

Poglavlje 14

Uvod u digitalne filtre

Digitalni filtri se upotrebljavaju za dve opšte namene: (1) odvajanje signala koji su pomešani, i (2) obnavljanje signala koji su narušeni na neki način. Analogni elektrosnki filtri se koriste za iste zadatke, mada digitalni filtri mogu da postignu bolje rezultate. Najpopularniji digitalni filtri su objašnjeni i upoređeni u sledećih sedam poglavlja. Uvodno poglavlje objašnjava parametre na koje treba da obratite pažnju kada želite da shvatite svaki od filtara.

Osnove filtara

Digitalni filtri su veoma važan deo digitalnih signal-procesora (DSP). U suštini, njihove zadivljujuće performanse su ključni razlog zbog kojih su DSP postali tako popularni. Kao što je pomenuto u uvodu, filtri imaju dve namene: *razdvajanje* i *obnavljanje*. Razdvajanje signala je potrebno kada je signal pomešan interferencijom, sa šumom ili drugim signalom. Na primer, zamislite uređaj za merenje električne aktivnosti bebinog srca (EKG) dok je još u materici. Izvorni signal će najverovatnije biti oštećen disanjem i otkucajim srca majke. Filtar se može upotrebiti da idvoji te signale kako bi bili odvojeno analizirani.

Obnavljanje signala se koristi kada je signal oštećen na neki način. Na primer, audio snimak obavljen lošom opremom može biti filtriran radi poboljšanja kvaliteta snimka. Drugi primer je izoštravanje mutne slike usled neadekvatno fokusiranog objektiva ili podrhtavanja kamere.

Ovakvi problemi se mogu rešavati i analognim filtrima. Koji su bolji? Analogni filtri su jeftini, brzi, i imaju veliki dinamički opseg u amplitudnom i frekvencijskom opsegu. Za razliku od njih, digitalni filtri su veoma superiorni u pogledu performansi koje je moguće ostvariti. Na primer, niskopropusni digitalni filter predstavljen u poglavlju 16 ima pojačanje 1 ± 0.0002 od jednosmernog signala (DC) do 1kHz, a pojačanje manje od 0.0002 za frekvencije iznad 1001Hz. Cela prelazna oblast je zapravo 1Hz. Ne očekujte ovo od kola sa operacionim pojačavačem! Digitalni filtri mogu da postignu hiljade puta bolje performanse od analognih filtara. To pravi značajnu razliku u pristupu rešavanja problema filtriranja. Kod analognih filtara, ističu se ograničenja elektronskih komponentri, kao što su preciznost i stabilnost otpornika i kondezatora, za razliku od digitalnih filtara koji su toliko dobri da se performanse povremeno ignorišu a naglašavaju ograničenja *signala* u *teoretskom* smislu obzirom na princip obrade.

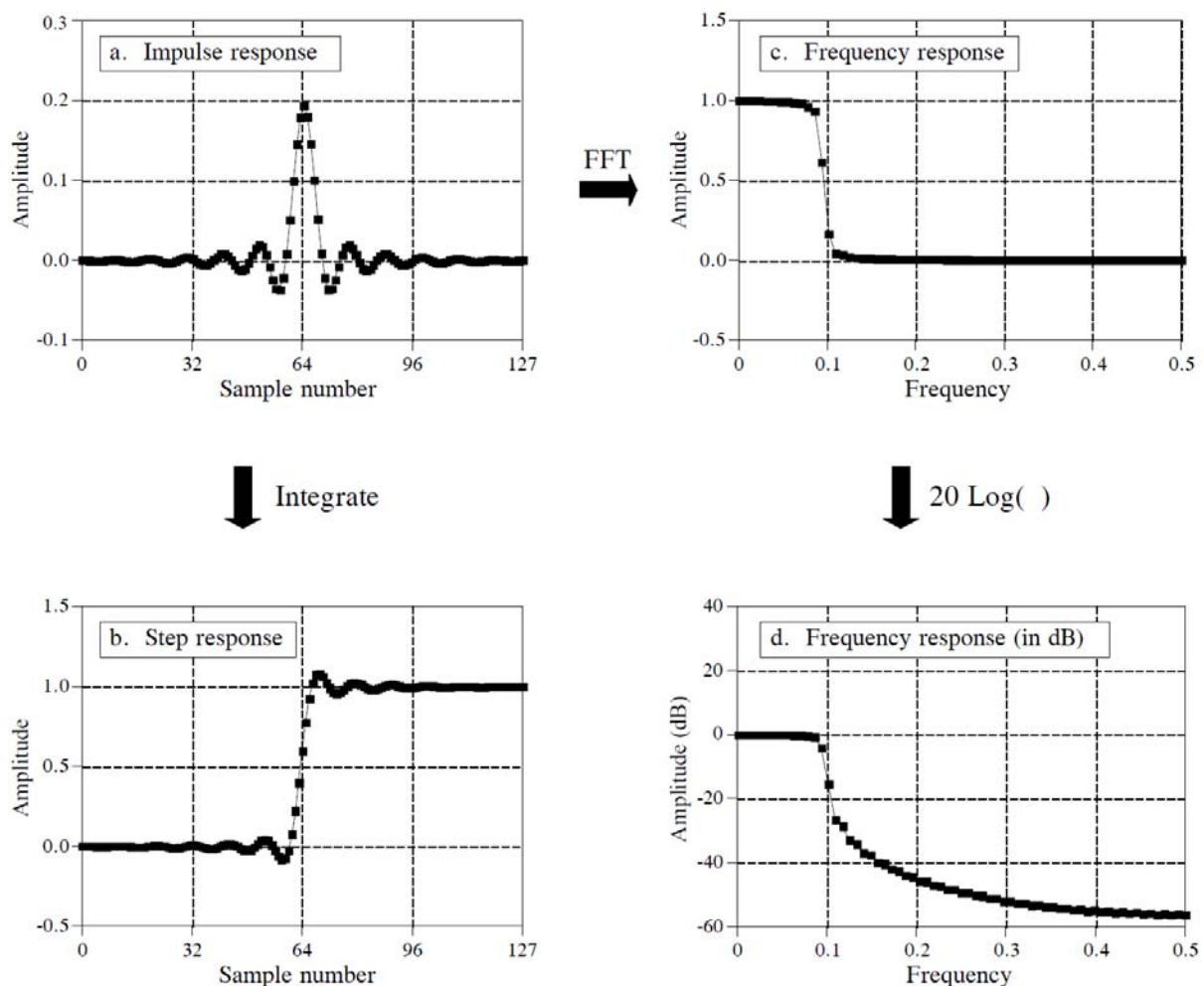
Uobičajeno je da se kaže da su ulazni i izlazni signal kod DSP-a u vremenskom domenu. To je zato što se obrađuje signal koji je odabiran u ravnomernim vremenskim intervalima. To nije jedini način da se obavi odabiranje (odmeravanje, uzorkovanje, semplovanje) . Postoji semplovanje i u prostoru. Na primer, zamislite uzimanje istovremenih očitavanja sa matrice

senzora montiranih na razmaku od 1cm duž krila aviona. I drugi domeni smplovanja su mogući, mada su vremenski i prostorni uobičajeni. Kada vidite pojam *vremenski domen* kod DSP, setite se da se to odnosi na odmerke uzete u vremenu, ili može biti opšti pokazatelj na uzorkovanje u drugim domenima.

Kao što je prikazano na slici 14-1, svaki linearni filter ima **impulsni odziv**, **odziv na step (jediničnu) pobudu** i **frekvencijski odziv**. Svaka od ovih karakteristika sadrži kompletnu unformaciju o filteru, ali u različitom obliku. Ako je poznat jedan od 3 odziva, ostala 2 su jednoznačno povezani i mogu se odrediti na osnovu poznatog. Sve tri vrste odziva filtra su bitne, jer pokazuju kako se filter ponaša u različitim okolnostima.

