



Elektrotehnika

Auditorne vežbe 1

Kulonov zakon

Elektrostatičko polje



Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.2.

Dve kuglice poluprečnika **$a = 2 \text{ mm}$** naelektrisane su istim količinama naelektrisanja **Q** . Intenzitet sile koja deluje između njih je **$9 \cdot 10^{-7} \text{ N}$** . Kuglice su na rastojaju **$r = 2 \text{ dm}$** . Odrediti količinu naelektrisanja **Q** kojom su naelektrisane kuglice.

Rešenje:

Kuglice zadatih dimenzija se na rastojanju 2dm mogu smatrati tačkastim naelektrisanjem pa je sila između njih definisana Kulonovim zakonom, a intenzitet sile je:

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$



Elektrostatika-Kulonov zakon

Prema postavci zadatka:

$$Q_1 = Q_2 = Q \rightarrow F = k \frac{Q \cdot Q}{r^2} \rightarrow F = k \frac{Q^2}{r^2}$$

$$F = k \frac{Q^2}{r^2} = 9 \cdot 10^{-7} N$$

Odatle možemo odrediti traženo naelektrisanje koje može biti pozitivno ili negativno, a s obzirom da je sila odbojna, oba naelektrisanja su istog znaka

$$Q = \pm \sqrt{\frac{F \cdot r^2}{k}} = \pm \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-7} N \cdot (2 \cdot 10^{-1} m)^2}{9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}} = \pm \sqrt{4 \cdot 10^{-18} C^2} = \pm 2 \cdot 10^{-9} C$$



Elektrostatika-Kulonov zakon

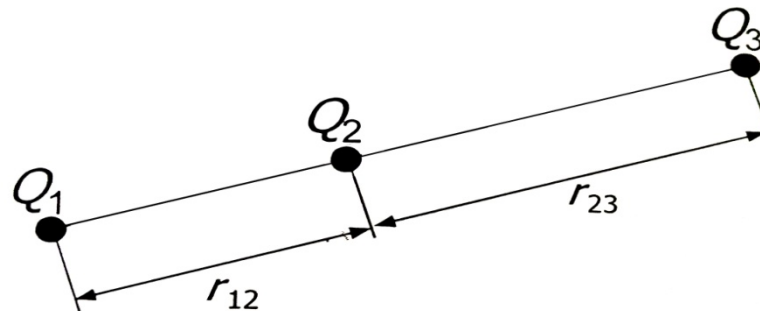
Zadatak I.1.3.

Tri tačkasta naelektrisanja, $Q_1 = 1 \text{ pC}$, $Q_2 = 2 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$, nalaze se u vazduhu na istom pravcu, pri čemu se naelektrisanje Q_2 nalazi između naelektrisanja Q_1 i Q_3 . Rastojanje između naelektrisanja Q_1 i Q_2 je $r_{12} = 2 \text{ cm}$, a rastojanje između naelektrisanja Q_2 i Q_3 je $r_{23} = 3 \text{ cm}$.

- Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_2 .
- Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_3 .

Rešenje:

skica naelektrisanja





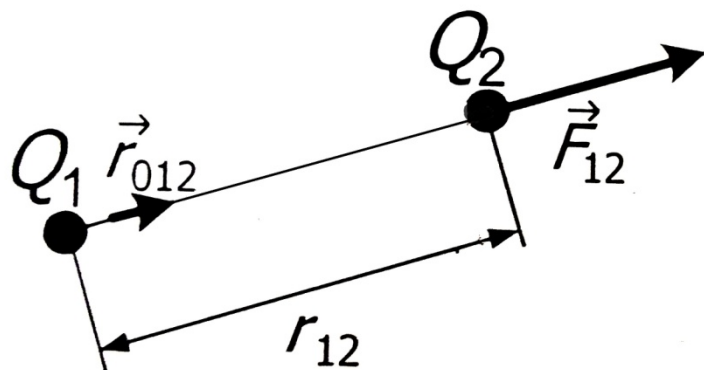
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) I korak

