

MERNI INFORMACIONI SISTEMI MIS P03 2018

Profesor dr Miroslav Lutovac
mlutovac@viser.edu.rs

Sadržaj

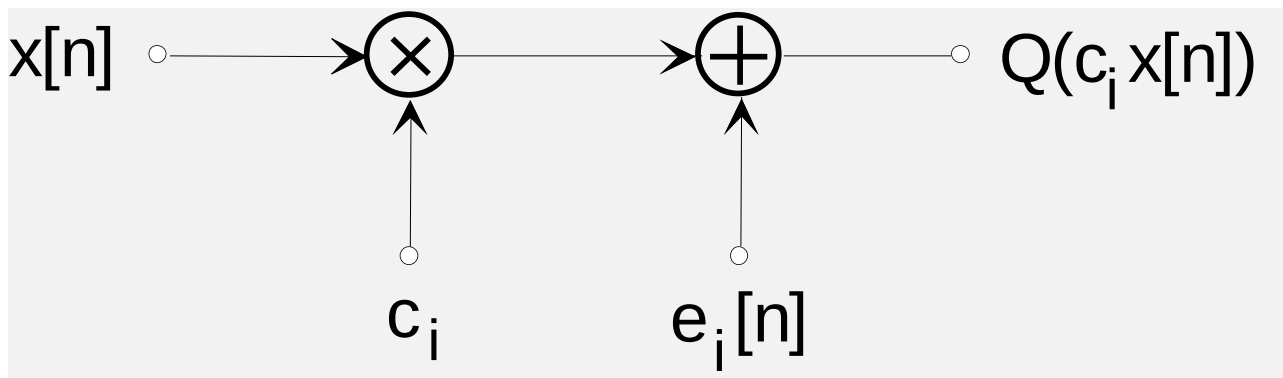
- Literatura
- Diskretizacija po amplitudi – kvantovanje
- Predstavljanje brojeva sa fiksnom tačkom
- Predstavljanje sa pokretnom tačkom
- Greške zbog odsecanja i zaokruživanja
- Greška kvantovanja
- Kvantovanje koeficijenata
- Procena optimalne dužine reči

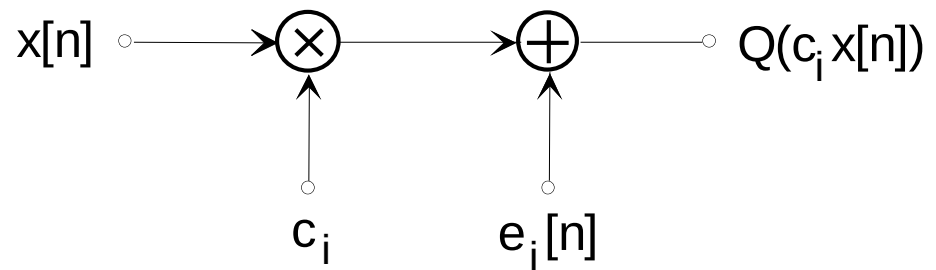
Literatura

- 1. *Digitalna obrada signala*, poglavlje 16,
M. Popović,
Nauka, 1994**
- 2. *Digital Signal processing:
A Computer Based Approach*,
S. Mitra, Mc Graw Hill, 2006**

Kvantovanje

1. Kvantovanje koeficijenata
2. Kvantovanje ulaznog i izlaznog signala
3. Kvantovanje proizvoda
4. Konačne tačnosti **množenja**
5. prekoračenja opsega kod **sabiranja**





Diskretizacija po amplitudi naziva se **kvantovanje**

1. **Kvantovanje koeficijenata** utiče na tačnost realizacije funkcije prenosa
2. **Kvantovanje ulaznog i izlaznog signala** generiše šum na izlazu
3. **Kvantovanje proizvoda** generiše šum na izlazu
4. Nelinearni efekti zbog konačne tačnosti **množenja**
5. Nelinearni efekti zbog prekoračenja opsega kod **sabiranja**

Predstavljanje binarnih brojeva sa fiksnom tačkom

Pozitivni broj predstavljen **prirodnim binarnim kodom**

b_M bit najveće težine
(most significant bit – MSB)

b_{-B} bit najmanje težine
(least significant bit – LSB)

$$N = \sum_{i=-B}^M b_i 2^i = b_M b_{M-1} \dots b_0 . b_{-1} \dots b_{-B}$$

$$b_i \in \{0,1\}$$

položaju tačke koja razdvaja celobrojni i razlomački deo

Težinski faktor uz LSB predstavlja razliku dva susedna broja (**rezoluciju binarne predstave**)

Predstavljanje brojeva sa znakom

- Binarni kodovi za predstavljanje brojeva sa znakom nazivaju se **bipolarni kodovi**
 - **znak plus amplituda** (sign-magnitude),
krajnje levi bit = bit znaka
(0 za pozitivne brojeve, 1 za negativne brojeve)
 - **pomereni binarni kod** (sabiranjem sa
apsolutnom vrednošću najnegativnijeg broja najnegativniji
= 00...0, najpozitivniji = 11...1)
 - **komplement jedinice** - prvi komplement,
negativni broj = komplementiranje cifre apsolutne vrednosti
 - **komplement dvojke** - drugi komplement,
negativni broj = oduzimanjem pozitivnog broja od 2

Četvorobitni bipolarni kodovi

	Znak+amplituda	Pomereni binarni kod	Komplement 1	Komplement 2
0.875	0111	1111	0111	0111
0.750	0110	1110	0110	0110
0.625	0101	1101	0101	0101
0.500	0100	1100	0100	0100
0.375	0011	1011	0011	0011
0.250	0010	1010	0010	0010
0.125	0001	1001	0001	0001
0.000	0000/1000	1000	0000/1111	0000
-0.125	1001	0111	1110	1111
-0.250	1010	0110	1101	1110
-0.375	1011	0101	1100	1101
-0.500	1100	0100	1011	1100
-0.625	1101	0011	1010	1011
-0.750	1110	0010	1001	1010
-0.875	1111	0001	1000	1001
-1.000	-	0000	-	1000

Komplement dvojke

- Najčešće korišćeni način predstavljanja označenih brojeva u računarskim sistemima
- Jedinstvena predstava nule
- Rezultat sabiranja više brojeva je korektan ako leži u dozvoljenom opsegu, čak i ako neki međurezultati leže izvan dozvoljenog opsega $-1 \leq N \leq 1-2^{-B}$

$$N = -b_0 + \sum_{i=1}^B b_{-i} 2^{-i}$$

b_0 predstavlja znak broja

$$b_0 . b_{-1} b_{-2} \dots b_{-B}$$

Signali i koeficijenti predstavljani brojevima koji su pravi razlomci

- Signali i koeficijenti predstavljaju se brojevima koji su pravi razlomci sa $B+1$ bita, $B+1$ je najčešće 16, 24, 32, ili 64
- Množenje daje rezultat koji ima $2B+1$ bita
- Sabiranje: može doći do prekoračenja opsega (overflow)

Predstavljjanje sa pokretnom tačkom

- Predstavljjanje brojeva sa **pokretnom tačkom** povećava dinamički opseg (pomeranje položaja tačke udesno izaziva smanjenje rezolucije)
- M je **mantisa**, označeni broj sa fiksnom tačkom iz opsega $0.5 \leq M < 1$
- p označeni celi broj koji se naziva **eksponent** ili karakteristika
- s je bit za **znak**

$$N = (-1)^s M 2^p$$

IEEE Standard 754

- floating-point processors, arithmetic coprocessors
- 32-bit format: s je bit za znak,
 f je 23-bitni razlomački deo $0 \leq f < 0.5$
 p je 8-bitni ceo broj $0 \leq p < 255$

$$N = (-1)^s (0.5 + f) 2^{p-126}$$

$$3/4 = (-1)^0 (0.5 + 0.25) 2^0$$

$$s=0, f=0, p=0 \rightarrow N=0$$

$$0 \neq (-1)^0 (0.5 + 0) 2^{0-126}$$

IEEE Standard 754

- 64-bit format: s je bit za znak,
 f je 52-bitni razlomački deo $0 \leq f < 0.5$
 p je 11-bitni ceo broj $0 \leq p < 2048$

$$N = (-1)^s (0.5 + f) 2^{p-1023}$$

$$s=0, f=0, p=0 \rightarrow N=0$$

$$0 \neq (-1)^0 (0.5 + 0) 2^{0-1023}$$

$$N = NaN, (\infty + (-\infty)), (0 \times (\pm\infty)), (\infty / \infty), (0 / 0), \sqrt{-|x|}$$

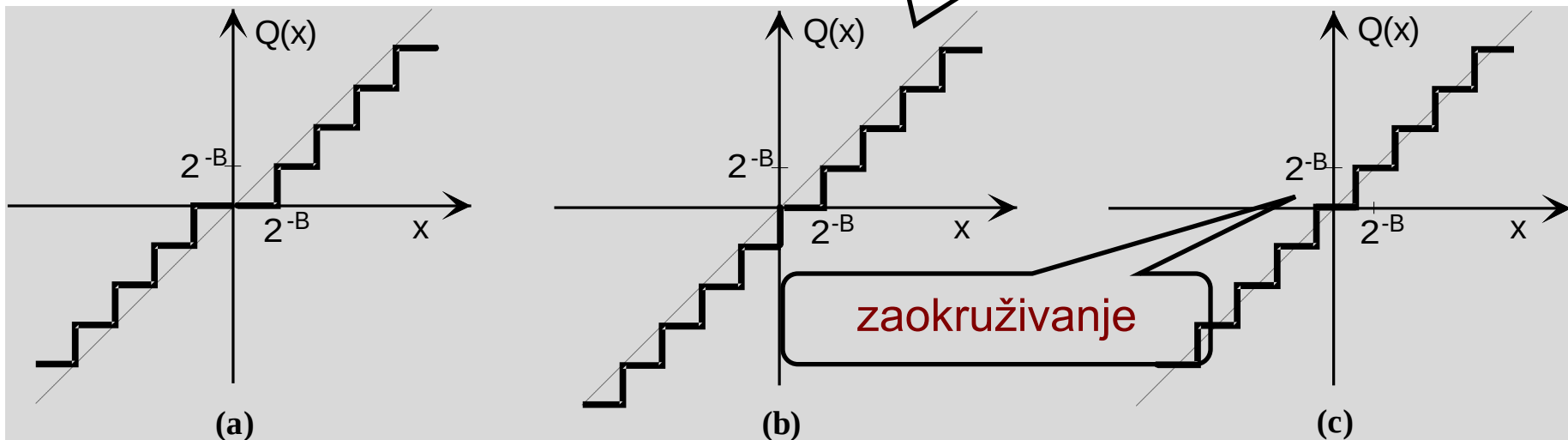
$$N = \pm\infty, (1/0), (-1/0)$$

Greške zbog odsecanja i zaokruživanja

- Skraćivanje (kvantovanje) binarnog broja korišćenjem odsecanja ili zaokruživanja
- Operacija kvantovanja je $Q(x)$, greška kvantovanja je $\varepsilon = Q(x) - x$

