

## 2. ELEKTROMOTORNI POGONI

### UVOD

Poslednjih decenija 20. veka i početkom ovog veka svedoci smo neslućenog razvoja i eksplozivnog rasta primene sistema za automatsku regulaciju. To je posledica žestoke borbe na svetskom tržištu za prestiž u kvalitetu i ceni proizvoda, što je nametnulo potrebu za velikom primenom automata i robova u automatizaciji proizvodnih procesa. Ova automatizacija proizvodnih procesa podrazumeva primenu robova, numerički upravljenih alatnih mašina, industrijske pogone opšte namene i računarske periferijske uređaje. To je dovelo do snažnog i vrlo dinamičnog razvoja i primene sistema sa regulisanim pogonima (*Motion control systems - MCS*). Kao što je pronalazak parne mašine prouzrokovao široku primenu mehanički upravljenih sistema u industriji i time započeo prvu industrijsku revoluciju, tako nas je sadašnji razvoj mikroelektronike i računarske tehnologije i njihove primene u elektronski regulisanim pogonima (*Electronic motion control systems-EMCS*) doveo na prag druge industrijske revolucije, koju karakteriše visok stepen automatizacije [5].

Drugi faktor koji je odlučujuće delovao na snažan razvoj sistema za automatsku regulaciju jeste hladnoratovska trka u naoružanju druge polovine prošlog veka, koja se ni danas ne zaustavlja. Izraziti napredak učinjen je u automatizaciji vojnotehničkih sistema, posebno u tehnici naoružanja. Primena automatizacije u naoružanju, na primer, povećala je verovatnoću pogađanja artiljerijskih oruđa (topova) za protivvazdušnu odbranu sa 10% na preko 80% [24], a brojni su slični primeri kod drugih vrsta naoružanja. Njihova gotovo neverovatna preciznost i efikasnost upravo su rezultat primene vrlo složenih sistema automatske regulacije, kod kojih regulisani elektromotorni pogoni imaju velikog udela.

Moderni industrijski robot uveden je prvi put u Japanu 1980. godine, i od tada se razvijao od izvršioca jednostavnih manipulativnih radnji ( dodavanje, montiranje i sl.) do izvršioca sofisticiranog rada kao što su zavarivanje, farbanje, sklapanje, ispitivanje i podešavanje. Danas je uočljiv trend primene robova u neproizvodnim oblastima kao što su nuklearne elektrane, zdravstvo, poljoprivreda, prevoz i skladištenje roba, podvodni radovi i svemirska istraživanja.

Do pojave snažnih poluprovodničkih uređaja (krajem 50-tih godina 20. veka) kao izvršni organ u sistema za automatsku regulaciju dominirali su hidraulički, pneumatski i mehanički sistemi. To ne znači da u industriji nisu korišćene električne mašine. Naprotiv, one su prisutne skoro ceo vek. Tri osnovne vrste električnih mašina su primenjivane za industrijske potrebe: mašine za jednosmernu struju, sinhrone i asinhrone mašine [6]. U pogonima sa promenljivom brzinom obrtanja mesto je bilo rezervisano za mašine jednosmerne struje, dok su mašine naizmenične struje (sinhroni i asinhroni motori) korišćene isključivo kod neregulisanih elektromotornih pogona. To je bilo stoga što je regulaciona oprema koja je potrebna za njihovu primenu u pogonima promenljive brzine bila složena i skupa.

Električni pogoni (elektromotorni pogoni, elektropogoni, električno pokretanje, *electrical drives* (engleski), *elektrische Antriebe* (nemački), *электроприводы* (ruski), *azionamenti elettrici* (italijanski) imaju važnu ulogu u svakodnevnom životu i u napretku čovečanstva. Dovoljno je reći da se preko polovine proizvodene električne energije u industrijski razvijenijoj zemlji pretvara u mehaničku, bilo za potrebe transporta, bilo za proizvodne procese. U odnosu na druge vrste pogona električni pogoni imaju niz prednosti:

- obuhvataju širok dijapazon snaga, počev od snaga ispod jednog vata (npr. u elektronskim satovima), pa do više stotina megavata (npr. za pumpe u reversibilnim hidroelektranama),
- obuhvataju širok dijapazon obrtnih momenata (preko jednog miliona Nm u valjaonicama) i brzina (preko 100000 ob/min za centrifuge),
- mogu se prilagoditi bilo kakvim radnim uslovima (prinudno hlađeni, potpuno zatvoreni, potopljeni u eksplozivnoj atmosferi i dr),
- ekološki su pozitivni (nema zapaljivog goriva, nema gasova, proizvode relativno malu buku),
- spremni su za rad odmah i to na puno opterećenje,
- veoma malo zahtevaju za održavanje,
- imaju veoma male gubitne praznog hoda,
- imaju veoma visok stepen korisnosti
- imaju sposobnost visoke kratkotrajne preopteretljivosti
- lako se upravlja i to u širokom opsegu brzina bez potrebe za mehaničkim menjanjem prenosnog odnosa,
- pri upravljanju mogu imati veoma brz dinamički odziv,
- lako se menja smer obrtanja (reversiranje bez mehaničkih prenosnika),
- imaju mogućnost kočenja sa rekuperacijom (regeneracijom) energije natrag u izvor napajanja,

- imaju ravnomeran obrtni momenat i miran hod bez vibracija
- ne rade pod naročito visokom temperaturom, pa imaju dug život,
- mogući su razni oblici, prilagođeni različitim potrebama montaže u radnim mašinama (npr. Više manjih motora montiranih na mestima direktnе upotrebe, umesto jednog većeg sa mehaničkim prenosnicima, zatim motor sa rotorom sa spoljašnje strane, linearni motor umesto rotacionog itd.)

Ovom nisu značajnih prednosti električnih pogona suprotstavljaju se samo dva veća nedostatka, ali su u određenim slučajevima i ona dovoljna da spreče ili baz ograniče njihovu upotrebu:

- zavisnost od električnog napajanja
- mali odnos snage prema težini.

Prvi nedostatak ograničava primenu električnih pogona u vuči. Ekonomski prihvatljiva akumulatorska baterija je još uvek oko 50 puta teža nego odgovarajuća količina goriva za motor sa unutrašnjim sagorevanjem.

Najznačajniji element električnog pogona je naravno električni motor. Međutim, u savremenim električnim pogonima veliku ulogu igra i elektronika i to dve njene grane:

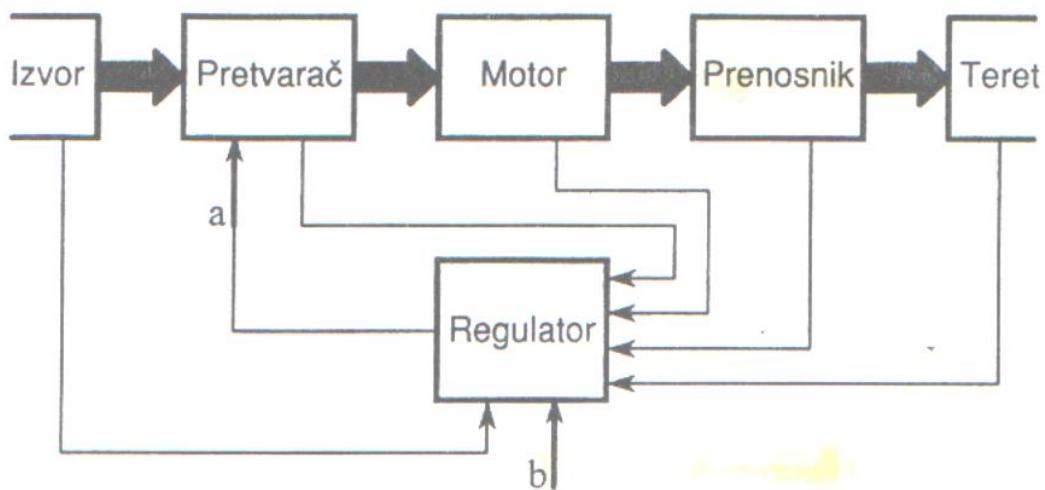
- *Energetska elektronika* (engl.: *power electronics*), sa svojim tiristorima i snažnim tranzistorima, uz pomoć koje se vrši pretvaranje električne energije iz jednog oblika u drugi (npr. pretvaranje trofaznih naizmeničnih struja u jednosmernu i obrnuto) uz istovremeno kontrolisanje količine pretvorene energije (npr. radi podešavanja brzine),
- *Upravljačka elektronika* (eng.: *control electronics*), sa svojim tranzistorima, integrisanim kolima, operacionim pojačavačima, logičkim kolima, mikroprocesorima, mikrokompjuterima, uz pomoć koje se vrši upravljanje i regulacija pojedinih fizičkih veličina (npr. brzine, momenta, položaja i dr.), delujući na energetske pretvarače ili pobudne sisteme električnih mašina.

## 2.1. OPŠTA STRUKTURA ELEKTROPOGONA

Električni pogon je elektromehanički sistem koji se u opštem slučaju sastoji iz električnog motora (elektromotora, *motora*), energetskog pretvarača (*pretvarača*, konvertora), mehaničkog prenosnog uređaja (*prenosnika*) i upravljačkog sistema (*regulatora* u širem smislu), koji napajan iz nekog izvora električne energije (*izvor*), služi za pokretanje izvršnih organa radnih mašina (*opterećenja, tereta*) i upravljanje tim pokretanjem.

Na sl. 2.1. prikazana je strukturalna šema opštег elektropogona. U prvom redu se nelaze energetski elementi sa naznačenim normalnim tokom energije. Izvor (eng.: source, line)

električne energije predstavlja najčešće električnu mrežu, trofaznu ili jednofaznu, niskonaponsku ili visokonaponsku, sa mrežnim transformatorom ili bez njega, obično sa pekidačima, osiguračima i drugim elementima za zaštitu, merenje, nadzor i dr. To može biti i izvor jednosmernog napona, npr. akumulatorska baterija, generator jednosmerne struje ili kontaktni uvod u električnoj vuči.



