P4 – KLASIFIKACIJA SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA

PREDMET: SIGNALI I SISTEMI

Dodatna literatura

- Goran Dikić: **Osnove teorije automatskog upravljanja**, Visoka škola elektrotehnike i računarstva, Beograd, 2011.
- Milenko Andrić, Dimitrije Bujaković: **Signali i sistemi** – zbirka rešenih zadataka, Beograd, 2010.
- Zoran Vrhovski, Slaven Glumac: **Automatsko upravljanje** , Zbirka riješenih zadataka , Veleučilište u Bjelovaru, Bjelovar, 2018.

Uvod

- Sistem predstavlja uređaj, proces ili algoritam koji za neki ulazni signal ***x(t)*** , na svom izlazu generiše izlazni signal ***y(t)***
- Signal koji se nalazi na ulazu sistema naziva se **pobuda** sistema
- Signal koji se nalazi na izlazu sistema naziva se **odziv** sistema.

Klasifikacija sistema

KRITERIJUM	VRSTA SISTEMA	
Broj ulaznih i izlaznih promjenljivih	SISO	MIMO
Vremenska zavisnost promjenljivih	Statički	Dinamički
Prostorna zavisnost promjenljivih	Sa koncentrisanim parametrima	Sa distribuiranim parametrima
Neprekidnost promjenljivih	Kontinualni	Diskretni
Veze između promjenljivih	Linearni	Nelinearni
Vremenska zavisnost parametara	Stacionarni	Nestacionarni
Vremenska uzročnost promjenljivih	Kauzalni	Nekauzalni

Klasifikacija sistema

- **Stacionarni (vremenski invarijantni)**

Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama sa konstantnim koeficijentima

- **Nestacionarni (promjenljivi u vremenu)**

Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama sa promjenljivim koeficijentima

Primer: avion čija se masa menja usled potrošnje goriva

- **Kauzalni:** Izlaz u trenutku ***t*** zavisi samo ulaza u trenutku ***t***, kao i od ulaza u prethodnim trenucima

Svi sistemi u realnom vremenu su kauzalni

- **Nekauzalni:** Ne mogu se hardverski realizovati

Moguće je obrađivati buduće podatke ako su sačuvani u memoriji

Klasifikacija sistema

- **Sistemi sa koncentrisanim parametrima:**

  Matematički se opisuju običnim diferencijalnim ili diferencnim jednačinama

  Promjenljive sistema zavise samo od vremena.

  U svim tačkama sistema ulaz deluje istovremeno

  Primer: RLC kolo

- **Sistemi sa distribuiranim parametrima:**

  Matematički se opisuju parcijalnim diferencijalnim jednačinama

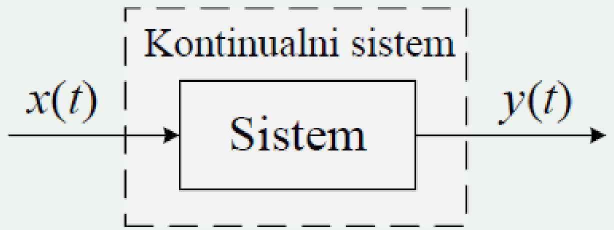
  Promjenljive sistema zavise od vremena i prostornih koordinata

  Primer: zvučni ili elektromagnetni talasi

Klasifikacija sistema

Kontinualni sistemi:

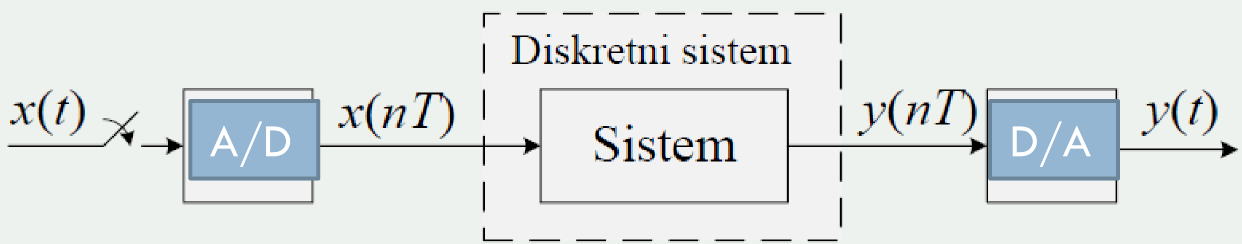
- Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama



$$\dot{y}(t) = -y(t) + x(t)$$

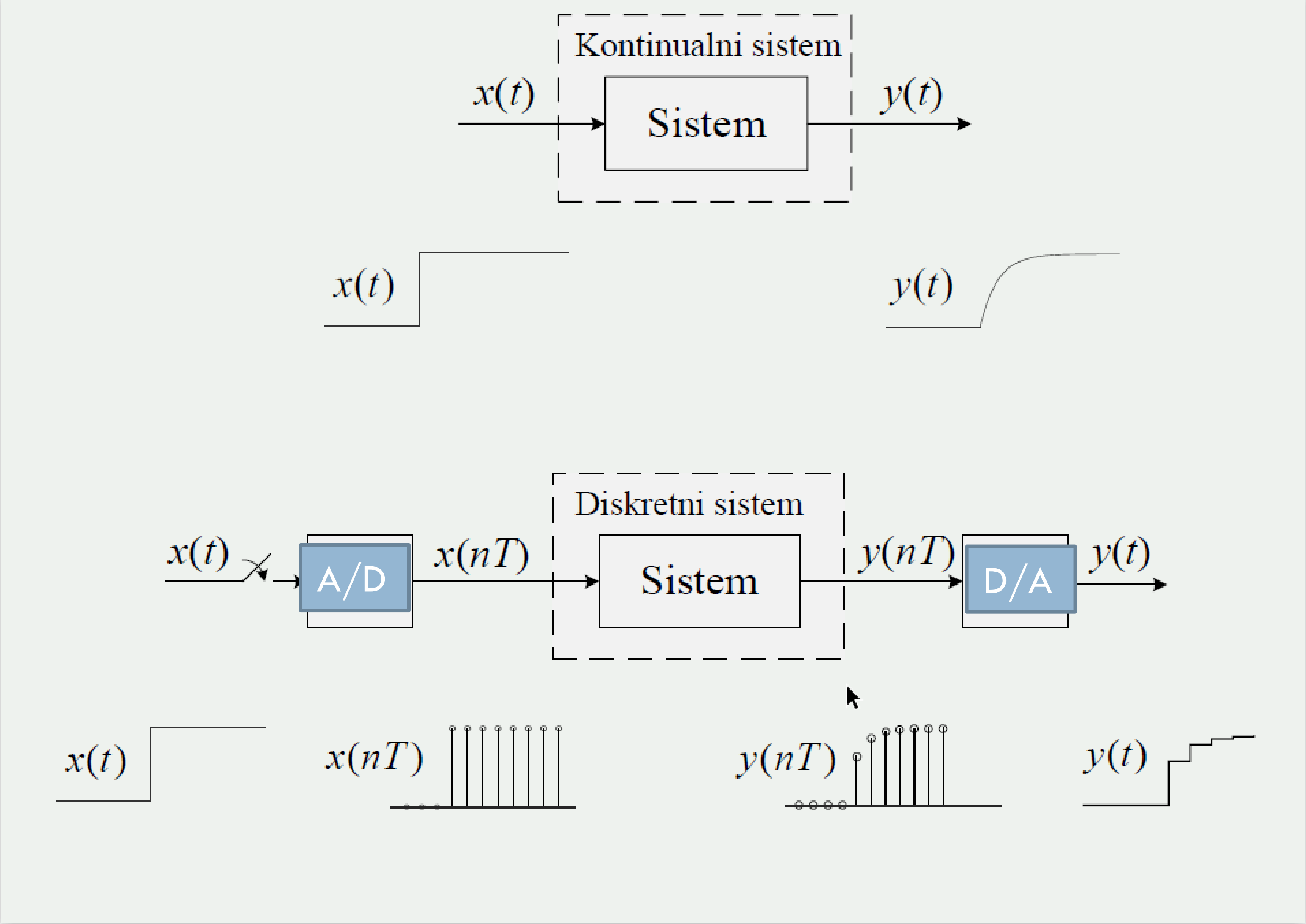
Diskretni sistemi:

- Matematički se opisuju diferencnim jednačinama



$$y((n+1)T) = (1-T)y(nT) + Tx(nT)$$

Klasifikacija sistema



Linearni vremenski invarijanti sistemi (LTI)

- Većina fizičkih sistema može se modelirati kao LTI
- Linearni vremenski invarijanti (nepromenjivi) sistemi se mogu opisati na više načina:
  - Obične diferencijalne jednačine višeg reda (ODE)
  - Model u prostoru stanja (SS model)
  - Prenosna funkcija (TF model)
  - Strukturni blok dijagram (SBD model)