Najjednostavniji način za implementaciju digitalnog filtra je obavljanje *konvolucije* ulaznog signala *impulsnim odzivom* digitalnog filtra. Svi linearni digitalni filteri mogu biti napravljeni na ovaj način. Kada *impulsni odziv* ima ovu primenu, dizajneri filtera mu daju specifično ime: **kernel filtra** (jezgro filtra).

Takodje, postoji drugi način da se napravi digitalni filter: **rekurzija**. Kada je filter implementiran konvolucijom, svaki odbirak izlaznog signala je izračunat *težinskim odmeravanjem* i sabiranjem odbiraka ulaznog signala. Rekurzivni filteri su nadogradnja toga, uzimaju u obzir prethodno izračunate vrednosti *izlaznog* signala bez obzira na *ulazni*. Umesto upotrebe kernela, rekurzivni filteri su definisani skupom **rekurzivnih koeficijenata**. Ova metoda će biti objašnjena detaljnije u poglavlju 19. Za sada, važna je činjenica da svi linearni filteri imaju impulsni odziv, čak i ako se ne koriste za implementaciju filtra. Da bi odredili impulsni odziv rekurzivnog filtra, jednostavno treba dovesti kratak impuls na ulaz i videti šta se dobije na izlazu. Impulsni odziv rekurzivnog filtra je sastavljen od sinusoida, čije amplitude opadaju eksponencijalno. U principu, to čini impulsni odziv *beskonačno dugim*. U svakom slučaju, amplituda će se smanjiti ispod neke određene granice u konačnom opsegu, pa će biti moguće zanemariti preostale odbirke.



Slika 14-1

Parametri filtra. Svaki filter ima impulsni odziv, step odziv i frekventni odziv. Step odziv, (b), može se odrediti diskretnom integracijom impulsnog odziva, (a). Frekventni odziv se može odrediti iz impulsnog odziva upotrebom Brze Furijeove Transformacije (FFT), i može biti prikazan na linearnoj skali, (c), ili u decibelima, (d).

Zbog ove karakteristike, rekurzivni filteri se nazivaju **Infinite Impulse Response (IIR)** filteri. Za razliku od njih, filteri zasnovani na konvoluciji se zovu **Finite Impulse Response (FIR)** filteri.

Kao što je poznato, *impulsni odziv* je izlaz sistema kada se na ulaz dovede kratak *impuls*. Na isti način, *step odziv* je izlaz kada se na ulaz dovede *step funkcija* (takođe poznata i kao *ivica*, *ivični odziv*). Obirom da je step funkcija integral impulsne, step odziv će biti integral impulsnog odziva. Ovo omogućuje dva načina da se sazna step odziv: (1) obezbediti step funkciju kao ulazni signal filtra i snimiti odziv, ili (2) integraliti impulsni odziv (matematički korektno: integraljenje se koristi kod kontinualnih signala, dok se *diskretna integracija* tj. trenutni zbir koristi kod diskretnih signala). Frekvencijski odziv može se naći primenom DFT (primenom FFT algoritma) impulsnog odziva. To će biti razmotreno kasnije u ovom poglavlju. Frekvencijski odziv može biti prikazan na linearnoj vertikalnoj osi, kao na primeru (c), ili na logaritamskoj skali u decibelima kao što je prikazano na (d). Linearna skala je najbolja za prikazivanje podrhtavanja karakteristike u propusnom opsegu (passband ripple) i strminu

prelaska iz propusnog u nepropusni opseg (roll-off), dok je skala u decibelima potrebna da se prikaže slabljenje u nepropusnom opsegu.

Ne sećete se decibela? Sledi kratko podsećanje. **Bel** (u čast Alexander Graham Bell-a) znači da se snaga povećala *faktorom deset*. Na primer, električno kolo koje ima 3 bela pojačanje proizvodi izlazni signal koji je $10 \times 10 \times 10 = 1000$ puta veće snage nego ulazni. **Decibel (dB)** je desetina bel-a. Na taj način, vrednosti : -20dB, -10dB, 0dB, 10dB i 20dB znače odnose snaga: 0.01, 0.1, 1, 10 i 100, respektivno. Drgačije rečeno, svakih *deset* decibela znači da se snaga povećala 10 puta. Evo u čemu je poenta: uglavnom želite da radite sa *amplitudama* signala, a ne njihovim *snagama*. Uzećemo za primer 20dB pojačanja. Po definiciji, to znači da je snaga signala povećana 100 puta po snazi, ali i 10 puta po aplitudi. Svakih *dvadeset* decibela znači da se amplituda promenila 10 puta.

$$db = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$

$$db = 20 \log_{10} \frac{A_2}{A_1}$$

Jednačine iznad koriste logaritam osnove 10, mada mnogi kompjuterski jezici koriste funkciju logaritma osnove *e* (prirodni logaritam, piše se kao $\log_e x$ ili $\ln x$). Prirodni logaritam se može upotrebiti izmenom prethodnih jednačina:

$$db = 4.342945 \log_e \frac{P_2}{P_1}$$

$$db = 8.685890 \log_e \frac{A_2}{A_1}$$

Obzirom da su decibeli veoma pogodni za opisivanje odnosa dva signala, oni su idelani za predstavljanje pojačanja sistema, npr. pojačanja izlaznog u odnosu na ulazni signal. U svakom slučaju, inženjeri koriste decibele da bi predstavili amplitudu (ili snagu) *jednog* signala u odnosu na neku vrednost definisanu standardom. Na primer, pojam **dBV** znači da je signal upoređen sa 1V rms (root mean square, efektivna vrednost) signalom. Isto tako, **dBm** znači da referentni signal proizvodi 1mW na 600Ω opterećenja (oko 0.78V rms). Zapamtite dve stvari u vezi decibela: Prvo, -3dB znači da je amplituda smanjena na 0.707 (a snaga je smanjena na 0.5). Drugo, zapamtite sledeće odnose decibela i amplituda:

60dB=1000
40dB=100
20dB=10
0dB=1
-20dB=0.1
-40dB=0.01
-60dB=0.001

Kako je informacija predstavljena signalom

Najvažnija stvar koju treba shvatiti u vezi DSP je način na koji je *informacija* predstavljena signalom. Postoje mnogi načini kojima se informacija može sadržati u signalu. To je naročito tačno ako je signal veštački. Na primer, razmotrimo sve principe modulacije: AM, FM, jedan bočni opseg, PCM, PWM itd. Spisak se može nastaviti. Srećom, postoje samo dva načina predstavljanja signala u signalima koji se prirodno javljaju. Nazivamo ih: **informacija predstavljena u vremenskom domenu** i **informacija predstavljena u frekvencijskom domenu**.

Informacija predstavljena u vremenskom domenu opisuje kada se nešto desilo i šta se desilo sa amplitudom. Na primer, zamislite eksperiment proučavanja svetlosti Sunca. Svetlost se meri i beleži svake sekunde. Svaki odbirak signala pokazuje šta se desilo u tom momentu i intenzitet događaja. Ako se desi sunčeva oluja, signal će direktno obezbediti informaciju o vremenu nastajanja, trajanju, razvoju tokom vremena itd. Svaki odbirak sadrži informaciju koja je upotrebljiva bez obzira na druge odbirke. Čak iako imate samo jedan odbirak tog signala, znaćete nešto o merenoj pojavi. To je najjednostavniji način kojim se informacija sadrži u signalu.

