



Elektrotehnika (ELITE)

Vežbe 4

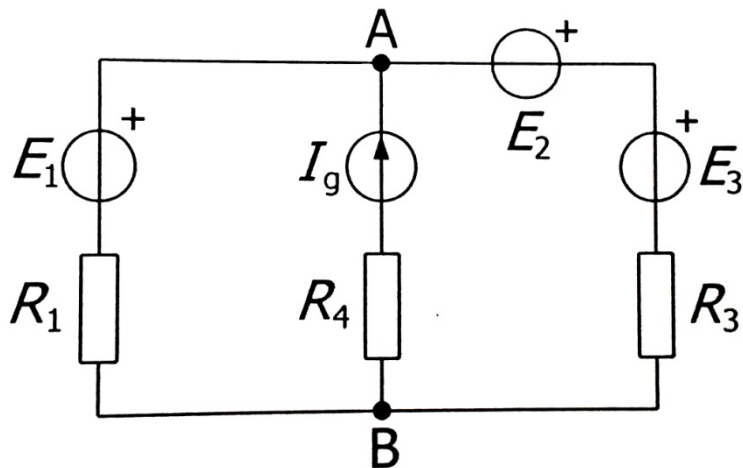
Jednosmerne struje



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

Generatori $E_1 = 12\text{V}$, $E_2 = 24\text{V}$, $E_3 = 24\text{V}$ i $I_g = 60\text{mA}$, i otpornici $R_1 = 300\Omega$, $R_3 = 600\Omega$ i $R_4 = 500\Omega$ vezani su u kolo kao što je prikazano na slici.



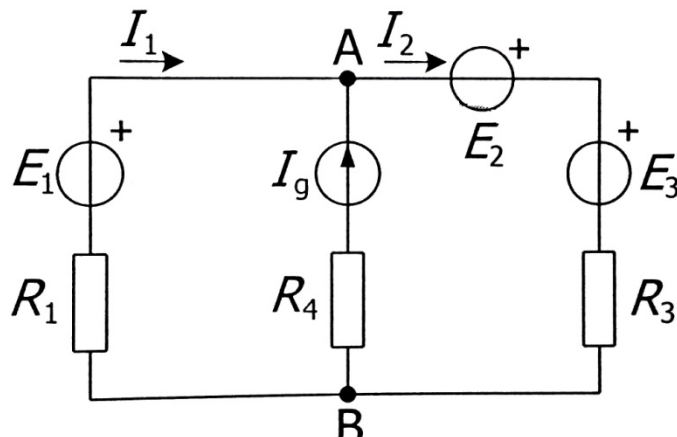
- Odrediti intenzitete struja u svim granama neposrednom primenom Kirhofovih zakona.
- Odrediti napon U_{AB} .



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

Rešenje: a) Prvo usvojimo referentne smerove struja svih grana



Broj čvorova je $n_{\check{c}} = 2$, a broj grana je $n_g = 3$.

Po **I Kirhofovom zakonu** pišemo $n_{\check{c}} - 1 = 1$ jednačinu

Izaberemo proizvoljni čvor, npr A pa jednačina glasi:

$$-I_1 - I_g + I_2 = 0$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

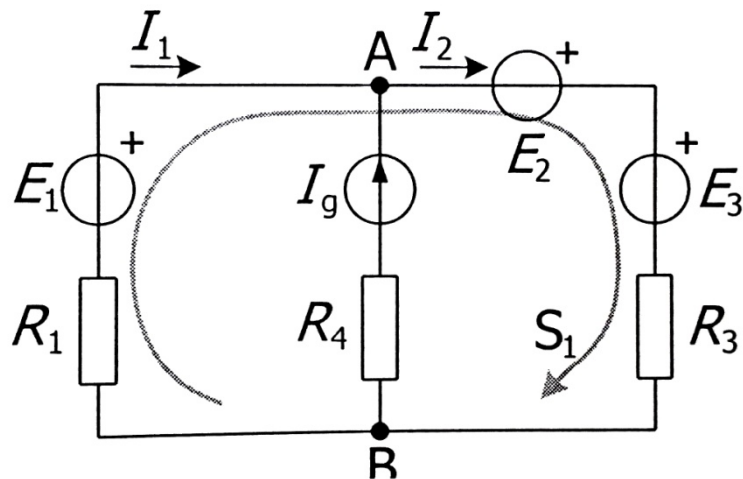
Rešenje: a)

Po II Kirhofovom zakonu treba da imamo $n_g - (n_{\check{c}} - 1)$ jednačina, ali pošto ovo kolo sadrži **strujni generator**, kontura za koju se piše jednačina po II K.Z. ne sme obuhvatati strujni generator!