DIFERENCIJALNE JEDNAČINE SISTEMA

PREDMET: SIGNALI I SISTEMI

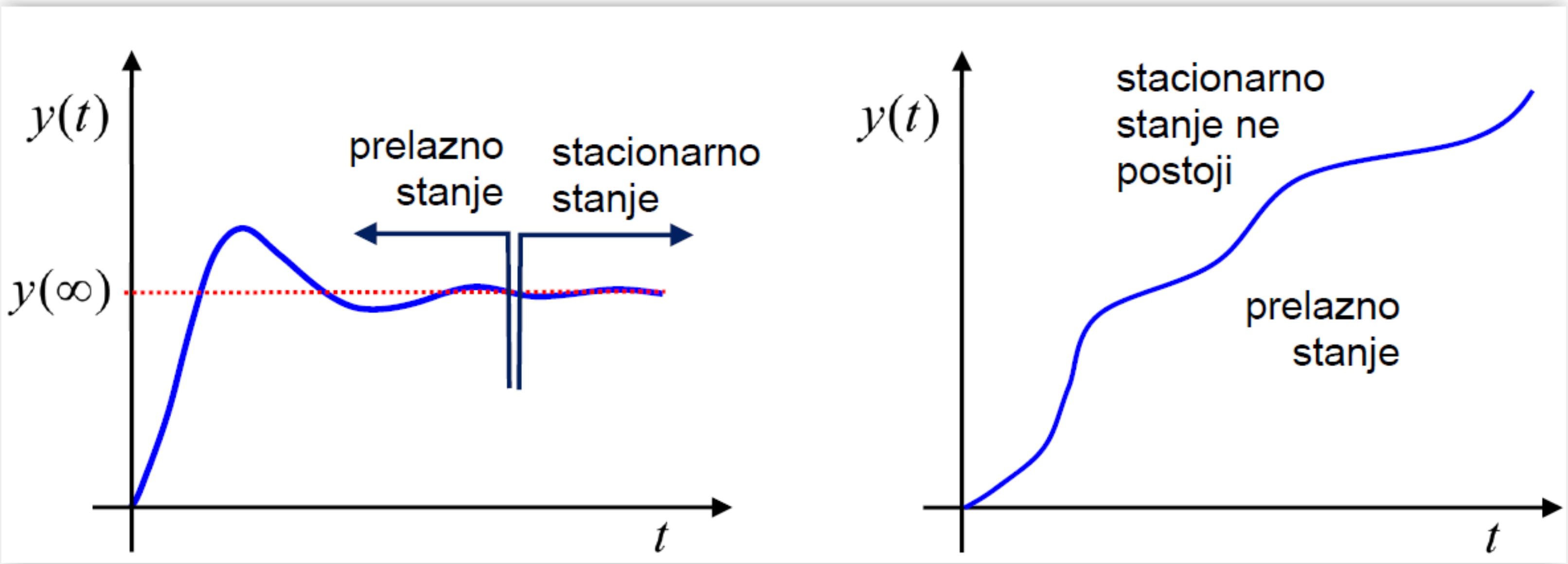
Analiza sistema u vremenskom domenu

Ponašanje sistema u vremenskom domenu se može posmatrati u:

- prelaznom stanju: $y(t)$, $t < \infty$
- stacionarnom stanju (ako postoji): $y(t)$, $t \rightarrow \infty$, *odnosno* $y(\infty)$

$y(t)$ - izlazna veličina sistema

$y(\infty)$ - vrednost izlazne veličine u stacionarnom stanju



Matematički modeli LTI sistema

- Za analizu dinamičkih sistema neophodno je matematički opisati dinamiku sistema
- Opis sistema zasniva se na primeni zakona koji opisuju određene pojave
- Električni sistemi opisuju se Kirhohovim zakonima, mehanički sistemi opisuju se Njutnovim zakonima,...
- Osnovni način opisa dinamike sistema su diferencijalne jednačine
- Postoje dve vrste diferencijalnih jednačina (DJ):
  - Obične DJ
  - Parcijalne DJ

Diferencijalne jednačine

- Parcijalne DJ imaju više nezavisnih promenjivih: *vreme i prostorne promenjive*
- Obične DJ imaju jednu nezavisnu promenjivu – *vreme*
- U analizi dinamičkih sistema najčešće se traži vremenski odziv, tako da se koriste obične DJ
- Rešavanje DJ višeg reda je dosta slože matematički postupak
- Za jednostavnijeređavanje DJ koriste se drugi postupci
- Matematičar *Pierre Simon Laplace* definisao je integralnu transformaciju za rešavanje DJ

Diferencijalne jednačine

- Laplasova transformacija se primenjuje na linearne DJ uvođenjem zamene $\boxed{s \rightarrow \frac{d}{dt}}$
- Laplasova transformacija uvodi pojam **s –domen** ili područje kompleksne promenjive
- Algebarskim putem se rešava jednačina, a zatim inverznom transformacijom dobija rešenje u vremnskom domenu

Opis linearnih sistema linearnim DJ

- U opštem slučaju LTI sistem se može modelovati običnom diferencijalnom jednačinom *n*-tog reda sa konstantnim koeficijentima:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \ldots + b_1 x^{(1)} + b_0 x$$

- $y(t)$ - izlaz sistema
- $x(t)$ - ulaz sistema
- **n** je red linearne DJ i uvek je $\mathbf{n} \geq \mathbf{m}$
- Sa desne strane jednačine mogu figurisati izvodi ulaznog signala do *m*-tog reda
- Ponašanje sistema je u potpunosti određeno vrednostima konstantnih parametara a_i i b_i

Rešavanje linearne diferencijalne jednačine (LDJ)

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \ldots + b_1 x^{(1)} + b_0 x$$

Desni deo obeležimo kao:

$$f(t) = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \ldots + b_1 x^{(1)} + b_0 x$$

Odziv sistema ***y(t)*** LDJ dobija se kao zbir homogenog rešenja y_h(t) i partikularnog rešenja y_p(t)

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$$

- partikularno rešenje $y_p(t)$ - zavisi od oblika pobude $x(t)$
- homogeno rešenje $y_h(t)$ ($x(t) = 0$) - zavisi od oblika karakt. jednačine

Rešavanje linearne diferencijalne jednačine (LDJ)

$$f(t)=b_m x^{(m)}+b_{m-1}x^{(m-1)}+ \ldots +b_1 x^{(1)}+ b_0 x$$

Homogeno rešenje LDJ dobija se kada je ***f(t)*=0**, odnosno

$$a_n y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+ \ldots + a_1 y^{(1)}+a_0 y = 0$$

