



Elektrotehnika (ELITE/AVT)

Vežbe 2

Kulonov zakon

Elektrostatičko polje

Elektrostatički potencijal



Elektrostatika-Kulonov zakon

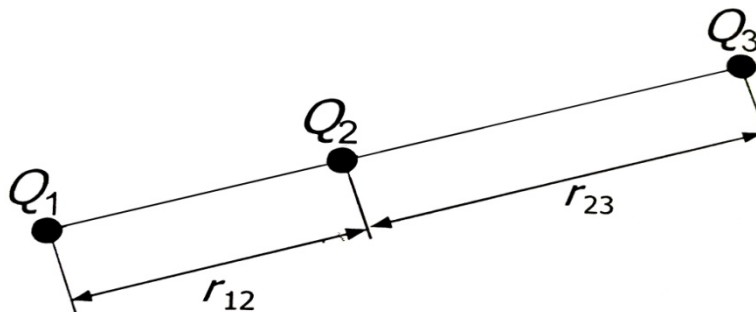
Zadatak I.1.3.

Tri tačkasta naelektrisanja, $Q_1 = 1 \text{ pC}$, $Q_2 = 2 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$, nalaze se u vazduhu na istom pravcu, pri čemu se naelektrisanje Q_2 nalazi između naelektrisanja Q_1 i Q_3 . Rastojanje između naelektrisanja Q_1 i Q_2 je $r_{12} = 2 \text{ cm}$, a rastojanje između naelektrisanja Q_2 i Q_3 je $r_{23} = 3 \text{ cm}$.

- Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_2 .
- Odrediti elektrostatičku silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje Q_3 .

Rešenje:

skica naelektrisanja





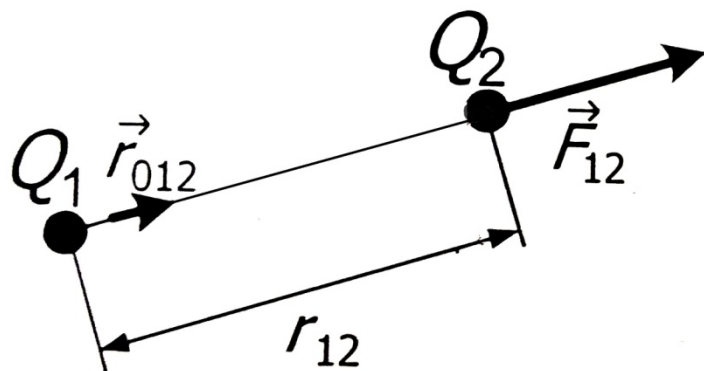
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) I korak

Posmatramo samo Q_1 i Q_2 , kao da ne postoji Q_3



$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{012}$$

$$\vec{F}_{12} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12} C \cdot 2 \cdot 10^{-12} C}{(2 \cdot 10^{-2} m)^2} \cdot \vec{r}_{012} = \frac{9 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{4} N \cdot \vec{r}_{012} = 4,5 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{012}$$

$$\vec{F}_{12} = 45pN \cdot \vec{r}_{012}$$



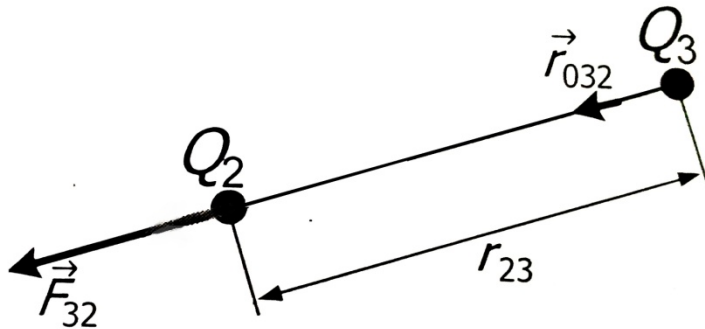
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) II korak

