1 I колоквијум из Инжењерске математике 1

9. децембар 2018.

презиме и име студента	број индекса	смер

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 2 + 4i$ и $b = 1 - i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Решити једначину: $z^3 = \dfrac{1+3i}{-3+i}$.

3. *(10 поена)* Израчунати вредност детерминанте: $\begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 2015 & 2016 & 2017 \\ 2017 & 2019 & 2021 \end{vmatrix}$.

4. *(10 поена)* Дате су матрице $A_{4\times4}$, $B_{4\times5}$, $C_{5\times4}$ и $D_{5\times5}$. Образложити које од следећих матричних операција су дефинисане. Ако јесу дефинисане навести и ког облика је резултат.

а) $2C + B^{\mathrm{T}}$; **б)** AB; **в)** BA; **г)** $A^3B + C^{\mathrm{T}}D$.

5. *(15 поена)* У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ наћи ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & a-2 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & a \end{bmatrix}$.

6. *(10 поена)* Поставити и решити систем линеарних једначина (попунити вредности у правоугаоницима):

♥	+	♬	+	♬	+	☼	=	□			
+		+		+		+					
☼	+	♥	+	♥	+	♥	=	14		♥	= □
+		+		+		+					
♬	+	♥	+	☼	+	♬	=	□		☼	= □
+		+		+		+					
☼	+	☼	+	☼	+	☼	=	20		♬	= □
=		=		=		=					
□		15		□		17					

7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcl} ax & + & y & - & z & = & 1 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 7 \\ -x & + & y & + & z & = & 3. \end{array}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = (x^2 - 9x + 18)\sqrt{x^2 - 12x + 32}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

2 I колоквијум из Инжењерске математике 2

9. децембар 2018.

______________________________ ______________ ______

презиме и име студента **број индекса** **смер**

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 1 - 3i$ и $b = 2 + 2i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $z_1 = 4 - 2i$ и $z_2 = 2a + i^{2019} + bi + 4i^{2018}$.

Одредити вредности реалних параметара a и b, тако да комплексни бројеви z_1 и z_2 буду једнаки.

3. *(10 поена)* Израчунати вредност детерминанте: $\begin{vmatrix} 2018 & 2019 & 2021 \\ 5 & 5 & 5 \\ 2015 & 2016 & 2017 \end{vmatrix}$.

4. *(10 поена)* Дате су матрице $A_{4\times4}$, $B_{4\times5}$, $C_{5\times4}$ и $D_{4\times4}$. Образложити које од следећих матричних операција су дефинисане. Ако јесу дефинисане навести и ког облика је резултат.

а) BA; **б)** D^{-1}; **в)** $AB + (DC)^{\mathrm{T}}$; **г)** $3A^{\mathrm{T}}B + CD^{\mathrm{T}}$;

5. *(15 поена)* Решити матричну једначину

$$AX + BA = 2A + 3I,$$

где је $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ и I одговарајућа јединична матрица.

6. *(10 поена)* Поставити и решити систем линеарних једначина (попунити вредности у правоугаоницима):

♥	+	♫	+	♫	+	☼	=	□
+		+		+		+		
☼	+	♥	+	♥	+	♥	=	11
+		+		+		+		
♫	+	♥	+	☼	+	♫	=	□
+		+		+		+		
☼	+	☼	+	☼	+	♥	=	17
=		=		=		=		
□		8		□		8		

♥ = □

☼ = □

♫ = □

7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & b \\ x & + & (1+b)y & + & z & = & 2b \\ x & + & y & + & bz & = & -b. \end{array}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = (x^2 - 15x + 50)\ln(x^2 - 12x + 32)$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

I колоквијум из Инжењерске математике

9. децембар 2018.

презиме и име студента **број индекса** **смер**

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = -1 + i$ и $b = 2 + 3i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Решити једначину: $z^2 + (1 + i)z + i = 0$.

3. *(10 поена)* Одредити вредности реалних параметара a и b, тако да матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & a & -1 \end{pmatrix}$ има алгебарски кофактор $A_{23} = 8$ и детерминанту $\det A = 4$.

