

VREMENSKI ODZIV SISTEMA

Signali i sistemi

Proporcionalni član nultog reda (P0 član)

- Proporcionalni član nultog reda (**P0** član) ne poseduje dinamiku
- Ulazna veličina se preslikava trenutno na izlaz s određenim pojačanjem K

$$y(t) = Kx(t)$$

Primenom Laplasove transformacije

$$Y(s) = K X(s)$$

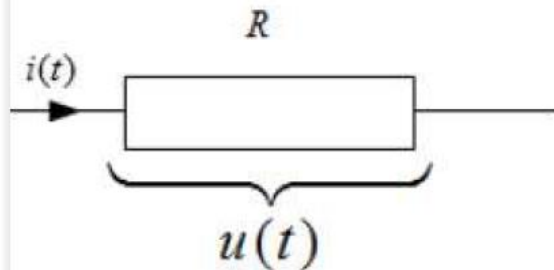
Funcija prenosa P0 člana je

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K$$

Proporcionalni član nultog reda (P0 član)

- Primeri

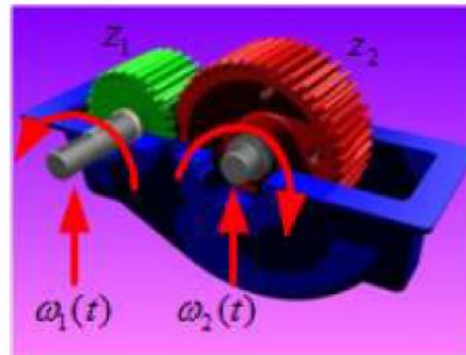
Otpornik



$$u(t) = Ri(t)$$

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = R$$

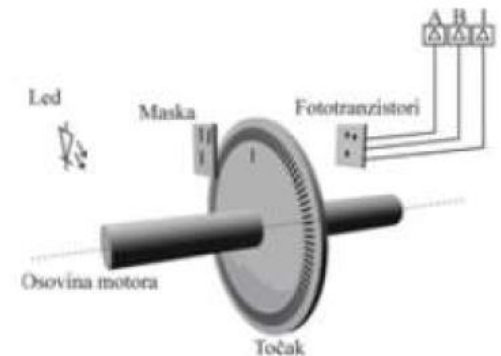
Reduktor



$$\omega_1(t)z_1 = \omega_2(t)z_2$$

$$G_\Omega(s) = \frac{\Omega_2(s)}{\Omega_1(s)} = \frac{z_1}{z_2}$$

Enkoder



$$n(t) = K_E \omega_m(t)$$

$$G_E(s) = \frac{N(s)}{\Omega_m(s)} = K_E$$

Proporcionalni član prvog reda (PT1 član)

- Proporcionalni član prvog reda ima usporenje prvog reda
- Ima jednu vremensku konstantu **T**
- Koeficijent pojačanja sistema je **K**
- PT1 je aperiodičan član
- Jednačina PT1 člana je

$$Ty'(t) + y(t) = Ku(t)$$

Primenom Laplasove transformacije

$$TsY(s) + Y(s) = KU(s)$$

Funcija prenosa PT1 člana je

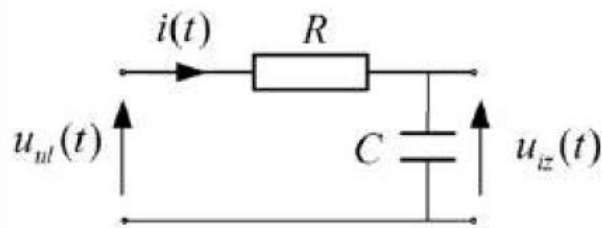
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts+1}$$

Proporcionalni član prvog reda (PT1 član) - Primeri

RC filer

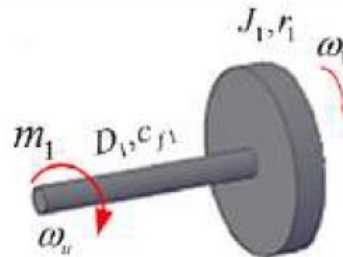
Rotacioni sistem

Tahogenerator



$$RCu'_{iz}(t) + u_{iz}(t) = u_{ul}(t)$$

$$G(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ul}(s)} = \frac{1}{RCs + 1}, K = 1, T = RC$$



$$J_1\omega'_1(t) + D_1\omega_1(t) = m_1(t)$$

$$G(s) = \frac{\Omega_1(s)}{M_1(s)} = \frac{\frac{1}{D_1}}{\frac{J_1}{D_1}s + 1}, K = \frac{1}{D_1}, T = \frac{J_1}{D_1}$$