Odsecanje, znak plus amplituda

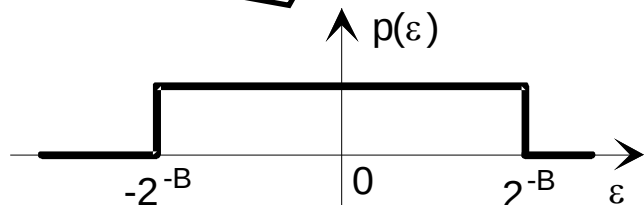
Odsecanje, komplement dvojke



Greška kvantovanja kao aditivni šum

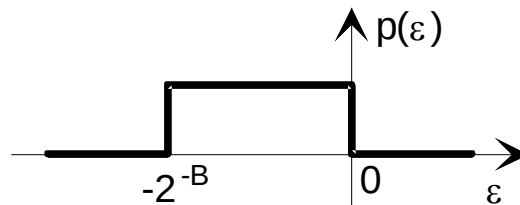
- Koristi se **statistički pristup**
- Proces kvantovanja nekog broja predstavlja se kao **dodavanje aditivnog šuma** nekvantovanoj vrednosti $Q(x)=\varepsilon+x$
- Greška kvantovanja ε se modeluje kao **slučajna promenljiva** koja ima **uniformnu raspodelu** a koja leži u opsegu koji zavisi od načina predstavljanja binarnog broja i načina kvantovanja

Odsecanje, znak plus amplituda



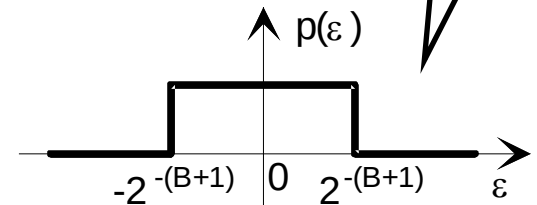
(a)

Odsecanje, komplement dvojke



(b)

zaokruživanje



(c)

Kvantovanje ulaznog signala

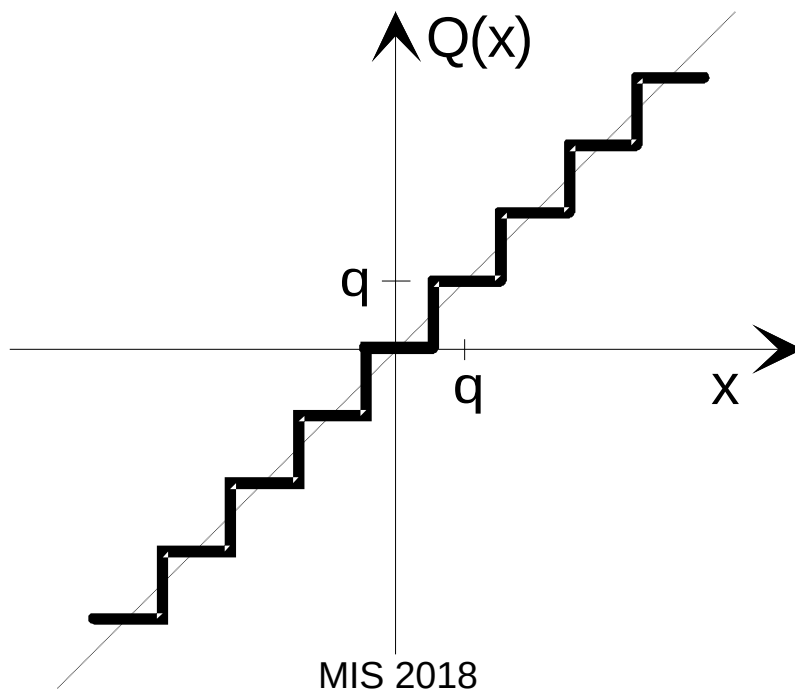
- Realni A/D konvertor
(konverzija analognog u digitalni signal):
 - odabiranje kontinualnog signala konstantnom i dovoljno velikom učestanošću odabiranja
 - izvrši kvantovanje ulaznog signala na potreban broj nivoa koji se predstavljaju u binarnoj formi
- Na izlazu A/D konvertora se dobija diskretizovana i kvantovana predstava analognog signala

$$x_q[n] = Q(x[n]) = Q[x_a(nT)]$$

Greška kvantovanja

Greška kvantovanja može se predstaviti sekvencom

$$\varepsilon[n] = x_q[n] - x[n]$$



Greška kvantovanja kao sekvenca slučajnih brojeva

- Neka je signal normalizovan tako da leži u opsegu $-1 \leq x[n] < 1$
- U postupku kvantovanja koristi se $B+1$ bita
- **Rezolucija ili korak kvantovanja je q**
- **Greška kvantovanja $\varepsilon[n]$ leži u opsegu**

$$q = \frac{1}{2^B} = 2^{-B}$$

$$-\frac{q}{2} < \varepsilon[n] < \frac{q}{2}$$

Predpostavke za grešku kvantovanja

- ✓ **sekvenca slučajnih brojeva**
 - ✓ **uniformnu gustinu raspodele**
 - ✓ **stacionarni beli šum**
 - ✓ **nije korelisana sa signalom**
(korelisana je za male vrednosti signala)
- Uticaj aditivnog šuma se izražava preko **odnosa signal/šum (SNR)**

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \log \frac{P_x}{P_n}$$

snaga ulaznog signala P_x
snaga šuma kvantovanja P_n

Odnosa signal/šum

- uniformna gustina raspodele greške kvantovanja
- srednja vrednost greške jednaka nuli
- svaki bit u ulaznog signala povećava odnos signal/šum kvantovanja za 6 dB

$$P_n = \sigma_\varepsilon^2 = \int_{-q/2}^{q/2} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{12 \times 2^{2B}}$$

$$SNR \text{ (dB)} = 10 \log P_x + 10.8 + 6.02B$$

Ulazni signal sa Gausovom raspodelom

- Kada je analogni **ulazni signal** govor ili muzika, **raspodela amplituda** je vrlo slična **Gausovoj raspodeli**
- **Srednja vrednost** signala je nula
- Verovatnoća da amplituda signala bude četiri puta veća od srednje kvadratne (efektivne) vrednosti signala je vrlo mala
- **Verovatnoća da amplituda odbirka** bude veća od 4σ (σ je srednja kvadratna vrednost signala – efektivna vrednost) iznosi 0.00064
- Da bi se **izbeglo prekoračenje opsega** uzuma se da je maksimalna amplituda 4σ

$$SNR \text{ (dB)} = 6.02B - 1.25$$

Kvantovanje izlaznog signala

- A/D i D/A konvertori najčešće imaju rezoluciju 8-16 bita
- Šum koji se postupkom kvantovanja **unese** u ulazni signal se **ne može eliminisati** i pojavljuje se na izlazu
- Interne aritmetičke operacije u digitalnim procesorima signala izvode sa tačnošću od 16-64 bita
- Pre uvođenja signala u D/A konvertor potrebno je da se izlazni signal predstavi sa manjim brojem bita
- Time se uvodi dodatni izvor šuma koji povećava nivo izlaznog šuma za oko 3 dB
- Izvor šuma izlaznog signala se često zanemaruje

Kvantovanje koeficijenata

- U sinteze sistema koriste se računarski programi u kojima su promenljive predstavljene u binarnom sistemu sa pokretnom tačkom
(za dužinu reči od 32 bita, 1 bit za znak, 23 bita za mantisu i 8 bita za eksponent)
- Kada se koristi znatno manji broj bita, pojavljuje se problem uticaja predstavljanja koeficijenata na osobine sistema
- Dolazi do deformacija amplitudske i fazne karakteristike odnosu na idealni slučaj
- Potrebno je odabrati optimalan broj bita za reprezentaciju signala i koeficijenata sistema za obradu

Zašto kvantovanje ?

