

Петар Бошњаковић

Умеће мерења

Београд

Др Петар Бошњаковић
Умеће мерења

Рецензенти
др Миодраг Кушљевић,
мр Борислав Хаџибабић.

Обрада и припрема текста
др Петар Бошњаковић

Корице
Ненад Толић

Издавач

Висока школа електротехнике и рачунарства,
струковних студија
Војводе Степе 283, Београд

Наставно веће Високе школе електротехнике и рачунарства, на својој седници одржаној 24.06.2011. године одобрило је издавање и коришћење овог уџбеника у настави.

ЦИП-Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

006 . 91 (075.8)
621 . 317 (075.8)

БОШЊАКОВИЋ, Петар, 1945-
Умеће мерења / Петар Бошњаковић. –
Београд : Висока школа електротехнике и
рачунарства, 2011
(Београд : МСТ Гајић) . -
332 стр . : илустр . ; 24 cm

Тираж 30 . – Напомене уз текст. –
Библиографија уз свако поглавље. - Регистар

ISBN 978 - 86 - 7982 - 098 - 3

а) Метрологија б) Електрична мерења
COBISS.SR - ID 186112524

ПРЕДГОВОР

Материја обрађена у овој књизи организована је у складу са програмом предмета Мерења 1, који се, према наставним плановима акредитованих студијских програма “Аутоматика и системи управљања возилима”, “Електроника и телекомуникације” и “Нове енергетске технологије” изучава на другој години основних струковних студија на Високој школи електротехнике и рачунарства у Београду. Сама књига је замишљена као први део троделног издања посвећеног умећу које је имало пресудан утицај на развој савремене науке. Намењена је студентима, али и инжењерима, који су као своје струковно опредељење изабрали природне науке.

У центру пажње су метролошка својства мерила и мерних система, исказана кроз принцип рада и математички модел. Такав приступ наметнут је самим развојем мерне технике током последњих деценија. Технологија производње мерних средстава се непрекидно мења. Усавршавају се материјали, као и сами процеси производње делова мерних направа. Захваљујући томе мерна средства су све квалитетнија, подеснија за употребу и јефтинија. Савремени вишенаменски преносиви дигитални мерни инструменти имају боља метролошка својства, мање димензије и много нижу цену у поређењу са првим генерацијама комерцијално доступних уређаја. Развој технологије непрестано унапређује мерна средства. Треба, ипак, имати у виду да се на тај начин остварује само један од потребних услова за побољшање квалитета мерења. Умеће мерења је други. А оно захтева разумевање процеса чије се стање мерењем одређује, и познавање системских својстава средстава која се користе.

Ручно израђене мерне направе, настале у доба процвата науке о електричним појавама (и њиховој примени), представљају јединствене спојеве инвентивности и занатског умећа који и данас могу да очарају као примери људске креативности. Неке од њих, прилагођене захтевима серијске производње, још увек се користе у метролошким лабораторијама. Ипак, у међувремену су се многе ствари промениле. У доба ширења полупроводничке технологије, документације дигиталних мерних уређаја, са пуно конструктивних детаља, представљале су “допунске” уџбенике помоћу којих су инжењери, који су се бавили развојем и одржавањем мерних уређаја, откривали “тајне заната” и допуњавали своје академско знање. У данашње време се развојем и серијском израдом мерних уређаја баве скоро искључиво специјализовани индустријски произвођачи. Детаљи, по којима се поједина решења разликују, пре свега су питање економије, ауторских права и индустријске својине. Због тога је пратећа “литература” сведена на проспекат са декларацијом карактеристика и основним упутством за руковање, а корисник на руковаоца. Магија креативности сакривена је у чиповима. Оно што недостаје је системска основа методологије мерне технике. Ова књига је покушај да се тај недостатак превазиђе. Конструкциони детаљи, који су увек одраз расположиве технологије, постављени су у други план. Уместо тога, дат је низ примера решавања мерних задатака у индустријским постројењима, као и у метролошким лабораторијама. Примери су одабрани тако да се кроз њих разматрају неки практични проблеми мерења у електротехници. Приказана су једноставна мерна кола, превасходно са циљем развијања начина размишљања који је својствен мерној техници. Књига је намењена читаоцима са различитим предзнањем из области физике, електротехнике и посебно електронике, која представља технолошку основу у многим областима савремене технике. Због тога су, у сажетом облику, разматрани и неки основни појмови који се иначе, са много више детаља и на вишем нивоу, обрађују у посебним курсевима.