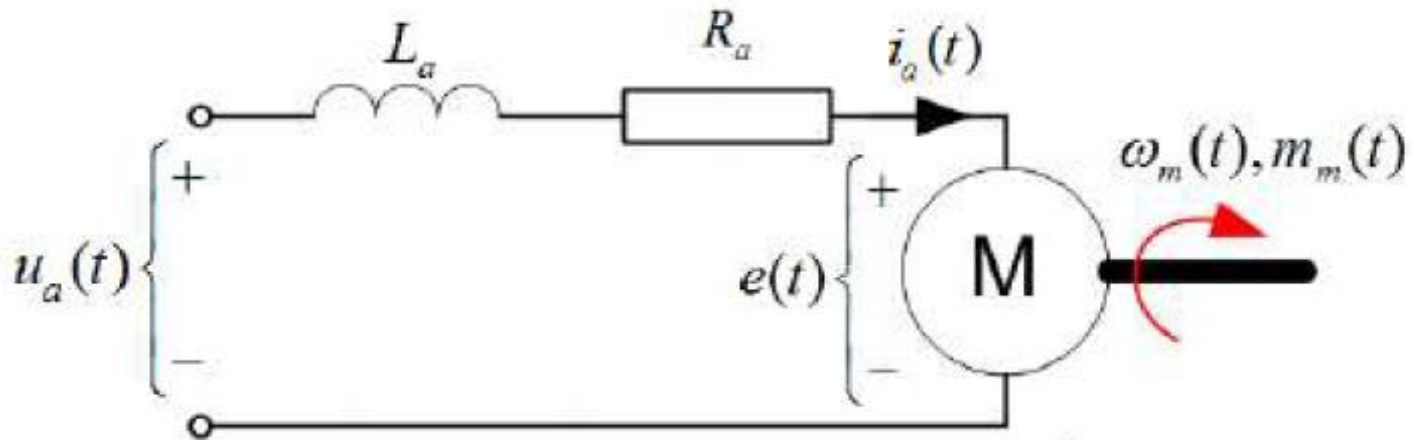


$$T_T u'_T(t) + u_T(t) = K_\Omega \omega(t)$$

$$G(s) = \frac{U_T(s)}{\Omega(s)} = \frac{K_\Omega}{T_T s + 1}, K = K_\Omega, T = T_T$$

Proporcionalni član prvog reda (PT1 član) - Primeri

□ Jednosmerni motor



$$u_a(t) = L_a \dot{i}_a(t) + R i_a(t) + e(t) \quad G(s) = \frac{I(s)}{U_a(s) - E(s)} = \frac{\frac{1}{R_a}}{\frac{L_a}{R_a} s + 1}, K = \frac{1}{R_a}, T = \frac{L_a}{R_a}$$

Vremenski odziv funkcija prenosa PT1 člana na odskočnu pobudu

Funkcija prenosa PT1 člana je

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} = \frac{K/T}{s+1/T}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$Y(s) = G(s)U(s)$$



