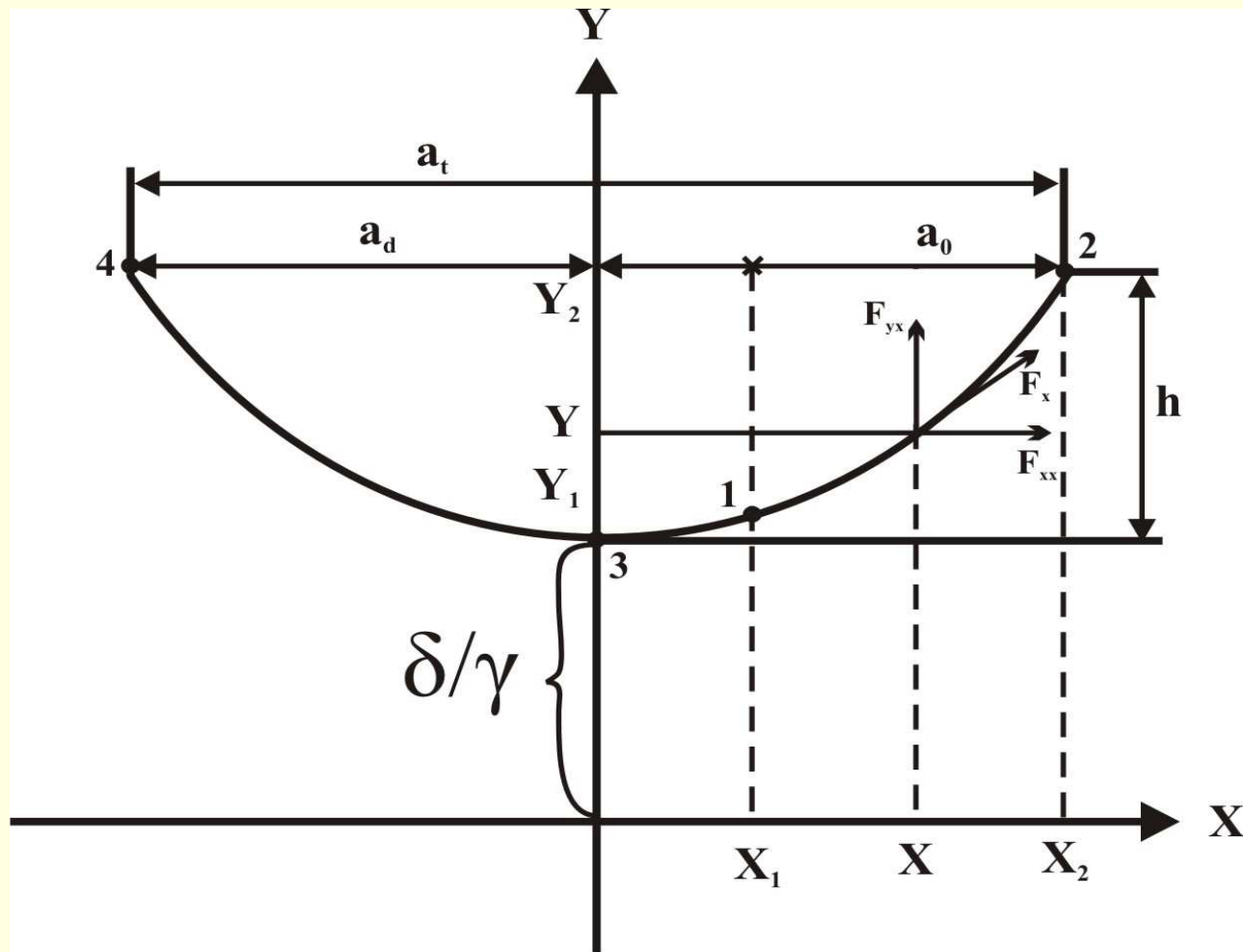


Elementi elektroenergetskih sistema

- Jednačina linije provodnika
 - Dužina linije provodnika
- Ukupno naprezanje i horizontalana komponenta naprezanja
 - Ugib provodnika