Материја обухваћена у овој књизи подељена је у 14 лекција. Свака лекција представља тематску целину која се обрађује у посебном поглављу.

Прво поглавље има за циљ упознавање са метрологијом као науком. Полазећи од опште, међународно усаглашене дефиниције, разматрају се научни, технички и организациони аспекти ове специфичне области људског знања. Описана је подела метрологије у складу са документима Европске уније. Дат је сажет преглед најзначајнијих међународних метролошких организација. Посебна пажња је посвећена повезаности метрологије и стандардизације.

У другом поглављу разматрају се општи појмови који се употребљавају при описивању мерних поступака и својстава мерних средстава, као и при представљању резултата добијених мерењем. Дате су дефиниције најзначајнијих појмова и називи који су усвојени на међународном нивоу. Приказан је међународно прихваћен систем јединица *SI* и наведене су важеће дефиниције основних јединица. Обрађена је класификација мерљивих величина, полазећи од својстава скупа могућих вредности посматране величине. Објашњен је појам мерног сигнала и приказана класификација мерних сигнала. У оквиру овог поглавља дата су и правила употребе и писања мерних јединица и физичких величина.

Треће поглавље је посвећено општим теоријским основама мерне технике. Разматра се методологија извођења мерења. Објашњени су основни појмови који се користе при описивању начина рада и својстава мерних уређаја. Дате су дефиниције модела мерења, мерне функције и карактеристике мерила посматраног као систем типа улаз-излаз. Систематизовани су облици приказивања резултата мерења и начела обликовања извештаја о извршеним мерењима.

У четвртом поглављу се разматрају појмови којима се, на уопштен начин, исказује колико успешно је мерни процес остварен, односно колико добро мерна средства обављају свој задатак. Дате су међународно прихваћене дефиниције формулисане у важећем Међународном речнику метрологије, али су обухваћени и појмови, који се односе на електрична и електронска мерења, садржани у Међународном речнику електротехнике. Описани су основи елементи статистичке обраде резултата мерења.

Пето поглавље је посвећено општем разматрању основних средстава мерне технике. Објашњени су појмови релевантни за описивање својстава мерила. Посебна пажња је посвећена мерним средствима која представљају физичко остварење дефиниције мерне јединице неке величине и служе као прамере на којима се заснива метрологија појединих физичких величина.

Шесто поглавље има за циљ упознавање са основама аналогне мерне технике. Електромеханичка мерила приказана су у сажетом обиму. Више простора је дато електронским мерним уређајима. Са посебном пажњом обрађен је оперативни појачавач, као основни елемент савремених мерних уређаја који обрађују аналогне величине. На примерима једноставних кола приказан је поступак анализе електронских мерних кола.

Познавање система бројева је неопходно за разумевање организације и начина рада дигиталних мерних уређаја и система, њихово програмирање и примену. У седмом поглављу разматрају се системи бројева и неки основни облици кодовања који се примењују у дигиталним мерним уређајима. Сажето су приказане основе Булове алгебре, као теоријске подлоге дигиталне електронике и дигиталне технике у целини. Описана су основна логичка кола која представљају физичку основу дигиталне мерне технике. Приказано је како се њиховим повезивањем остварују сложене комбинационе мреже, меморијски елементи и секвенцијалне мреже. Посебно се разматрају конвертори кода и бројачи који налазе примену у мерној техници.

Неизбежна операција у дигиталним мерним уређајима и мерним информационим системима је операција промене облика представљања информације: аналогни сигнал, чији информациони параметар представља мерену величину, трансформише се у дигиталног представника мерене величине. У осмом

поглављу разматрају се основни поступци апроксимације аналогне величине дигиталном величином и анализирају њихова својства.

У деветом поглављу разматра се област која представља врхунац савремене мерне технике: мерење временских интервала и учестаности. У сажетом обиму описана су аналогна решења, која још увек имају примену у индустријским мерењима. У центру пажње су дигиталне методе и њихова својства.

Класификација поступака аналогно-дигиталног претварања приказана је у десетом поглављу. Анализирају се својства основних метода квантовања аналогне величине: метод истовременог поређења, бројачки метод и метод сукцесивне апроксимације. Приказани су одговарајући U/N претварачи. Посебна пажња посвећена је методама посредног пресликавања, које, због својих добрих особина, имају најширу примену у мерној техници.

