



Elektrotehnika (NET)

Vežbe 12

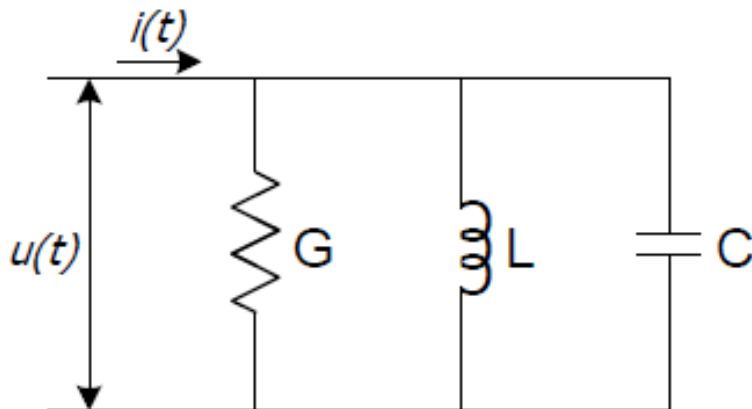
Naizmenične struje



Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.5.1 Otpornik provodnosti $G = 1 \text{ mS}$, kalem induktivnosti $L = 100 \text{ mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C = 200 \text{ nF}$ vezani su paralelno, a između njihovih krajeva je uspostavljen prostoperiodičan napon efektivne vrednosti $U = 2\sqrt{2} \text{ V}$, kružne učestanosti $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\theta = \pi / 4$ prema usvojenom referentnom smeru. Odrediti struju napojne grane ove paralelne veze. Kakvog je karaktera ova veza elemenata?





Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

$$U_m = U\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 4 \text{ V}$$

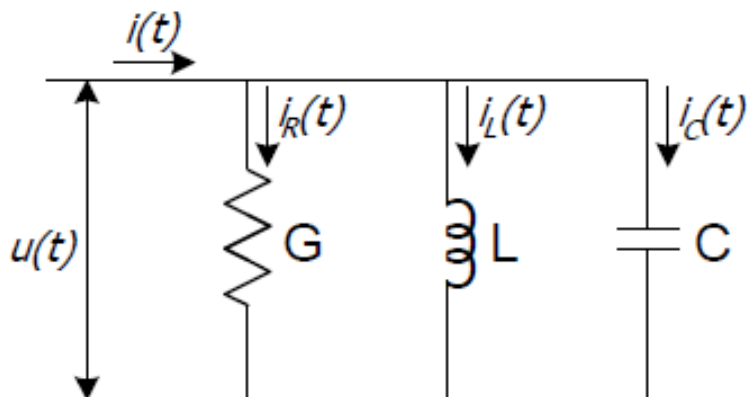
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 4 \sin\left(10^4 t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

$$i_R(t) = G \cdot u(t) = G \cdot U_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$i_C(t) = \omega C \cdot U_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i_L(t) = \frac{1}{\omega L} \cdot U_m \sin\left(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) + i_L(t)$$





Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) + i_L(t) = G \cdot U_m \sin(\omega t + \theta) + \omega C \cdot U_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\omega L} \cdot U_m \sin\left(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

Koristeći: $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$ i $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \alpha$

Dobijamo: $i(t) = i_R(t) + i_C(t) + i_L(t) = G \cdot U_m \sin(\omega t + \theta) + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) U_m \cos(\omega t + \theta)$

Primenom relacije: $A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin\left(\alpha + \arctg \frac{B}{A}\right)$

Konačno dobijamo:

$$I_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U_m \sin\left(\omega t + \theta + \arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right)$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

$$I_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U_m \sin\left(\omega t + \theta + \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{G}\right)$$

$$Y = \frac{I_m}{U_m} = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$
 Odnos amplituda struje i napona se naziva
ADMITANSA

Veličina G se naziva **aktivna provodnost** ili **konduktansa**.