2.1.2 Jednačina linije provodnika



2.1.2 Jednačina linije provodnika

1, 2 – tačke vešanja

3 – teme, trbuh lančanice

4 – fiktivna tačka vešanja totalnog raspona

a – raspon

a_d – dodatni (dopunski) raspon

a_t – totalni (ukupni) raspon

h – vertikalno rastojanje izmedju tačaka vešanja

F_x – sila zatezanja (ukupna) provodnika u tački x,y

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Raspon je horizontalno rastojanje između dva susedna stuba ili tačnije horizontalno rastojanje između tačaka vešanja provodnika.
- Kos raspon opšti slučaj – tačke vešanja 1 i 2 nisu na istoj visini

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Pretpostavke:
 - provodnici su idealno gipki
 - zanemaruje se uticaj uklještenja provodnika u tačkama vešanja
- Iz mehanike je poznato da idealno gipka materijalna nit u gravitacionom polju zauzima oblik lančanice.

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Pojmovi i pravila vezana za lančanicu:

Sila zatezanja je tangenta na liniju provodnika.

Ona se razlaže na horizontalnu i vertikalnu komponentu F_{xx} i F_{yx} .

Horizontalna komponenta sile zatezanja je **ista** u svim tačkama: $F_{x1} = F_{xx} = F_{x2} = \text{const.}$

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Vertikalna komponenta sile zatezanja najveća je u tački 2, najmanja u tački 1, odnosno bila bi 0 u tački 3: $F_{y1} < F_{yx} < F_{y2}$

Horizontalna komponenta naprezanja provodnika je jednaka u svim tačkama lančanice: $\delta = \frac{F_{xx}}{s} = \text{const}$

s – presek provodnika

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Ukupno naprezanje u tački (x,y) je: $\delta_{Fx} = \frac{F_x}{s}$

Specifična težina provodnika je : $\gamma = \frac{g}{s} = \frac{\left[\frac{daN}{m}\right]}{[mm^2]}$

g – težina provodnika po dužnom metru: $g = \frac{G}{L} = \left[\frac{daN}{m}\right]$

Gipko uža, slobodno obešeno u gravitacionom polju zemlje, opisuje lančanicu definisanu sledećom relacijom: $y = \frac{\delta}{\gamma} \cdot ch \frac{x \cdot \gamma}{\delta}$ - jednačina lančanice

2.1.2 Jednačina linije provodnika

$$ch(Z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2} \qquad \cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \Rightarrow e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$$

$$y = \frac{\delta}{\gamma} \cdot ch \frac{x \cdot \gamma}{\delta} = \frac{\delta}{\gamma} \cdot \frac{e^{\frac{x \cdot \gamma}{\delta}} + e^{-\frac{x \cdot \gamma}{\delta}}}{2} \quad - \text{jednačina linije provodnika}$$

$\frac{\delta}{\gamma}$ - parametar lančaniice (nije const.)

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Taj parametar nije konstantan jer se naprezanje menja kontinualno sa temperaturom (σ) i diskontinualno zbog leda (γ)
- σ – menja se u zavisnosti od temperature (pri visokim temperaturama opada jer se provodnik izdužuje)
- γ – menja se ako se na provodniku uhvati led (raste usled leda)

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Materijal	Al	Cu	Al – Fe (6:1)
$\frac{\delta nd}{\gamma} [m]$	2592	2022	3143

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- σ_{nd} (normalno dovoljeno naprežanje) je najveće naprežanje koje se može pojaviti pri normalnim okolnostima. Ono se javlja pri niskim temperaturama. Količnik retko pada ispod 1000 m, a pri visokim se smanjuje jer se provodnik izdužuje.

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Razvijanjem u red $\text{ch}(Z)$:

$$\text{ch}(Z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2} \quad \text{ch}(Z) = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \dots$$

$$y = \frac{\delta}{\gamma} \cdot \left[1 + \left(\frac{x \cdot \gamma}{\delta} \right)^2 \cdot \frac{1}{2!} + \left(\frac{x \cdot \gamma}{\delta} \right)^4 \cdot \frac{1}{4!} + \dots \right]$$

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Kako je $\frac{\delta}{\gamma} > 1000m$ u svim uslovima, izraz $y=.....$ se može aproksimirati sa:

- Za raspone do 1000 m, svi članovi stepena većeg od 4 su zanemarljivi:

$$y = \frac{\delta}{\gamma} + \frac{\gamma \cdot x^2}{2 \cdot \delta} + \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^3 \cdot \frac{x^4}{24}$$