- U custom fixed-point implementations (VLSI, FPGA), **smanjenje tačnosti**
 - smanjuje površinu na čipu i
 - povećava brzinu procesiranja
- Analiza i optimizacija:
 - kvantovanje koeficijenata
 - zaokruživanje ili odsecanje međurezultata
 - prekoračenje opsega

Kvantovanje koeficijenata kod rekurzivnih sistema

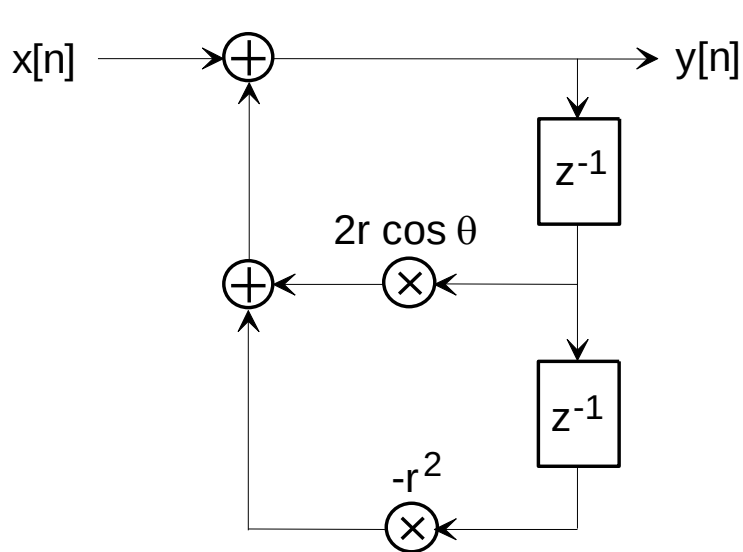
- $H(z)$ je funkcija rekurzivnog sistema dobijena nekim od postupaka sinteze, gde su koeficijenti prikazani sa dovoljno velikim brojem bita
- Kada se izvrši kvantovanje koeficijenata, dobija se nova funkcija sistema

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

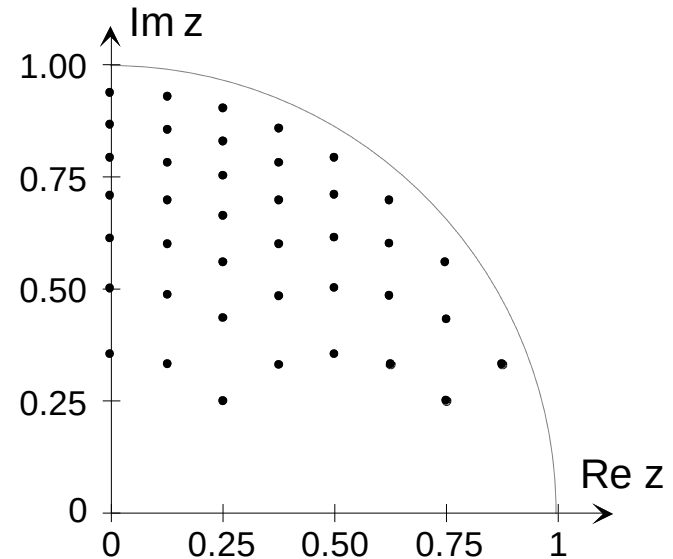
$$\hat{H}(z) = \frac{\sum_{k=0}^M \hat{b}_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N \hat{a}_k z^{-k}}$$

$$\begin{aligned}\hat{a}_k &= a_k + \Delta a_k \\ \hat{b}_k &= b_k + \Delta b_k\end{aligned}$$

Direktna realizacija



(a)

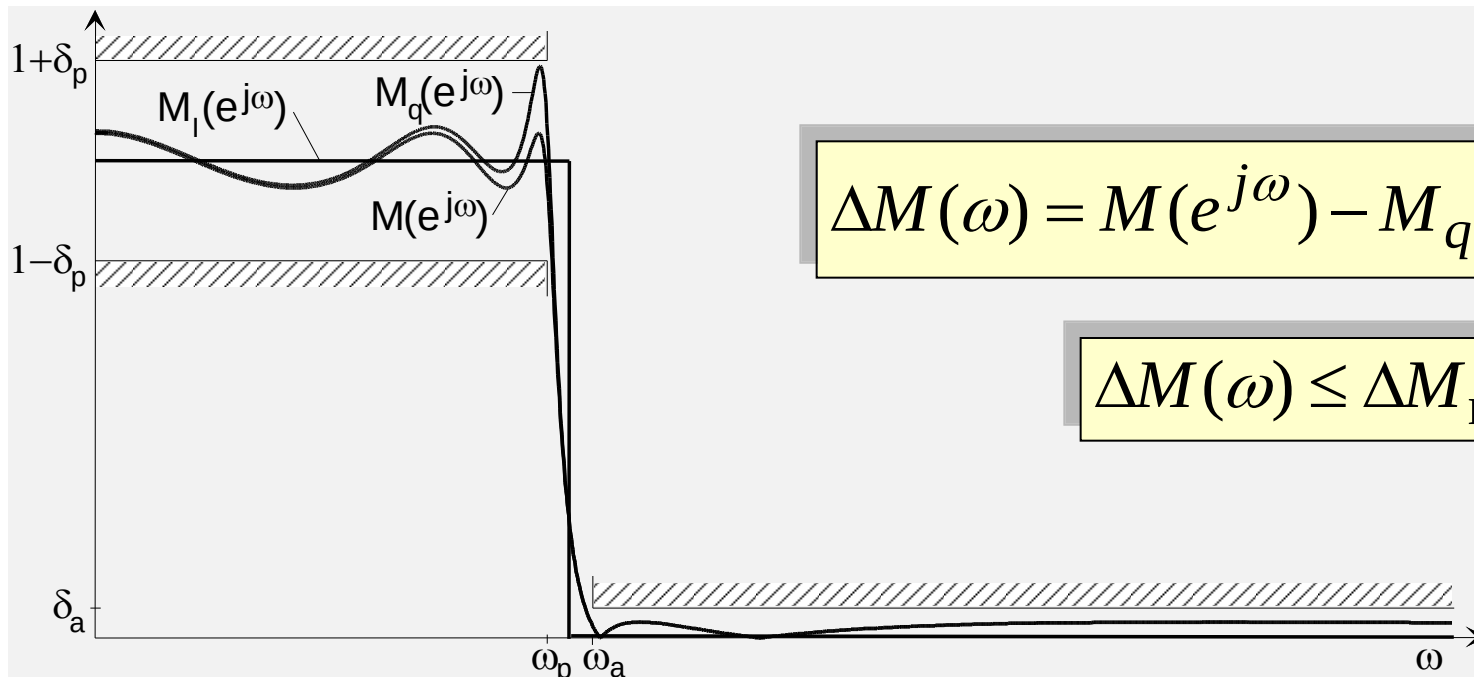


(b)

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{1}{1 - (2r \cos \theta) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

Amplitudska karakteristika

- $M(e^{j\omega})$ je amplitudska karakteristika funkcije prenosa sistema za obradu pre kvantovanja koeficijenata
- $M_q(e^{j\omega})$ je amplitudska karakteristika posle kvantovanja koeficijenata
- $M_I(e^{j\omega})$ je amplitudska karakteristika idealnog sistema



$$\Delta M(\omega) = M(e^{j\omega}) - M_q(e^{j\omega})$$

$$\Delta M(\omega) \leq \Delta M_{\max}(\omega)$$

Statistička procena optimalne dužine reči

- Sistem sa fiksnom tačkom i zaokruživanjem c
- odstupanje koeficijenata i amplitudske karakteristike su slučajnim brojevi sa uniformnom raspodelom
- WL ukupan potrební broj bita (**statistička dužina reči**)
- q optimalni korak kvantovanja, N_c broj koeficijenata
- M bita **levo** od tačke, B bita **desno od tačke**
- $x_1=2$ za faktor pouzdanosti 0.95

$$WL = 1 + B + M$$

$$M = \log_2 \left[\max_{1 \leq i \leq N_c} |c_i| \right]$$

$$-q/2 \leq \Delta c_i \leq q/2$$

$$B = \log_2 \frac{1}{q} = \log_2 \frac{x_1 S_T}{\sqrt{12} \Delta M_{\max}}$$

$$S_T^2 = \sum_{i=1}^{N_c} S_{\Delta c_i}^2$$

Kvantovanje proizvoda

- Sistem sa **fiksnom tačkom**, množenjem dva binarna broja koji su predstavljeni sa $B+1$ bitom dobija se proizvod od $2B+1$ bita
- Da bi se mogle vršiti dalje operacije sa dobijenim rezultatom, potrebno je skratiti rezultat na polaznu dužinu od $B+1$ bita
- Množenje digitalnog signala $x[n]$ sa koeficijentom c_i i kvantovanje rezultata $Q(\cdot)$
- $\varepsilon_i[n]$ sekvenca predstavlja diskretni aditivni šum

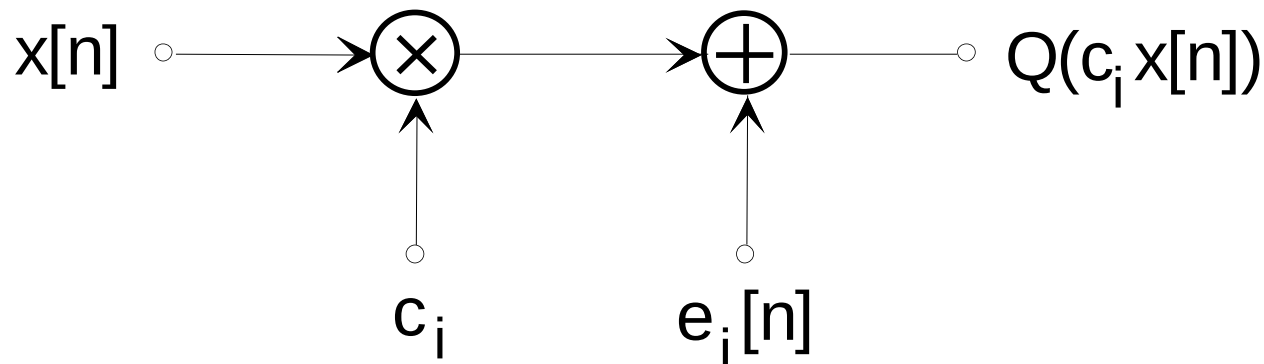
$$Q(c_i x[n]) = c_i x[n] + \varepsilon_i[n]$$

Greška kvantovanja $\varepsilon_i[n]$

- ima uniformnu raspodelu
- predstavlja stacionarni beli šum
- nije korelisana sa signalom koji se množi sa konstantom
- nije korelisana sa ulaznim signalom
- nije korelisana sa greškom kvantovanja drugog koeficijenta