Sa druge strane, informacija predstavljena u frekvencijskom domenu je više indirektna. Mnoge pojave u našem univerzumu se dešavaju periodično. Na primer, čaša vina kucnuta noktom će vibrirati, proizvedeći zvonki zvuk, klatno sata će se kretati napred-nazad, zvezde i planete se okreću na njihovoj putanji i jedni oko drugih, i tako dalje. Merenjima frekvencije, faze i amplitude ovog periodičnog kretanja dobijaju se informacije o kretanju sistema. Pretpostavimo da smo izvršili odabiranje zvuka koji je nastao vibriranjem čaše vina. Osnovna učestanost i harmonici vibracije su u relaciji sa masom i elastičnošću materijala. Jedan uzorak ne sadrži informaciju o periodičnom kretanju, isto tako ne sadrži informaciju o čaši vina. Informacija je sadržana u *odnosu* između mnoštva tačaka signala.

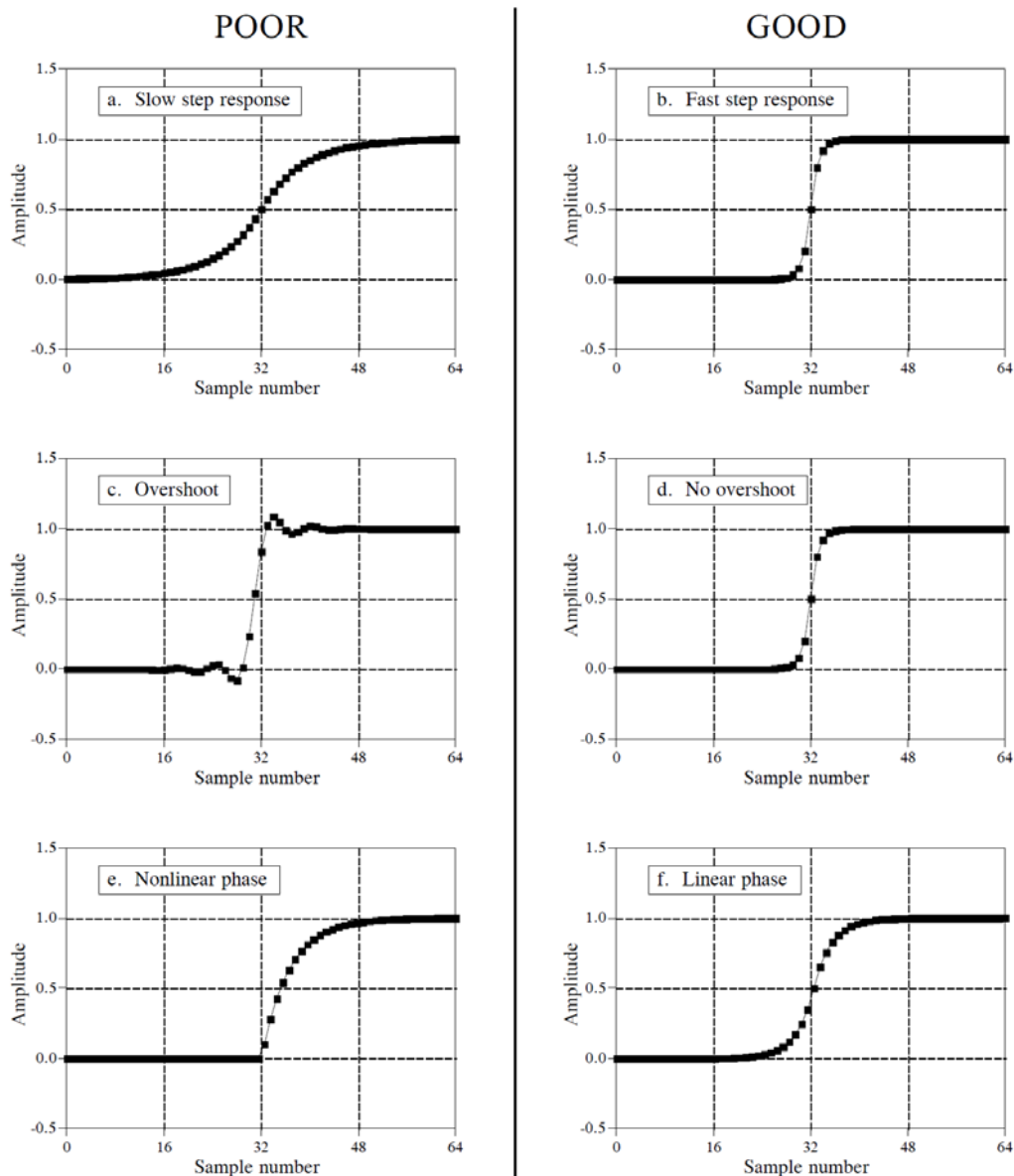
Ovo nas dovodi do važnosti step i impulsnog odziva. *Step odziv* opisuje kako je informacija predstavljena u *vremenskom domenu* i kako je promenjena usled prolaska kroz sistem. Sa druge strane, *frekvencijski odziv* pokazuje kako se menja informacija u *frekvencijskom domenu*. Ova razlika je apsolutno kritična u dizajnu filtera, zato što nije moguće optimizovati filter za obe primene. Dobre performanse u vremenskom domenu prouzrokuju loše performanse u frekvencijskom domenu, i obrnuto. Ako dizajnirate filter za potiskivanje šuma iz EKG signala (informacija predstavljena u vremenskom domenu), odziv na step funkciju je važan parametar, a frekventni odziv se manje razmatra. Ako je zadatak dizajnirati digitalni filter za slušni aparat (sa informacijom u frekventnom domenu), frekvencijski odziv je bitan, dok se zanemaruje step odziv. Pogledajmo šta filter čini optimalnim za aplikacije vremenskog ili frekventnog domena.

Parametri vremenskog domena

Ne mora biti očigledno zašto je step odziv od tolikog značaja kod filtara u vremenskom domenu. Pitaćete se zašto impulsni odziv nije važan parametar. Odgovor leži u načinu kako ljudski mozak shvata i obrađuje informacije. Setite se da step, impulsni i frekventni odziv sadrže iste informacije, samo u drugom obliku. Step odziv je koristan u vremenskoj analizi zato što se podudara sa načinom ljudskog shvatanja informacije u signalu.

Na primer, pretpostavimo da imate signal nepoznatog ivora i treba da ga analizirate. Prva stvar koju ćete uraditi je da podelite signal na delove sličnih karakteristika. Ne možete prestati da radite to, Vaš um će to raditi automatski. Neki delovi mogu biti glatki, drugi mogu imati velike amplitudne skokove, ostali mogu biti šumoviti. Razdvajanje segmenata je obavljeno identifikacijom tačaka koje razdvajaju različite oblasti. Tu nastupa step funkcija. Step funkcija je najbolji način predstavljanja razlike između dva različita regiona. Može označiti kada je događaj počeo ili kada se završio. Ona kaže da je sve sa *leve* strane drugačije nego sve sa *desne* strane. To je način kako ljudski um shvata informaciju vremenskog domena: grupa step funkcija deli informacije u regione sličnih karakteristika. Step odziv je važan jer opisuje kako su granice razdvajanja promenjene filtriranjem.

Parametri step odziva koji su bitni u dizajnu filtara su prikazani na slici 14-2. Da bi se razlikovali događaji u signalu, trajanje step odziva mora biti kraće nego prostiranje događaja. To nameće zahtev da step odziv bude što *brži*. To je prikazano na slikama (a) i (b). Uobičajeni način da se definiše **usponska ivica**, jeste da se odredi broj odbiraka između 10% i 90% nivoa amplitude. Zašto nije uvek moguće imati kratko vreme usponske ivice? Postoje brojni razlozi za to: potiskivanje šuma, nerazdvojiva ograničenja sistema za obradu podataka, izbegavanja alias-a itd.



Slika 14-2

Parametri za ocenu performansi u *vremenskom domenu*. Step odziv se koristi da bi se odredilo koliko se dobro filter ponaša u vremenskom domenu. Tri parametra su bitna: (1) vreme prelaska (usponska ivica), prikazana (a) i (b), (2) premašaj, prikazan (c) i (d), i (3) linearnost faze (simetrija gornje i donje polovine skoka), prikazan (e) i (f).