Posmatramo samo Q_1 i Q_2 , kao da ne postoji Q_3



$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012}$$

$$\vec{F}_{12} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12} C \cdot 2 \cdot 10^{-12} C}{(2 \cdot 10^{-2} m)^2} \cdot \vec{r}_{012} = \frac{9 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{4} N \cdot \vec{r}_{012} = 4,5 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{012}$$

$$\vec{F}_{12} = 45 pN \cdot \vec{r}_{012}$$



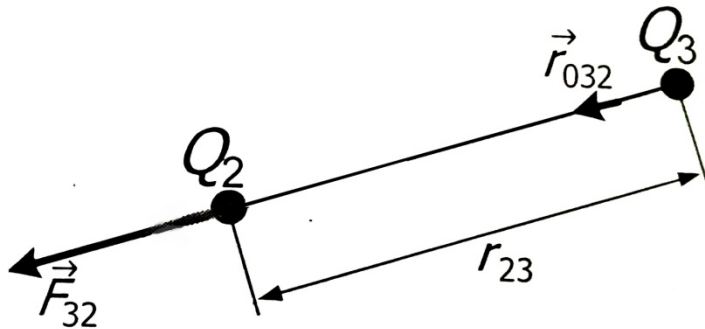
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) II korak

Posmatramo samo Q_2 i Q_3 , kao da ne postoji Q_1



$$\vec{F}_{32} = k \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{032}$$

$$\vec{F}_{32} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12}C \cdot 2 \cdot 10^{-12}C}{(3 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{032} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{9} N \cdot \vec{r}_{032} = 6 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{032}$$

$$\vec{F}_{32} = 60pN \cdot \vec{r}_{032}$$



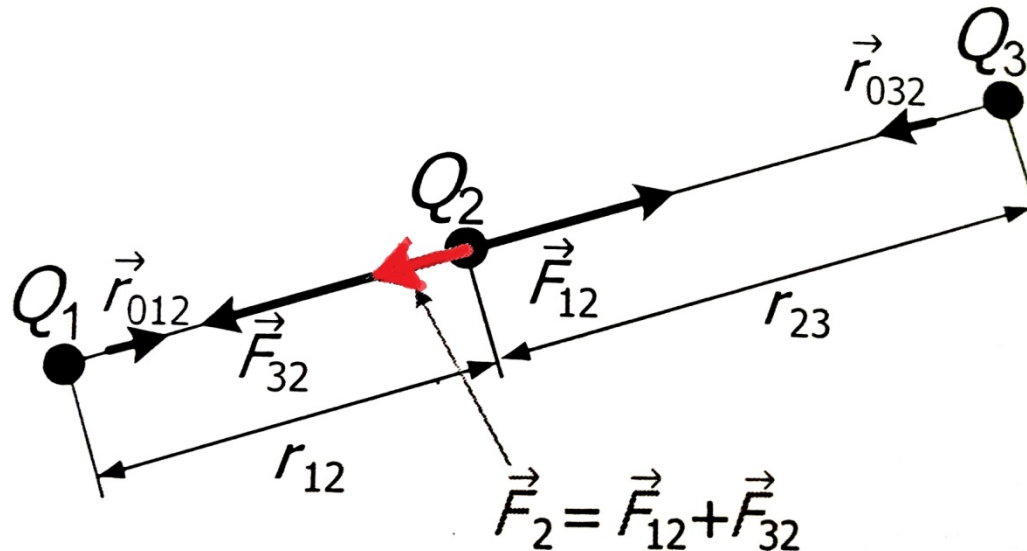
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) III, poslednji, korak

Sabiramo dobijene sile



Prema principu **superpozicije**, **rezultantnu** silu koja deluje na neko telo dobijamo kao **vektorski** zbir svih sila koje deluju na to telo.



Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) III, poslednji, korak

Sabiramo dobijene sile

Ukupnu silu $\overrightarrow{F_2}$ dobijamo kada vektorski saberemo sile $\overrightarrow{F_{12}}$ i $\overrightarrow{F_{32}}$

$$\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot \overrightarrow{r_{012}} + 60pN \cdot \overrightarrow{r_{032}}$$