Model kvantovanja rezultata množenja

- Primenjuje se linearni model šuma, kojim se mogu odrediti osnovne statističke karakteristike šuma na izlazu kao što su srednja vrednost, varijansa, korelacione funkcije
- Svakom množaču u blok dijagramu digitalnog procesora signala može se pridružiti izvor šuma, $e_i[n]$



Spektralna gustina snage šuma

- $q=2^{-B}$ korak kvantovanja
 k_j predstavlja broj množača čiji su izlazi vezani na ulaze j -tog sabirača
 N_s je broj sabirača u mreži
 $G_j(z)$ je funkcija prenosa od izlaza j -tog sabirača do izlaza celog filtra

$$S_y(e^{j\omega}) = \frac{q^2}{12} \sum_{j=1}^{N_s} k_j |G_j(e^{j\omega})|^2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{q^2}{24\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\sum_{j=1}^{N_s} k_j |G_j(e^{j\omega})|^2 \right] d\omega$$

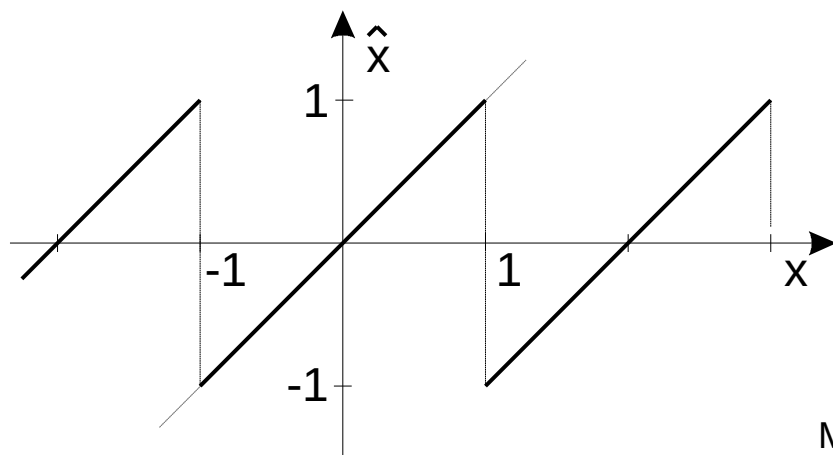
Varijansa ili
ukupna srednja snaga
izlaznog šuma

Skaliranje koeficijenata funkcije prenosa

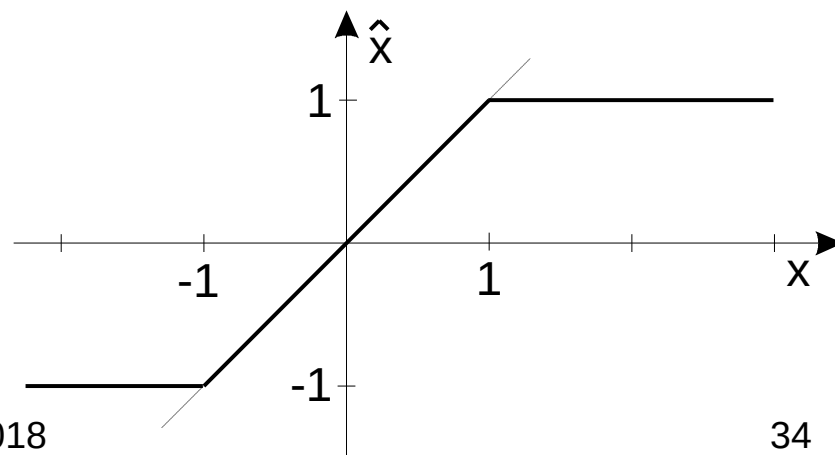
- U svakom čvoru vrednost signala može prevazići **raspoloživi dinamički opseg**, koji je određen brojem raspoloživih bita, pa je potrebno **smanjiti nivo signala** promenom koeficijenata
- Smanjenje nivoa signala kvari **odnos signal/šum**
- Odrediti **optimalne vrednosti koeficijenata** kojima se realizuje željena funkcija prenosa i maksimalni odnos signal/šum
- Čvorovi u kojima se mora ispitivati da li signal leži u dozvoljenom opsegu su čvorovi iz kojih polazi bar jedna grana koja predstavlja množač

Overflow - prekoračenja opsega

- fixed-point aritmetika: rezultat aritmetičke operacije može da premaši dozvoljeni opseg vrednosti - **overflow**
- Nova vrednost mora da se koristi iz opsega dozvoljenih vrednosti
- Zbog *prekoračenja opsega pri sabiranju*



(a)



(b)

Zasićenje ili komplement dvojke?

1. *Saturation arithmetic*

If $1 < x$, then $y = 1$

If $x < -1$ then $y = -1$

2. *Two's complement overflow*

If $1 \leq x$ then $y = x - 2$

If $x < -1$ then $y = x + 2$

x je rezultat aritmetičke operacije

y je broj koji pripada dozvoljenom opsegu

Nelinearni efekti

- Ako se uquine pobudni signal stabilnog rekurzivnog diskretnog sistema izlazni signal bi trebalo da opada ka nuli:
granični ciklus pri nultoj pobudi
ne opada ka nuli

Limit cycles overflow oscillations

- Kada je ulazni signal konstantan, ili se sporo menja, izlaz može da osciluje
- Male oscilacije koje su posledica greške usled zaokruživanja, ili odsecanja, zovu se ***limit-cycle effects***
- Overflow koji nastaje usled sabiranja (velike vrednosti na ulazu) ***overflow oscillations***