Tako da će broj jednačina biti: $n_g - (n_{\check{c}} - 1) - n_{lg} = 3 - (2 - 1) - 1 = 1$

Jedina kontura koja preostaje je S_1 :

$$-R_1 I_1 + E_1 + E_2 - E_3 - R_3 I_2 = 0$$





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

Rešenje: a)

Prema I i II K.Z. dobijamo sistem jednačina:

$$-I_1 - I_g + I_2 = 0$$

$$-R_1 I_1 + E_1 + E_2 - E_3 - R_3 I_2 = 0$$

Zamenjujući brojne vrednosti se dobija:

$$-I_1 + I_2 = 0,06$$

$$-300 I_1 - 600 I_2 = -12$$

Determinanta sistema je:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -300 & -600 \end{vmatrix} = (-1)(-600) - (-300)1 = 900$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

Rešenje: a)

Determinante promenljivih I_1 i I_2 su:

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} 0,06 & 1 \\ -12 & -600 \end{vmatrix} = 0,06(-600) - (-12)1 = -24$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0,06 \\ -300 & -12 \end{vmatrix} = (-1)(-12) - (-300)0,06 = 30$$

pa su nepoznate struje:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-24}{900} A = -0,0267 A = -26,7 mA$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{30}{900} A = 0,0333 A = 33,3 mA$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.1.2

Rešenje: b)

Napon U_{AB} možemo odrediti pomoću jedne od grana koja **ne sadrži** strujni generator, jer napon na strujnom generatoru nije poznat!

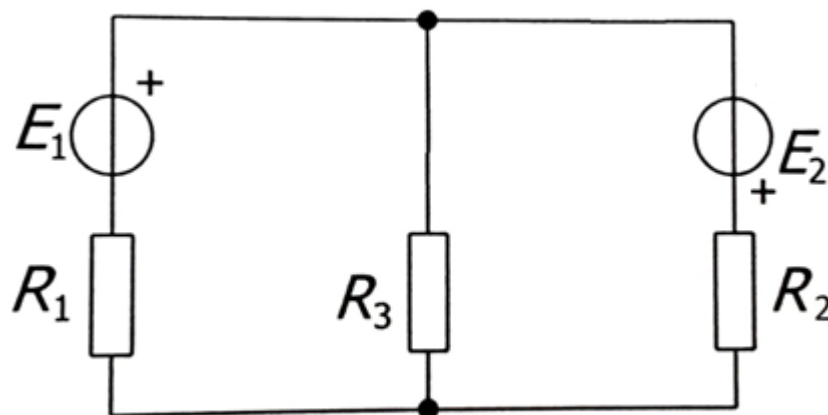
$$U_{AB} = R_3 I_2 + E_3 - E_2 = -R_1 I_1 + E_1 = 20V$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Za kolo prikazano na slici metodom konturnih struja odrediti intenzitete struja u svim granama, ako je $E_1 = 6V$, $E_2 = 20V$ i $R_1 = 700\Omega$, $R_2 = 300\Omega$, $R_3 = 400\Omega$





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Metod konturnih struja

- izveden iz II K.Z $\rightarrow$ broj nezavisnih kontura u kolu sa $n_{\check{c}}$ čvorova i n_g grana je: $n_g - (n_{\check{c}} - 1)$
 - Konture su nezavisne ako svaka kontura ima barem jednu granu koja ne pripada drugoj konturi
- Za svaku nezavisnu konturu se postavlja po jedna takozvana konturna struja
- Za svaku konturnu struju se postavlja po jedna jednačina



Jednosmerne struje

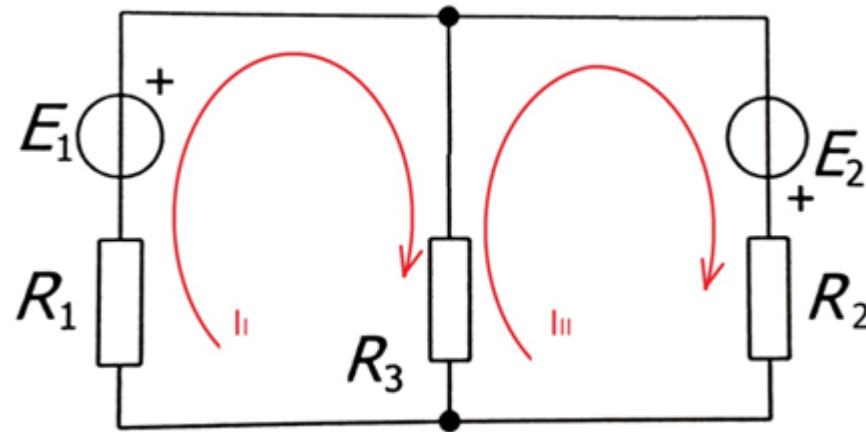
Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Kolo koje analiziramo ima 2 čvora i 3 grane , pa je broj konturnih struja:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 3 - (2 - 1) = 2$$