Smenom $a_i \frac{d^i y(t)}{dt^n} \rightarrow a_i \lambda^{(i)}$ ***dobija se***

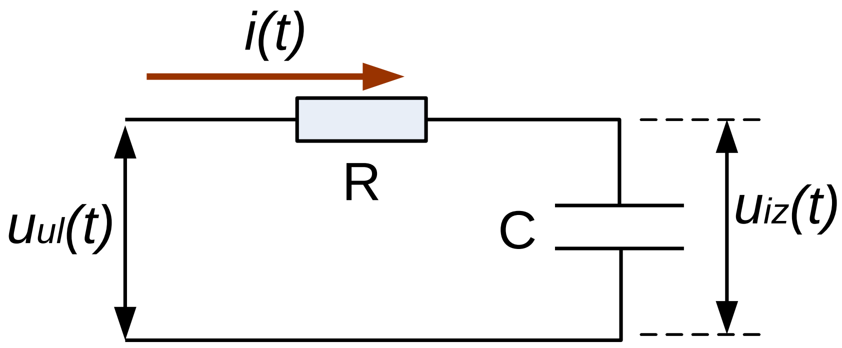
$a_n\lambda^n+ \ldots +a_2\lambda^2 +a_1 \lambda +a_0=0$ – ***karakteristična jednačina***

Pretpostavlja se rešenje $y_h(t)= Ke^{\lambda t}$

Postupak dobijanja homogenog i partikularnogređenja je dosta složen

Partikularno rešenje je rezultat pobude na ulazu

Primer1- (LDJ): Električno kolo -RC filter



- Ulazna veličina je napon $u_{ul}(t)$,
- Izlazna veličina $u_{iz}(t)$
- Sistem se matematički može opisati:

$$u_{ul}(t) = Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

$$u_{iz}(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

$$u_{ul}(t) = Ri(t) + \boldsymbol{\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau} \rightarrow u_{ul}(t) = Ri(t) + u_{iz}(t)$$

$$u_{iz}(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau \quad /\frac{d}{dt} \rightarrow u_{iz}'(\mathrm{t}) = \frac{1}{C}\,\mathrm{i(t)} \rightarrow \mathrm{i(t)} = \mathrm{C}u_{iz}'(\mathrm{t})$$

Primer (LDJ): Električni sistem RC filter

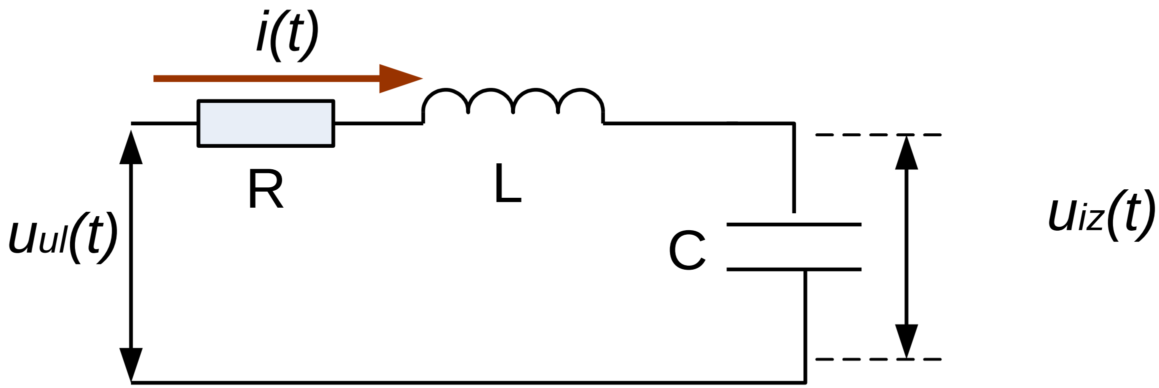
RC$u_{iz}{}'$(t)+$u_{iz}(t)$= $u_{ul}(t)$; (RC=T)

T$\boldsymbol{u_{iz}}{}'$(t)+$\boldsymbol{u_{iz}(t)}$= $\boldsymbol{u_{ul}(t)}$

- Nema početnih uslova, napon na kondezatoru je 0.
- $TsC_1e^{st}+ C_1e^{st}$=0
- Ts+1=0 sledi s= - $\frac{1}{T}$
- $u_{izH}(t)$=$C_1e^{-\frac{t}{T}}$
- ***T*$\boldsymbol{u_{izP}}{}'$*(t)*+$\boldsymbol{u_{izP}(t)}$= $\boldsymbol{u_{ul}(t)}$**
- *T.0+K=1, sledi K=1*
- $\boldsymbol{u_{iz}(t) = 1} + C_1e^{-\frac{t}{T}}$; *za z=0 dledi 0=1+*$C_1$, *sledi* C_1*=-1*
- $\boldsymbol{u_{iz}(t) = 1} - e^{-\frac{t}{T}}$

Primer 2: RLC kolo

- Ulazna veličina je naapon $u_{ul}(t)$,
- Izlazna veličina $u_{iz}(t)$



- Sistem se matematički može opisati:

$$u_{ul}(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

$$u_{iz}(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

Primer 2: RLC kolo

$$u_{ul}(t) = Ri(t) + L\frac{\boldsymbol{di(t)}}{\boldsymbol{dt}} + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

$$u_{iz}(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau$$

$$u_{ul}(t) = Ri(t) + L\frac{\boldsymbol{di(t)}}{\boldsymbol{dt}} + u_{iz}(t)$$

$$u_{iz}(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\,\tau \;\; / \frac{d}{dt}$$

$$u_{iz}'(\mathrm{t}) = \frac{1}{C}\, i(t)$$

$$i(t) = C\, u_{iz}'(\mathrm{t}) \;/\; \frac{d}{dt}$$

$$i'(\mathrm{t}) = C\; u_{iz}''(\mathrm{t})$$

Primer 2: RLC kolo

$u_{ul}(t) = RC\, u_{iz}'(\mathrm{t}) + \mathrm{LC}u_{iz}''(\mathrm{t}) + u_{iz}(t)$