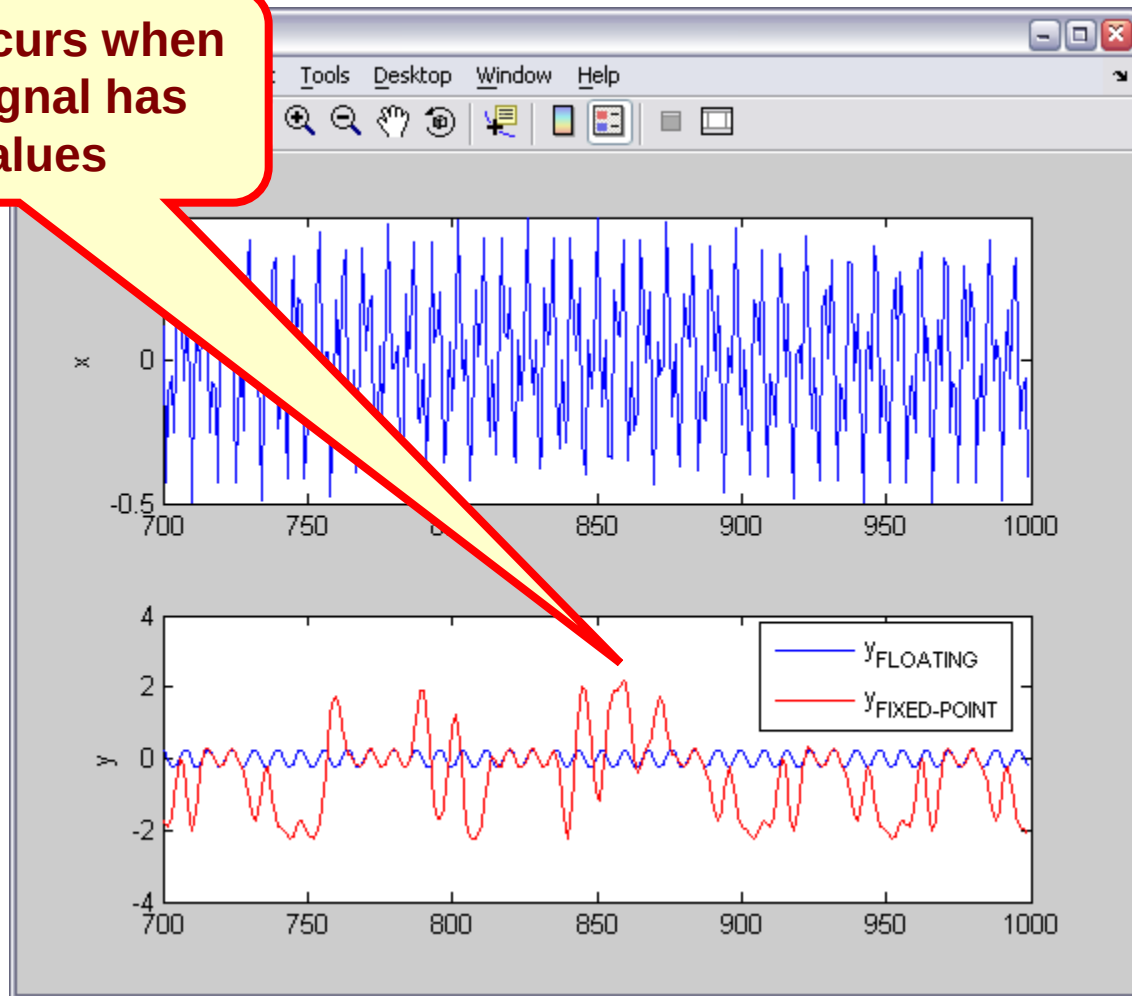
Efekat mrtve zone

Dead band effect

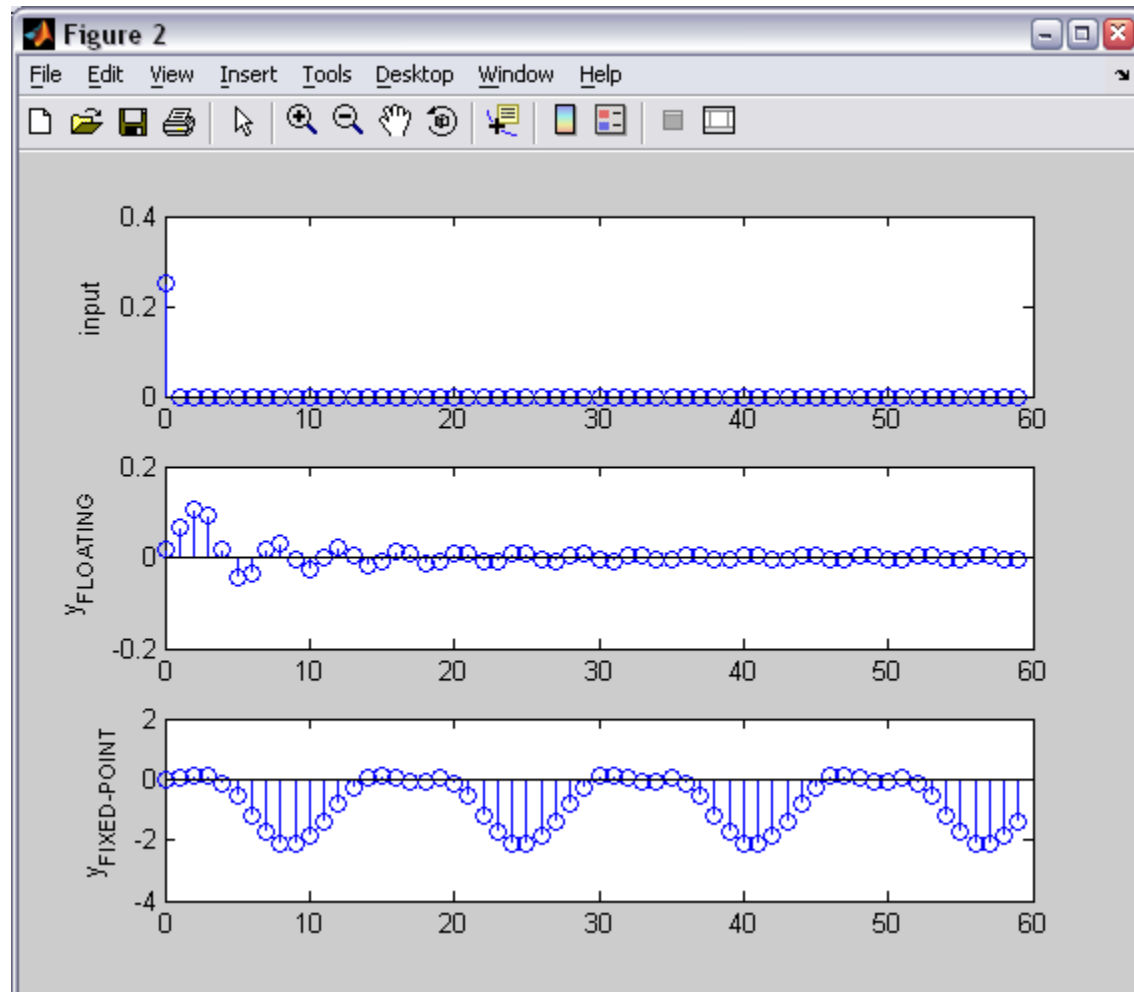
- Izlazna sekvenca može biti konstantna kao posledica operacije zaokruživanja
- Ako izlaz ne prati promene ulaza, taj fenomen se zove ***dead band effect***

Overflow

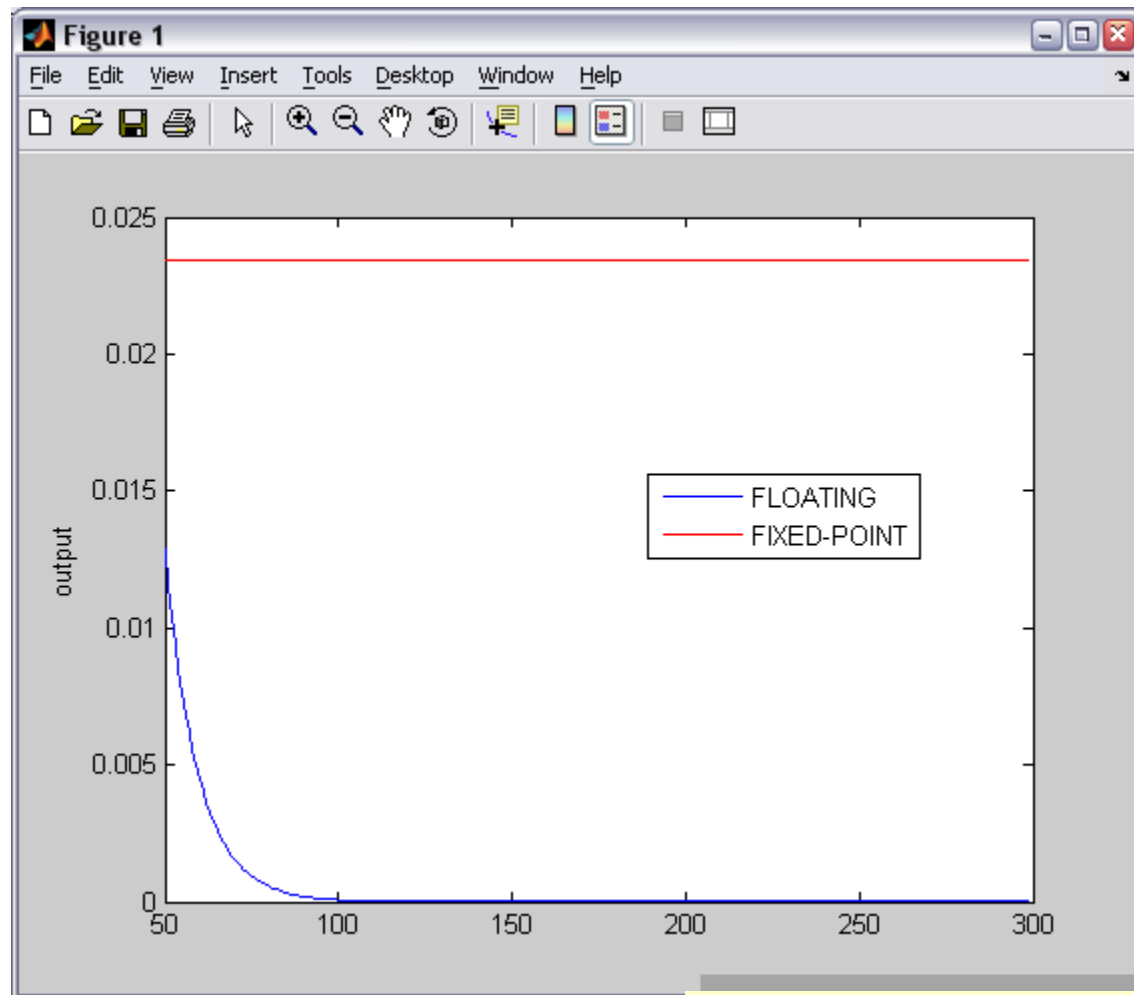
Overflow occurs when the input signal has large values



Limit cycles



Dead band



Digital Signal Processing System-Level Design Using LabVIEW

- Many students taking DSP lab courses, in particular at the undergraduate level, often struggle and spend a fair amount of their time debugging C and MATLAB code instead of placing their efforts into understanding signal processing system design issues
- It is not required to know C or MATLAB to take DSP lab courses
- Allow students and engineers to design and analyze DSP systems with ease and in a relatively shorter time as compared to C, MATLAB, or Assembly, that is text-based programming
- block-based, graphical, and system-level programming approach

Why DSP using LabVIEW

- Digital processing allows programmability
- The same processor hardware can be used for many different applications by simply changing the code residing in memory
- More stable and tolerant output than analog circuits, when subjected to temperature changes
- To interface DSK (DSP Starter Kit) board, TMS320C6000
- Any portion of a LabVIEW designed system can be executed on DSP processor without requiring any C programming

LabVIEW - graphical programming environment

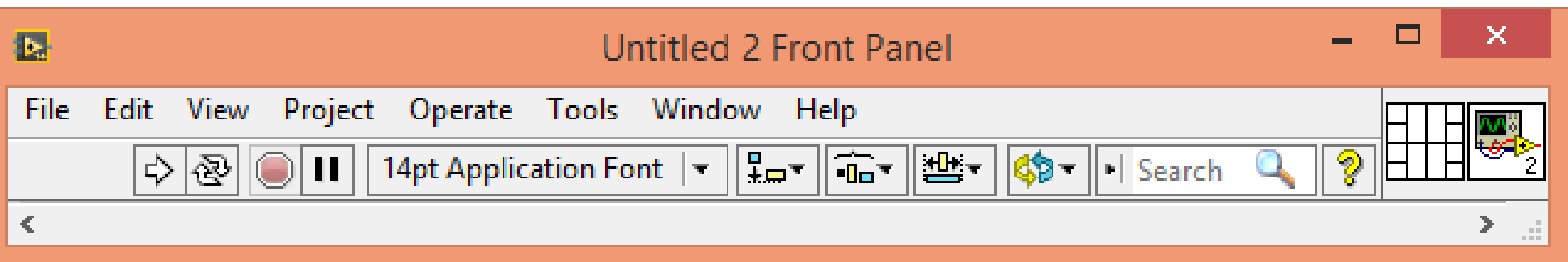
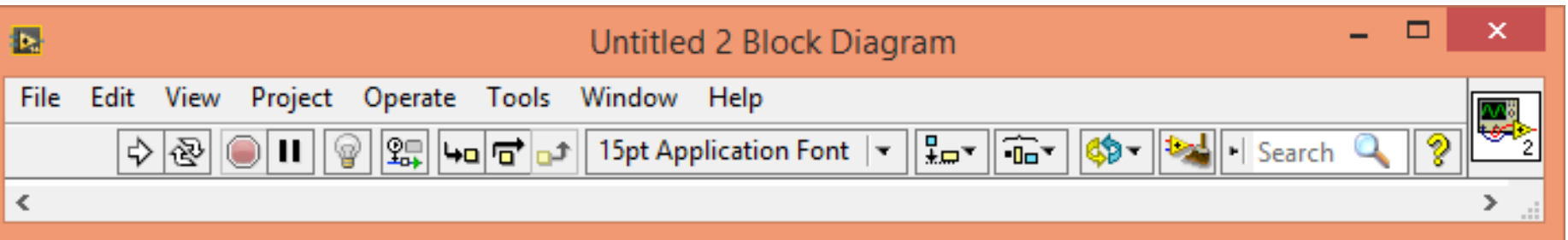
Functions Palette
Controls palette
Tools palette

