



Elektrotehnika (ASUV)

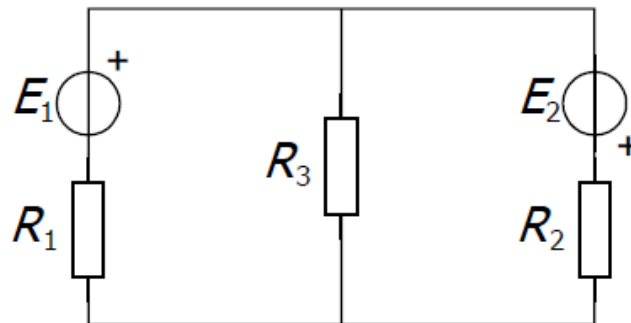
Vežbe 5

Jednosmerne struje



Jednosmerne struje

II.8.1.1 Za kolo prikazano na slici odrediti intenzitete struja u svim granama neposrednom primenom Kirhofovih zakona, ako je $E_1 = 6\text{ V}$, $E_2 = 20\text{ V}$ i $R_1 = 700\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 400\ \Omega$.



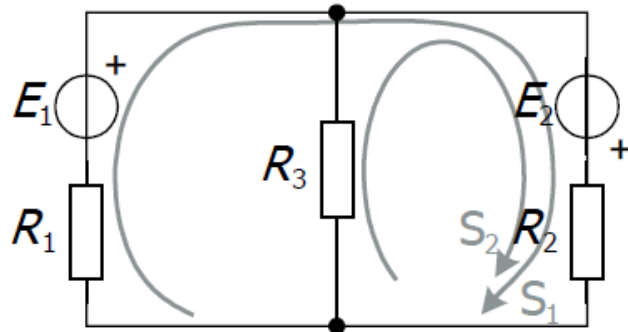
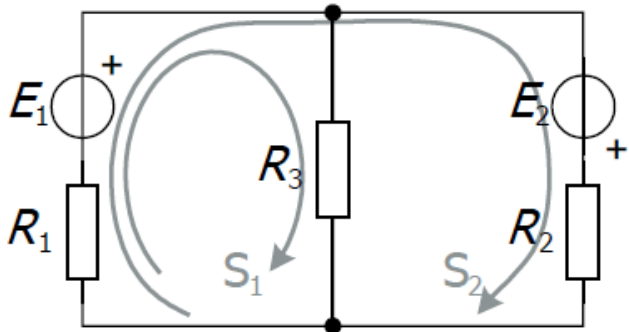
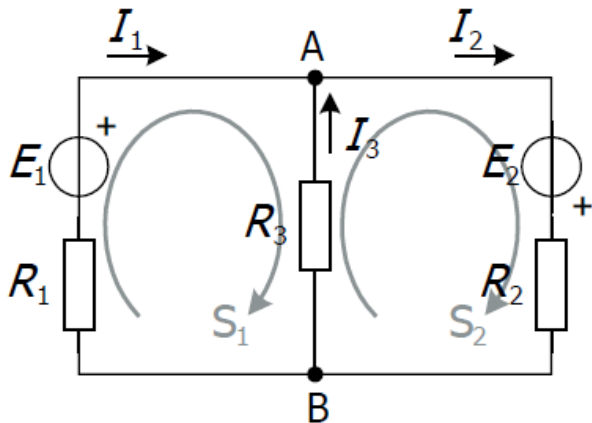


Jednosmerne struje

$$n_{\zeta} - 1 = 1$$

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$n_g - (n_{\zeta} - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$$





Jednosmerne struje

$$S_1: -R_1 I_1 + E_1 + R_3 I_3 = 0$$

$$S_2: -R_3 I_3 + E_2 - R_2 I_2 = 0$$

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$-R_1 I_1 + E_1 + R_3 I_3 = 0$$

