

P11 DISKRETNi LINEARNI VREMENSKI INVARIJANTNI SISTEMI - KONVOLUCIJA

Diskretni linearni vremenski invariantni (LTI) sistemi

- Kod diskretnih sistema javljaju se potpuno iste osobine kao kod kontinualnih sistema
- To su sistemi sa memorijom, kauzalnost sistema, linearni sistemi i vremenski invariantni sistemi.
- Sistemi koji imaju osobinu linearnosti i vremenske invariantnosti, kao i u slučaju kontinualnih sistema nazivaju se LTI diskretni sistemi.
- Osnovni način opisa LTI sistema je njegov impulsni odziv

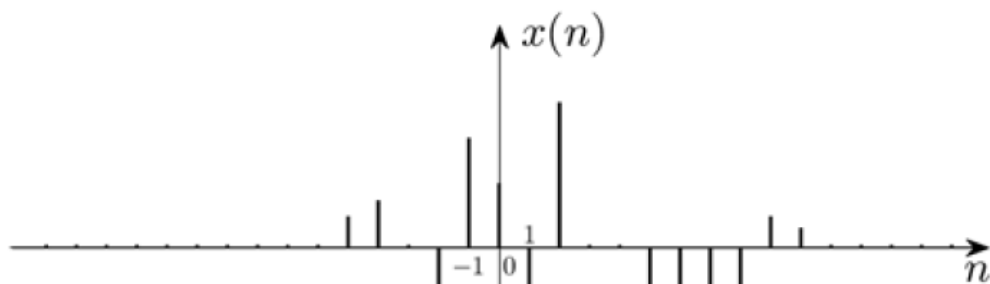
Konvolucija

- Odziv sistema na bilo koju pobudu može da se izračuna kao konvolucija impulsnog odziva i te pobude
- Poznavajući impulsni odziv sistema, matematičkom operacijom koja je označena kao **konvolucija**, moguće je odrediti odziv LTI sistema na pobudni signal proizvoljnog oblika.
- Primer proizvoljnog pobudnog signala možemo predstaviti kao sumu vremenskih pomjerenih impulsa.
- Koristeći osobinu linearnosti i vremenske invarijantnosti LTI sistema, odrediti odziv na tako zapisan pobudni signal.

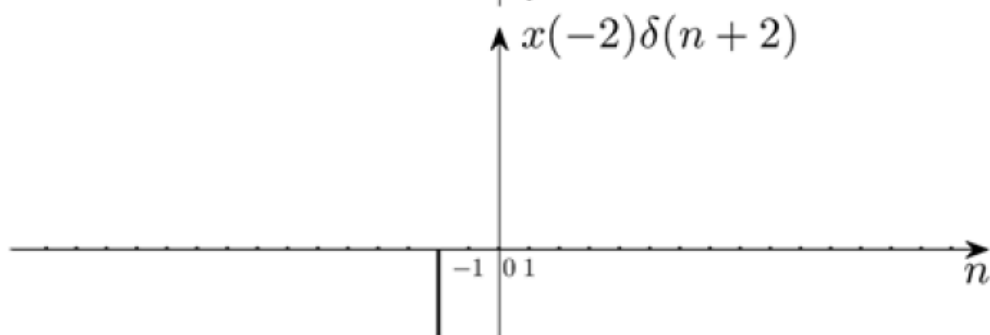
Predstavljanje signala impulsima

- Koristeći svojstvo odabiranja jediničnog impulsa, svaki element signala se definiše kao:
- $$x(k)\delta(n - k) = \begin{cases} x(k), & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases}$$
- Sumiranjem svih elemenata signala bilo koji diskretni signal može da se predstavi kao:
- $$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n - k)$$
- Diskretni signal proizvoljnog oblika može se izraziti preko težinske sume jediničnih impulsa pomerenih u vremenu čije su amplitude jednake vrednostima signala u trenucima odabiranja (delovanja)

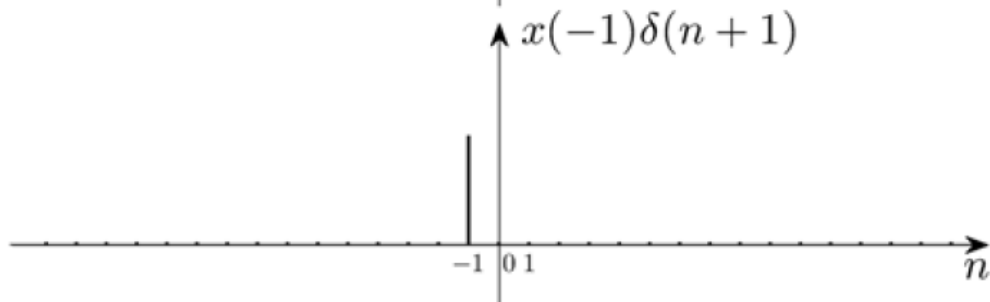
Predstavljanje signala impulsi



(a)

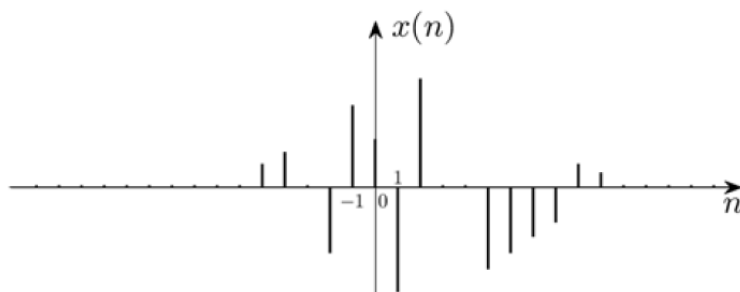


(b)

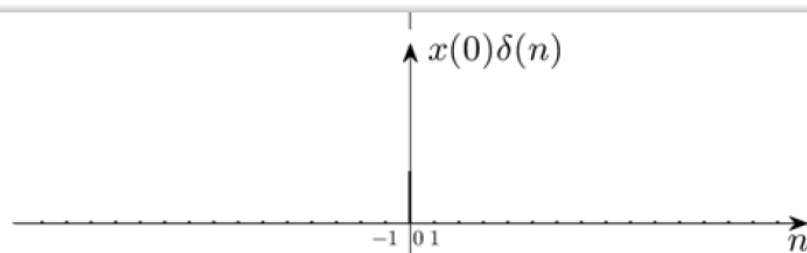


(c)

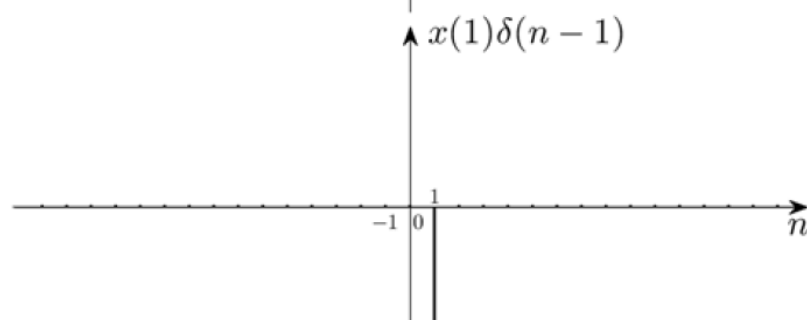
Predstavljanje signala impulsima



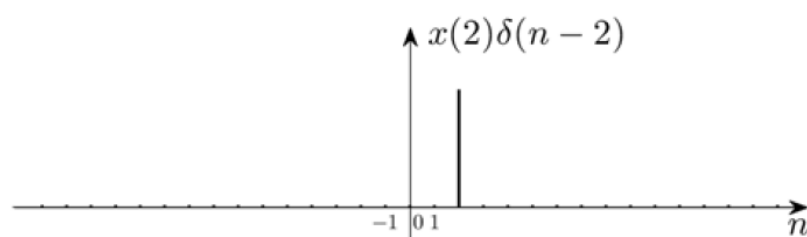
(a)



(d)



(e)



(f)

Konvolucija diskretnih signala

- Konvolucija diskretnih signala simbolički se označava kao:

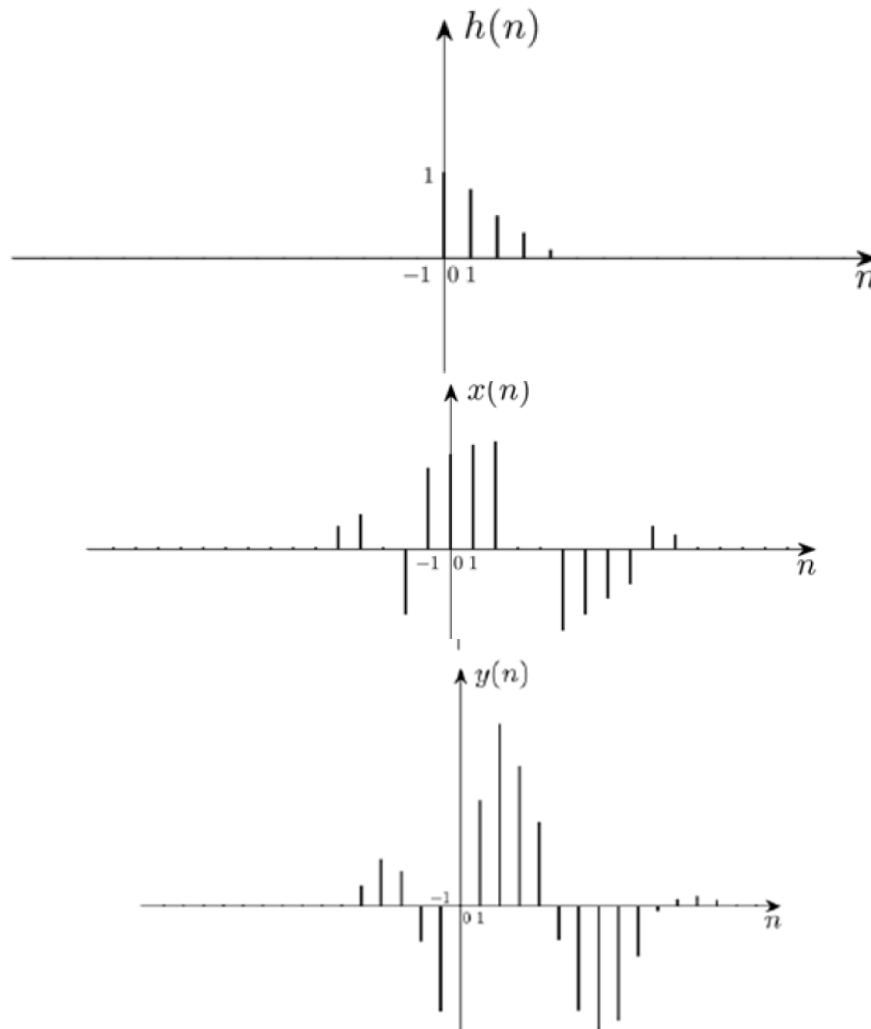
$$\mathbf{y(n)=x(n)*h(n)}$$

- Smenom promenjivih dobija se oblik:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

$$\mathbf{y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)}$$

Primer konvolucije signala $y(n)=x(n)*h(n)$



Konvolucija diskretnih signala

- Ako je pobudni signal jednak nuli za $n < 0$, odziv sistema je:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^n h(k)x(n-k)$$

U praksi je značajan kauzalni diskretni sistem kod koga impulsni odziv ima N elemenata

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$

- Ukoliko jedan signal ima N , a drugi M elemenata, rezultat konvolucije je sekvenca od $N+M-1$ elemenata

Osobine konvolucije nad diskretnim signalima u vremenu

1. Neparnost

Ako je signal $x[n]$ paran i $h[n]$ neparan, signal $y[n] = x[n] * h[n]$ je neparan

Dokaz:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[-k] h[k-n]$$

Uvođenjem smene $m=k-n$

$$y[n] = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] x[-n-m] = - y[-n]$$

Osobine konvolucije nad diskretnim signalima u vremenu

2. Parnost

Ako su signali $x[n]$ i $h[n]$ nepare funkcije, tada signal $y[n] = x[n] * h[n]$ je parna funkcija

Dokaz:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[-k] h[k-n]$$

Uvođenjem smene $m=k-n$

$$y[n] = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] x[-n-m] = y[-n]$$

Osobine konvolucije nad diskretnim signalima u vremenu

3. Periodičnost

Ako je signal $x[n]$ periodičan, tada je i signal $y[n]$ periodičan

- Dokaz: Ako je $x[n]$ periodičan sa periodom N , važi:
- $y[n+N] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n+N-k]$
- $y[n+N] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n+N-k]$
- $y[n+N] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] = y[n]$

Osobine konvolucije nad diskretnim signalima u vremenu

4. Inverzija konvolucije

$$y[-n] = x[-n] * h[-n]$$

Dokaz:

- $y[-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[-n-k]$
- Uvođenjem smena $k=-m$ i oznake $w[k]=x[-k]$ i $v[k]=h[-k]$
- $y[-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[-m] h[-n+m]$
- $y[-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w[m] v[n-m] = w[n] * v[n] = x[-n] * h[-n]$

Osobine konvolucije nad diskretnim signalima u vremenu

5. Pomeranje konvolucije

$$y[n-n_1-n_2] = x[n-n_1] * h[n-n_2]$$

□ Dokaz:

$$\square y[n-n_1-n_2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-n_1-n_2-k]$$

□ Uvođenjem smena; $k=m-n_1$ i oznaka $w[n] = x[n-n_1]$,
 $v[n] = h[n-n_2]$

$$\square y[n-n_1-n_2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[m-n_1] h[n-n_2-m]$$

$$\square y[n-n_1-n_2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w[m] v[n-m] = w[n] * v[n] = x[n-n_1] * h[n-n_2]$$

Diskretni linearni vremenski invariantni (LTI) sistemi

- Ako se na ulaz LTI diskretnog sisteme dovede kao pobuda jedinična impulsna funkcija $x[n] = \delta[n]$ dobija se jedinični impulsni odziv $h[n]$



- Vremenski invariantni sistem za pomerenu pobudu $x[n] = \delta[n-k]$ generiše odziv $h[n-k]$
- Kako za LTI sistem važi princip superpozicije, za pobudu

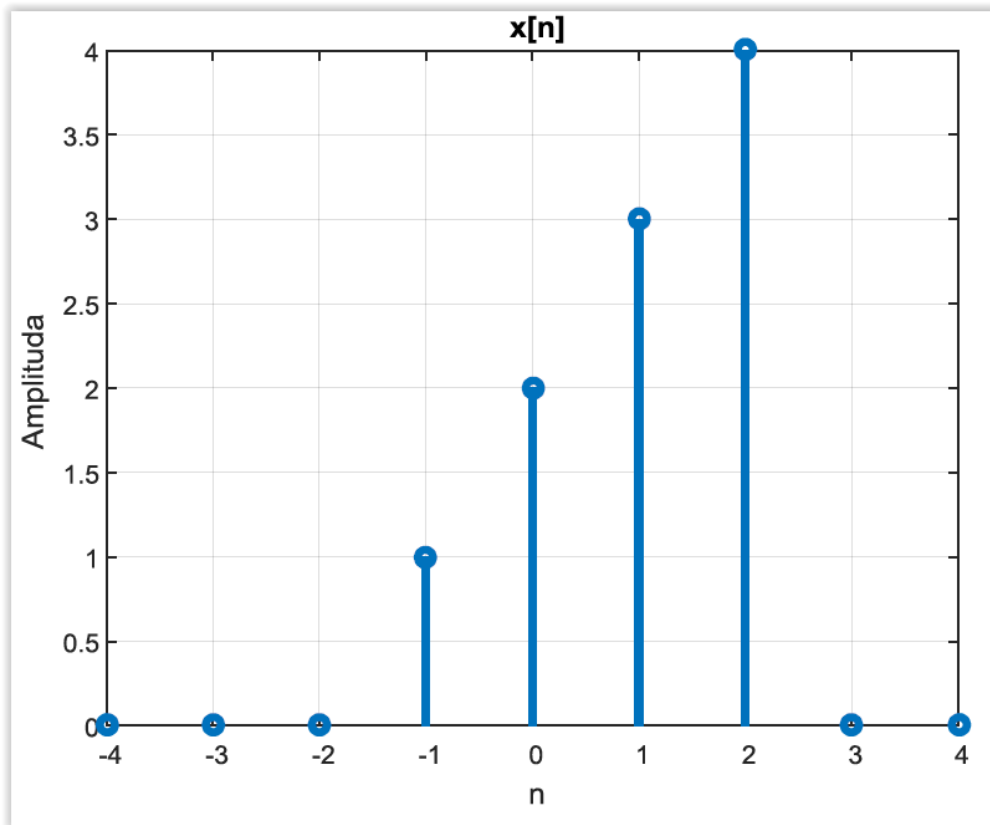
$$x[n] = \sum_k a_k \delta[n-k]$$

- Sistem generiše izlaz

$$y[n] = \sum_k a_k h[n-k]$$

Primer 1: Za dati proizvoljni signal $x[n]$ potrebno je odrediti odziv sistema

□ $x[n] = (n+2)(u[n+1] - u[n-3])$



□ Signal $x[n]$ se može napisati u obliku zbira jedinčnih impulsa:

□ $x[n] = x[-1] \delta[n+1] + x[0] \delta[n] + x[1] \delta[n-1] + x[2] \delta[n-2]$

Primer 1:

- Zamenom konkretnih vrednosti sa slike za $x[-1]$, $x[0]$ itd, signal se može napisati
- $x[n] = 1 \cdot \delta[n+1] + 2 \cdot \delta[n] + 3 \cdot \delta[n-1] + 4 \cdot \delta[n-2]$
- Signal se može zapisati u obliku sume:
- $y[n] = \sum_{k=-1}^2 (k + 2) \delta[n-k]$
- Bilo koji pobudni signal se može napisati u formi zbira jediničnih impulsnih signala:
- $y[n] = \dots x[-2] \delta[n+2] + x[-1] \delta[n+1] + x[0] \delta[n] + x[1] \delta[n-1] + x[2] \delta[n-2] + \dots$
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$

Primer 1:

- Za pobudu $\mathbf{x}[n] = \sum_{k=-1}^2 (k + 2) \delta [n-k]$
- Odziv sistema je:
- $\mathbf{y}[n] = \sum_{k=-1}^2 (k + 2) h [n-k]$
- Do ovog rezultata može se doći ako se uvede smena $\mathbf{a}_k = \mathbf{x}[k]$ i uvođenjem operacije kovolucije (*)
- $\mathbf{y}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{x}[k] h[n-k] = \mathbf{x}[n] * h[n]$
- Kako je konvolucija komutativna operacija izraz može da se napiše kao:
- $\mathbf{y}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \mathbf{x} [n-k] = h[n] * \mathbf{x}[n]$

Konvolucija diskretnih signala u vremenu

- Konvolucija dva diskretna signala $x[n]$ i $h[n]$ kao rezultat daje signal $y[n]$

- $y[n] = x[n] * h[n]$

Pri čemu je

- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$

- Odziv sistema na bilo koju pobudu jednak konvoluciji impulsnog odziva i pobude.
- Teorijski gledano, da bi odredili celu diskretnu funkciju $y[n]$, treba izvršiti beskonačno mnogo sumiranja
- S obzirom na analitičko definisanje signala, ili na ograničeno trajanje signala koji ulaze u konvoluciju, problem je mnogo jednostavniji

Osnovni koraci za realizaciju konvolucije

1. Signal $h[k]$ invertovati u vremenu i izvršiti pomeranje kako bi se dobio signal $h[n-k]$ koji je funkcija parametra k , gde n predstavlja konkretan parametar
2. Signali $x[k]$ i $h[n-k]$ se izmnože za sve vrednosti k
3. Proizvod $x[k] \cdot h[n-k]$ se sumira za sve vrednosti k čime se dobija vrednost konvolucije $y[n]$ za jedno konkretno n
4. Vrednost n se povećava za 1 i ponovo se izvršavaju koraci 1, 2 i 3

Osnovni koraci za realizaciju konvolucije

- Teorijski, konvolucija se može računati neograničeno
- Za signale koji su ograničeni s leve i desne strane, konvolucija je ograničena
- Ako su signali $x[k]$ i $h[k]$ ograničeni s leve i desne strane važi:

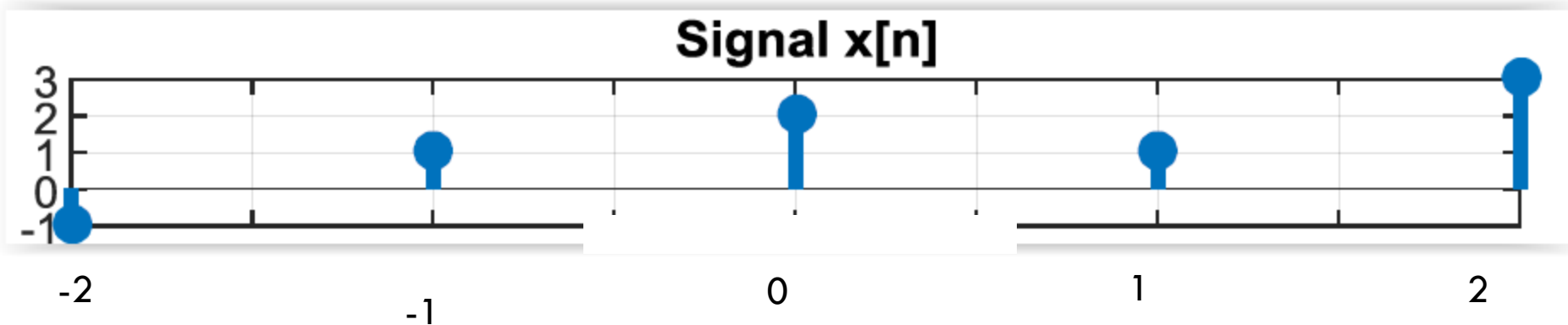
$$x[k]=0, \text{ za } k < n_1 \text{ i } k > n_2$$

$$h[k]=0, \text{ za } k < n_3 \text{ i } k > n_4$$

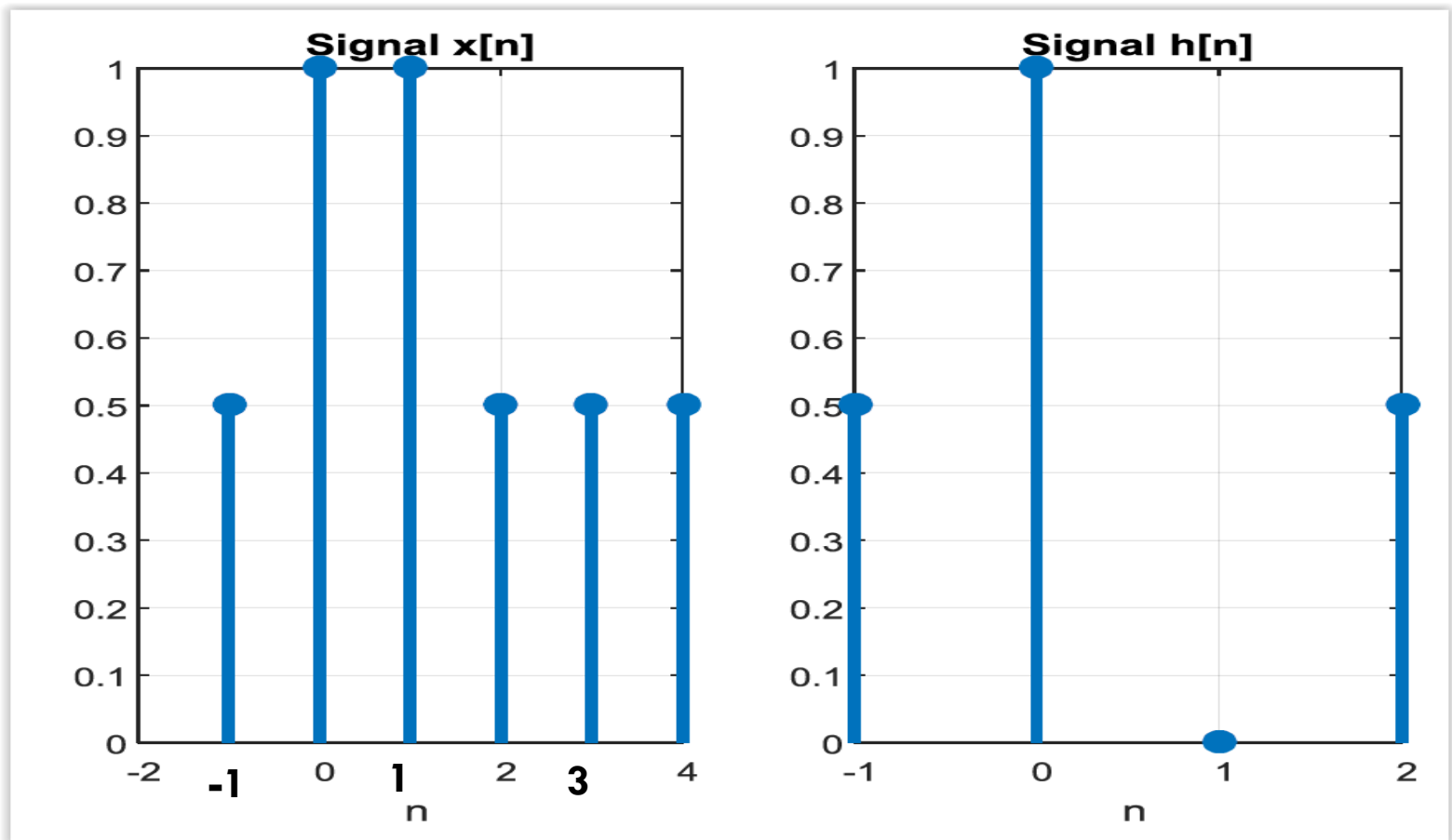
- $y[n]$ je ograničen, pri čemu je početak njegovog trajanja zbir početka signala $x[k]$ i $h[k]$, dok se kraj trajanja dobija kao zbir krajeva istih signala $[n_1 + n_3, n_2 + n_4]$

Primer 2: Prikazati signal $x[n] = [-1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 3]$ preko pomerenih jediničnih impulsa.