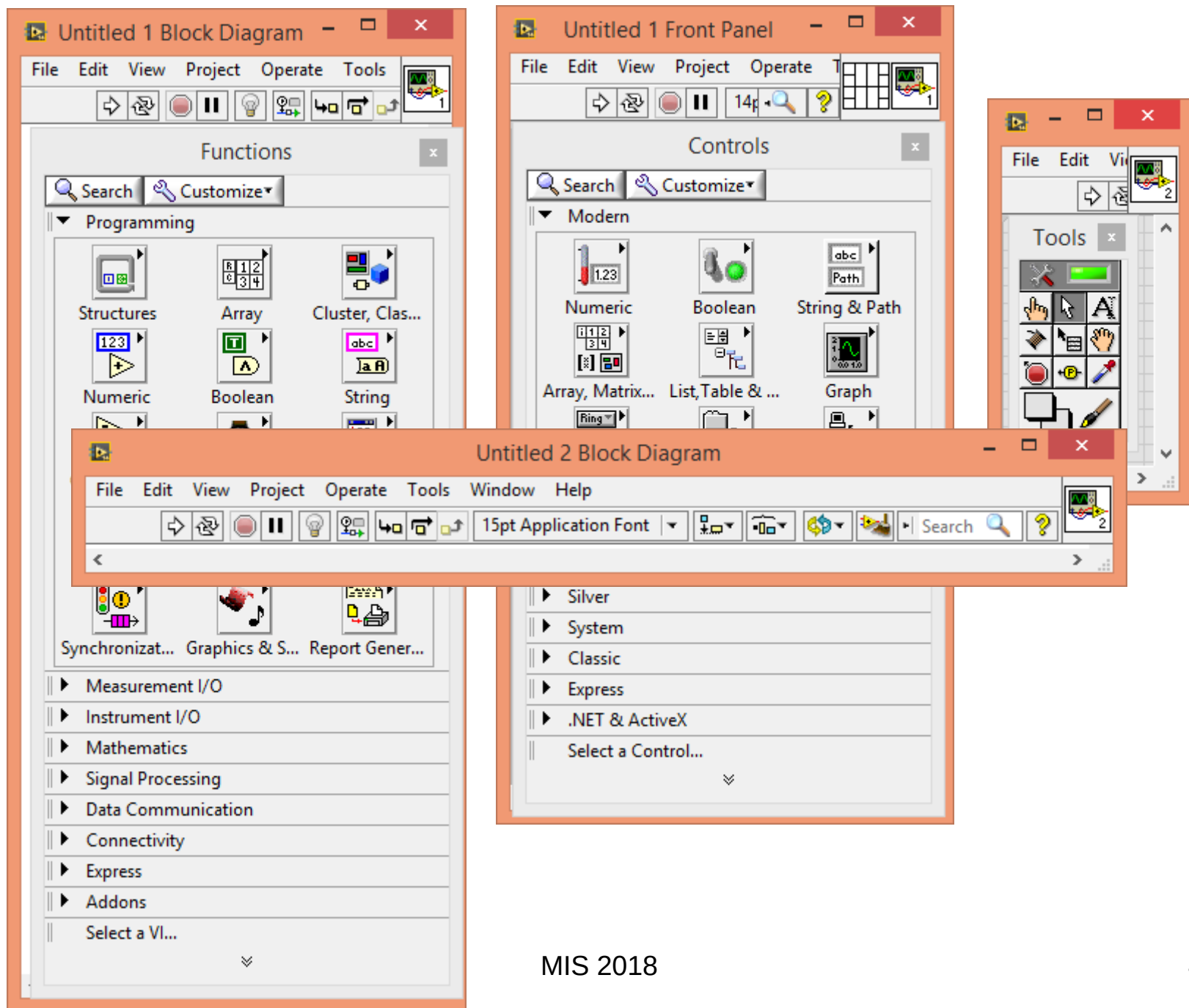
- Execution of a block or a graphical component is dependent on the flow of data
- or more specifically a block executes when data is made available at all of its inputs
- Output data of the block are sent to all other connected blocks
- Multiple operations to be performed in parallel

LabVIEW - graphical programming environment

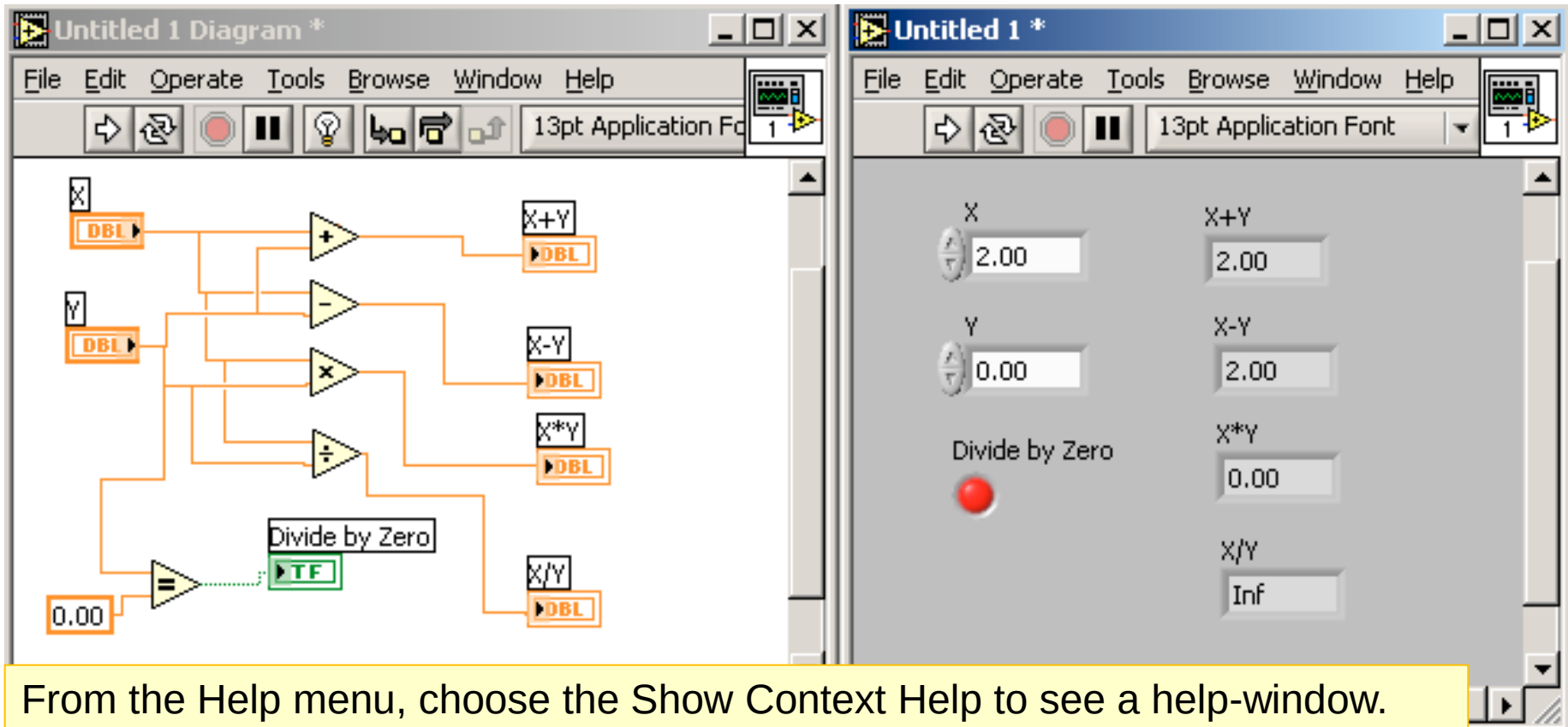
Functions Palette Controls palette Tools palette

- Front panel – View - Controls palette
- Front panel – View - Tools Palette
- Block Diagram – View - Tools Palette
- Block Diagram – View - Functions Palette