Slika 2.1. Opšta struktura električnog pogona

Na sl. 2.1. prikazana je strukturalna šema opštег elektropogona. U prvom redu se nelaze energetski elementi sa naznačenim normalnim tokom energije. *Izvor* (eng.: *source, line*) električne energije predstavlja najčešće električnu mrežu, trofaznu ili jednofaznu, niskonaponsku ili visokonaponsku, sa mrežnim transformatorom ili bez njega, obično sa pekidačima, osiguračima i drugim elementima za zaštitu, merenje, nadzor i dr. To može biti i izvor jednosmernog napona, npr. akumulatorska baterija, generator jednosmerne struje ili kontaktni uvod u električnoj vuči.

Energetski **pretvarač** (eng.: *(power) converter*) služi za pretvaranje energije iz izvora, kao i za njeno upravljanje. Pretvaranje ima za cilj da se određene karakteristične veličine uzalzne energije (učestanost, napon, struja, broj faza) pretvore u druge radi prilagođenja motoru, a doziranjem te energije se postiže upravljanje motorom (menjanjem napona, struje ili učestanosti) i time određenim karakterističnim veličinama pogona (brzinom, momentom, položajem i dr.). U savremenoj tehnici pretvarač je elektronski (na bazi tiristsora, snažnih tranzistora ili drugih poluprovodničkih prekidača), ali kod starijih pogona to može biti i električni generator (npr. kod Ward-Leonardove grupe), transformator sa promenljivim prenosnim odnosom, uređaj sa magnetnim pojačavačima i dr. Kod neregulisanih pogona energetski pretvarač izostaje, ali se obično na njegovom mestu nalaze posebni uređaji (obično

otpornici ili prigušnice vezane na red, autotransformatori i dr.) koji obezbeđuju pravilan polazak pogona. Kod sasvim starih pogona i upravljanje se vrši bez pretvarača, npr. preko rednih otpornika sa kontaktorima, otpornika u rotorskom kolu asinhronog motora ili delovanjem na pobudu motora za jednosmernu struju. Za ovaj element pogona često se upotrebljava opšti termin *aktuator* (engl: *actuator*).

Električni **motor** (engl.: *electric(al) motor*) je pretvarač električne energije u mehaničku. Kod neregulisanih pogona najčešća je upotreba asinhronih, zatim sinhronih motora (kod vrlo velikih snaga, ali i kod malih za regulisane pogone visokog kvaliteta.) Kod regulisanih pogona dugo su dominirali motori za jednosmernu struju, ali su u savremenoj tehnici, zahvaljujući razvoju pretvarača učestanosti, zatim napretku u elektronici poluprovodnika snage i mikroelektronici, asinhroni i sinhroni motori (pa i neke nove vrste motora, kao što su motori jenosmerne struje bez četkica (*brushless DC machine*) i motori promenljive reluktanse) postali ravnopravni sa njima. Pojavom mikroračunara primena složenih tehnika upravljanja, kao što su upravljanje orijentacijom polja, upravljanje promenom strukture sa klizajućim karakteristikama itd., nije više tako složena i skupa, pa su ove mašine u stanju da zamene jednosmerne mašine u pogonima sa visokim perfomansama.

I kada se očekivalo da će mašine za jednosmernu struju biti potisnute iz upotrebe, to se nije desilo, već se čini da će egzistirati još dugo vremena uporedo sa mašinama za naizmeničnu struju. Više nema generalne dominacije nijedne vrste pogona, već svaka ima područja dominantne primene. Donekle, to je tako zahvaljujući tome što su mikroelektronika i miroračunarčunari omogućili razvoj i primenu složenih algoritama upravljanja i kod mašina za jednosmernu struju što, uz već od ranije dobre statičke i dinamičke karakteristike, poboljšava nihove ukupne perfomanse.

U pogonima se često koristi osobina električne mašine da može da pretvara energiju i u obrnutom smeru, tj. Da može pod određenim uslovima da radi kao generator i vrši *kočenje* (engl.: *braking*) radne mašine. U tim slučajevima pojedini smerovi tokova energije prikazani na sl. 2.1. okreću se na suprotnu stranu (od radne mašine preko prenosnika ka motoru). Ako to obezbeđuje tip energetskog pretvarača, taj povratni tok energije se može produžiti i preko pretvarača sve do izvora, u kom slučaju se govori o generatorskom kočenju, odnosno kočenju sa rekuperacijom energije. Često je pretvarač takvog tipa da ne dozvoljava povratni tok energije (npr. običan ispravljač). U tom slučaju se povratna mehanička energija pri kočenju mora pretvoriti u toplotu u samoj električnoj mašini ili u otpornicima koji se postavljaju između mašine i nerekuperabilnog pretvarača.

Mehanički **prenosnik** (engl.: *gear*) služi za prenos i prilagođenje brzine, odnosno momenta, kao i vrste kretanja koje motor predaje izvršnom organu radne mašine. Tu spadaju zupčasti i kajišni prenosnici sa fiksnim prenosnim odnosom (najčešće reduktori za smanjenje brzine i povećanje momenta), prenosnici sa promenljivim prenosnim odnosom (stupnjevito, kao kod automobilskog menjača, ili kontinualno), prenosnici rotacionog kretanja u translatorno (npr. pružasti prenosnici), zamajci i dr. U najednostavnijem slučaju prenosnik je zajedničko vratilo motora i radne mašine.

Regulacioni sistem ili **regulator** u širem smislu (engl.: *control system, controller*) u savremenoj tehnici elektronski, analogni ili digitalni, služi za automatsko upravljanje pogonom, najčešće delujući svojim upravljačkim signalima na energetski pretvarač (crta sa strelicom označena sa a na sl. 2.1), ali ponekad i na sam motor ili na prenosnik. Ovaj sistem uzima informacije o stanju pogona sa odgovarajućih mernih organa (senzora) preko povratnih veza, kao i od signala za zadavanje željenih vrednosti regulisanih veličina (referenci) (crta sa strelicom b na sl. 2.1) i obrađuje ih na osnovu određenih algoritama. Postoje pogoni bez regulatora, u kom slučaju se upravljanje vrši delujući direktno na energetski pretvarač (strelica a). Suprotno tome, regulacioni sistem pogona može biti podređen nekom drugom regulacionom sistemu koji upravlja grupom regulisanih pogona, u kom slučaju umesto reference (strelica b) treba zamisliti dejstvo nadređenog regulacionog sistema.

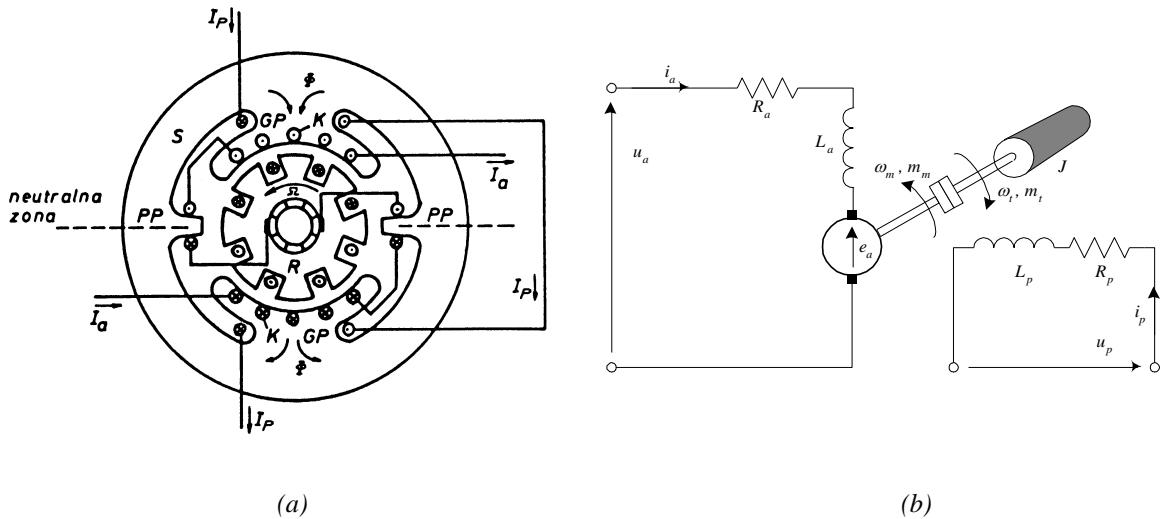
U analizama koje slede pod *upravljanjem* podrazumevaćemo dejstvo na upravljivi pogon bez regulatora ili bez učešća regulatora (niz energetskih elemenata pogona na sl. 2.1, uključujući signal a), a pod *regulacijom* dejstvo na upravljivi pogon preko automatskog regulacionog sistema (uz dodatak regulatora sa povratnim vezama na sl. 2.1, uključujući i signal b).

## 2.2. MOTOR JEDNOSMERNE STRUJE

Na području upravljenih elektromotornih pogona motori za jednosmernu struju zauzimaju značajno mesto. Zahvaljujući dobrim upravljačkim svojstvima, a prvenstveno zbog relativno jednostavnog postupka upravljanja, motor za jednosmernu struju predstavlja skoro idelan motor za pogone gde je potrebna promenljiva brzina obrtanja [4],[6],[12],[14]. Njegova se brzina obrtanja može kontinualno podešavati promenom jednosmernog napona armature u širokim granicama koje obuhvataju u kontinuitetu oba smera obrtanja sa punim momentom, uključujući i nultu brzinu. S obzirom na realizaciju pobudnog kola, motori za jednosmernu struju mogu imati različite spoljne karakteristike ( $\Omega = f(M_t)$ ).