- $x[n] = x[-2] \delta[n+2] + x[-1] \delta[n+1] + x[0] \delta[n] + x[1] \delta[n-1] + x[2] \delta[n-2]$
- $x[n] = \sum_{k=-2}^2 x[k] \delta[n-k]$
- $x[n] = -1 \cdot \delta[n+2] + 1 \cdot \delta[n+1] + 2 \cdot \delta[n] + 1 \cdot \delta[n-1] + 3 \cdot \delta[n-2]$



Primer 3. Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

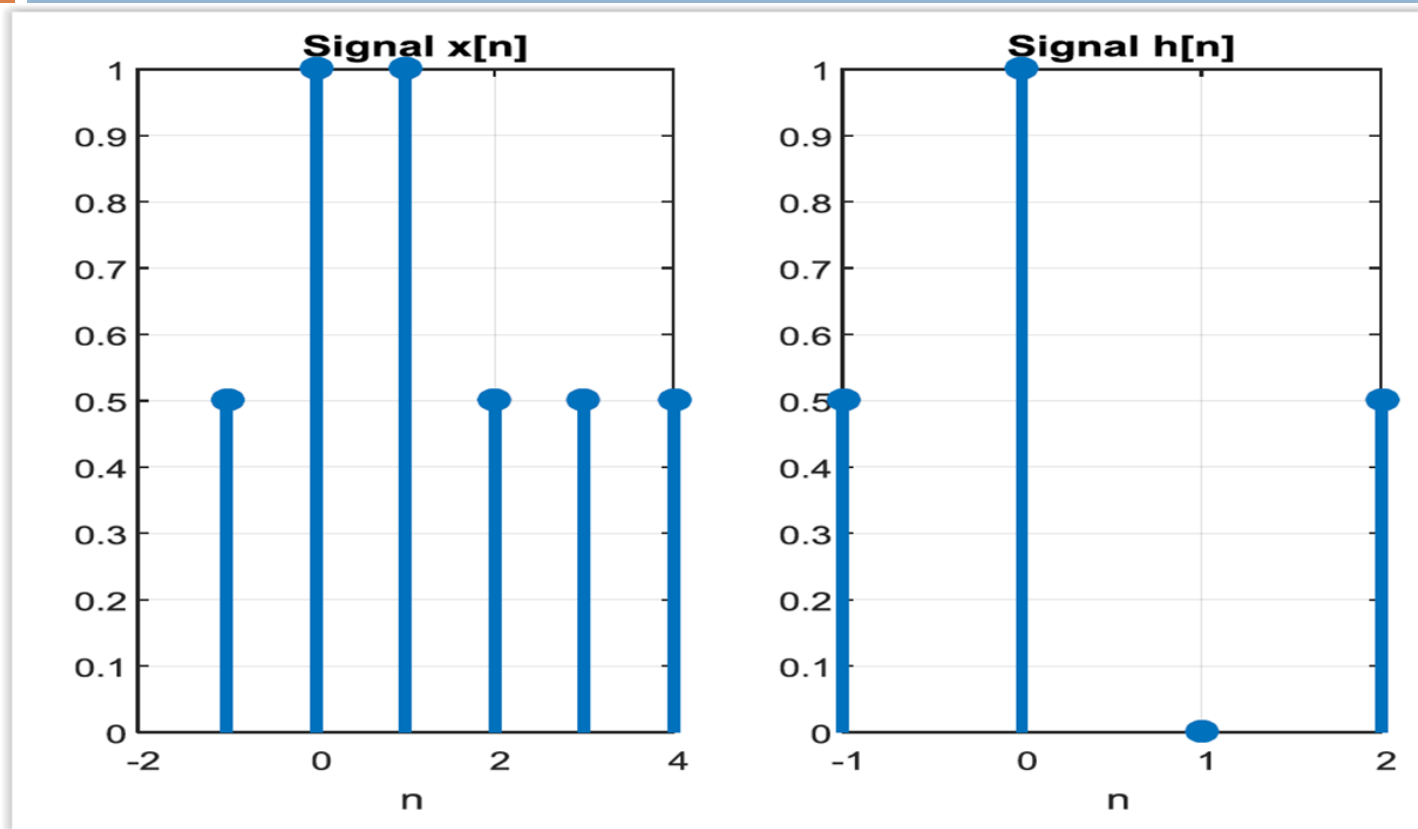


- Signal $x[k]$ traje od -1 do 4 a $h[n]$ traje od -1 do 2

Primer 3. Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

- Granice signala su:
- $x[k]$: $n_1 = -1, n_2 = 4$;
- $h[n]$: $n_3 = -1, n_4 = 2$;
- Signal $y[n]$ je definisan u granicama: $[n_1 + n_3, n_2 + n_4]$, odnosno $[-1-1, 4 + 2]$,
- Trajanje signala $y[n]$ je u opsegu $[-2, 6]$
- Potrebno je izračunati signal:
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$
- za $n = -2, n = -1; n = 0; n = 1, n = 2, n = 3, n = 4, n = 5$ i $n = 6$

Primer 3. Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$



- Prva vrednost za $n=-2$
- $y[-2] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[-2-k] = h[-1]x[-1] + h[0]x[-2] + h[1]x[-3] + h[2]x[-4] = 0,25 + 0 + 0 + 0 = 0,25$

Primer 3. Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

$$y[-1] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[-1-k] = h[-1]x[0] + h[0]x[-1] + h[2]x[-3] = 0.5 + 0.5 + 0 = 1$$

$$y[0] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[0-k] = h[-1]x[1] + h[0]x[0] + h[2]x[-2] = 0.5 + 1 + 0 = 1.5$$

$$y[1] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[1-k] = h[-1]x[2] + h[0]x[1] + h[2]x[-1] = 0.25 + 1 + 0.25 = 1.5$$

$$y[2] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[2-k] = h[-1]x[3] + h[0]x[2] + h[2]x[0] = 0.25 + 0.5 + 0.5 = 1.25$$

$$y[3] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[3-k] = h[-1]x[4] + h[0]x[3] + h[2]x[1] = 0.25 + 0.5 + 0.5 = 1.25$$

Primer 3. Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

$$y[4] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[4-k] = h[-1]x[5] + h[0]x[4] + h[2]x[2] = 0 + 0.5 + 0.25 = 0.75$$

$$y[5] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[5-k] = h[-1]x[6] + h[0]x[5] + h[2]x[3] = 0 + 0 + 0.25 = 0.25$$

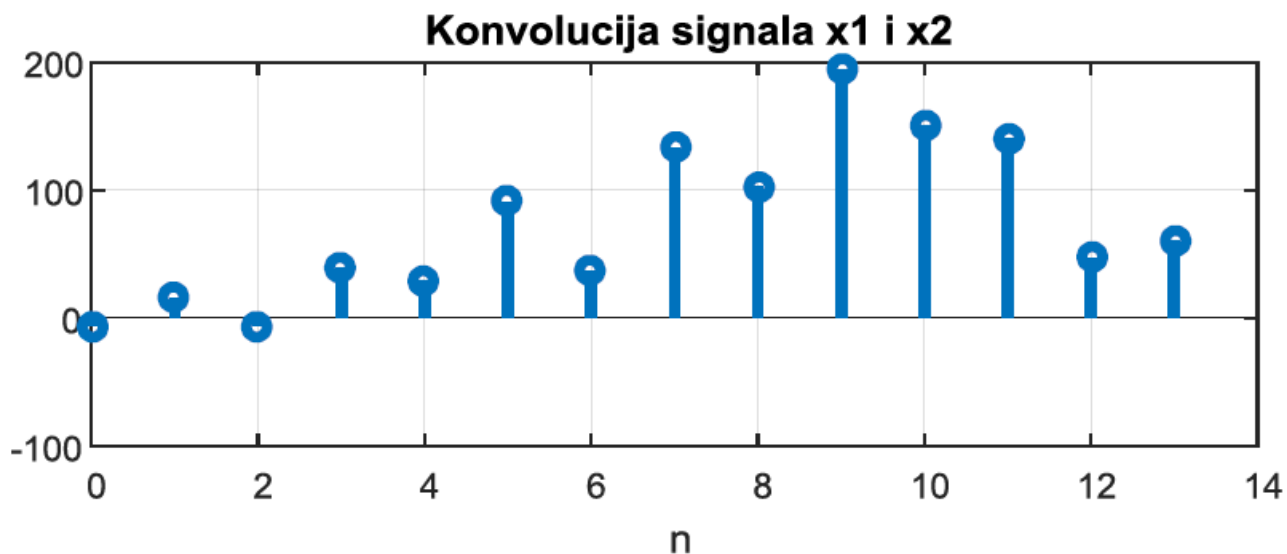
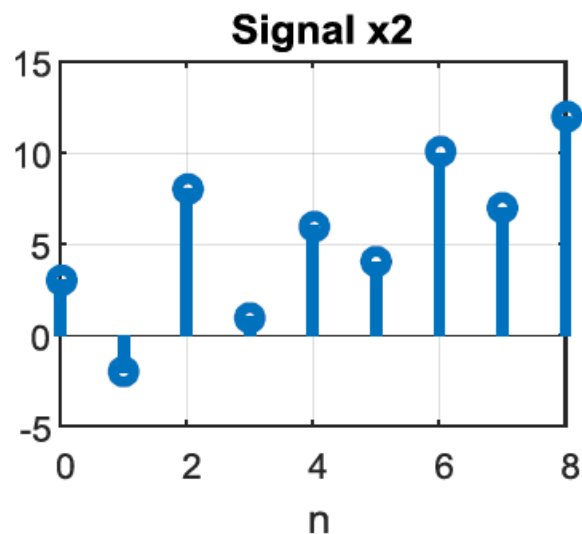
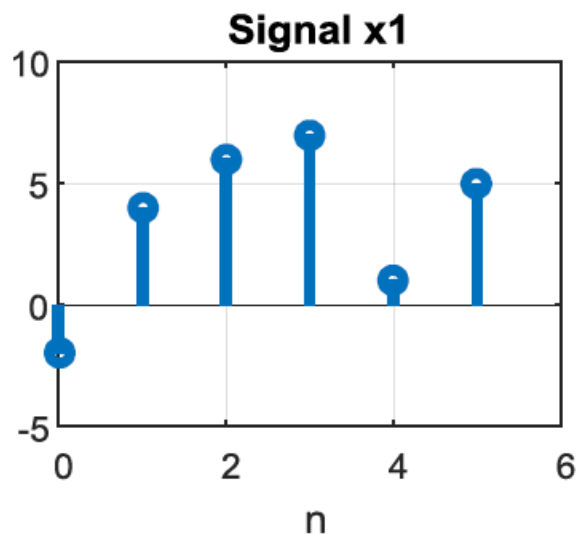
$$y[6] = \sum_{k=-1}^2 h[k]x[6-k] = h[-1]x[7] + h[0]x[6] + h[2]x[4] = 0 + 0 + 0.25 = 0.25$$