Laplasova transformacija ulazne Hevisajdove funkcije je $U(s) = \frac{1}{s}$

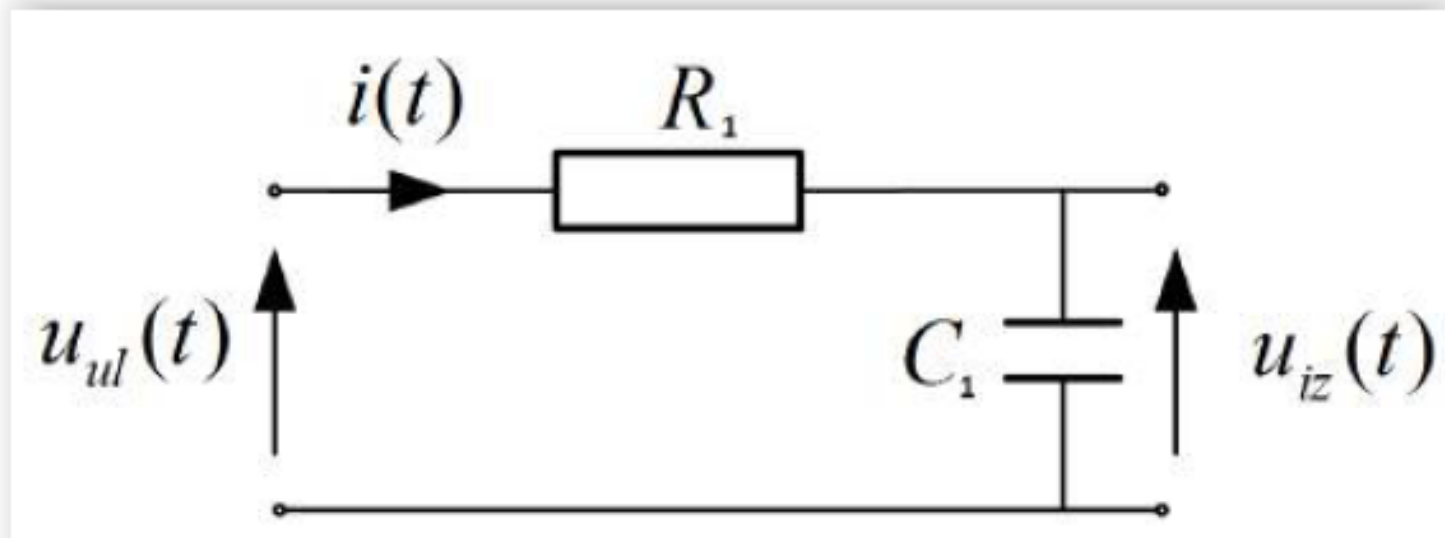
$$Y(s) = U(s)G(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{Ts+1} = \frac{K}{s} - \frac{K}{s+1/T}$$

Prenosna funkcija dobija se inverznom Laplasovom transformacijom

$$y(t) = Ku(t) - Ke^{-\frac{t}{T}}$$

Primer PT1 člana – RC strujno kolo

1. Za sistem sa slike odrediti vremensku konstantu sistema čiji je izlazni signal izlazni napon $u_{iz}(t)$, ulazni signal ulazni napon $u_{ul}(t)$ ako je vrednost otpornika $R_1 = 1\text{ k}$, iznos kondenzatora $10\mu\text{F}$.
 - Odredite vrednosti otpornika R_2 i kondenzatora C_2 pomoću kojih se može postići 10 puta brži odziv sistema, odnosno vremenska konstanta sistema se smanjuje 10 puta.