4. *(10 поена)* Дате су матрице $A_{2\times2}$, $B_{2\times3}$, $C_{3\times2}$ и $D_{3\times3}$. Образложити које од следећих матричних операција су дефинисане. Ако јесу дефинисане навести и ког облика је резултат.

а) $2C + B^{\mathrm{T}}$; **б)** AB; **в)** BA; **г)** $A^3B + C^{\mathrm{T}}D$.

5. *(15 поена)* Решити матричну једначину

$$AX + B^{-1} = 2A + I,$$

где је $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ и I одговарајућа јединична матрица.

6. *(10 поена)* Нека је дат систем

$$\begin{aligned} x + 2y + \beta z &= \beta \\ x + z &= \beta \\ 3x + \beta y - z &= 3. \end{aligned}$$

а) Израчунати детерминанту система Δ.

б) За које вредности параметра β систем има јединствено решење?

7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $c \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x + y + z &= c \\ x + 2y + z &= c + 1 \\ x + (1 + c)y + z &= 2c \\ x + y + cz &= -c. \end{aligned}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = (x^2 - 5x + 6)\ln(4 - x)$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

I колоквијум из Инжењерске математике

9. децембар 2018.

презиме и име студента **број индекса** **смер**

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = -2 + 3i$ и $b = 2 + 2i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Решити једначину: $z \cdot (1 + 2i) + 5 + 3i = 1 + 10i$.

3. *(10 поена)* Одредити вредности реалних параметара a и b, тако да матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & b \\ 3 & -2 & a \end{pmatrix}$ има алгебарски кофактор $A_{21} = 0$ и детерминанту $\det A = 8$.

4. *(10 поена)* Дате су матрице $A_{2\times2}$, $B_{2\times3}$, $C_{3\times2}$ и $D_{3\times3}$. Образложити које од следећих матричних операција су дефинисане. Ако јесу дефинисане навести и ког облика је резултат.

а) BA; **б)** D^{-1}; **в)** $AB + (DC)^{\mathrm{T}}$; **г)** $3A^{\mathrm{T}}B + CD^{\mathrm{T}}$;

5. *(15 поена)* У зависности од параметра $m \in \mathbb{R}$ наћи ранг матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & m-2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & m \end{bmatrix}$.

6. *(10 поена)* Нека је дат хомоген систем

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & + & \alpha z & = & 0 \\ 3x & - & 2y & + & \alpha z & = & 0. \end{array}$$

а) Израчунати детерминанту система Δ.

б) За које вредности параметра α систем има и нетривијалних решења, $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$?

7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $d \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x & + & 2y & + & 3z & + & w & = & 7 \\ -x & + & y & + & z & - & w & = & 3. \\ dx & + & y & - & z & + & dw & = & 1 \end{array}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна.

I колоквијум из Инжењерске математике

9. децембар 2018.

презиме и име студента | **број индекса** | **смер**

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 1 + 5i$ и $b = -1 + i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Одредити реални и имагинарни део од $z = (\sqrt{3} + i)^{2018}$.

3. *(10 поена)* За које вредности x важи једнакост: $\begin{vmatrix} 1 & -4 & x \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & x & -4 \end{vmatrix} = 3x\,?$

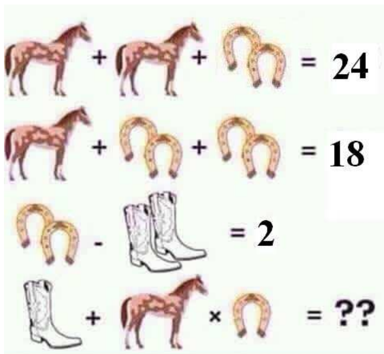
4. *(10 поена)* Одредити инверзну матрицу A^{-1} матрице $A = \left\| \begin{matrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{matrix} \right\|$.

5. *(15 поена)* Решити матричну једначину

$$AX + X = B,$$

при чему су $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$.

6. *(10 поена)* Поставити и решити систем линеарних једначина:



7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & + & z & = & 1 \\ 3x & + & 5y & + & 3z & = & -1 \\ x & - & 3y & + & az & = & 2 \end{array}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = \dfrac{2x - 1}{2 + x + x^2}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна/периодична.