### 2.2.1. Konstrukcija i princip rada

Na slici 2.2(a) prikazana je principska šema dvopolne mašine za jednosmernu struju sa nepomičnim statorom (S) i rotirajućom cilindričnom armaturom (rotor) (R). Glavni polovi (GP) nose pobudne namotaje kroz koje teče jednosmerna struja pobude  $I_p$ , koja stvara glavni magnetni fluks  $\Phi$ .



Slika 2.2. Motor za jednosmernu struju: (a) principska, (b) ekvivalentna šema

U žlebovima rotora smešten je namotaj armature koji se napaja strujom armature  $I_a$  preko komutatora. Struja armature  $I_a$  stvara poprečni magnetni fluks  $\Phi_a$ , koji je znatno manji od glavnog pobudnog fluksa  $\Phi$ , zbog velikog vazdušnog zazora u poprečnom smeru. Za dodatno smanjenje delovanja reakcije armature i poboljšanje komutacije upotrebljavaju se kompenzacioni namotaj (K), čiji su namotaji smešteni u polnim nastavcima glavnih polova i

kroz koje protiče struja armature. Kompenzacioni namotaji se ugrađuju u motore većih snaga, kao i u motore koji dozvoljavaju jače preopterećenje, da bi se poboljšala komutacija, tj. da bi se izbegla iskrenja na četkicama. Za postizanje komutacije bez iskrenja koriste se i pomoćni polovi (PP), kroz čije namotaje takođe teče armaturna struja. Time se utiče na magnetno polje u neutralnoj zoni (komutacionoj zoni).

Obrtni moment motora  $M_m$ , koji se stvara na obodu rotora, a proporcionalan je proizvodu pobudnog magnetnog fluksa i struje armature, obrće rotor motora brzinom  $\omega_m$ . Usled kretanja rotorskih namotaja u polju magnetnog fluksa  $\Phi$  u njima se indukuje napon (*kontraelektronska sila*)  $E_a$ , koji je proporcionalan pobudnom fluksu i brzini obrtanja.

Na slici 2.2(b) prikazana je ekvivalentna šema motora za jednosmernu struju sa nezavisnom pobudom na osnovu koje se može izvesti matematički model motora.

### 2.2.2. Osnovne relacije

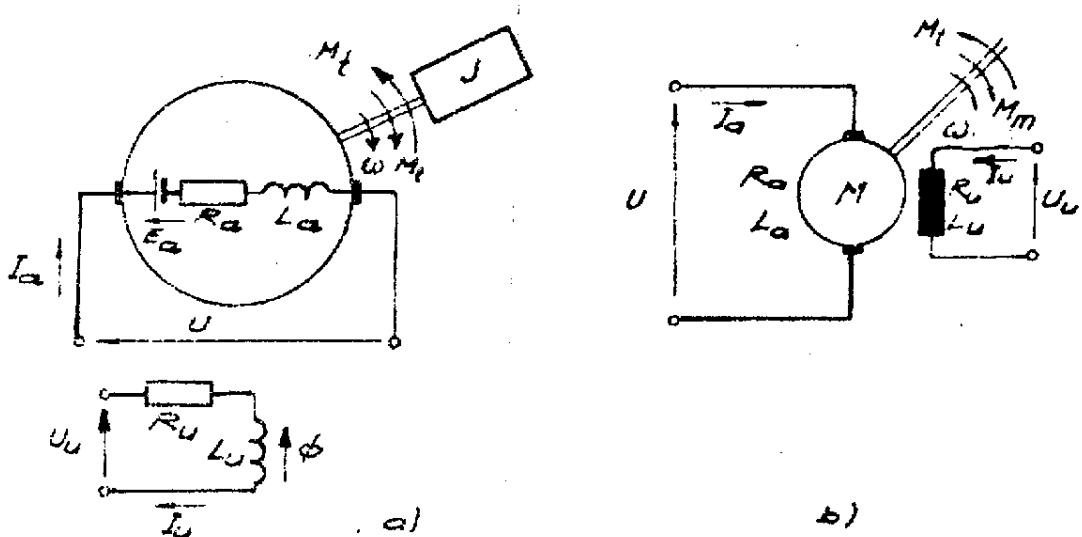
Motori jednosmerne struje (u daljem deku **jednosmerni motori**) male snage (nekoliko kW) primenjuju se u sistemima automatske regulacije kao izvršni organi. Ovi motori imaju dobra regulaciona svojstva, pre svega širok opseg promene brzine obrtanja. Najveću primenu imaju jednosmerni motori sa nezavisnom pobudom, jer zadovoljavaju niz zahteva:

- širok opseg regulacije brzine obrtanja,
- linearne statičke karakteristike,
- stabilan rad na celom opsegu brzina obrtanja,
- velik potezni moment,
- mala snaga upravljanja,
- siguran rad,
- velika brzina delovanja.

Ekvivalentna šema i simbolički prikaz jednosmernog motora sa nezavisnom pobudom dati su na sl. 2.3.

Jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom kao element regulacionog sistema moguće je predstaviti matematičkim modelom koji opisuje fizičke pojave u motoru uz sledeća zanemarenja:

- histerezis krive magnećenja,
- reakcije armature motora,
- nelinearnost induktivnosti armaturnog kola,
- vrtložne i komutacione struje,
- pad napona na četkicma.



Slika 2.3.

Na osnovu navedenih zanemarenja i sl. 2.3.b mogu se napisati jednačine koje opisuju rad motora.

Za kolo armature (rotora) motora važi naponska jednačina:

$$U = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + E_a \quad (1.1)$$

gde su:

$R_a$ ,  $L_a$  - otpor i induktinost armaturnog namotaja,

$E_a = C_e \Phi \omega$  - indukovani napon (kontralektromotorna sila -KEMS)

$$C_e = \frac{p z}{2\pi a} \quad \text{- konstrukciona konstanta}$$

$p$  - broj pari polova

$z$  - broj provodnika armaturnog namotaja

$a$  - broj paralelenih grana armaturnog namotaja

Puna mehanička snaga (elektromagnetska snaga  $P_{em}$ ) motora je:

$$P_{meh} = M_m \omega = E_a I_a = C_e \Phi \omega I_a$$

odakle se dobije obrtni moment kojeg razvija motor:

$$M_m = \frac{E_a I_a}{\omega} = C_e \Phi I_a = C_m \Phi I_a \quad (1.2)$$

gde je  $C_m = C_e = \frac{P \cdot z}{2\pi \cdot a} = C_{em}$  - konstrukcionalna konstanta.

Uz konstantan fluks pobude može se pisati za indukovani napon i moment motora:

$$E_a = K_e \omega \quad (1.3)$$

$$M_m = K_m I_a \quad (1.4)$$

gde je  $K_e = C_e \Phi = C_m \Phi = K_m$  - konstanta proporcionalnosti.

Jednačina momenta za osovini motora ima oblik:

$$M_m = M_0 + M_2 + M_J \quad (1.5)$$

gde su:

$M_0$  - moment praznog hoda koji kod motora malih snaga dostiže vrednost 20% nominalnog momenta motora,

$M_2$  - moment na osovinu motora (moment opterećenja) uopšteno zavisan o brzini obrtanja,

$M_J = \frac{J \cdot d\omega}{dt}$  - dinamički moment određen ukupnim momentom inercije  $J$  na osovini motora.

Uvođenjem pojma statičkog momenta (ili momenta otpora, momenta tereta):

$$M_t = M_0 + M_2$$

jednačina momenta imala oblik:

$$M_m = M_t + M_J \quad (1.6)$$

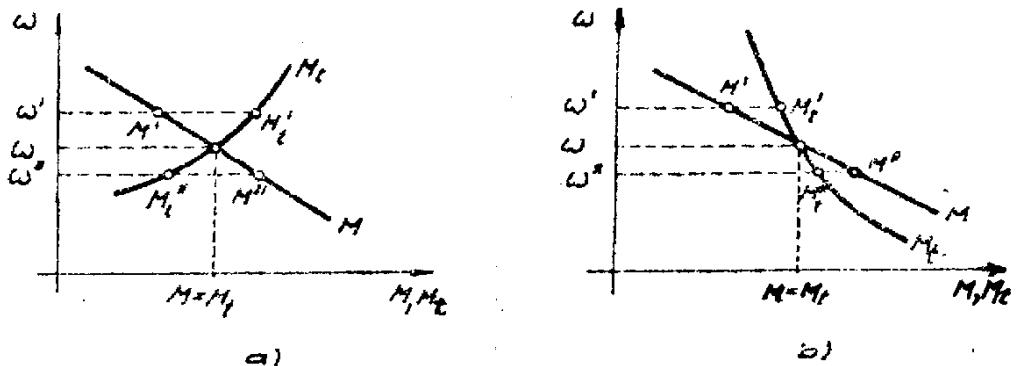
U stacionarnom stanju  $I_a = \text{const}$  i  $\omega = \text{const}$ , pa su jednačine koje opisuju ponašanje motora u stacionarnom stanju:

$$\begin{aligned} U &= I_a R_a + k_e \omega \\ M_m &= k_m I_a = M_t \end{aligned} \quad (1.7)$$

Stabilan rad motora određen je nejednakosću

$$\frac{dM_t}{d\omega} > \frac{dM_m}{d\omega} \quad (1.8)$$

što je prikazano na slici 2.4, u kojoj su date karakteristike  $\omega=f(M_m)$  i  $\omega=f(M_t)$ , za stabilan rad (sl. 2.4.a) i nestabilan rad (sl. 2.4.b)



Slika 2.4.

