



Elektrotehnika

Vežbe 8

Amperov zakon

Fluks vektora magnetne indukcije

Kalem



Amperov zakon

Zadatak III.1.3.4

Dva beskonačna pravolinijska provodnika postavljena su paralelno jedan drugom na rastojanju $d=10\text{cm}$, u vazduhu. Kroz prvi provodnik protiče stalna struja jačine $I_1=3\text{A}$, a kroz drugi provodnik protiče stalna struja jačine $I_2=4\text{A}$. Odrediti tačke u prostoru u kojima je vektor magnetne indukcije jednak nuli i to u slučaju:

- a) da su struje u provodnicima istog smera
- b) da su struje u provodnicima suprotnog smera



Amperov zakon

Zadatak III.1.3.4

Rešenje: a)

Ukoliko su struje u provodnicima istog smera

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{01} + \vec{B}_{02} = 0 \rightarrow B_{01} = B_{02}$$

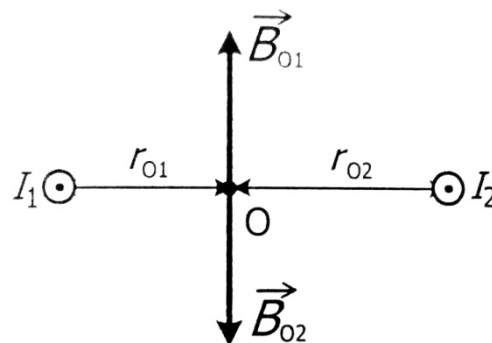
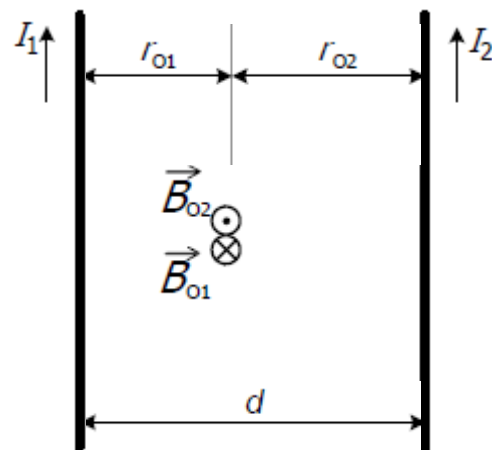
$$B_{01} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_{01}} \quad B_{02} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_{02}}$$

$$r_{01} + r_{02} = d$$

$$r_{02} I_1 = r_{01} I_2 = (d - r_{01}) I_1$$

$$r_{01} = \frac{I_1}{I_1 + I_2} d = \frac{3A}{7A} 10cm = 4,3cm$$

$$r_{02} = d - r_{01} = 5,7cm$$





Amperov zakon

Zadatak III.1.3.4

Rešenje: b) Ako su struje u provodnicima suprotnog smera

$$\vec{B}_P = \vec{B}_{P1} + \vec{B}_{P2} = 0 \rightarrow B_{P1} = B_{P2}$$

$$B_{P1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_{P1}} \quad B_{P2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_{P2}}$$

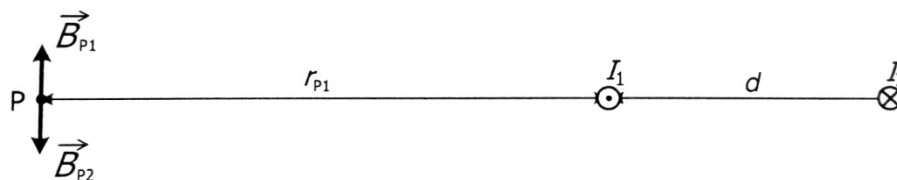
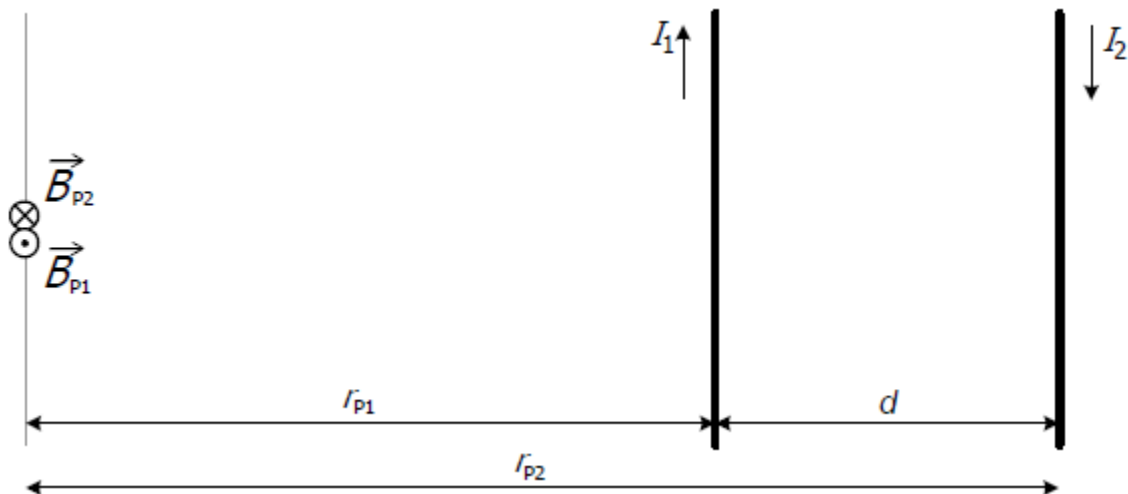
$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_{P1}} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_{P2}}$$