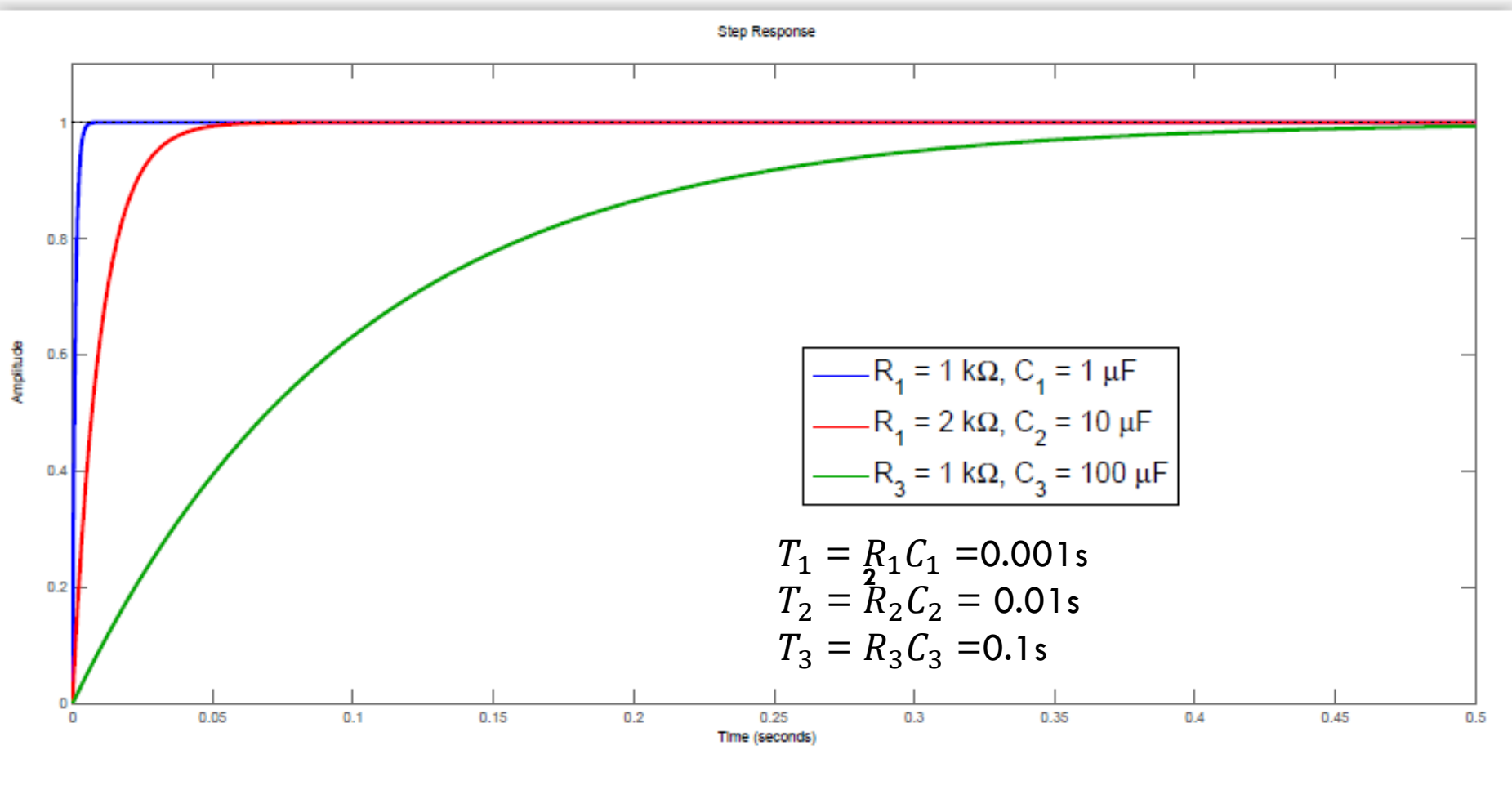


Vremenski odziv sistema

- $G(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ul}(s)} ; I(s) = \frac{U_{ul}(s)}{Z_R(s) + Z_C(s)} = \frac{U_{ul}(s)}{R + \frac{1}{sC}}$
- $I(s) = \frac{U_{iz}(s)}{Z_C(s)} = \frac{U_{iz}(s)}{\frac{1}{sC}}$
- $\frac{U_{ul}(s)}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{U_{iz}(s)}{\frac{1}{sC}}$
- $G(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ul}(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$

- $T_1 = R_1 C_1 = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 10 \cdot 10^{-3} = 0.01 \text{ s}$
- $T_2 = R_2 C_2 = T_1 / 10 = 0.001 \text{ s}, R_2 = 1 \text{ k}\Omega, C_2 = 1 \mu\text{F}$

Uporedni prikaz odziva RC kola



Proporcionalni član drugog reda (PT2 član)

- Proporcionalni član prvog reda ima usporenje drugog reda
- Ima dve vremenske konstante T_1 i T_2
- Koeficijent pojačanja sistema je K
- PT2 je aperiodičan član
- Jednačina PT2 člana je