### 2.2.3. Statičke karakteristike

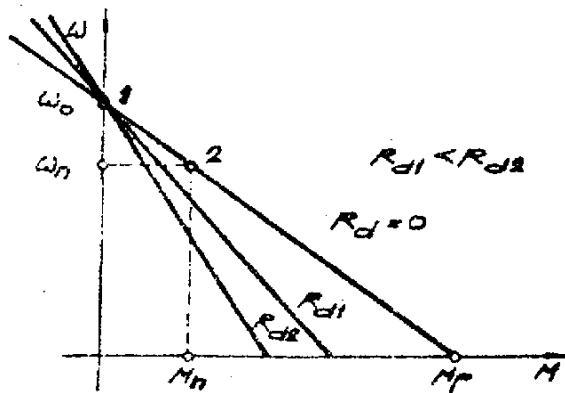
Koristeći sistem jednačina (1.7) koje važe za stacionarno stanje motora dobije se jednačina mehaničkih karakteristika:

$$\omega = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a}{K_e K_m} M_m \quad (1.9)$$

iz koje je vidljivo da mehaničke karakteristike predstavljaju pravce (sl. 2.5). Brzina obrtanja pri nominalnom naponu armature i  $M_m=0$ :

$$\omega_0 = \frac{U}{K_e} \quad (1.10)$$

Brzina  $\omega_0$  predstavlja idealnu brzinu praznog hoda. Kod brzine obrtanja  $\omega > \omega_0$  motor iz motorskog režima rada sa  $M_m > 0$  (I kvadrant) prelazi u genera-torski režim rada (II kvadrant) sa negativnim obrtnim momentom (rotor se obrće prinudno, pod npr. delovanjem momenta inercije). Pri tome je struja armature negativna, tj. motor radeći kao generator predaje energiju izvoru.



Slika 2.5.

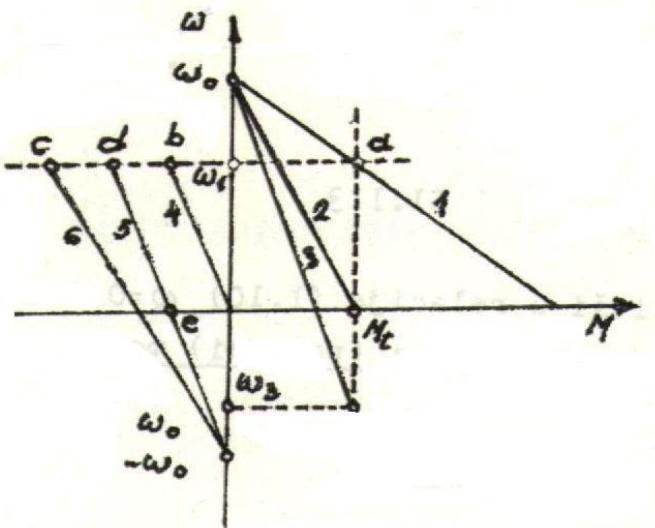
Uvrstivši u relaciju (1.10)  $\omega=0$  i za nominalni napon motora dobije se potezni (polazni ) moment:

$$M_p = K_m \frac{U_n}{R_a} = K_m I_p \quad (1.11)$$

Mehaničke karakteristike se mogu konstruisati pomoću tačaka 1 i 2 koje karakterišu nominalne vrednosti  $U_n, I_{an}, \omega_n$  i  $R_a$  uz moment motora  $M_m = M_n$ . U tački 1:  $\omega_0 = U_n / K_e$ , a u tački 2 je:  $\omega_n$  i  $M_n = K_m I_{an}$ .

Na sl. 2.5. data je familija mehaničkih karakteristika za različite vrednosti dodatnog otpora u kolu armature uz konstantan napon motora i konstantan fluks pobude. Napominjemo još da u IV kvadrantu motor ima suprotan smer brzine obrtanja, pa motor radi u režimu kočenja (režim kontraspoja, generatorski režim rada).

Primer određivanja stacionarnog režima rada motora za slučaj konstantnog momenta tereta  $M_t = \text{const.}$  ilistrovan je na sl 2.6. Za  $R_d=0$  (karakteristika 1, prirodna karakteristika) motor se obrće brzinom  $\omega=\omega_1$ . Uključenjem dodatnog otpor (karakteristika 2) brzina obrtanja je  $\omega=0$ . Kod režima rada određenog karakteristikom 3 brzina obrtanja je  $\omega=\omega_3$ . Karakteristika 4 odgovara režimu dinamičkog kočenja, koji se sastoji u tome da se rotor odspoji od izvora i njegove armaturne stezaljke spoje preko dodatnog otpora. Ako se motor pre prespajanja obrtao brzinom obrtanja u tački  $a$ , to će se u momentu prekopčanja usled inercije obrnati sa  $\omega=\omega_1$  i motor prelazi u tačku  $b$ , stvarajući negativni moment i brzina obrtanja pada na  $\omega=0$ .

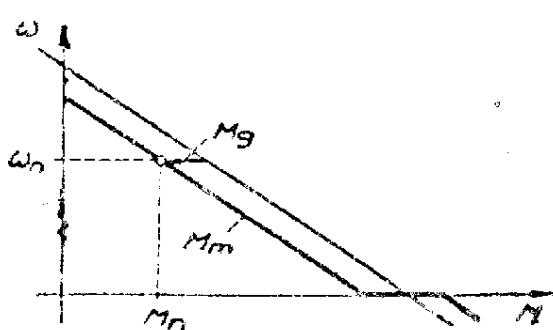


Slika 2.6.

Najveći intenzitet kočenja postiže se u režimu kontraspoja, kada se rotor prekopča na napon suprotnog polariteta (karakteristika 6), kod koga brzina obrtanja prolazi kroz  $\omega = \omega_0$ . Velika struja (tačka c) ne dozvoljava ovaj režim pri motorima velike snage, pa se primjenjuje režim kontraspoja (karakteristika 5) gde proces teče konturom a-d-e.

Strogo uzevši u jednačini (1.9) moment na osovini motora manji je od elektromagnetskog momenta za iznos gubitaka pa za male mašine gde je  $M_g$  relativno velik, mehaničke karakteristike imaju oblik prema sl. 2.7. Moment gubitaka je:

$$M_g = K_m I_a - \frac{P_n}{\omega_n} \quad (1.12)$$



Slika 2.7.

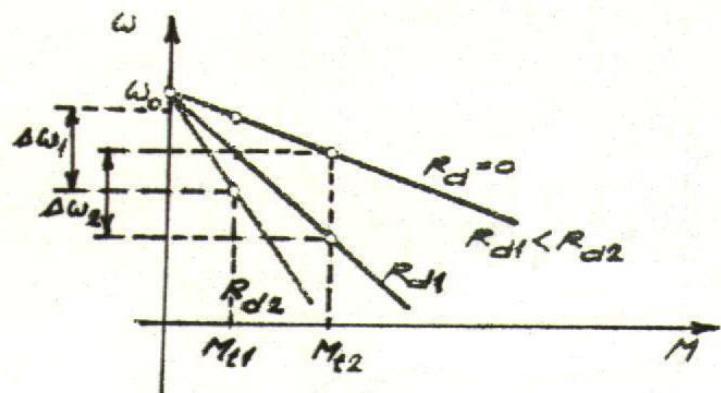
## 2.2.4. Dinamičke karakteristike

Pod upravljanjem motora u automatici podrazumeva se regulacija brzine obrtanja motora dovođenjem signala upravljanja.

Iz relacije (1.9) vidljivo je da je regulacija brzine obrtanja moguća dodavanjem otpora u kolo armature, promenom napona i promenom fluksa pobude.

### 2.2.4.1. Upravljanje motora otporom u kolu armature

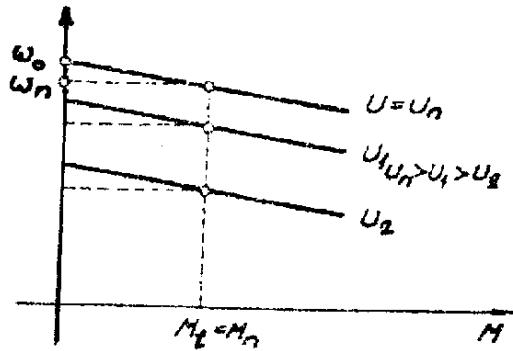
Ako je moment tereta mali, mali je i obrtni moment kojeg razvija motor, pa je drugi član relacije (1.9) zanemarljiv i brzina obrtanja bila bi  $\omega \approx \omega_0$ . Kod toga se opseg brzine vrtnje menja s momentom tereta, tj. pri  $M_{t2} > M_{t1}$  i  $\Delta\omega_2 > \Delta\omega_1$  (sl.2.8.). Pri regulaciji otporom smanjuje se krutost, odnosno sposobnost akumulisanja stacionarne brzine obrtanja pri promenljivom momentu opterećenja. Zbog toga se ovaj način regulacije retko primenjuje. Osim toga povećavaju se i gubici u kolu armature ( $P_a = I_a^2(R_a + R_d)$ ).



Slika 2.8.

### 2.2.4.2. Upravljanje motora naponom armature

Mehaničke karakteristike motora za različite vrednosti napona date su na sl.2.9. Iz karakteristika je vidljivo da je opseg regulacije brzine obrtanja od  $\omega = 0$  do  $\omega \approx \omega_0$  pri čemu opseg regulacije ne zavisi od momenta tereta. Krutost mehaničkih karakteristika ostaje isti.



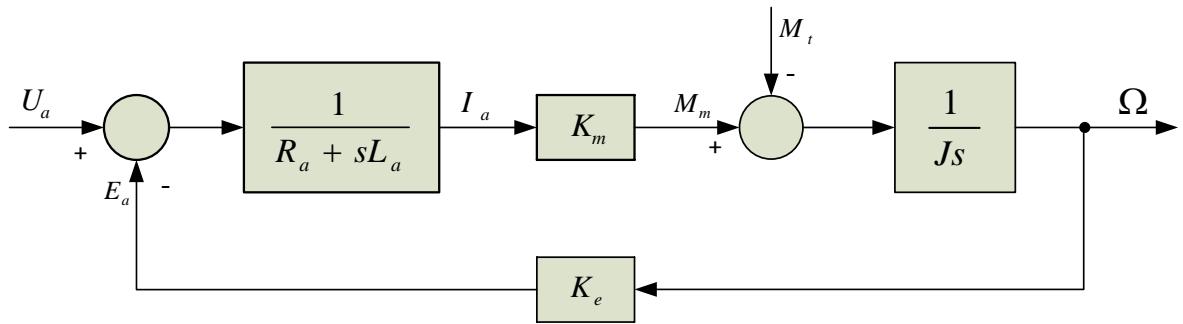
Slika 2.9.