$\omega C - \frac{1}{\omega L}$ se naziva **reaktivna provodnost** ili **susceptansa** i obeležava se sa **B**

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Susceptansa paralelne veze je $B = B_C - B_L = \omega C - \frac{1}{\omega L}$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

$$I_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} U_m \sin\left(\omega t + \theta + \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{G}\right)$$

Razlika napona i struje je:

$$\nu = \psi - \theta = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}$$

Odavde je: $\operatorname{tg} \nu = \frac{B}{G}$



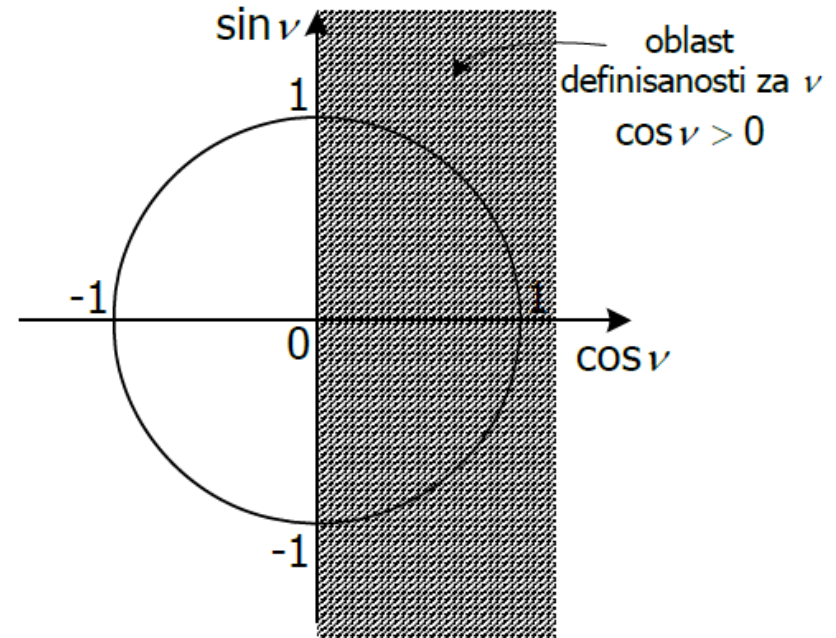
Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

Ukoliko faznu razliku napona i struje predstavimo na sledeći način:

$$\cos \nu = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \nu}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{B}{G}\right)^2}} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + B^2}} = \frac{G}{Y}$$
$$\sin \nu = \frac{\operatorname{tg}^2 \nu}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \nu}} = \frac{\frac{B}{G}}{\sqrt{1 + \left(\frac{B}{G}\right)^2}} = \frac{B}{\sqrt{G^2 + B^2}} = \frac{B}{Y}$$



Kako su G i Y uvek pozitivni, kosinus će biti pozitivan, a kako B može biti i pozitivno i negativno tako i sinus može biti pozitivan i negativan, pa se dobija oblast definisanosti razlike faza između struje i napona:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \nu \leq \frac{\pi}{2}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

Kada se zamene brojne vrednosti dobijamo:
susceptansa je

$$B = B_C - B_L = \omega C - \frac{1}{\omega L} = 10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \cdot 10^{-9} \text{ F} - \frac{1}{10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 100 \cdot 10^{-3} \text{ H}} = 2 \text{ mS} - 1 \text{ mS} = 1 \text{ mS}$$

pa je admitansa

$$Y = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{(1 \text{ mS})^2 + (1 \text{ mS})^2} = \sqrt{2 \cdot (1 \text{ mS})^2} = \sqrt{2} \text{ mS}$$

amplituda struje je

$$I_m = Y \cdot U_m = \sqrt{2} \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 4 \text{ V} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-3} \text{ A} = 4\sqrt{2} \text{ mA}$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

Razlika faza struje i napona je:

$$\nu = \arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G} = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{1 \text{ mS}}{1 \text{ mS}} = \arctg 1$$

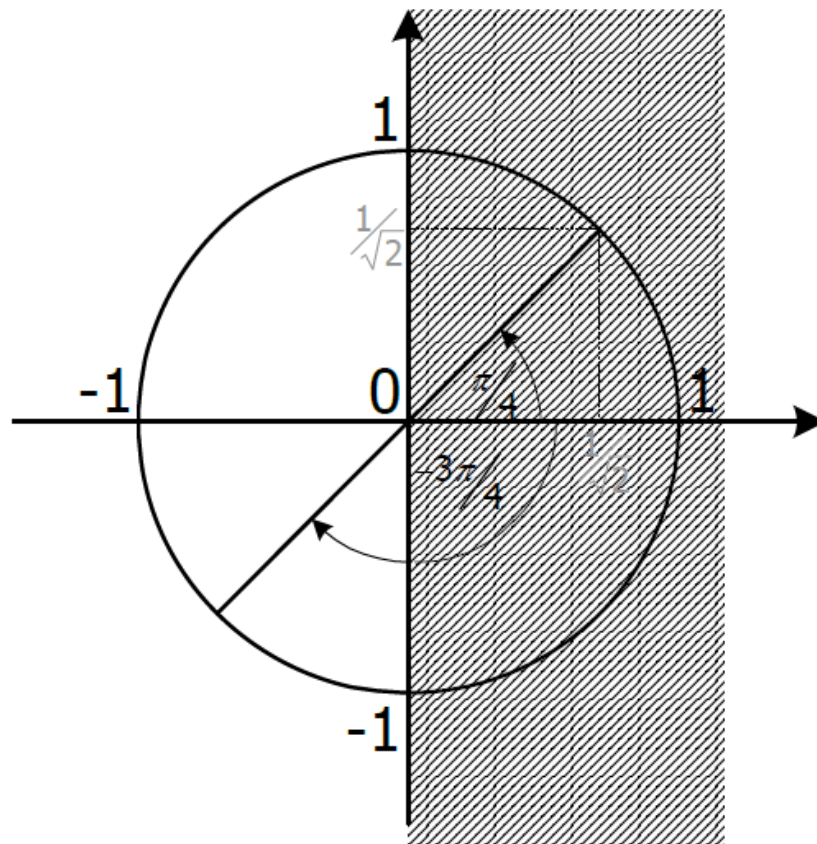
$\arctg 1$ ima 2 rešenja $\frac{\pi}{4}$ i $-\frac{3\pi}{4}$

ali kako je oblast definisanosti ugla

$$-\frac{\pi}{2} \leq \nu \leq \frac{\pi}{2}$$

jedino moguće rešenje je:

$$\nu = \frac{\pi}{4}$$





Naizmenične struje

Zadatak IV.1.5.1

Rešenje:

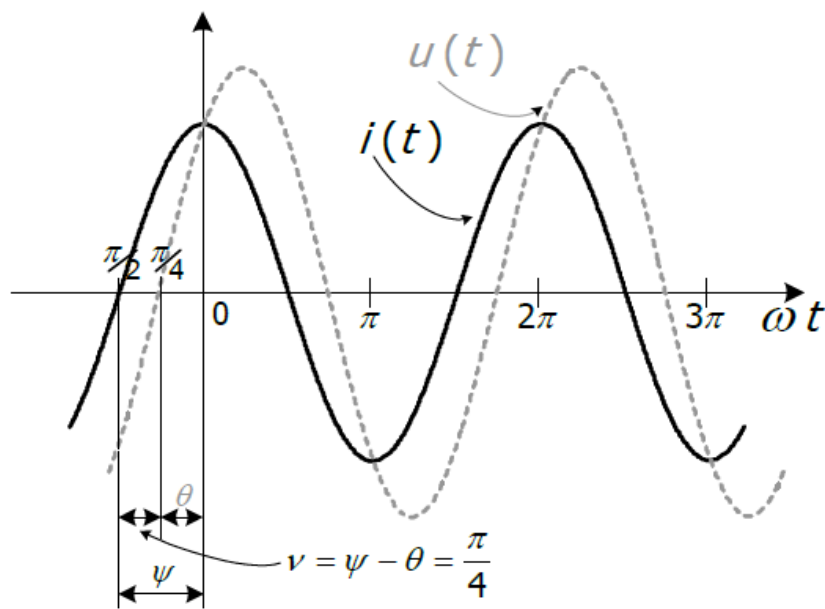
Početna faza struje je: $\psi = \theta + \nu = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Pa je izraz za trenutnu vrednost struje: $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 4\sqrt{2} \sin\left(10^4 t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ mA}$

Generalno:

Kada je $\mathbf{B} > \mathbf{0}$ tada je razlika faza između struje i napona pozitivna pa se veza ponaša pretežno **kapacitivno**,

a kada je $\mathbf{B} < \mathbf{0}$ tada veza ima pretežno induktivan karakter.





Naizmenične struje

Zadatak

IV.1.6.1 Prijemnik se sastoji od redne veze otpornika otpornosti $R = 30 \, \Omega$, kalema induktivnosti $L = 6,5 \, \text{mH}$ i kondenzatora kapacitivnosti $C = 4 \, \mu\text{F}$. Kružna učestanost je $\omega = 10^4 \, \text{s}^{-1}$.

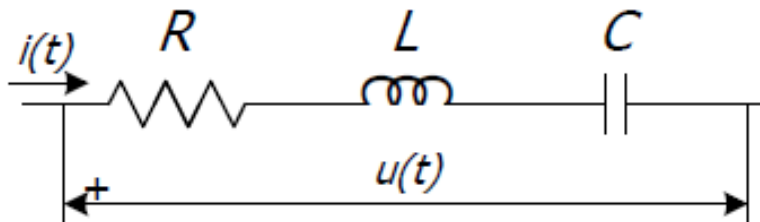
- a) Odrediti impedansu i razliku faza između napona i struje ove veze. Kakvog je karaktera ovaj prijemnik?
- b) Odrediti ekvivalentne parametre paralelne veze za posmatrani prijemnik.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.6.1

Rešenje:a)



Reaktansa prijemnika je:

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} - \frac{1}{10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 65 \Omega - 25 \Omega = 40 \Omega$$

Impedansa prijemnika je:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{(30 \Omega)^2 + (40 \Omega)^2} = \sqrt{2500 \Omega^2} = 50 \Omega$$

a fazna razlika između napona i struje:

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{40 \Omega}{30 \Omega} = \arctg 1,33$$



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.6.1

Rešenje:a)

Izraz $\arctg 1,33$ ima dva rešenja: $0,93\text{rad}$ i $-2,21\text{rad}$ pa se uzima rešenje koje ispunjava uslov $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

$$\varphi = 0,93$$

Pošto je reaktansa pozitivna ovaj prijemnik se ponaša pretežno induktivno.



Naizmenične struje

Zadatak IV.1.6.1

Rešenje: b)

Ekvivalentna konduktansa prijemnika je:

$$G_e = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{30 \, \Omega}{(30 \, \Omega)^2 + (40 \, \Omega)^2} = \frac{30}{2500 \, \Omega} = 0,012 \, \text{S} = 12 \, \text{mS}$$

Ekvivalentna susceptansa prijemnika je:

$$B_e = -\frac{X}{R^2 + X^2} = -\frac{40 \, \Omega}{(30 \, \Omega)^2 + (40 \, \Omega)^2} = -\frac{40}{2500 \, \Omega} = -0,016 \, \text{S} = -16 \, \text{mS}$$

Admitansa prijemnika je:

$$Y_e = \sqrt{G_e^2 + B_e^2} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{50 \, \Omega} = 0,02 \, \text{S} = 20 \, \text{mS}$$

Razlika faza između struje i napona na ovom prijemniku je:

$$\nu_e = \psi - \theta = -\varphi = -0,93$$