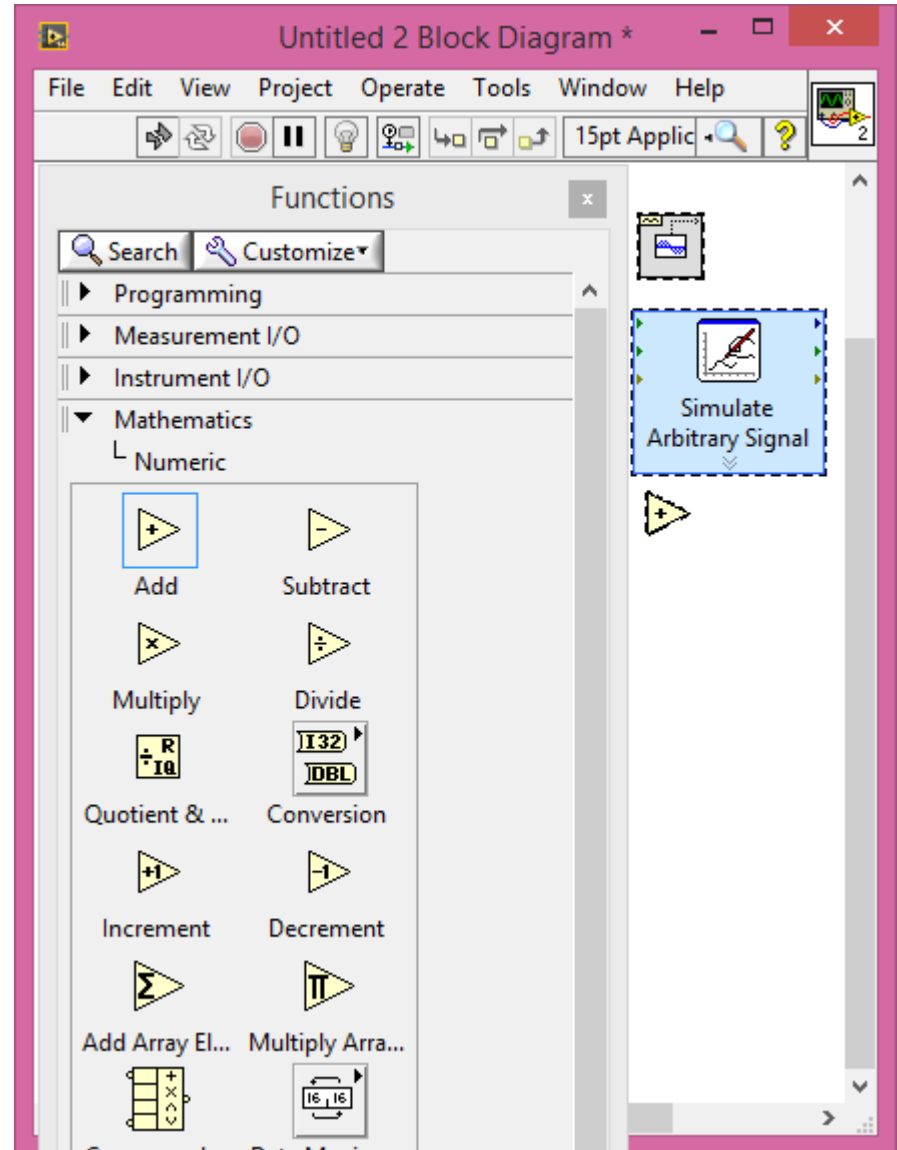
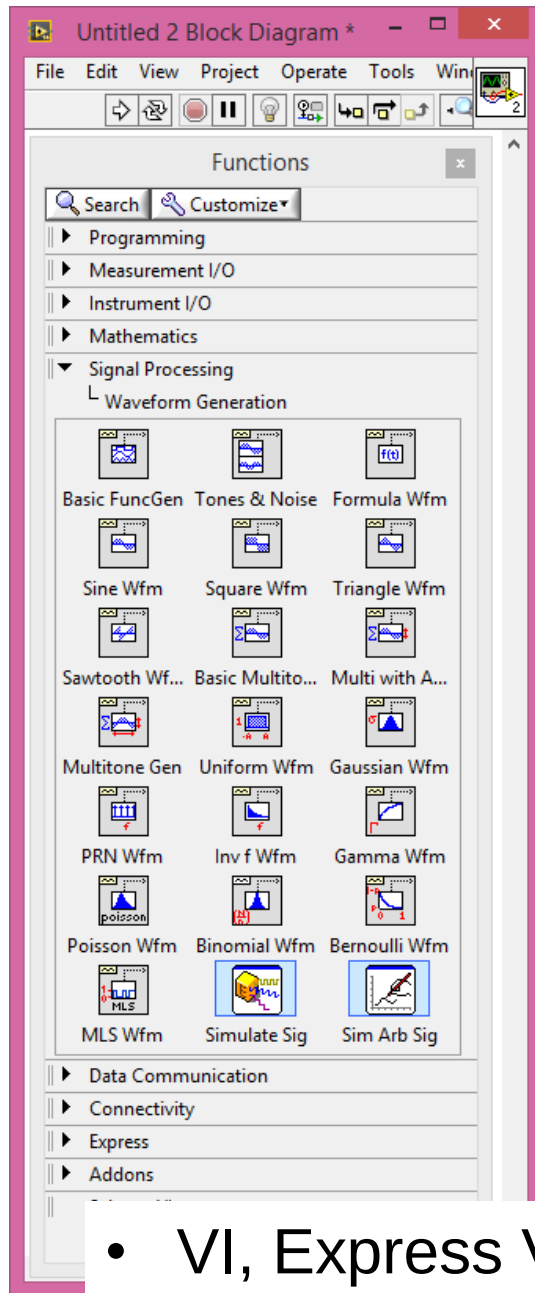


Programming with LABVIEW ...



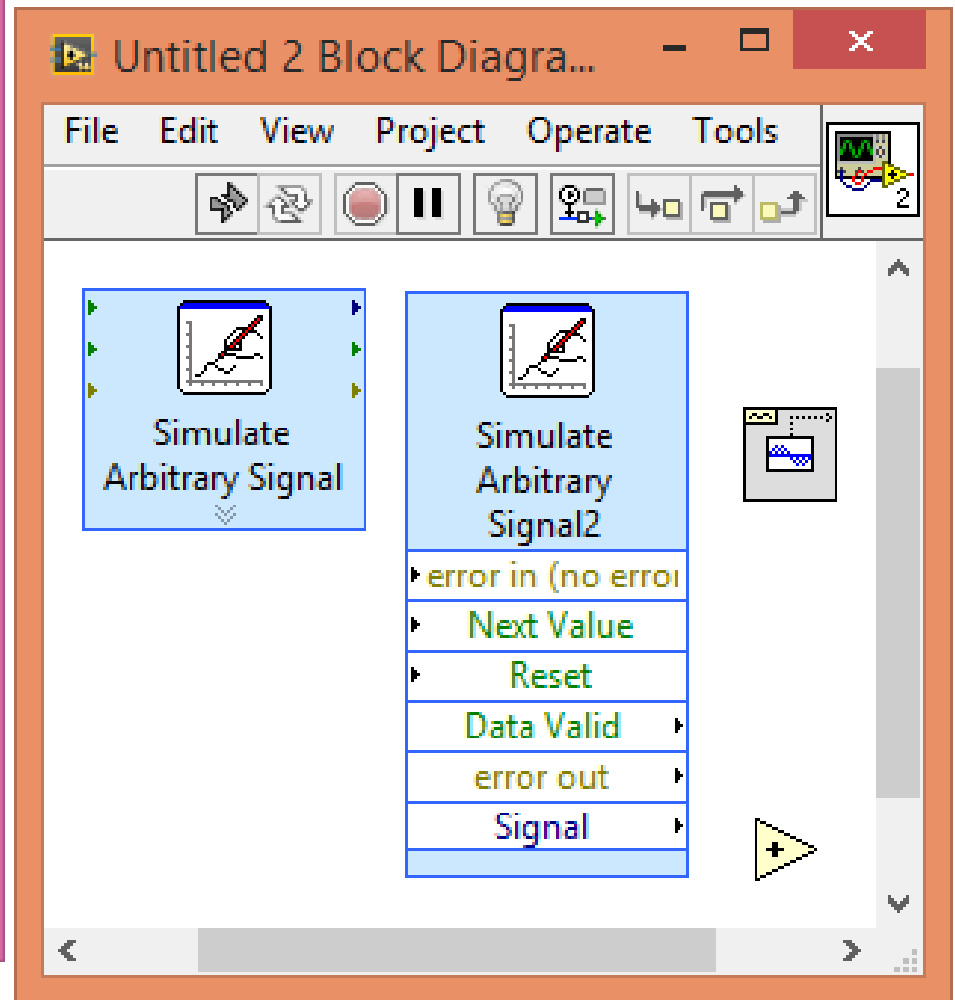
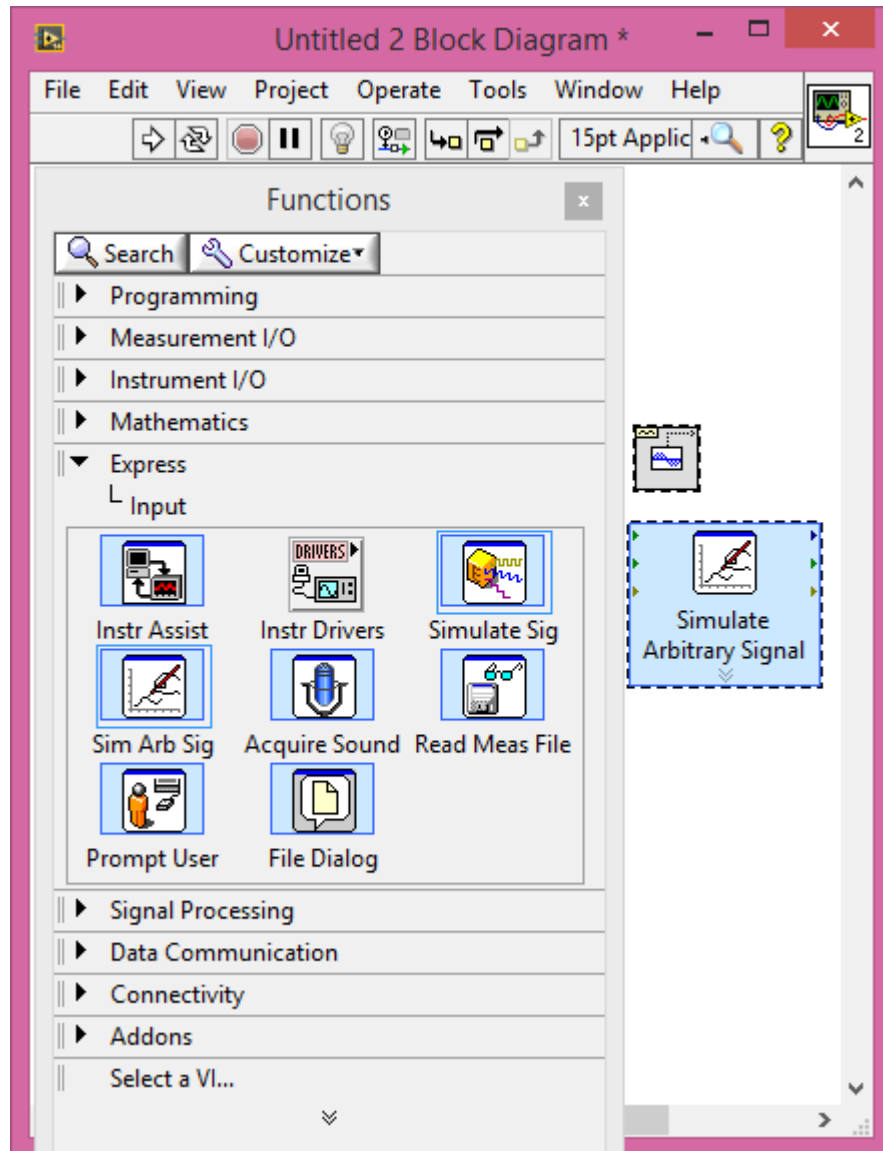
From the Help menu, choose the Show Context Help to see a help-window. Bring the cursor to any item (click on the window to highlight the panel or the diagram) and observe the help window. Repeat after changing the cursor to the Wiring tool.