- Za raspon do 500 m, prva dva člana:

$$y = \frac{\delta}{\gamma} + \frac{\gamma \cdot x^2}{2 \cdot \delta}$$

2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Iz geometrije problema sledi:

$$X_2 - X_1 = a$$

$$X_2 + X_1 = a_d$$

$$a_t = a + a_d$$

- Visinska razlika izmedju tačaka vešanja je:

$$h = y_2 - y_1 = \frac{\delta}{\gamma} \cdot \left(ch \frac{x_2 \cdot \gamma}{\delta} - ch \frac{x_1 \cdot \gamma}{\delta} \right) = \frac{2 \cdot \delta}{\gamma} \cdot sh \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \delta} \cdot sh \frac{a_d \cdot \gamma}{2 \cdot \delta}$$

2.1.2 Jednačina linije provodnika

Razvojem u red $\text{sh}(Z)$:

$$\text{sh}(Z) = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \dots$$

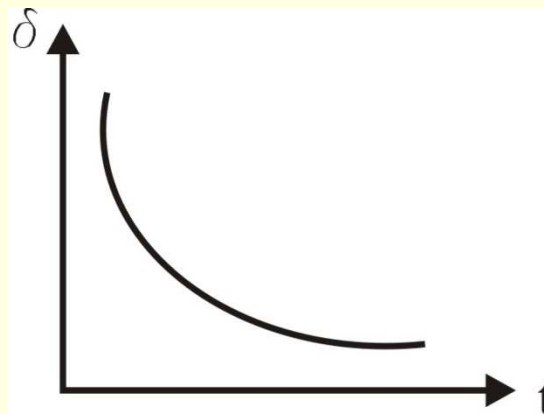
Zadržava se samo prvi član iz razvoja sh u red:

$$h \approx \frac{2 \cdot \delta}{\gamma} \cdot \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \delta} \cdot \frac{a_d \cdot \gamma}{2 \cdot \delta} = \frac{a \cdot a_d \cdot \gamma}{2 \cdot \delta} \Rightarrow a_d = 2 \cdot \frac{\delta \cdot h}{\gamma \cdot a}$$

