} = 1V,$$

где је n број бита на излазу А/D конвертора (кодера), док $J = 2^n$ представља укупан број подопсега.



Референтни напони које дефинише отпорнички делитељ, U_j , у општем случају, једнаки су:

$$U_j = \frac{\sum_{k=1}^j R_k}{\sum_{k=1}^J R_k} U, \quad j = 1, \dots, J-1$$

где је j редни број подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди и J укупан број отпорника у отпорничком делитељу напона.

Границе подопсега за квантизер са слике једнаке су:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{10 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 1V$$

$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{20 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 2V$$

$$U_3 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{30 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 3V$$

$$U_4 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{40 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 4V$$

$$U_5 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{50 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 5V$$

$$U_6 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{60 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 6V$$

$$U_7 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{70 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8V = 7V$$

б) Вредности најнижег нивоа поређења, U_1 , одговара вредности једног кванта тако да овај претварач остварује равномерно квантовање одсецањем.

в) За улазни напон $U_i = 4,6 \text{ V}$ вредности излаза компаратора су:

$$K_1: U_i > U_1 \Rightarrow K_1 = 1$$

$$K_2: U_i > U_2 \Rightarrow K_2 = 1$$

$$K_3: U_i > U_3 \Rightarrow K_3 = 1$$

$$K_4: U_i > U_4 \Rightarrow K_4 = 1$$

$$K_5: U_i < U_5 \Rightarrow K_5 = 0$$

$$K_6: U_i < U_6 \Rightarrow K_6 = 0$$

$$K_7: U_i < U_7 \Rightarrow K_7 = 0$$

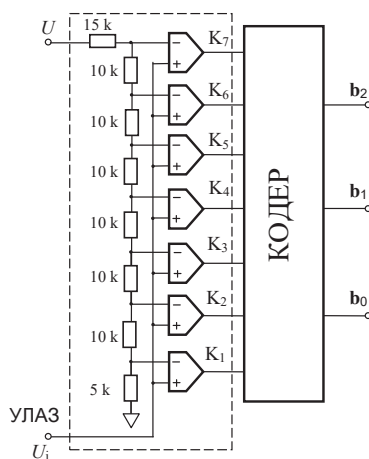
Јединични бинарни код на улазу у кодер је $K_7K_6K_5K_4K_3K_2K_1 = 0001111$ док је бинарна вредност на излазу кодера, на основу табеле, $b_2b_1b_0 = 100_2$.

5. а) Израчунати величину једног кванта, односно ширину једног подопсега код тробитног претварача приказаног на слици.

б) Који метод квантовања је примењен?

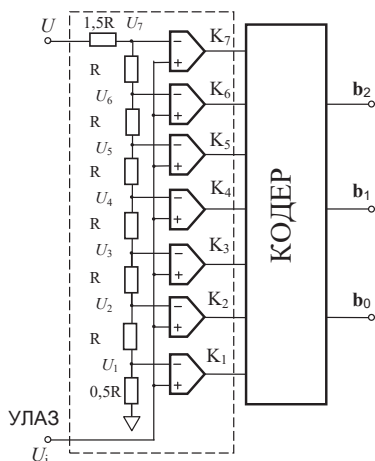
в) Која бинарна вредност се добија на излазу кола ако је на улаз доведен напон $U_i = 4,6 \text{ V}$ и референтни напон има вредност $U = 8 \text{ V}$?

јединични бинарни код на излазу компаратора ($K_7K_6K_5K_4K_3K_2K_1$)	природни бинарни код на излазу кодера ($b_2b_1b_0$)
0000000	000
0000001	001
0000011	010
0000111	011
0001111	100
0011111	101
0111111	110
1111111	111



РЕШЕЊЕ

Коло приказано на слици је параллни квантизер омогућава истовремено поређење мерене величине са свим референтним величинама које представљају нивое квантовања. Отпорнички делитељ напона дефинише напоне од U_1 до U_7 који представљају границе изабраних подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди. Излази компаратора K_1 до K_7 образују податак којим је редни број подопсега, којем мерени напон припада, представљен непозиционим 7-битним бинарним записом.



Јединични бинарни код је неподесан и неекономичан начин представљања бројева, па се помоћу одговарајућег кодера резултат мерења приказује у природном бинарном коду.

Вредност једног кванта, ΔU , једнака је:

$$\Delta U = \frac{U}{J} = \frac{U}{2^n} = \frac{8 \text{ V}}{2^3} = 1 \text{ V}$$

где је n број бита на излазу А/Д конвертора (кодера), док $J = 2^n$ представља укупан број подопсега.

Референтни напони које дефинише отпорнички делитељ, U_j , у општем случају, једнаки су:

$$U_j = \frac{\sum_{k=1}^j R_k}{\sum_{k=1}^J R_k} U, \quad j = 1, \dots, J - 1$$

где је j редни број подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди и J укупан број отпорника у отпорничком делитељу напона.

Границе подопсега за квантизер са слике једнаке су:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{5 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 0,5 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{15 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$$

$$U_3 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{25 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 2,5 \text{ V}$$

$$U_4 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{35 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 3,5 \text{ V}$$

$$U_5 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{45 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 4,5 \text{ V}$$

$$U_6 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{55 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 5,5 \text{ V}$$

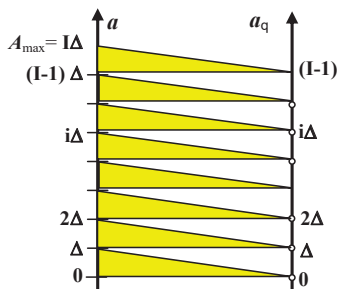
$$U_7 = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} U = \frac{65 \text{ k}\Omega}{80 \text{ k}\Omega} \cdot 8 \text{ V} = 6,5 \text{ V}$$

б) Вредности најнижег нивоа поређења, U_1 , одговара половини вредности једног кванта тако да овај претварач остварује равномерно квантовање заокруживањем.

в) На основу одређених подопсега и улазног напон, $U_i=4,6 \text{ V}$, јединични бинарни код на улазу у кодер је $K_7K_6K_5K_4K_3K_2K_1=0011111$ док је бинарна вредност на излазу кодера, на основу табеле, $b_2b_1b_0=101_2$.

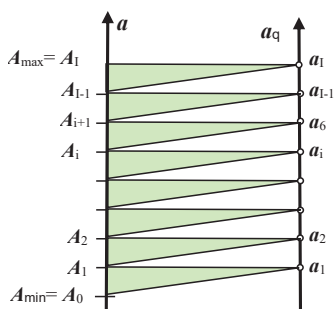
6.3. Питања за проверу знања

1. Који је тип квантовања приказан на слици?



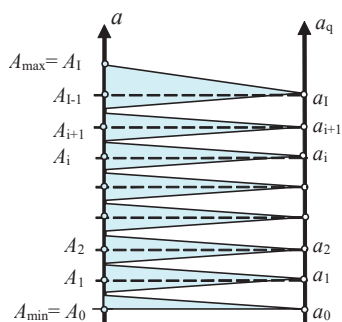
- а) Апроксимација одсецањем
- б) Апроксимација заокруживањем
- в) Апроксимација додавањем

2. Који је тип квантовања приказан на слици?



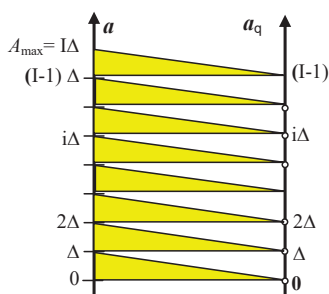
- а) Апроксимација одсецањем
- б) Апроксимација заокруживањем
- в) Апроксимација додавањем

3. Који је тип квантовања приказан на слици?



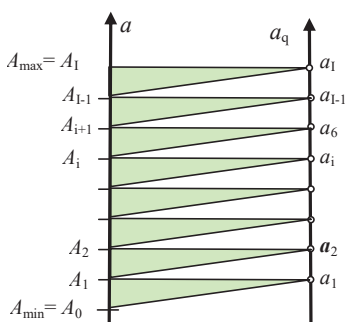
- а) Апроксимација одсецањем
- б) Апроксимација заокруживањем
- в) Апроксимација додавањем

4. У општем случају, квантоване вредности:
- не морају да припадају подопсегу улазне величине који представљају,
 - морају да припадају подопсегу улазне величине који представљају.
5. Колика је средња грешка апроксимације за тип квантовања приказан на слици?



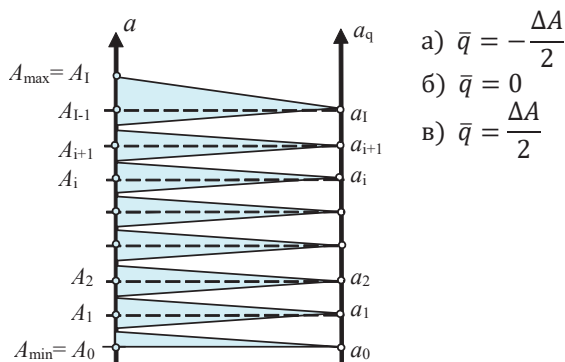
- $\bar{q} = -\frac{\Delta A}{2}$
- $\bar{q} = 0$
- $\bar{q} = \frac{\Delta A}{2}$

6. Колика је средња грешка апроксимације за тип квантовања приказан на слици?



- $\bar{q} = -\frac{\Delta A}{2}$
- $\bar{q} = 0$
- $\bar{q} = \frac{\Delta A}{2}$

7. Колика је средња грешка апроксимације за тип квантовања приказан на слици?

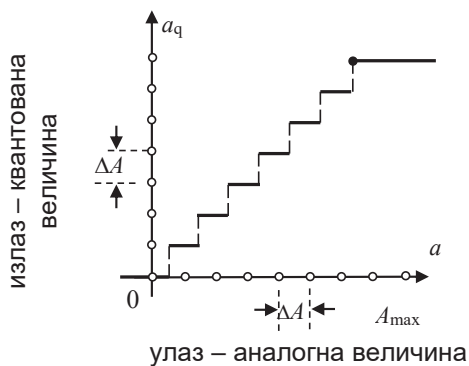


8. Ако при квантовању величине a треба да постоји 16 нивоа квантизације, треба применити:

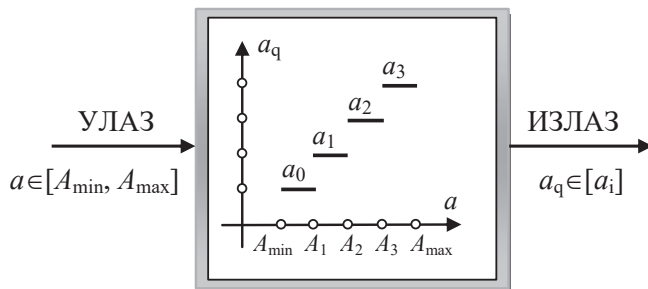
а) 15 компаратора, б) 4 компаратора, в) 16 компаратора.

9. Процес којим се опсег променљиве величине дели на коначан број подопсега који не морају бити једнаки назива се _____.

10. Ако подопсези при квантовању имају једнаку ширину, примењен је _____ квантизер.



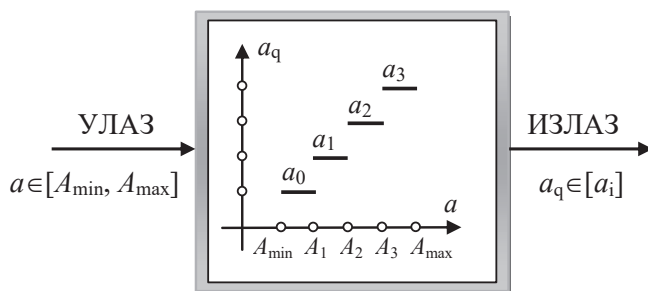
11. Вишенивоски компаратор, чији је принцип рада приказан на слици назива се _____.



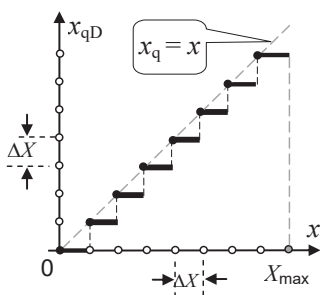
12. Пресликавање скупа A на самог себе назива се _____ квантовање.

13. При _____ квантовању, размак између суседних нивоа дигиталног еквивалента је константан.

14. Величина a_q која се добија на излазу вишенивоског компаратора, чији је принцип рада приказан на слици представља _____ еквивалент величине a .

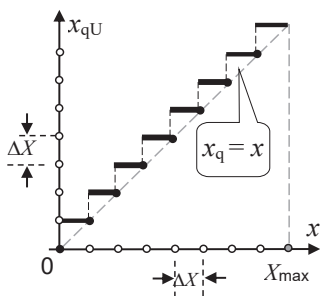


15. Колика је средња квадратна грешка за начин квантовања приказан на слици?



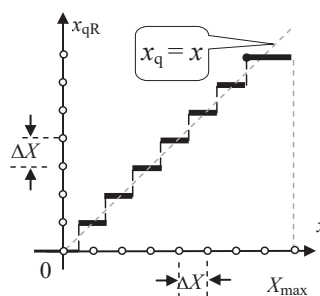
- а) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{3}$
 б) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{12}$
 в) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{2}$

16. Колика је средња квадратна грешка за начин квантовања приказан на слици?



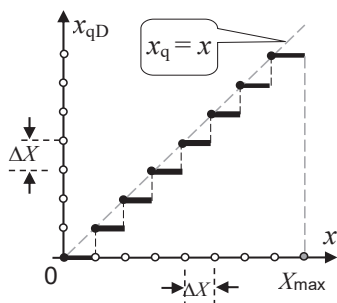
- а) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{3}$
 б) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{12}$
 в) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{2}$

17. Колика је средња квадратна грешка за начин квантовања приказан на слици?



- а) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{3}$
 б) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{12}$
 в) $\bar{q} = \frac{(\Delta A)^2}{2}$

18. Колика је грешка за начин квантовања приказан на слици?

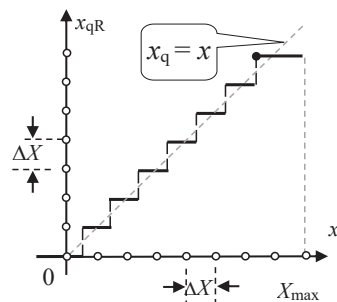


а) $0 \leq q < \Delta X$

б) $-\Delta X \leq q \leq 0$

в) $-\frac{1}{2}\Delta X \leq q < \frac{1}{2}\Delta X$

19. Колика је грешка за начин квантовања приказан на слици?