Slike (c) i (d) prikazuju sledeći važan parametar: **premašaj** u step odzivu. Premašaj bi trebalo eliminisati zato što on menja amplitudu semplovanog signala, to je osnovno izobličenje informacije u vremenskom domenu. Postavilo bi se sledeće pitanje: da li je premašaj izazvan pojavom koja se meri ili zbog filtra koji je u upotrebi.

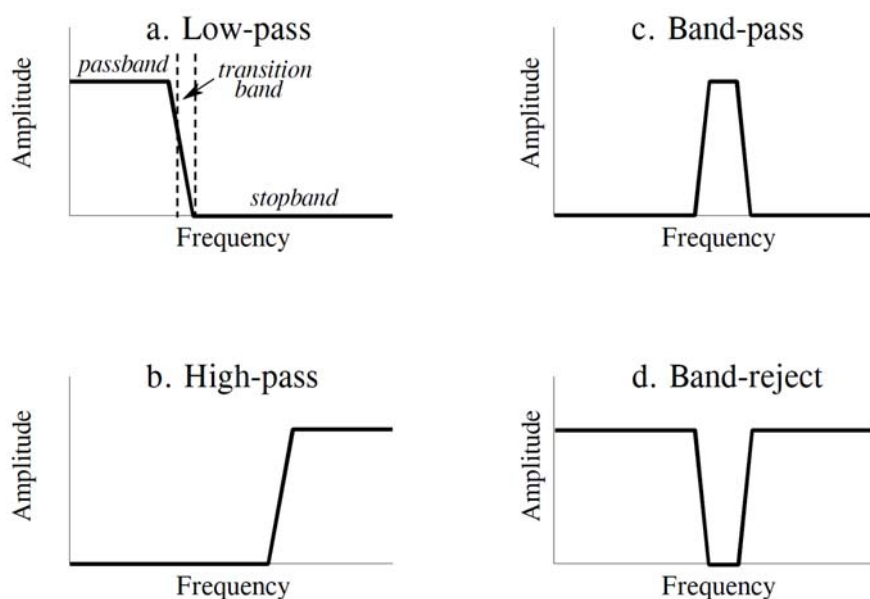
Na kraju, poželjno je da gornja polovina step odziva bude simetrična sa donjom polovinom, kao što je ilustrovano slikama (e) i (f). Simetrija je potrebna da bi omogućio isti oblik *usponske i opadajuće ivice*. Ta simetrija se naziva **linearna faza**, zato što frekventni odziv ima fazu koja je prava linija (objašnjeno u poglavlju 19). Poželjno je shvatiti ove parametre, oni su ključni u proceni filtara u vremenskom domenu.

Parametri filtara u frekvencijskom domenu

Slika 14-3 prikazuje četiri osnovna frekvencijska odziva. Namena ovih filtara jeste da dozvoli neometano propuštanje nekih frekvencija, a potpuno potiskivanje nekih drugih frekvencija.

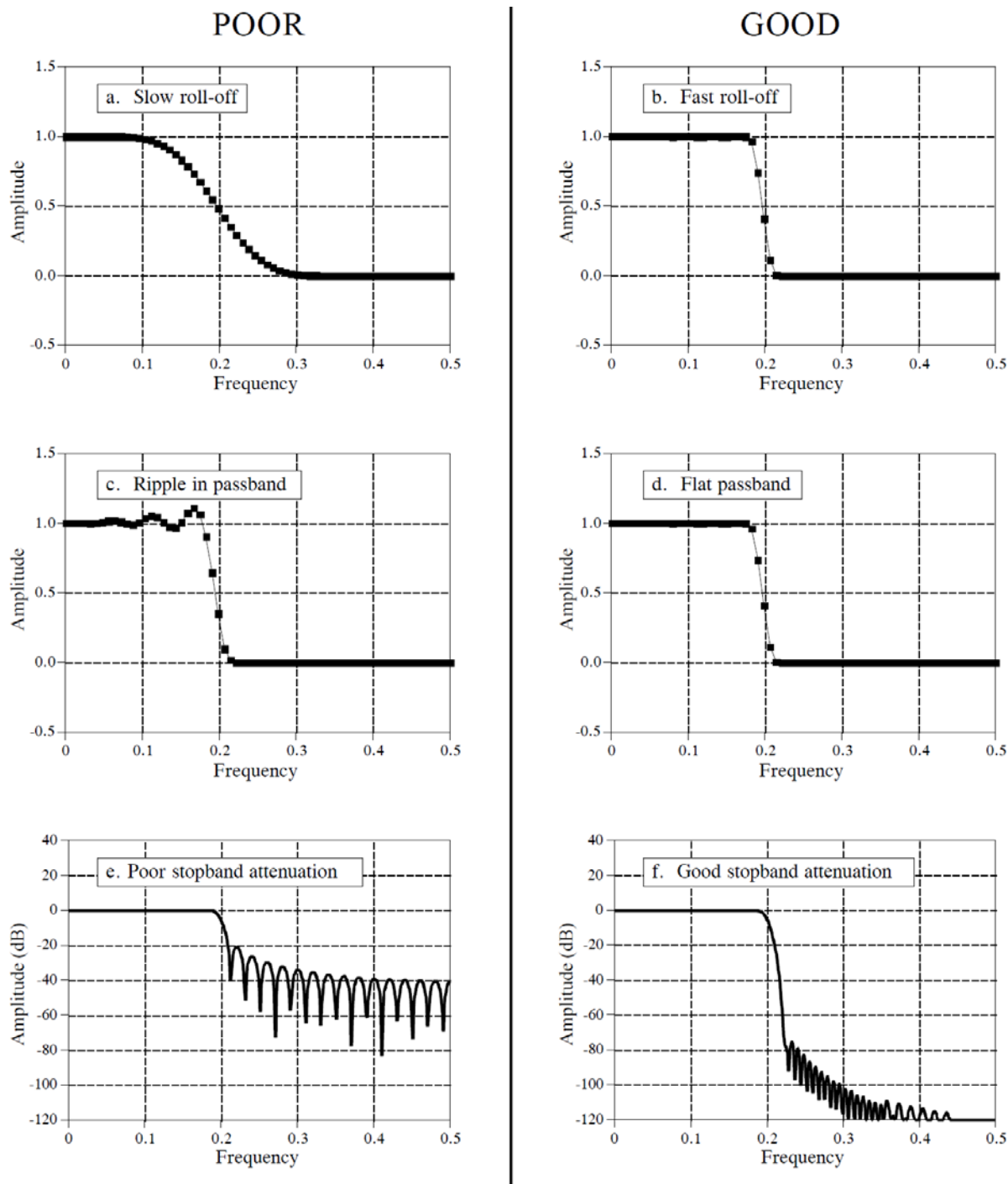
Propusni opseg (passband) određuje opseg frekvencija koji će biti propušten, dok **nepropusni opseg** (stopband) definiše frekvencije koje će biti potisnute. **Prelazna oblast** (transition band) je između. **Velika strmina** (roll-off) znači da je prelazni opseg veoma uzak. Granica između propusnog opsega i prelazne oblasti naziva se **granična učestanost** (cutoff frequency). U dizajnu analognih filtara, granična učestanost je definisana učestanošću na kojoj je amplituda oslabljena na 0.707 (tj. -3dB). Digitalni filtri su manje standardizovani, i uobičajeno je videti da 99%, 90%, 70,7% and 50% amplitude definiše graničnu učestanost.

Slika 14-4 pokazuje tri parametra koji su pokazatelji koliko dobro filter funkcioniše u frekventnom domenu. Da bi razdvojio signale bliskih učestanosti, filter mora da ima **veliku strminu**, kao što je prikazano (a) i (b). Da ne bi narušio frekvencije iz propusnog opsega, ne sme postojati **podrhtavanje karakteristike u propusnom opsegu** (passband ripple), kao što je prikazano (c) i (d). Na kraju, da bi adekvatno blokirao frekvencije iz nepropusnog opsega, neophodno je da filter ima dobro **slabljenje u nepropusnom opsegu** (stopband attenuation), kao što je prikazano na (e) i (f).