Kako su jedinični vektori $\overrightarrow{r_{012}}$ i $\overrightarrow{r_{032}}$ jednaki, samo suprotnog smera, biće:

$$\overrightarrow{r_{012}} = -\overrightarrow{r_{032}}$$

$$\text{Pa je: } \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot (-\overrightarrow{r_{032}}) + 60pN \cdot \overrightarrow{r_{032}} = (-45pN + 60pN) \cdot \overrightarrow{r_{032}} = 15pN \cdot \overrightarrow{r_{032}}$$

$$\text{Ili ako zamenimo } \overrightarrow{r_{032}} = -\overrightarrow{r_{012}}$$

$$\text{Dobijamo: } \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot \overrightarrow{r_{012}} + 60pN \cdot (-\overrightarrow{r_{012}}) = (45pN - 60pN) \cdot \overrightarrow{r_{012}} = -15pN \cdot \overrightarrow{r_{012}}$$

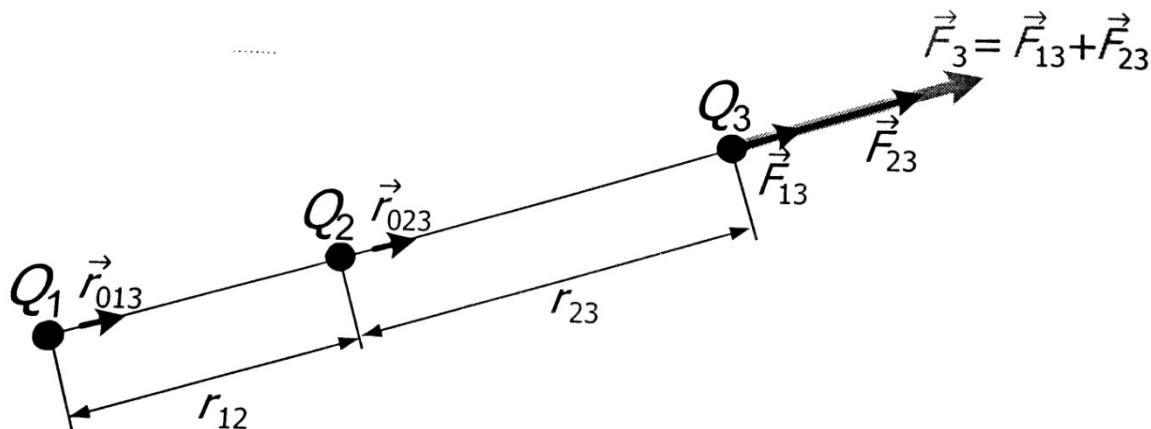


Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

b)



$$\vec{F}_{13} = k \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{13}^2} \cdot \vec{r}_{013}$$

$$\vec{F}_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12}C \cdot 3 \cdot 10^{-12}C}{(5 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{013} = \frac{9 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{9-12-12+4}}{25} N \cdot \vec{r}_{013}$$

$$\vec{F}_{13} = 1,08 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{013} = 10,8 pN \cdot \vec{r}_{013}$$



Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

b)

$$\vec{F}_{23} = k \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{023}$$

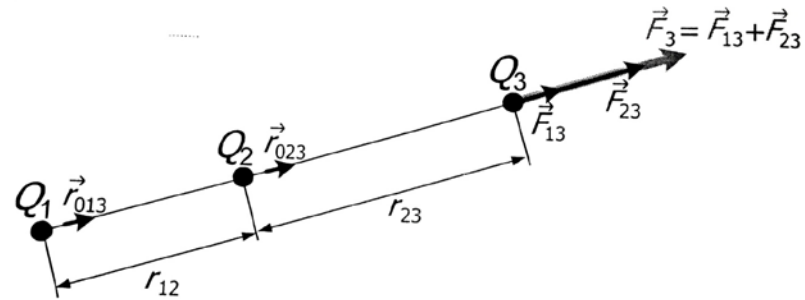
$$\vec{F}_{23} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12}C \cdot 2 \cdot 10^{-12}C}{(3 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{023} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{9} N \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_{23} = 6 \cdot 10^{-11}N \cdot \vec{r}_{023} = 60pN \cdot \vec{r}_{023}$$

primenom principa superpozicije dobijamo:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 10,8pN \cdot \vec{r}_{013} + 60pN \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_2 = 10,8pN \cdot \vec{r}_{013} + 60pN \cdot \vec{r}_{013} = 70,8pN \cdot \vec{r}_{013}$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.1

- a) Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja na rastojanju $r = 0.2$ m od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11}$ C.
- b) Ako se u tačku na rastojanju $r = 0.2$ m od tačkastog naelektrisanja Q_1 postavi tačkasto naelektrisanje $Q_2 = 6 \cdot 10^{-11}$ C odrediti silu (njen intenzitet, pravac i smer) koja deluje na naelektrisanje Q_2 ?
- c) Odrediti silu koja bi delovala na tačkasto naelektrisanje $Q_3 = - 6 \cdot 10^{-11}$ C postavljeno u istu tačku.
- d) Uraditi isti zadatak pod a), b) i c) ako je $Q_1 = - 4 \cdot 10^{-11}$ C.