Пресликавање информације из дигиталног у аналогни домен обрађено је у једанаестом поглављу. У мерној техници се оно примењује не само за регенерацију мерног сигнала и остваривање програмабилних извора мерних сигнала, него и за остваривање аналогно-дигиталног претварања. Приказана је класификација поступака Д/А претварања и описана су својства основних метода.

Мерења електричног напона и електричне струје, која се обрађују у дванаестом поглављу, представљају, на неки начин, основу савремене мерне технике. Са циљем да се омогући целовито сагледавање, посвећена је пажња и разматрању физичких основа појава које се описују макроскопским величинама које се називају "електрична струја" и "електрични напон".

Мерење електричне отпорности разматра се у тринаестом поглављу. Са циљем да се омогући целовито сагледавање, у уводном делу дате су физичке основе појаве која се макроскопски описује величином које се назива "електрична отпорност". Описани су начин израде и карактеристике еталон-отпорника који се користе као материјализоване мере електричне отпорности. Разматрају се основне методе мерења и анализирају њихова својства. Посебна пажња посвећена је мерним претварачима којима се остварује пресликавање вредности мерене отпорности на вредност једносмерног напона.

У последњем поглављу ове књиге разматрају се основни појмови законске метрологије, њени задаци и начин на који се они остварују. Закон о метрологији Републике Србије је приказан у сажетом облику. Дат је преглед најважнијих међународних организација које се баве питањима законске метрологије. Дат је кратак преглед развоја законске метрологије у Србији

Захваљујем рецензентима, др Миодрагу Кушљевићу и мр Бориславу Хаџибабићу на корисним саветима у погледу коначног обликовања овог уџбеника. Велику захвалност дугујем професорима др Вукоти Бабовићу, др Братиславу Маринковићу и др Драгољубу Мартиновићу који су, у току стварања рукописа, са пажњом прочитали уводна поглавља, подржали концепцију књиге и својим сугестијама допринели да формулације буду прецизније и јасније.

28.06.2011.

Аутор

ОЗНАКЕ

a, A	аналогна величина	R	електрична отпорност
a	убрзање	t	време
A	појачање	T	температура, период
b	бинарна величина	TC	температурски коефицијент
B	магнетска индукција	u	тренутна вредност променљивог напона
c	брзина светлости	$u_{\sim}$	наизменична компонента напона
C	капацитивност	U	стални напон
d	дигитална величина, пречник, дијаметар	U_{AV}	средња вредност укупног напона
E	јачина електричног поља, енергија	U_M	највећа вредност укупног напона
f	учестаност	U_F	директни (пропусни) стални напон диоде PN-споја
g	гравитационо убрзање	u_F	тренутни укупни директни напон диоде PN-споја
G	електрична проводност	U_{FM}	највећа (вршна) вредност директног (пропусног) напона
i	тренутна вредност променљиве електричне струје	u_{IN}	тренутна вредност укупног променљивог напона на улазу
$i_{\sim}$	наизменична компонента променљиве струје	u_{in}	наизменична компонента напона на излазу
I	стална електрична струја	U_{IN}	стални напон на улазу
I_{AV}	средња вредност укупне електричне струје	u_O	тренутна вредност укупног променљивог напона на улазу
I_M	највећа вредност укупне електричне струје	u_o	наизменична компонента напона на излазу
i_{IN}	тренутна вредност променљиве улазне струје	U_O	стални напон на излазу
i_{in}	наизмена компонента улазне струје	U_T	термички напон
I_{IN}	стална улазна струја	v	брзина
I_O	стална излазна струја	V	потенцијал, запремина
i_O	тренутна вредност променљиве излазне струје	W	енергија
i_o	наизменична компонента излазне струје	α	угао, сачинилац термичког ширења
I_{OUT}	стална излазна струја	β	угао, сачинилац термичког ширења
j, J	густина електричне струје	γ	сачинилац термичког ширења гасова
l	дужина	δ	промена
K	електрично поље	Δ	прираштај, промена
L	индуктивност	ε	релативна грешка
m	маса	σ	специфична проводност
n	густина честица, концентрација	ρ	специфична отпорност
N	број	v	учестаност
$p(t)$	тренутна вредност електричне снаге	ω	угаона брзина (учестаност)
P	активна снага	λ	таласна дужина
q	мерљива (физичка) величина	ϕ	флукс
q, Q	наелектрисање		
q_e	наелектрисање електрона		
r	вектор положаја		