Slika 14-3

Četiri uobičajena frekventa odziva. Filtri frekventnog domena se uglavnom koriste da propuste određene frekvencije (*passband*), dok blokiraju neke druge frekvencije (*stopband*). Četiri najčešća odziva: niskopropusni filter, visokopropusni filter, filter propusnik učestanosti i filter nepropusnik učestanosti.



Slika 14-4

Parametri za ocenu filtera u *frekventnom domenu*. Prikazani su odzivi niskopropunih filtera. Bitna su tri parametra: (1) strmina prelazne oblasti, prikazana (a) i (b), (2) podrhtavanje u propusnom opsegu, prikano (c) i (d), i (3) slabljenje u nepropusnom opsegu, prikazano (e) i (f).

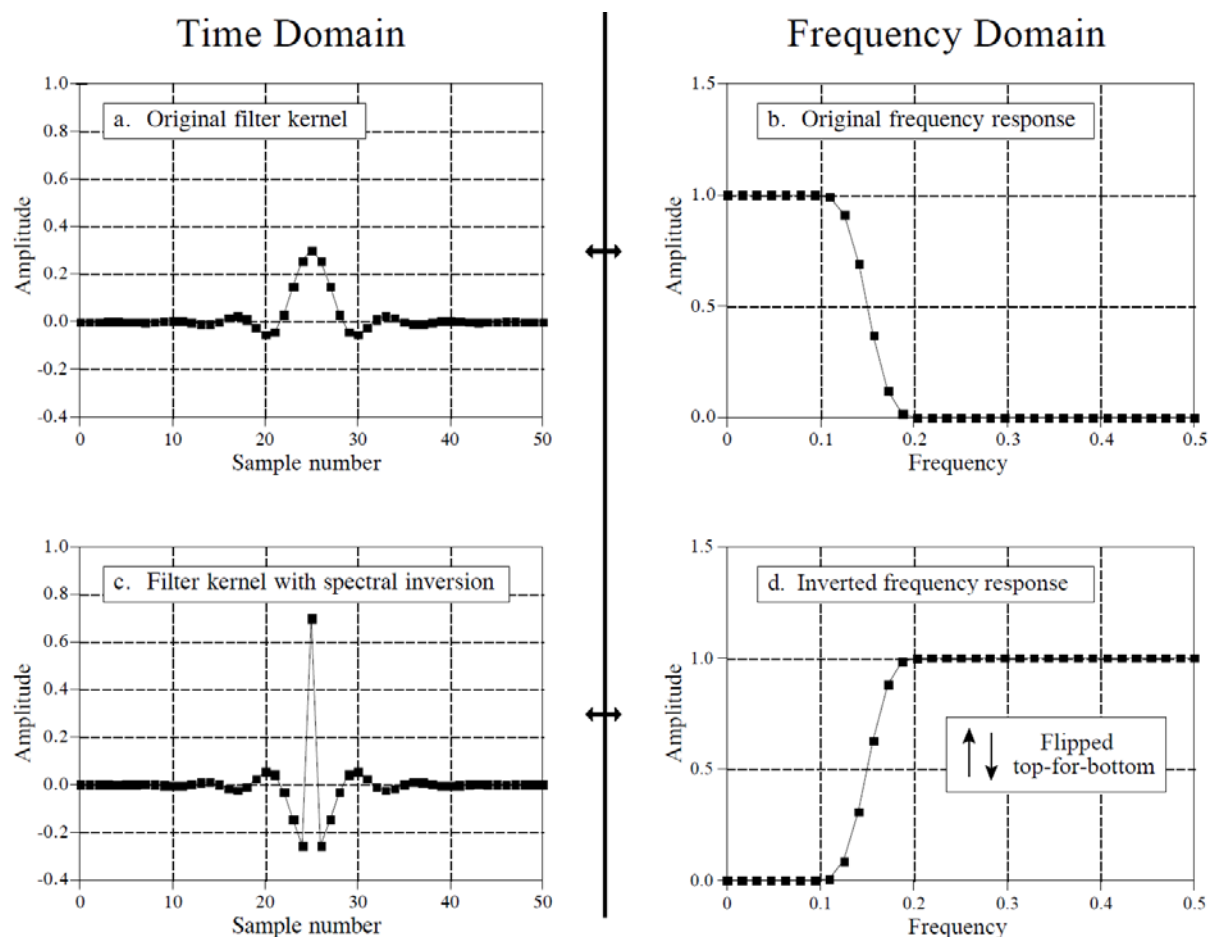
Zašto se ne pominje *faza* u ovim parametrizacijama? Prvo, faza nije bitna za mnoge primene u frekventnom domenu. Na primer, faza audio signala je skoro potpuno slučajna, i sadrži veoma malo korisnih informacija. Drugo, ako je faza bitna, lako je napraviti digitalni filter sa *savršenim* faznim odzivom tj. sve frekvencije će prolaziti kroz filter sa nultim faznim pomerajem (takođe objašnjeno u poglavlju 19). Za poređenje, analogni filteri su lošiji u ovom pogledu.

U prethodnom poglavlju je objašnjen princip kako DFT konvertuje impulsni odziv sistema u frekventni odziv. Sledi kratak pregled. Najbrži na čin računanja DFT je primena FFT algoritma predstavljenog u poglavlju 12. Polazeći od kernela N semplova dugog, FFT računa spektar frekvencija koji se sastoji od *realnog dela* dugog N tačaka, i *imaginarnog dela* dugog takođe N tačaka. Samo semplovi od 0 do $N/2$ realnog i imaginarnog dela kod FFT sadrže korisnu informaciju, ostale tačke su duplikati (negativne frekvencije), i mogu biti ignorisani. Obzirom da su realni i imaginarni delovi teški za razumevanje, uglavnom se konvertuju u polarno predstavljanje kao što je objašnjeno u poglavlju 8. To daje amplitudni i fazni signal, svaki od 0 do $N/2$ ($N/2+1$ odbirak u svakom signalu). Na primer, impulsni odziv od 256 tačaka daje frekventni odziv od 0 do 128. Odbirak 0 predstavlja DC tj. nultu frekvenciju. Odbirak br. 128 predstavlja polovinu učestanosti odabiranja. Zapamtite, neće biti većih učestanosti od polovine učestanosti odabiranja u signalu koji se odabira.

Broj odbiraka za predstavljanje impulsnog odziva može biti proizvoljno velik. Na primer, pretpostavimo da želite da odredite frekventni opseg kernela filtra koji se sastoji od 80 tačaka. Obzirom da FFT funkcioniše sa signalima koji su stepen broja dva, potrebno je dodati 48 nula da bi se dobila dužina od 128 semplova. Ovo *ispunjavanje nulama* ne menja impulsni odziv. Da biste razmislili zašto je to tako, razmislite šta se događa sa ovim dodatim nulama kada se primeni konvolucija nad ulaznim signalom impulsnim odzivom filtra. Dodate nule prosto *iščeznu* u konvoluciji, i ne utiču na rezultat.

Ako odemo dalje u razmatranju, vidimo da možemo dodati *mnogo* nula impulsnom odzivu da bi on bio dug, recimo, 256, 512 ili 1024 tačaka. Važna činjenica je da duži impulsni odziv uzrokuje bližem rastojanju tačaka u frekventnom odzivu. Na taj način imamo veći broj tačaka između DC i polovine učestanosti odabiranja. Dovodeći slučaj do ekstrema, ako je impulsni odziv ispunjen *beskonačnim* brojem nula, vrednosti frekventnog odziva se približavaju beskonačno malim rastojanjima tj. čine kontinualnu liniju. Drugim rečima, frekventni odziv filtra je zaista *kontinualan* signal između DC i polovine učestanosti odabiranja. Izlaz DFT je odabiranje ove neprekidne linije. Koju dužinu impulsnog odziva treba koristiti pri računanju frekventnog odziva filtra? U prvom prolazu, pokušajte sa $N=1024$, ali se ne ustručavajte da promenite ako je potrebno (ako je nedovoljna rezolucija ili preveliko vreme računanja).

