



Elektrotehnika

Vežbe 11

Naizmenične struje



Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.2.1 U kalemu induktivnosti $L = 10 \text{ mH}$, zanemarljive električne otpornosti, uspostavljena je prostoperiodična struja efektivne vrednosti $I = 5\sqrt{2} \text{ mA}$, kružne učestanosti $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\psi = \frac{\pi}{3}$.

- a) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost struje kroz kalem.
- b) Odrediti napon između krajeva kalema.
- c) Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona i struje kroz kalem.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.1

Rešenje: a)

Opšti izraz za trenutnu vrednost struje je:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

Na osnovu efektivne
vrednosti struje:

$$I_m = I\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ mA} \cdot \sqrt{2} = 10 \text{ mA}$$

Zamenom se dobija: $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 10 \sin\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ mA}$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.1

Rešenje: b)

Napon na kalemu je:

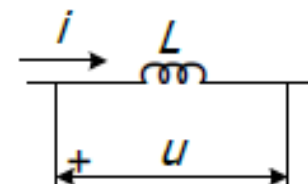
$$u(t) = \omega L \cdot I_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

Nalaženje amplitude:

$$U_m = \omega L \cdot I_m$$

$$X_L = \omega L = 10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 100 \, \Omega$$

$$U_m = \omega L \cdot I_m = 100 \, \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 1 \text{ V}$$



Nalaženje faze:

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \psi + \varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

Konačan izraz:

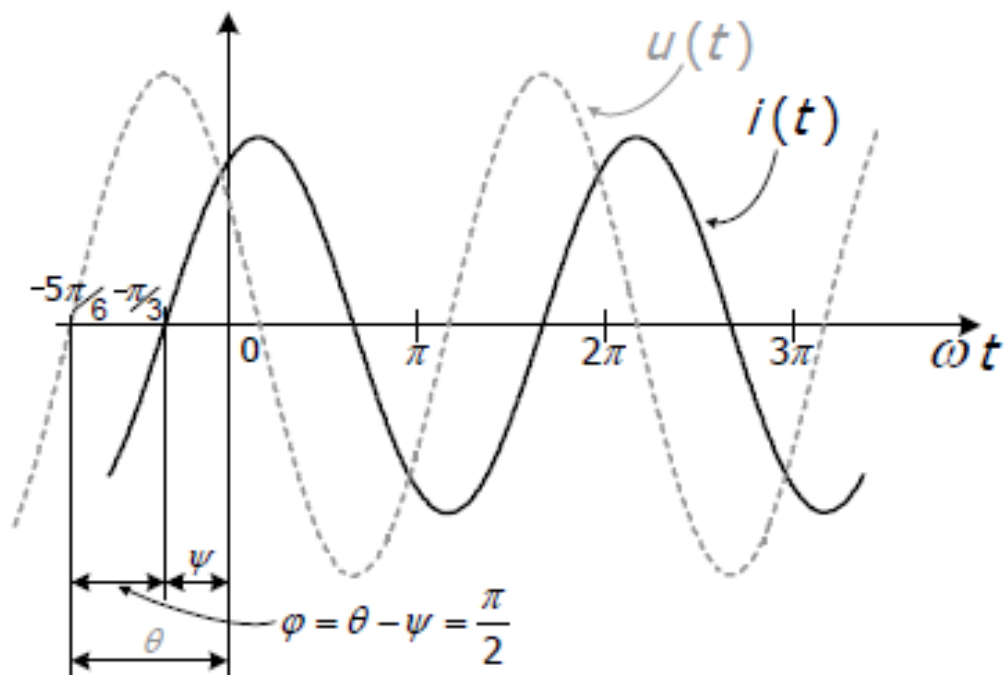
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 1 \sin\left(10^4 t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ V}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.1

Rešenje: c)





Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.2.2 Napon na kalem se menja po zakonu $u(t) = 5 \sin(500t - \frac{\pi}{2})$ V. Pri tome je reaktansa kalema $X_L = 50 \Omega$.

