



Elektrotehnika (ASUV/NET)

Vežbe 4

Elektrostatički potencijal

Kondenzatori



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

Tri tačkasta neelektrisanja $Q_1 = 2 \text{ nC}$, $Q_2 = -5 \text{ nC}$ i $Q_3 = 10 \text{ nC}$ nalaze se u vakuumu u temenima kvadrata stranice $a=10\text{cm}$.

- a) Odrediti potencijal četvrtog temena kvadrata.
- b) Odrediti razliku potencijala između četvrtog temena kvadrata i centra kvadrata.
- c) Nacrtati i izračunati komponente elektrostatičkog polja u tački D koje potiču od pojedinih neelektrisanja.



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

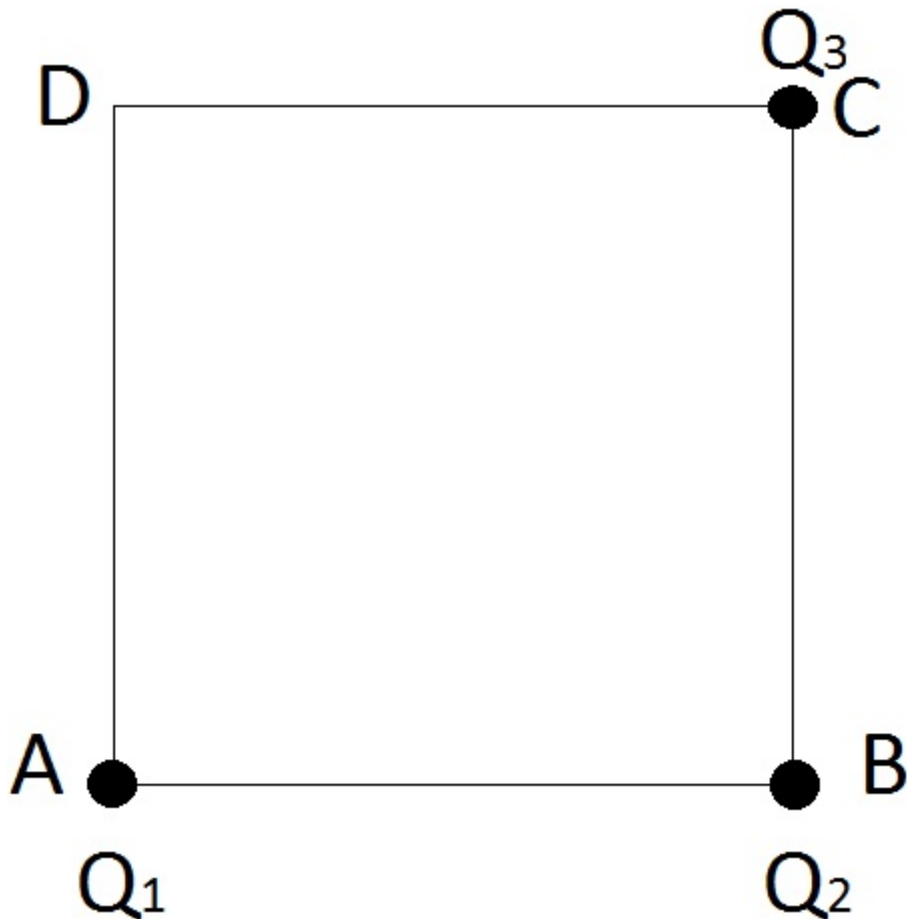
Rešenje: a) skica neelektrisanja

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} + V_{D3}$$

$$V_{D1} = k \frac{Q_1}{r_{D1}} \quad r_{D1} = r_{AD} = a$$

$$V_{D2} = k \frac{Q_2}{r_{D2}} \quad r_{D2} = r_{BD} = a\sqrt{2}$$

$$V_{D3} = k \frac{Q_3}{r_{D3}} \quad r_{D3} = r_{CD} = a$$





Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

Rešenje: a)

$$V_{D1} = k \frac{Q_1}{r_{D1}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}C}{10 \cdot 10^{-2}m} = 180V$$

$$V_{D2} = k \frac{Q_2}{r_{D2}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}C}{10 \cdot 10^{-2}m \cdot \sqrt{2}} = -319V$$

$$V_{D3} = k \frac{Q_3}{r_{D3}} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}C}{10 \cdot 10^{-2}m} = 900V$$

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} + V_{D3} = 180V - 319V + 900V = 761V$$



Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

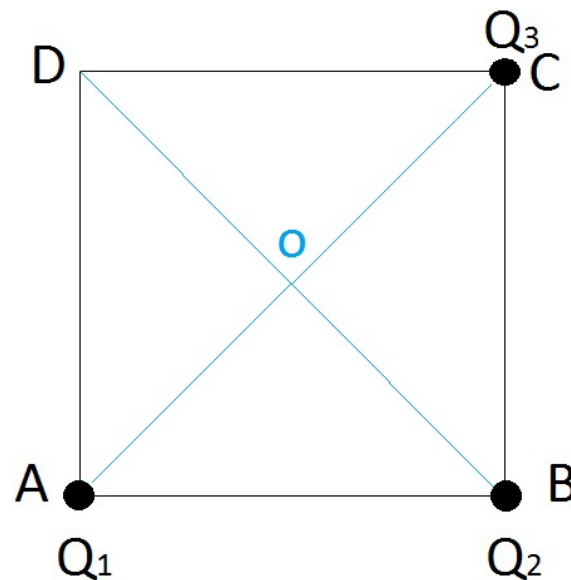
Rešenje: b)

Centar kvadrata, obeležen sa O, polovi dijagonale kvadrata. Potencijal centra kvadrata je:

$$V_O = V_{O1} + V_{O2} + V_{O3}$$

$$V_O = k \frac{Q_1}{r_{O1}} + k \frac{Q_2}{r_{O2}} + k \frac{Q_3}{r_{O3}} \quad r_{O1} = r_{O2} = r_{O3} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$V_O = \frac{k}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} (Q_1 + Q_2 + Q_3) = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{\frac{10 \cdot 10^{-2} m \sqrt{2}}{2}} \cdot 7 \cdot 10^{-9} C$$



$$V_O = 889V \rightarrow U_{DO} = V_D - V_O = 761V - 889V = -128V$$

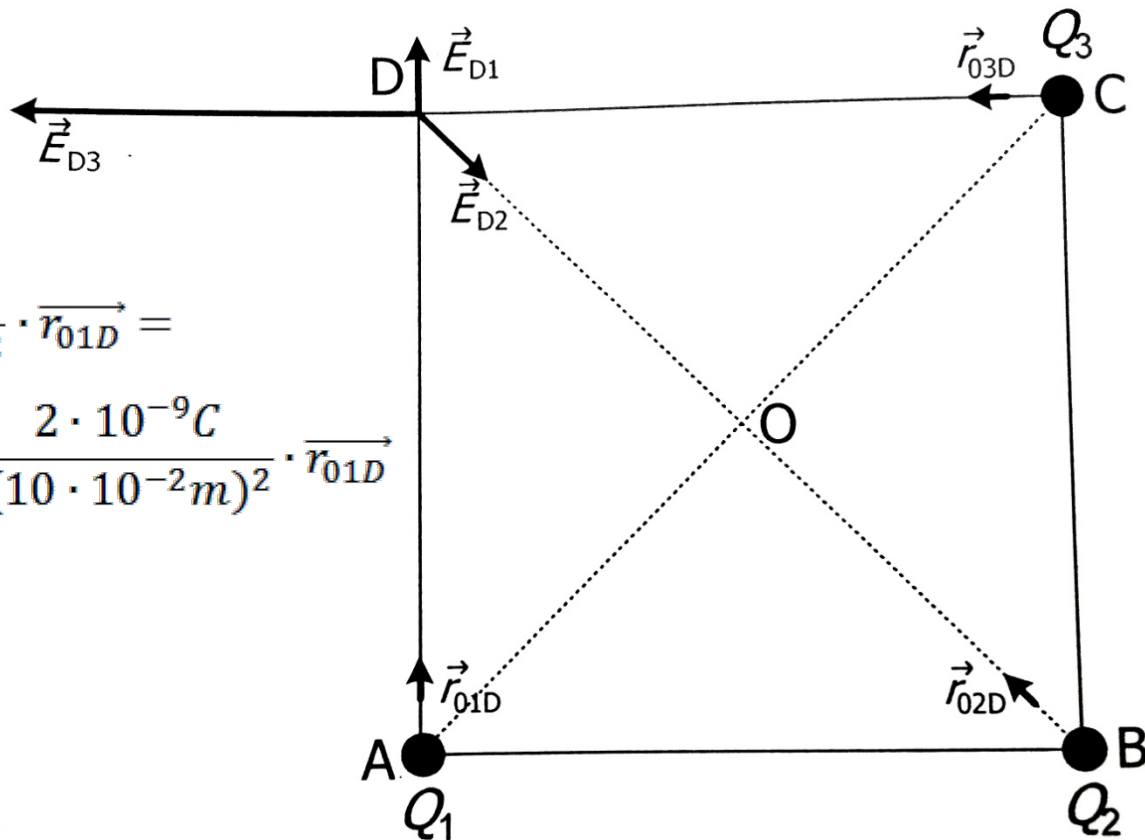


Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

Rešenje: c) skica vektora

$$\begin{aligned}\vec{E}_{D1} &= k \frac{Q_1}{r_{D1}^2} \cdot \vec{r}_{01D} = k \frac{Q_1}{a^2} \cdot \vec{r}_{01D} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}C}{(10 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{01D} \\ &= 1800 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{01D}\end{aligned}$$





Elektrostatika-Elektrostatički potencijal

Zadatak I.3.8.

