



Elektrotehnika

Vežbe 9

Kalem sa jezgrom od feromagnetika



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

Na torus pravougaonog poprečnog preseka je gusto i ravnomerno namotano $N=700$ zavoja, kroz koje protiče struja I i stvara magnetno polje indukcije $B=0,8\text{T}$. Jezgro je napravljeno od feromagnetskog materijala, za koje se, za date uslove, kriva magnećenja može linearizovati i smatrati da ima relativnu magnetnu permeabilnost $\mu_r=100$. Pre uspostavljanja struje jezgro torusa je bilo nenamagnetisano. Odrediti ukupan sopstveni fluks, fluks po jednom zavoju, induktivnost torusa i struju kroz namotaj, ako smatramo da je torus tanak. Unutrašnji poluprečnik torusa je $a=20\text{cm}$, spoljašnji poluprečnik je $b=24\text{cm}$, a visina je $h=5\text{cm}$.



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

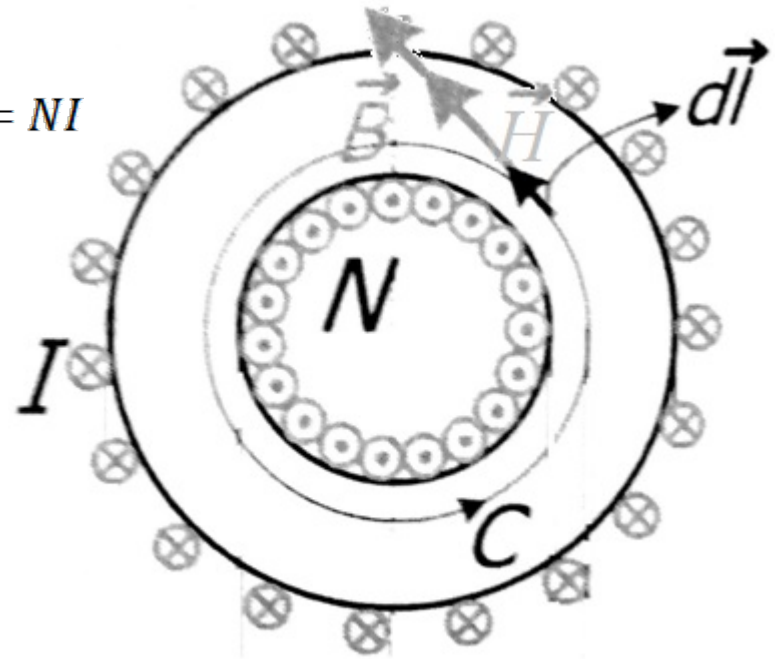
Rešenje: Kako je jezgro torusa od feromagnetika, primenjuje se **uopšteni** Amperov zakon, jer on važi u svim sredinama.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_k I_k \quad \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_C H \cdot dl \cdot \cos(\vec{H}, d\vec{l}) = \oint_C H \cdot dl = NI$$

$$H \oint_C dl = H \cdot 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$





Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

Rešenje: Kako struja počne da teče tako se magnetna indukcija B i jačina magnetnog polja H povećavaju, a veza između ove dve veličine je data **prvobitnom krivom magnećenja**. U ovom zadatku je veza linearna.

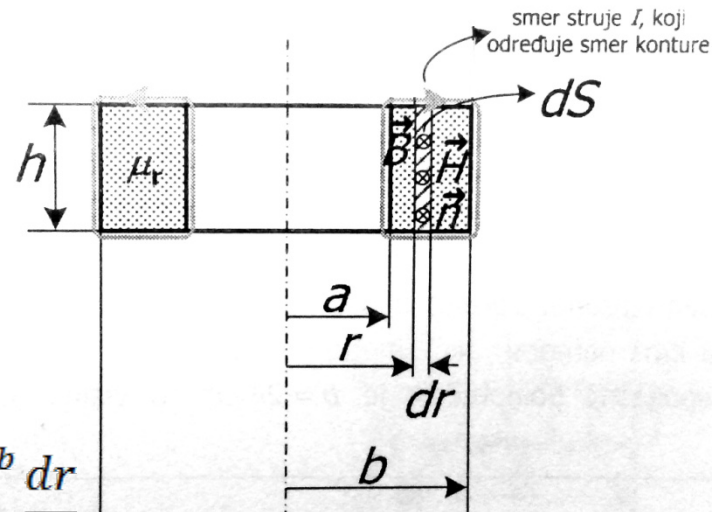
$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{2\pi r}$$

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad dS = h \cdot dr$$

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n})$$

$$\Phi_0 = \int_S B \cdot dS = \int_a^b \frac{\mu_0 \mu_r N I}{2\pi r} \cdot h \cdot dr = \frac{\mu_0 \mu_r N I h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu_0 \mu_r N I h}{2\pi} \ln r \Big|_a^b = \frac{\mu_0 \mu_r N I h}{2\pi} (\ln b - \ln a) = \frac{\mu_0 \mu_r N I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$





Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

Rešenje: Torus ima N zavoja, pa je ukupan sopstveni fluks torusa:

$$\Phi = N \cdot \Phi_0 = N \cdot \frac{\mu_0 \mu_r N I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

Rešenje: Prema postavci zadatka, torus možemo smatrati tankim i tada je vektor magnetne indukcije istog intenziteta po celom poprečnom preseku torusa, a njegov intenzitet se računa na srednjoj liniji torusa.

$$B_{sr} = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l_{sr}} = 0,8 T \quad l_{sr} = 2\pi \frac{a+b}{2} = 44\pi \cdot 10^{-2} m$$

Nepoznata jačina struje je:

$$I = \frac{B_{sr} l_{sr}}{\mu_0 \mu_r N} = 12,57 A$$

Fluks po jednom zavoju je tada:

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{S}) = \int_S B_{sr} \cdot dS \\ &= B_{sr} \int_S dS = B_{sr} \cdot S = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l_{sr}} \cdot S \end{aligned}$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.5

Rešenje:

$$S = h \cdot (b - a) = 20 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$\Phi_0 = B_{sr} \cdot S = 0,8T \cdot 20 \cdot 10^{-4} m^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} Wb$$

Ukupni sopstveni fluks torusa je:

$$\Phi = N \cdot \Phi_0 = 1,12 Wb$$

Induktivnost torusa jednaka je količniku sopstvenog fluksa kroz zavojak i struje kroz namotaj:

$$L = \frac{\Phi}{I} = 89,1 mH$$

Opšti izraz za induktivnost ovog torusa je:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 \mu_r N^2 I}{l_{sr}} \cdot S}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2}{l_{sr}} \cdot S$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.6

Na tanak torus kružnog poprečnog preseka, poluprečnika r , ravnomerno i gusto je namotan provodnik dužine l_p . Može se smatrati da materijal od kog je načinjen torus ima relativnu magnetnu permeabilnost $\mu_r=1200$. Dužina srednje linije torusa $l_{sr}=80\text{cm}$, a induktivnost je $L=2\text{H}$. Odrediti dužinu namotanog provodnika.

Rešenje:

Pošto je jezgro od feromagnetnog materijala primenjujemo uopšteni Amperov zakon na kružnicu C.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_C H \cdot dl \cdot \cos(\vec{H}, d\vec{l}) = \oint_C H \cdot dl = H \cdot 2\pi R$$
$$= NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi R} \text{ jačina magnetnog polja unutar torusa}$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.6

Rešenje:

Jezgro torusa je bilo nenamagnetisano pre uspostavljanja struje kroz namotaj, pa je, prilikom uspostavljanja struje, veza između magnetne indukcije B i jačine magnetnog polja H data prvobitnom krivom magnećenja, koja se za date uslove može linearizovati.

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{2\pi R}$$

Pošto je torus tanak smatra se da je magnetno polje homogeno raspoređeno po porečnom preseku torusa, odnosno da je magnetna indukcija istog intenziteta po celom poprečnom preseku:

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{S}) = \int_S B_{sr} \cdot dS \\ &= B_{sr} \int_S dS = B_{sr} \cdot S\end{aligned}$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.6

Rešenje:

S je površina kružnog poprečnog preseka:

$$S = r^2 \pi$$

B_{sr} je magnetna indukcija na srednjoj liniji torusa:

$$B_{sr} = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l_{sr}}$$

Pošto torus ima N navojaka ukupan fluks je:

$$\Phi = N \cdot \Phi_0 = N \cdot B_{sr} \cdot S = N \cdot \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l_{sr}} \cdot S = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I}{l_{sr}} \cdot S$$

Induktivnost ovog torusa je:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 \mu_r N^2 I}{l_{sr}} \cdot S}{I} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2}{l_{sr}} \cdot S$$



Kalem sa jezgrom od feromagnetika

Zadatak III.1.5.6

Rešenje:

Provodnik koji je namotan na torus je dužine l_p i možemo smatrati da se sastoji od N prstenova poluprečnika r , pa je obim pojedinačnog prstena $2\pi r$, a ukupna dužina provodnika je:

$$l_p = N \cdot 2\pi r$$

odakle je:

$$N = \frac{l_p}{2\pi r}$$

Zamenom dobijamo:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2}{l_{sr}} \cdot S = \frac{\mu_0 \mu_r \left(\frac{l_p}{2\pi r}\right)^2}{l_{sr}} \cdot r^2 \pi = \frac{\mu_0 \mu_r l_p^2}{l_{sr} \cdot 4\pi}$$

$$l_p = \sqrt{\frac{L \cdot l_{sr} \cdot 4\pi}{\mu_0 \mu_r}} = 115,5m$$