Imajte na umu da su „dobri“ i „loši“ parametri obrađeni u ovom poglavlju samo generalizacija. Mnogi signali ne pripadaju strogim kategorijama. Na primer, razmotrimo slučaj kada je EKG signal narušen interferencijom sa signalom od 60Hz. Informacija je predstavljena u *vremenskom domenu*, ali najbolje je rešiti interferenciju u *frekventnom domenu*. Najbolji dizajn za ovu aplikaciju je na granici i uz kompromise, i može ići protiv konvencionalnih stavova ovog poglavlja.



Slika 14-5

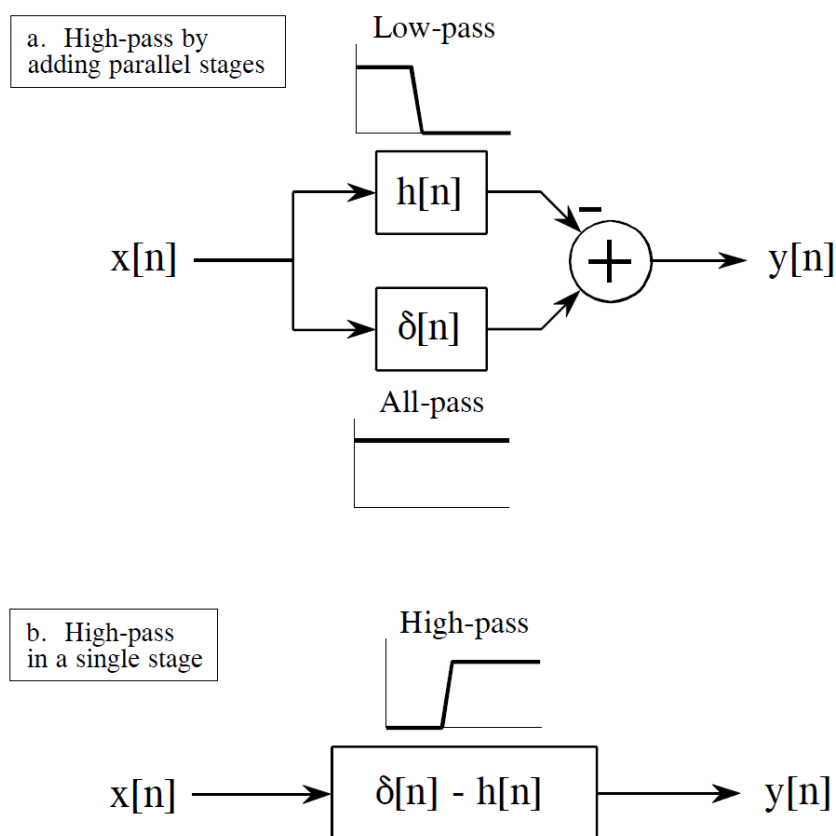
Primer spektralne inverzije. Kernel niskopropusnog filtra (a) ima frekventni odziv (b). Kernel visokopropusnog filtra, (c), formiran je promenom znaka svakog odbirka iz (a), i dodavajući jedinicu centru simetrije. Ovaj postupak u vremenskom domenu *invertuje* frekvencijski spektar (tj. obrće ga odozgo-nadole), kao što je prikazano na visokopropusnom frekvencijskom odzivu (d).

Visokopropusni filtri, filtri propusnici opsega učestanosti i filtri nepropusnici opsega učestanosti

Filtri propusnici visokih učestanosti (high-pass), filtri propusnici opsega učestanosti (band-pass) i filtri nepropusnici opsega učestanosti (band-reject), nastaju od niskopropusnih filtara (low-pass) konvertovanjem u odgovarajući odziv. Iz tog razloga, većina razmatranja dizajna filtara se zasniva na primerima niskopropusnih filtara. Postoje dve metode konverzije niskopropusnih u visokopropusne filtre: **spektralna inverzija** (spectral inversion) i **spektralna reverzija** (spectral reversal). Obe su podjednako korisne.

Primer *spektralne inverzije* prikazan je na slici 14-5. Slika (a) prikazuje kernel niskopropusnog filtra koji se zove windowed-sinc (tema poglavlja 16). Dužina kernela je 51 tačka, mada su vrednosti mnogih odbiraka toliko male da izgledaju kao nule na grafiku. Odgovarajuća frekventna karakteristika je prikazana na slici (b), koja je određena dodavanjem 13 nula kernelu filtra i računanjem FFT u 64 tačke. Dve stvari moraju da se urade, da bi se kernel niskopropusnog filtra pretvorio u kernel visokopropusnog filtra. Prvo, promeniti znak svakog

odbirka u krenelu filtra. Drugo, dodati *jedinicu* odbirku u centru simetrije. To će dati kernel visokopropusnog filtra prikazanom na (c), sa frekventnim odzivom prikazanim na (d). Spektralna inverzija *obrne* frekventni odziv *odozgo-nadole*, menjajući propusni opseg (passband) u opseg slabljenja (stopband), i obrnuto. Drugim rečima, dešava se promena: niskopropusni u visokopropusni, visokopropusni u niskopropusni, propusnik opsega učestanosti u nepropusnik opsega učestanosti i nepropusnik opsega učestanosti u propusnik opsega učestanosti.