- Odredimo nezavisne konture
- Proizvoljno usvojimo smerove konturnih struja





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Ovo je kolo drugog reda (ima dve konturne struje), pa opšti oblik jednačina konturnih struja glasi:

$$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} = E_I$$

$$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} = E_{II}$$

R_{11} je zbir svih otpornosti kroz koje protiče I_I i uvek je pozitivno

$$R_{11} = R_1 + R_3 = 1,1 \text{ k}\Omega$$

R_{22} je zbir svih otpornosti kroz koje protiče I_{II} i uvek je pozitivno

$$R_{22} = R_3 + R_2 = 0,7 \text{ k}\Omega$$

R_{12} i R_{21} su uvek jednake i predstavljaju ukupnu otpornost zajedničke grane konturnih struja I_I i I_{II} , znak je pozitivan ako su smerovi konturnih struja isti, a negativan ako su suprotni

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -0,4 \text{ k}\Omega$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

E_1 je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče I_1 i ako se smer struje poklapa sa referentnim smerom određene elektromotorne sile, ta elektromotorna sila ima predznak “+”, i obrnuto:

$$E_1 = E_1$$

E_2 je algebarski zbir svih elektromotornih sila kroz koje protiče I_{II}

$$E_{II} = E_2$$

Ako ove izraze uvrstimo u opšti oblik jednačina za konturne struje dobijamo:

$$(R_1 + R_3) I_1 - R_3 I_{II} = E_1$$

$$-R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_{II} = E_2$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

Uvrstimo brojne vrednosti, vodeći računa o jedinicama krajnjeg rezultata:

$$1,1I_I - 0,4I_{II} = 6$$

$$-0,4I_I + 0,7I_{II} = 20$$

Sistem se rešava kao u prethodnom zadatku, uz pomoć determinanti, samo što će struja biti izražena u mA jer je otpornost data u kΩ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,1 & -0,4 \\ -0,4 & 0,7 \end{vmatrix} = 0,61 \quad \Delta_I = \begin{vmatrix} 6 & -0,4 \\ 20 & 0,7 \end{vmatrix} = 12,2 \quad \Delta_{II} = \begin{vmatrix} 1,1 & 6 \\ -0,4 & 20 \end{vmatrix} = 24,4$$

$$I_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{12,2}{0,61} \text{mA} = 20 \text{mA}$$

$$I_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{24,4}{0,61} \text{mA} = 40 \text{mA}$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.1

Rešenje:

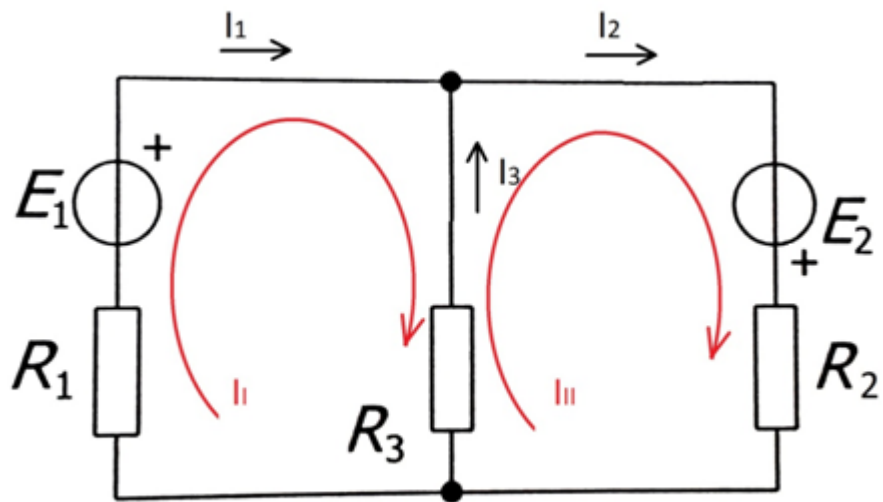
Struju svake grane čine konturne struje koje prolaze kroz tu granu, pa se struja neke grane dobija algebarskim zbirom svih konturnih struja koje protiču kroz tu granu.