Jednačine motora napisane u operatorskom obliku i uz početne uslove jednake nuli imaju oblik:

$$\begin{aligned} U(s) &= I_a(s)R_a + L_a s I_a(s) + K_e \Omega(s) \\ M_m(s) &= K_m I_a(s) = M_t(s) + J s \Omega(s) \end{aligned} \quad (1.13)$$

gde je  $s = d/dt$  - operator izvoda.

Polazeći od jednačina u operatorskom obliku dobije se blok šema (struktorna blok šema) motora koja je data na sl.2.10.



Slika 2.10.

Izlazna veličina je brzina obrtanja ili ugao obrta, ulazna veličina (vodeća) je napon armature, a poremećajna veličina je moment tereta.

Ukupna promena brzine obrtanja kada se menja napon armature i moment motora je (sl.2.11)

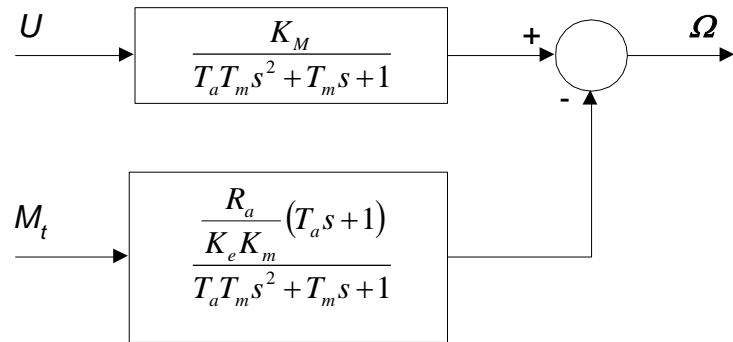
$$\Omega(s) = \frac{K_M}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} U(s) - \frac{R_a}{K_e K_m} \cdot \frac{1 + T_a s}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} M_t(s) \quad (1.14)$$

gde su:

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} \text{ - električna(armaturna) vremenska konstanta,}$$

$$T_m = \frac{J \cdot R_a}{K_e K_m} \text{ - elektromehanička vremenska konstanta,}$$

$$K_M = \frac{1}{K_e} \text{ - statički koeficijent pojačanja motora.}$$



Slika 2.11.

Uz  $M_t=0$  dobije se funkcija prenosa po ulaznoj veličini:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_M}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (1.15)$$

odnosno uz  $U=0$  funkcija prenosa po smetnji:

$$G_f(s) = \frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = -\frac{\frac{R_a}{K_e K_m} (1 + T_a s)}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} \quad (1.16)$$

Karakteristična jednačina funkcija prenosa je:

$$T_a T_m s^2 + T_m s + 1 = 0$$

odakle su rešenja:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2T_a} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{T_a}{T_m}} \right) \quad (1.17)$$

Odavde se dobije sopstvena (prirodna neprigušena) frekvencija:

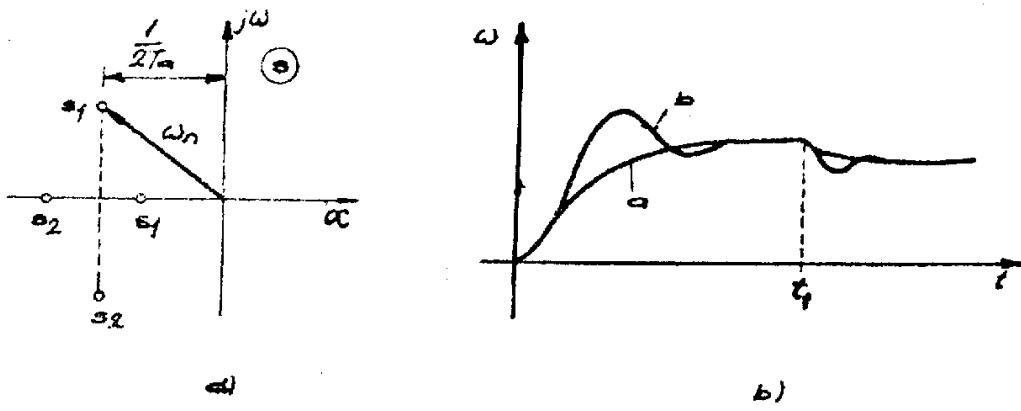
$$\omega_n = s_1 s_2 = \frac{1}{\sqrt{T_a T_m}} \quad (1.18)$$

i relativni faktor prigušenja:

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_a}} \quad (1.19)$$

Iz jednačine (1.17) je vidljivo da će rešenja karakteristične jednačine biti realna kada je  $T_m >> 4T_a$  što znači da će prelazna karakteristika brzine obrtanja imati aperiodski karakter (kriva a, sl.2.12 b).

Za  $T_m < 4T_a$  prelazna karakteristika brzine obrtanja imaće oscilatorni karakter (kriva b sl. 2.12 b).



Slika 2.12.

U trenutku  $t_1$  (sl.2.12 b) na motor je doveden moment tereta što će se manifestovati opadanjem brzine obrtanja.

Obično je  $T_m >> 4T_a$  pa se vremenska konstanta armaturnog kola može zanemariti. U tom slučaju je funkcija prenosa motora:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{1 + T_m s} \quad (1.20)$$

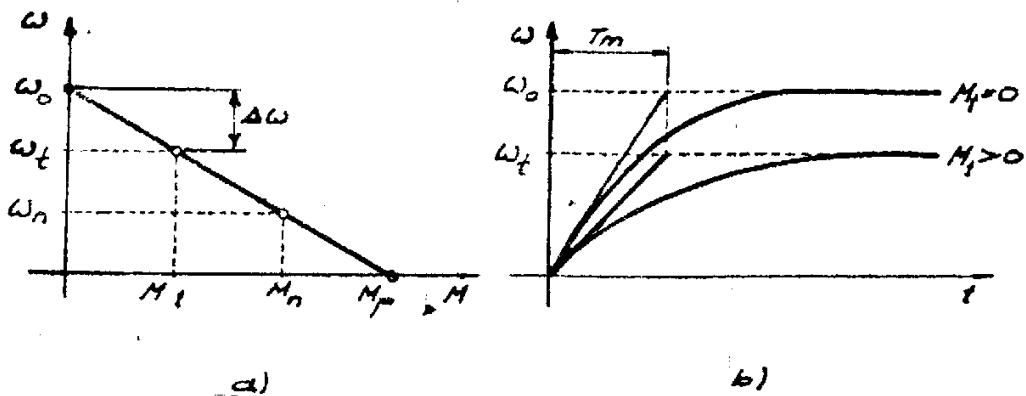
Da funkcije prenosa po upravljačkoj veličini važe za bilo koju vrednost konstantnog momenta  $M_t = \text{const.}$  pokažimo to na karakteristici datoj na sl.2.13 a.

Uz pretpostavku linearne karakteristike dobije se:

$$\omega_t = \omega_0 - \frac{R_a}{K_e K_m} M_t$$

odnosno:

$$\frac{R_a}{K_e K_m} = (\omega_0 - \omega_t) / M_t$$



Slika 2.13.

Iz sičnosti trouglova (sl.2.13 a) dobije se:

$$R_a / K_e K_m = \Delta\omega / M_t = \omega_0 / M_p = \omega_n / (M_p - M_n) = \omega_t / (M_p - M_t)$$

pa elektromehanička vremenska konstanta:

$$T_m = \frac{JR_a}{K_e K_m} = J \frac{\omega_0}{M_p} = J \frac{\omega_n}{M_p - M_n} = J \frac{\omega_t}{M_p - M_t} = \text{const}$$

i konstanta momenta:

$$K_m = \frac{M_p}{I_p} = \frac{M_n}{I_n} = \frac{M_t}{I_t} = \text{const}$$

ostaju konstantni za bilo koju vrednost momenta tereta.

Karakteristika tereta uopšteno zavisi od brzine obrtanja, tj.  $M_t = f(\omega)$ . Za male otklone možemo pisati:

$$\Delta M_m = \frac{K_e}{R_a} \Delta U - \frac{K_e K_m}{R_a} \Delta\omega \quad (1.21)$$

$$\Delta M_t = K_t \cdot \Delta \omega$$

gde je  $K_t = \frac{\partial M_t}{\partial \omega}$  - krutost karakteristike tereta.

Sredjivanjem relacije (1.21) i zanemarujući priraštaje  $\Delta$  dobije se jednačina motora u operatorskom obliku:

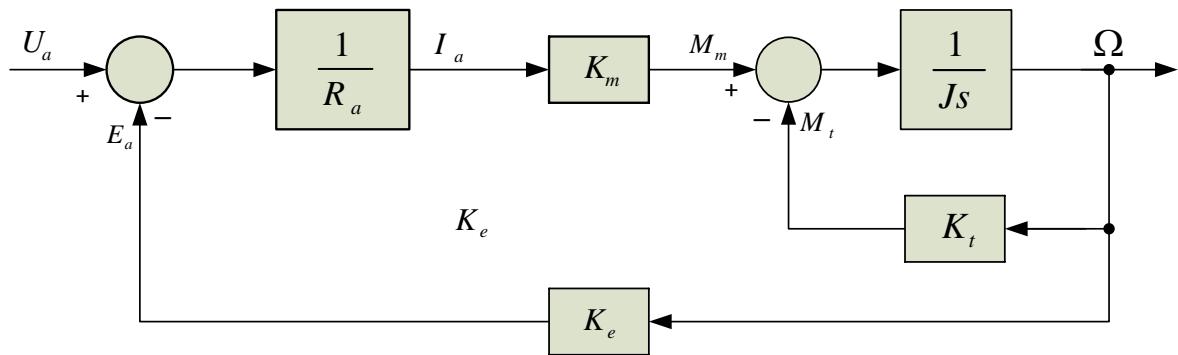
$$\frac{K_e}{R_a} U(s) - \left( \frac{K_e K_m}{R_a} + K_t \right) \Omega(s) = J s \Omega(s) \quad (1.23)$$

odnosno funkcija prenosa motora:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_m / R_a}{J s + K_{t0}} \quad (1.24)$$

gde je:  $K_{t0} = \frac{K_e K_m}{R_a} + K_t$  - ukupna krutost data kao suma krutosti karakteristika motora i tereta.

