



Elektrotehnika

Vežbe 2

Elektrostatički potencijal

Kondenzatori



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.3.

Odrediti potencijal tačke koja se nalazi na rastojanju $r_1 = 0,2\text{m}$ od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ i na rastojanju $r_2 = 0,4\text{m}$ od tačkastog naelektrisanja $Q_2 = -6 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ u odnosu na referentnu tačku u beskonačnosti.

Rešenje:

Primenjujemo princip superpozicije na elektrostatički potencijal.

Elektrostatički potencijal je **skalarna** veličina pa se ukupan potencijal u nekoj tački dobija kao **algebarski** zbir **svih** potencijala koje u toj tački stvaraju pojedina naelektrisanja.

$$V = V_1 + V_2$$



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.3.

Rešenje:

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-11} C}{0,2m} = 1,8V$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-11} C}{0,4m} = -1,35V$$

$$V = V_1 + V_2 = 1,8V + (-1,35V) = 0,45V$$



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.4.

Tri tačkasta naelektrisanja, $Q_A = 10 \text{ pC}$, $Q_B = -10 \text{ pC}$ i $Q_C = 10 \text{ pC}$, nalaze se u vakuumu u temenima jednakostraničnog trougla stranice $a = \sqrt{3} \text{ m}$. Odrediti potencijal u centru (težištu) trougla.

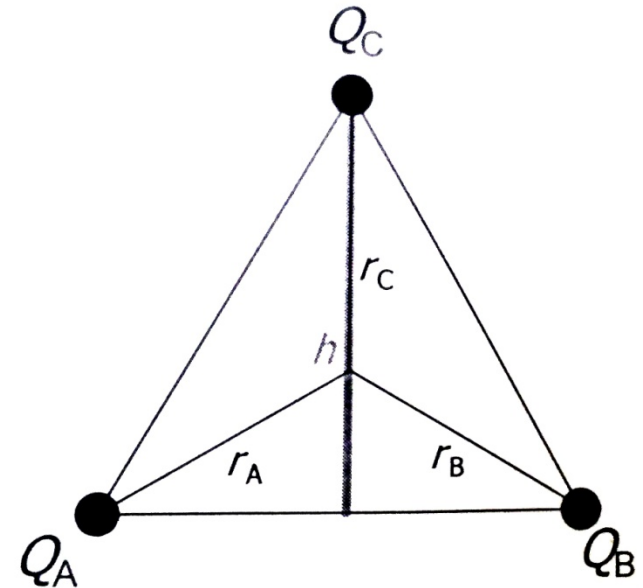
Rešenje:

skica naelektrisanja

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$r_A = r_B = r_C = \frac{2}{3}h$$

$$r_A = r_B = r_C = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3} \text{ m} \sqrt{3}}{3} = \frac{3 \text{ m}}{3} = 1 \text{ m}$$





Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.4.

Rešenje:

$$V_A = k \frac{Q_A}{r_A} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = 0,09V$$

$$V_B = k \frac{Q_B}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = -0,09V$$

$$V_C = k \frac{Q_C}{r_C} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = 0,09V$$

$$V = V_A + V_B + V_C = 0,09V + (-0,09V) + 0,09V = 0,09V$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Dve jednake metalne ploče naelektrisane su jednakim količinama naelektrisanja suprotnog znaka, $Q=8\text{pC}$. Ploče su postavljene paralelno jedna drugoj u vazduhu, na međusobnom rastojanju $d=2\text{mm}$. Površina ploča je $S=20\text{cm}^2$.

- a) Nacrtati grafik zavisnosti električnog polja u zavisnosti od rastojanja od pozitivne elektrode.
- b) Odrediti napon između ploča.
- c) Odrediti kapacitivnost kondenzatora
- d) Odrediti energiju kondenzatora



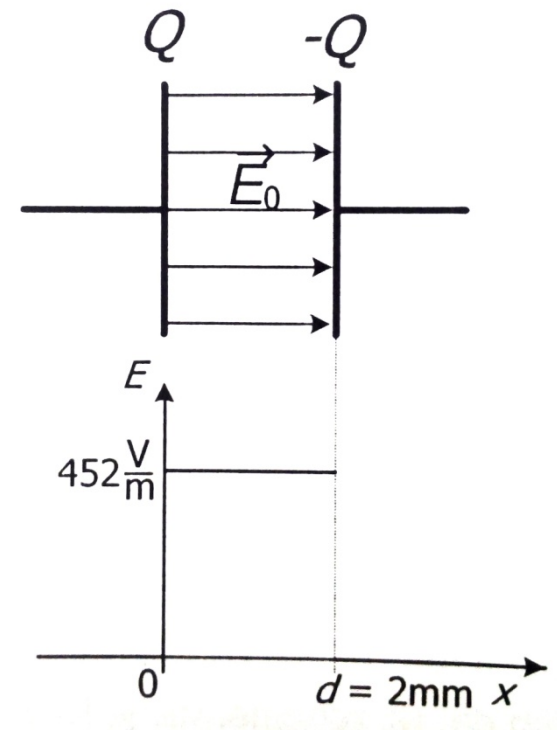
Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: a)