Rešenje:

Vektor jačine elektrostatičkog polja koje oko sebe stvara tačkasto naelektrisanje Q , na rastojanju r , u vazduhu, jednak je:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r_0} \quad , \text{ gde je } \vec{r_0} \text{ jedinični vektor uvek usmeren OD naelektrisanja } Q$$



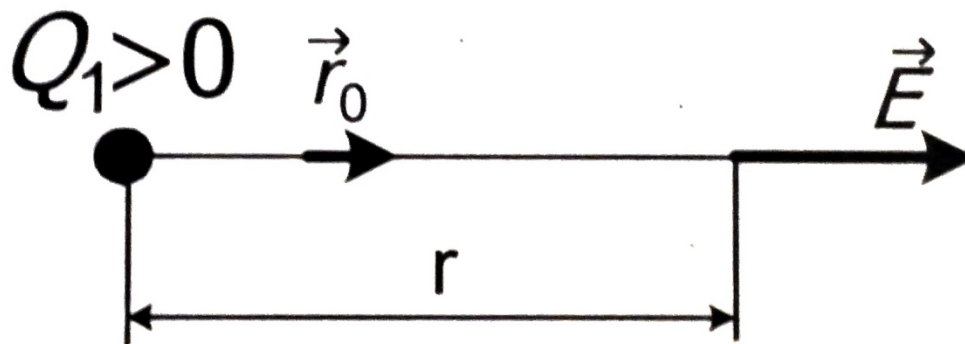
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.1

Rešenje:

a) Zamenom brojnih vrednosti dobijamo:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-11}C}{(0,2m)^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^{9-11+2} \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_0 = 9 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_0$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

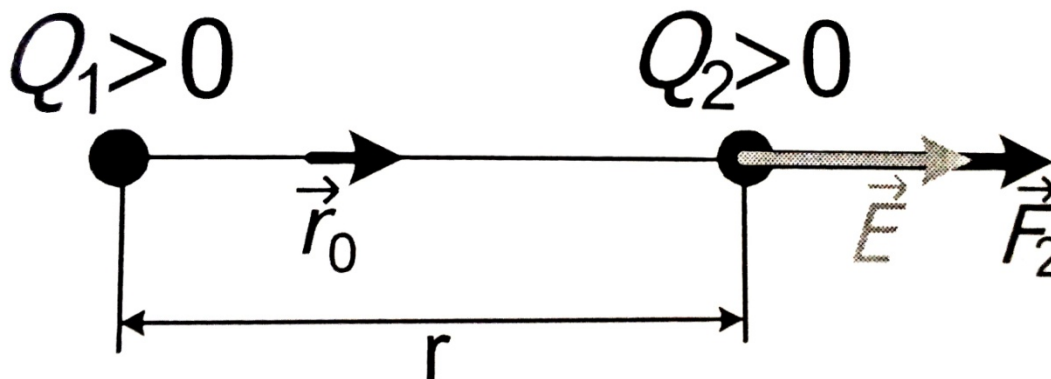
Zadatak I.2.1

Rešenje:

b) Sila koja deluje na tačkasto naelektrisanje postavljeno u blizini drugog naelektrisanja može da se izračuna primenom Kulonovog zakona ili preko vektora jačine električnog polja.

Kako smo pod a) izračunali jačinu polja **BAŠ** u toj tački $r=0,2\text{m}$, silu možemo odrediti:

$$\vec{F}_2 = \vec{E} \cdot Q_2 = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \vec{r}_0 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{C} = 54 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \vec{r}_0$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.2

Koliki je intenzitet sile koja deluje na tačkasto naelektrisanje $Q = 10 \text{ pC}$ koje se nalazi u tački u kojoj je jačina elektrostatičkog polja $E = 3 \text{ N/C}$?