Posmatramo samo Q_2 i Q_3 , kao da ne postoji Q_1



$$\vec{F}_{32} = k \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{032}$$

$$\vec{F}_{32} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12}C \cdot 2 \cdot 10^{-12}C}{(3 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{032} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{9} N \cdot \vec{r}_{032} = 6 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{032}$$

$$\vec{F}_{32} = 60pN \cdot \vec{r}_{032}$$



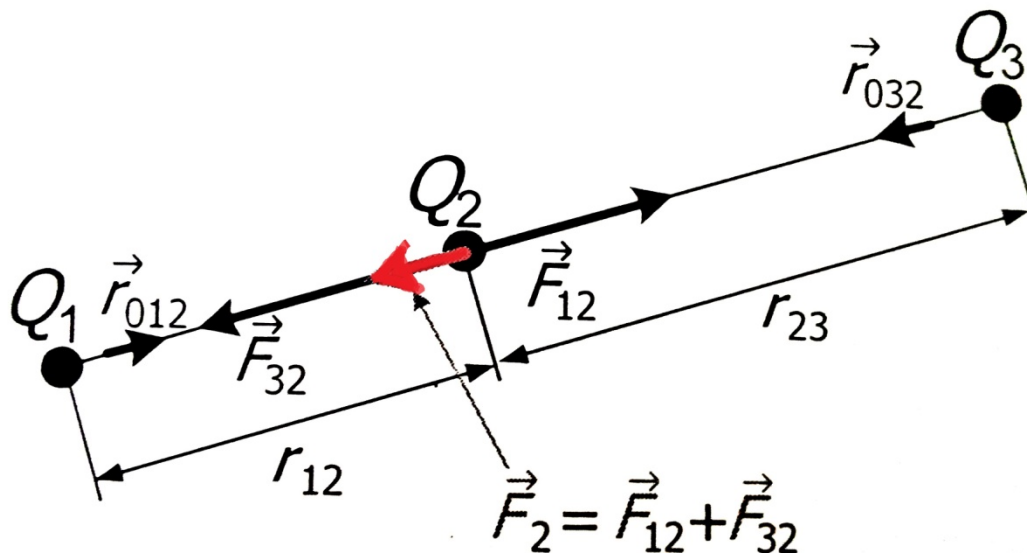
Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) III, poslednji, korak

Sabiramo dobijene sile



Prema principu **superpozicije**, **rezultantnu** silu koja deluje na neko telo dobijamo kao **vektorski** zbir svih sila koje deluju na to telo.



Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

a) III, poslednji, korak

Sabiramo dobijene sile

Ukupnu silu $\overrightarrow{F_2}$ dobijamo kada vektorski saberemo sile $\overrightarrow{F_{12}}$ i $\overrightarrow{F_{32}}$

$$\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot \overrightarrow{r_{012}} + 60pN \cdot \overrightarrow{r_{032}}$$

Kako su jedinični vektori $\overrightarrow{r_{012}}$ i $\overrightarrow{r_{032}}$ jednaki, samo suprotnog smera, biće:

$$\overrightarrow{r_{012}} = -\overrightarrow{r_{032}}$$

Pa je: $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot (-\overrightarrow{r_{032}}) + 60pN \cdot \overrightarrow{r_{032}} = (-45pN + 60pN) \cdot \overrightarrow{r_{032}} = 15pN \cdot \overrightarrow{r_{032}}$

Ili ako zamenimo $\overrightarrow{r_{032}} = -\overrightarrow{r_{012}}$

Dobijamo: $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{32}} = 45pN \cdot \overrightarrow{r_{012}} + 60pN \cdot (-\overrightarrow{r_{012}}) = (45pN - 60pN) \cdot \overrightarrow{r_{012}} = -15pN \cdot \overrightarrow{r_{012}}$