- Konvolucija je izračunata za sve vrednosti n .
- Za svaki član konvolucije mora se izvršiti sumiranje množenja prvog signala koji se ne pomera u vremenu i koji se množi sa drugim signalom koji se pomera u vremenu kako bi se dobila konačna vrednost svakog odbirka konvolucije.

Primer 4

Izračunati konvoluciju signala:

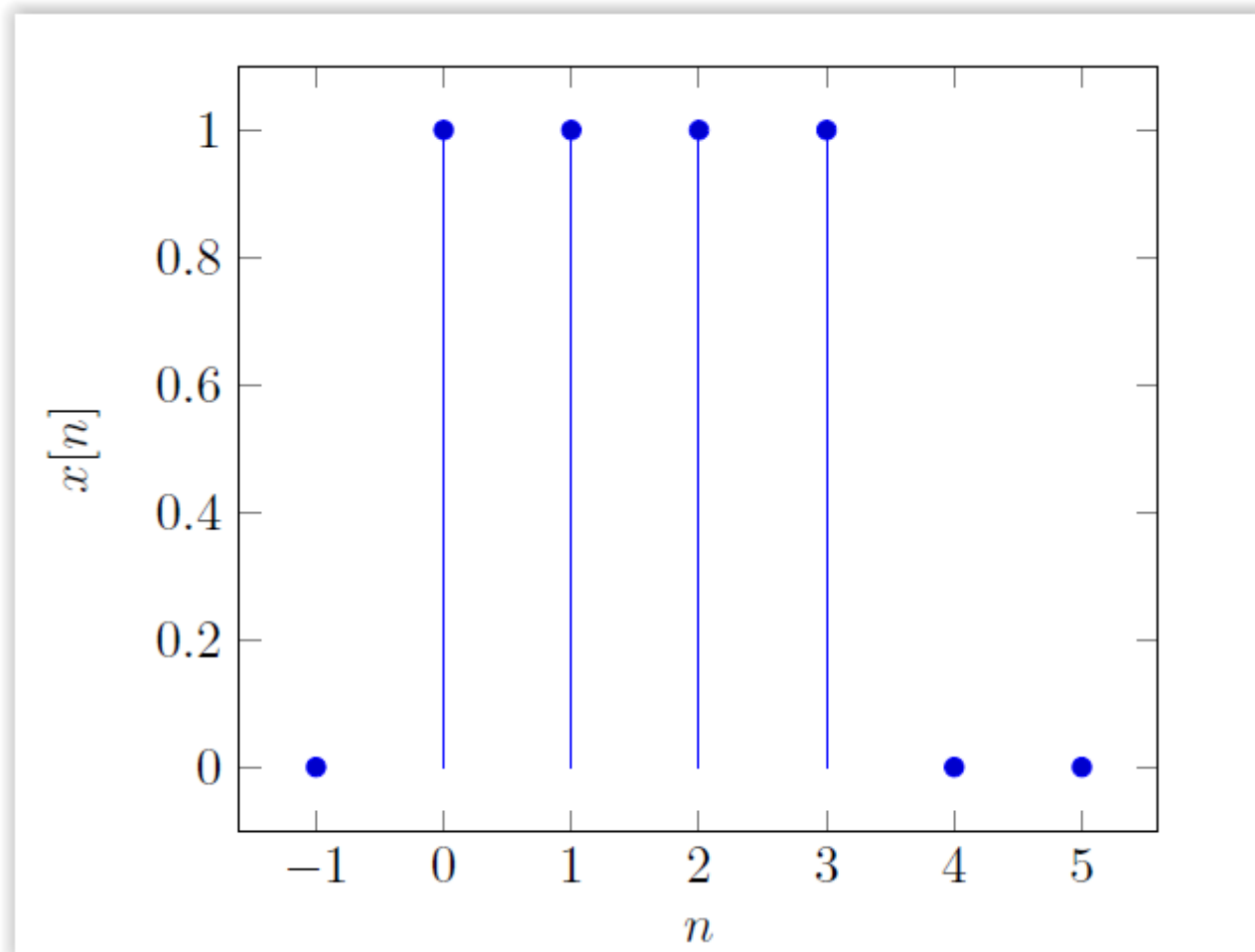
$$x_1[n] = [-2 \quad 4 \quad 6 \quad 7 \quad 1 \quad 5] \text{ i } x_2[n] = [3 \quad -2 \quad 8 \quad 1 \quad 6 \quad 4 \quad 10 \quad 7 \quad 12]$$



Primer 5: Skicirati signal $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.

- a) Graficki odrediti konvoluciju signala sa samim sobom.
- b) Analiticki odrediti konvoluciju

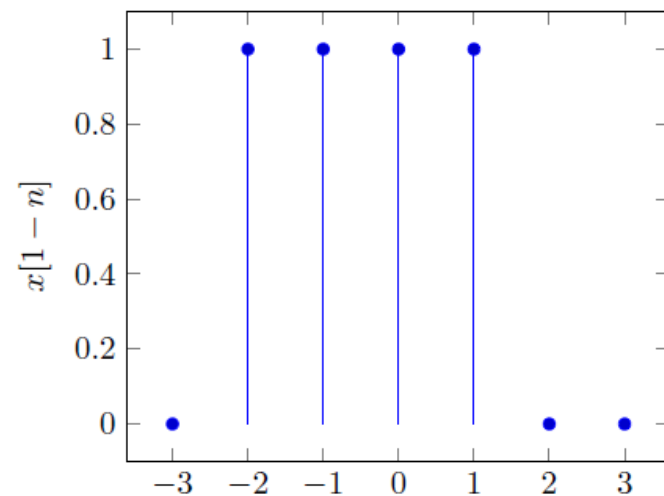
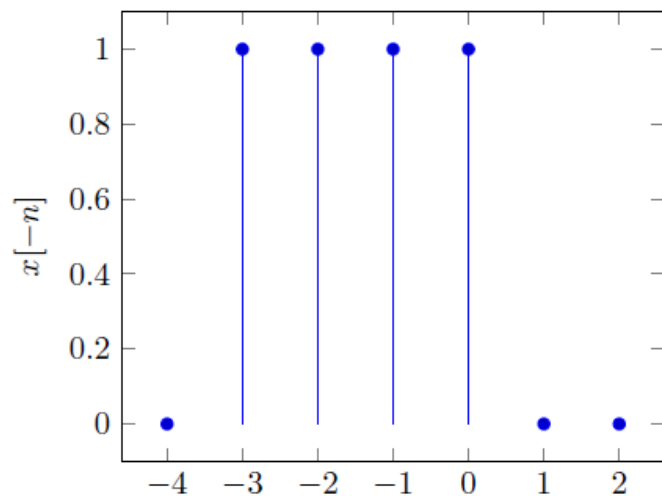
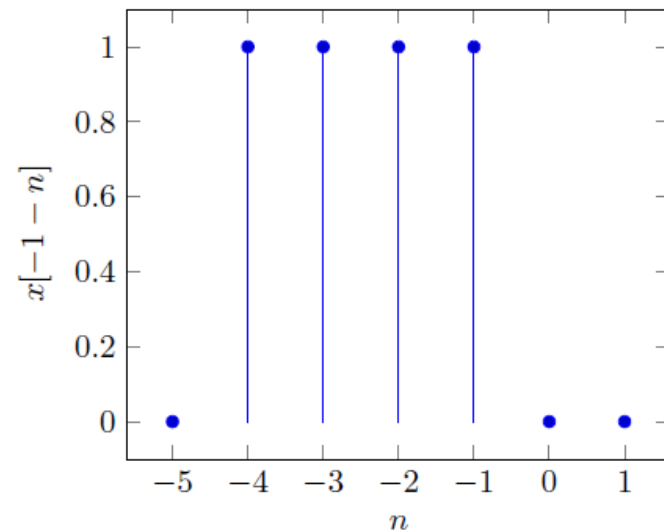
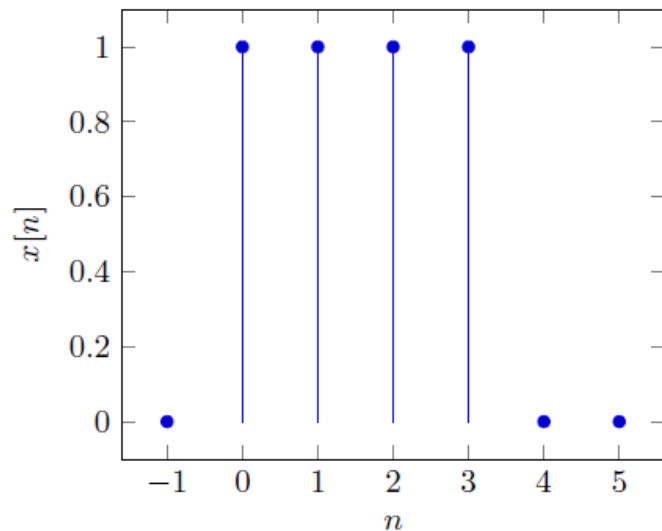
Rešenje: $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.