$$a_t = a + a_d = a + \frac{2 \cdot \delta \cdot h}{a \cdot \gamma}$$

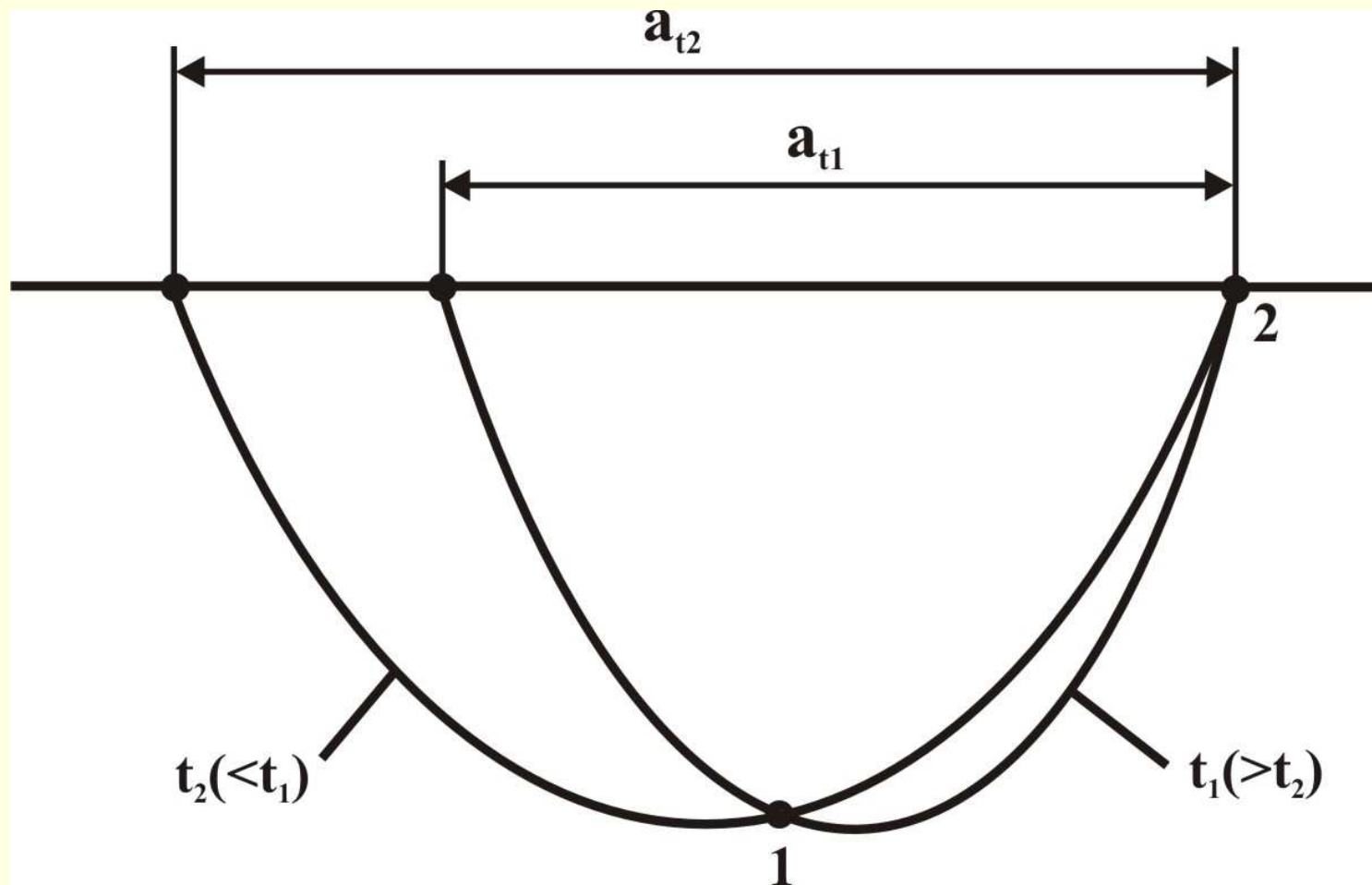
2.1.2 Jednačina linije provodnika

- Kada t raste, σ opada, provodnik se izdužuje, ali a_d i a_t opada (prema izrazu), a (a je fiksno, ali se a_d menja).



Promenljivost totalnog raspona pri promeni
temperature

2.1.2 Jednačina linije provodnika



2.1.2.1 Dužina linije provodnika

$dL = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, Dužina linije provodnika dobija se integracijom elemenata dužine izmedju tačaka X_1 i

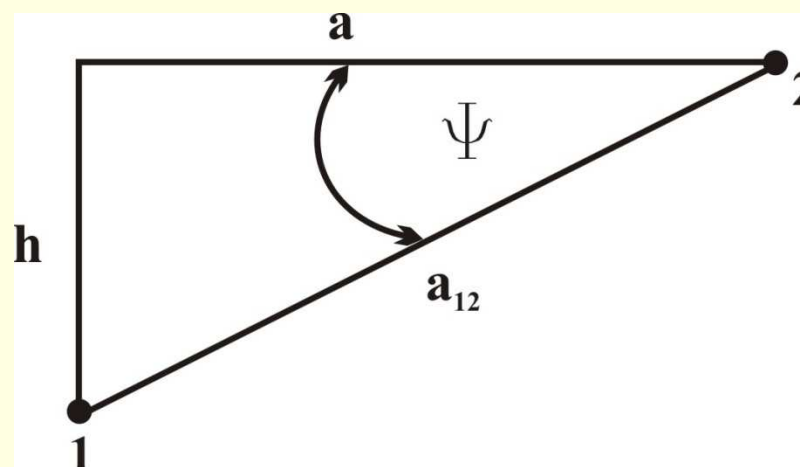
X_2 : $L = \int_{X_1}^{X_2} dL$

$$L = \sqrt{h^2 + 4 \cdot \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 \cdot sh^2\left(\frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \delta}\right)} \quad - \text{ Tačan izraz}$$

$$L = \sqrt{a^2 + h^2 + \frac{a^4 \cdot \gamma^2}{12 \cdot \delta^2}} \quad - \text{ Približan izraz (posle razvoja sh u red)}$$

2.1.2.1 Dužina linije provodnika

Dalje uprošćavanje: (iskoriste se odnosi izmedju parametara sa slike):



$$a^2 + h^2 = a_{12}^2$$

$$a = a_{12} \cdot \cos \psi$$

$$L = \frac{a}{\cos \psi} + \frac{a^3 \cdot \gamma^2 \cdot \cos \psi}{24 \cdot \delta^2} \Rightarrow \text{Dalje uprošćavanje}$$