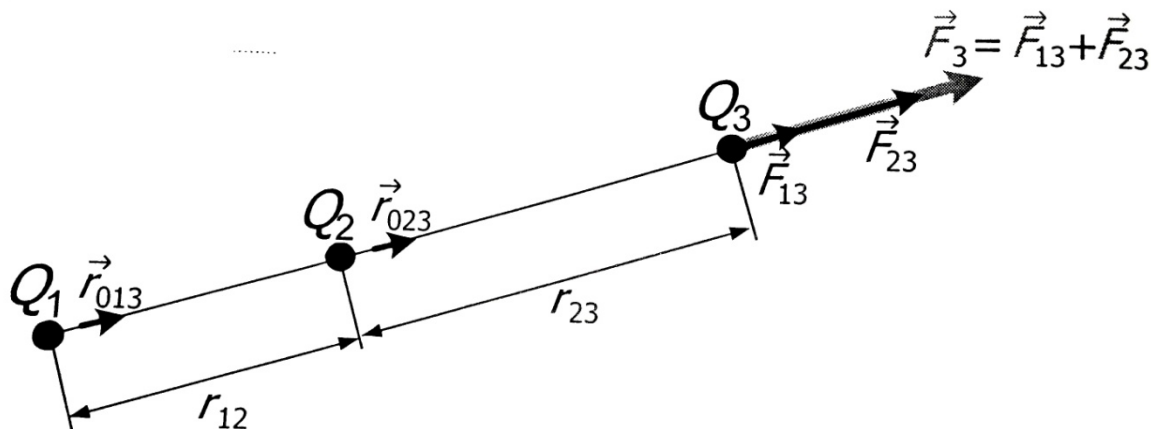


Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

b)



$$\vec{F}_{13} = k \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{13}^2} \cdot \vec{r}_{013}$$

$$\vec{F}_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12}C \cdot 3 \cdot 10^{-12}C}{(5 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{013} = \frac{9 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{9-12-12+4}}{25} N \cdot \vec{r}_{013}$$

$$\vec{F}_{13} = 1,08 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{r}_{013} = 10,8 pN \cdot \vec{r}_{013}$$



Elektrostatika-Kulonov zakon

Zadatak I.1.3.

Rešenje:

b)

$$\vec{F}_{23} = k \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{023}$$

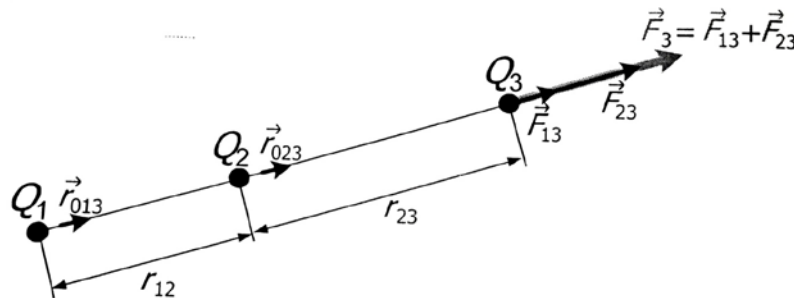
$$\vec{F}_{23} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12}C \cdot 2 \cdot 10^{-12}C}{(3 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{023} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{9-12-12+4}}{9} N \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_{23} = 6 \cdot 10^{-11}N \cdot \vec{r}_{023} = 60pN \cdot \vec{r}_{023}$$

primenom principa superpozicije dobijamo:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 10,8pN \cdot \vec{r}_{013} + 60pN \cdot \vec{r}_{023}$$

$$\vec{F}_2 = 10,8pN \cdot \vec{r}_{013} + 60pN \cdot \vec{r}_{013} = 70,8pN \cdot \vec{r}_{013}$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.1

- a) Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja na rastojanju $r = 0.2 \text{ m}$ od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11} \text{ C}$.
- b) Ako se u tačku na rastojanju $r = 0.2 \text{ m}$ od tačkastog naelektrisanja Q_1 postavi tačkasto naelektrisanje $Q_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ odrediti silu (njen intenzitet, pravac i smer) koja deluje na naelektrisanje Q_2 ?
- c) Odrediti silu koja bi delovala na tačkasto naelektrisanje $Q_3 = - 6 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ postavljeno u istu tačku.
- d) Uraditi isti zadatak pod a), b) i c) ako je $Q_1 = - 4 \cdot 10^{-11} \text{ C}$.