$$r_{P2} = d + r_{P1}$$

$$(r_{P1} + d)I_1 = r_{P1}I_2$$

$$r_{P1} = \frac{I_1}{I_2 - I_1} d = \frac{3A}{1A} 10cm = 30cm$$

$$r_{P2} = d + r_{P1} = 40cm$$





Fluks vektora magnetne indukcije

Zadatak III.1.4.1

Pravougaona kontura stranica $a=2\text{cm}$ i $b=5\text{cm}$, nalazi se u homogenom magnetnom polju indukcije $B=0,5\text{T}$ i postavljena je:

- a) normalno na linije polja
- b) pod uglom $\alpha=\pi/6$ u odnosu na linije polja.

Odrediti magnetni fluks kroz konturu.



Teorema superpozicije

Zadatak III.1.4.1

Rešenje: a)

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

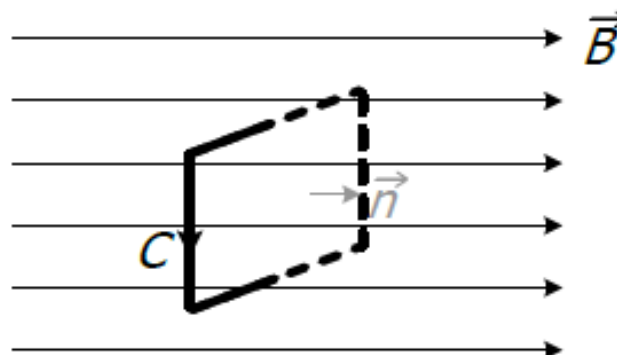
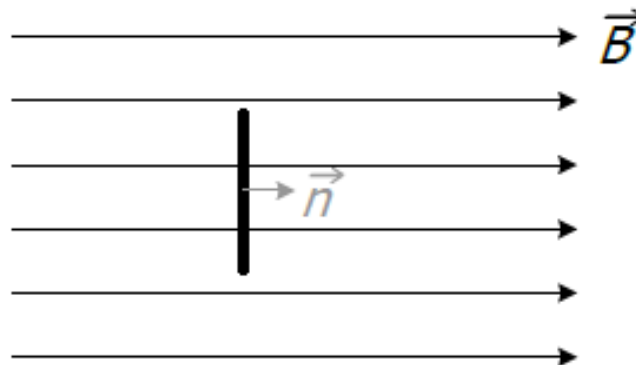
$$d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$$

$$\Phi = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n}) = \int_S B \cdot dS$$

kako je polje homogeno

$$\Phi = B \int_S dS$$

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot a \cdot b = 5 \cdot 10^{-4} \text{Wb}$$





Teorema superpozicije

Zadatak III.1.4.1

Rešenje: b)

