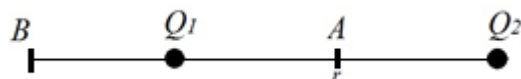


Први колоквијум из предмета Електротехника
(СП НЕТ, СП АСУВ и СП ЕИ)

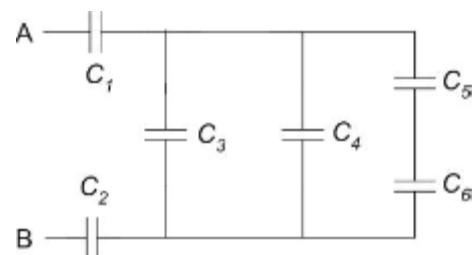
15.11.2019.

1. Два тачкаста наелектрисања $Q_1=6\text{ nC}$ и $Q_2=-3\text{ nC}$ налазе се на растојању $r=2\text{ m}$ у ваздуху као на слици.
- а) Одредити вектор електростатичког поља у тачки А која се налази на половини растојања између ова два наелектрисања. (4 поена)
- б) Одредити силу (њен правац, смер и интензитет) која делује на наелектрисање $Q_3=-4\text{ nC}$ које се постави у тачку А. (4 поена)
- в) Одредити електростатички потенцијал у тачки В уколико делују сва три наелектрисања Q_1, Q_2 и Q_3 . Тачка В се налази на удаљености $r/2$ од наелектрисања Q_1 као на слици. (4 поена)



2. У колу на слици је познато: $C_3=C_4=2\text{ }\mu\text{F}$, $C_1=C_2=C_5=C_6=8\text{ }\mu\text{F}$ и $U_{AB}=60\text{ V}$.

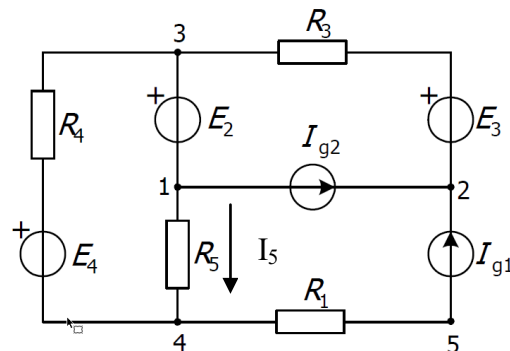
- а) Одредити еквивалентну капацитивност између тачака А и В. (4 поена)
- б) Одредити енергију кондензатора C_2 . (4 поена)



3. У колу на слици је познато:

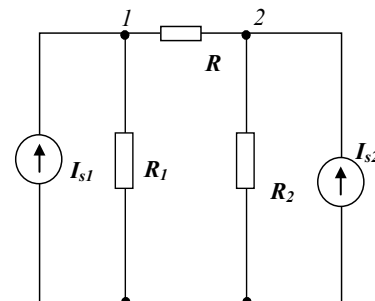
$I_{g1}=12\text{ A}$; $I_{g2}=6\text{ A}$; $E_2=30\text{ V}$, $E_3=20\text{ V}$; $E_4=40\text{ V}$; $R_1=10\text{ }\Omega$; $R_3=40\text{ }\Omega$; $R_4=20\text{ }\Omega$; $R_5=30\text{ }\Omega$.

Применом Тевененове теореме одредити јачину струје I_5 . (13 поена)

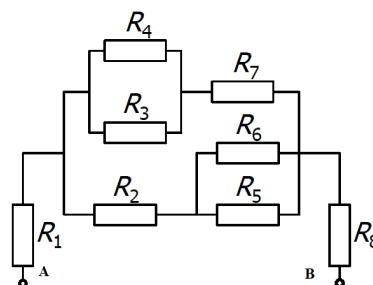


4. У колу приказаном на слици је: $I_{S1}=2\text{ A}$; $I_{S2}=1\text{ A}$ $R_1=200\text{ }\Omega$, $R_2=100\text{ }\Omega$, $R=200\text{ }\Omega$.