$$-R_3 I_3 + E_2 - R_2 I_2 = 0$$

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$-700I_1 + 400I_3 = -6$$

$$-300I_2 - 400I_3 = -20$$

$$I_3 = -I_1 + I_2$$

$$-1100I_1 + 400I_2 = -6$$

$$400I_1 - 700I_2 = -20$$



Jednosmerne struje

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1100 & 400 \\ 400 & -700 \end{vmatrix} = (-1100)(-700) - 400 \cdot 400 = 61 \cdot 10^4$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -6 & 400 \\ -20 & -700 \end{vmatrix} = (-6)(-700) - (-20) \cdot 400 = 122 \cdot 10^2,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1100 & -6 \\ 400 & -20 \end{vmatrix} = (-1100)(-20) - 400 \cdot (-6) = 244 \cdot 10^2$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{122 \cdot 10^2}{61 \cdot 10^4} \text{ A} = 0,02 \text{ A} = 20 \text{ mA},$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{244 \cdot 10^2}{61 \cdot 10^4} \text{ A} = 0,04 \text{ A} = 40 \text{ mA}$$

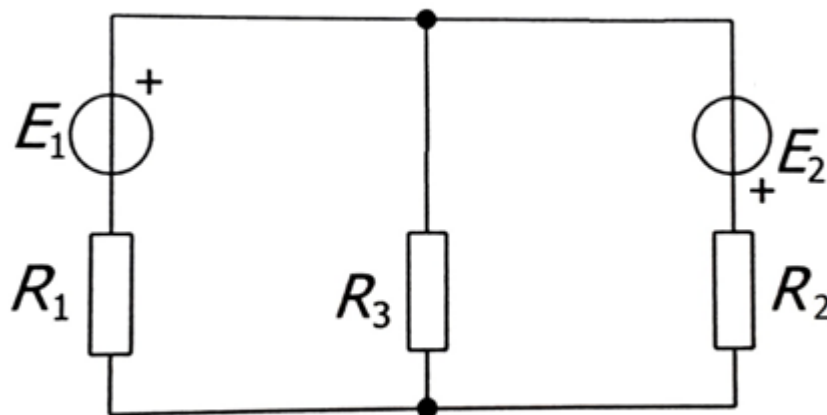
$$I_3 = -I_1 + I_2 = -20 \text{ mA} + 40 \text{ mA} = 20 \text{ mA}$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Za kolo prikazano na slici metodom konturnih struja odrediti intenzitete struja u svim granama, ako je $E_1 = 6V$, $E_2 = 20V$ i $R_1 = 700\Omega$, $R_2 = 300\Omega$, $R_3 = 400\Omega$





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Metod konturnih struja

- izveden iz II K.Z → broj nezavisnih kontura u kolu sa $n_{\check{c}}$ čvorova i n_g grana je: $n_g - (n_{\check{c}} - 1)$
 - Konture su nezavisne ako svaka kontura ima barem jednu granu koja ne pripada drugoj konturi
- Za svaku nezavisnu konturu se postavlja po jedna takozvana konturna struja
- Za svaku konturnu struju se postavlja po jedna jednačina



Jednosmerne struje

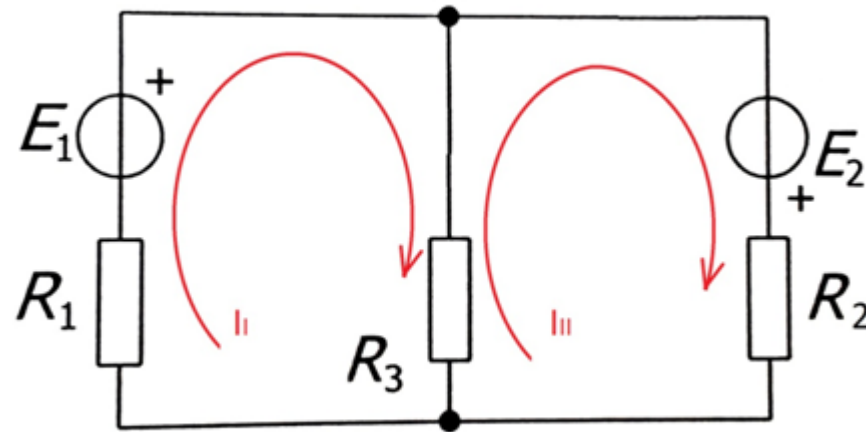
Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Kolo koje analiziramo ima 2 čvora i 3 grane , pa je broj konturnih struja:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$$