Rešenje: c)

$$\begin{aligned}\vec{E}_{D2} &= k \frac{Q_2}{r_{D2}^2} \cdot \vec{r}_{02D} = k \frac{Q_2}{(a \cdot \sqrt{2})^2} \cdot \vec{r}_{02D} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-9}C}{2 \cdot (10 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{02D} \\ &= -2250 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{02D}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_{D3} &= k \frac{Q_3}{r_{D3}^2} \cdot \vec{r}_{03D} = k \frac{Q_3}{a^2} \cdot \vec{r}_{03D} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}C}{(10 \cdot 10^{-2}m)^2} \cdot \vec{r}_{03D} \\ &= 9000 \frac{N}{C} \cdot \vec{r}_{03D}\end{aligned}$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rastojanje između elektroda pločastog vazdušnog kondenzatora je $d=5\text{mm}$, a površina elektroda je S . Kapacitivnost kondenzatora je $C_0=100\text{pF}$. Između ploča kondenzatora, paralelno sa njima, ubaci se metalna ploča debljine $d_1=2\text{mm}$.

- a) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu napona na kondenzatoru ΔU , ako je kondenzator bio priključen na napon $U_0=1000\text{V}$, posle opterećivanja isključen i zatim ubačena metalna ploča.
- b) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu količine naelektrisanja na elektrodama kondenzatora ΔQ , ako je kondenzator sve vreme bio priključen na napon $U_0=1000\text{V}$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

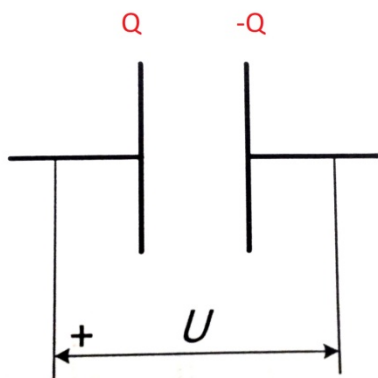
Rešenje: Veza između količine naelektrisanja, kapacitivnosti kondenzatora i napona na kondenzatoru je definisana kao:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Imamo 2 slučaja:

I slučaj-kondenzator je prvo priključen pa isključen sa izvora napajanja

Tada je **količina naelektrisanja na njegovim elektrodama konstantna**



$$Q = C \cdot U = \text{const}$$

Koliko puta poraste kapacitivnost, toliko puta opadne napon.

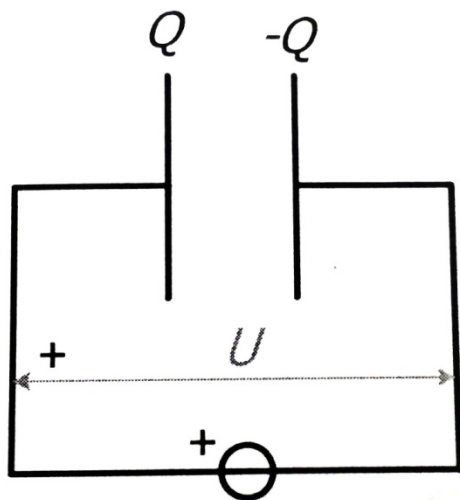


Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje:

II slučaj-kondenzator je priključen na stalni napon, pa je **napon konstantan**.



$$U = \frac{Q}{C} = \text{const}$$

Koliko puta se poveća kapacitivnost toliko puta mora da se poveća i količina naelektrisanja i obrnuto.