2.1.2.1 Dužina linije provodnika

- Za prav raspon:

$$h=0 ; a_d=0 ; \cos\psi=1 \Rightarrow L = 2 \cdot \frac{\delta}{\gamma} \cdot sh \frac{a \cdot \gamma}{2 \cdot \delta} - \text{tačan izraz}$$

- Veliki raspon: $a < 1000 \text{ m}$

$$L = a + \frac{a^3}{24 \cdot \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2}$$

- Za manje raspone: $a \leq 500 \text{ m}$ – umereni rasponi

$$L \approx a$$

100



2.1.2.2 Ukupno naprezanje u ma kom preseku

Veza izmedju $\frac{\delta}{\gamma}, y, \delta$

$$\cos \alpha = \frac{H}{S_B} = \frac{\delta \cdot S}{\delta_F \cdot S} \quad \cos \alpha = \frac{y_T}{y} = \frac{\frac{\delta}{\gamma}}{y} \quad \delta_F = \gamma \cdot y$$

σ – horizontalna komponenta naprezanja ; σ_F – ukupno naprezanje

Ukupno naprezanje u ma kojoj tački lančanice jednako je proizvodu specifične težine i ordinate.

2.1.2.2 Ukupno naprezanje u ma kom preseku

Primena u tački vešanja u temenu:

$$\delta_{FA} = y_A \cdot \gamma \Rightarrow y_A = \frac{\delta_{FA}}{\gamma}$$

$$\delta_{FT} = y_T \cdot \gamma = \delta \Rightarrow y_T = \frac{\delta}{\gamma}$$

$$y_A = y_T + f_m \quad - \text{geometrija}$$

$$\frac{\delta_{FA}}{\gamma} = \frac{\delta}{\gamma} + f_m \Rightarrow \delta_{FA} = \delta + f_m \cdot \gamma$$

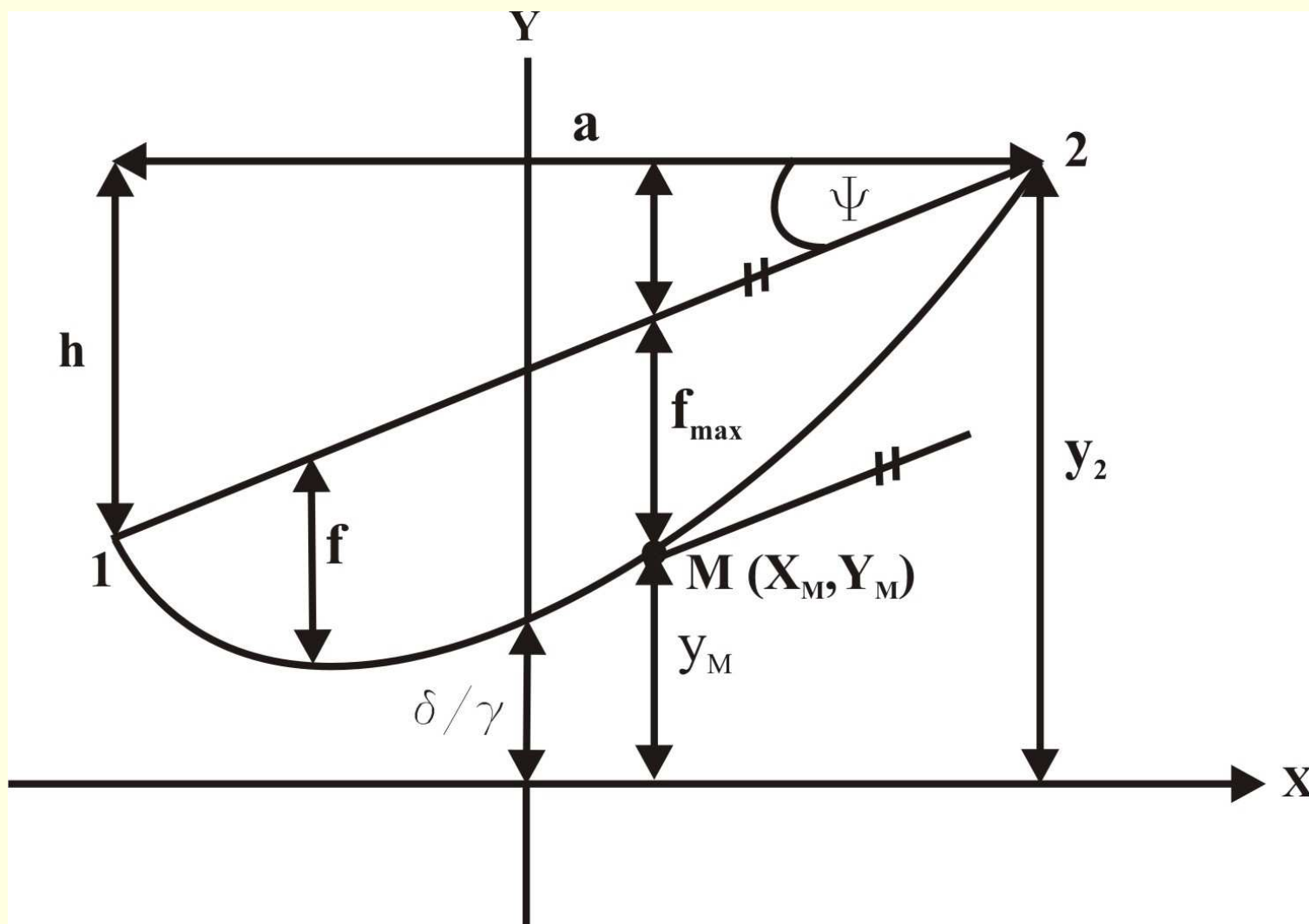
2.1.2.2 Ukupno naprezanje u ma kom preseku