САДРЖАЈ

Предговор

Увод	1
1. Метрологија – наука о мерењима	7
1.1. Основни појмови	7
1.2. Међународне метролошке организације	9
1.3. Врсте метрологије	11
1.3.1. Научна метрологија	12
1.3.2. Индустијска метрологија	13
1.3.3. Законска метрологија	15
1.4. Метрологија и стандардизација	16
2. Појмови, термини, дефиниције и правила	21
2.1. Величине	22
2.1.1. Механичке величине	24
2.1.2. Електричне величине	28
2.1.3. Остале физичке величине	35
2.1.4. Системи величина	38
2.1.5. Димензиона анализа	40
2.1.6. Класификација величина	41
2.2. Мерне јединице	43
2.2.1. Појам мерне јединице	44
2.2.2. Основна једначина метрологије	45
2.2.3. Системи јединица	45
2.2.4. Међународни систем јединица	48
2.3. Мерни сигнали	52
2.3.1. Класификација мерних сигнала	55
2.4. Правила употребе и писања мерних јединица и физичких величина	56
3. О мерењу	59
3.1. Појам мерења	59
3.2. Методологија мерења	62
3.2.1. Непосредно и посредно мерење	63
3.2.2. Методе поређења	70
3.3. Модел мерења	72
3.4. Резултати мерења	75
4. Грешка мерења	79
4.1. Основни појмови	80
4.2. Показатељи квалитета мерења	81
4.3. Појам грешке	82
4.4. Класификација грешака	85
4.4.1. Систематске грешке	86
4.4.2. Случајне грешке	89
4.4.3. Грубе грешке	90

4.5.	Рачун грешака	91
4.5.1.	Значајне цифре	91
4.5.2.	Заокругљивање	92
4.6.	Статистичка анализа резултата мерења	93
4.6.1.	Карактеристике које описују расипање резултата мерења	94
4.7.	Мерна несигурност	95
5.	Мерна средства	99
5.1.	Класификација мерних средстава	101
5.2.	Својства мерила	106
5.3.	Еталони	109
5.3.1.	Класификација еталона	110
6.	Аналогна мерна техника	115
6.1.	Електромеханичка мерила	116
6.1.1.	Инструменти са покретним магнетом	117
6.1.2.	Инструменти са покретним гвожђем	118
6.1.3.	Инструменти са покретним калемом	119
6.1.4.	Електродинамички инструменти	121
6.1.5.	Остали електромеханички инструменти	122
6.2.	Електронски мерни уређаји	123
6.3.	Аналогна електронска мерна кола	125
6.3.1.	Основни појмови	125
6.3.2.	Мерни појачавачи	127
6.3.3.	Диференцијални појачавач	129
6.3.4.	Операциони појачавач	132
6.3.5.	Филтри	137
6.4.	Осцилоскоп	139
6.4.1.	Примена	142
7.	Дигитална мерна техника	145
7.1.	Системи бројева	146
7.1.1.	Тежински запис бројева	148
7.2.	Кодовање	151
7.2.1.	Бинарни кодови	151
7.2.2.	Бинарно кодовани декадни бројеви	153
7.2.3.	Представљање негативних бројева	154
7.3.	Булова алгебра	156
7.4.	Логичка кола	160
7.5.	Меморијски елементи	163
7.6.	Бројачи	166
8.	Квантовање	169
8.1.	Основни појмови	169
8.2.	Моделовање операције квантовања	172
8.2.1.	Равномерно квантовање одсецањем	174
8.2.2.	Равномерно квантовање додавањем	176
8.2.3.	Равномерно квантовање заокругљивањем	177

9.	Мерење временских интервала и учестаности	179
9.1.	Основни појмови	180
9.2.	Еталони времена и учестаности	183
9.3.	Мерење временских интервала	185
9.3.1.	Аналогне методе мерења	185
9.3.2.	Дигитално мерење трајања временских интервала	187
9.4.	Мерење учестаности	189
9.4.1.	Аналогне методе мерења учестаности	189
9.4.2.	Дигитално мерење учестаности	195
10.	Аналого-дигитални претварачи	199
10.1.	Основни појмови	200
10.2.	Класификација метода А/Д претварања	202
10.3.	Метод истовременог поређења	207
10.4.	Методе уравнотежавања	209
10.4.1.	Методе бројања	210
10.4.2.	Метод сукцесивне апроксимације	212
10.5.	Комбиноване методе	213
10.6.	Методе посредног претварања	214
10.6.1.	Претварање $A \rightarrow T \rightarrow N$	214
10.6.2.	Претварање $A \rightarrow f \rightarrow N$	216
11.	Дигитално-аналогни претварачи	227
11.1.	Основни појмови	228
11.2.	Класификација метода Д/А претварања	229
11.3.	Импулсни Д/А претварачи	230
11.4.	Електрични Д/А претварачи	233
11.4.1.	Електронски прекидачи	233
11.4.2.	Класификација електричних Д/А претварача	234
11.4.3.	Параметарски Д/А претварачи	236
11.4.4.	Активни Д/А претварачи	240
12.	Мерење сталне електричне струје и сталног електричног напона	247
12.1.	Основни појмови	247
12.2.	Јединице електричних величина	251
12.3.	Еталони електричне струје и електричног напона	253
12.3.1.	Електрохемијски извори напона	254
12.3.2.	Полупроводнички еталони напона	255
12.4.	Мерење сталне електричне струје	262
12.4.1.	Мерење електричне струје применом Омовог закона	264
12.4.2.	Мерење електричне струје применом Холовог ефекта	265
12.5.	Мерење сталног електричног напона	267
12.6.	Дигитални волтметри	268
12.6.1.	Метод двојног нагиба	270