- Odredimo nezavisne konture
- Proizvoljno usvojimo smerove konturnih struja





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Ovo je kolo drugog reda (ima dve konturne struje), pa opšti oblik jednačina konturnih struja glasi:

$$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} = E_I$$

$$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} = E_{II}$$

R_{11} je zbir svih otpornosti kroz koje protiče I_I i uvek je pozitivno

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 1,1 \text{ k}\Omega$$

R_{22} je zbir svih otpornosti kroz koje protiče I_{II} i uvek je pozitivno

$$R_{22} = R_3 + R_2 = 0,7 \text{ k}\Omega$$

R_{12} i R_{21} su uvek jednake i predstavljaju ukupnu otpornost zajedničke grane konturnih struja I_I i I_{II} , znak je pozitivan ako su smerovi konturnih struja isti, a negativan ako su suprotni

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -0,4 \text{ k}\Omega$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

E_1 je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče I_1 i ako se smer struje poklapa sa referentnim smerom određene elektromotorne sile, ta elektromotorna sila ima predznak “+”, i obrnuto:

$$E_1 = E_1$$

E_2 je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče I_{II}

$$E_{II} = E_2$$

Ako ove izraze uvrstimo u opšti oblik jednačina za konturne struje dobijamo:

$$(R_1 + R_3) I_1 - R_3 I_{II} = E_1$$

$$-R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_{II} = E_2$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Uvrstimo brojne vrednosti, vodeći računa o jedinicama krajnjeg rezultata:

$$1,1I_I - 0,4I_{II} = 6$$

$$-0,4I_I + 0,7I_{II} = 20$$

Sistem se rešava kao u prethodnom zadatku, uz pomoć determinanti, samo što će struja biti izražena u mA jer je otpornost data u kΩ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,1 & -0,4 \\ -0,4 & 0,7 \end{vmatrix} = 0,61 \quad \Delta_I = \begin{vmatrix} 6 & -0,4 \\ 20 & 0,7 \end{vmatrix} = 12,2 \quad \Delta_{II} = \begin{vmatrix} 1,1 & 6 \\ -0,4 & 20 \end{vmatrix} = 24,4$$

$$I_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{12,2}{0,61} \text{ mA} = 20 \text{ mA}$$

$$I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{24,4}{0,61} \text{ mA} = 40 \text{ mA}$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

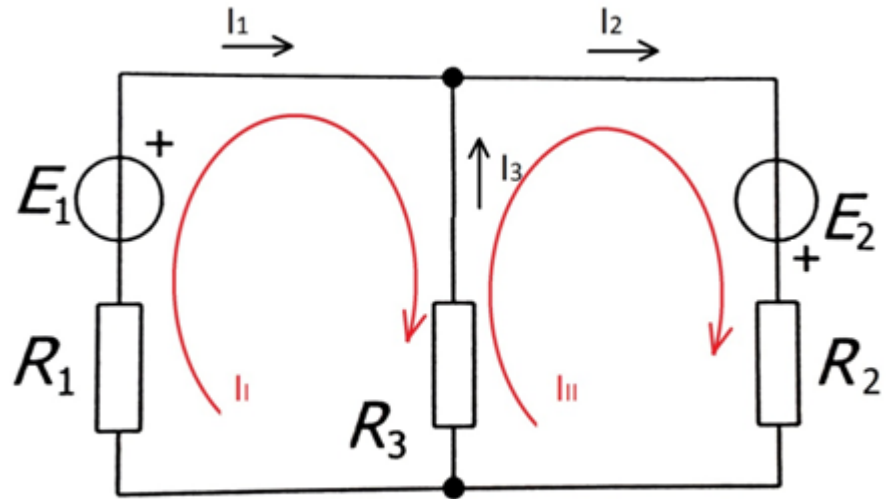
Struju svake grane čine konturne struje koje prolaze kroz tu granu, pa se struja neke grane dobija algebarskim zbirom svih konturnih struja koje protiču kroz tu granu.