$$T_1 T_2 y''(t) + (T_1 + T_2) y'(t) + y(t) = K u(t)$$

Primenom Laplasove transformacije

$$T_1 T_2 s^2 Y(s) + (T_1 + T_2) s Y(s) + Y(s) = K U(s)$$

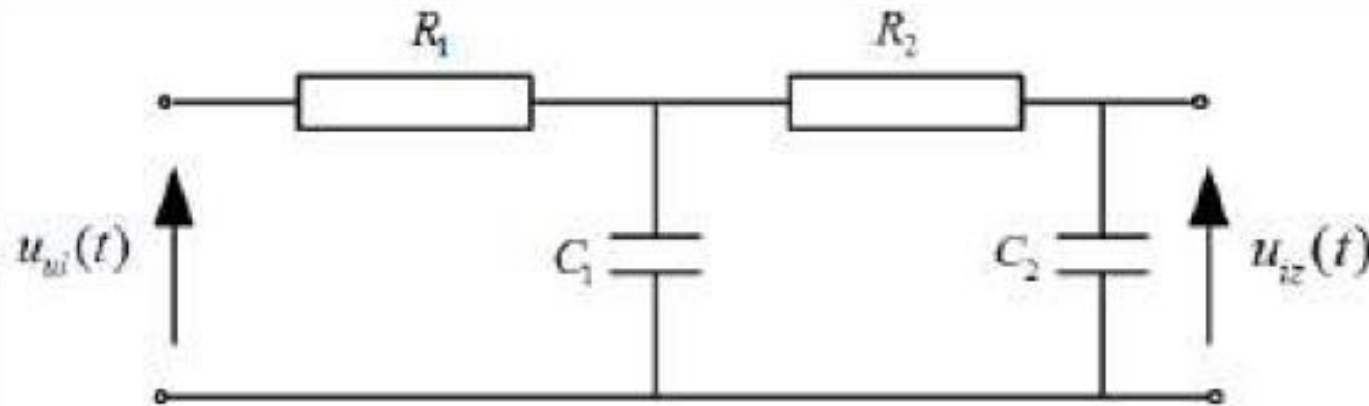
Funcija prenosa PT2 člana je

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2) s + 1} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Proporcionalni član drugog reda (PT2 član)

- Primer

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$



$$R_1 C_1 R_2 C_2 u''_{iz}(t) + (R_1 C_1 + R_2 C_2) u'_{iz}(t) + u_{iz}(t) = u_{wl}(t)$$
$$G(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{wl}(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2)s + 1} = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} \frac{1}{R_2 C_2 s + 1}$$
$$K = 1, T_1 = R_1 C_1, T_2 = R_2 C_1$$

P1. Odrediti odskočni odziv funkcije prenosa:

$$G(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+2}$$

Rešenje:

- $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$, $Y(s) = G(s)X(s)$
- Ulaz u sistem predstavlja odskočna (Hevisajdova) funkcija $u(t)$
- Laplasova transformacija ovog signala je $X(s) = U(s) = \frac{1}{s}$
- $Y(s) = G(s)U(s) = \frac{s+4}{s^2+3s+2} \frac{1}{s}$
- Sledeći korak je određivanje polova polinoma $s^2 + 3s + 2$
- $s^2 + 3s + 2 = 0$
- $s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}$, $s_1 = -1$, $s_2 = -2$

P1. Odrediti odskočni odziv funkcije prenosa

□ Funcija $G(s)$ može da se napiše u obliku

□ $G(s) = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)}$

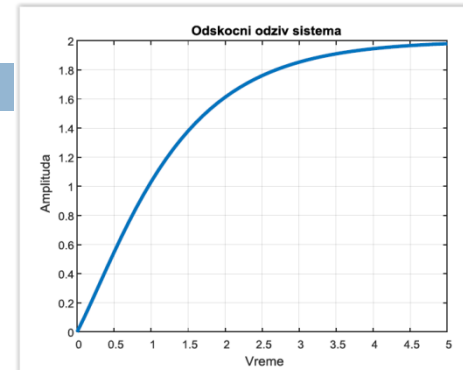
□ $Y(s) = G(s)U(s) = \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)} = \frac{r_1}{s} + \frac{r_2}{s+1} + \frac{r_3}{s+2}$

$$r_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{s+4}{(s+1)(s+2)} \right] = \frac{4}{2} = \mathbf{2}$$

$$r_2 = \lim_{s \rightarrow -1} \left[(s+1) \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -1} \left[\frac{s+4}{s(s+2)} \right] = \frac{3}{-1} = \mathbf{-3}$$

$$r_3 = \lim_{s \rightarrow -2} \left[(s+2) \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -2} \left[\frac{s+4}{s(s+1)} \right] = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$$

$$Y(s) = \frac{2}{s} - \frac{3}{s+1} + \frac{1}{s+2}$$
$$y(t) = 2u(t) - 3e^{-t} + e^{-2t}$$