Ove dve metalne ploče, sa vazduhom između njih, čine vazdušni pločasti kondenzator što znači da električno polje postoji samo unutar kondenzatora. Intenzitet tog polja je:

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{8 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 452 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: b)

Napon između ploča kondenzatora je:

$$U = E_0 \cdot d = 452 \frac{V}{m} \cdot 2 \cdot 10^{-3} m = 0,904 V$$

Rešenje: c)

Kapacitivnost možemo izračunati na 2 načina:

I način:
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8 \cdot 10^{-12} C}{0,904 V} = 8,85 pF$$

II način:
$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-4} m^2}{2 \cdot 10^{-3} m} = 8,85 pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: d)

Energija kondenzatora je:

$$W_e = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-12} \text{C} \cdot 0,904 \text{V} = 3,616 \cdot 10^{-12} \text{J}$$

$$W_e = 3,616 \text{pJ}$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.4.

Energija pločastog kondenzatora je $W_e = 5 \text{ pJ}$. Kondenzator je priključen na napon $U = 5 \text{ V}$. Rastojanje između ploča kondenzatora je $d = 2 \text{ cm}$. Odrediti:

- a) Jačinu električnog polja u kondenzatoru;
- b) Količinu naelektrisanja na elektrodama;
- c) Kapacitivnost kondenzatora.

Rešenje: a)

$$U = E \cdot d \rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{5V}{2 \cdot 10^{-2}m} = 250 \frac{V}{m}$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.4.

Rešenje: b) Količina naelektrisanja na elektrodama

$$W_e = \frac{1}{2} Q \cdot U \rightarrow Q = \frac{2W_e}{U} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-12} J}{5V} = 2pC$$

Rešenje: c) Kapacitivnost kondenzatora

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2 \cdot 10^{-12} C}{5V} = 0,4 \cdot 10^{-12} F = 0,4pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

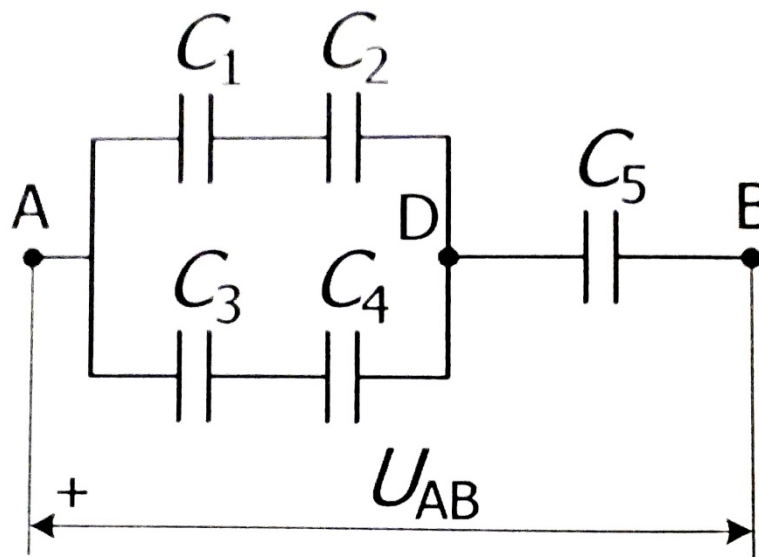
Veza kondenzatora prikazana na slici priključena je na napon $U_{AB}=80V$.

Kapacitivnosti kondenzatora su: $C_1 = 15 \text{ pF}$, $C_2 = 30 \text{ pF}$, $C_3 = 30 \text{ pF}$, $C_4 = 60 \text{ pF}$, $C_5 = 10 \text{ pF}$.

a) Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost veze C_e .

b) Izračunati napon U_5 na kondenzatoru C_5 .

c) Izračunati energiju W_{e2} kondenzatora C_2 .