Pripadna strukturna šema s kojom se uzima u obzir uticaj krutosti tereta data je na sl.2.14.



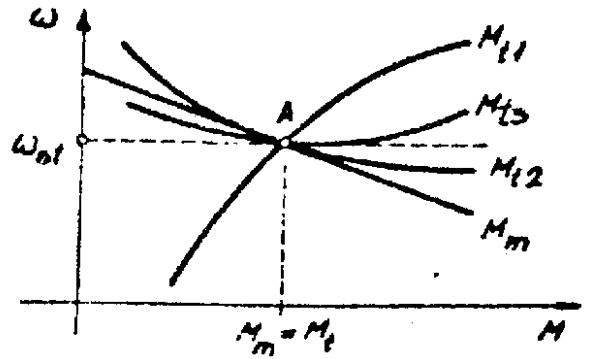
Slika 2.14.

U zavisnosti od međusobnog odnosa karakteristike momenta motora ( $M_m$ ) i momenta tereta ( $M_{t1}$ ,  $M_{t2}$ ,  $M_{t3}$ ), datih na sl. 2.15 moguća su tri oblika funkcije prenosa za tačku A u kojoj je  $M_m = M_t$ :

1)  $K_{to} > 0$  ( karakteristika  $M_{t1}$  ):

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_m / R_a K_{to}}{(J / K_{to})s + 1}$$

tj. motor se opisuje kao proporcionalni element prvog reda s koeficijentom pojačanja  $K_m / R_a K_{to}$



$R_a K_{to}$  i vremenskom konstantom  $T_0 = J / K_{to}$ .

Slika 2.15.

2)  $K_{to} = 0$  ( karakteristika  $M_{t2}$  ), motor se ponaša kao integrator s prenosnom funkcijom:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_m / R_a J}{s}$$

3)  $K_{to} < 0$  ( karakteristika  $M_{t3}$  ), motor je nestabilan element.

Za praktične proračune parametara motora koriste se kataloški podaci, pa se parametri određuju:

$$T_m = \frac{JR_a \omega_n^2}{(U_n - I_{an} R_a)^2}$$

ili

$$T_m = \frac{JR_a I_{an}^2 \omega_n^2}{P_n^2}$$

gde su:  $J [kgm^2]$ ,  $R_a [\Omega]$ ,  $\omega_n [s^{-1}]$ ,  $U_n [V]$ ,  $I_{an} [A]$ ,  $P [W]$

Ako je zadan zamašni moment  $GD^2 [kpm^2]$  tada je moment inercije:

$$J = \frac{GD^2}{4g} [kgm^2]$$

Elektromehanička vremenska konstanta se može odrediti i preko konstante kontraelektromotorne sile ( $K_e$ ) i konstante momenta ( $K_m$ ):

$$T_m = \frac{JR_a}{K_e K_m}$$

čiji odnos zavisi od dimenzija momenta i brzine obrtanja (tabela 2.1).

Tabela 2.1.

Moment	Brzina obrtanja	$K_e / K_m$
Nm	s <sup>-1</sup>	1
Nm	min <sup>-1</sup>	0.105
kpm	s <sup>-1</sup>	9.81
kpm	min <sup>-1</sup>	1.02

Konstanta  $K_e$  se nalazi kao:

$$K_e = \frac{U_n - I_{an} R_a}{n}$$

pa se iz nje nalazi  $T_m$  kao i  $K_M = 1/K_e$ .

Ako je u kolo rotora uključen dodatni otpor  $R_d$  tada će armaturna vremenska konstanta opasti:

$$T_a = \frac{L_a}{(R_a + R_d)}$$

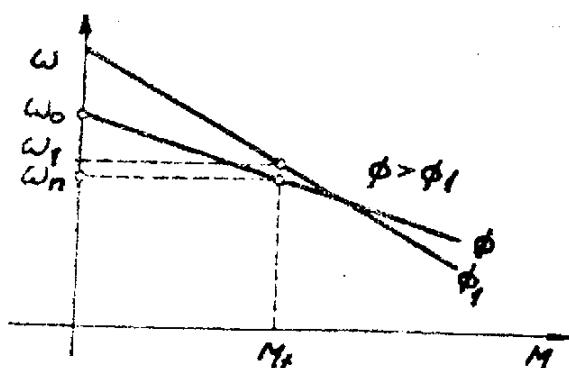
a elektromehanička vremenska konstanta će se povećati:

$$T_m = \frac{J(R_a + R_d)}{K_e K_m}$$

#### 2.2.4.3. Upravljanje motora naponom pobude

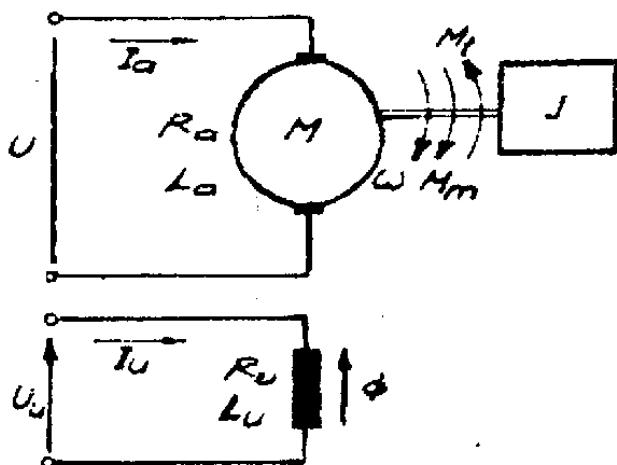
Kod upravljanja motor promenom napona pobude upravljački napon se dovodi na namotaj pobude. Regulacija brzine u principu je moguća kako u smeru povećanja, tako i smeru opadanja. Međutim, smanjenje brzine obrtanja povećavanjem napona pobude, a s time i fluksa pobude, se retko primenjuje zbog povećanih gubitaka u kolu pobude. Zbog toga se ovaj način upravljanja brzinom obrtanja primenjuju samo (u pravilu) u smeru povećanja brzine obrtanja od  $\omega = \omega_n$  pa naviše.

Pri smanjenju fluksa pobude krutost mehaničkih karakteristika se smanjuje (sl.2.16). Osim toga povećava se struja armature ( $M_m = C_m \phi I_a$ ) usled čega se pogoršava proces komutacije i varničenja na četkicama, pa se za smanjenje struje dodaje u kolo armature dodatni balastni otpor ( $R_b$ ).



Slika 2.16.

Navedeni razlozi smanjuju opseg regulacije brzine obrtanja do  $\omega \leq 3\omega_n$ .



Slika 2.17.

Naponska jednačina za kolo armature ima oblik

$$U = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + C_e \phi \omega$$

odnosno:

$$U = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + C_e \cdot \omega \cdot I_u \quad (1.25)$$

gde je  $I_u$  - struja pobude od koje zavisi fluks pobude.

Jednačina momenata motora je:

$$M_m = C_m \phi I_a = C'_m I_u I_a = M_t + J \frac{d\omega}{dt} \quad (1.26)$$

Za kolo pobude važi jednačina:

$$U_u = I_u R_u + L_u \frac{dI_u}{dt} \quad (1.27)$$

gde su  $U_u$  - napon pobude,

$I_u$  - struja pobude,

$R_u$  - otpor pobudnog momenta,

$L_u$  - induktivnost pobudnog namotaja

U jednačinama (1.25) i (1.26) javljaju se proizvodi vremenskih funkcija  $\omega(t)I_u(t)$  i  $\omega(t)I_u(t)$   $I_a(t)$  pa su ove jednakosti nelinearne. Uz pretpostavku malih odstupanja ove se jednačine mogu linearizovati.

Do nastanka promene pobudnog napona za stacionarno stanje motora važi sistem jednačina:

$$\begin{aligned} U_0 &= I_{a0} R_a + C'_e \cdot I_{u0} \cdot \omega_{st} \\ C'_m I_{u0} I_{a0} &= M_t \end{aligned} \quad (1.28)$$

$$U_{u0} = I_{u0} R_u$$

Stacionarno stanje je poremećeno promenom napona pobude od vrednosti  $U_{u0}$  do  $U_u = U_{u0} + \Delta U_u$  usled čega dolazi do promene drugih veličina u motoru:

$$\begin{aligned} I_u &= I_{u0} + \Delta I_u \\ I_a &= I_{a0} + \Delta I_a \\ \omega &= \omega_{st} + \Delta \omega \end{aligned} \quad (1.29)$$

Napon armature je konstantan, a pretpostavlja se i konstantan moment tereta. Uvrštavanjem sistema jednačina (1.29) u jednačine (1.25) do (1.27) i zanemarenjem članova

drugog reda, tj. proizvoda  $C_e' \Delta I_u$  i  $C_m' \Delta I_u \Delta I_a$ , kao i promena  $\Delta$ , dobije se sistem jednačina čiji operatorski oblik je:

$$\begin{aligned} I_a(s) &= (R_a + sL_a) + C_e' I_{u0} + C_e' I_u(s) + C_e' I_u(s)\omega_{st} = 0 \\ C_m' I_a(s)I_{u0} + C_m' I_u(s)I_{a0} &= Js\Omega(s) \\ I_u(s)R_u + L_u sI_u(s) &= U_u(s) \end{aligned} \quad (1.30)$$

Eliminisanjem varijabli  $I_a(s)$  i  $I_u(s)$  iz relacije (1.30) dobije se funkcija prenosa jednosmernog motora upravljanog naponom pobude:

$$G(s) = \frac{\frac{I_{a0}R_a - C_e' I_{u0}\omega_{st} + I_{a0}sL_a}{R_u C_e' I_{u0}^2}}{(1+sT_u)(1+sT_{m0}+s^2T_a T_{m0})} \quad (1.31)$$

gde su:  $T_u = \frac{L_u}{R_u}$  - vremenska konstanta pobudnog kola,

$T_a = \frac{L_a}{R_a}$  - armaturna vremenska konstanta,

$T_{m0} = \frac{JR_a}{C_e' C_m' I_{u0}^2}$  - elektromehanička vremenska konstanta, koja zavisi od radne tačke.