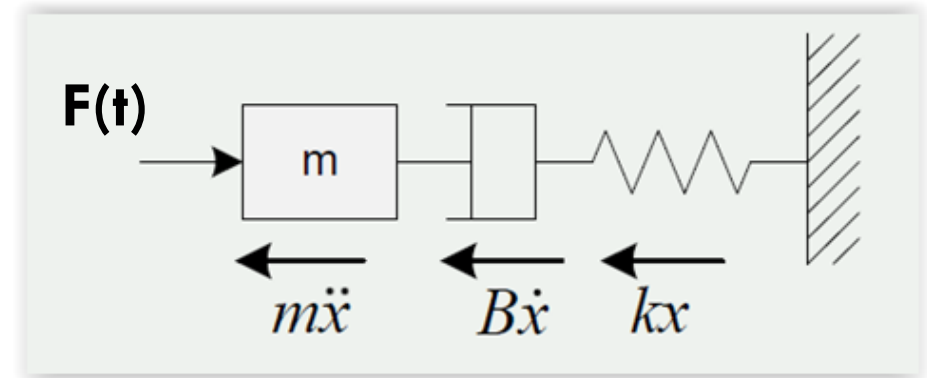


$u(t)$	$\frac{1}{s}$
--------	---------------

e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
-----------	-----------------

P2. Odziv sistema na pobudu

Za sistem sa slike odrediti funkciju prenosa, impulsni odziv i odziv sistema za silu $F = 1\text{N}$. Poznato je: $k=2\text{ N/m}$, $B=3\text{ Ns/m}$, $m=1\text{ kg}$. Za izlaznu promenjivu usvojiti pređeni put $x(t)$.



Rešenje:

$$m\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$ms^2X(s) + BsX(s) + kX(s) = F(s)$$

$$(ms^2 + Bs + k)X(s) = F(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + Bs + k} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

P2. Odziv sistema na pobudu

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

- Sledeći korak je određivanje polova polinoma $s^2 + 3s + 2 = 0$

- $s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}, s_1 = -1, s_2 = -2$

- $G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)},$

- $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$

- Ulaz u sistem predstavlja odskočna (hevisajdova funkcija $u(t)$)

- Laplasova transformacija ovog signala je $U(s) = \frac{1}{s}$

- $Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$

P2. Odziv sistema na pobudu

$$\square Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = \frac{r_1}{s} + \frac{r_2}{s+1} + \frac{r_3}{s+2}$$

$$r_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{1}{(s+1)(s+2)} \right] = \frac{1}{2}$$

$$r_2 = \lim_{s \rightarrow -1} \left[(s+1) \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -1} \left[\frac{1}{s(s+2)} \right] = \frac{1}{-1} = -1$$

$$r_3 = \lim_{s \rightarrow -2} \left[(s+2) \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -2} \left[\frac{1}{s(s+1)} \right] = \frac{1}{2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{2} \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{2} \frac{1}{s+2}$$

$$e^{-at}$$

$$\frac{1}{s+a}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} u(t) - e^{-t} + \frac{1}{2} e^{-2t}$$

P3. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+2y(t)=u(t)$, odrediti:

- a) Prenosnu funkciju sistema $G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}$
- b) Polove sistema
- c) Pojačanje sistema
- d) Vremeske konstante sistema

Rešenje:

- a) $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+2y(t)=u(t)$. Primenom Laplasove transformacije:

$$s^2 Y(s) + 3s Y(s) + 2Y(s) = U(s)$$

$$Y(s)(s^2 + 3s + 2) = U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

P3. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+2y(t)=u(t)$, odrediti:

$$b) G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s^2+3s+2},$$

Polovi sistema dobijaju se rešenjem jednačine:

$$s^2+3s+2=0$$

$$s_{12} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}, \quad s_1 = -1, \quad s_2 = -2$$

c) Prenosna funkcija drugog reda može da se napiše u obliku:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)} = \frac{1}{2} \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)} = \frac{0,5}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)}$$

$$K=0,5$$

$$d) T_1=1, T_2 = 0,5$$

P4. Izlazni signal sistema je $y(t)=2e^{-3t}u(t)$ kada je na ulaz doveden jedinični odskočni signal $y(t)$