- Zaključak

- Šta pokazuju ove relacije?

1. Najveće je naprezanje u tački vešanja i jednako je naprezanju u temenu lančanice+proizvod ugiba f_m i specifične težine provodnika γ .
2. Naprezanje u tački A (tački vešanja) ne zavisi od dužine raspona, tj. tačka B može biti ma gde na liniji provodnika izmedju A i C.
3. Naprezanje u tački vešanja kod kratkih kosih raspona jednako je naprezanju kod dugog pravog raspona (na izgled nelogično).

2.1.2.3 Ugib provodnika



2.1.2.3 Ugib provodnika

- Ugib provodnika je vertikalno rastojanje izmedju spojnice tačaka vešanja provodnika i linije provodnika.
- Maksimalni ugib je na onom mestu (u onoj tački) gde je tangenta na lančanicu paralelna sa spojnicom tačaka vešanja.

2.1.2.3 Ugib provodnika

Ugib u tački M:

$$f_{\max} = y_2 - y_m - b$$
$$f_{\max} = y_2 - y_m - (x_2 - x_m) \cdot \frac{h}{a}$$

Slična jednačina se može napisati za ma koju drugu tačku

2.1.2.3 Ugib provodnika

- Za prave raspone max. ugib je na sredini raspona i važi:

$h=0 \Rightarrow$ nema visinske razlike izmedju tačaka vešanja

$X_M=0$ – ugib je na sredini raspona

$Y_M = \frac{\delta}{\gamma}$ - ugib je na sredini raspona

2.1.2.3 Ugib provodnika

$$f_{\max} = y_2 - \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\delta}{\gamma} \cdot ch \frac{a}{2 \cdot \delta / y} - \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\delta}{\gamma} \cdot \left(ch \frac{a}{2 \cdot \delta / y} - 1 \right), \text{ razvojem } ch \frac{a}{2 \cdot \delta / y} \text{ u red:}$$

$$ch(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots, \text{ prethodna relacija se uprošćava i dobija se:}$$

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma}{8 \cdot \delta} + \frac{a^4 \cdot \gamma^3}{384 \cdot \delta^3}$$