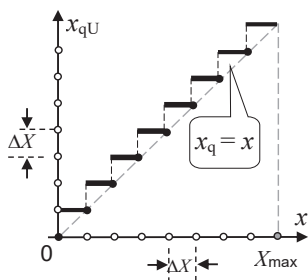


а) $0 \leq q < \Delta X$

б) $-\Delta X \leq q \leq 0$

в) $-\frac{1}{2}\Delta X \leq q < \frac{1}{2}\Delta X$

20. Колика је грешка за начин квантовања приказан на слици?

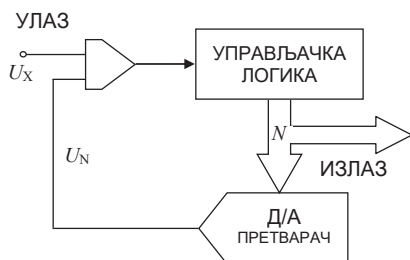


а) $0 \leq q < \Delta X$

б) $-\Delta X \leq q \leq 0$

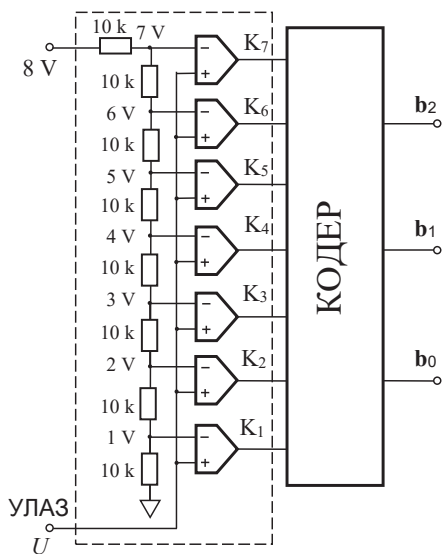
в) $-\frac{1}{2}\Delta X \leq q < \frac{1}{2}\Delta X$

21. Који је метод квантовања приказан на слици?



- а) Метод сукцесивне апроксимације
б) Метод истовременог поређења

22. Колики је корак квантовања ΔU у колу за квантовање приказаном на слици?



а) 1 V

б) 2 V

в) 10 V

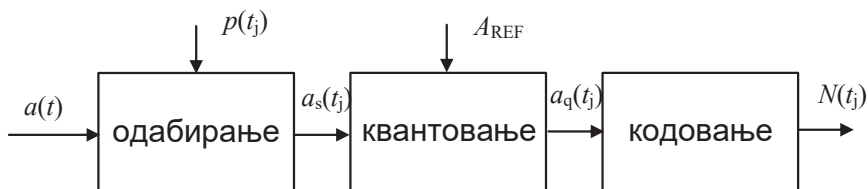
7.

АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ И ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ

7.1. Теоријска основа

У ужем смислу, под појмом “**аналогно/дигитално претварање**” или “**аналогно/дигитална конверзија**” у мерној техници се подразумева трансформација аналогног сигнала, који представља мерену величину, у дигиталну представу мерене величине.

Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача приказан је на слици.



Дискретизацији по вредности претходи дискретизација по независној променљивој (времену). Непрекидна по времену величина $a(t)$ замењује се величином која је дефинисана само у одређеним, дискретним тренуцима времена. Операција узимања “узорка” вредности аналогне величине назива се **одабирање** (*sampling*).

Квантовање (*quantization*) представља поступак којим се аналогна величина $a \in [A_{\min}, A_{\max}]$, апроксимира дигиталном величином a_Q , чији је скуп могућих вредности $\{a_j\}$ дискретан и коначан. Свакој вредности аналогне величине a додељује се јединствена вредност дигиталне величине a_Q (квантована вредност).

Дискретизацијом по времену добија се аналогна величина чија вредност може да се промени само у тренутку који дефинише сигнал. Квантовањем се добија величина која је дискретна и по времену и по интензитету.

Кодовањем се резултат пресликавања $A \rightarrow N$ представља у облику који је погодан за даљу обраду, пренос или запис.

Основни параметар А/Д претварача је укупан број вредности које дигитални представник улазне аналогне величине може да има. Када је излазна величина представљена тежинским бинарним кодом, уобичајено је да се број бита декларише као “резолucија претварача”. Притом мора да буде назначен и начин кодовања излазног податка.

Други карактеристичан параметар је брзина одзива А/Д претварача која се изражава бројем узорака (мерења) у секунди (*samples per second, sps*).

Поступак А/Д претварања може да се опише на следећи начин:

- опсег могућих вредности мерене аналогне величине a дели се на коначан број подопсега,
- сваки подопсег представља се јединственим бројем,
- било која вредност величине a замењује се бројем који представља подопсег којем посматрана вредност величине a припада.

Независно од тога који се начин апроксимације примењује при квантовању, да би се посматрана аналогна величина заменила одговарајућим дигиталним представником, потребно је да се одреди ком подопсегу њена вредност припада. То може да се уради на два основна начина:

- истовременим поређењем мерене величине са свим референтним величинама скупа A_N (**метод истовременог поређења**),
- појединачним поређењем мерене величине са референтном величином из скупа A_N , која се бира (подешава у више корака) тако да унутар граница грешке квантовања буде једнака величини која се мери (**метод уравнотежавања**).

Метод истовременог поређења (*simultaneous comparison*) заснива се на директном поређењу улазне величине са референтним величинама које представљају нивое квантовања. Податак о вредности улазне величине добија се помоћу $J-1$ компаратора, где је J укупан број вредности које дигитални представник посматране аналогне величине може да има.

Разликују се два основна алгорита одређивања дигиталног еквивалента мерене аналогне величине **методом уравнотежавања**:

- метод бројања јединичних прираштаја
- метод сукцесивне апроксимације.

У првом случају вредност величине a_N се подешава у једнаким корацима јединичне вредности. Резултат мерења једнак је броју

корака потребних да квантована величина, почевши од нуле, достигне вредност улазне величине. Процесор се своди на бројач. У другом случају процесор реализује сложенији алгоритам, са променљивим кораком промене величине a_N , који омогућује да се равнотежа успостави много брже.

У мерној техници, **дигитално-аналогно претварање** се користи при регенерацији аналогног мерног сигнала записаног у дигиталном облику. Запис може да представља резултат претходно оствареног мерења (снимања), или низ вредности жељеног таласног облика аналогног сигнала који треба генерисати за потребе испитивања мерних средстава. Такав уређај представља програмабилну материјализовану меру временски променљиве величине.

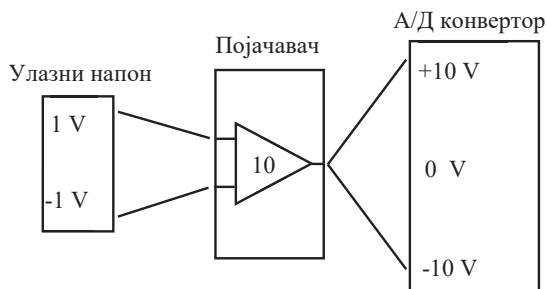
Дигитално-аналогни претварач омогућује да се природни број N представи вредношћу аналогне физичке величине. Са становишта електротехнике, најзначајније су две групе Д/А претварача:

- претварачи који на свом излазу дају импулсни (пулсирајући) сигнал чији је неки временски параметар одређен улазном дигиталном величином.
- претварачи код којих излаз представља одабрана електрична величина.

Електрични Д/А претварач представља дигитално управљану електричну мрежу. Састоји се од скупа електричних елемената, који представљају материјализоване мере (еталоне) одређене величине, и „прекидача“ који омогућују да се мења топологија мреже. Посматрано са стране прикључака који представљају излазни приступ, таква мрежа делује као један, пасиван или активан, елемент чији је карактеристични параметар одређен стањима прекидача.

7.2. Задаци

- Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 12-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?



РЕШЕЊЕ

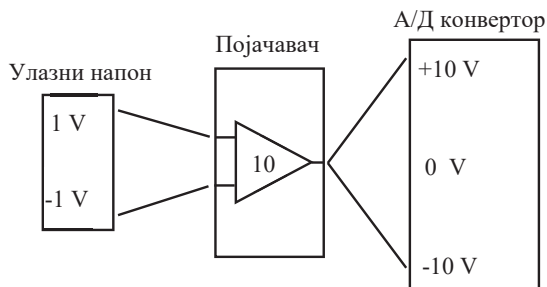
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор је једнака једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{12}} = \frac{20 \text{ V}}{4096} = 4,8828 \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U}{A} = 488,28 \text{ } \mu\text{V}$$

- Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 16-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?



РЕШЕЊЕ

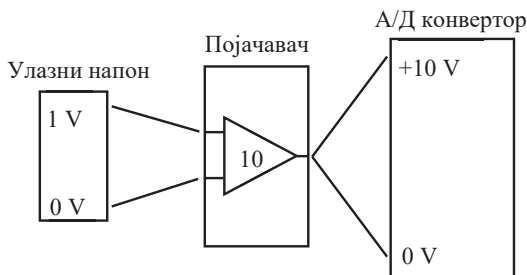
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор је једнака једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{16}} = \frac{20 \text{ V}}{65536} = 0,30517 \dots \text{ mV} \approx 0,3052 \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U}{A} \approx 30,52 \text{ } \mu\text{V}$$

3. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 12-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

**РЕШЕЊЕ**

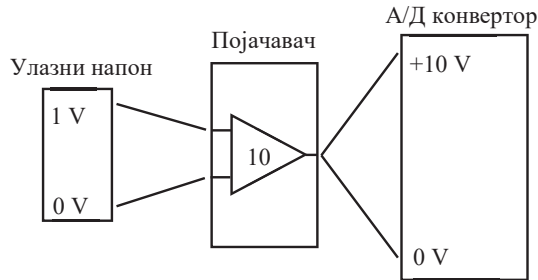
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор је једнака једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^{12}} = \frac{10 \text{ V}}{4096} \approx 2,4414 \dots \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U}{A} \approx 244,14 \text{ } \mu\text{V}.$$

4. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 16-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

**РЕШЕЊЕ**

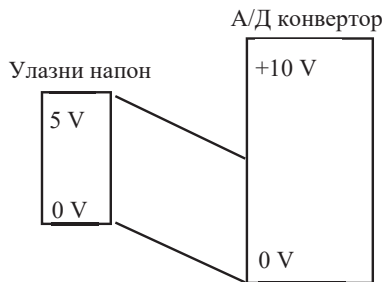
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор је једнака једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^{16}} = \frac{10 \text{ V}}{65536} = 0,152587 \dots \text{ mV} \approx 0,1526 \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U}{A} = 15,26 \text{ } \mu\text{V}.$$

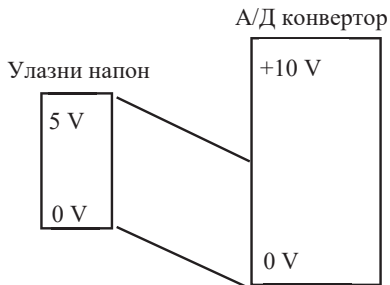
5. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 8-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

**РЕШЕЊЕ**

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^8} = \frac{10 \text{ V}}{256} = 39,06 \text{ mV}$$

6. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 10-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

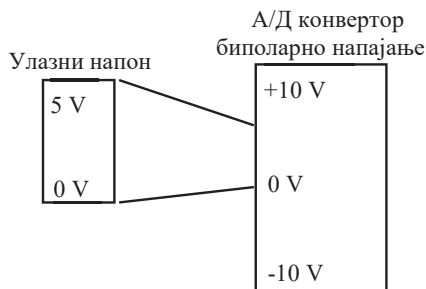


РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^{10}} = \frac{10 \text{ V}}{1024} = 9,76 \text{ mV}$$

7. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 8-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

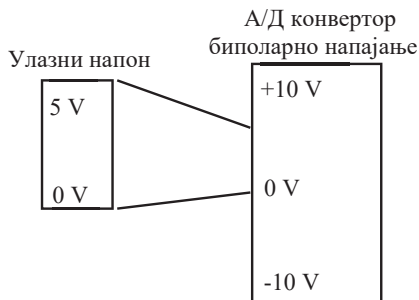


РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^8} = \frac{20 \text{ V}}{256} = 78,13 \text{ mV}$$

8. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 10-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

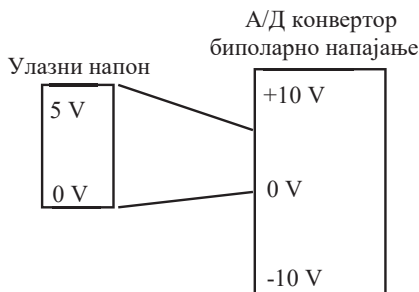


РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{10}} = \frac{20 \text{ V}}{1024} = 19,53 \text{ mV}$$

9. Одредити најмању промену улазног напона која може да се региструје 12-битним А/Д конвертором за случај приказан на слици?