6 I колоквијум из Инжењерске математике 6

9. децембар 2018.

______________________________ ______________ ________

презиме и име студента | број индекса | смер

1. *(15 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 1 + 6i$ и $b = -4 - 4i$.

а) Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

б) Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је реалан и имагинаран део сваког од ових бројева?

2. *(15 поена)* Одредити реални и имагинарни део од $z = (2 - 2i)^{2018}$.

3. *(10 поена)* За које вредности x важи неједнакост: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & x \\ 1 & 1 & 6 \\ -2 & x & -3 \end{vmatrix} < 2$?

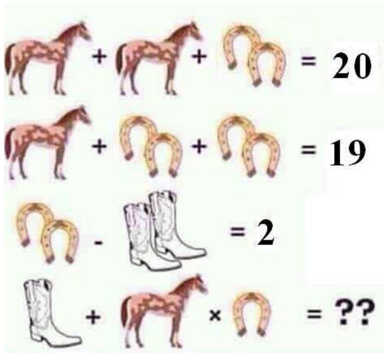
4. *(10 поена)* Одредити инверзну матрицу A^{-1} матрице $A = \left\| \begin{matrix} 5 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \end{matrix} \right\|$.

5. *(15 поена)* Решити матричну једначину

$$AX + X = B,$$

при чему су $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

6. *(10 поена)* Поставити и решити систем линеарних једначина:



7. *(20 поена)* Решити систем у зависности од параметара $b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcr} bx & + & 2y & + & z & = & 4 \\ 2x & + & y & + & 2z & = & 5 \\ 3x & + & 2y & + & 3z & = & 12 \end{array}$$

8. *(20 поена)* Нека је дата функција $f(x) = \dfrac{2 - 3x^2 - 5x}{2 + x^2}$.

а) Одредити област дефинисаности D_f ове функције.

б) Одредити нуле и знак функције.

в) Испитати да ли је дата функција парна/непарна/периодична.

A I колоквијум из Математике 1 A

9. децембар 2018.

презиме и име студента **број индекса** **смер**

1. *(7 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 12 + 5i$ и $b = -2 + 2i$.
Одредити за сваки од њих реални део, имагинарни део, конјуговано комплексни број, модуо, аргумент и представити их у комплексној равни.

2. *(8 поена)* Дати су комплексни бројеви $a = 12 + 5i$ и $b = -2 + 2i$.
Израчунати $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$ и $b : a$. Шта је имагинаран део сваког од ових бројева?

3. *(10 поена)* Решити у скупу $\mathbb{C}$ једначину

$$z \cdot (2 + 5i) - 3 + 7i = -10 + 4i.$$

4. *(7 поена)* Дата је функција $f(x) = (x^2 - 9x + 18) \ln (x - 4)$. Одредити домен функције $f(x)$.

5. *(10 поена)* Дата је функција $f(x) = (x^2 - 9x + 18) \ln (x - 4)$. Одредити нуле и знак функције $f(x)$.

6. *(8 поена)* Дата је функција $f(x) = (x^2 - 9x + 18) \ln (x - 4)$. Испитати парност/непарност/периодичност функције $f(x)$.

7. *(10 поена)* Израчунати први извод функције $f(x) = 3 - \ln(2x)$. За које вредности функција $f(x)$ расте? Да ли функција има локалне екстремне вредности?

8. *(10 поена)* Израчунати $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$, где је $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$. Да ли $f(x)$ има вертикалну асимптоту?

9. *(10 поена)* Израчунати други извод функције $f(x) = 2x + \sqrt{1 + 3x}$.

10. *(10 поена)* Одредити Маклоренов полином $T_2(x)$ другог степена функције $f(x) = 2x + \sqrt{1 + 3x}$.

11. *(10 поена)* Израчунати $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, где је $f(x) = 2x + \sqrt{1 + 3x}$. Да ли $f(x)$ има десну хор. асимптоту?

12. *(10 поена)* Да ли $f(x) = 2x + \sqrt{1 + 3x}$ има леву косу асимптоту?