2.1.2.3 Ugib provodnika

- Za prave raspone do 1000 m (veliki dugi rasponi)
 - relacija je dovoljno tačna

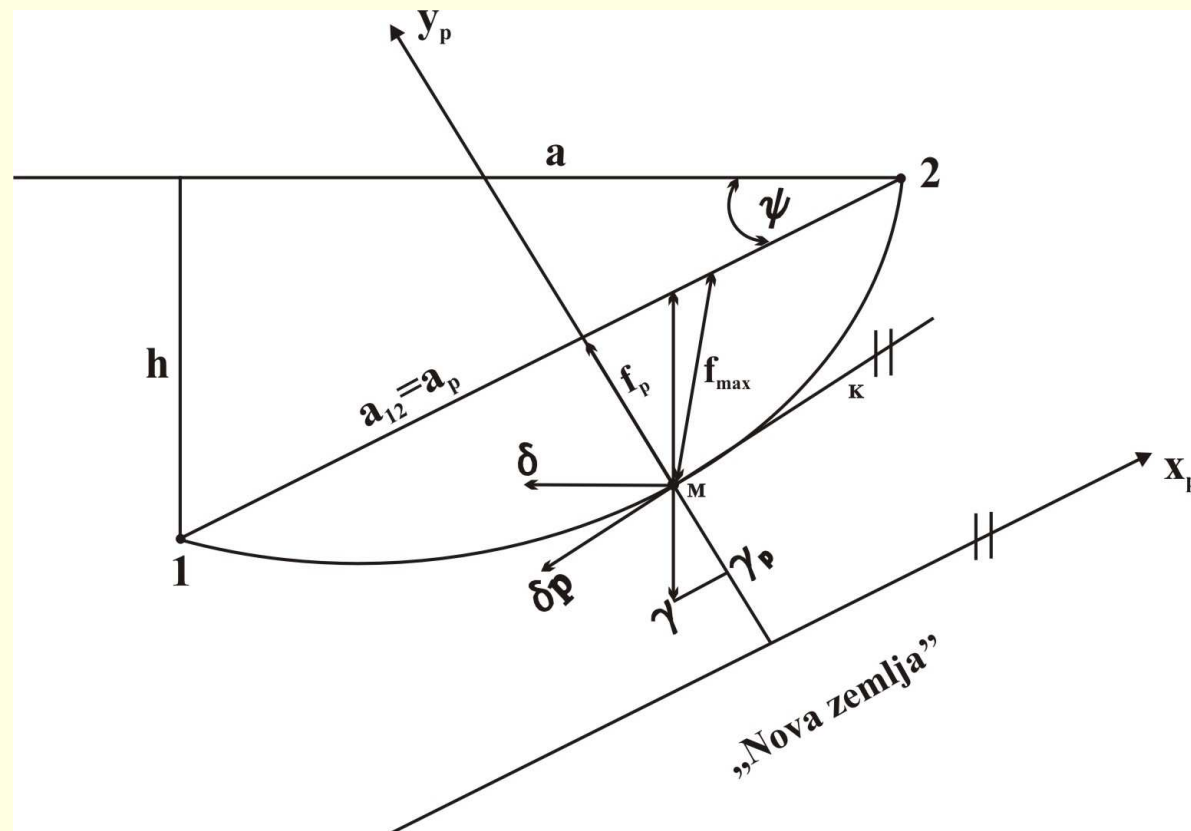
- Za prave raspone do 300 m (kratki rasponi):

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma}{8 \cdot \delta}$$

- Kosi raspon

2.1.2.3 Ugib provodnika

- U slučaju kosog raspona se uvodi novi koordinatni sistem u kome je X-osa paralelna sa spojnicom raspona (kos raspon se privremeno pretvara u prav, postavljanjem novog koordinatnog sistema).



2.1.2.3 Ugib provodnika

- Važe svi izrazi od pre samo treba izvršiti sledeće smene:

- umesto $\mathbf{a}$ treba $\mathbf{a}_p$ – umesto γ treba γ_p –
umesto σ treba σ_p

- umesto $\mathbf{f}_{\max}$ treba $\mathbf{f}_p$ koje se odredjuje polazeći od izraza za prave raspone. Nakon odredjivanja $\mathbf{f}_p$ lako je odrediti $\mathbf{f}_{\max}$.

2.1.2.3 Ugib provodnika

$$f_{\max k} = \frac{f_p}{\cos \psi}$$
$$f_{\max k} = \frac{a^2 \cdot \gamma}{8 \cdot \delta \cdot \cos \psi} + \frac{a^4 \cdot \gamma^3 \cdot \cos \psi}{384 \cdot \delta^3}$$

Zavisno od dužine kosog raspona, koristi se cela ili samo prvi član gornje jednačine (najčešće je dovoljan samo prvi član).

Pr: Kod kratkih, umereno kosih raspona ($a < 300\text{m}$, $\varphi < 15^\circ$) kod kojih je Y-osa unutar raspona:

$$f_{\max} = \frac{a^2 \cdot \gamma}{8 \cdot \delta \cdot \cos \psi}$$

Isti izraz kao kod kratkih (do 300m) pravih raspona.