- a) Odrediti induktivnost kalema.
- b) Odrediti zakon po kom se menja struja kroz kalem.
- c) Odrediti učestanost promene napona, odnosno struje.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.2

Rešenje: a)

Trenutna vrednost napona je:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 5 \sin\left(500t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$$

Pa je kružna učestanost:

$$\omega = 500 \text{ s}^{-1}$$

Induktivnost kalema je:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{50 \Omega}{500 \text{ s}^{-1}} = 0,1 \text{ H}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.2

Rešenje: b)

Iz amplitude napona koja može da se odredi iz sledećeg izraza

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 5 \sin\left(500t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$$

i iznosi $U_m = 5 \text{ V}$ određujemo amplitudu struje kroz kalem:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{5 \text{ V}}{50 \Omega} = 0,1 \text{ A}$$

Na osnovu početne faze napona određujemo fazu struje:

$$\psi = \theta - \varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\pi$$

Konačan izraz koji opisuje promenu struje kroz kalem je:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 0,1 \sin(500t - \pi) \text{ A}$$



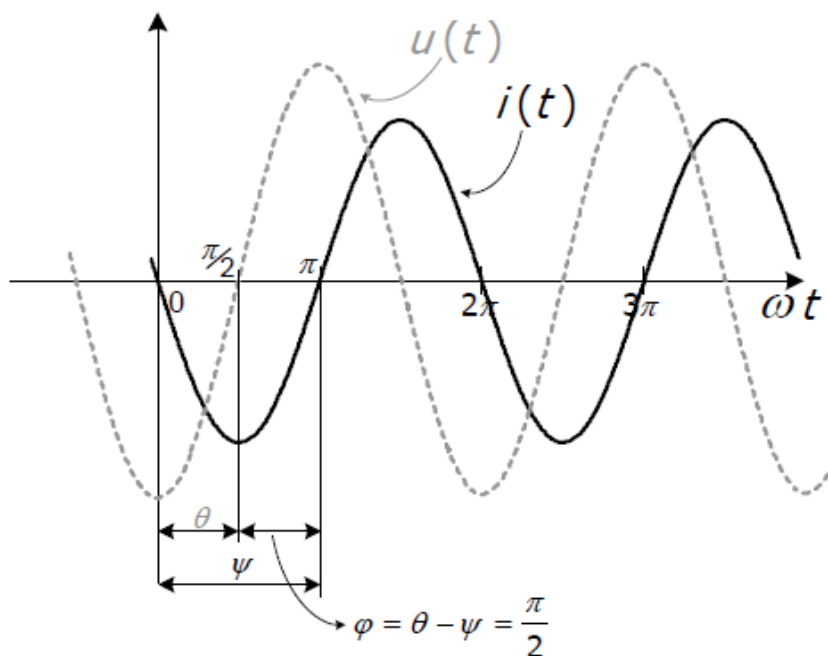
Naizmenične struje

Zadatak IV.1.2.2

Rešenje: c)

Učestanost promene napona i struje je ista:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{500 \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 79,6 \text{ Hz}$$





Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.3.1 Između elektroda kondenzatora kapacitivnosti $C = 100 \text{ nF}$ napon je prostoperiodičan efektivne vrednosti $U = 1,2 \text{ V}$, kružne učestanosti $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\theta = \frac{\pi}{4}$.