Očigledno je da se radi o izrazitoj nelinearnoj komponenti, jer vremenska konstanta  $T_{m0}$  i koeficijent pojačanja zavise od radne tačke. Stoga i funkcija prenosa (1.31) daje dovoljno tačne rezultate samo oko početne vrednosti.

Ako je induktivnost armaturnog namotaja zanemarivo mala ( $L_a \approx 0$ ), te ako je  $I_{a0}R_a \ll C_e' I_u \omega_{st}$  dobije se pojednostavljeni oblik funkcije prenosa (1.31):

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U_u(s)} = -\frac{K_{M0}}{(1+sT_u)(1+sT_{m0})} \quad (1.32)$$

gde je  $K_{M0} = \frac{\omega_{st}}{U_{u0}} = \frac{\omega_{st}}{I_{u0}R_u}$  - koeficijent pojačanja motora koji zavisi od početne radne tačke.

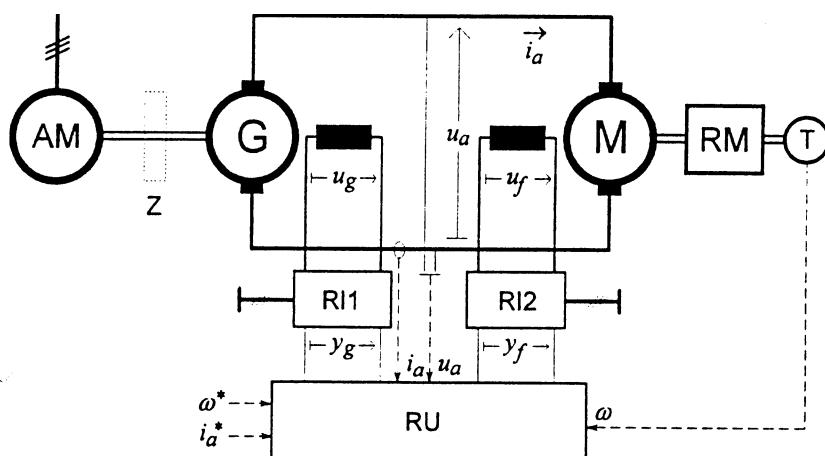
Negativni predznak javlja se zbog toga što s porastom napona pobude opada brzina obrtanja.

Dakle, jednosmerni motor sa nezavisnom pobudom upravljan naponom pobude predstavlja element s više vremenskih konstanti i izrazito je nelinearan.

## 2.2.5. Upravljanje

Kao što je već istaknuto, motor za jednosmernu struju, a posebno onaj sa nezavisnom pobudom, predstavlja sa stanovišta regulacije daleko povoljniji izvršni organ nego što je slučaj sa motorom naizmenične struje. Razlog tome je što se izlazom regulatora, posle pojačanja snage, može direktno, sa vrlo malim zaostajanjem ili čak i bez njega, uticati na električni moment motora. To se očigledno vidi iz strukturnog blok dijagrama koji je ranije izведен. Električni moment motora  $M_m$  je jednak jednostavnom proizvodu dveju pristupačnih veličina, struje armature  $I_a$  i pobudnog fluksa  $\Phi_p$ , kojima se može nezavisno, bez uzajamne sprege, upravljati - strujom preko napona armature  $U_a$ , a fluksom preko napona pobude  $U_p$ .

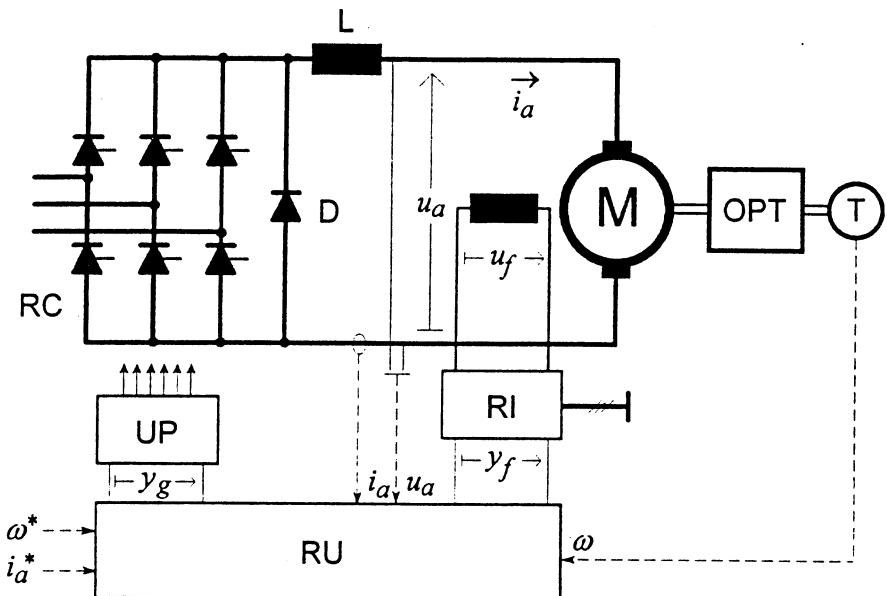
Sve do pojave brzih i snažnih poluprovodničkih komponenata energetske elektronike uobičajeni način upravljanja jednosmernim motorom promenom napona armature  $u_a$ , predstavljala je Vard-Leonardova grupa, čija je uprošćena šema prikazana na slici 2.19.



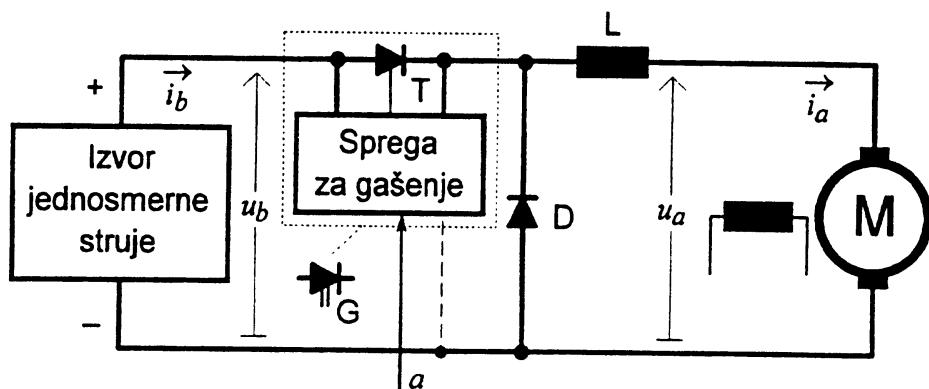
Slika 2.19. Elektromotorni pogon sa Vard-Leonardovom grupom

Ovu šemu karakteriše četvorokvadratni rad, što mu je i glavna prednost, ali sa dodatnim kašnjenjem dinamike generatora ( $T_g$ ), koje negativno utiče na ukupnu dinamiku pogona. Uz to treba imati na umu postojanje još dve električne mašine (generator jednosmerne struje i asinhroni ili neki drugi pogonski motor), što značajno poskupljuje celokupni pogon.

Pojava snažnih, brzih ali i jeftinih poluprovodničkih elemenata (tiristori i tranzistori snage) elektromašinska grupa generatora sa asinhronim motorom je potisnuta statičkim ispravljačima, tiristorskim i tranzistorskim pretvaračima. Na slikama 2.20 i 2.21 prikazane su uprošćene šeme pogona sa tiristorskim ispravljačem, odnosno sa čoperom.