Одредити јачину струје I_{12} примењујући теорему суперпозиције. (7 поена)



5. Отпорници на слици имају следеће отпорности $R_1=7\text{ k}\Omega$, $R_2=8\text{ k}\Omega$, $R_3=10\text{ k}\Omega$, $R_4=30\text{ k}\Omega$, $R_5=3\text{ k}\Omega$, $R_6=6\text{ k}\Omega$, $R_7=2,5\text{ k}\Omega$, $R_8=8\text{ k}\Omega$. Колико износи еквивалентна отпорност између тачака А и В? (5 поена)



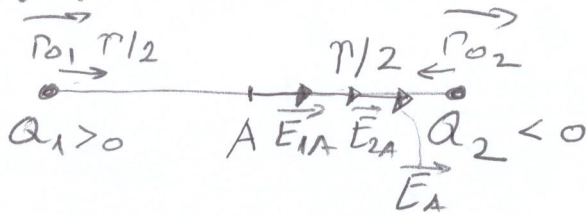
I колловий

15.11.2019

$$Q_1 = 6 \mu C = 6 \cdot 10^{-9} C$$

$$Q_2 = -3 \mu C$$

$$r = 2 \mu m \quad Q_3 = -4 \mu C$$



$$a) \vec{E}_A = ?$$

$$b) \vec{F}_A = ?$$

$$c) V_B = ?$$

a)

$$\vec{E}_{1A} = k \cdot \frac{Q_1}{(\frac{r}{2})^2} \cdot \vec{r}_{01} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9} C}{(1 \mu m)^2} \cdot \vec{r}_{01}$$

$$\vec{E}_{1A} = 54 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$

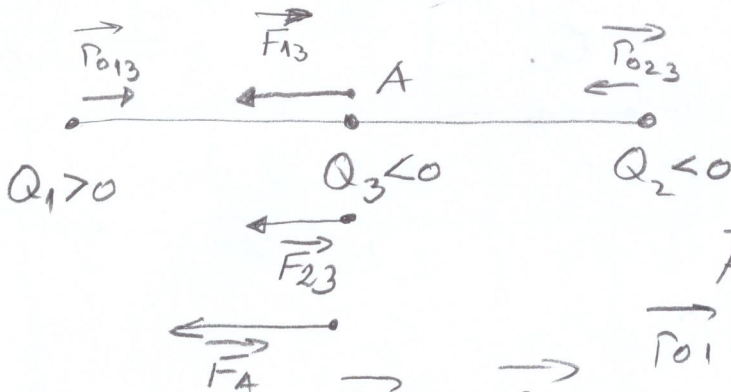
$$\vec{E}_{2A} = k \cdot \frac{Q_2}{(\frac{r}{2})^2} \cdot \vec{r}_{02} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-9} C}{(1 \mu m)^2} \cdot \vec{r}_{02}$$

$$\vec{E}_{2A} = -27 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{02} = 27 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$

$$\vec{r}_{01} = -\vec{r}_{02}$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = 54 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01} + 27 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01} = 81 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$

d)



II на чин

$$\vec{F}_A = Q_3 \cdot \vec{E}_A = -4 \cdot 10^{-9} C \cdot 81 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$

$$\vec{F}_A = -324 \mu N \cdot \vec{r}_{01} = 324 \mu N \cdot \vec{r}_{02}$$

$$\vec{r}_{01} = -\vec{r}_{02}$$

II на чин

$$\vec{r}_{013} = -\vec{r}_{023}$$

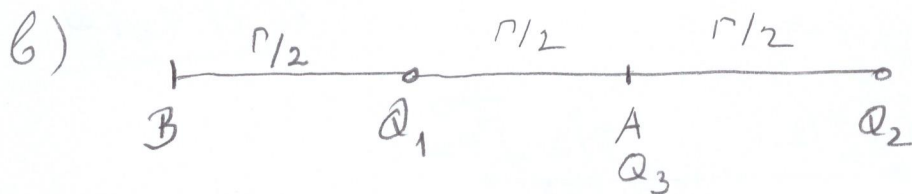
$$\vec{F}_{13} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{(\frac{r}{2})^2} \cdot \vec{r}_{013} = \frac{6 \cdot 10^{-9} C \cdot (-4 \cdot 10^{-9} C)}{(1 \mu m)^2} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \vec{r}_{013} =$$