Obeležimo nepoznate struje u granama kola:

$$I_1 = I_I = 20\text{mA}$$

$$I_2 = I_{II} = 40\text{mA}$$

$$I_3 = -I_I + I_{II} = -20\text{mA} + 40\text{mA} = 20\text{mA}$$

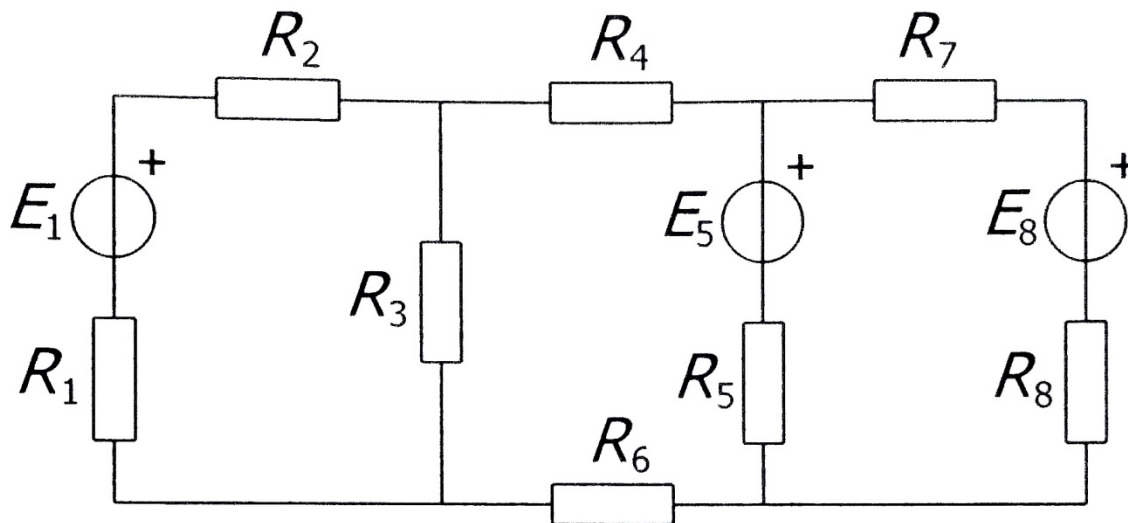




Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Za kolo prikazano na slici napisati jednačine po metodi konturnih struja i izraze za struje pojedinih grana.

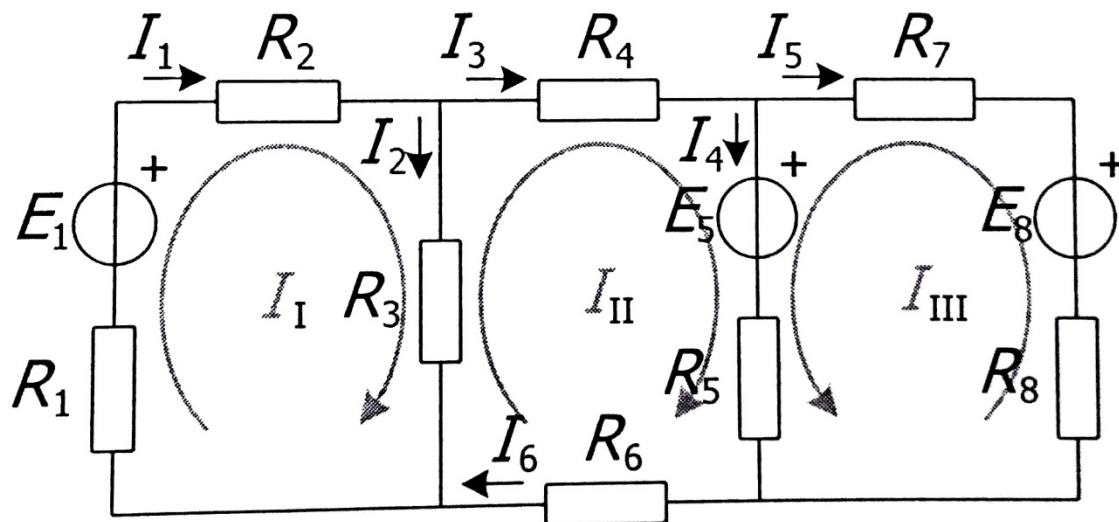




Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:



Broj čvorova je 4, a broj grana je 6, pa je broj konturnih struja:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:

Opšti sistem jednačina konturnih struja trećeg reda je:

$$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} + R_{13} I_{III} = E_I$$

$$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} + R_{23} I_{III} = E_{II}$$

$$R_{31} I_I + R_{32} I_{II} + R_{33} I_{III} = E_{III}$$

Otpornosti kroz koje protiču pojedine konturne struje su:

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_3$$

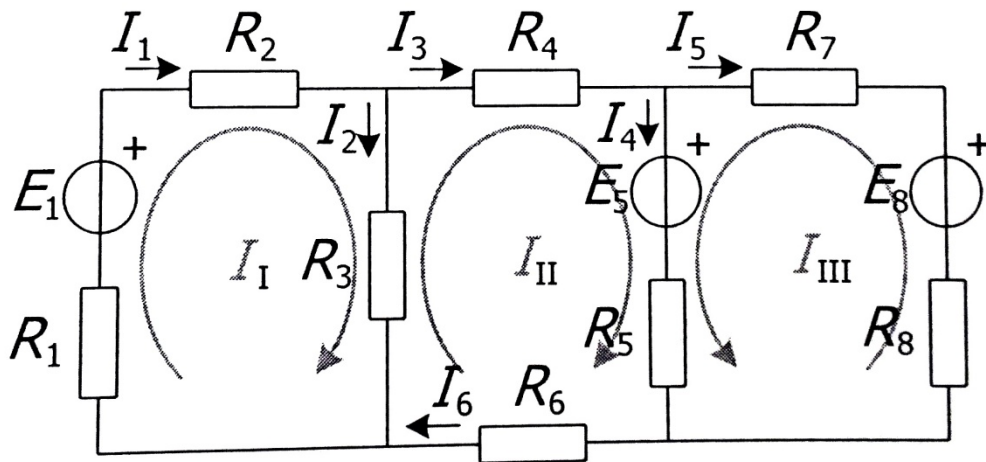
$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$

$$R_{33} = R_5 + R_7 + R_8$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_3$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5$$

$$R_{13} = R_{31} = 0$$





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

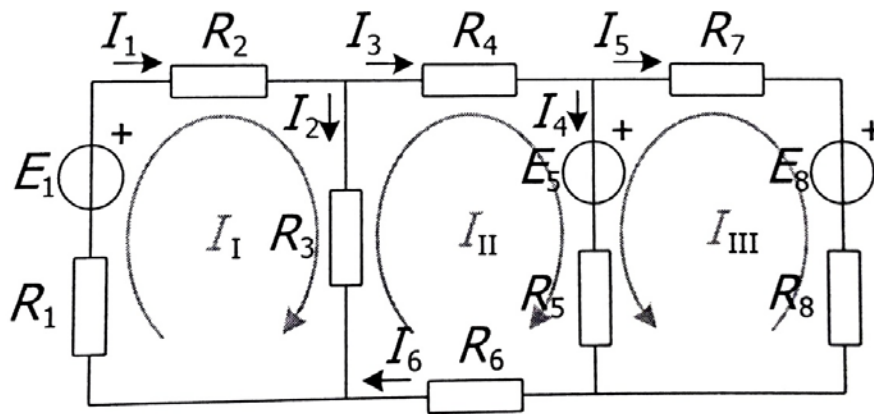
Rešenje:

Elektromotorne sile kroz koje protiču pojedine konturne struje su:

$$E_I = E_1$$

$$E_{II} = -E_5$$

$$E_{III} = -E_5 + E_8$$



Zamenom u opšti sistem jednačina dobijamo:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_I - R_3 I_{II} + 0 I_{III} = E_1$$

$$-R_3 I_I + (R_3 + R_4 + R_5 + R_6) I_{II} + R_5 I_{III} = -E_5$$

$$0 I_I + R_5 I_{II} + (R_5 + R_7 + R_8) I_{III} = -E_5 + E_8$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_I - R_3 I_{II} = E_1$$

$$-R_3 I_I + (R_3 + R_4 + R_5 + R_6) I_{II} + R_5 I_{III} = -E_5$$

$$R_5 I_{II} + (R_5 + R_7 + R_8) I_{III} = -E_5 + E_8$$

Struje pojedinih grana će biti:

$$I_1 = I_I$$

$$I_2 = I_I - I_{II}$$

$$I_3 = I_{II}$$

$$I_4 = I_{II} + I_{III}$$

$$I_5 = -I_{III}$$

$$I_6 = I_{II}$$