Rešenje:

Vektor jačine elektrostatičkog polja koje oko sebe stvara tačkasto naelektrisanje Q , na rastojanju r , u vazduhu, jednak je:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r_0} \quad , \text{ gde je } \vec{r_0} \text{ jedinični vektor uvek usmeren OD naelektrisanja } Q$$



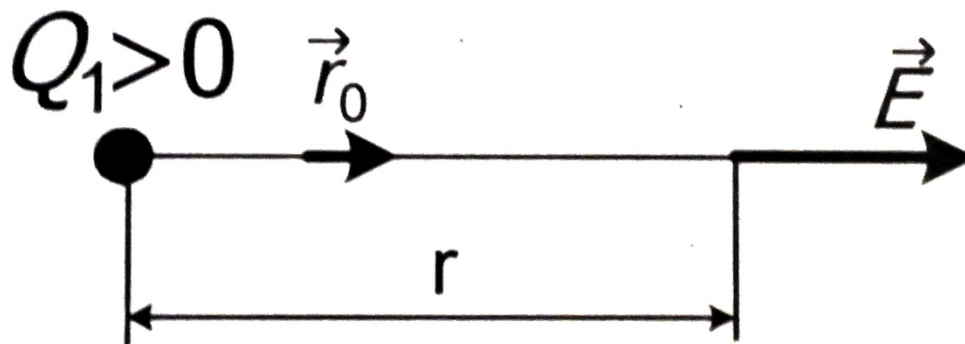
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.1

Rešenje:

a) Zamenom brojnih vrednosti dobijamo:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-11}C}{(0,2m)^2} \cdot \vec{r}_0 = 9 \cdot 10^{9-11+2} \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_0 = 9 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_0$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

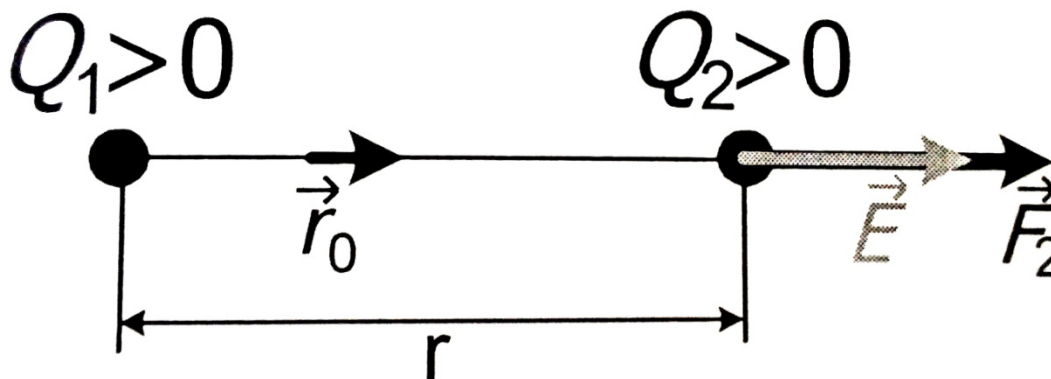
Zadatak I.2.1

Rešenje:

b) Sila koja deluje na tačkasto naelektrisanje postavljeno u blizini drugog naelektrisanja može da se izračuna primenom Kulonovog zakona ili preko vektora jačine električnog polja.

Kako smo pod a) izračunali jačinu polja BAŠ u toj tački $r=0,2\text{m}$, silu možemo odrediti:

$$\vec{F}_2 = \vec{E} \cdot Q_2 = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \vec{r}_0 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \text{C} = 54 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \vec{r}_0$$





Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

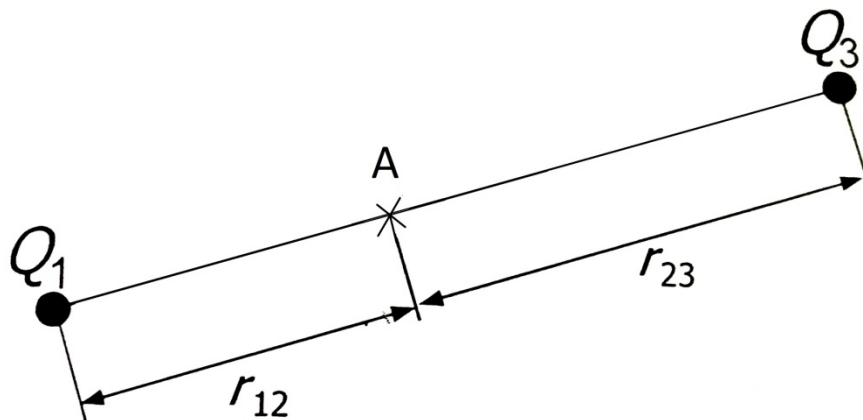
Dva tačkasta naelektrisanja $Q_1 = 1 \text{ pC}$ i $Q_3 = 3 \text{ pC}$ nalaze se na rastojanju $r_{13} = 5 \text{ cm}$ u vazduhu.