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

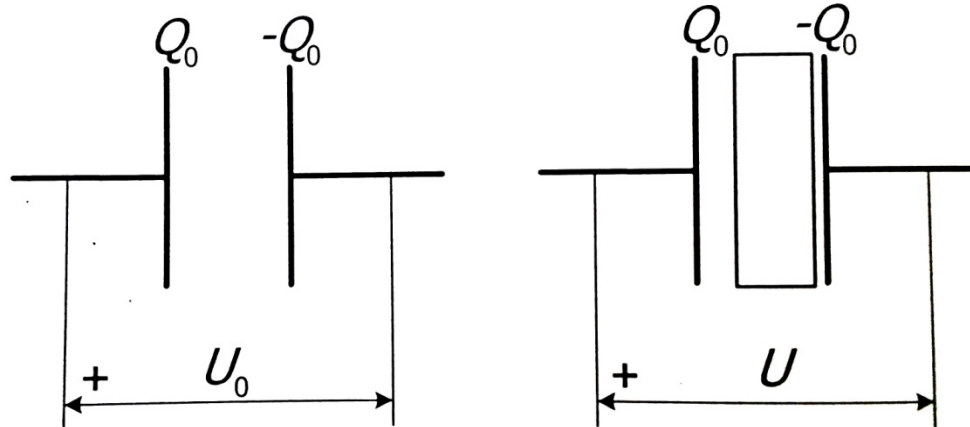
Rešenje: a)

Kondenzator je prvo priključen na napon pa je količina naelektrisanja na njegovim elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 100 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 100 nC$$

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 50 \mu J$$

Zatim se kondenzator isključi i u njega se ubaci metalna ploča, što znači da je količina naelektrisanja ostala ista, ali se kapacitivnost promenila.





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: a)

Nova kapacitivnost kondenzatora će biti:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d - d_1} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{d - d_1} = C_0 \cdot \frac{d}{d - d_1}$$

$$C = C_0 \cdot \frac{5mm}{3mm} = 166,7pF$$

Pošto je ovo **I slučaj**, količina naelektrisanja će biti konstantna

$$Q_0 = Q \quad Q_0 = C_0 \cdot U_0 \quad Q = C \cdot U$$

pa će biti:

$$C_0 \cdot U_0 = C \cdot U \rightarrow U = \frac{C_0}{C} \cdot U_0 = \frac{C_0}{\frac{5}{3}C_0} \cdot U_0 = \frac{3}{5} \cdot U_0 = 600V$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: a)

Promena napona na kondenzatoru se računa kao razlika krajnje i početne vrednosti napona.

$$\Delta U = U - U_0 = 600V - 1000V = -400V$$

Promena energije će biti:

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{C} = \frac{C_0}{\frac{5}{3}C_0} \cdot W_{e0} \rightarrow W_e = \frac{3}{5} W_{e0} = 30\mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 30\mu J - 50\mu J = -20\mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

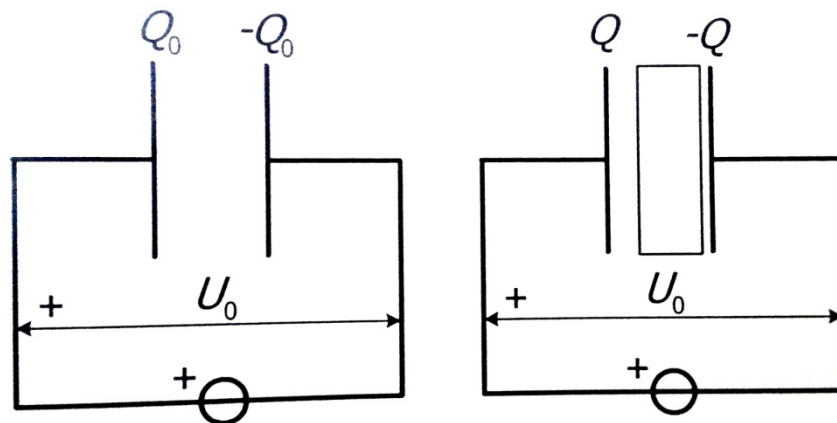
Rešenje: b) Početak je isti kao pod a)

Kondenzator je prvo priključen na napon pa je količina naelektrisanja na njegovim elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 100 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 100 nC$$

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 50 \mu J$$

Zatim se u kondenzator ubaci metalna ploča, ali on ostaje i dalje priključen na napon.





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: b)

Nova kapacitivnost kondenzatora će biti:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d - d_1} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{d - d_1} = C_0 \cdot \frac{d}{d - d_1}$$

$$C = C_0 \cdot \frac{5mm}{3mm} = 166,7pF$$

Pošto je ovo **II slučaj**, napon će biti konstantan

$$U = \frac{Q}{C} = const = \frac{Q_0}{C_0} = U_0$$

pa će biti:

$$Q = C \cdot U = C \cdot U_0 = C \cdot \frac{Q_0}{C_0} = \frac{C}{C_0} \cdot Q_0 = \frac{\frac{5}{3}C_0}{C_0} \cdot Q_0 = \frac{5}{3} \cdot Q_0 = \frac{5}{3} \cdot 100nC = 166,7nC$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: b)

$$\Delta Q = Q - Q_0 = 166,7nC - 100nC = 66,7nC$$

$$W_e = \frac{1}{2}C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2}C_0 \cdot U_0^2 \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{C}{C_0} = \frac{5}{3} \frac{C_0}{C_0} \cdot W_{e0}$$

$$W_e = \frac{5}{3}W_{e0} = 83,3\mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 83,3\mu J - 50\mu J = 33,3\mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rastojanje između elektroda pločastog vazdušnog kondenzatora je $d=1\text{cm}$, površina elektroda je $S=72\pi\text{ cm}^2$. Kondenzator se ubaci u ulje relativne dielektričke konstante $\epsilon_r=3$.