Primer 5: Skicirati signal $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.

a) Graficki odrediti konvoluciju signala sa samim sobom.

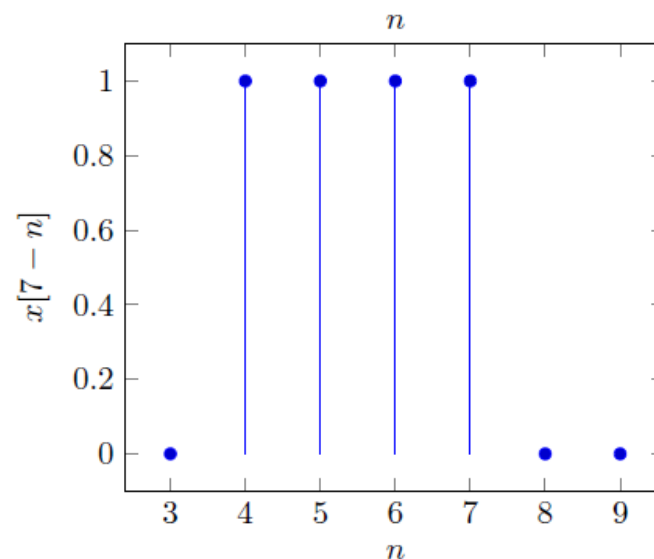
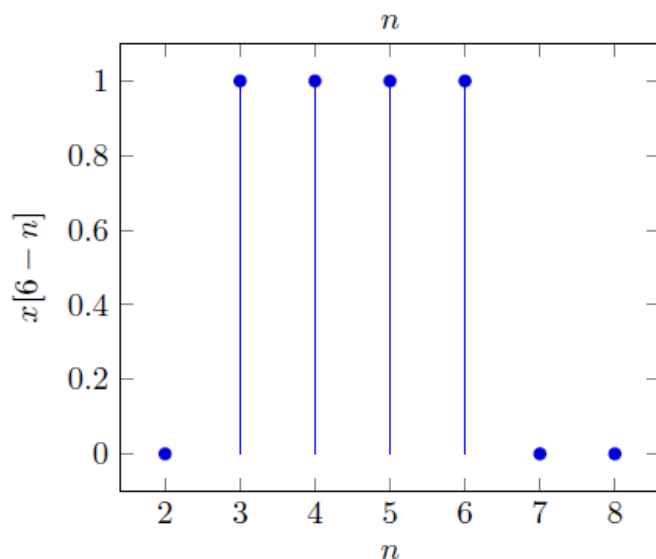
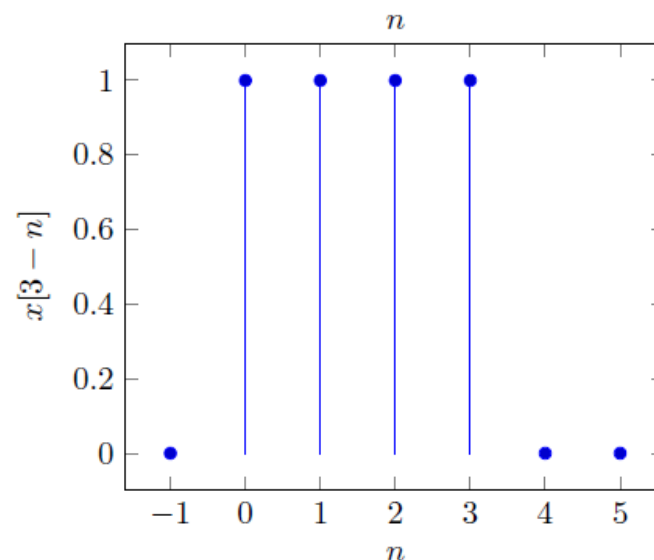
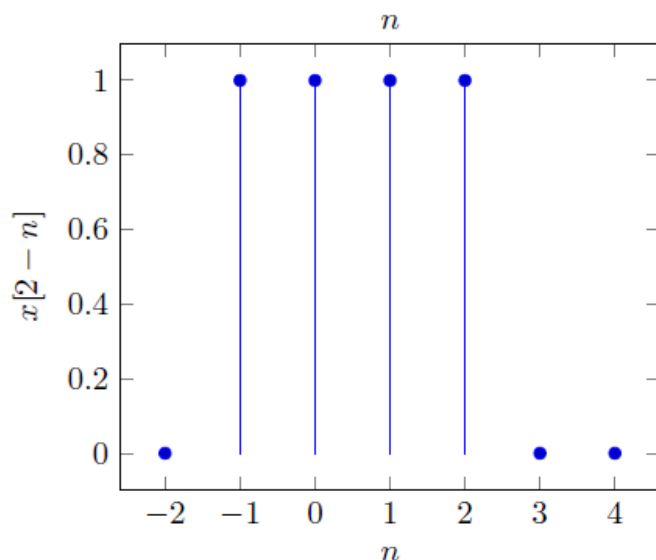
□ a)



Primer 5: Skicirati signal $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.

a) Graficki odrediti konvoluciju signala sa samim sobom.

□ a)



Primer 5: Skicirati signal $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.

a) Graficki odrediti konvoluciju signala sa samim sobom.

a) $y[n] = x[n] * x[n]$

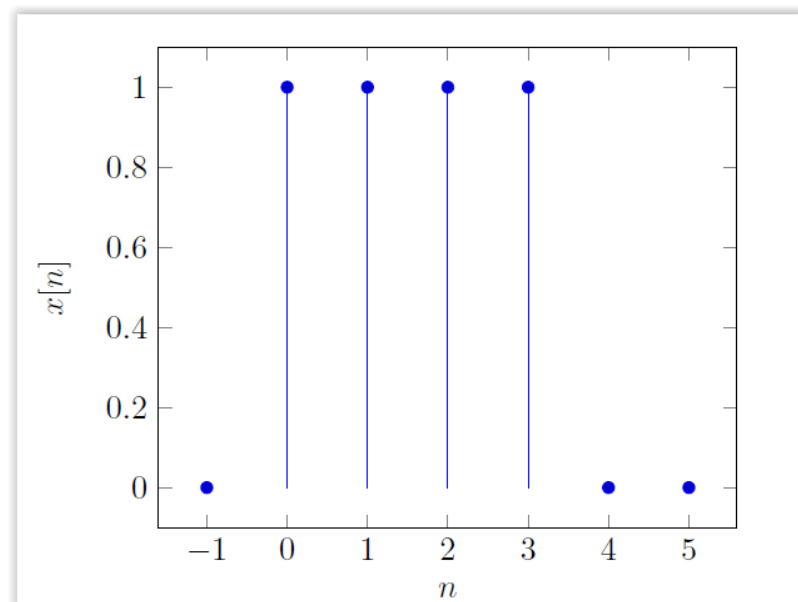
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[n-k]$$

$y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[-1-k] = 0$, jer ne postoje impulsi koji se poklapaju. Ovo važi sa svako $n < 0$.