12.6.2.	Мерење малих напона	273
12.6.3.	Мерење односа напона	274
13.	Мерење електричне отпорности	277
13.1.	Основни појмови	278
13.1.1.	Подесиви отпорници	281
13.2.	Еталони електричне отпорности	282
13.2.1.	Еталони електричне отпорности засновани на квантном Холовом ефекту	285
13.3.	Основне методе мерења електричне отпорности	286
13.3.1.	Мерење по дефиницији	287
13.3.2.	Мерење отпорности мерењем струје	288
13.3.3.	Мерење отпорности мерењем напона	290
13.3.4.	Мерење односа отпорности	292
13.4.	Мерни мостови	294
13.4.1.	Витстонов мост	294
13.4.2.	Келвинов мост	296
13.5.	Мерни претварачи отпорности у напон	297
13.5.1.	R/U претварач са пливајућим улазом	298
13.5.2.	Диференцијални R/U претварач	299
13.5.3.	R/U претварач са уземљеним улазом	302
13.6.	Мерење излазне отпорности извора мерног сигнала	303
13.6.1.	Мерење излазне отпорности извора напона	304
13.6.2.	Мерење излазне отпорности извора струје	306
14.	Законска метрологија	309
14.1.	Основни појмови	309
14.2.	Закон о метрологији	311
14.3.	Законска контрола мерила	314
14.4.	Међународне организације за законску метрологију	315
14.5.	Програмабилност и законска метрологија	317
14.6.	Развој законске метрологије у Србији	318
14.6.1.	Дирекција за мере и драгоцене метале	320
15.	Прилози	323
16.	Индекс	330

"Ако можете да измерите оно о чему говорите, и да то изразите бројевима, знате нешто о томе; али ако то нисте у стању, знање вам је слабо и недовољно; оно може бити почетак сазнања, али сте, у мислима, једва крочили ка Науци, па ма какав био предмет вашег изучавања"

Lord Kelvin of Largs

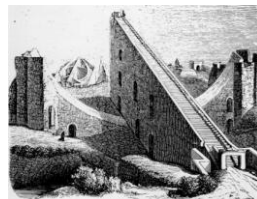


УВОД

Мерење је "сасвим обична" активност. У процесу производње, трговини и саобраћају људи употребљавају разноврсна мерна средства, не размишљајући притом о начину на који она остварују своју намену, а још мање о теоријским претпоставкама које су учиниле могућим њихову израду и коришћење. Лакоћа са којом се савремени мерни инструменти користе успешно прикрива сложеност мерне технике и њеног историјског развоја. Само понекад, додуше, непознавање принципа мерења или својстава мерног средства као динамичког система доводи до грешке или неспоразума. Обични људи свакодневно користе податке о времену, температури, маси, дужини или брзини; најчешће без праве представе о суштини поступка којим су ти подаци добијени. Иако у свести савременог човека постоји веома јасна представа о значају мерења, које је "за науку оно што је крв за људско биће", практичан значај ове активности као да остаје у сенци, међу стварима о којима се не размишља. Податак да се у развијеним земљама свакодневно обавља више од стотину релевантних мерења "по глави становника", делује као претеривање. Као и процена да, просечно, трошкови мерења учествују са више од 10% у цени производа на тржишту.