$$= -216 \mu N \cdot \vec{r}_{013} = 216 \mu N \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_{23} = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{(\frac{r}{2})^2} \cdot \vec{r}_{023} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{(-3 \cdot 10^{-9} C) \cdot (-4 \cdot 10^{-9} C)}{(1 \mu m)^2} \cdot \vec{r}_{023}$$

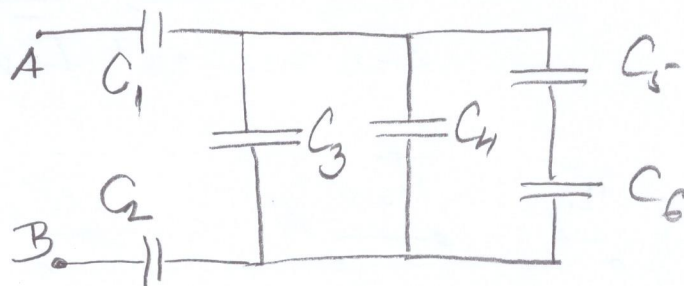
$$\vec{F}_{23} = 108 \mu N \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 216 \mu N \cdot \vec{r}_{023} + 108 \mu N \cdot \vec{r}_{023} = 324 \mu N \cdot \vec{r}_{023}$$



$$\begin{aligned}
 V_B &= V_1 + V_2 + V_3 = k \cdot \frac{Q_1}{r_{12}} + k \cdot \frac{Q_2}{\frac{3r}{2}} + k \cdot \frac{Q_3}{r} = \\
 &= k \cdot \frac{2Q_1}{r} + k \cdot \frac{2Q_2}{3r} + k \cdot \frac{Q_3}{r} = k \cdot \left(\frac{2Q_1}{r} + \frac{2Q_2}{3r} + \frac{Q_3}{r} \right) \\
 V_B &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \text{C}}{2 \text{m}} + \frac{2 \cdot (-3 \cdot 10^{-9} \text{C})}{3 \cdot 2 \text{m}} + \frac{-4 \cdot 10^{-9} \text{C}}{2 \text{m}} \right) \\
 V_B &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \left(6 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}} - 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}} - 2 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}} \right) \\
 V_B &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}} = 27 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 27 \text{ V}
 \end{aligned}$$

② $C_3 = C_4 = 2 \mu\text{F}$
 $C_1 = C_2 = C_5 = C_6 = 8 \mu\text{F}$
 $V_{AB} = 60 \text{ V}$



a) $C_{AB} = ?$

d) $W_{C_2} = ?$

a) $C_{56} = \frac{C_5 \cdot C_6}{C_5 + C_6} = \frac{8 \mu\text{F} \cdot 8 \mu\text{F}}{2 \cdot 8 \mu\text{F}} = 4 \mu\text{F}$

$$C_{456} = C_4 + C_{56} = 6 \mu\text{F}$$

$$C_{3456} = C_3 + C_{456} = 2 \mu\text{F} + 6 \mu\text{F} = 8 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{3456}}$$