- a) Odrediti impulsni odziv sistema $x(t)$
- b) Odrediti izlazni signal sistema $y(t)$ ukoliko je ulazni signal $x(t)=e^{-t}u(t)$

e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
-----------	-----------------

Rešenje:

a) Za $x(t)=u(t)$, Laplasova transformacija je $X(s)=\frac{1}{s}$

Za $2e^{-3t}$ Laplasova transformacija je $Y(s)=2\frac{1}{s+3}=\frac{2}{s+3}$

Funcija prenosa sistema je $G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{2s}{s+3}=2-\frac{6}{s+3}$

Impulsni odziv sistema je: $g(t)=2\delta(t)-6e^{-3t}$

P4. Izlazni signal sistema je $y(t)=2e^{-3t}u(t)$ kada je na ulaz doveden jedinični odskočni signal $y(t)$

b) Odrediti izlazni signal sistema $y(t)$ ukoliko je ulazni signal $x(t)=e^{-t}u(t)$

Rešenje:

e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
-----------	-----------------

Funcija prenosa sistema je $G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{2s}{s+3}$

Za e^{-t} Laplasova transformacija je $x(s)=\frac{1}{s+1}$

$$Y(s)=G(s).X(s)=\frac{2s}{s+3}\frac{1}{s+1}=\frac{2s}{(s+1)(s+3)}$$

Impulsni odziv sistema je: $y(t)=-e^{-t}-3e^{-3t}$

P5. Za sistem opisan diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt} \text{ odrediti impulsni odziv}$$

$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$, Primenom LT sa obe strane dobija se

$$sY(s) + 2Y(s) = X(s) + sX(s)$$

$$(s+2)Y(s) = (s+1)X(s)$$

Funkcija prenosa je:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s+1}{s+2} = \frac{s+1+1-1}{s+2} = \frac{s+2-1}{s+2} = 1 - \frac{1}{s+2}$$

Impulsni odziv dobija se za jediničnu impulsnu pobudu $\delta(t)$

$$g(t) = \delta(t) - e^{-2t}$$

e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
-----------	-----------------

P6. Odrediti odskočni odziv funkcije prenosa:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Rešenje:

- $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$, $Y(s) = G(s)X(s)$
- Ulaz u sistem predstavlja odskočna (hevisajdova) funkcija $u(t)$
- Laplasova transformacija ovog signala je $X(s) = U(s) = \frac{1}{s}$
- $Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2 + s + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \frac{1}{s} = \frac{1}{(s + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \frac{1}{s}$

P6. Odrediti odskočni odziv funkcije prenosa

$$Y(s) = \frac{1}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \frac{1}{s} = \frac{A+Bs}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} + \frac{C}{s}$$

$$\square As + Bs^2 + C(s^2 + s + 1) = 1$$

$$\square C = 1$$

$$\square A + C = 0$$

$$\square B + C = 0$$

$$\square A = -1, B = -1$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-1-s}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{s} - \frac{1+s}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{s} - \frac{\frac{1}{2} + (s+\frac{1}{2})}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

P6. Odrediti odskočni odziv funkcije prenosa

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-1-s}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{s} - \frac{1+s}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{s} - \frac{\frac{1}{2} + (s+\frac{1}{2})}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\frac{1\sqrt{3}}{2} \frac{2}{2\sqrt{3}}}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} - \frac{s+\frac{1}{2}}{(s+\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$$

$$y(t) = u(t) - e^{-\frac{1}{2}t} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t + \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t \right)$$

P7. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+2y(t)=\dot{u}(t) + 3u(t)$, odrediti impulsni odziv sistema

$$s^2 Y(s) + 3s Y(s) + 2Y(s) = sU(s) + 3U(s)$$

$$Y(s)(s^2 + 3s + 2) = (s + 3)U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+3}{s^2+3s+2}$$