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

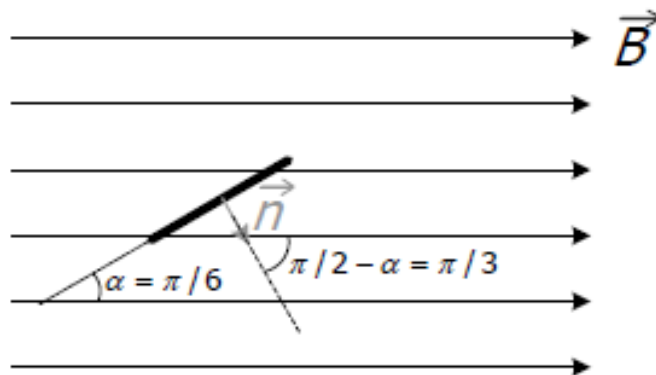
$$d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n})$$

$$\Phi = \int_S B \cdot dS \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \int_S B \cdot dS \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} B \int_S dS = \frac{1}{2} B \cdot S = \frac{1}{2} B \cdot a \cdot b$$

$$\Phi = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$



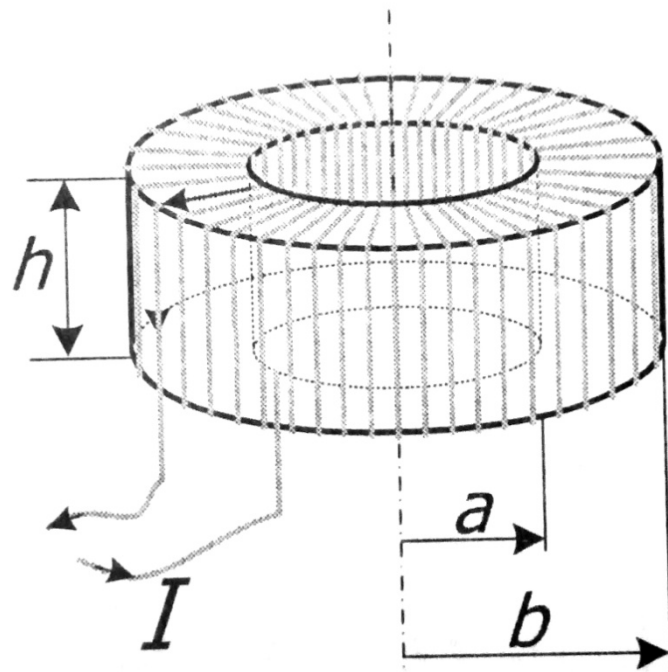


Kalem

Zadatak III.1.5.1

Torusni namotaj sa slike se sastoji od $N=1000$ gusto i ravnomerno motanih zavoja, kroz koje protiče struja jačine $I=2,5\text{A}$. Unutrašnji poluprečnik torusa je $a=2\text{cm}$, spoljašnji poluprečnik $b=5\text{cm}$, a visina je 5cm .

- Odrediti kako se menja magnetna indukcija unutar torusnog namotaja.
- Izračunati intenzitet vektora magnetne indukcije u sledećim tačkama: tački koja se nalazi na unutrašnjoj strani torusa, tački koja se nalazi na srednjoj liniji torusa i tački koja se nalazi na spoljašnjoj liniji torusa.
- Odrediti induktivnost torusnog namotaja, prema tačnoj formuli i u slučaju da ga možemo smatrati tankim.



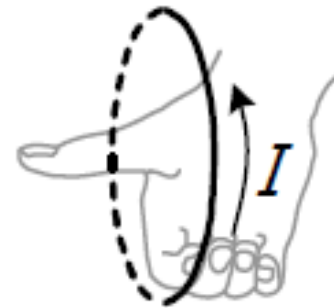
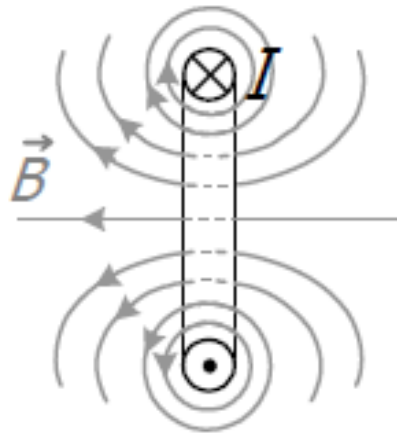


Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: a)

Zavoјke u torusu aproksimiramo prstenovima kroz koje protiče struja I , pa na osnovu toga pravilom desne ruke odredimo pravac i smer vektora magnetne indukcije.