Obeležimo nepoznate struje u granama kola:

$$I_1 = I_I = 20\text{mA}$$

$$I_2 = I_{II} = 40\text{mA}$$

$$I_3 = -I_I + I_{II} = -20\text{mA} + 40\text{mA} = 20\text{mA}$$

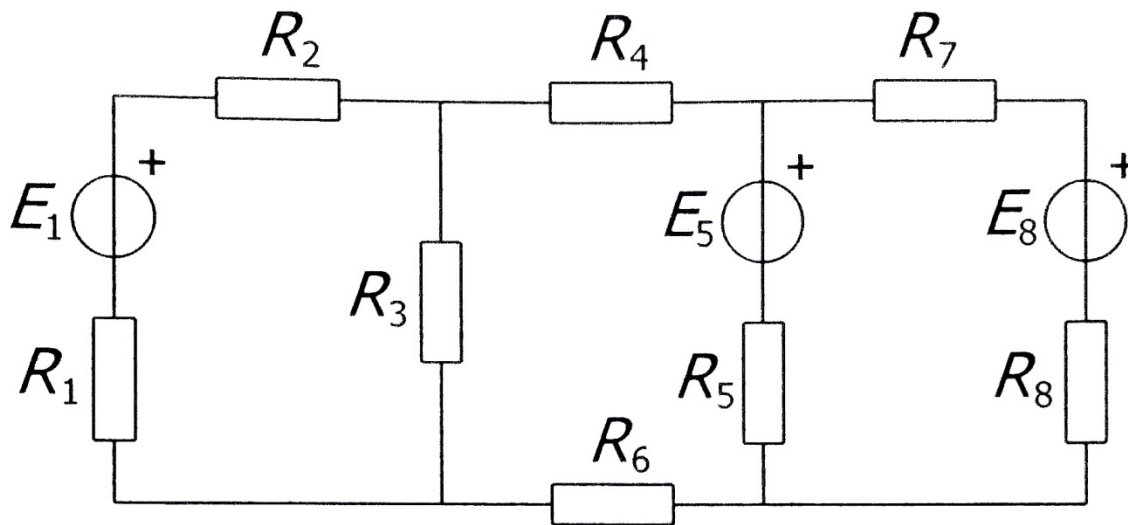




Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Za kolo prikazano na slici napisati jednačine po metodi konturnih struja i izraze za struje pojedinih grana.

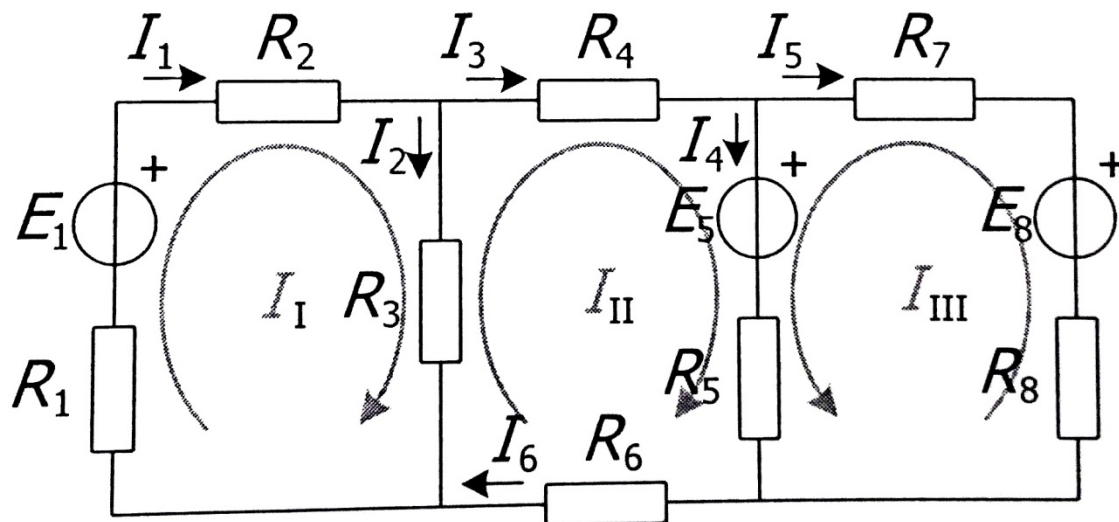




Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:



Broj čvorova je 4, a broj grana je 6, pa je broj konturnih struja:

$$n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:

Opšti sistem jednačina konturnih struja trećeg reda je:

$$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} + R_{13} I_{III} = E_I$$

$$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} + R_{23} I_{III} = E_{II}$$

$$R_{31} I_I + R_{32} I_{II} + R_{33} I_{III} = E_{III}$$

Otpornosti kroz koje protiču pojedine konturne struje su:

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_3$$

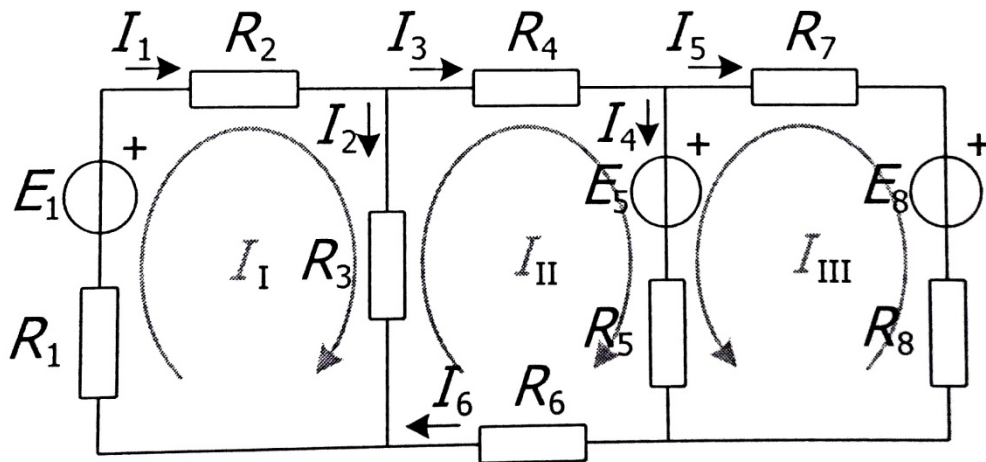
$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$

$$R_{33} = R_5 + R_7 + R_8$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_3$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5$$

$$R_{13} = R_{31} = 0$$





Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

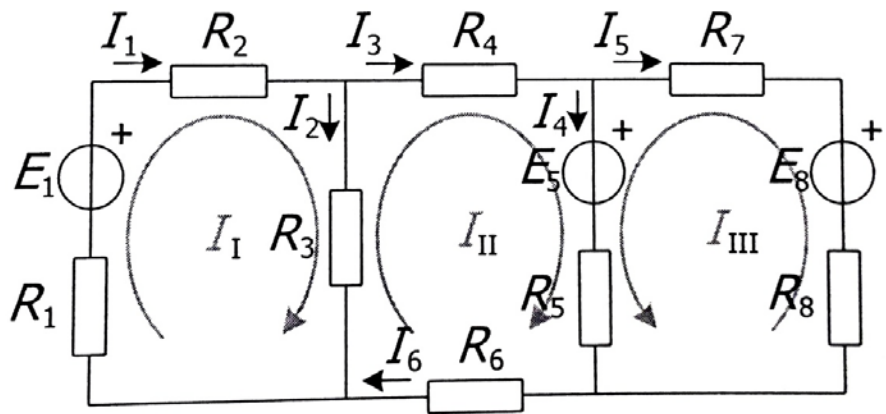
Rešenje:

Elektromotorne sile kroz koje protiču pojedine konturne struje su:

$$E_I = E_1$$

$$E_{II} = -E_5$$

$$E_{III} = -E_5 + E_8$$



Zamenom u opšti sistem jednačina dobijamo:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_I - R_3 I_{II} + 0 I_{III} = E_1$$

$$-R_3 I_I + (R_3 + R_4 + R_5 + R_6) I_{II} + R_5 I_{III} = -E_5$$

$$0 I_I + R_5 I_{II} + (R_5 + R_7 + R_8) I_{III} = -E_5 + E_8$$



Jednosmerne struje

Zadatak II.8.2.2

Rešenje:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_I - R_3 I_{II} = E_1$$

$$-R_3 I_I + (R_3 + R_4 + R_5 + R_6) I_{II} + R_5 I_{III} = -E_5$$

$$R_5 I_{II} + (R_5 + R_7 + R_8) I_{III} = -E_5 + E_8$$

Struje pojedinih grana će biti:

$$I_1 = I_I$$

$$I_2 = I_I - I_{II}$$

$$I_3 = I_{II}$$

$$I_4 = I_{II} + I_{III}$$

$$I_5 = -I_{III}$$

$$I_6 = I_{II}$$