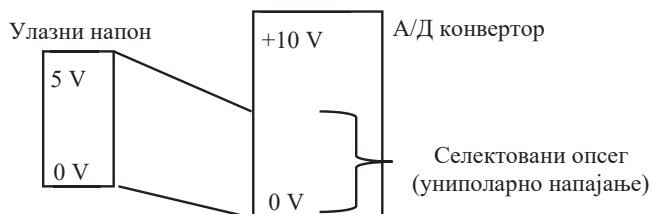


РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{12}} = \frac{20 \text{ V}}{4096} = 4,88 \text{ mV}$$

10. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици, ако се користи 8 - битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

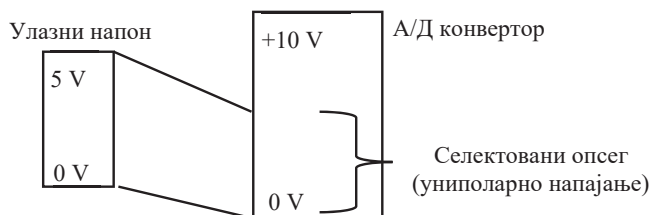
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^8} = \frac{10 \text{ V}}{256} = 39,06 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д конвертор је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{5 \text{ V} - 0 \text{ V}}{\Delta U} = \frac{5 \text{ V}}{39,06 \text{ mV}} \approx 128$$

11. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици ако се користи 10 - битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

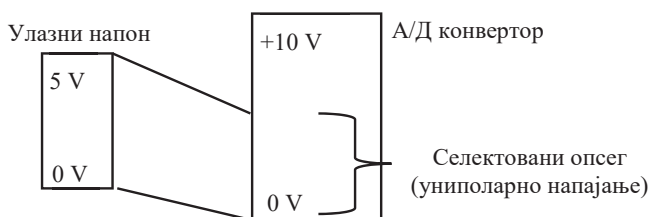
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^{10}} = \frac{10 \text{ V}}{1024} = 9,76 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д конвертор је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{5 \text{ V} - 0 \text{ V}}{\Delta U} = \frac{5 \text{ V}}{9,76 \text{ mV}} \approx 512$$

12. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици ако се користи 12 - битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

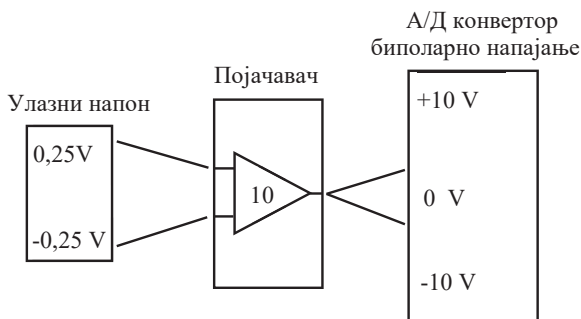
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^{12}} = \frac{10 \text{ V}}{4096} = 2,44 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д конвертор је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{5 \text{ V} - 0 \text{ V}}{\Delta U} = \frac{5 \text{ V}}{2,44 \text{ mV}} \approx 2048$$

13. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици ако се користи 8-битни А/Д конвертор?

**РЕШЕЊЕ**

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^8} = \frac{20 \text{ V}}{256} = 78,125 \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U_{AD}}{A} = 7,8125 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д је од $-0,25 \text{ V}$ до $0,25 \text{ V}$, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{\Delta U}{\Delta U_i} = 64$$

Опсег А/Д конвертора, U_{AD} , је од -10 V до 10 V , односно:

$$U_{AD} = U_{ADmax} - U_{ADmin} = 20 \text{ V}$$

Улазни напон U_i , чији је опсег од $U_{imin} = -0,25 \text{ V}$ до $U_{imax} = 0,25 \text{ V}$, доводи се на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је ширина опсега у којем се налази улазни напон, после појачавача:

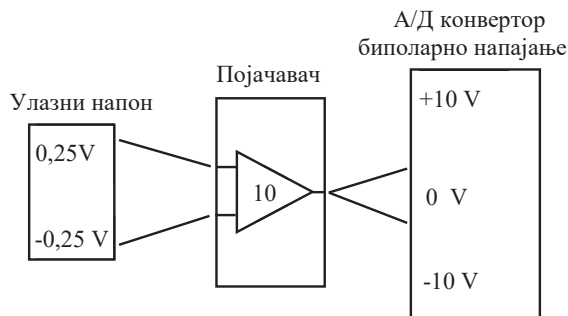
$$U_{iA} = A \cdot (U_{imin} - U_{imax}) = 5 \text{ V}$$

Из претходних једначина види се да је ширина опсега у којем се налази улазни напон после појачавача ($U_{iA}=5 \text{ V}$) једнака четвртини опсега А/Д конвертора ($U_{AD}=20 \text{ V}$), тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{2^n}{4} = \frac{2^8}{4} = \frac{256}{4} = 64$$

где је 2^n максималан број стања на излазу А/Д конвертора.

14. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици ако се користи 10-битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10\text{ V} - (-10\text{ V})}{2^{10}} = \frac{20\text{ V}}{1024} = 19,53\text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U_{AD}}{A} = 1,953\text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д је од $-0,25\text{ V}$ до $0,25\text{ V}$, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{\Delta U}{\Delta U_i} = 256$$

Опсег А/Д конвертора, U_{AD} , је од -10 V до 10 V , односно:

$$U_{AD} = U_{ADmax} - U_{ADmin} = 20\text{ V}$$

Улазни напон U_i , чији је опсег од $U_{imin}=-0,25\text{ V}$ до $U_{imax}=0,25\text{ V}$, доводи се на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$,

тако да је ширина опсега у којем се налази улазни напон, после појачавача:

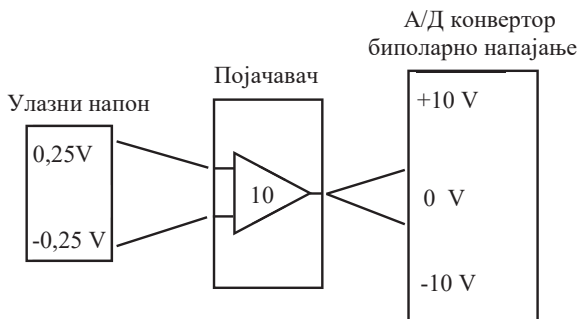
$$U_{iA} = A \cdot (U_{imin} - U_{imax}) = 5 \text{ V}$$

Из претходних једначина види се да је ширина опсега у којем се налази улазни напон после појачавача ($U_{iA}=5 \text{ V}$) једнака четвртини опсега А/Д конвертора ($U_{AD}=20 \text{ V}$), тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{2^n}{4} = \frac{2^{10}}{4} = \frac{1024}{4} = 256$$

где је 2^n максималан број стања на излазу А/Д конвертора.

15. Одредити колико се нивоа квантизације примењује за конверзију улазног напона у примеру приказаном на слици, ако се користи 12-битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{12}} = \frac{20 \text{ V}}{4096} = 4,8828 \text{ mV}$$

Улазни напон се доводи на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је најмања промена улазног напона која се може регистровати једнака:

$$\Delta U_i = \frac{\Delta U_{AD}}{A} = 488,28 \text{ } \mu\text{V}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д је од $-0,25 \text{ V}$ до $0,25 \text{ V}$, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{\Delta U}{\Delta U_i} = 1024$$

Опсег А/Д конвертора, U_{AD} , је од -10 V до 10 V , односно:

$$U_{AD} = U_{ADmax} - U_{ADmin} = 20 \text{ V}$$

Улазни напон U_i , чији је опсег од $U_{imin} = -0,25 \text{ V}$ до $U_{imax} = 0,25 \text{ V}$, доводи се на А/Д конвертор преко појачавача, чије је појачање $A=10$, тако да је ширина опсега у којем се налази улазни напон, после појачавача:

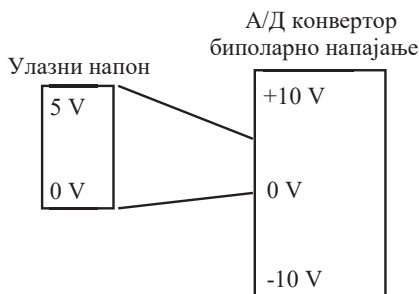
$$U_{iA} = A \cdot (U_{imin} - U_{imax}) = 5 \text{ V}$$

Из претходних једначина види се да је ширина опсега у којем се налази улазни напон после појачавача ($U_{iA}=5 \text{ V}$) једнака четвртини опсега А/Д конвертора ($U_{AD}=20 \text{ V}$), тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{2^n}{4} = \frac{2^{12}}{4} = \frac{4096}{4} = 1024$$

где је 2^n максималан број стања на излазу А/Д конвертора.

16. Одредити колико нивоа квантизације се примењује за конверзију улазног напона у примеру на слици ако се користи 8-битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

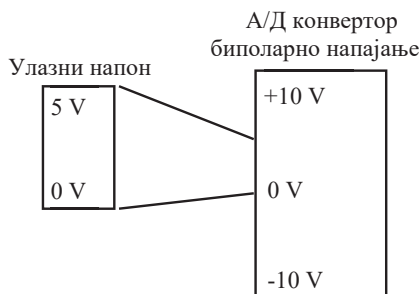
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^8} = \frac{20 \text{ V}}{256} = 78,125 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д конвертор је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{U}{\Delta U_{AD}} = 64$$

17. Одредити колико нивоа квантизације се примењује за конверзију улазног напона у примеру на слици ако се користи 10-битни А/Д конвертор?



РЕШЕЊЕ

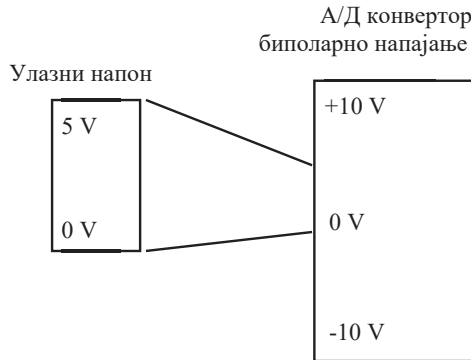
Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{10}} = \frac{20 \text{ V}}{1024} = 19,53 \text{ mV}$$

Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{U}{\Delta U_{AD}} = 256$$

18. Одредити колико нивоа квантизације се примењује за конверзију улазног напона у примеру на слици ако се користи 12-битни А/Д конвертор?

**РЕШЕЊЕ**

Најмања промена напона коју може да региструје А/Д конвертор једнака је једном кванту-подопсегу:

$$\Delta U_{AD} = \frac{U_{ADmax} - U_{ADmin}}{2^n} = \frac{10 \text{ V} - (-10 \text{ V})}{2^{12}} = \frac{20 \text{ V}}{4096} = 4882,81 \mu\text{V}$$

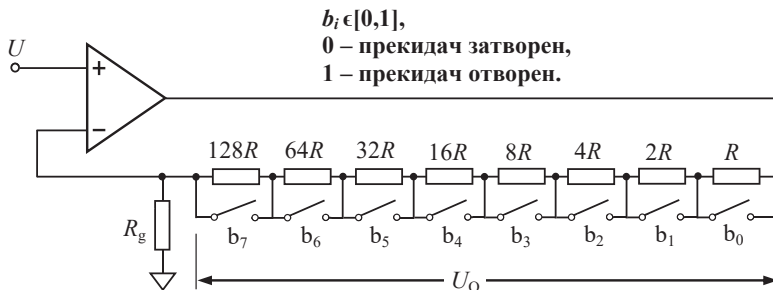
Опсег улазног напона, U , који се доводи на А/Д је од 0 V до 5 V, тако да је број нивоа квантизације, N , који се примењује за конверзију једнак:

$$N = \frac{U}{\Delta U_{AD}} = 1024$$

19.3а Д/А конвертор са тежинском отпорном мрежом, који је приказан на слици, одредити:

а) општи израз за излазни напон, U_O , у зависности од положаја прекидача од b_0 до b_7 .

б) вредност излазног напона, U_O , уколико су положаји прекидача $[b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0] = [00101001]$, вредности отпорника $R_g=100 \text{ k}\Omega$, $R=1 \text{ k}\Omega$ и $U=1 \text{ V}$.

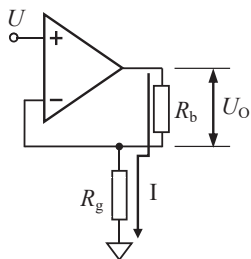


РЕШЕЊЕ

а) Принцип рада Д/А конвертора са тежинском отпорном мрежом заснива се на раду инвертујућег појачавача, односно:

$$I = \frac{U}{R_g} \Rightarrow U_0 = R_b I$$

где R_b представља везу отпорности у тежинској отпорној мрежи која зависи од положаја прекидача од b_0 до b_7 .



Са слике се види да су отпорности у тежинској отпорној мрежи везане редно и ако је неки од прекидача b затворен одговарајући отпорник је краткоспојен. На основу претходног следи да је општи израз за излазни напон, U_0 , у зависности од положаја прекидача од b_0 до b_7 једнак:

$$U_0 = \frac{U}{R_g} \sum R_b$$

$$\sum R_b = [b_7 \cdot 128 + b_6 \cdot 64 + b_5 \cdot 32 + b_4 \cdot 16 + b_3 \cdot 8 + b_2 \cdot 4 + b_1 \cdot 2 + b_0] R$$

$$U_0 = \frac{U}{R_g} [b_7 \cdot 2^7 + b_6 \cdot 2^6 + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0] R$$

б) Вредност излазног напона, U_0 , уколико су положаји прекидача

$[b_7 b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0] = [00101001]$ једнака је:

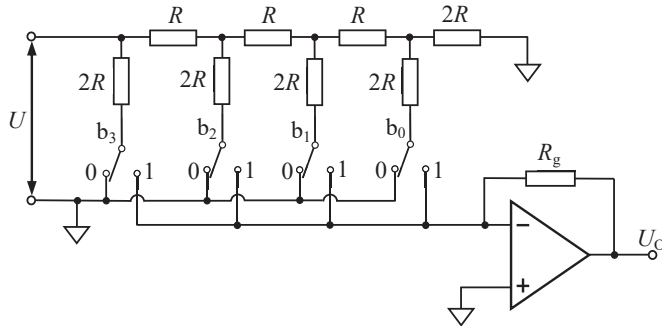
$$U_0 = \frac{U}{R_g} [0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0] R$$

$$U_0 = \frac{U}{R_g} [1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0] R = \frac{1 \text{ V}}{100 \text{ k}\Omega} [32 + 8 + 1] \cdot 1 \text{ k}\Omega = 0,41 \text{ V}$$

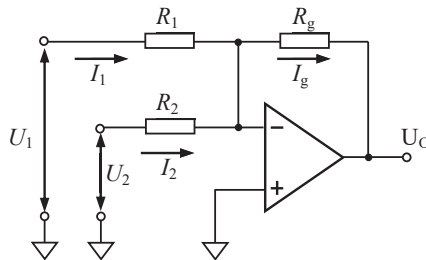
20. За Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом, који је приказан на слици, одредити:

а) општи израз за излазни напон, U_0 , у зависности од положаја прекидача $b_3 b_2 b_1 b_0$.

б) вредност излазног напона, U_0 , уколико су положаји прекидача $[b_3 b_2 b_1 b_0] = [1001]$, отпорност $R_g = 0,5 \text{ k}\Omega$, $R = 1 \text{ k}\Omega$ и $U = -1 \text{ V}$.