Rešenje:

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q$$

Pa se intenzitet računa kao:

$$F = E \cdot Q = 3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 30 \text{ pN}$$



Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

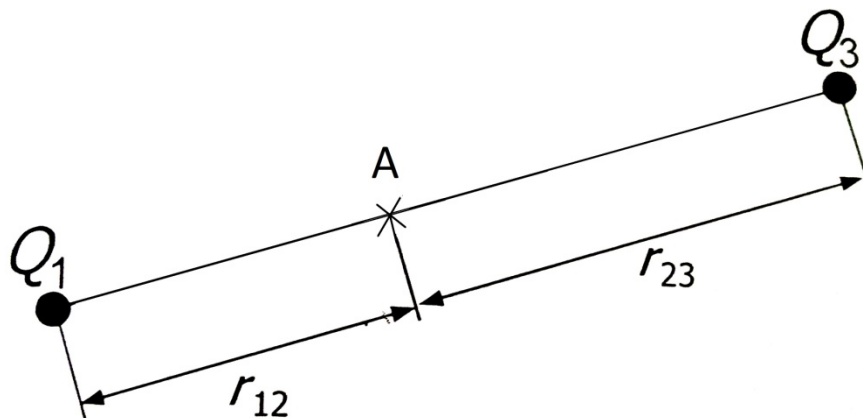
Dva tačkasta naelektrisanja $Q_1 = 1 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$ nalaze se na rastojanju $r_{13} = 5 \text{ cm}$ u vazduhu.

- Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja u tački A koja se nalazi na pravoj između ova dva naelektrisanja, a udaljena je od naelektrisanja Q_1 za $r_{12} = 2 \text{ cm}$.
- Odrediti silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje $Q_2 = 2 \text{ pC}$ koje je postavljeno u tačku A.

Rešenje:

Skica naelektrisanja

$$r_{23} = r_{13} - r_{12}$$





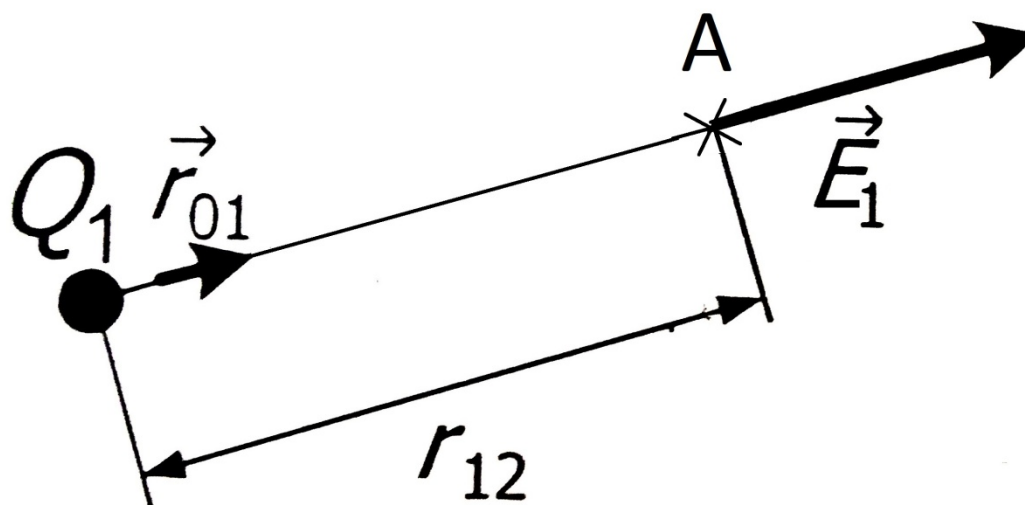
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) I korak

Posmatramo električno polje u tački A koje potiče od naelektrisanja Q_1

$$\vec{E}_1 = k \frac{Q_1}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{01} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12}C}{(2 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{01} = \frac{9 \cdot 10^{9-12}N}{4 \cdot 10^{-4}C} \cdot \vec{r}_{01} = 22,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$