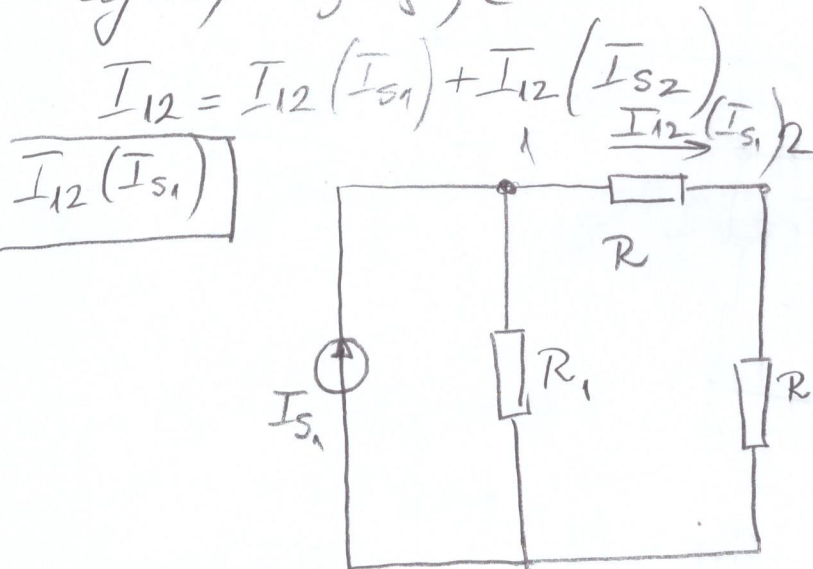
$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{8 \mu\text{F}} + \frac{1}{8 \mu\text{F}} + \frac{1}{8 \mu\text{F}} = \frac{3}{8 \mu\text{F}}$$

$$C_{AB} = \frac{8}{3} \mu\text{F} = 2,67 \mu\text{F}$$

④ $\bar{I}_{S1} = 2A$
 $\bar{I}_{S2} = 1A$
 $R_1 = 200\Omega$
 $R_2 = 100\Omega$
 $R = 200\Omega$

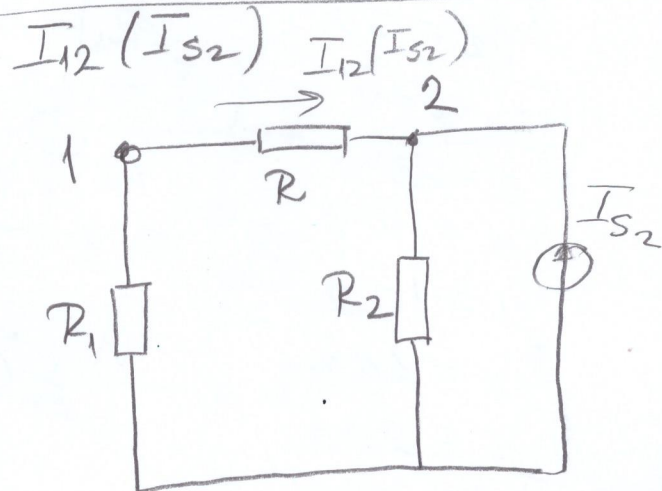
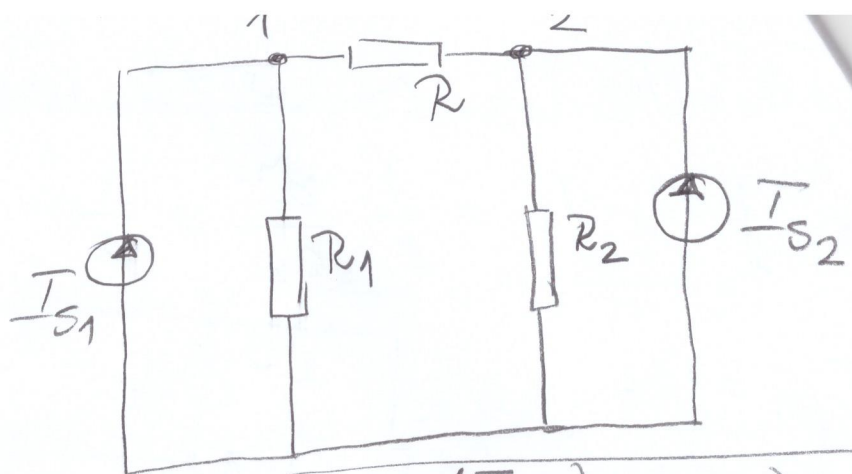
$I_{12} = ?$