**РЕШЕЊЕ**

Принцип рада Д/А конвертора са лествичастом отпорном мрежом заснива се на раду инвертујућег сабирача напона, односно:



$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}, \quad U_O = -R_g I_g$$

На основу првог Кирхофовог закона и претходних једначина излазни напон је једнак:

$$I_g = I_1 + I_2 \Rightarrow U_O = -R_g \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \right)$$

Лествичасту отпорну мрежу можемо посматрати на следећи начин:

$$R_1 = 2R \parallel 2R = R$$

$$R_2 = (R + R_1) \parallel 2R = (R + R) \parallel 2R = R$$

$$R_3 = (R + R_2) \parallel 2R = (R + R) \parallel 2R = R$$

$$R_4 = (R + R_3) \parallel 2R = (R + R) \parallel 2R = R$$

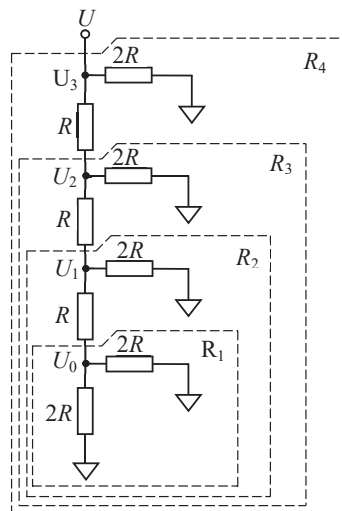
Напони на лествичастој отпорној мрежи једнаки су:

$$U_0 = \frac{U_1}{R + R_1} R_1 = \frac{U_1}{R + R} R = \frac{U_1}{2}$$

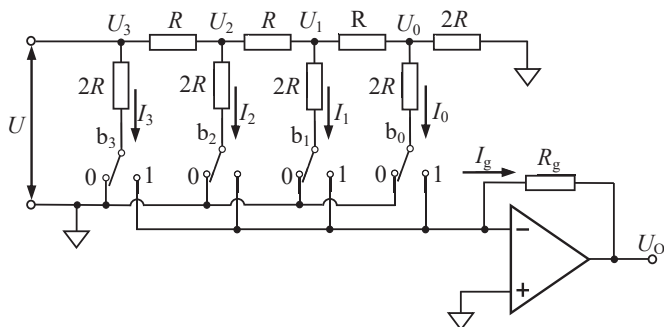
$$U_1 = \frac{U_2}{R + R_2} R_2 = \frac{U_2}{R + R} R = \frac{U_2}{2}$$

$$U_2 = \frac{U_3}{R + R_3} R_3 = \frac{U_3}{R + R} R = \frac{U_3}{2}$$

$$U_3 = U \Rightarrow U_2 = \frac{U}{2} \Rightarrow U_1 = \frac{U}{4} \Rightarrow U_0 = \frac{U}{8}$$



a)



$$I_g = I_0 + I_1 + I_2 + I_3,$$

$$I_0 = \frac{U_0}{2R} = \frac{U}{16R} \quad I_1 = \frac{U_1}{2R} = \frac{U}{8R} \quad I_2 = \frac{U_2}{2R} = \frac{U}{4R} \quad I_3 = \frac{U_3}{2R} = \frac{U}{R}$$

На основу вредности напона у тачкама U_3 , U_2 , U_1 , U_0 , вредности струја I_3 , I_2 , I_1 , I_0 , положаја прекидача $b_i \in [0, 1]$ напон на излазу једнак је:

$$U_0 = -R_g I_g = -R_g \cdot (I_0 \cdot b_0 + I_1 \cdot b_1 + I_2 \cdot b_2 + I_3 \cdot b_3)$$

$$U_0 = -R_g \left(\frac{U}{16R} \cdot b_0 + \frac{U}{8R} \cdot b_1 + \frac{U}{4R} \cdot b_2 + \frac{U}{R} \cdot b_3 \right)$$

$$U_0 = -R_g \frac{U}{16R} \sum_{i=3}^0 b_i \cdot 2^i$$

б) Вредност излазног напона, U_0 , уколико су положаји прекидача

$[b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0] = [0011]$ једнака је:

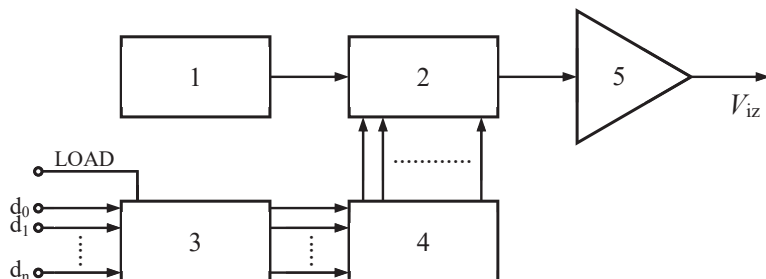
$$U_0 = -R_g \cdot \left(\frac{U}{16R} \cdot b_0 + \frac{U}{8R} \cdot b_1 + \frac{U}{4R} \cdot b_2 + \frac{U}{R} \cdot b_3 \right)$$

$$U_0 = -\frac{R}{2} \cdot \left(\frac{-1 \text{ V}}{16R} \cdot 0 + \frac{-1 \text{ V}}{8R} \cdot 0 + \frac{-1 \text{ V}}{4R} \cdot 1 + \frac{-1 \text{ V}}{R} \cdot 1 \right)$$

$$U_0 = -\frac{R}{2} \cdot \left(\frac{-1 \text{ V}}{4R} \cdot 1 + \frac{-1 \text{ V}}{R} \cdot 1 \right) = 0,625 \text{ V}$$

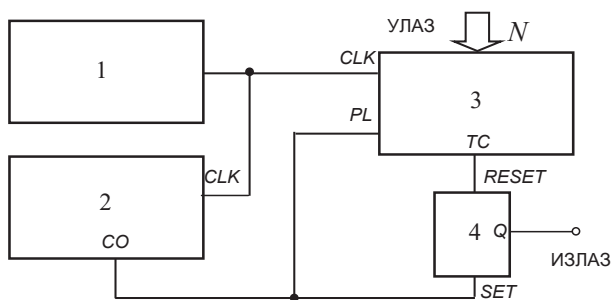
7.3. Питања за проверу знања

1. Повезати називе блокова Д/А конвертора са одговарајућим редним бројевима блокова.



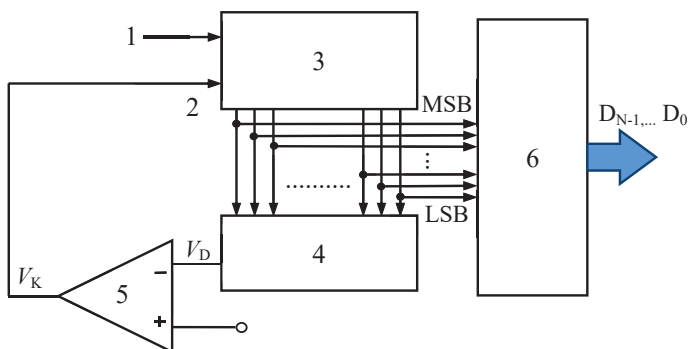
- а) Аналогни прекидачи _____
- б) Пасивна мрежа за скалирање _____
- в) Стационарни регистар _____
- г) Напонска референца _____
- д) Појачавач _____

2. Повезати називе блокова Д/А конвертора са одговарајућим редним бројевима блокова.



- а) Осцилатор _____
- б) Кругни бројач _____
- в) Флип-флоп _____
- г) Бројач уназад _____

3. Повезати редне бројеве елемената А/Д конвертора приказаног на слици са одговарајућим називима.



а) Д/А конвертор.

б) Леч.

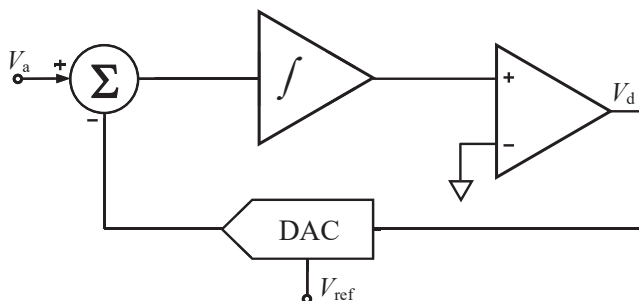
в) Смер бројања.

г) Такт.

д) Компаратор.

ђ) Бројач.

4. Који тип А/Д конвертора је приказан на слици?



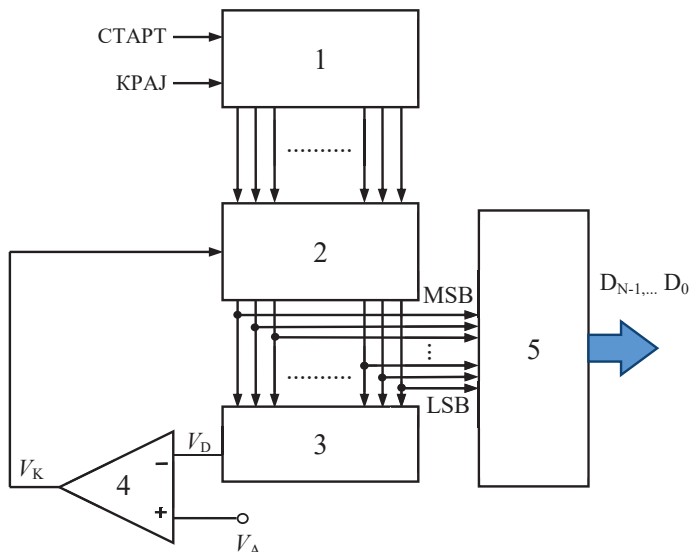
а) Сигма-делта

б) Са sukcesivnom апроксимацијом

в) Са двоструким нагибом

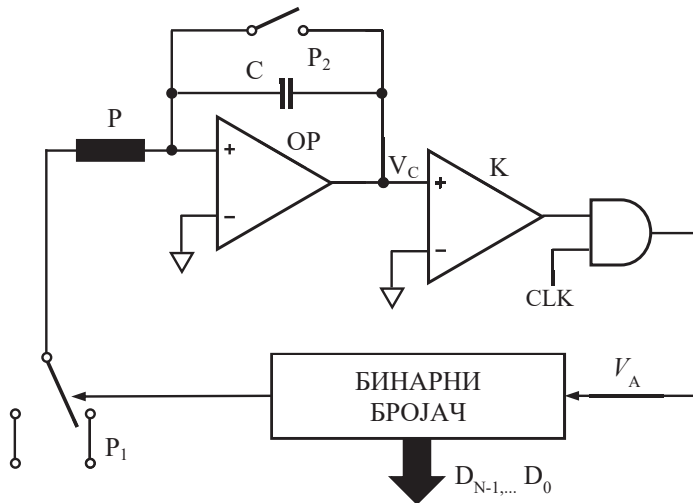
г) Флеш

5. Повезати редне бројеве елемената А/Д конвертора приказаног на слици са одговарајућим називима.



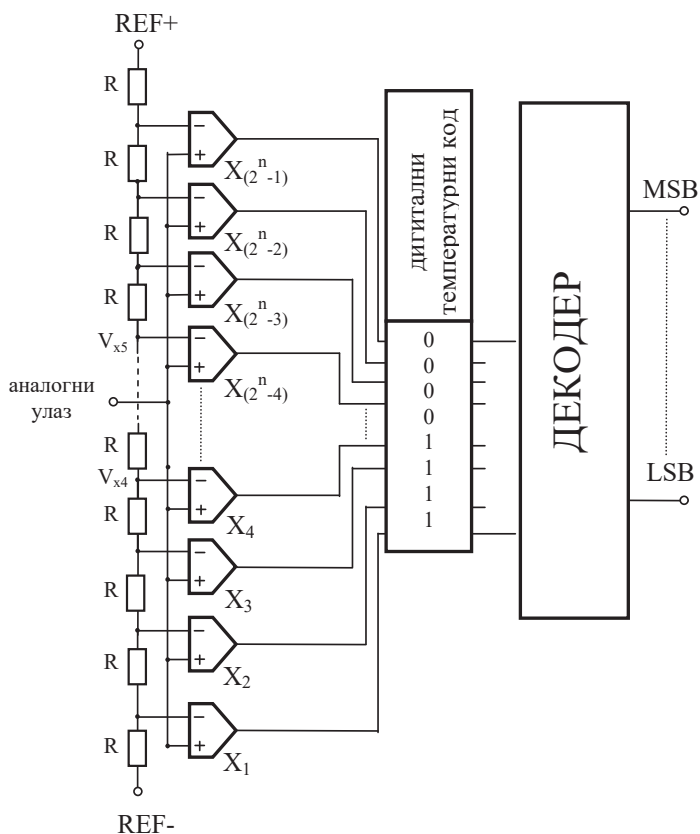
- а) Регистар sukcesивне апроксимације _____
- б) Леч _____
- в) Д/А конвертор _____
- г) померачки регистар _____
- д) компаратор _____
6. Које од наведених карактеристика припадају Д/А конвертору са лествичастом отпорном мрежом?
- а) Лакше је обезбедити температурну стабилност у односу на Д/А конвертор са тежинском отпорном мрежом
- б) Односи вредности отпорника у отпорној мрежи 8-битног Д/А конвертора су: R , $2R$, $4R$, $8R$, $16R$, $32R$, ..., $128R$
- в) Имају неједнаку дисипацију у отпорним гранама
- г) У отпорној мрежи 8-битног Д/А конвертора постоје само две вредности отпорника: R и $2R$

7. Који тип А/Д конвертора може да има највећу резолуцију?
- а) Сигма-делта
 - б) Са sukcesивном апроксимацијом
 - в) Са двоструким нагибом
 - г) Флеш
8. Које од наведених карактеристика припадају Д/А конвертору са тежинском отпорном мрежом?
- а) Потребне су само две вредности отпорника
 - б) Имају неједнаку дисипацију у отпорним гранама
 - в) Односи вредности отпорника у отпорној мрежи 8-битног Д/А конвертора су: $R, 2R, 4R, 8R, 16R, 32R, \dots, 128R$
 - г) Лакше се обезбедити температурну стабилност у односу на Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом
9. Који тип А/Д конвертора је приказан на слици?



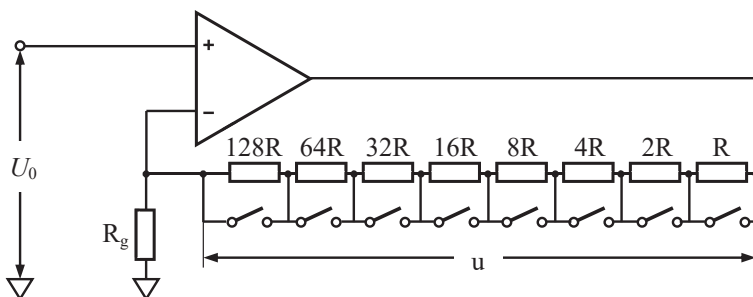
- а) Сигма-делта
- б) Са sukcesивном апроксимацијом
- в) Са двоструким нагибом
- г) Флеш

10. Који тип претварача је приказан на слици?