$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[-k] = 1$, jer se poklapa jedan impuls

$$y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[1-k] = 2$$

$$y[2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] x[2-k] = 3$$



Primer 5: Skicirati signal $x[n] = u[n] - u[n - 4]$.

a) Graficki odrediti konvoluciju signala sa samim sobom.

a) $y[n] = x[n] * x[n]$

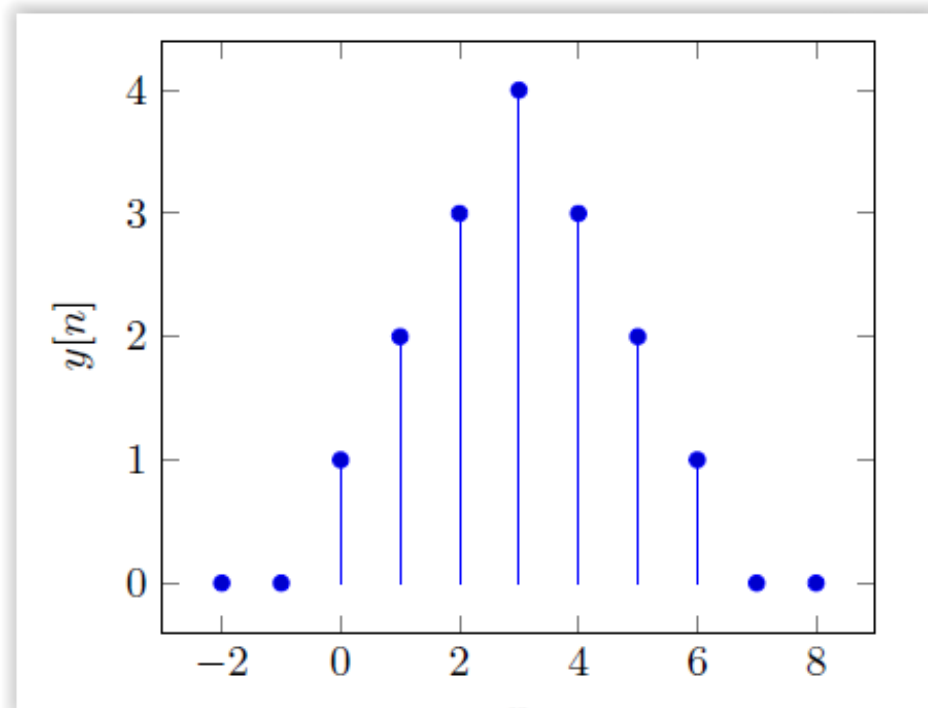
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[n-k]$$

$$y[3] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[3-k] = 4$$

$$y[5] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[5-k] = 2$$

$$y[6] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[6-k] = 1$$

$$y[74] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[7-k] = 0$$

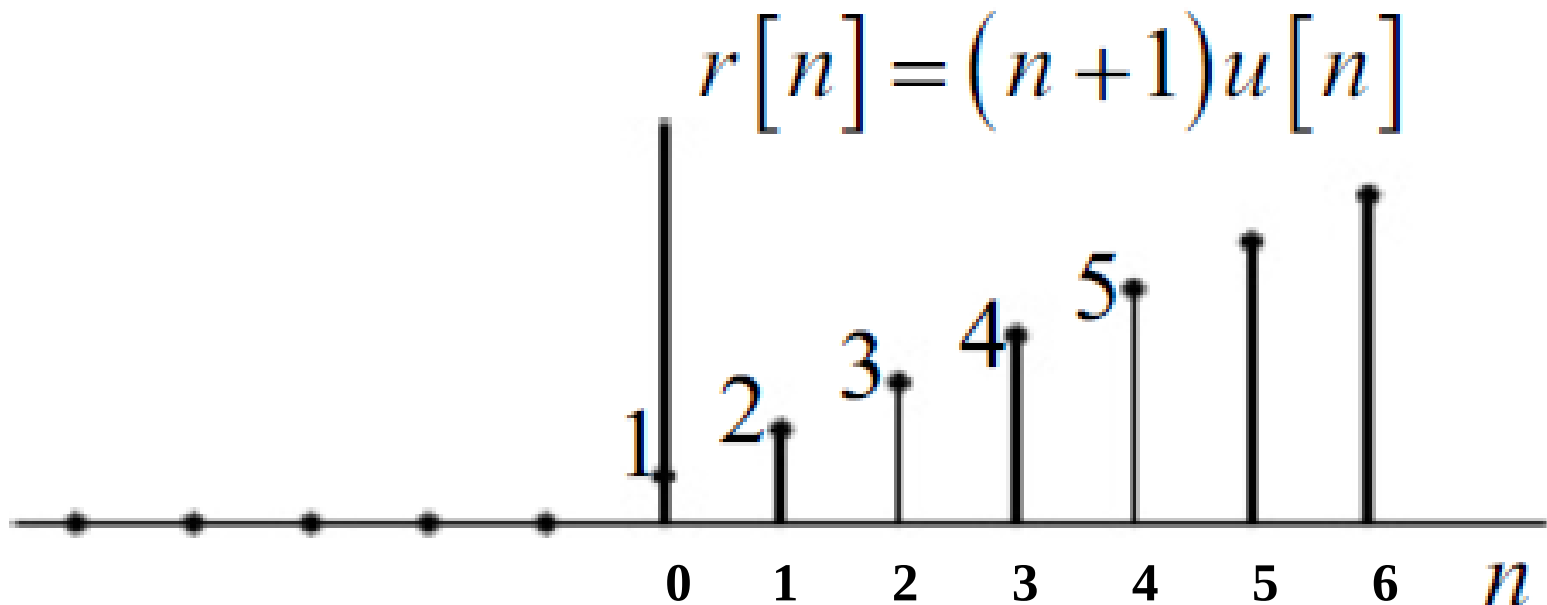


Primer 6: Odrediti konvoluciju dve diskretne jedinične odskočne funkcije vremenu

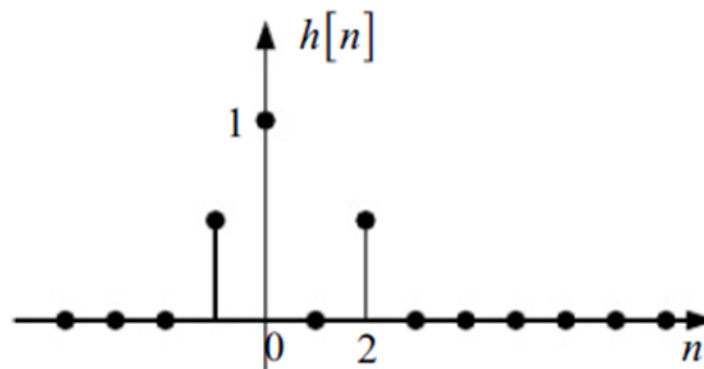
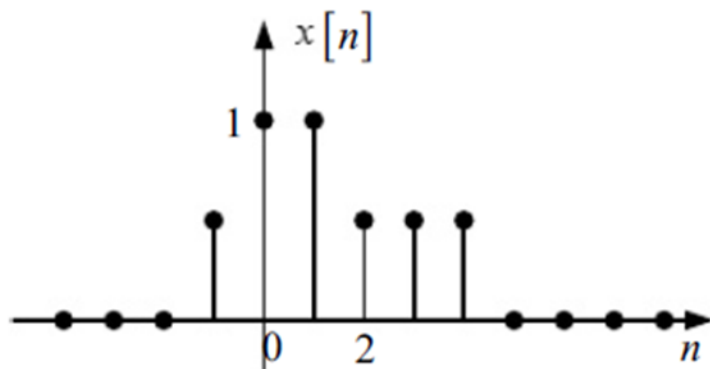
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$
- $r[n] = u[n] * u[n]$
- Imajući u vidu da je $u[n]=0$ za $k<0$ i $u[k]=1$ za $k \geq 0$
- $r[n] = \sum_{k=0}^{\infty} u[k]u[n-k] = \sum_{k=0}^{\infty} u[n-k]$
- Ako se uvede smena $m = n-k$
- $r[n] = \sum_{m=-\infty}^n u[m]$
- Za $n<0$, $r[n]=0$, za $n=0$ postoji samo jedan sabirak sa vrednošću 1, za $n=1$ postoje dva takva sabirka, $n=2$ postoje tri sabirka, itd.
- $r[n] = \begin{cases} 0; & n < 0 \\ n + 1; & n \geq 0 \end{cases}$

Primer 6: Konvolucija diskretnih signala u vremenu

- $r[n] = \begin{cases} 0; n < 0 \\ n + 1; n \geq 0 \end{cases}$
- Signal se obično naziva jedinični diskretni usponski signal (*unit-rump signal*)



Primer 7: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$ prikazanih na slici



- Na osnovu slika možemo zapisati signale kao:
- $x[n] = [..., 0, 0.5, [1], 1, 0.5, 0.5, 0.5, 0, ...]$
- $h[n] = [..., 0, 0.5, [1], 0, 0.5, 0, ...]$
- Konvolucija se mora računati po formuli:
- $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$

Primer 7: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$ prikazanih na slici