Building a Block Diagram

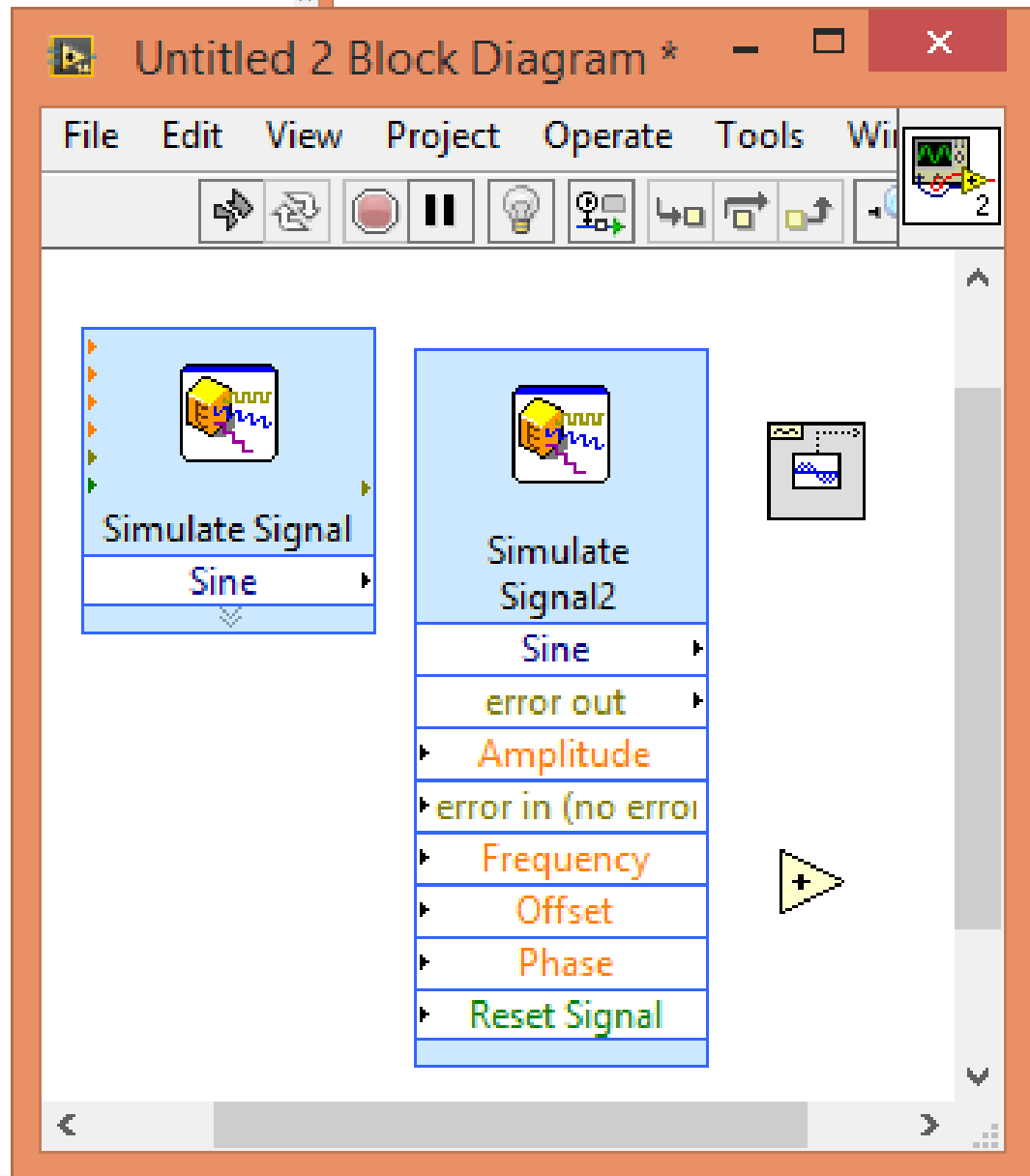
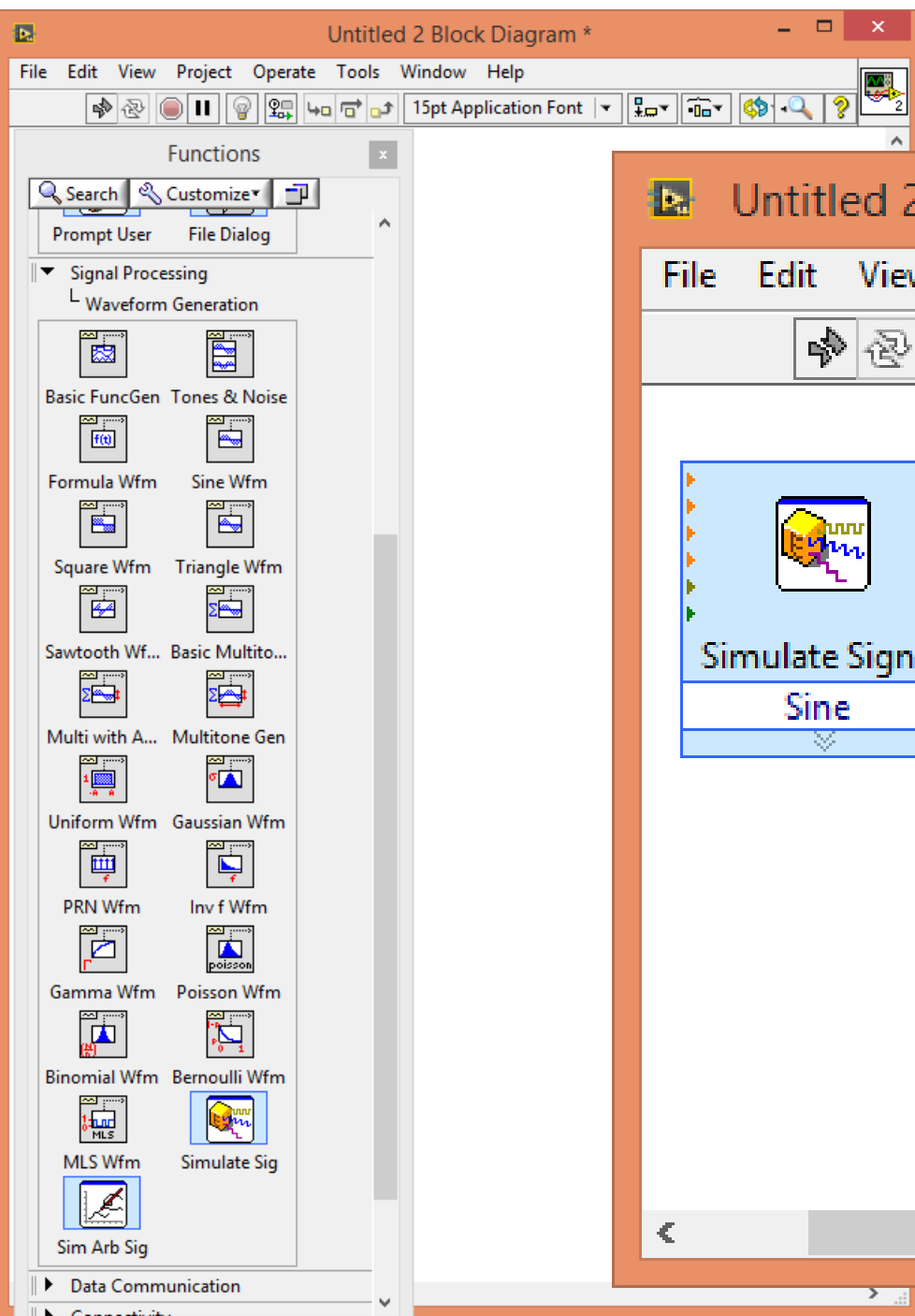


- VI, Express VI, and function

Building a Block Diagram



- VI, Express VI, and function



Profesor dr Miroslav Lutovac
mlutovac@viser.edu.rs

Ova prezentacija je nekomercijalna.

Slajdovi mogu da sadrže materijale preuzete sa Interneta, stručne i naučne građe, koji su zaštićeni Zakonom o autorskim i srodnim pravima.

Ova prezentacija se može koristiti samo privremeno tokom usmenog izlaganja nastavnika u cilju informisanja i upućivanja studenata na dalji stručni, istraživački i naučni rad i u druge svrhe se ne sme koristiti –

Član 44 - Dozvoljeno je bez dozvole autora i bez plaćanja autorske naknade za nekomercijalne svrhe nastave:

(1) javno izvođenje ili predstavljanje objavljenih dela u obliku neposrednog poučavanja na nastavi;

- ZAKON O AUTORSKOM I SRODNIM PRAVIMA

("Sl. glasnik RS", br. 104/2009 i 99/2011)