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

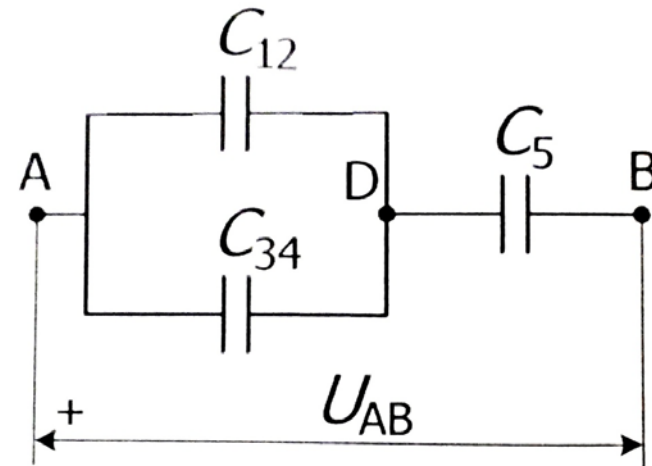
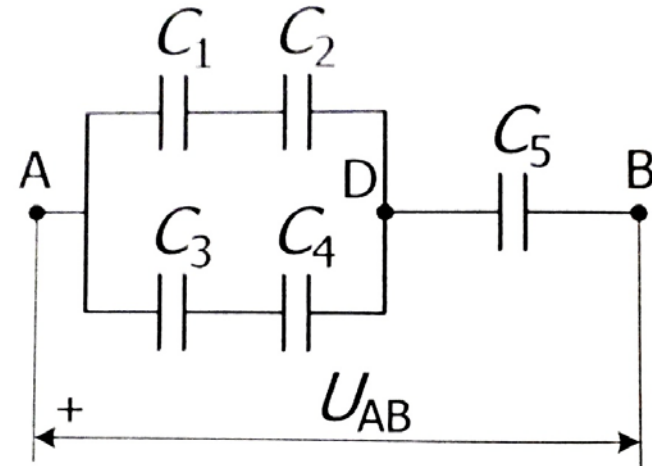
Rešenje: a) I korak

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{15pF \cdot 30pF}{15pF + 30pF} = 10pF$$

$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{30pF \cdot 60pF}{30pF + 60pF} = 20pF$$

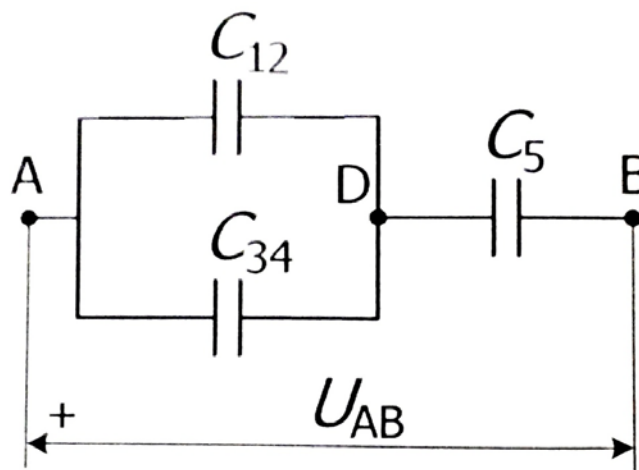




Elektrostatika-Kondenzatori

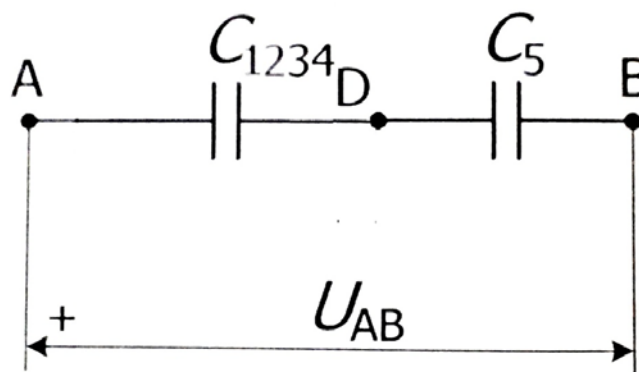
Zadatak I.7.10.