- a) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost napona na kondenzatoru.
- b) Odrediti zakon po kom se menja struja u priključnim provodnicima kondenzatora.
- c) Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona na kondenzatoru i struje u priključnim provodnicima kondenzatora.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.3.1

Rešenje: a)

Opšti izraz po kome se menja trenutna vrednost napona je:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

Na osnovu efektivne vrednosti odredimo amplitudu napona:

$$U_m = U \sqrt{2} = 1,2 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 1,7 \text{ V}$$

Zamenom ostalih parametara iz zadatka dobijamo konačan izraz:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 1,7 \sin\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.3.1

Rešenje: b)

Struja kroz kondenzator je: $i(t) = \omega C \cdot U_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin(\omega t + \psi)$

Um/Xc (with an arrow pointing to the circled $\omega C \cdot U_m$ term)

Odredimo amplitudu:

$$I_m = \omega C \cdot U_m$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^5 \text{ s}^{-1} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ H}} = 100 \, \Omega$$

$$I_m = \omega C \cdot U_m = \frac{1}{100 \, \Omega} \cdot 1,7 \text{ V} = 17 \text{ mA}$$

Odredimo fazu:

$$\varphi = \theta - \psi = -\frac{\pi}{2} \quad \psi = \theta - \varphi = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$

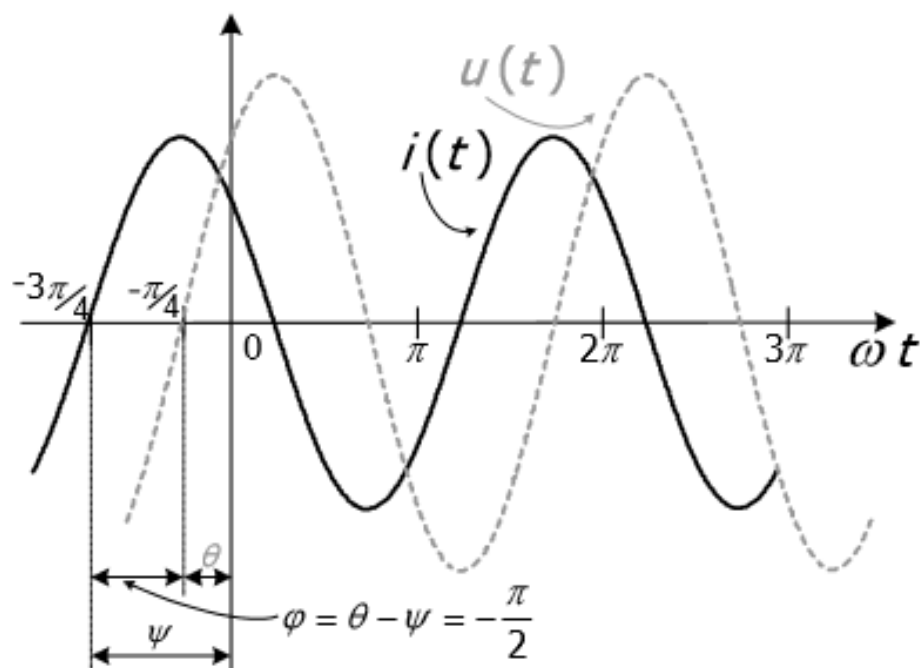
Konačan izraz je: $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 17 \sin\left(10^5 t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ mA}$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.3.1

Rešenje: c)





Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.3.2 Amplituda struje u priključnim provodnicima kondenzatora kapacitivnosti $C = 0,5 \mu\text{F}$ je $I_m = 0,01 \text{ A}$, frekvencija je $f = 50 \text{ Hz}$ i početna faza je $\psi = -\frac{\pi}{3}$. Odrediti zakon po kom se menja napon na kondenzatoru. Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona na kondenzatoru i struje u priključnim provodnicima kondenzatora.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.3.2

Rešenje:

Kružna učestanost je:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 100\pi \text{ rad} = 314 \text{ rad}$$

Reaktansa kondenzatora je:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 6,4 \text{ k}\Omega$$

Amplituda napona na kondenzatoru je:

$$U_m = I_m \cdot \frac{1}{\omega C} = 0,01 \text{ A} \cdot 6,4 \cdot 10^3 \Omega = 64 \text{ V}.$$

Početna faza napona je:

$$\theta = \psi + \varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{6}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.3.2

Rešenje:

