



Elektrotehnika (ELITE)

Vežbe 3

Kondenzatori



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Dve jednake metalne ploče naelektrisane su jednakim količinama naelektrisanja suprotnog znaka, $Q=8\text{pC}$. Ploče su postavljene paralelno jedna drugoj u vazduhu, na međusobnom rastojanju $d=2\text{mm}$. Površina ploča je $S=20\text{cm}^2$.

- a) Nacrtati grafik zavisnosti električnog polja u zavisnosti od rastojanja od pozitivne elektrode.
- b) Odrediti napon između ploča.
- c) Odrediti kapacitivnost kondenzatora
- d) Odrediti energiju kondenzatora



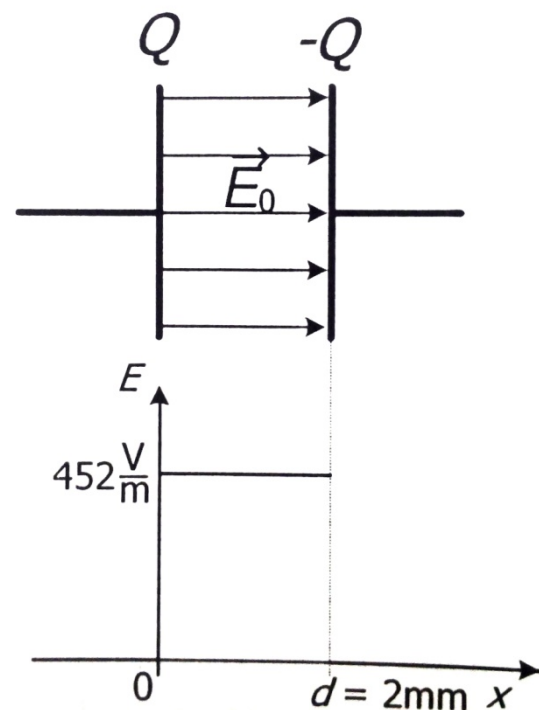
Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: a)

Ove dve metalne ploče, sa vazduhom između njih, čine vazdušni pločasti kondenzator što znači da električno polje postoji samo unutar kondenzatora. Intenzitet tog polja je:

$$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{8 \cdot 10^{-12} \text{ C}}{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 452 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: b)

Napon između ploča kondenzatora je:

$$U = E_0 \cdot d = 452 \frac{V}{m} \cdot 2 \cdot 10^{-3} m = 0,904 V$$

Rešenje: c)

Kapacitivnost možemo izračunati na 2 načina:

I način:
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{8 \cdot 10^{-12} C}{0,904 V} = 8,85 pF$$

II način:
$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-4} m^2}{2 \cdot 10^{-3} m} = 8,85 pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.2.

Rešenje: d)

Energija kondenzatora je:

$$W_e = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-12} C \cdot 0,904 V = 3,616 \cdot 10^{-12} J$$

$$W_e = 3,616 pJ$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.4.

Energija pločastog kondenzatora je $W_e = 5 \text{ pJ}$. Kondenzator je priključen na napon $U = 5 \text{ V}$. Rastojanje između ploča kondenzatora je $d = 2 \text{ cm}$. Odrediti:

- a) Jačinu električnog polja u kondenzatoru;
- b) Količinu naelektrisanja na elektrodama;
- c) Kapacitivnost kondenzatora.

Rešenje: a)

$$U = E \cdot d \rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{5V}{2 \cdot 10^{-2}m} = 250 \frac{V}{m}$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.4.

Rešenje: b)

$$W_e = \frac{1}{2} Q \cdot U \rightarrow Q = \frac{2W_e}{U} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-12} J}{5V} = 2pC$$

Rešenje: c)

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2 \cdot 10^{-12} C}{5V} = 0,4 \cdot 10^{-12} F = 0,4pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

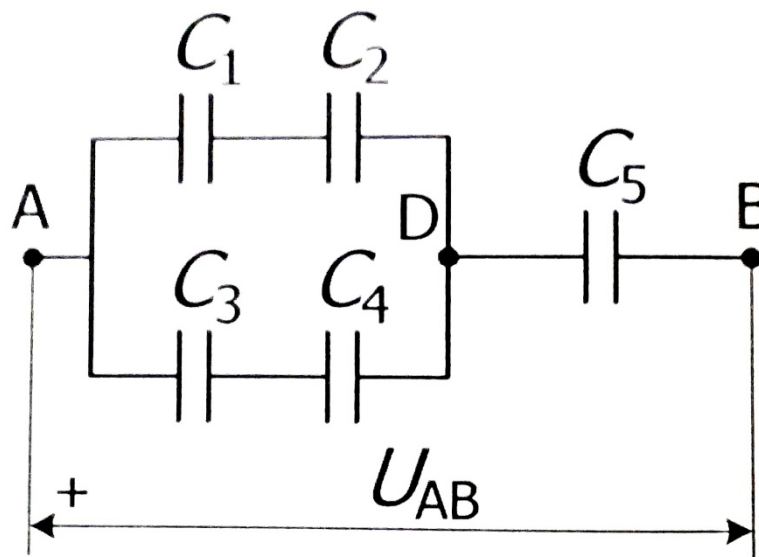
Veza kondenzatora prikazana na slici priključena je na napon $U_{AB}=80V$.

Kapacitivnosti kondenzatora su: $C_1 = 15 \text{ pF}$, $C_2 = 30 \text{ pF}$, $C_3 = 30 \text{ pF}$, $C_4 = 60 \text{ pF}$, $C_5 = 10 \text{ pF}$.

a) Izračunati ekvivalentnu kapacitivnost veze C_e .

b) Izračunati napon U_5 na kondenzatoru C_5 .

c) Izračunati energiju W_{e2} kondenzatora C_2 .





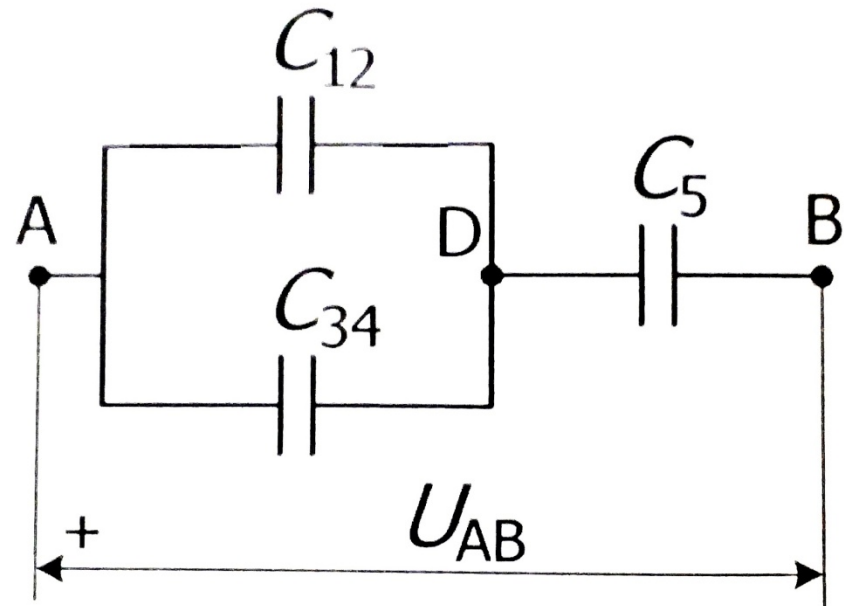
Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: a) I korak

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$



$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{15pF \cdot 30pF}{15pF + 30pF} = 10pF$$

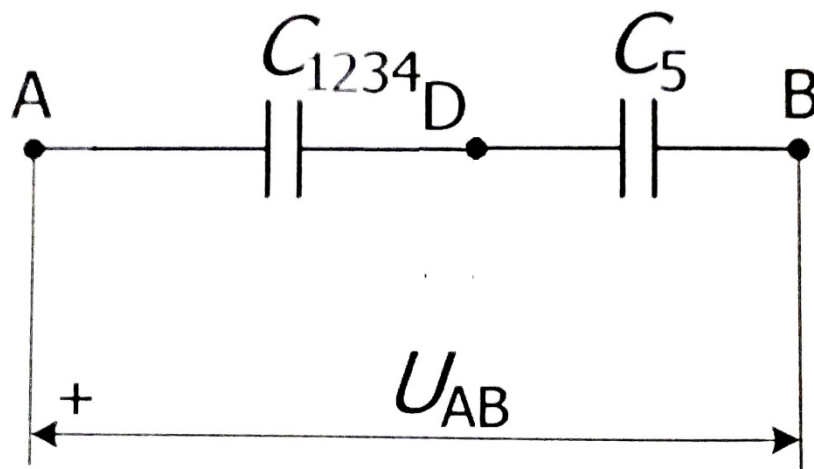
$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{30pF \cdot 60pF}{30pF + 60pF} = 20pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: a) II korak



$$C_{1234} = C_{12} + C_{34}$$

$$C_{1234} = 10pF + 20pF = 30pF$$

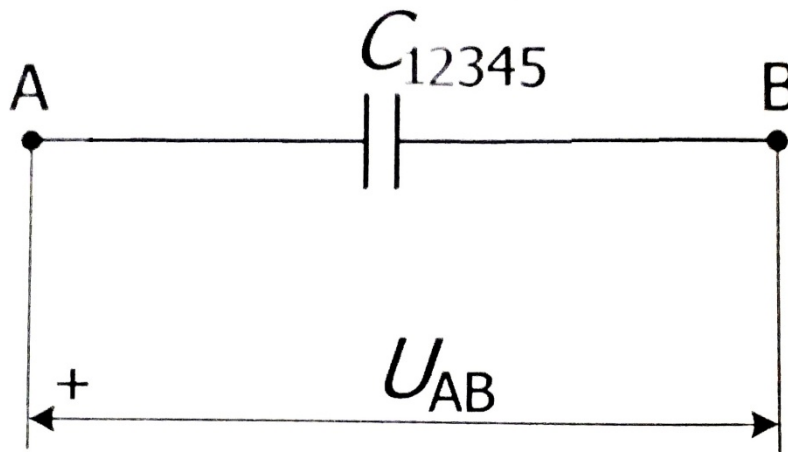


Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: a) III korak

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_{12345}} = \frac{1}{C_{1234}} + \frac{1}{C_5}$$



$$C_e = C_{12345} = \frac{C_{1234}C_5}{C_{1234} + C_5} = \frac{30pF \cdot 10pF}{30pF + 10pF} = 7,5pF$$



Elektrostatika-Kondenzatori

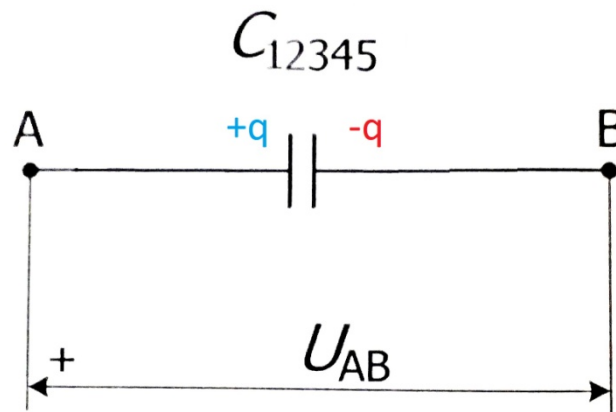
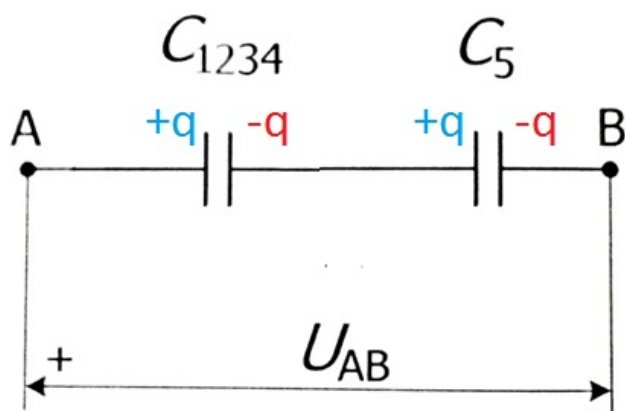
Zadatak I.7.10.

Rešenje: b)

Izračunali smo C_e , znamo U_{AB} pa odatle možemo izračunati količinu naelektrisanja Q_e

$$Q_e = U_{AB} \cdot C_e = 80V \cdot 7,5 \cdot 10^{-12}F = 600pC$$

Pošto rednu vezu C_e čine C_{1234} i C_5 , količina nelektrisanja na ova dva kondenzatora je takođe Q_e





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: b)

$$Q_5 = Q_{1234} = Q_e = 600pC$$

$$U_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{600 \cdot 10^{-12}C}{10 \cdot 10^{-12}F} = 60V$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.10.

Rešenje: c)

I korak: Da bi izračunali energiju na C_2 , pored kapacitivnosti koja nam je data u zadatku, potrebna nam je količina naelektrisanja Q_2 .

$$W_{e2} = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

II korak: Kao što smo videli u prethodnom primeru, Q_2 je ista kao i Q_{12} .

III korak: Da bi izračunali Q_{12} potrebno nam je U_{12} odnosno U_{AD} .

$$U_{AD} = U_{AB} - U_{DB} = 80V - 60V = 20V$$

$$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = U_{AD} \cdot C_{12} = 20V \cdot 10 \cdot 10^{-12}F = 200pC$$

$$W_{e2} = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{(200 \cdot 10^{-12})^2}{30 \cdot 10^{-12}F} = 666,7pJ$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rastojanje između elektroda pločastog vazdušnog kondenzatora je $d=5\text{mm}$, a površina elektroda je S . Kapacitivnost kondenzatora je $C_0=100\text{pF}$. Između ploča kondenzatora, paralelno sa njima, ubaci se metalna ploča debljine $d_1=2\text{mm}$.

- a) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu napona na kondenzatoru ΔU , ako je kondenzator bio priključen na napon $U_0=1000\text{V}$, posle opterećivanja isključen i zatim ubačena metalna ploča.
- b) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu količine naelektrisanja na elektrodama kondenzatora ΔQ , ako je kondenzator sve vreme bio priključen na napon $U_0=1000\text{V}$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

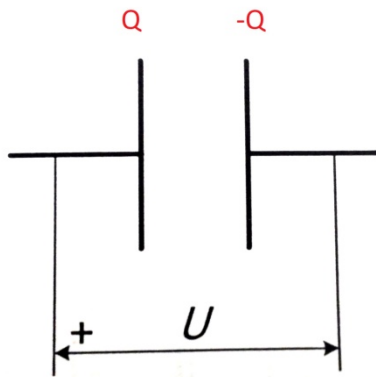
Rešenje: Veza između količine naelektrisanja, kapacitivnosti kondenzatora i napona na kondenzatoru je definisana kao:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Imamo 2 slučaja:

I slučaj-kondenzator je prvo priključen pa isključen sa izvora napajanja

Tada je **količina naelektrisanja na njegovim elektrodama konstantna**



$$Q = C \cdot U = \text{const}$$

Koliko puta poraste kapacitivnost, toliko puta opadne napon.

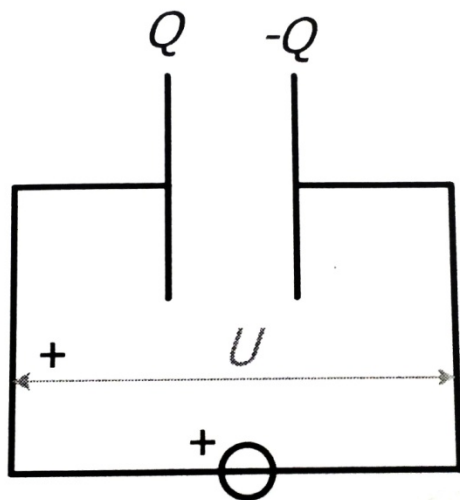


Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje:

II slučaj-kondenzator je priključen na stalni napon, pa je **napon konstantan**.



$$U = \frac{Q}{C} = \text{const}$$

Koliko puta se poveća kapacitivnost toliko puta mora da se poveća i količina naelektrisanja i obrnuto.



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

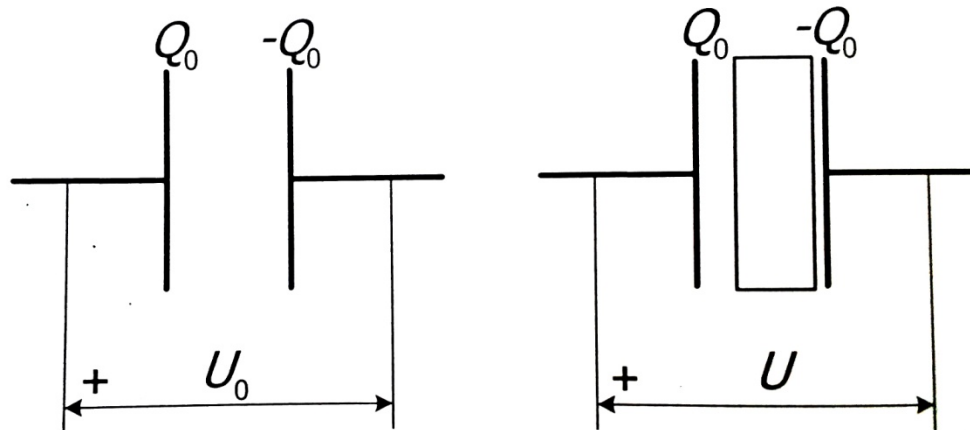
Rešenje: a)

Kondenzator je prvo priključen na napon pa je količina naelektrisanja na njegovim elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 100 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 100 nC$$

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 50 \mu J$$

Zatim se kondenzator isključi i u njega se ubaci metalna ploča, što znači da je količina naelektrisanja ostala ista, ali se kapacitivnost promenila.





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: a)

Nova kapacitivnost kondenzatora će biti:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d - d_1} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{d - d_1} = C_0 \cdot \frac{d}{d - d_1}$$

$$C = C_0 \cdot \frac{5mm}{3mm} = 166,7pF$$

Pošto je ovo **I slučaj**, količina naelektrisanja će biti konstantna

$$Q_0 = Q \quad Q_0 = C_0 \cdot U_0 \quad Q = C \cdot U$$

pa će biti:

$$C_0 \cdot U_0 = C \cdot U \rightarrow U = \frac{C_0}{C} \cdot U_0 = \frac{C_0}{\frac{5}{3}C_0} \cdot U_0 = \frac{3}{5} \cdot U_0 = 600V$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: a)

Promena napona na kondenzatoru se računa kao razlika krajnje i početne vrednosti napona.

$$\Delta U = U - U_0 = 600V - 1000V = -400V$$

Promena energije će biti:

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{C} = \frac{C_0}{\frac{5}{3}C_0} \cdot W_{e0} \rightarrow W_e = \frac{3}{5} W_{e0} = 30\mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 30\mu J - 50\mu J = -20\mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

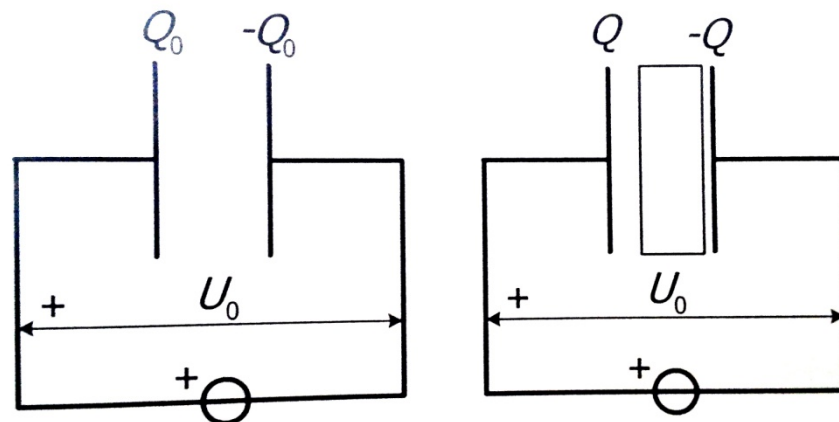
Rešenje: b) Početak je isti kao pod a)

Kondenzator je prvo priključen na napon pa je količina naelektrisanja na njegovim elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 100 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 100 nC$$

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 50 \mu J$$

Zatim se u kondenzator ubaci metalna ploča, ali on ostaje i dalje priključen na napon.





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: b)

Nova kapacitivnost kondenzatora će biti:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d - d_1} = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{d - d_1} = C_0 \cdot \frac{d}{d - d_1}$$

$$C = C_0 \cdot \frac{5mm}{3mm} = 166,7pF$$

Pošto je ovo **II slučaj**, napon će biti konstantan

$$U = \frac{Q}{C} = const = \frac{Q_0}{C_0} = U_0$$

pa će biti:

$$Q = C \cdot U = C \cdot U_0 = C \cdot \frac{Q_0}{C_0} = \frac{C}{C_0} \cdot Q_0 = \frac{\frac{5}{3}C_0}{C_0} \cdot Q_0 = \frac{5}{3} \cdot Q_0 = \frac{5}{3} \cdot 100nC = 166,7nC$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.17.

Rešenje: b)

$$\Delta Q = Q - Q_0 = 166,7nC - 100nC = 66,7nC$$

$$W_e = \frac{1}{2}C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2}C_0 \cdot U_0^2 \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{C}{C_0} = \frac{5}{3} \frac{C_0}{C_0} \cdot W_{e0}$$

$$W_e = \frac{5}{3}W_{e0} = 83,3\mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 83,3\mu J - 50\mu J = 33,3\mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rastojanje između elektroda pločastog vazdušnog kondenzatora je $d=1\text{cm}$, površina elektroda je $S=72\pi\text{ cm}^2$. Kondenzator se ubaci u ulje relativne dielektričke konstante $\epsilon_r=3$.

- a) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu napona na kondenzatoru ΔU , ako je kondenzator bio priključen na napon $U_0 = 1000\text{V}$, posle opterećivanja isključen i zatim ubačen u ulje.
- b) Odrediti promenu energije ΔW_e i promenu količine naelektrisanja na elektrodama kondenzatora ΔQ , ako je kondenzator sve vreme priključen na napon $U_0 = 1000\text{V}$.



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje:

Kapacitivnost pre ubacivanja dielektrika je bila:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \frac{10^{-9} F}{36\pi m} \cdot \frac{72\pi \cdot 10^{-4} m^2}{1 \cdot 10^{-2} m} = 20 pF$$

količina naelektrisanja na elektrodama:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 20 \cdot 10^{-12} F \cdot 1000 V = 20 nC$$

a energija:

$$W_{e0} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = 10 \mu J$$



Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje:

Posle ubacivanja kondenzatora u ulje, nova kapacitivnost je:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon_r C_0 = 3 \cdot 20pF = 60pF$$

a) Ovo je slučaj kada je količina naelektrisanja konstantna pa će biti:

$$Q_0 = Q \quad Q_0 = C_0 \cdot U_0 \quad Q = C \cdot U$$

$$C \cdot U = C_0 \cdot U_0 \rightarrow U = \frac{C_0}{C} \cdot U_0 = \frac{C_0}{\epsilon_r \cdot C_0} \cdot U_0 = \frac{U_0}{\epsilon_r} = 333.3V$$

$$\Delta U = U - U_0 = 333,3V - 1000V = -666,7V$$



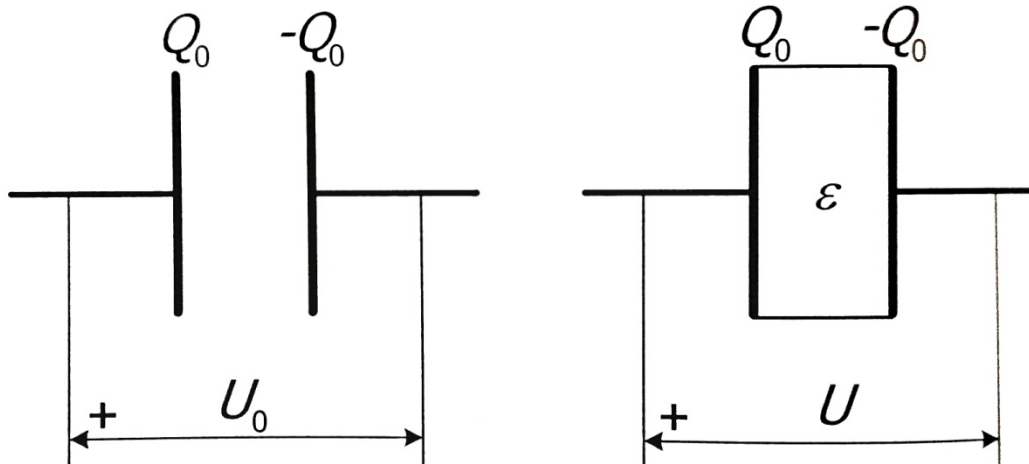
Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje: a)

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C_0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{C} = W_{e0} \cdot \frac{C_0}{\epsilon_r C_0} = \frac{W_{e0}}{\epsilon_r} = 3,3 \mu J$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 3,3 \mu J - 10 \mu J = -6,7 \mu J$$





Elektrostatika-Kondenzatori

Zadatak I.7.20.

Rešenje: b) Ovo je slučaj kada je napon konstantan pa će biti:

$$U = \frac{Q}{C} = \text{const} = \frac{Q_0}{C_0} = U_0$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C_0} \rightarrow Q = \frac{Q_0}{C_0} \cdot C = Q_0 \cdot \frac{\epsilon_r C_0}{C_0} = Q_0 \cdot \epsilon_r = 60 \text{ nC}$$

$$\Delta Q = Q - Q_0 = 60 \text{ nC} - 20 \text{ nC} = 40 \text{ nC}$$

$$W_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{C}{C_0} = W_{e0} \cdot \frac{\epsilon_r C_0}{C_0} = \epsilon_r W_{e0} = 30 \mu\text{J}$$

$$\Delta W_e = W_e - W_{e0} = 30 \mu\text{J} - 10 \mu\text{J} = 20 \mu\text{J}$$