Rešenje: a) II korak



$$C_{1234} = C_{12} + C_{34}$$

$$C_{1234} = 10pF + 20pF = 30pF$$

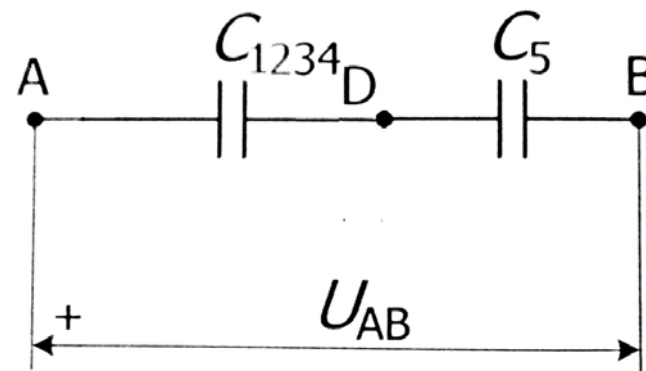




Elektrostatika-Kondenzatori

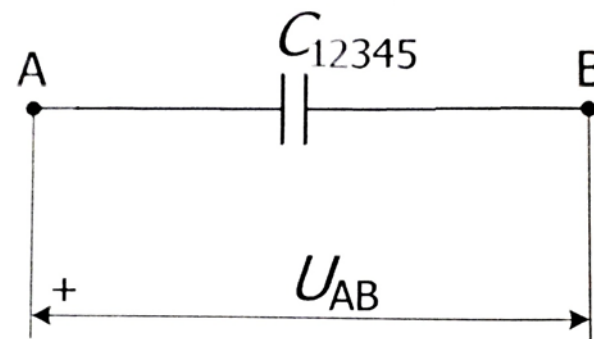
Zadatak I.7.10.

Rešenje: a) III korak



$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_{12345}} = \frac{1}{C_{1234}} + \frac{1}{C_5}$$

$$C_e = C_{12345} = \frac{C_{1234} C_5}{C_{1234} + C_5} = \frac{30pF \cdot 10pF}{30pF + 10pF} = 7,5pF$$





Elektrostatika-Kondenzatori

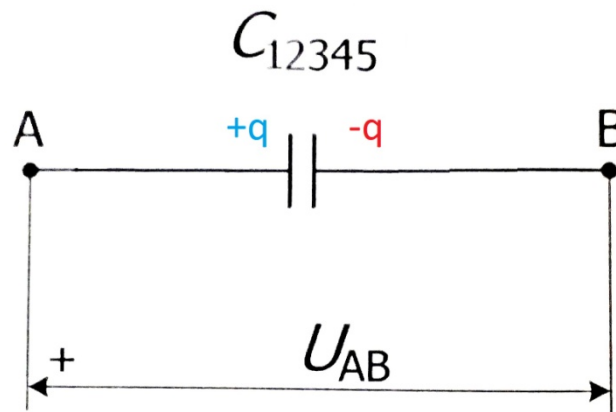
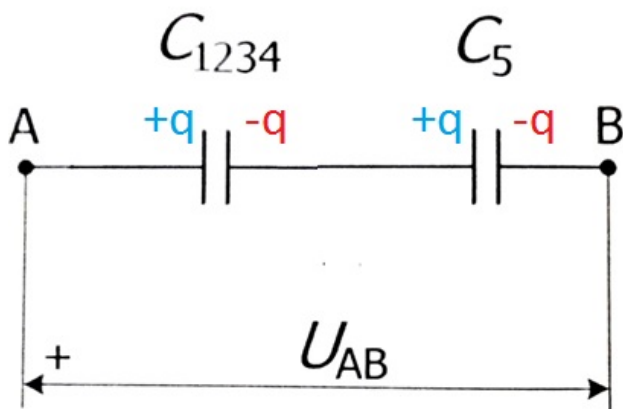
Zadatak I.7.10.

Rešenje: b) Izračunati napon U_5 na kondenzatoru C_5

Izračunali smo C_e , znamo U_{AB} pa odatle možemo izračunati količinu naelektrisanja Q_e

$$Q_e = U_{AB} \cdot C_e = 80V \cdot 7,5 \cdot 10^{-12}F = 600pC$$

Pošto rednu vezu C_e čine C_{1234} i C_5 , količina nelektrisanja na ova dva kondenzatora je takođe Q_e





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: b)

$$Q_5 = Q_{1234} = Q_e = 600pC$$

$$U_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{600 \cdot 10^{-12}C}{10 \cdot 10^{-12}F} = 60V$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: c) Izračunati energiju W_{e2} kondenzatora C_2

I korak: Da bi izračunali energiju na C_2 , pored kapacitivnosti koja nam je data u zadatku, potrebna nam je količina naelektrisanja Q_2 .

$$W_{e2} = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

II korak: Kao što smo videli u prethodnom primeru, Q_2 je ista kao i Q_{12} .

III korak: Da bi izračunali Q_{12} potrebno nam je U_{12} odnosno U_{AD} .

$$U_{AD} = U_{AB} - U_{DB} = 80V - 60V = 20V$$

$$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = U_{AD} \cdot C_{12} = 20V \cdot 10 \cdot 10^{-12}F = 200pC$$

$$W_{e2} = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{(200 \cdot 10^{-12})^2}{30 \cdot 10^{-12}F} = 666,7pJ$$