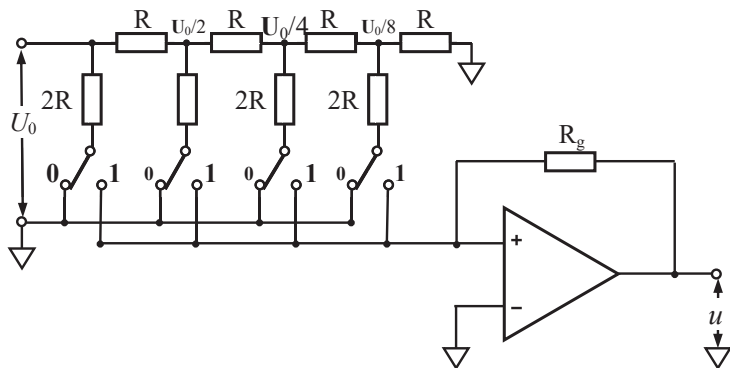
- а) Д/А конвертор са тежинском отпорном мрежом
- б) А/Д конвертор са сукцесивном апроксимацијом
- в) Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом
- г) Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом

11. Који тип Д/А конвертора је приказан на слици?



- а) Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом
- б) Д/А конвертор са тежинском отпорном мрежом
- в) Импулсни Д/А конвертор

12. Који тип Д/А конвертора је приказан на слици?



- а) Д/А конвертор са лествичастом отпорном мрежом
- б) Д/А конвертор са тежинском отпорном мрежом
- в) Импулсни Д/А конвертор

13. Појава да на основу дигиталног улаза не може прецизно да се одреди вредност аналогног излаза назива се _____ квантизације.

8.

МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА

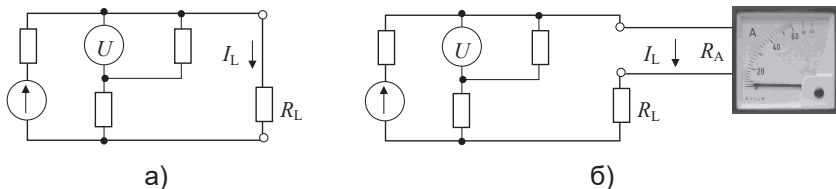
8.1. Теоријска основа

8.1.1. Мерење електричне струје

Са становишта примене, мерења електричне струје и електричног напона чине темељ на којем је заснована савремена мерна техника. Мерење других електричних величина, као и низа неелектричних величина, остварује се средствима у којима је мерна информација представљена струјним или напонским сигналом.

Опсег вредности **електричних струја** које треба измерити је веома широк. Струје “цурења” полупроводничких елемената (*leakage current*) су реда величине фемтоампера. Струје које теку кроз електролучне пећи су реда мегаампера. То подразумева различита својства мерила, зависно од мерног опсега и услова у којима се мерење обавља. Назив “амперметар” у најопштијем смислу означава мерило струје, независно од мерног опсега. Понекад се додаје одговарајући предметак, па тако постоје милиамперметар, микроамперметар, пикоамперметар,...

Да би се измерила струја у некој грани електричне мреже, довољно је да се, на погодном месту, та грана прекине и “убаци” одговарајући инструмент, тако да кроз њега протиче струја која се мери.



Мерење електричне струје

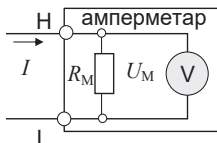
Притом је неопходно да сопствена унутрашња отпорност амперметра R_A , што мање утиче на стање кола у којем се струја мери.

- **Мерење електричне струје применом Омовог закона**

У електронским мерним инструментима, мерење електричне струје остварује се посредно, пресликавањем вредности струје на вредност напона. У далеко највећем броју случајева, принцип мерења се заснива на Омовом закону:

$$U = R_M I$$

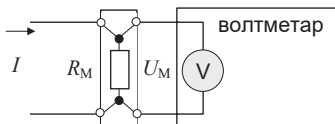
На овај начин се мери напон који на отпорнику познате отпорности R_M ствара струја која треба да се измери.



Мерење електричне струје применом Омовог закона

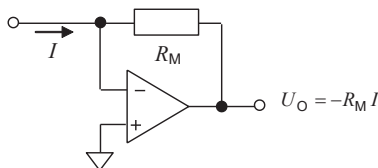
У вишенаменским мерним системима, овај отпорник представља саставни део уређаја. Мерни отпорник R_M представља сензор струје. Иако његова отпорност може да буде веома тачно одређена, тачност која се постиже при мерењу струје на овај начин мања је од тачности мерења напона.

За мерење великих струја примењује се четворожична спрега.



Мерење електричне струје применом четворожичне спреге

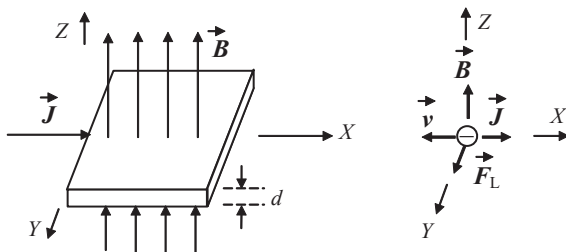
Мерење малих струја често не може да се оствари на овакав начин. Да би вредност напона U_M била у оптималном мерном опсегу волтметра, потребно је да отпорност мерног отпорника R_M буде веома велика, што, најчешће ремети стање извора мерног сигнала. Овај проблем се решава применом операционог појачавача као I/U претварача.



Активни I/U претварач

- Мерење електричне струје применом Холовог ефекта

Холов ефекат (*Hall-effect*) је појава која се испољава када се проводник у облику веома танке плочице, кроз који протиче електрична струја, налази у магнетном пољу. У проводнику се успоставља електрично поље чији је интензитет сразмеран векторском производу вектора густине струје J и вектора индукције магнетног поља (густине магнетског фулукса) B у којем се плочица налази.

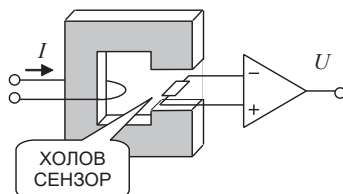


Ако је вектор магнетне индукције B управан на плочицу (односно на вектор густине струје J), између попречних страна плочице успоставља се напон U_H (*Hall voltage*) који је сразмеран производу струје I и интензитета вектора магнетне индукције B :

$$U_H = k_H \frac{IB}{d},$$

где је d дебљина плочице, а k_H Холова константа (*Hall coefficient*), која је одређена својствима материјала (врстом и концентрацијом носилаца наелектрисања).

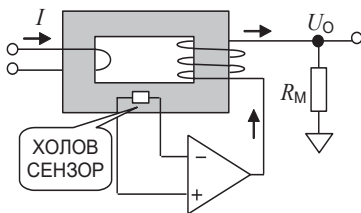
Холов ефекат омогућује мерење струје без потребе да се струјно коло прекида и умеће одговарајући сензор. Основни принцип мерења је приказан на слици.



Холов сензор се уграђује у језгро од магнетног материјала тако да на њега делује магнетно поље које производи струја која протиче кроз проводник који је обухваћен језгром. Диференцијални

појачаваач даје на свом излазу напон који је сразмеран Холовом напону.

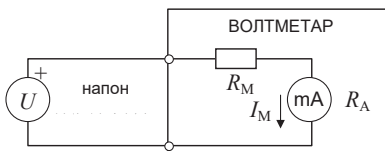
Боља тачност постиже се применом затворене струјне петље (*closed loop Hall effect current sensor*). Структура таквог мерног система приказана је на слици.



Негативна повратна спрега, остварена преко диференцијалног појачаваача, ствара у секундарном намотају струју која поништава дејство улазне струје. Ако је појачање појачаваача довољно велико, однос секундарне и побудне струје одређен је само односом броја намотаја примара и секундара. Пад напона на мерном отпорнику R_M сразмеран је улазној струји I .

8.1.2. Мерење електричног напона

Прва мерила **напона** била су првенствено заснована на примени електромеханичких мили или микроамперметара. Помоћу одговарајућег мерног отпорника R_M , вредност мереног напона U пресликава се на вредност струје I_M , која протиче кроз инструмент са казаљком.



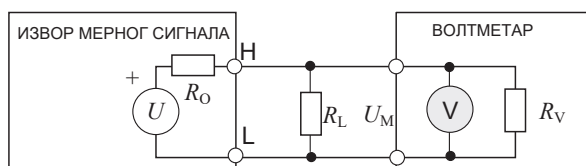
$$U = I_M(R_M + R_A)$$



Мерење напона мерењем струје

Избором вредности отпорности R_M подешава се мерни опсег. Додавањем спољашњег отпорника могуће је остварити проширивање мерног опсега постојећег волтметра.

Због утицаја коначне улазне отпорности мерног средства, показивање је мање. Разлика потенцијала, која се мери између излазних прикључака извора мерног сигнала Н и L, мања је од напона празног хода (*open-circuit potential difference*), који представља информациони параметар.



$$U = U_M \left(1 + \frac{R_O}{R_E}\right)$$

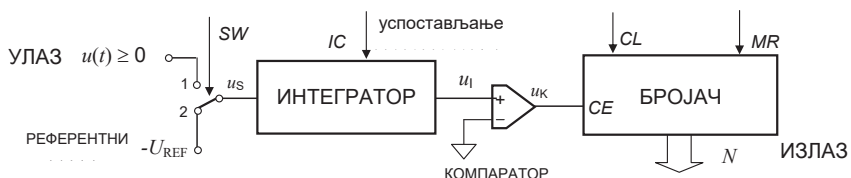
Ово одступање утолико је веће, уколико је већа струја коју даје извор. Зависи од односа унутрашње (излазне) отпорности извора (R_O) и отпорности којом је извор оптерећен. Напон U може да се израчуна на основу показивања волтметра, ако су сопствена отпорност извора напона и отпорност оптерећења познати.

Помоћу преклопника и групе отпорника може се изградити мерило са више опсега. Скала инструмента се баждари тако да омогућује директно читавање вредности мереног напона. Улазна отпорност зависи од мерног опсега.

У највећем броју случајева примене, аналогна електромеханичка мерила заменили су дигитални волтметри, U/N претварачи, који мерени напон пореде са еталон-мером која је остварена у самом инструменту.

• Метод двојног нагиба

Структурни блок-дијаграм U/N претварача са двојним нагибом приказан је на слици.



Пресликавање $U \rightarrow N$ остварује се у два корака. У првом кораку се одређује вредност интеграла улазног напона $u(t)$ током временског интервала T_1 :

$$J = \int_0^{T_1} u(t) dt$$

Трајање интервала T_1 је унапред дефинисано. Вредност интеграла J одмерава се у другом кораку, мерењем временског интервала T_2 , потребног да се, интеграцијом референтног напона, излаз интегратора врати на почетну вредност:

$$\int_0^{T_1+T_2} U_{\text{REF}} dt = J$$

Пре почетка мерења успоставља се почетно стање у систему. Сигналом *MR* (*master reset*) бројач се доводи на нулу. Сигналом *IC* (*initial condition*) на излазу интегратора успоставља се напон једнак нули. Прекидач *SW* се поставља у положај 1, у којем је на улаз интегратора прослеђен напон који се мери. Након тога, укидањем сигнала *MR* и *IC*, започињу интеграција улазног напона и одбројавање импулса који се доводе на одговарајући улаз бројача (*CL*). Трајање интеграције, временски интервал T_1 , одређен је временом потребним да кружни бројач, бројањем унапред, поново дође до нуле:

$$T_1 = MT_C$$

где је T_C период појављивања импулса, а M модуло бројача.

Након истека интервала T_1 , прекидач *SW* се поставља у положај 2, у којем је на улаз интегратора прослеђен референтни напон, чији је знак супротан од знака улазног напона. Излаз интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала T_2 , потребног да се интегратор врати у почетно стање. Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача на крају овог временског интервала:

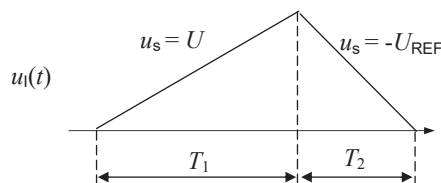
$$T_2 = NT_C$$

сразмеран је вредности интеграла J .

Вредност броја N је сразмерна средњој вредности улазног напона током фазе интеграције:

$$N = \frac{\overline{u(t)}|_{T_1}}{U_{\text{REF}}} M$$

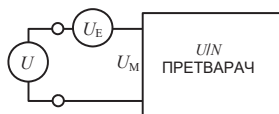
Временски дијаграм који приказује напон на излазу интегратора, $u_I(t)$, када се улазни напон не мења током интервала интеграције, дат је на слици:



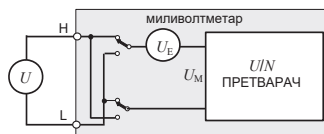
Таласни облик напона на излазу интегратора

• Мерење малих напона

За веома тачна мерења напона примењује се посебан поступак који омогућује компензацију грешака које уносе термоелектрични ефект и померај нуле улазног кола дигиталног волтметра. На слици под а) ови извори грешке су моделиовани извором напона U_E .



а)



б)

Метод инверзије

Мерење се остварује у два корака (слика б). У првом кораку напон који се мери, U_{M1} , једнак је:

$$U_{M1} = U + U_E$$

У другом кораку мерење се понавља, али са промењеним смером прикључивања извора мереног напона U :

$$U_{M2} = -U + U_E$$

На основу измерених вредности U_{M1} и U_{M2} израчунава се вредност мереног напона U :

$$U = \frac{U_{M1} - U_{M2}}{2}$$

На овај начин остварује се компензација адитивне грешке инструмента. Метод инверзије има посебан значај при мерењу малих напона. У мерним уређајима који садрже микропроцесор, целокупни поступак промене смера струје, мерење и израчунавање може да се изведе аутоматски.

8.1.3. Мерење електричне отпорности

Електрична отпорност (*resistance*) је величина од посебног значаја за анализу и развој електричних кола и уређаја. Она представља својство проводног тела у којем се успоставља електрична струја и спада у основне параметре електричне мреже. Због тога мерење електричне отпорности има важну улогу у електротехници уопште, а посебно у телекомуникацијама и енергетици.