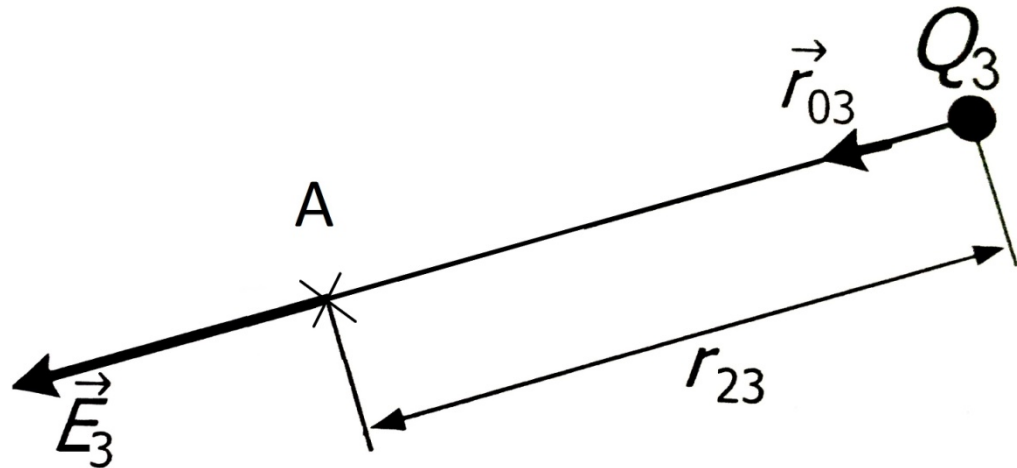
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) II korak

Posmatramo električno polje u tački A koje potiče od naelektrisanja Q_3

$$\vec{E}_3 = k \frac{Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{03} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12} C}{(3 \cdot 10^{-2} m)^2} \cdot \vec{r}_{03} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 10^{9-12} N}{9 \cdot 10^{-4}} \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03}$$





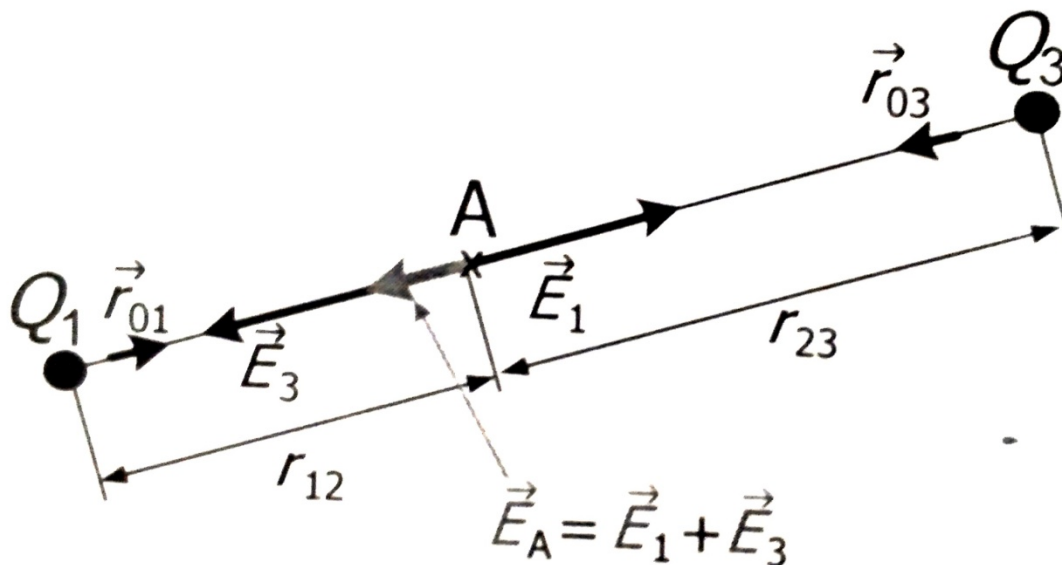
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) III korak

Vektor jačine električnog polja u tački A dobijamo sabiranjem svih vektora električnog polja koji deluju u toj tački

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 = 22,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01} + 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 22,5 \frac{N}{C} \cdot (-\vec{r}_{03}) + 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 7,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03}$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: b)

S obzirom da nam je sada poznat vektor jačine elektrostatičkog polja u tački A, silu koja deluje na naelektrisanje Q_2 postavljeno u baš u TU tačku izračunavamo:

$$\vec{F}_2 = \vec{E}_A \cdot Q_2 = 7,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} \cdot 2 \cdot 10^{-12} C = 15 \cdot 10^{-12} N \cdot \vec{r}_{03} = 15 \cdot pN \cdot \vec{r}_{03}$$