- a) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu napona na kondenzatoru ΔU , ako je kondenzator bio priključen na napon $U_0 = 1000\text{V}$, posle opterećivanja isključen i zatim ubačen u ulje.
- b) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu količine naelektrisanja na elektrodama kondenzatora ΔQ , ako je kondenzator sve vreme priključen na napon $U_0 = 1000\text{V}$.



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje:

Kapacitivnost pre ubacivanja dielektrika je bila:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{10^{-9} F}{36\pi m} \cdot \frac{72\pi \cdot 10^{-4} m^2}{1 \cdot 10^{-2} m} = 20 pF$$

količina naelektrisanja na elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 20 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 20 nC$$

a energija:

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 10 \mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje:

Posle ubacivanja kondenzatora u ulje, nova kapacitivnost je:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon_r C_0 = 3 \cdot 20pF = 60pF$$

a) Ovo je slučaj kada je količina naelektrisanja konstantna pa će biti:

$$Q_0 = Q \quad Q_0 = C_0 \cdot U_0 \quad Q = C \cdot U$$

$$C \cdot U = C_0 \cdot U_0 \rightarrow U = \frac{C_0}{C} \cdot U_0 = \frac{C_0}{\epsilon_r \cdot C_0} \cdot U_0 = \frac{U_0}{\epsilon_r} = 333.3V$$

$$\Delta U = U - U_0 = 333,3V - 1000V = -666,7V$$



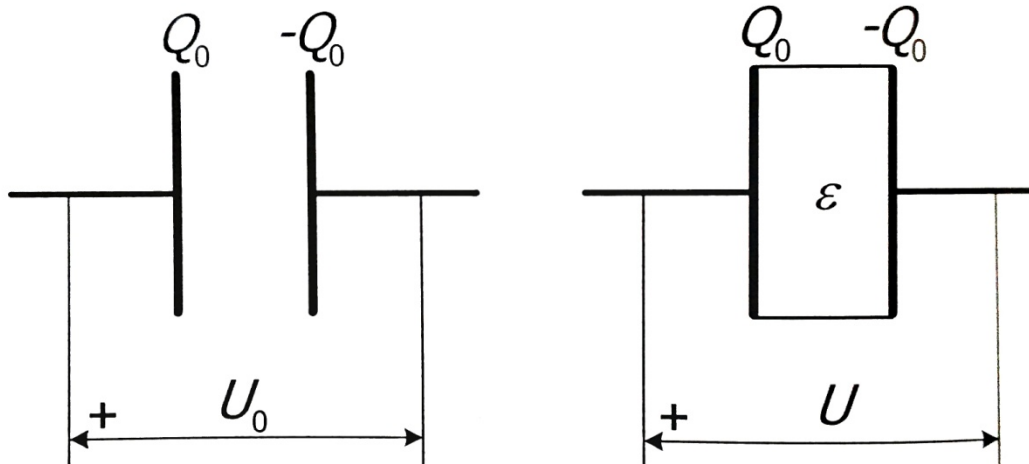
Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje: a)

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{\epsilon_r C_0} = \frac{W_{e0}}{\epsilon_r} = 3,3 \mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 3,3 \mu J - 10 \mu J = -6,7 \mu J$$





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje: b) Ovo je slučaj kada je napon konstantan pa će biti:

$$U = \frac{Q}{C} = \text{const} = \frac{Q_0}{C_0} = U_0$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C_0} \rightarrow Q = \frac{Q_0}{C_0} \cdot C = Q_0 \cdot \frac{\epsilon_r C_0}{C_0} = Q_0 \cdot \epsilon_r = 60 \text{ nC}$$

$$\Delta Q = Q - Q_0 = 60 \text{ nC} - 20 \text{ nC} = 40 \text{ nC}$$

$$W_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{\epsilon_r C_0}{C_0} = \epsilon_r W_{e0} = 30 \mu\text{J}$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 30 \mu\text{J} - 10 \mu\text{J} = 20 \mu\text{J}$$