- Odrediti vektor jačine elektrostatičkog polja u tački A koja se nalazi na pravoj između ova dva naelektrisanja, a udaljena je od naelektrisanja Q_1 za $r_{12} = 2 \text{ cm}$.
- Odrediti silu (njen pravac, smer i intenzitet) koja deluje na naelektrisanje $Q_2 = 2 \text{ pC}$ koje je postavljeno u tačku A.

Rešenje:

Skica naelektrisanja

$$r_{23} = r_{13} - r_{12}$$





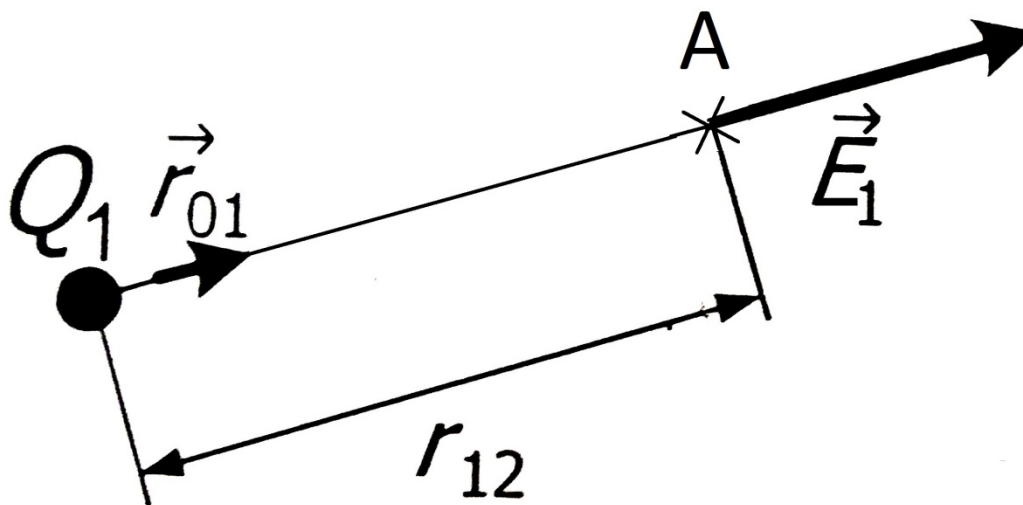
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) I korak

Posmatramo električno polje u tački A koje potiče od naelektrisanja Q_1

$$\vec{E}_1 = k \frac{Q_1}{r_{12}^2} \cdot \vec{r}_{01} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-12}C}{(2 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{01} = \frac{9 \cdot 10^{9-12}N}{4 \cdot 10^{-4}C} \cdot \vec{r}_{01} = 22,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01}$$





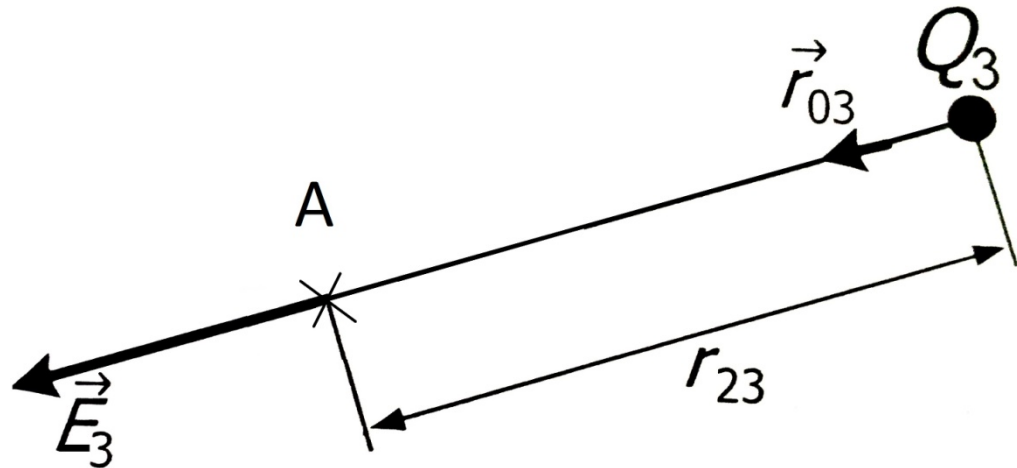
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) II korak