Тагт өгөгдсүгээр



$$\bar{I}_{12}(\bar{I}_{S1}) = \frac{R_1}{R_1 + R + R_2} \cdot \bar{I}_{S1}$$

$$\bar{I}_{12}(\bar{I}_{S1}) = \frac{200\Omega}{500\Omega} \cdot 2A = 0,8A$$



$$\bar{I}_{12}(\bar{I}_{S2}) = -\frac{R_2}{R_1 + R + R_2} \cdot \bar{I}_{S2}$$

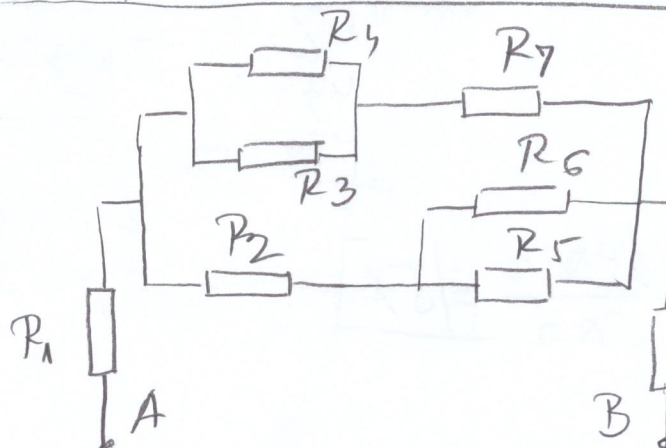
$$\bar{I}_{12}(\bar{I}_{S2}) = -\frac{100\Omega}{500\Omega} \cdot 1A$$

$$\bar{I}_{12}(\bar{I}_{S2}) = -0,2A$$

$$I_{12} = 0,8A - 0,2A = 0,6A$$

⑤ $R_1 = 7k\Omega$
 $R_2 = 8k\Omega$
 $R_3 = 10k\Omega$
 $R_4 = 30k\Omega$
 $R_5 = 3k\Omega$
 $R_6 = 6k\Omega$
 $R_7 = 2,5k\Omega$
 $R_8 = 8k\Omega$

$R_{AB} = ?$



$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = \frac{10k\Omega \cdot 30k\Omega}{40k\Omega}$$

$$R_{34} = 7,5k\Omega$$

$$R_{57} = \frac{R_5 \cdot R_7}{R_5 + R_7}$$

$$R_{57} = 2k\Omega$$

$$Q_2 = Q_e = U_{AB} \cdot C_{AB} = 60V \cdot \frac{8}{20} \mu F = 160 \mu C$$

$$W_{C2} = \frac{1}{2} Q_2 \cdot U_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(160 \mu C)^2}{8 \mu F} = 1,6 \text{ mJ}$$

③ $I_{g1} = 12A$

$I_{g2} = 6A$

$E_2 = 30V$

$E_3 = 20V$

$E_4 = 40V$

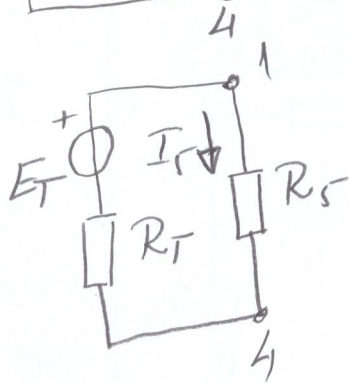
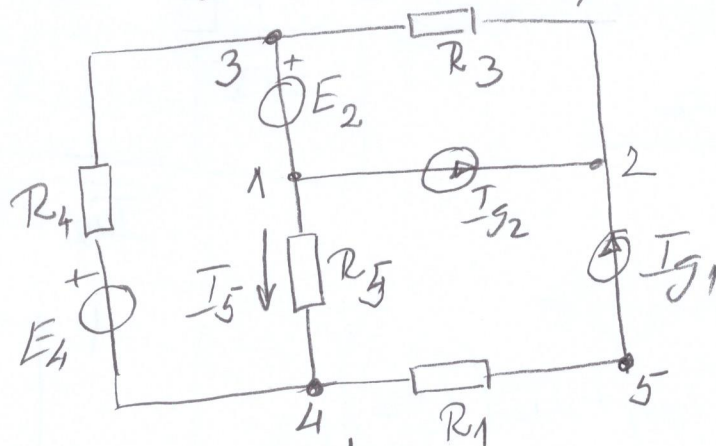
$R_1 = 10\Omega$