Kalem

Zadatak III.1.5.1

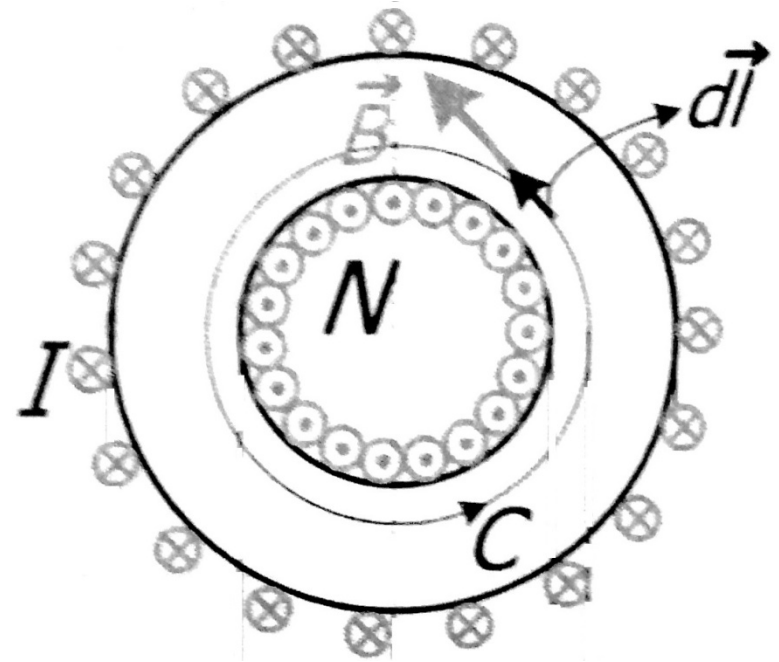
Rešenje: a)

Izaberemo jednu kružnicu (konturu C) koja se poklapa sa jednom linijom vektora B, poluprečnika r, orijentišemo je proizvoljno i primenimo na nju Amperov zakon.

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_K I_K$$

Imaćemo N struja obuhvaćenih konturom C, čiji je smer povezan pravilom desne ruke sa konturom C, pa će im predznak biti pozitivan.

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 N I$$





Kalem

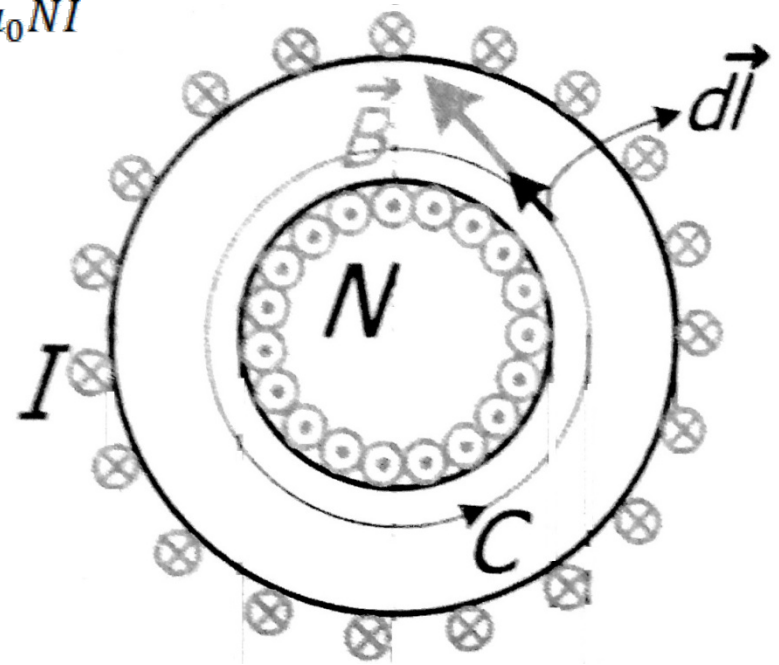
Zadatak III.1.5.1

Rešenje: a) $d\vec{l}$ je elementarni deo konture C , i njegov vektor je usmeren kao kontura C , pa su vektori $\vec{B}$ i $d\vec{l}$ u svakoj tački konture istog pravca i smera, pa je ugao između njih uvek jednak nuli.