Елемент са два прикључка чије је основно својство електрична отпорност назива се отпорник (*resistor*). Мерни отпорник је

материјализована мера отпорности. Користи се као референтна величина са којим се мерена отпорност пореди. Осим тога, отпорници се у мерној техници користе за пресликавање напонског на струјни сигнал, или обрнуто, за израду делитеља напона односно струје, а понекад и за претварање електричне енергије у топлоту

Електрична отпорност одређена је врстом материјала, али и обликом проводног тела. Отпорност тела правилног облика, хомогеног састава и сталног пресека, сразмерна је његовој дужини l , а обрнуто сразмерна попречном пресеку S :

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

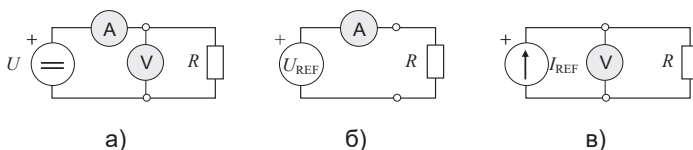
где је ρ специфична отпорност (*resistivity*) која представља својство материјала од којег је посматрано тело сачињено.

• Мерење по дефиницији

Са становишта мерне технике, електрична отпорност R дефинисана је везом која постоји између сталне електричне струје I која тече кроз елемент (коло), и сталног напона U , који делује између његових крајева:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Ова једначина представља математички модел мерења величине R које се остварује “по дефиницији”, посредно, мерењем напона U и струје I . Мерни систем се састоји од извора напона, који обезбеђује струју кроз елемент чија се отпорност мери, и два инструмента: волтметра и амперметра (слика а).



Мерење електричне отпорности по дефиницији

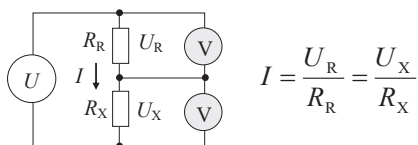
Реализација мерног задатка се поједностављује ако се користи извор референтног напона, чија је вредност позната са прихватљивом мерном несигурношћу и само један мерни инструмент – амперметар (слика б). Мери се струја коју извор напона даје кроз елемент чија се отпорност мери. Ако се извор напона одликује дугвременом стабилношћу, инструмент за мерење струје може да се баждари као инструмент за мерење отпорности.

На основу еквивалентног приступа, могуће је користити извор референтне струје и само један мерни инструмент - волтметар. Мери

се напон који постоји између крајева елемента када кроз њега протиче струја чија је вредност позната (слика в). Ако је извор струје стабилан, волтметар може да се баждари као инструмент за мерење отпорности.

- **Мерење односа отпорности**

На основу Омовог закона следи да, када кроз два отпорника протиче иста струја, однос одговарајућих напона је сразмеран односу њихових отпорности. Ако су отпорници прикључени на исти напон, однос струја у њима обрнуто је сразмеран односу њихових отпорности.



Мерење електричне отпорности мерењем односа напона

У колу приказаном на слици, однос напона U_X и U_R зависи само од односа отпорности R_X и R , а не зависи од вредности струје I нити од напона U , извора који ствара струју у овом колу.

Мерењем напона који струја, коју даје извор напона, ствара на отпорнику познате отпорности R_R , одређује се вредност струје кроз отпорник R_X , чија се отпорност утврђује мерењем напона између његових крајева:

$$I = \frac{U}{R_R + R_X} = \frac{U_R}{R_R}$$

Ако је ова струја позната, важи:

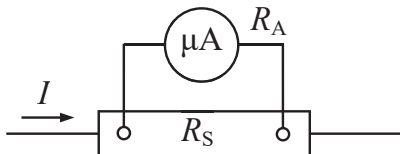
$$U_X = R_X I = R_X \frac{U_R}{R_R}$$

Дакле, податак о вредности непознате отпорности може да се добије на основу резултата мерења два напона, U_X и U_R :

$$R_X = \frac{U_X}{U_R} R_R$$

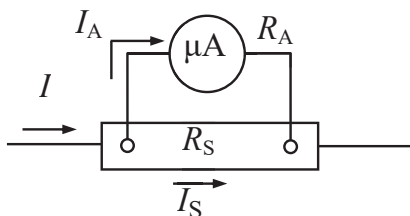
8.2. Задаци

1. На располагању је микроамперметар, опсега $I_A = (0 - 100) \mu\text{A}$ и унутрашње отпорности $R_A = 200 \Omega$. Колика треба да буде отпорност шанта отпорника R_S , који је потребно повезати паралелно са инструментом, како би се максимална вредност опсега инструмента (I) повећала на 10 mA ?



РЕШЕЊЕ

За коло на слици, на основу првог Кирхофовог закона, важи:



$$I = I_A + I_S \Rightarrow I_S = I - I_A$$

$$I_A R_A = I_S R_S,$$

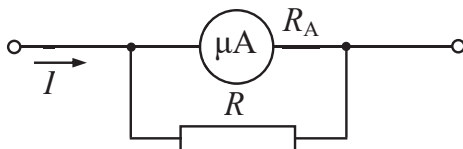
$$I_A R_A = (I - I_A) \cdot R_S \Rightarrow R_S = \frac{I_A R_A}{I - I_A}$$

$$R_S = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 200}{(10000 - 100) \cdot 10^{-6}} = \frac{200}{99} = 2,02 \Omega$$

2. Паралелно микроамперметру, чији је опег од 0 до $I_{\max} = 100 \mu\text{A}$, унутрашње отпорности $R_A = 600 \Omega$ повезан је шант $R = 1 \Omega$.

а) Колика струја протиче кроз коло у које је повезан овај инструмент уколико му је показивање $60 \mu\text{A}$?

б) Да ли се овај инструмент, са шантом $R = 1 \Omega$, може користити за мерење струје од 130 mA ?



РЕШЕЊЕ

а) Када кроз коло протиче струја $I_A = 60 \mu\text{A}$, пад напона на амперметру је:

$$U_A = I_A R_A = 60 \mu\text{A} \cdot 600 \Omega = 36 \text{ mV}$$

Напон на шанту је исти као напон на амперметру, пошто су амперметар и шант повезани паралелно, а струја кроз шант отпорник једнака је:

$$I_S = \frac{U_a}{R} = \frac{36 \text{ mV}}{1 \Omega} = 36 \text{ mA}$$

Струја која протиче кроз коло у које је укључен овакав инструмент је:

$$I = I_a + I_S = 60 \mu\text{A} + 36 \text{ mA} = 36060 \mu\text{A} \approx 36 \text{ mA}$$

б) Струја која би протицала кроз амперметар, ако би овај склоп био прикључен у коло кроз које протиче струја од $I = 130 \text{ mA}$, једнака је:

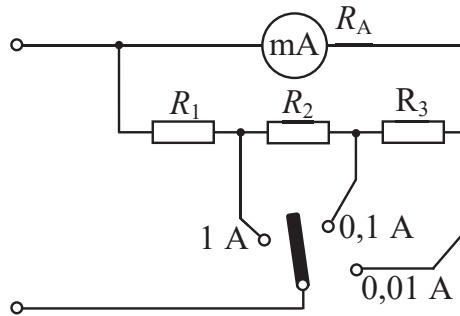
$$I_a R_a = I_S R$$

$$I_a + I_S = I \Rightarrow I_S = I - I_a$$

$$I_a = I \frac{R}{R_a + R} = 130 \text{ mA} \cdot \frac{1 \Omega}{600 \Omega + 1 \Omega} \approx 216,31 \mu\text{A}$$

Пошто је максимални опсег коришћеног амперметра $100 \mu\text{A}$, струја од $216,31 \mu\text{A}$, која би кроз амперметар протицала у овом случају, могла би довести до оштећења инструмента. Из овога следи да се овај инструмент, са шантом $R = 1 \Omega$, не може користи за мерење струје од 130 mA .

3. Израчунати вредности шант отпорника R_1 , R_2 и R_3 у колу приказаном на слици, како би се мерни опсег амперметра, у зависности од положаја преклопника, проширио на $0,01 \text{ A}$, $0,1 \text{ A}$ и 1 A . Максимална струја амперметра је $I_{\text{max}} = 1 \text{ mA}$, а унутрашња отпорност $R_A = 100 \Omega$.

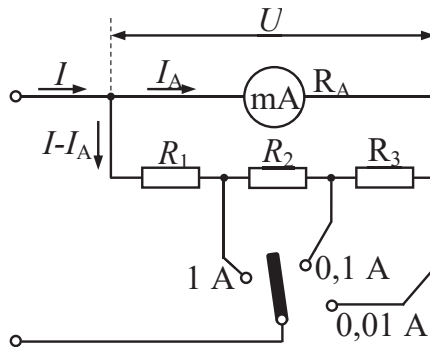
**РЕШЕЊЕ**

а) У зависности од положаја преклопника струја I може имати три различите вредности:

$I_1 = 10 \text{ mA}$, преклопник у крајњем десном положају,

$I_2 = 100 \text{ mA}$ преклопник у средњем положају,

$I_3 = 1000 \text{ mA}$, преклопник у крајњем левом положају,



Напон на амперметру, U , једнак је:

$$U = R_A \cdot I_A, \quad I_A = I_{\max}$$

Ако се преклопник налази у крајњем десном положају $0,01 \text{ A}$, струја $I = I_1 = 10 \text{ mA}$ па је:

$$U = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot (I_1 - I_A)$$

$$(R_1 + R_2 + R_3) = \frac{R_A I_A}{(I_1 - I_A)} = \frac{100 \Omega \cdot 1 \text{ mA}}{10 \text{ mA} - 1 \text{ mA}} = \frac{100}{9} \Omega$$

Ако се преклопник налази у средњем положају ($0,1 \text{ A}$), важе релације:

$$I = I_2 = 100 \text{ mA}$$

$$(R_A + R_3) \cdot I_A = (R_1 + R_2) \cdot (I_2 - I_A)$$

$$(R_A + R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_A = (R_1 + R_2) \cdot I_2$$

$$R_1 + R_2 = \frac{(R_A + R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_A}{I_2} = \frac{\left(100 \, \Omega + \frac{100}{9} \, \Omega\right) \cdot 1 \, \text{mA}}{100 \, \text{mA}} = \frac{10}{9} \, \Omega$$

Ако је преклопник у крајњем левом положају (1 А) важи:

$$I = I_3 = 1000 \, \text{mA}$$

$$(R_A + R_2 + R_3) \cdot I_A = R_1(I_3 - I_A)$$

$$(R_A + R_1 + R_2 + R_3)I_A = R_1I_3$$

$$R_1 = \frac{(R_A + R_1 + R_2 + R_3)I_A}{I_3} = \frac{\left(100 \, \Omega + \frac{100}{9} \, \Omega\right) \cdot 1 \, \text{mA}}{1000 \, \text{mA}} = \frac{1}{9} \, \Omega$$

На основу претходних једначина и израчунате вредности за отпорник R_1 , добијају се вредности отпорника R_2 и R_3 :

$$R_1 + R_2 = \frac{10}{9} \, \Omega \Rightarrow R_2 = \frac{10}{9} \, \Omega - \frac{1}{9} \, \Omega = 1 \, \Omega$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{100}{9} \, \Omega \Rightarrow R_3 = \frac{100}{9} \, \Omega - \frac{10}{9} \, \Omega = 10 \, \Omega$$

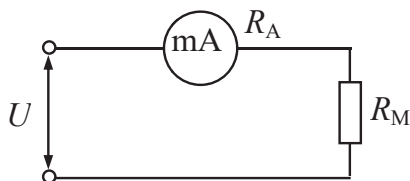
Односно:

$$R_1 = \frac{1}{9} \, \Omega$$

$$R_2 = 1 \, \Omega$$

$$R_3 = 10 \, \Omega$$

4. Израчунати вредност мерног отпорника R_M , како би се милиамперметар чији је мерни опсег (0 - 100) mA могао искористити за мерење напона, U , у опсегу (0 - 20) V. Унутрашња отпорност милиамперметра је $R_A = 50 \, \Omega$.



РЕШЕЊЕ

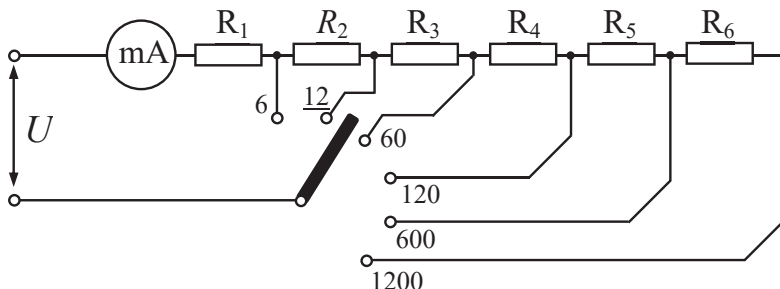
При мерењу напона U , кроз коло протиче струја:

$$I = \frac{U}{R_A + R_M}$$

Имајући у виду да максимална вредност струје у колу не сме да пређе горњу границу мерног опсега милиамперметра, $I = I_{\max}$, при максималној вредности напона који желимо да меримо, $U = U_{\max}$, вредност мерног отпорника је:

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R_A + R_M} \Rightarrow R_M = \frac{U_{\max}}{I_{\max}} - R_A = \frac{20 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 150 \Omega$$

5. Дат је милиамперметар чији је мерни опсег од (0 - 100) mA, а унутрашња отпорност $R_A = 50 \Omega$. Израчунати вредности отпорности R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 и R_6 како би се овај инструмент могао користити за мерење напона, U , од 6 V, 12 V, 60 V, 120 V, 600 V и 1200 V.