$R_3 = 40\Omega$

$R_4 = 20\Omega$

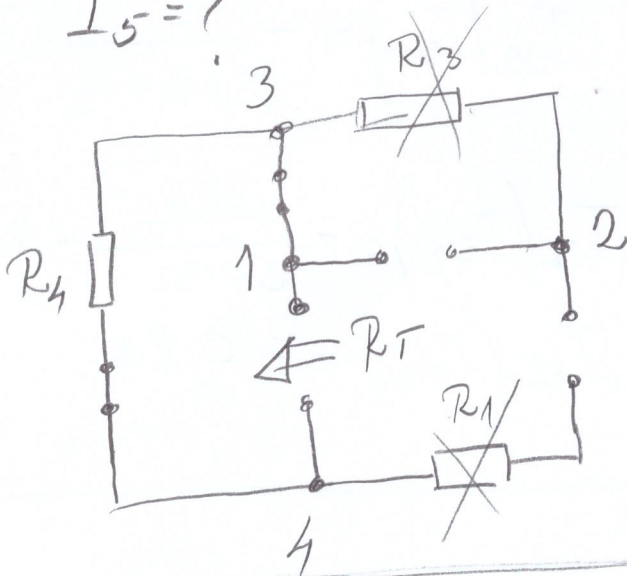
$R_5 = 30\Omega$

$I_5 = ?$



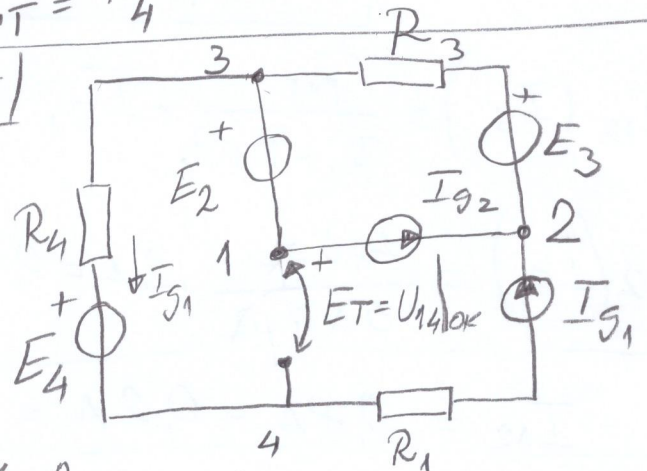
$$I_5 = \frac{E_T}{R_T + R_5}$$

R_T



$R_T = R_4 = 20\Omega$

E_T



$\mu_{\check{C}} = 2$

$\mu_g = 3$

$\mu_{\check{I}g} = 2$

II к. 3 уравнения

$$E_T = E_4 + R_4 \cdot I_{g1} - E_2$$

$$E_T = 40V + 20\Omega \cdot 12A - 30V$$

$$E_T = 250V$$

$$I_5 = \frac{250V}{20\Omega + 30\Omega} = \frac{250V}{50\Omega} = 5A$$

$$R_{347} = R_7 + R_{34} = 2,5 \text{ k}\Omega + 7,5 \text{ k}\Omega = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_{256} = R_2 + R_{56} = 8 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_{AB} = R_1 + \frac{R_{347} \cdot R_{256}}{R_{347} + R_{256}} + R_8 = 7 \text{ k}\Omega + \frac{10 \text{ k}\Omega \cdot 10 \text{ k}\Omega}{20 \text{ k}\Omega} + 8 \text{ k}\Omega$$

$$= 20 \text{ k}\Omega$$