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B \cdot dl \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_C B \cdot dl = \mu_0 NI$$

$$B \oint_C dl = B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$





Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: b) Tačka koja se nalazi na unutrašnjoj strani torusa, A, nalazi se na kružnici poluprečnika $r_a = a = 2\text{ m}$

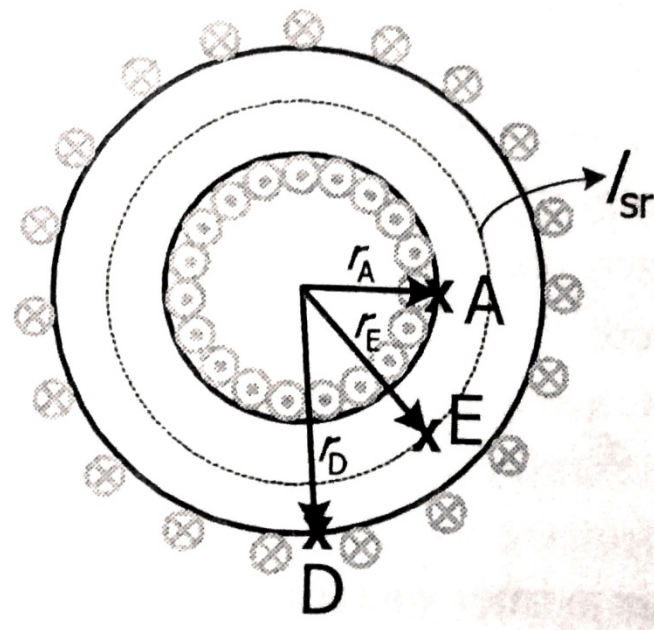
$$B_A = \frac{\mu_0 N I}{2\pi a} = 0,0167\text{T} = 16,7\text{mT}$$

Na spoljašnjoj strani torusa označimo tačku D koja se nalazi na kružnici poluprečnika $r_D = b = 5\text{cm}$. Magnetna indukcija u toj tački je:

$$B_D = \frac{\mu_0 N I}{2\pi b} = 0,01\text{T} = 10\text{mT}$$

Srednja linija torusa: $r_E = \frac{a+b}{2} = 4\text{cm}$

$$B_E = B_{SR} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi \frac{a+b}{2}} = 0,0125\text{T} = 12,5\text{mT}$$





Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: c) Kada kroz namotaj torusa teče struja, ona stvara magnetno polje unutar torusa. Magnetni fluks kroz jedan zavojak torusa je:

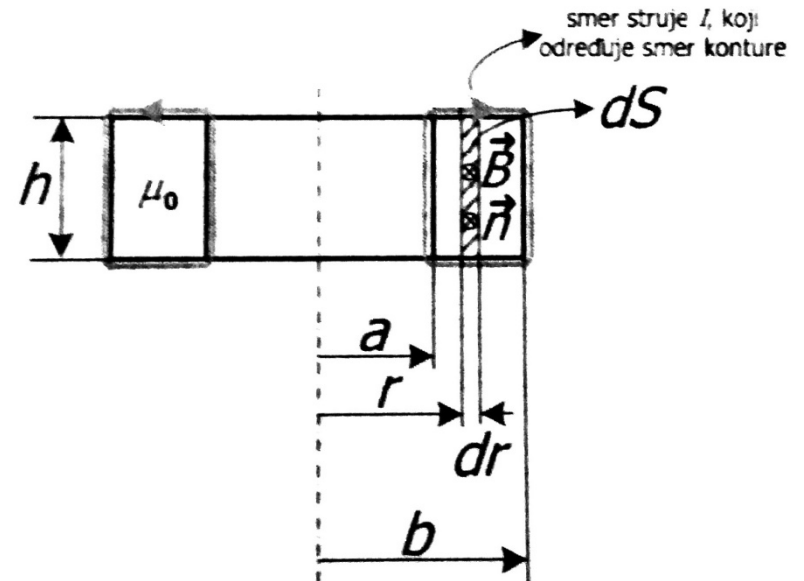
$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$dS = h \cdot dr$$

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

$$\Phi_0 = \int_S B \cdot dS$$

Sopstveni fluks je uvek pozitivan





Kalem

Zadatak III.1.5.1

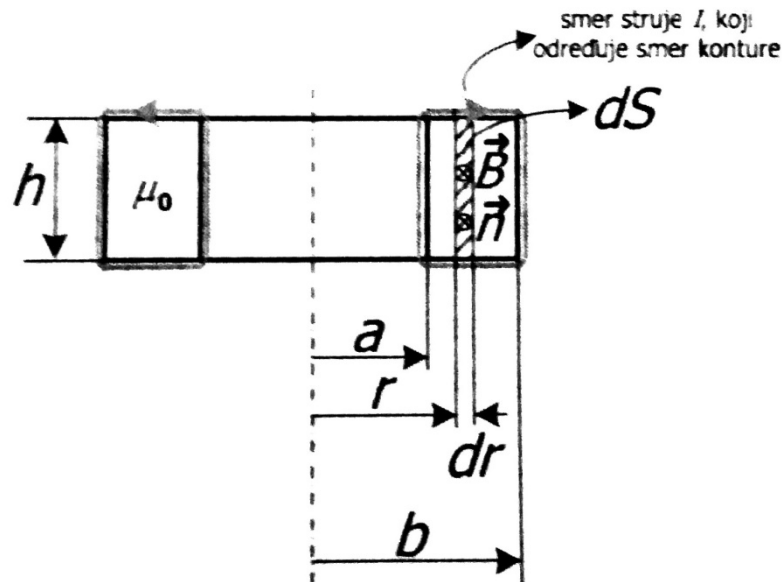
Rešenje: c) pošto B nije konstantno u izraz $\Phi_0 = \int_S B \cdot dS$ ubacujemo:

$$\Phi_0 = \int_a^b B \cdot dS = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \cdot h \cdot dr$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln(r) \Big|_a^b$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln(b) - \ln(a)$$

$$\Phi_0 = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$





Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: c) $\Phi_0 = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ je fluks jednog zavojka

Ukupan fluks N zavojaka je:

$$\Phi = N\Phi_0 = \frac{N\mu_0 N I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\mu_0 N^2 I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Induktivnost torusa jednaka je količniku sopstvenog fluksa kroz zavojak i struje kroz namotaj:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Zamenom brojnih vrednosti zadatih u zadatku dobijamo:

$$L = 4,1mH$$



Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: c) Torus se može smatrati tankim ako su dimenzije poprečnog preseka mnogo manje od dužine srednje linije, odnosno da je za torus pravougaonog poprečnog preseka $b - a \ll 2\pi \frac{a+b}{2}$.

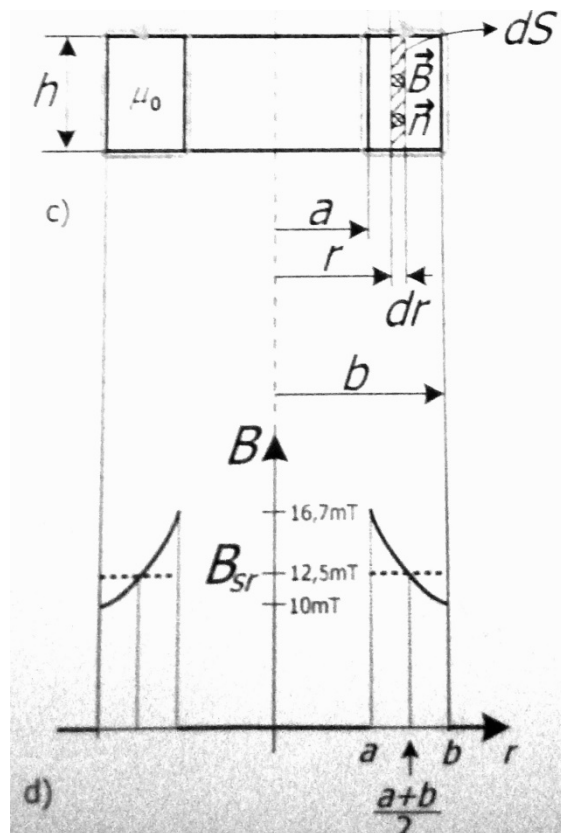
U ovom slučaju je $B = \text{const} = B_{SR}$

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

$$\Phi_0 = \int_S B_{SR} \cdot dS = B_{SR} \int_S dS = B_{SR} \cdot S$$

$$\Phi = N \cdot \Phi_0 = \frac{\mu_0 N^2 I}{l_{SR}} \cdot S$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2}{l_{SR}} \cdot S$$





Kalem

Zadatak III.1.5.1

Rešenje: c)

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2}{l_{SR}} \cdot S$$

$$S = h \cdot (b - a) \quad l_{SR} = 2\pi \cdot \frac{a+b}{2}$$

$$L = 4mH$$