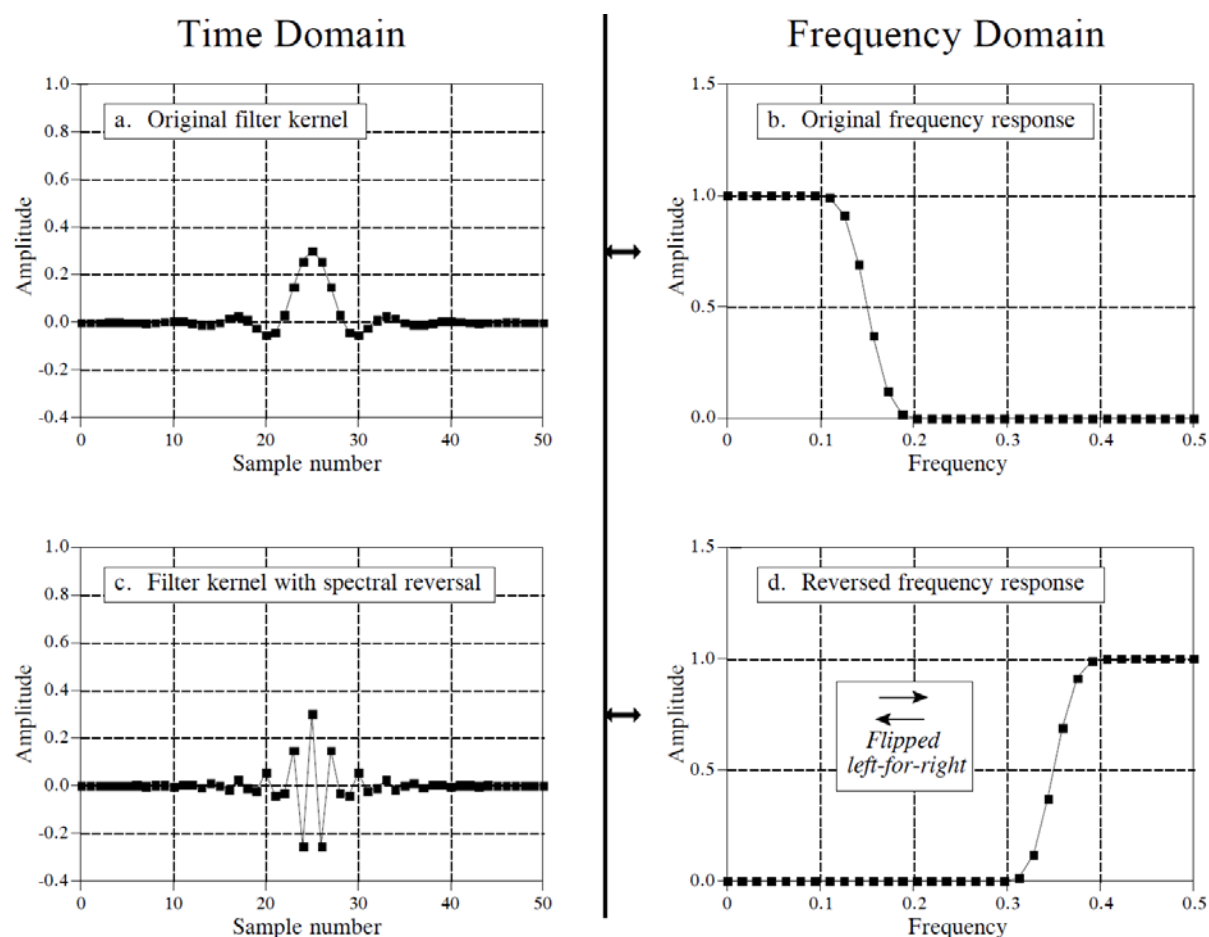


Slika 14-6

Blok dijagram spektralne inverzije. Ulazni signal, $x[n]$ (a), doveden je na dva sistema u paraleli, koji imaju impulsne odzive $h[n]$ i $\delta[n]$. Ka što se vidi na (b), kombinovani sistem ima impulsni odziv $\delta[n]-h[n]$. To znači da je frekventni odziv kombinovanog sistema *inverzija* frekventnog odziva $h[n]$.

Slika 14-6 prikazuje zašto se frekvencijski odziv invertuje primenom pomenuta dva postupka. Na slici (a), ulazni signal $x[n]$ je doveden na dva sistema koji su u paraleli. Jedan od tih sistema je niskopropusni filter sa impulsnim odzivom $h[n]$. Drugi sistem *nema uticaja* na signal, i zato ima impulsni odziv koji je delta-funkcija $\delta[n]$. Ukupni izlaz $y[n]$ je jednak izlazu propusniku svih učestanosti (all-pass) *minus* izlaz niskopropusnog sistema. Obzirom da su samo niske učestanosti oduzete od originalnog signala, samo se visoke učestanosti pojavljuju na izlazu. Tako se dobija visokopropusni filter.

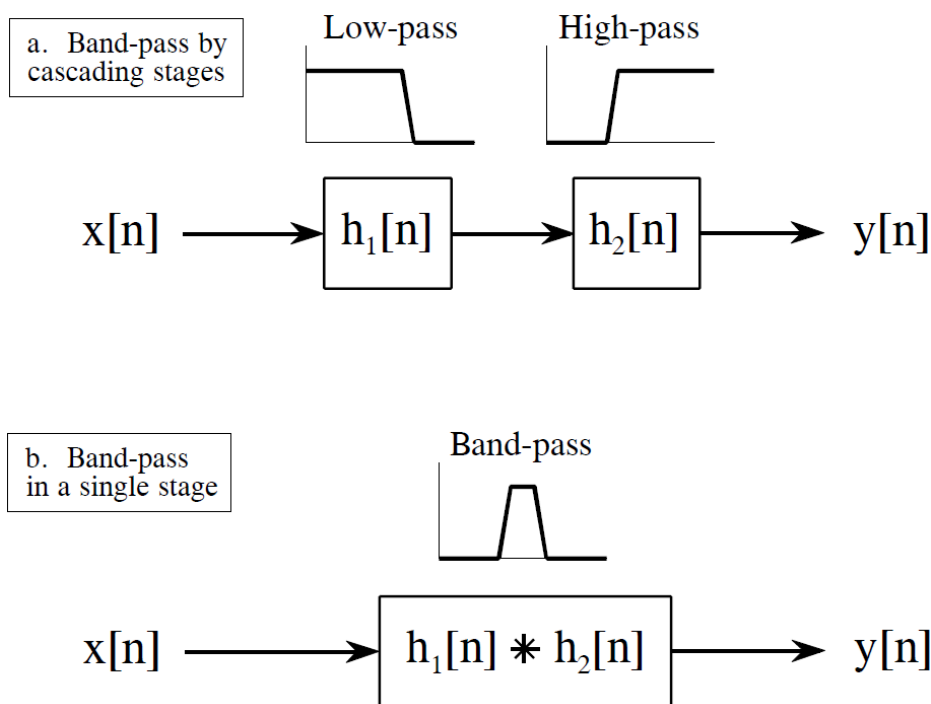
To može da se obavi kroz računarski program: propustiti signal kroz niskopropusni filter, i oduzeti filtrirani signal od originalnog. U svakom slučaju, pomenuta operacija može da se obavi kroz jedan postupak kombinujući dva kernela filtera. Kao što je objašnjeno u poglavlju 7, paralelni sistemi sa sabranim izlazima mogu biti zamenjeni jedim sistemom koji je zbir njihovih impulsnih odziva. Kao što se vidi na slici (b), kernel visokopropusnog filtra je dat kao: $b[n]-h[n]$. Tako su promenjeni znaci svim odbircima i dodata jedinica centru simetrije.



Slika 14-7

Primer spektralne reverzije. Kernel niskopropusnog filtra (a) ima frekventni odziv (b). Kernel visokopropusnog filtra, (c), formiran je promenom znaka svakog drugog odbirka iz (a). Taj postupak dovodi do obrtanja frekventnog opsega *sleva-nadesno*, rezultujući odzivom visokopropusnog filtra (d).

Da bi ova tehnika bila primenjiva, niske učestanosti u niskopropusnom filteru moraju imati iste faze kao niske učestanosti u propusniku svih učestanosti. U suprotnom, oduzimanje neće biti obavljeno korektno. Dolazimo do dva ograničenja ove metode: (1) originalni filter mora imati simetriju *sleva-nadesno* (nultu ili linearnu fazu), i (2) impuls mora biti dodat centru simetrije.



Slika 14-8

Dizajn filtra propusnika opsega učestanosti. Kao što se vidi (a), filter propusnik opsega učestanosti može da se formira kaskadnom vezom niskopropusnog i visokopropusnog filtra. To može biti obavljeno jednim stepenom, kao što se vidi na (b). Kernel filtra jednog sistema dobijen je *konvolucijom* krenela visokopropusnog i niskopropusnog filtra.

Druga metoda za konverziju niskopropusnika učestanosti u visokopropusni filter je *spektralna reverzija*, prikazana na slici 14-7. Isto kao ranije, kernel niskopropusnog filtra (a) odgovara frekventnom odzivu (b). Kernel visokopropusnog filtra (c), formiran je *promenom znaka svakog drugog odbirka* od (a). Kao što se vidi na (d), to obrće frekventni domen sleva-nadesno tj. duž x-ose: 0 postaje 0.5, a 0.5 postaje 0. Granična učestanost niskopropusnog filtra iz primera je 0.15, i postaje granična učestanost visokopropusnog filtra 0.35.