**РЕШЕЊЕ**

Имајући у виду да максимална вредност струје у колу не сме да пређе горњу границу мерног опсега милиамперметра, $I = I_{\max}$, вредности мерних отпорника су:

- при мерењу напона од 1200 V:

$$I_{\max} = \frac{1200 \text{ V}}{R_A + \sum_{j=1}^6 R_j} \Rightarrow \sum_{j=1}^6 R_j = \frac{1200 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{1200 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 11950 \Omega$$

- при мерењу напона од 600 V:

$$I_{\max} = \frac{600 \text{ V}}{R_A + \sum_{j=1}^5 R_j} \Rightarrow \sum_{j=1}^5 R_j = \frac{600 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{600 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 5950 \Omega$$

- при мерењу напона од 120 V:

$$I_{\max} = \frac{120 \text{ V}}{R_A + \sum_{j=1}^4 R_j} \Rightarrow \sum_{j=1}^4 R_j = \frac{120 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{120 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 1150 \Omega$$

- при мерењу напона од 60 V:

$$I_{\max} = \frac{60 \text{ V}}{R_A + \sum_{j=1}^3 R_j} \Rightarrow \sum_{j=1}^3 R_j = \frac{60 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{60 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 550 \Omega$$

- при мерењу напона од 12 V:

$$I_{\max} = \frac{12 \text{ V}}{R_A + \sum_{j=1}^2 R_j} \Rightarrow \sum_{j=1}^2 R_j = \frac{12 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{12 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 70 \Omega$$

- при мерењу напона од 6 V:

$$I_{\max} = \frac{6 \text{ V}}{R_A + R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{6 \text{ V}}{I_{\max}} - R_A = \frac{6 \text{ V}}{100 \text{ mA}} - 50 \Omega = 10 \Omega$$

На основу претходних једначина и израчунате вредности за отпорник R_1 , добијају се вредности за остале отпорнике:

$$\sum_{j=1}^2 R_j = R_1 + R_2 \Rightarrow R_2 = 70 \Omega - 10 \Omega = 60 \Omega$$

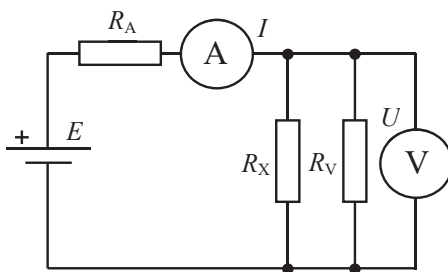
$$\sum_{j=1}^3 R_j = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_3 = 550 \Omega - 70 \Omega = 480 \Omega$$

$$\sum_{j=1}^4 R_j = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \Rightarrow R_4 = 1150 \Omega - 480 \Omega = 670 \Omega$$

$$\sum_{j=1}^5 R_j = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \Rightarrow R_5 = 5950 \Omega - 1150 \Omega = 4800 \Omega$$

$$\sum_{j=1}^6 R_j = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 \Rightarrow R_6 = 11950 \Omega - 5950 \Omega = 6000 \Omega$$

6. За мерење отпорности, на располагању је напонска веза. Отпорност амперметра је $R_A = 12 \Omega$. Унутрашња отпорност волтметра је $R_V = 100 \text{ k}\Omega$. Напајање у колу је $E = 10 \text{ V}$.



- а) Извести израз за отпорност R_X ако су позната очитавања на волтметру U и амперметру I .
- б) Шта показују инструменти ако се мери непозната отпорност $R_{X1} = 57 \Omega$.
- в) Шта показују инструменти ако се мери непозната отпорност $R_{X2} = 133 \text{ k}\Omega$.

РЕШЕЊЕ

- а) Волтметар мери напон, U , на паралелној вези отпорности R_X и своје унутрашње отпорности R_V .

$$R_m = R_V || R_X = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X}$$

Амперметар мери збир струја које теку кроз унутрашњу отпорност волтметара, R_V , и струје кроз отпорност R_X , односно:

$$I = I_V + I_X = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_X} = \frac{U \cdot (R_X + R_V)}{R_V \cdot R_X} = \frac{U}{R_m}$$

$$R_m = \frac{U}{I} = \frac{R_V \cdot R_X}{R_V + R_X} \Rightarrow R_X = \frac{R_V U I}{R_V I - U}$$

- б) Уколико паралелну везу отпорности R_X и унутрашње отпорности волтметра, R_V , посматрамо као један отпорник отпорност R_m , кроз коло протиче једна струја чија је вредност:

$$I = \frac{E}{R_A + R_m} = \frac{E}{R_A + R_V || R_X} = \frac{E}{R_A + \frac{R_V R_X}{R_V + R_X}}$$

Односно, за $R_{X1} = 57 \Omega$, показивање амперметра је:

$$I_{R_{X1}} = \frac{10 \text{ V}}{12 \Omega + \frac{100 \text{ k}\Omega \cdot 57 \Omega}{100 \text{ k}\Omega + 57 \Omega}} = 144,99 \text{ mA} \approx 145 \text{ mA}$$

Показивање волтметра је:

$$U_{R_{X1}} = I_{R_{X1}} R_{m1} = I_{R_{X1}} \frac{R_V \cdot R_{X1}}{R_V + R_{X1}} = 144,99 \text{ mA} \cdot \frac{100 \text{ k}\Omega \cdot 57 \Omega}{100 \text{ k}\Omega + 57 \Omega} \approx 8,26 \text{ V}$$

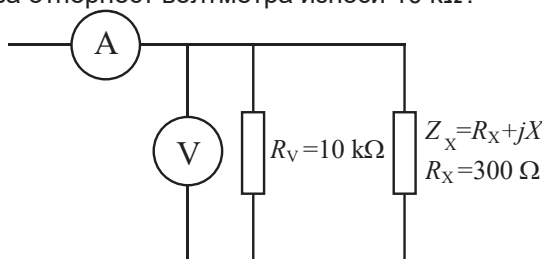
в) Показивања амперметра и волтметра за $R_{X2}=133 \text{ k}\Omega$ су:

$$I_{R_{X2}} = \frac{10 \text{ V}}{12 \Omega + \frac{100 \text{ k}\Omega \cdot 133 \text{ k}\Omega}{100 \text{ k}\Omega + 133 \text{ k}\Omega}} = 1,75 \mu\text{A}$$

$$U_{R_{X2}} = I_{R_{X2}} R_{m2} = I_{R_{X2}} \frac{R_V \cdot R_{X2}}{R_V + R_{X2}} = 1,75 \mu\text{A} \cdot \frac{100 \text{ k}\Omega \cdot 133 \text{ k}\Omega}{100 \text{ k}\Omega + 133 \text{ k}\Omega} = 99,89 \text{ mV}$$

Како је унутрашња отпорност волтметра је велика, а отпорност амперметра мала задато мерно коло је погодније за коришћење ако је мерена отпорност мала, тако да се струја кроз волтметар може да занемари у односу на струју која протиче кроз отпорник чија се отпорност мери.

7. За мерење импедансе потрошача, чији је активни део познат и износи 300Ω , користи се U/I метода, и то напонски спој. Колики је модуо импедансе, ако је на инструментима очитано 10 V и 10 mA , а унутрашња отпорност волтметра износи $10 \text{ k}\Omega$?



РЕШЕЊЕ

Волтметар мери напон, U , на паралелној вези импедансе Z_X и своје унутрашње отпорности R_V .

$$Z_m = |R_V| |Z_X| = \left| \frac{R_V \cdot Z_X}{R_V + Z_X} \right|, \quad Z_X = R_X + jX$$

Амперметар мери збир струја које теку кроз унутрашњу отпорност волтметара, R_V , и струје кроз импедансу Z_X , односно:

$$I = I_V + I_X = \frac{U}{R_V} + \frac{U}{Z_X} = \frac{U \cdot (Z_X + R_V)}{R_V \cdot Z_X} = \frac{U}{Z_m}$$

$$Z_m = \frac{U}{I} = \left| \frac{R_V \cdot Z_X}{R_V + Z_X} \right|$$

Односно:

$$Z_m = \frac{U}{I} = \left| \frac{R_V \cdot Z_X}{R_V + Z_X} \right| = \left| \frac{R_V \cdot (R_X + jX)}{R_V + (R_X + jX)} \right| = \frac{\sqrt{R_V^2 R_X^2 + R_V^2 X^2}}{\sqrt{(R_V + R_X)^2 + X^2}}$$

$$\frac{U}{I} \sqrt{(R_V + R_X)^2 + X^2} = \sqrt{R_V^2 R_X^2 + R_V^2 X^2}^2$$

$$\frac{U^2}{I^2} ((R_V + R_X)^2 + X^2) = R_V^2 R_X^2 + R_V^2 X^2$$

$$\frac{U^2}{I^2} X^2 - R_V^2 X^2 = R_V^2 R_X^2 - \frac{U^2}{I^2} (R_V + R_X)^2$$

$$X^2 \left(\frac{U^2}{I^2} - R_V^2 \right) = R_V^2 R_X^2 - \frac{U^2}{I^2} (R_V + R_X)^2$$

$$X^2 = \frac{R_V^2 R_X^2 - \frac{U^2}{I^2} (R_V + R_X)^2}{\frac{U^2}{I^2} - R_V^2} \Rightarrow X = \sqrt{\frac{R_V^2 R_X^2 - \frac{U^2}{I^2} (R_V + R_X)^2}{\frac{U^2}{I^2} - R_V^2}}$$

$$X \approx \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{12} - 106,09 \cdot 10^{12}}{1 \cdot 10^6 - 100 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{\frac{106,09 \cdot 10^{12}}{100 \cdot 10^6}} \approx \sqrt{1,06 \cdot 10^6}$$

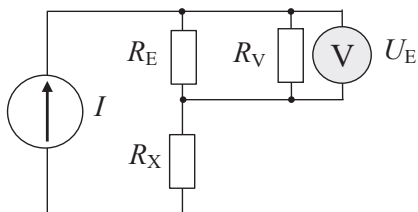
$$X \approx 1,03 \text{ k}\Omega,$$

$$|Z_X| = \sqrt{X^2 + R_X^2} = \sqrt{(1,03 \text{ k}\Omega)^2 + (0,3 \text{ k}\Omega)^2} = \sqrt{1,1509 \cdot 10^6} = 1,07 \text{ k}\Omega$$

8. За мерење непознате отпорности методом поређења на располагању су извор константне струје, еталон-отпорник од 1 kΩ и волтметар унутрашње отпорности 5 kΩ. Колика је непозната отпорност ако измерени напон на отпорнику непознате отпорности износи 2 V, а измерени напон на еталон-отпорнику износи 1 V?

РЕШЕЊЕ

При мерењу напона на еталон отпорнику, U_E , мерно коло изгледа као на слици:

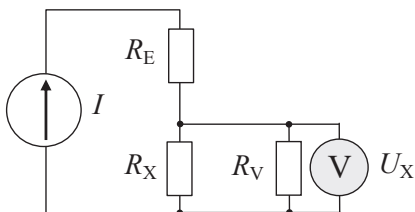


где је I извор константне струје, R_E еталон отпорник, R_V унутрашња отпорност волтметра и R_X отпорник непознате отпорности.

На основу показивања волтметра при мерењу напона на еталон отпорнику, U_E , вредности еталон отпорника и вредности унутрашње отпорности волтметра долазимо до вредности струје извора I :

$$I = \frac{U_E}{R_E || R_V} = \frac{U_E}{\frac{R_E \cdot R_V}{R_E + R_V}} = \frac{1 \text{ V}}{\frac{1 \text{ k}\Omega \cdot 5 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega}} = \frac{6}{5} \text{ mA}$$

При мерењу напона на отпорнику непознате вредности, U_X , мерно коло изгледа као на слици:



На основу показивања волтметра, U_X , вредности унутрашње отпорности волтметра и претходно израчунате струје извора, I , долазимо до вредности непознате отпорности R_X :

$$I = \frac{U_X}{R_X || R_V} = \frac{U_X}{\frac{R_X \cdot R_V}{R_X + R_V}} \Rightarrow \frac{R_X \cdot R_V}{R_X + R_V} = \frac{U_X}{I}$$

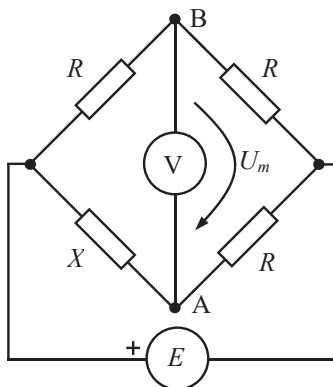
$$R_X = \frac{\frac{U_X}{I} R_V}{R_V - \frac{U_X}{I}} = \frac{U_X R_V}{I R_V - U_X} = \frac{2 \text{ V} \cdot 5 \text{ k}\Omega}{\frac{6}{5} \text{ mA} \cdot 5 \text{ k}\Omega - 2 \text{ V}} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

9. Витстонов мост, приказан на слици, користи се за мерење непознате отпорности X .

а) Извести општи израз за зависност напона мерне дијагонале U_m у зависности од промене отпорности ΔX , ако је мост у равнотежи за $\Delta X = 0 \Omega$, а волтметар и генератор су идеални.

б) Ако је напон напајања моста $E = 5 \text{ V}$, отпорност $R = 100 \Omega$ а отпорност $X = 100,1 \Omega$, колики је напон мерне дијагонале U_m ?

в) За колико ће се променити овај напон ако се, уместо на напонски извор, мост прикључи на струјни извор $I = 50 \text{ mA}$?



РЕШЕЊЕ

а) Када је мост у равнотежи важи, за $\Delta X = 0 \Omega$, следи да је:

$$X = R + \Delta X.$$

Када је мост прикључен на напонски звор, напон на мерној дијагонали U_m износи:

$$U_m = V_A - V_B = R \cdot \frac{E}{2R} - X \cdot \frac{E}{R + X} = E \left(\frac{1}{2} - \frac{R + \Delta X}{2R + \Delta X} \right) = -\frac{E}{2} \frac{\Delta X}{2R + \Delta X}$$

б) За дате податке, следи да се отпорност променила за $0,1 \Omega$, тако да је напон мерне дијагонале једнак:

$$U_m = -\frac{5 \text{ V}}{2} \frac{0,1 \Omega}{2 \cdot 100 \Omega + 0,1 \Omega} = -1,2493753 \dots \approx -1,2494 \text{ mV}$$

в) Ако се мост прикључи на струјни извор $I = 50 \text{ mA}$ напон мерне дијагонале ће бити:

$$U'_m = V_A - V_B = R \cdot \frac{2R + \Delta X}{4R + \Delta X} \cdot I - (R + \Delta X) \cdot \frac{2R}{4R + \Delta X} I = -IR \frac{\Delta X}{4R + \Delta X}$$

$$U'_m = -50 \text{ mA} \cdot 100 \Omega \cdot \frac{0,1 \Omega}{4 \cdot 100 \Omega + 0,1 \Omega} = -1,2496875 \dots \text{ mV} \approx -1,2497 \text{ mV}$$

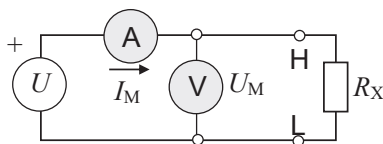
Напон дијагонале моста се променио за:

$$\Delta U_m = U'_m - U_m = -1,2497 \text{ mV} + 1,2494 \text{ mV} = -0,3 \mu\text{V}$$

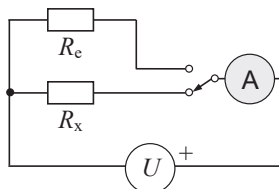
8.3. Питања за проверу знања

1. Које од наведених карактеристика описују отпорник?
 - а) Отпорник је активан елемент
 - б) Отпорник може да има фиксну или променљиву вредност
 - в) Отпорници дисипирају електричну енергију
 - г) Отпорник је пасиван елемент
 - д) Не постоје отпорници са променљивом вредношћу
 - ђ) Отпорник акумулира електричну енергију

2. Означити карактеристике U/I методе приказане на слици.