$\mathrm{LC}u_{iz}''(\mathrm{t}) + RC\, u_{iz}'(\mathrm{t}) + u_{iz}(t) = u_{ul}(t)$

$u_{iz}''(\mathrm{t}) + u_{iz}'(\mathrm{t}) + u_{iz}(t) = u_{ul}(t)$

$u_{iz}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2}}(cos\frac{\sqrt{3}}{2}\, t + \frac{\sqrt{3}}{2}\, sin\frac{\sqrt{3}}{2}\, t\ )$

Primer 3: Odrediti rešenje diferencijalne jednačine (odziv sistema)

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t),$$

Početni uslovi $\mathbf{y(0^-) = Y_0}$

Pobuda $\mathbf{x(t)} = \begin{cases} \mathbf{0}, & \boldsymbol{t < 0} \\ \boldsymbol{e^{-bt}}, & \boldsymbol{t \geq 0} \end{cases}$

Rešenje: Odziv sistema se dobija kao zbir homohenog i partikularnog rešenja diferencijalne jednačine:

$$\boldsymbol{y(t) = y_h(t) + y_p(t)}$$

Primer 3: $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t),$

Partikularno rešenje odeđuje se za $t \geq 0$:

$x(t) = e^{-bt}, t \geq 0$

$\boldsymbol{y_p(t)} = \boldsymbol{A}\, e^{-bt}$

$\frac{d\boldsymbol{y_p}(t)}{dt} = \boldsymbol{-bA}\, e^{-bt}$

Zamenom u diferencijalnu jednačinu

$\frac{d\boldsymbol{y_p}(t)}{dt} + a\, y_p(t) = e^{-bt}$

$\boldsymbol{-bA}\, e^{-bt} + a\,\boldsymbol{A}\, e^{-bt} = e^{-bt}$

$\boldsymbol{-bA} + a\,\boldsymbol{A} = 1$

$A = \frac{1}{a-b}$

$\boldsymbol{y_p(t)} = \frac{1}{a-b}\, e^{-bt}$,*za* $t \geq 0$

Primer 3: $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$

$x(t) = e^{-bt}, t \geq 0$

$\boldsymbol{Homogeno\ re\check{s}enje}\ t > 0, x(t) = 0:$

$\frac{dy_h(t)}{dt} + ay_h\,(t) = 0,$

Smena $\frac{dy_h(t)}{dt} = \boldsymbol{\lambda}$

$\boldsymbol{\lambda}+a = 0$ – *Karakteristična jednačina*

$\boldsymbol{\lambda}=-a$

$\boldsymbol{y_h\,(t)=Ke^{\lambda t}=Ke^{-at}}$

Nepoznata konstanta K dobija se iz ukupnog rešenja i početnih uslova

Primer 3: $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$

$\boldsymbol{y(t)} = \boldsymbol{y_h(t)} + \boldsymbol{y_p(t)} = \boldsymbol{K}\, e^{-at} + \frac{1}{a-b} e^{-bt}$

$\boldsymbol{y(0)} = Y_0$

$Y_0 = \boldsymbol{K} + \frac{1}{a-b}$

$\boldsymbol{K} = Y_0 - \frac{1}{a-b}$

$\boldsymbol{y_h(t)} = \left(Y_0 - \frac{1}{a-b}\right) e^{-at}$

Ukupno rešenje za $t > 0$**:**

- $\boldsymbol{y(t)} = \left(Y_0 - \frac{1}{a-b}\right) e^{-at} + \frac{1}{a-b} e^{-bt}$

Primer 3: $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$

Partikularno rešenje za t<0

$y_p(t)$= *0, jer nema pobude za t<0*

Homogeno rešenje za t<0 isto je kao za t>0

$\boldsymbol{y_h\,(t)=Ke^{-at}}$

Nepoznata konstanta K određuje se iz ukupnog rešenja i početnih uslova:

$\boldsymbol{y(t)=y_h(t)+y_p(t)=K\,e^{-at}+0,\ y(0^-)=Y_0}$

$\mathbf{K} = \boldsymbol{Y_0}$

Ukupno rešenje za t<0

$\boldsymbol{y(t)=Y_0\,e^{-at}}$**, za t<0**

Primer 3: $\dfrac{dy(t)}{dt} + ay(t) = x(t)$

ODZIV USLED POČETNIH USLOVA I POBUDE

Homogeni i partikularni deo odziva y(t) iz prethodnog primera možemo pregrupisati i napisati u drugačijem obliku:

$$y(t) = \underbrace{\left(\frac{1}{a-b}\right)e^{-bt}}_{y_p(t)} + \underbrace{\left(Y_0 - \frac{1}{a-b}\right)e^{-at}}_{y_h(t)} \Rightarrow y(t) = \underbrace{Y_0 e^{-at}}_{y_{PU}} + \underbrace{\left(\frac{1}{a-b}\right)e^{-bt}\left(e^{-bt} - e^{-at}\right)}_{y_{PO}}$$