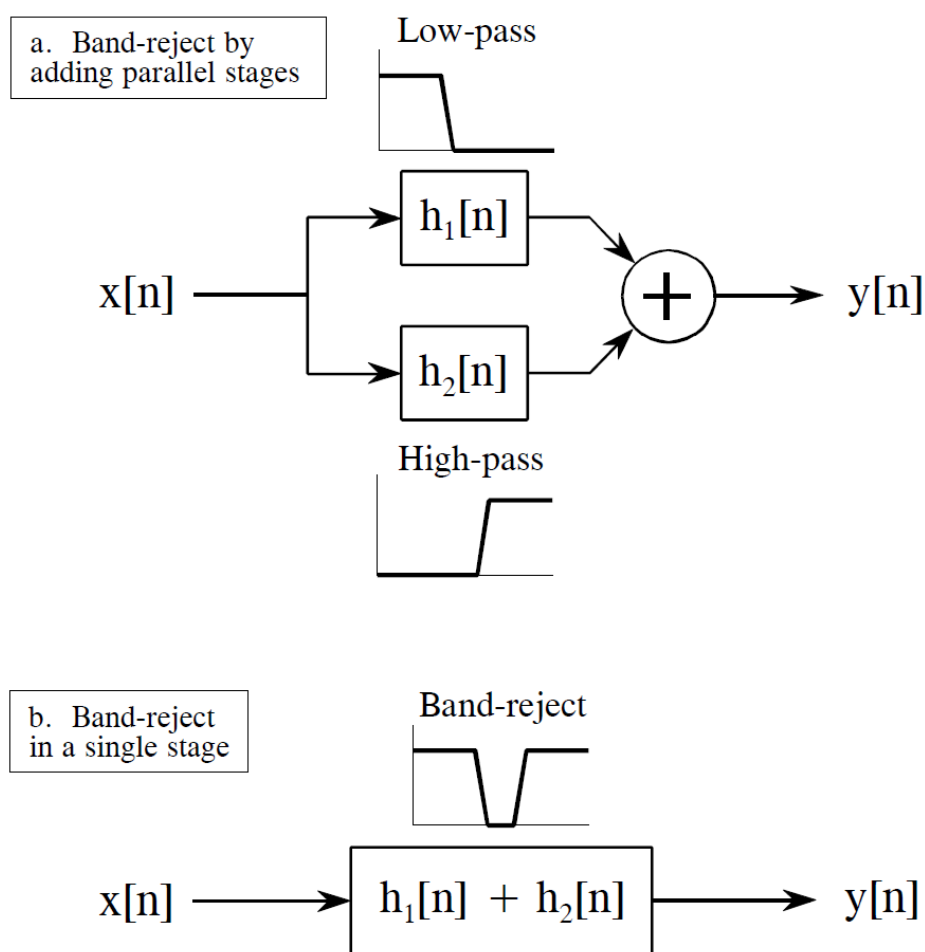
Promena znaka svakog drugog člana je ekvivalentna množenju kernela filtra sinusoidom frekvencije 0.5. Kao što je objašnjeno u poglavlju 10, to ima efekat *pomeranja* frekventnog domena za 0.5. Pogledajte (b) i zamislite negativne frekvencije između -0.5 i 0, koje su slika u ogledalu frekvencija između 0 i 0.5. Frekvencije koje se pojavljuju u (d) su negativne frekvencije iz (b) pomerene za 0.5.

Najzad, slike 14-8 i 14-9 prikazuju kako se mogu dobiti kerneli filtra propusnika opsega učestanosti i filtra nepropusnika opsega učestanosti kombinovanjem niskkopropusnog i visokopropusnog filtra. Ukratko, *dodavanjem* kernela filtara daje *nepropusnik opsega učestanosti*, dok *konvolucijom* kernela dobijamo filter *propusnik opsega učestanosti*. Bazira se na kombinaciji kaskadnih i paralelnih sistema objašnjenih u poglavlju 7. Višestruko kombinovanje ovih tehnika takođe može biti primenjeno. Na primer, filter propusnik opsega učestanosti može biti dizajniran sabiranjem dva kernela filtra stop-pass, a onda korišćenjem

spektralne inverzije ili *spektralne revezije* prethodno objašnjene. Sve ove tehnike funkcionišu dobro, uz malo iznenađenja.

Podela filtara

Tabela 14-1 prikazuje kako su filtri grupisani prema njihovoj *nameni i impementaciji*. Namena filtara može biti podeljena u 3 grupe: *vremenski domen*, *frekventni domen* i *mešoviti*. Prema prethodnom objašnjenju, filtri vremenskog domena se upotrebljavaju kada je informacija utisnuta u talasni oblik signala.



Slika 14-9

Dizajn filtra nepropusnika opsega učestanosti. Kao što se vidi (a), filter nepropusnik opsega učestanosti se formira paralelnom kombinacijom niskopropusnog i visokopropusnog filtra sa sabranim izlazima. Slika (b) prikazuje kako je to rešeno u jednom stepenu, sa kernelom filtra koji je *zbir* niskopropusnog i visokopropusnog filtra.

Filtriranje u vremenskom domenu se koristi za sledeće primene: odbacivanje DC, oblikovanje talasnog oblika itd. Za razliku od njih, filtri frekventnog domena se koriste kada se informacija sadži u amplitudi, frekvenciji i fazi sinusoidalnih komponenti. Suština ovih filtara je razdvajanje jednog frekventnog opsega od drugog opsega. Mešoviti filtri se koriste

kada se postavljaju specijalni zahtevi, nešto više od 4 osnovna odziva (high-pass, low-pass, band-pass i band-reject). Poglavlje 17 objašnjava kako se specijalni filtri koriste za *dekonvoluciju*, načinu suzbijanja neželjene konvolucije.

		FILTER IMPLEMENTED BY:	
		Convolution <i>Finite Impulse Response (FIR)</i>	Recursion <i>Infinite Impulse Response (IIR)</i>
FILTER USED FOR:	Time Domain <i>(smoothing, DC removal)</i>	Moving average (Ch. 15)	Single pole (Ch. 19)
	Frequency Domain <i>(separating frequencies)</i>	Windowed-sinc (Ch. 16)	Chebyshev (Ch. 20)
	Custom <i>(Deconvolution)</i>	FIR custom (Ch. 17)	Iterative design (Ch. 26)

Tabela 14-1

Podela filtara prema tome kako se *koriste* i kako su *implementirani*.

Digitalni filtri mogu biti implementirani na sledeća dva načina: *konvolucijom* (takodje poznati kao *filtri sa konačnim impulsnim odzivom* – finite impulse response tj. FIR) ili *rekurzijom* (poznati kao *filtri sa beskonačnim impulsnim odzivom* tj. IIR). Filtri zasnovani na konvoluciji mogu imati bolje performanse nego filtri zasnovani na rekurziji, ali uz mnogo sporije izvršenje.

Sledećih 6 poglavlja objašnjava digitalne filtre prema podeli iz tabele 14-1. Prvo, videćemo filtre zasnovane na konvoluciji. Filtar za *pomično usrednjavanje* (moving average) (poglavlje 15) se koristi u vremenskom domenu, *Windowed-sinc* (poglavlje 16) se koristi u frekvencijskom domenu, i FIR *specifični* (poglavlje 17) se koristi kada se zahteva nešto specifično. Kao završnica diskusiji o FIR filtrima, poglavlje 18 predstavlja tehniku zvanu FFT konvolucija. To je algoritam za povećanje brzine konvolucije, omogućavajući FIR filtrima da uspostave svoju funkcionalnost brže.

Sledeće, videćemo rekurzivne filtre. *Jednopolni* rekurzivni filter (poglavlje 19) se koristi u vremenskom domenu, dok se filter *Chebyshev* (poglavlje 20) koristi u frekventnom domenu. Rekurzivni filtri koji imaju specifičan odziv se dizajniraju *iterativnom metodom*. Iz tog razloga odložićemo njihovo razmatranje do poglavlja 26, gde će biti predstavljen drugačiji tip interativne procedure: neuralne mreže.

Kao što je prikazano u tabeli 14-1, *konvolucija* i *rekurzija* su rivalske tehnike, morate koristiti jednu ili drugu za određenu namenu. Kako odbarati? Poglavlje 21 predstavlja njihov uporedni prikaz, u vremenskom i frekventnom domenu.