Posmatramo električno polje u tački A koje potiče od naelektrisanja Q_3

$$\vec{E}_3 = k \frac{Q_3}{r_{23}^2} \cdot \vec{r}_{03} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-12} C}{(3 \cdot 10^{-2} m)^2} \cdot \vec{r}_{03} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 10^{9-12} N}{9 \cdot 10^{-4}} \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03}$$





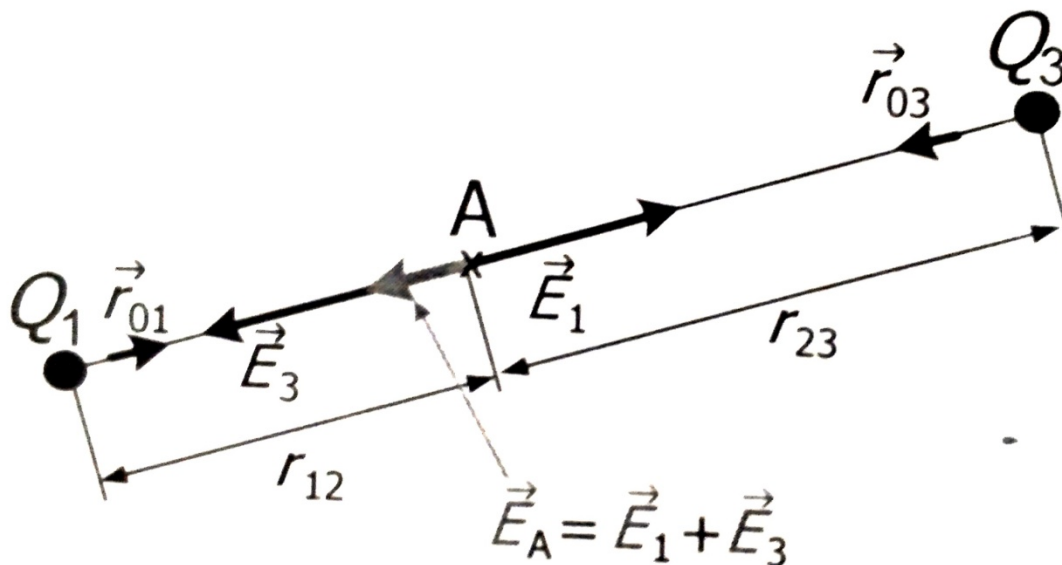
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: a) III korak

Vektor jačine električnog polja u tački A dobijamo sabiranjem svih vektora električnog polja koji deluju u toj tački

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 = 22,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01} + 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 22,5 \frac{N}{C} \cdot (-\vec{r}_{03}) + 30 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} = 7,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03}$$





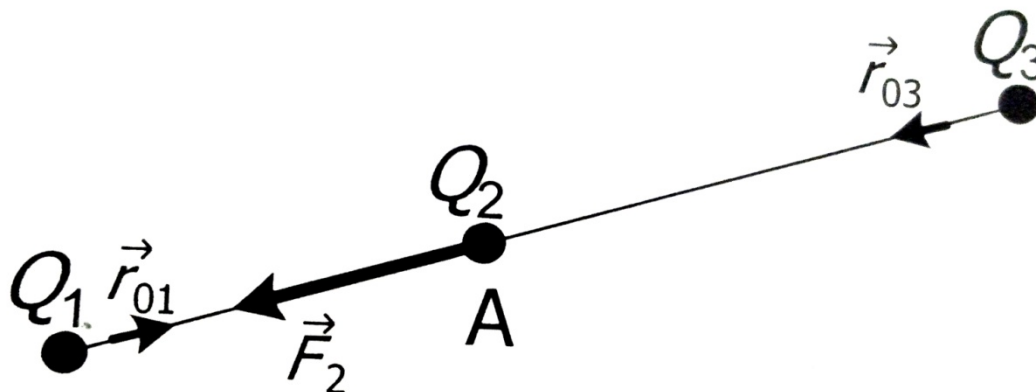
Elektrostatika-Elektrostatičko polje

Zadatak I.2.3

Rešenje: b)