y_{PU} - odziv usled početnih uslova, y_{PO} - odziv usled pobude

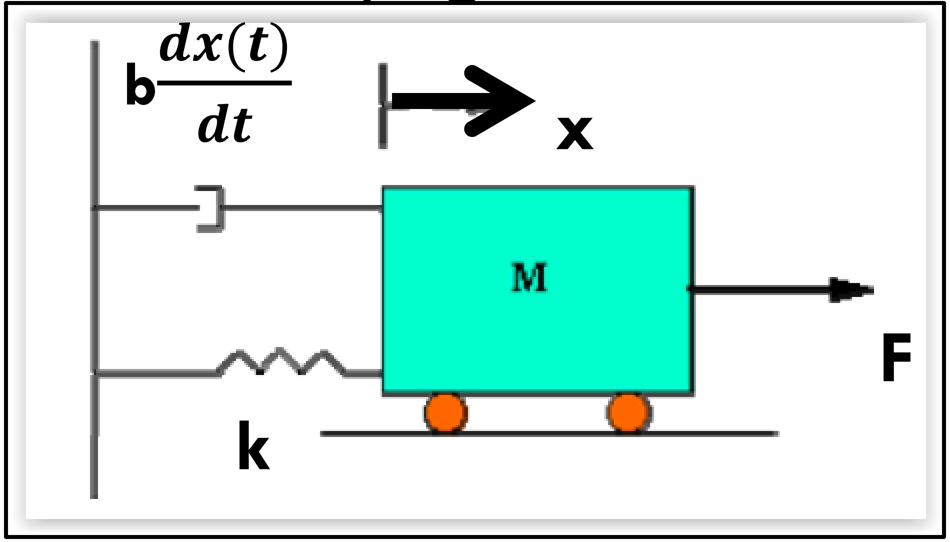
ODZIV = ODZIV USLED POČETNIH USLOVA + ODZIV USLED POBUDE:

Odziv usled početnih uslova	$Y_0 \neq 0, \quad u(t) = 0$	$y_{PU}(t) = Y_0 e^{-at}$

Odziv usled pobude	$u(t) \neq 0, \quad Y_0 = 0$	$y_{PO}(t) = \left(\frac{1}{a-b}\right)e^{-bt}\left(e^{-bt} - e^{-at}\right)$

Mehanički translatorni sistem

- Ovaj sistem čine masa ***M***, opruga sa koeficijentom krutosti ***k*** i viskozna prigušnica sa koeficijentom trenja ***b***



- Promenjiva ***x*** označava pređeni put
- Pod dejstvom sile ***F*** može se napisati DJ sistema:

$$\mathbf{M}\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \mathbf{b}\frac{dx(t)}{dt} + \mathbf{kx(t)} = \mathbf{F(t)}$$

LAPLASOVE TRANSFORMACIJE

PREDMET: SIGNALI I SISTEMI

Linearni vremenski invarijanti (LTI) sistemi

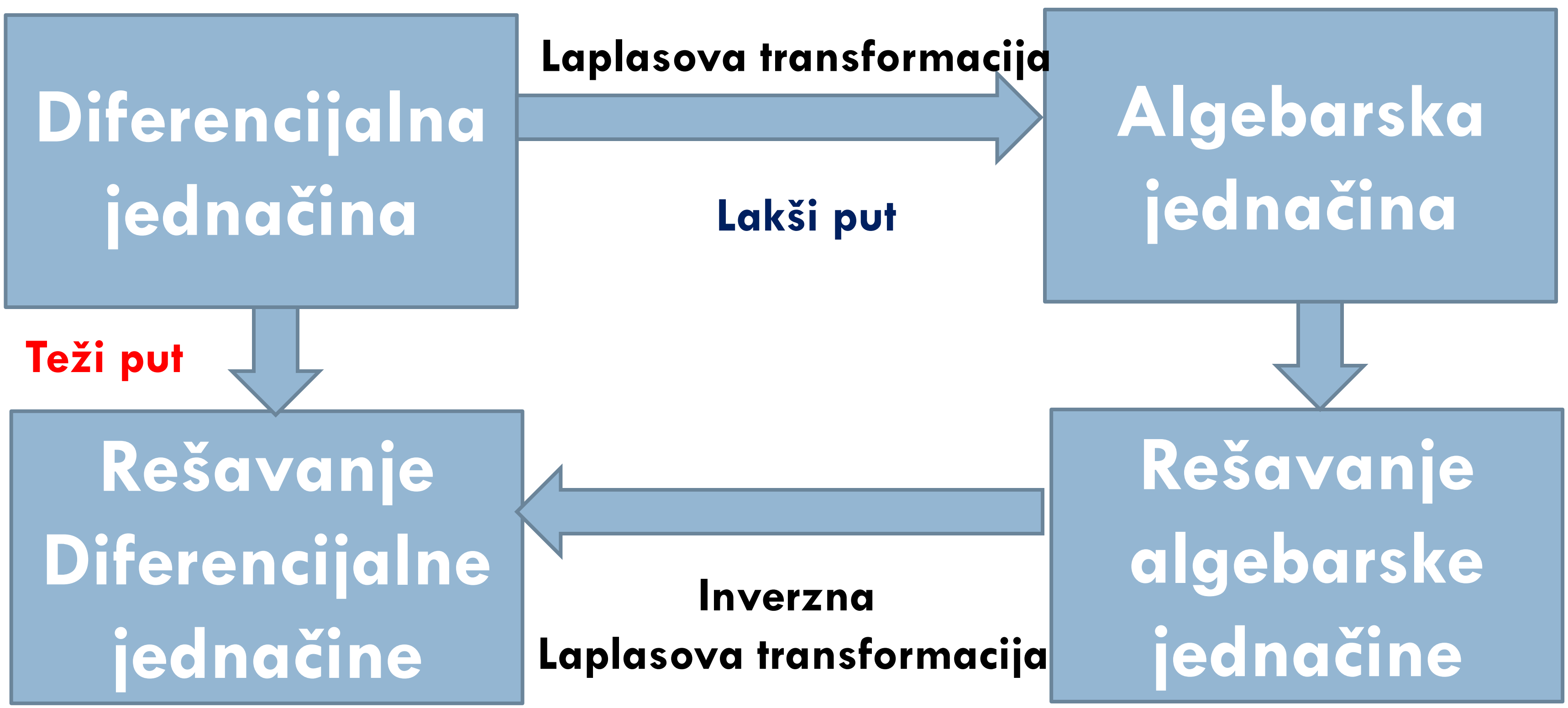
- U opštem slučaju LTI sistem se može modelovati običnom diferencijalnom jednačinom *n*-tog reda sa konstantnim koeficijentima:

$$\boldsymbol{a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x}$$

- U gornjoj jednačini $\boldsymbol{y(t)}$ predstavlja izlaz, a $\boldsymbol{x(t)}$ ulaz sistema.
- Sa desne strane jednačine mogu figurisati izvodi ulaznog signala do *m*-tog reda, pri čemu, za kauzalan sistem važi da je $\boldsymbol{m \leq n}$.
- Ponašanje sistema je u potpunosti određeno vrednostima koeficijenata , odnosnoi $\boldsymbol{a_i}$ i $\boldsymbol{b_i}$

Laplasova transformacija

- Operacijama diferenciranja i integraljenja dodeljuju se operatori tako da se diferencijalne jednačine pretvaraju u algebarske jednačine



Laplasova transformacija

- Rešavanje ovih jednačina se pojednostavljuje primenom Laplasove transformacije (*Laplace*).
- Laplasova transformacija funkcije f(t) se definiše na sledeći način:

$$f(t) \rightarrow F(s)$$

- ***f(t) – original funcije*** $\qquad$ $F(s)$ ***– slika funkcije***
- $L\{f(t)\} = F(s)$

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

gde je $s = \sigma \pm j\omega$ kompleksna promenljiva

Funkcija prenosa (TF)

- Funkcija prenosa se definiše kao odnos izlaznog i ulaznog signala, pri nultim početnim uslovima.

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

- Koristeći osobinu izvoda, jednačina se može pretvoriti u s-domen:

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0) X(s)$$

Funkcija prenosa sistema u s-domenu je:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

- $X(s)$ predstavlja Laplasovu transformaciju odstupanja ulaza od njegove vrednosti u stacionarnom stanju,
- $Y(s)$ predstavlja Laplasova transformaciju odstupanja izlaza od njegove vrednosti u stacionarnom stanju.

Funkcija prenosa (TF)

- Ponašanje sistema je u potpunosti određeno vrednostima koeficijenata
- Funkcija prenosa uzima u obzir samo zavisnost ulaz-izlaz i ne pruža nikakvu informaciju o unutrašnjoj strukturi sistema.
- Za sve realne sisteme *m#n*, odnosno stepen polinoma u brojiocu ne može biti veći od stepena polinoma u imeniocu prenosne funkcije.
- Diferencijalna jednačina *n*-tog reda, posle primene Laplasove transformacije svodi na prenosnu funkciju čiji je imenilac polinom *n*-tog stepena.
- Na taj način se red sistema može odrediti direktno na osnovu prenosne funkcije sistema.

Funkcija prenosa (TF)

- Koreni jednačine koja se dobija izjednačavanjem polinoma u imeniocu funkcije prenosa sa nulom određuju **polove** sistema($\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}, \ldots \boldsymbol{p_n}$) :

$$\boldsymbol{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0}$$

Ova jednačina naziva se ***karakteristična jednačina sistema***

- Izjednačavanjem polinoma u brojiocu sa nulom omogućava da se odrede ***nule*** sistema ($\boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \ldots \boldsymbol{z_m}$) :

$$\boldsymbol{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0 = 0}$$

Funkcija prenosa (TF)

- Prenosna funkcija sistema predstavlja odnos dva polinoma po *s* i može se predstaviti faktorizacijom polinoma u brojiocu i imeniocu:

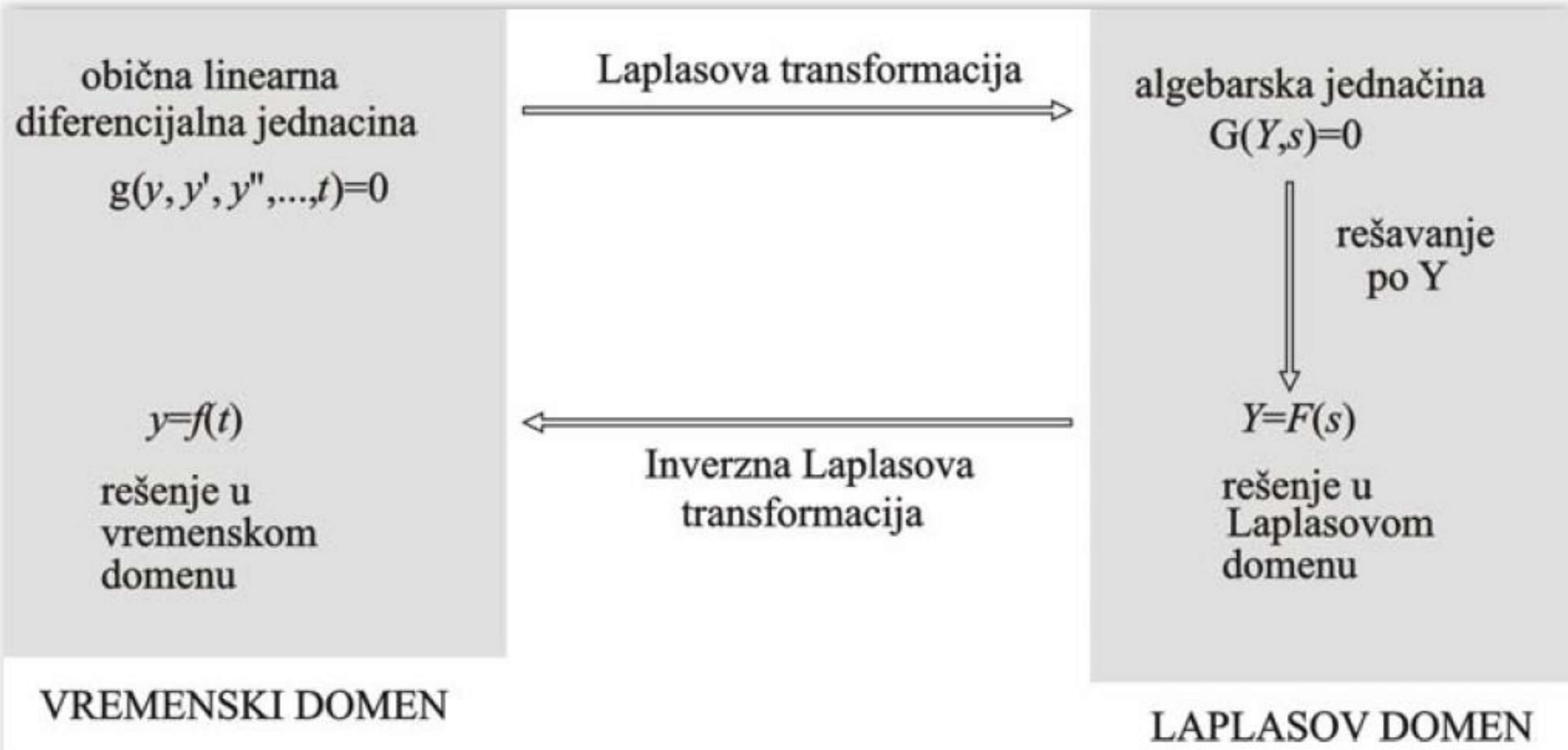
$$\mathbf{G(s)} = \frac{b_m(s-z_1)(s-z_2)\ldots(s-z_m)}{a_n(s-p_1)(s-p_2)(s-p_n)}$$

- Prenosna funkcija predstavlja dinamičku karakteristiku sistema i ne zavisi ni od početnih uslova, ni od oblika ulazne promene.
- Za definisanu ulaznu promenu $x(t)$, odziv sistema se dobija jednostavno, množenjem prenosne funkcije sistema sa Laplasovom transformacijom odstupanja ulaza od stacionarnog stanja, nalaženjem inverzne Laplasove transformacije i dodavanjem vrednosti izlaza u stacionarnom stanju (y_s):

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\,X(s)\} + y_s$$

Inverzna Laplasova transformacija

- Postupak rešavanja običnih linearnih diferencijalnih jednačina pomoću Laplasovih transformacija bi se mogao šematski prikazati slikom



Inverzna Laplasova transformacija

- Inverzna Laplasova transformacija je linearna i definiše se sledećim integralom:
- $\boldsymbol{f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j}} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(s)ds$
- Ova definicija se retko koristi za praktično nalaženje inverzne Laplasove transformacije.
- Najčešće se koristi metod Hevisajdove ekspanzije:
- Funkcija $F(s)$, čiju inverznu Laplasovu transformaciju treba naći, se prikazuje u obliku zbira jednostavnih funkcija čije se inverzne transformacije mogu naći direktno, pregledom tablica Laplasovih transformacija:

$$\boldsymbol{F(s)= F_1(s)+ F_2\,(s)+\ldots+ F_N\,(s)}$$

Inverzna Laplasova transformacija

- Inverzna Laplasova transformacija polazne funkcije $F(s)$ dobija kao zbir inverznih Laplasovih transformacija pojedinih sabiraka u jednačini:

$$\boldsymbol{f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{F_1(s)\} + \mathcal{L}^{-1}\{F_2(s)\} + \ldots + \mathcal{L}^{-1}\{F_N(s)\}}$$

$$\boldsymbol{f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \ldots + = f_N(t)}$$