- $x[n] = [..., 0, 0.5, [1], 1, 0.5, 0.5, 0, ...]$
- $h[n] = [..., 0, 0.5, [1], 0.5, 0, ...]$
- **Granice signala su:**
- $x[k]: n_1 = -1, n_2 = 4;$
- $h[n]: n_3 = -1, n_4 = 2$
- Signal $y[n]$ je definisan u granicama: $[n_1 + n_3, n_2 + n_4]$, odnosno $[-1 - 1, 4 + 2]$, odnosno trajanje signala $y[n]$ je u opsegu $[-2, 6]$
- Izračunati $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$
- za $n = -2, n = -1; n = 0; n = 1, n = 2, n = 3, n = 4, n = 5$ i $n = 6$

Primer 7:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k]$$

$$y[-2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[-2-k] = h[-1] x[-1] + h[0] x[-2] + h[2] x[-4] = 0.25 + 0 + 0 = 0.25$$

$$y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[-1-k] = h[-1] x[0] + h[0] x[-1] + h[2] x[-3] = 0.5 + 0.5 + 0 = 1$$

$$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[-k] = h[-1] x[1] + h[0] x[0] + h[2] x[-2] = 0.5 + 1 + 0 = 1.5$$

$$y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[1-k] = h[-1] x[2] + h[0] x[1] + h[2] x[-1] = 0.25 + 1 + 0.25 = 1.5$$

$$y[2] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[2-k] = h[-1] x[3] + h[0] x[2] + h[2] x[0] = 0.25 + 0.5 + 0.5 = 1.25$$

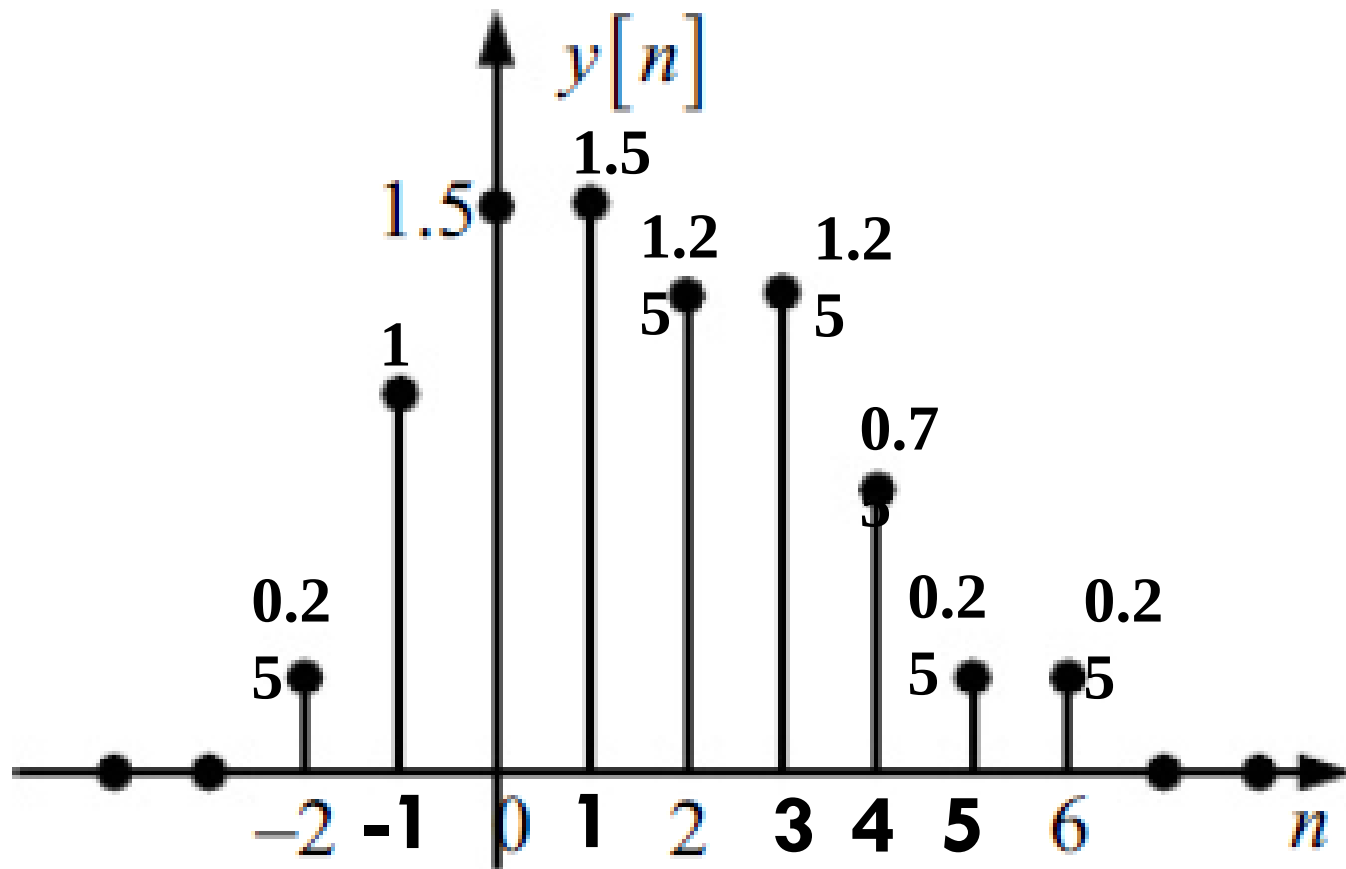
$$y[3] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[3-k] = h[-1] x[4] + h[0] x[3] + h[2] x[1] = 0.25 + 0.5 + 0.5 = 1.25$$

$$y[4] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[4-k] = h[-1] x[5] + h[0] x[4] + h[2] x[2] = 0 + 0.5 + 0.25 = 0.75$$

$$y[5] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[5-k] = h[-1] x[6] + h[0] x[5] + h[2] x[3] = 0 + 0 + 0.25 = 0.25$$

$$y[6] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[6-k] = h[-1] x[7] + h[0] x[6] + h[2] x[4] = 0 + 0 + 0.25 = 0.25$$

Primer 7: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$ prikazanih na slici



Primer 8: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

- $x(n) = \delta(n) + 3\delta(n-1) + 9\delta(n-2) + 9\delta(n-3) + 3\delta(n-4) + \delta(n-5)$
- $h(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$

Rešenje:

- $x[n] = [..., 0, [1], 3, 9, 9, 3, 1, 0, ...]$
- $h[n] = [..., 0, [1], -1, 0, ...]$
- Konvolucija se mora računati po formuli:
- $y[n] = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$

Primer 8: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

- $x[n] = [..., 0, [1], 3, 9, 9, 3, 1, 0, ...]$
- $h[n] = [..., 0, [1], -1, 0, ...]$
- **Granice signala su:**
- $x[k]: n_1 = 0, n_2 = 5;$
- $h[n]: n_3 = 0, n_4 = 1$
- Signal $y[n]$ je definisan u granicama: $[n_1 + n_3, n_2 + n_4]$, odnosno $[0, 6]$
- Izračunati $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$
- za $n = 0, n = 1; n = 2; n = 3, n = 4, n = 5, n = 6$

Primer 8: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

□ $x[n] = [..., 0, [1], 3, 9, 9, 3, 1, 0, ...]$

□ $h[n] = [..., 0, [1], -1, 0, ...]$

za $n = 0$,

□ $y[0] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[-k] = h[0] \cdot x[0] + h[1] \cdot x[-1] = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 0 = 1$

za $n = 1$

□ $y[1] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[1-k] = h[0] \cdot x[1] + h[1] \cdot x[0] = 1 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2$

za $n = 2$

□ $y[2] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[2-k] = h[0] \cdot x[2] + h[1] \cdot x[1] = 1 \cdot 9 - 1 \cdot 3 = 6$

Primer 8: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

□ $x[n] = [..., 0, [1], 3, 9, 9, 3, 1, 0, ...]$

□ $h[n] = [..., 0, [1], -1, 0, ...]$

za $n = 3$

□ $y[3] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[3-k] = h[0] \cdot x[3] + h[1] \cdot x[2] = 1 \cdot 9 - 1 \cdot 9 = 0$

za $n = 4$

□ $y[4] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[4-k] = h[0] \cdot x[4] + h[1] \cdot x[3] = 1 \cdot 3 - 1 \cdot 9 = -6$

za $n = 5$

□ $y[5] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[5-k] = h[0] \cdot x[5] + h[1] \cdot x[4] = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 = -2$

za $n = 6$

□ $y[6] = \sum_{k=0}^6 h[k]x[6-k] = h[0] \cdot x[6] + h[1] \cdot x[5] = 1 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = -1$

Primer 8: Izračunati konvoluciju signala $x[n]$ i $h[n]$

- $x[n] = [..., 0, [1], 3, 9, 9, 3, 1, 0, ...]$
- $h[n] = [..., 0, [1], -1, 0, ...]$
- **$y[n] = [..., 0, [1], 2, 6, 0, -6, -2, -1, 0, ...]$**