S obzirom da nam je sada poznat vektor jačine elektrostatičkog polja u tački A, silu koja deluje na naelektrisanje Q_2 postavljeno u tu tačku izračunavamo:

$$\vec{F}_2 = \vec{E}_A \cdot Q_2 = 7,5 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03} \cdot 2 \cdot 10^{-12} C = 15 \cdot 10^{-12} N \cdot \vec{r}_{03} = 15 \cdot pN \cdot \vec{r}_{03}$$





Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.3.

Odrediti potencijal tačke koja se nalazi na rastojanju $r_1 = 0,2\text{m}$ od tačkastog naelektrisanja $Q_1 = 4 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ i na rastojanju $r_2 = 0,4\text{m}$ od tačkastog naelektrisanja $Q_2 = -6 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ u odnosu na referentnu tačku u beskonačnosti.

Rešenje:

Primenjujemo princip superpozicije na elektrostatički potencijal.

Elektrostatički potencijal je **skalarna** veličina pa se ukupan potencijal u nekoj tački dobija kao **algebarski** zbir **svih** potencijala koje u toj tački stvaraju pojedina naelektrisanja.

$$V = V_1 + V_2$$



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.3.

Rešenje:

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-11} C}{0,2m} = 1,8V$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-11} C}{0,4m} = -1,35V$$

$$V = V_1 + V_2 = 1,8V + (-1,35V) = 0,45V$$



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.4.

Tri tačkasta naelektrisanja, $Q_A = 10 \text{ pC}$, $Q_B = -10 \text{ pC}$ i $Q_C = 10 \text{ pC}$, nalaze se u vakuumu u temenima jednakostraničnog trougla stranice $a = \sqrt{3} \text{ m}$. Odrediti potencijal u centru (težištu) trougla.

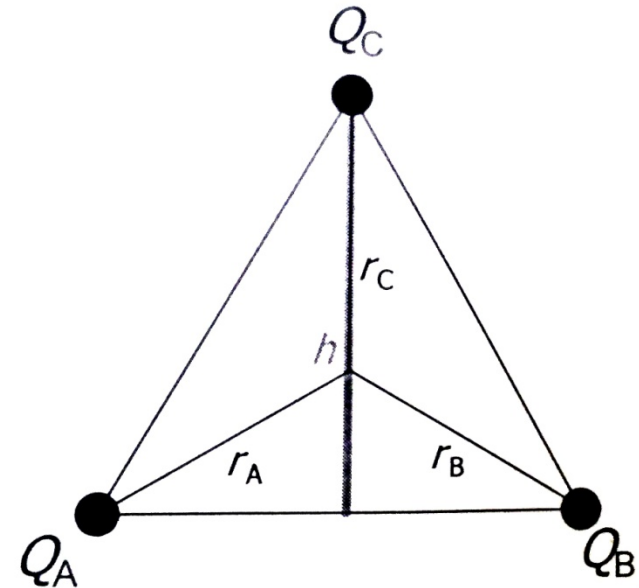
Rešenje:

skica naelektrisanja

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$r_A = r_B = r_C = \frac{2}{3}h$$

$$r_A = r_B = r_C = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3} \text{ m} \sqrt{3}}{3} = \frac{3 \text{ m}}{3} = 1 \text{ m}$$





Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.4.

Rešenje:

$$V_A = k \frac{Q_A}{r_A} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = 0,09V$$

$$V_B = k \frac{Q_B}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = -0,09V$$

$$V_C = k \frac{Q_C}{r_C} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-12} C}{1m} = 0,09V$$

$$V = V_A + V_B + V_C = 0,09V + (-0,09V) + 0,09V = 0,09V$$