Slika 2.20. Šema pogona sa tiristorskim ispravljačem

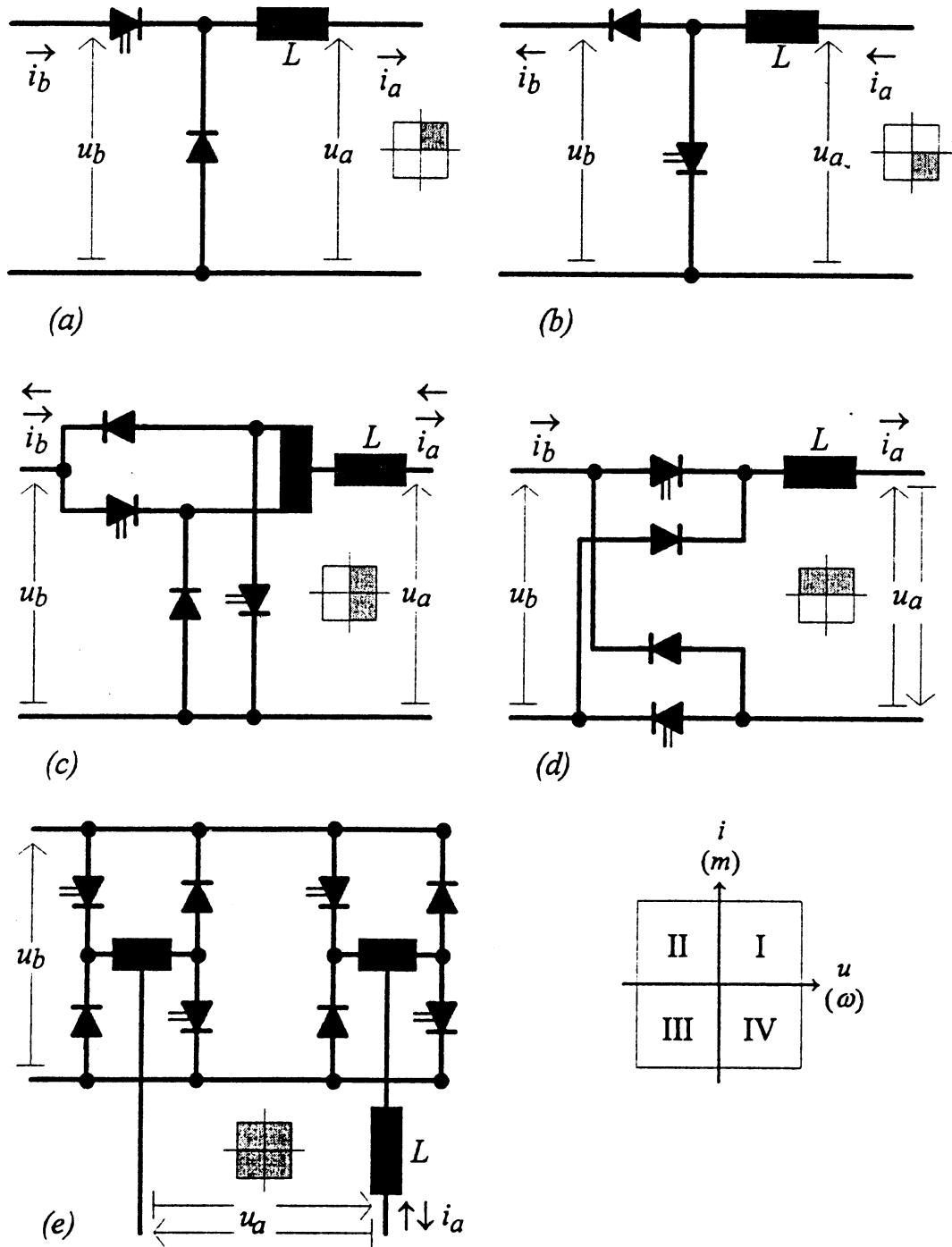


Slika 2.21. Uprošćena šema pogona sa čoperom

U glavnom armaturnom kolu obično se uključuje prigušnica (  $L$  ), radi smanjenja naizmenične komponente u jednosmernoj struci  $i_a$ , i dioda (  $D$  ) koja omogućava kraći put strui  $i_a$  u intervalu kada tiristori ne provode.

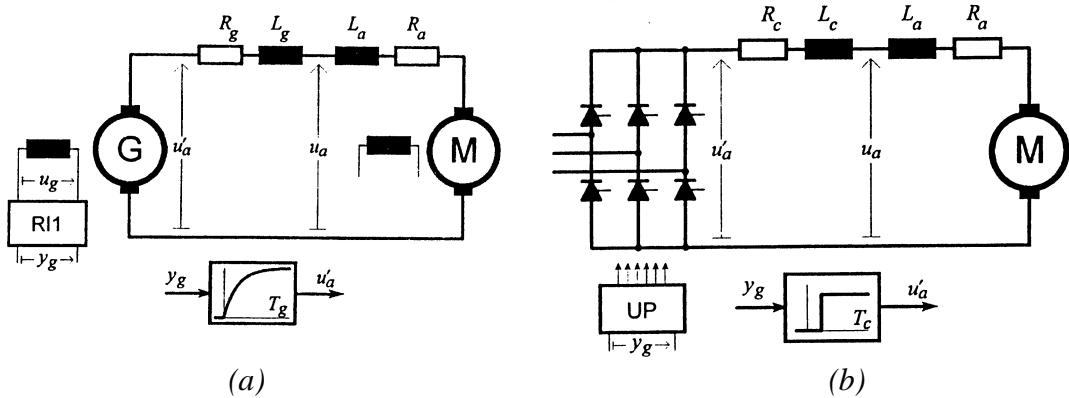
Prednost ovakvih pogona u odnosu na Vard-Leonardovu grupu su prednosti koje sa sobom donosi primena energetske elektronike: manji potrebeni prostor ( dve električne mašine manje), minimalno održavanje ( nema pokretnih delova), duži vek upotrebe, brže reagovanje itd.

No ovi pogoni imaju i jedan nedostatak, a to je dvokvadrantni, odnosno kod čopera jednokvadrantni rad. Međutim, različitim kombinacijama sa istim elementima može se postići rad u dva, pa i četiri kvadranta i time omogućiti generatorsko kočenje sa regeneracijom i reversiranjem smera obrtanja. Na slici 2.22 prikazano je nekoliko takvih kombinacija.



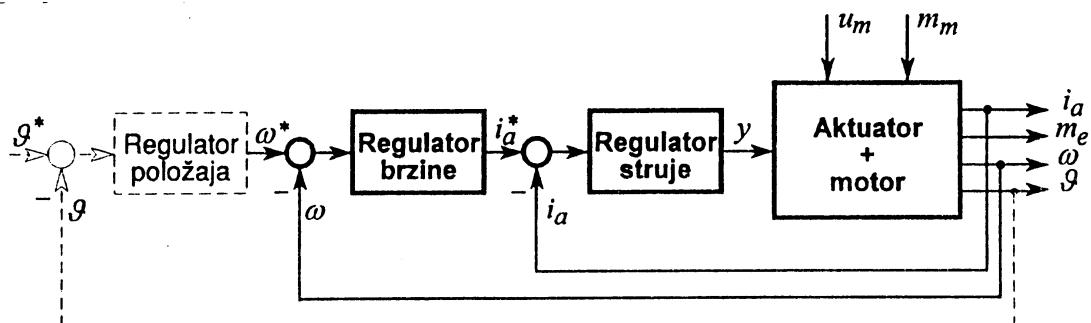
Slika 2.22. Jednokvadrantni, dvokvadrantni i četvorokvadrantni čoperski pogoni

Važna prednost statickih poluprovodničkih pojačavača snage u odnosu na generator u Vard-Leonardovoj grupi je neuporedivo manje vreme kašnjenja  $T_c$ , koje je reda milisekunde. Odziv tiristorskog ispravljača na skokovitu promenu upravljačkog signala (yg) nije eksponencijalan kao što je prikazano na slici 2.23(a), već je skokovit, ali sa transportnim kašnjenjem  $T_c$  (slika 2.23 (b)).



Slika 2.23. Uticaj na dinamiku pogona: (a) jednosmernog generatora, (b) tiristirskega ispravljaca

Kao što se vidi sa slikama 2.19 i 2.20 na regulacioni uredaj (RU), koji obično predstavlja sistem za automatsku regulaciju, dovode se povratne sprege po brzini obrtanja  $\omega$ , struji armature  $i_a$  i naponu armature  $u_a$ , kao i referentna brzina  $\omega^*$  i ograničenje struje armature  $i_a^*$ . To znači da se regulacioni sistem sastoji iz više regulacionih petlji koje mogu biti realizovane na razne načine. Kod pogona sa motorima za jednosmernu struju kaskadna regulacija predstavlja u praksi opšte usvojen princip regulacije. Osnovna ideja je prikaza na slici 2.24. Regulacione petlje poređane su hijerarhijski. Unutrašnja petlja je na najnižem nivou i sa negativnom povratnom spregom po struji armature  $i_a$ . Regulatorom struje deluje se na aktuator (pojačavač snage) i motor uzimajući za referentni ulaz izlaz iz regulatora brzine. Regulaciona petlja po brzini je na višem nivou čiji izlaz predstavlja referentni ulaz unutrašnje petlje. Najzad, ako se radi o pogonu za regulaciju položaja, na najvišem nivou je petlja sa povratnom spregom po ugaonom položaju rotora motora  $\vartheta$  ili položaju dela objekta upravljanja čiji položaj treba regulisati ( isprekidano na slici 2.24). Uvođenjem petlje regulacije po struci armature, kod pogona za regulaciju brzine obrtanja i/ili položaja, postiže se održavanje struje na ograničenom nivou u prelaznim stanjima radi zaštite elemenata pogona, kao i poboljšanje dinamičkih svojstava regulisanog pogona u celini.



Slika 2.24. Opšta šema kaskadne regulacije

Prednosti regulacionih sistema sa kaskadnom regulacijom u pogledu projektovanja, ispitivanja i podešavanja parametara regulatora su opšte poznate. U teoriji i praksi auto-matske regulacije razvijeno je više metoda za sintezu regulacionih petlji po struji i brzini, odnosno za određivanje strukture i parametara regulatora struje i regulatora brzine. Izbor strukture regulatora i metode sinteze prvenstveno zavise od namene pogona i zahteva koje on treba da ispunи. Kod kontinualnih sistema automatske regulacije kao regulatori struje i brzine najčešće se sreću PID ili PI - regulatori.

U novije vreme pažnja projektanata sistema automatske regulacije je sve više usmerena ka savremenim tehnikama tzv. tehnikama prostora stanja. Ove tehnike projektovanja se zasnivaju na predstavljanju modela dinamičkih sistema u prostoru stanja. Kod kontinualnih sistema to su vektorska diferencijalna jednačina stanja i vektorska algebarska jednačina izlaza, a kod digitalnih (diskretnih) dinamičkih sistema to su vektorska diferencna jednačina stanja i vektorska algebarska jednačina izlaza.

Postoji više razloga ovakvom opredeljenju projektanata a pre svih je pogodnost primene digitalnih računara opšte namene i mikroračunara u analizi i sintezi (projektovanju) sistema automatske regulacije. Ove tehnike omogućavaju jedinstven postupak tretiranja sistema sa jednim ulazom i jednim izlazom kao i multivarijabilnih sistema, zatim, mogu se primeniti na izvesne klase nelinearnih sistema itd.