Polovi sistema dobijaju se rešenjem jednačine:

$$s^2 + 3s + 2 = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}, \quad s_1 = -1, \quad s_2 = -2$$

Prenosna funkcija drugog reda može da se napiše u obliku:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+3}{s^2+3s+2} = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

P7. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom $\ddot{y}(t)+3\dot{y}(t)+2y(t)=\dot{u}(t) + 3u(t)$, odrediti impulsni odziv sistema

Laplasova transformacija ulazne impulsne funkcije $L(\delta(t)) = 1$,
 $U(s)=1$

$$\square Y(s)=G(s)U(s)=\frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \cdot 1 = \frac{r_1}{s+1} + \frac{r_2}{s+2}$$

$$r_1 = \lim_{s \rightarrow -1} \left[(s+1) \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -1} \left[\frac{s+3}{(s+2)} \right] = \frac{2}{1} = 2$$

$$r_2 = \lim_{s \rightarrow -2} \left[(s+2) \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \right] = \lim_{s \rightarrow -2} \left[\frac{s+3}{(s+1)} \right] = \frac{1}{-1} = -1$$

$$Y(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}$$

$$y(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}$$

P8. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom

$$\ddot{y}(t)+3 \ddot{y}(t)+2\dot{y}(t)=\dot{f}(t) + 3f(t),$$

odrediti odziv sistema za funkciju $f(t)= e^{-5t}$

$$s^3 Y(s)+3s^2 Y(s)+2sY(s) = sF(s) + 3F(s)$$

$$Y(s)(s^3+3s^2+2s)=(s+3)F(s)$$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{s+3}{s^3+3s^2+2s} = \frac{s+3}{s(s^2+3s+2)}$$

Polovi sistema dobijaju se rešenjem jednačine:

$$s(s^2+3s+2)=0$$

$$s_1 = 0, s_{23} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}, s_2 = -1, s_3 = -2$$

Prenosna funkcija drugog reda može da se napiše u obliku:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+3}{s(s^2+3s+2)} = \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)}$$

P8. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \dot{f}(t) + 3f(t),$$

odrediti odziv sistema za funkciju $f(t) = e^{-5t}$

Laplasova transformacija ulazne funkcije

$$F(s) = L\{e^{-5t}\} = \frac{1}{s+5}$$

e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
-----------	-----------------

$$\square Y(s) = G(s)F(s) = \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)} \frac{1}{s+5} = \frac{r_1}{s} + \frac{r_2}{s+1} + \frac{r_3}{s+2} + \frac{r_4}{s+5}$$

□ Konstante se izračunavaju na sledeći način:

$$r_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+5)} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{s+3}{(s+1)(s+2)(s+5)} \right] = \frac{3}{10}$$

$$r_2 = \lim_{s \rightarrow -1} \left[(s+1) \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+5)} \right] = \lim_{s \rightarrow -1} \left[\frac{s+3}{s(s+2)(s+5)} \right] = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$r_3 = \lim_{s \rightarrow -2} \left[(s+2) \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+5)} \right] = \lim_{s \rightarrow -2} \left[\frac{s+3}{s(s+1)(s+5)} \right] = \frac{1}{6}$$

$$r_4 = \lim_{s \rightarrow -5} \left[(s+5) \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+5)} \right] = \lim_{s \rightarrow -5} \left[\frac{s+3}{s(s+1)(s+2)} \right] = \frac{1}{30}$$

P8. Za sistem dat diferencijalnom jednačinom

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \dot{f}(t) + 3f(t),$$

odrediti odziv sistema za funkciju $f(t) = e^{-5t}$

$$\square Y(s) = \frac{r_1}{s} + \frac{r_2}{s+1} + \frac{r_3}{s+2} + \frac{r_4}{s+5}$$

$$Y(s) = \frac{3}{10} \frac{1}{s} - \frac{1}{2} \frac{1}{s+1} + \frac{1}{6} \frac{1}{s+2} + \frac{1}{30} \frac{1}{s+5}$$

Primenom Inverzne Laplasove transformacije dobija se:

$$y(t) = \frac{3}{10} u(t) - \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{-2t} + \frac{1}{30} e^{-5t}$$

$$e^{-at}$$

$$\frac{1}{s+a}$$