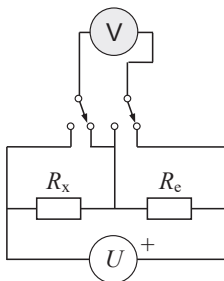


- а) На слици је приказана струјна веза
 - б) На слици је приказана напонска веза
 - в) Има примену у лабораторијама
 - г) Користи се за мерење великих отпорности
 - д) Мерење је тачно само ако је $R_v \ll R_x$
 - ђ) Мерење је тачно само ако је $R_v \gg R_x$
 - е) Користи се за мерење малих отпорности.
 - ж) Веома често се користи у пракси.
-
3. Означити све карактеристике методе за мерење отпорности која је приказана на слици.



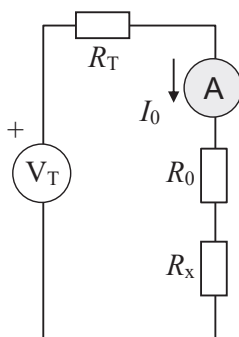
- а) Приказана метода је позната и као “редна метода”
- б) Приказана је метода поређења
- в) Мора да буде задовољено: $R_x \gg R_A$, $R_e \ll R_A$, $R_e \sim R_x$
- г) Приказана је UII метода
- д) Приказана метода је позната и као “паралелна метода”
- ђ) Мора да буде задовољено: $R_x \gg R_A$, $R_e \gg R_A$, $R_e \sim R_x$
- е) Приказана је метода мерења Келвиновим мостом
- ж) Мора да буде задовољено: $R_x \ll R_A$, $R_e \gg R_A$, $R_e \sim R_x$

4. Означити све карактеристике методе за мерење отпорности која је приказана на слици.



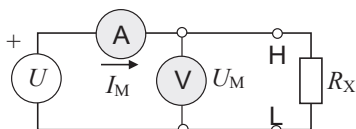
- а) Приказана је UII метода
- б) Мора да буде задовољено: $R_V \gg R_x$, $R_V \gg R_e$, $R_e \sim R_x$
- в) Приказана метода је позната и као “редна метода”
- г) Мора да буде задовољено: $R_V \gg R_x$, $R_V \ll R_e$, $R_e \sim R_x$
- д) Приказана метода је позната и као “паралелна метода”
- ђ) Приказана је метода мерења Келвиновим мостом
- е) Приказана је метода поређења
- ж) Мора да буде задовољено: $R_V \ll R_x$, $R_V \gg R_e$, $R_e \sim R_x$

5. Означите карактеристике амперметра чија је еквивалентна шема приказана на слици.

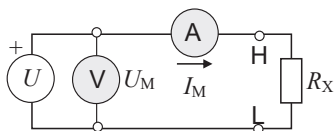


- а) Отпорник R_k има занемарљив температурни коефицијент
- б) Отпорник R_k има велики температурни коефицијент
- в) Отпорник R_k се користи за температурну компензацију
- г) Унутрашња отпорност R_0 је одређена отпорношћу калема и опруге
- д) Опсег струје од десетак μA до неколико mA може да се прошири додавањем отпорника R_k
- ђ) Унутрашња отпорност R_0 је одређена само отпорношћу опруге
- е) Унутрашња отпорност R_0 је неколико десетина $\text{k}\Omega$
- ж) Унутрашња отпорност R_0 је $5\ \Omega$ до $5000\ \Omega$

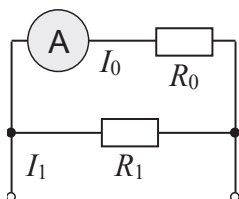
6. На слици је приказана U/I метода за мерење отпорности у којој је примењена _____ веза.



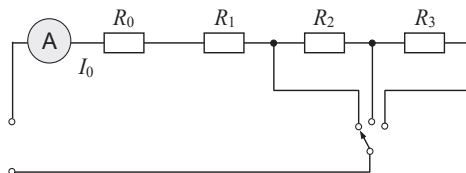
7. На слици је приказана U/I метода за мерење отпорности у којој је примењена _____ веза.



8. Означите карактеристике амперметра чија је еквивалентна шема приказана на слици.

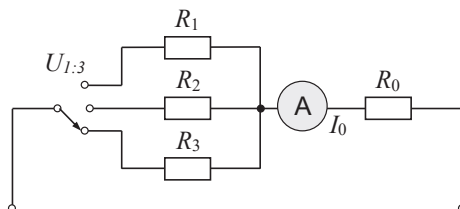


- а) Унутрашња отпорност R_0 је одређена отпорношћу калема и опруге
 - б) Унутрашња отпорност R_0 је $5\ \Omega$ до $5000\ \Omega$
 - в) Унутрашња отпорност R_0 се назива "шант"
 - г) Паралелно везани отпорник R_1 се назива "шант"
 - д) Опсег улазне струје може да се смањи додавањем паралелно везаног отпорника R_1
 - ђ) Отпорник R_1 се користи за температурну компензацију
 - е) Опсег струје од десетак μA до неколико mA може да се прошири додавањем паралелно везаног отпорника R_1
 - ж) Унутрашња отпорност R_0 је неколико десетина $\text{k}\Omega$
9. На слици је приказан инструмент са покретним калемом који се користи за мерење _____.

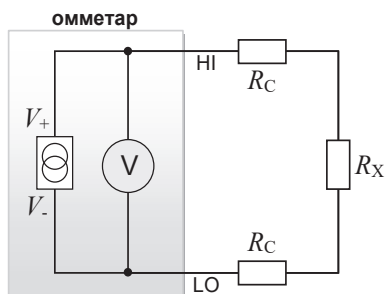


10. Уколико се омметром мери отпорност отпорника који је везан у коло, настаје _____ грешка.
11. Инструмент за мерење отпорности назива се _____.

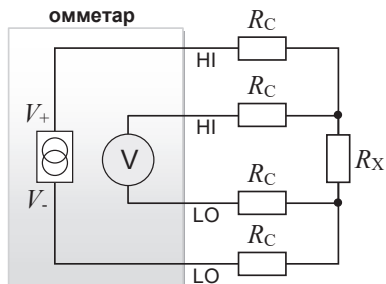
12. На слици је приказан инструмент са покретним калемом који се користи за мерење _____.



13. Мерењем _____ отпорности мултиметром настаје _____, која може да се занемари уколико је вредност отпорности R_X која се мери _____ од отпорности контаката R_C .



14. Келвинов мост се користи за мерење _____. При мерењу се користе _____ контакта, услед чега отпорност каблова R_C _____.



9. ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА ЗА ПРОВЕРУ ЗНАЊА

9.1. Величине

- | | |
|----------------------------------|---------------------|
| 1. в) | 30. б) |
| 2. б) | 31. а) |
| 3. а) | 32. б) |
| 4. 1-б, 2-а, 3-б, 4-б, 5-а | 33. а) |
| 5. 1-в, 2-а, 3-б | 34. в) |
| 6. мерење | 35. б), в) |
| 7. мерна јединица | 36. а), г) |
| 8. метрологија | 37. 1-г, 2-а, 3-б |
| 9. модул | 38. средња вредност |
| 10. а) | 39. резолуција |
| 11. в) | 40. а) |
| 12. б) | 41. б) |
| 13. а) | 42. б) |
| 14. а) | 43. 1-а, 2-б, 3-в |
| 15. б) | 44. а) |
| 16. б) | 45. а), в) |
| 17. 1-б, 2-а, 3-в | 46. модел |
| 18. а-2, б-4, в-3, г-1 | 47. мерна |
| 19. а) | |
| 20. в) | |
| 21. б) | |
| 22. б) | |
| 23. в) | |
| 24. а) | |
| 25. б) | |
| 26. а) | |
| 27. 1-а, 2-а, 3-б, 4-б, 5-б, 6-а | |
| 28. 1-а, 2-в, 3-б | |
| 29. 1-а, 2-в, 3-б | |

9.2. Грешка мерења

1. а)
2. в)
3. б)
4. в)
5. а)
6. а)
7. б)
8. б)
9. б)
10. б)
11. б)
12. б)
13. а)
14. а)
15. а)
16. в)
17. в)
18. в)
19. резултат
20. репродуктивност
21. дрифт, помак, шетање
22. грешка
23. корекција
24. мерна несигурност
25. тачност
26. прецизност
27. поновљивост

9.3. Мерна средства

1. 1-а, 2-б, 3-в, 4-в, 5-б, 6-а
2. 1-б, 2-в, 3-а, 4-в, 5-в
3. б)
4. а)
5. а)
6. в)
7. в)
8. б)
9. а)
10. б)
11. в)
12. а)
13. б)
14. а)
15. праг разликовања
16. мтврва зона
17. хистерезис
18. мерни претварач
19. транспарентност
20. стабилност
21. дрифт
22. време одзива
23. тачност
24. а)
25. а)
26. б)
27. резолуција
28. бројило

9.4. Аналогна мерна техника

- | | |
|----------------------------|--------|
| 1. в) | 39. б) |
| 2. а), б), в), г) | 40. а) |
| 3. в), ђ), е), ж) | 41. в) |
| 4. наизменичних | 42. а) |
| 5. б), д), ђ), ж) | |
| 6. 1-а, 2-б, 3-в, 4-г, 5-д | |
| 7. 1-а, 2-в, 3-б | |
| 8. 1-б, 2-в, 3-б | |
| 9. а) | |
| 10. в) | |
| 11. в) | |
| 12. в) | |
| 13. 1-в, 2-а, 3-б | |
| 14. в) | |
| 15. 1-в, 2-а, 3-б | |
| 16. в) | |
| 17. б) | |
| 18. б) | |
| 19. в) | |
| 20. в) | |
| 21. 1-б, 2-а, 3-в | |
| 22. 1-а, 2-б, 3-в | |
| 23. в) | |
| 24. б) | |
| 25. 1-б, 2-а, 3-в, 4-г | |
| 26. б) | |
| 27. в) | |
| 28. в) | |
| 29. б) | |
| 30. б) | |
| 31. в) | |
| 32. а), ђ) | |
| 33. в), г) | |
| 34. б), д) | |
| 35. а), ђ) | |
| 36. б), д) | |
| 37. претварач | |
| 38. а) | |

9.5. Дигитална мерна техника

1. б)
2. а)
3. б)
4. а)
5. $6C_{16}$
6. $1011,1_{10}$
7. г)
8. б)
9. б)
10. а)
11. а)
12. регистар
13. а)
14. б)
15. 2-в, 3-б
16. б), в)
17. а), в)
18. б)
19. а)
20. б)
21. а)

9.6. Квантовање

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1. а) | 12. природно |
| 2. в) | 13. равномерном |
| 3. б) | 14. дигитални |
| 4. а) | 15. а) |
| 5. а) | 16. а) |
| 6. в) | 17. б) |
| 7. б) | 18. б) |
| 8. а) | 19. в) |
| 9. квантовање | 20. а) |
| 10. равномерни | 21. а) |
| 11. квантизер | 22. а) |

9.7. Аналого-дигитални и дигитално-аналогни претварачи

1. 1-г, 2-б, 3-в, 4-а, 5-д
2. 1-а, 2-б, 3-г, 4-в
3. 1-г, 2-в, 3-ђ, 4-а, 5-д, 6-б
4. а)
5. 1-г, 2-а, 3- в, 4-д, 5-б
6. а), г)
7. а)
8. б), г)
9. в)
10. г)
11. б)
12. а)
13. шум

9.8. Мерење електричних величина

1. б), в), г)
2. б), в), ђ), е)
3. б), д), ђ)
4. б), в), е)
5. а), в), г), ж)
6. напонска
7. а), б), г), е)
8. напона
9. груба
10. омметар
11. напона
12. системска грешка, много већа
13. отпорности мањих од $1\ \Omega$, четири, може да се занемари

ЛИТЕРАТУРА

- [1] П. Бошњаковић - *Умеће мерења*, ВИШЕР, Београд, 2011.
- [2] П. Бошњаковић, Д. Прокин - *Индустријска метрологија*, ВИШЕР, Београд, 2015.
- [3] Н. Миљковић - *Методе и инструментација за електрична мерења*, Универзитет у Београду - Електротехнички факултет, 2016.
- [4] П. Бошњаковић - *Аналогна електроника*, ВИШЕР, Београд, 2012.
- [5] М. Поповић - *Сензори и мерења*, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд, 2004.
- [6] Д. Станковић - *Физичко-техничка мерења*, Научна књига, Београд, 1991.
- [7] Д. Поповић, П. Пејовић - *Белешке за предавања из електричних мерења, скрипта*, Универзитет у Београду - Електротехнички факултет, 2006.
- [8] E. D. Gates - *Introduction to Electronics, fifth edition*, Delmar, Cengage Learning, Clifton Park, NY, 2007.
- [9] T. R. Kuphaldt, *Lessons in industrial instrumentation*, ver. 1.30, 2012.
www.ibiblio.org/kuphaldt/socratic/sinst/book/liii_1v30.pdf
преузето: јануар 2018.
- [10] *Предавања из предмета Метрологија електричних величина*, Универзитет у Нишу, Електронски факултет, Катедра за мерења, 2014.
www.elfak.ni.ac.rs/downloads/informacije/studenti/praktikumi/predavanja-metrologija-elektricnih-velicina.pdf
преузето: мај 2020.
- [11] *Zbirka ispitnih zadataka iz Električnih merenja i Merenja u elektronici*, 2015.
<http://kelm.ftn.uns.ac.rs/literatura/em/Zbirka2015.pdf>
преузето: септембар 2019.
- [12] Д. Прокин - *Питања и задаци из тестова за проверу знања на страници предмета Мерења 2 у систему за учење Moodle*,
<https://lectio2.viser.edu.rs/course/view.php?id=21>, 2022.