Почеци науке о мерењу допиру до самих почетака настанка цивилизације. Људи од давнина мере величине које су им потребне за производњу и размену материјалних добара. Првобитне мере за дужину су биле антропометријске: прст, шака, лакат, хват, корак, дан хода... Употребљавају се и данас, када се жели приближно да опишу димензије нечега, без потребе за строгом тачношћу. Већ у првим људским заједницама појавила се потреба за употребом посебних алатки за одређивање вредности неке величине.

Прва мерна направа била је, вероватно, штап забоден у земљу који је положајем и дужином своје сенке показивао доба дана. На истоветној физичкој основи реализована су грандиозна астрономска мерила која и данас задивљују. Сунчани часовници омогућили су да се успостави одређена временска скала и уреди календар.



Степенице сунца

Једноставним мерним средствима добијани су фасцинантни резултати: предвиђена су помрачења Сунца, измерен је пречник Земље¹. Још у доба фараона, управљање системом за наводњавање обрадивог земљишта у долини Нила било је засновано на мерењу протока.

Значај мерног јединства сагледан је давно. Већ у првим државним заједницама утврђиване су прамере чији су оригинали чувани као светиње у храмовима.



Античке мере за дужину (2 400 г. п.н.е.)

Средином двадесетог века наука о мерењима постојала је, са једне стране, у облику раздробљених и уско специјализованих дисциплина, а са друге, у облику класичне теорије обраде експерименталних података. Отварајући нове видике и мењајући устаљене погледе, развој технологије електронских уређаја допринео је настанку значајних промена у области мерења електричних, али и неелектричних величина. Наметнула се потреба за увођењем нових појмова, променом постојећих дефиниција, као и за повезивањем разноврсних области, као што су мерна техника и пренос података. Међутим, брзи развој је неизбежно праћен проблемима усаглашавања терминологије и установљивања широко обухватне, доследно спроведене класификације мерних средстава и поступака.

Све до почетка двадесетог века мерна техника се бавила пре свега величинама које могу да се сматрају непроменљивим у току мерења. Развој је био усмерен у правцу побољшања осетљивости и статичке тачности мерних направа и поступака мерења. Средином двадесетог века, истраживања брзих динамичких процеса и прелазних појава у хаваријским ситуацијама подстакла су развој мерних средстава која процес мерења обављају великом брзином. Након деценија усавршавања, развијени су посебни поступци који су омогућили узимање вредности мерених величина брзином од преко милијарду узорака у секунди.

У другој половини двадесетог века електронска мерна техника је постала најразвијенија област мерне технике. Методе мерења електричних величина, принципи реализације и поступци испитивања електронских мерних уређаја, мерење статистичких карактеристика случајних процеса, аутоматизација процеса мерења и друга питања из подручја електричних мерења постали су предмет интересовања специјалиста низа области савремене технике: електронике, аутоматике, рачунарске технике, медицинске инструментације итд. Зависност параметара електричних кола од “неелектричних” величина као што су дужина, температура, напрезање, концентрација и слично, омогућило је ширење домена технике електричних мерења на мерење готово свих физичких величина. Помоћу термоелектричног сензора измерена је температура звезда. Силицијумски

¹ Талес из Милета, један од седморице грчких мудраца, предвидео је помрачење сунца 585. године пре наше ере. У трећем веку п.н.е., астроном Аристарх са Самоса, кога сматрају творцем теорије о хелиоцентричној систему, одредио је удаљеност до Месеца и Сунца, а математичар Ератостен из Кирене, управник велике библиотеке у Александрији, израчунао је обим Земље.

електрични сензори су омогућили мерење деформације, силе, притиска, светлосне јачине, садржаја кисеоника у крви и других неелектричних величина, пружајући притом високу тачност, велику осетљивост уз незнатно повратно дејство на објекат мерења и, што је веома значајно, могућност за аутоматску обраду мерних сигнала.

Атомска енергија је, за многе људе, најмаркантније обележје двадесетог века. У суштини, то је било доба електронике. Томе су у великој мери допринели напредак физике чврстог стања и развој технологије полупроводника. Бројна унапређења у области производње електронских компонената, а посебно појава минијатурних електронских кола, унела су велике измене у методологију пројектовања функционалних блокова електронских уређаја и допринела ширењу поља њихове примене. Мање од пола века након остваривања првих интегрисаних електронских кола², захваљујући управо њима, електроника је постала свеprisутна у савременој техници, па и у мерењима.

Посебан допринос полупроводничка технологија је имала у области биологије и медицине. Систем за неинвазивно мерење садржаја кисеоника у крви пацијента, на пример, представља прстен у коме се налазе фотоемитујућа и фотоосетљива диода и минијатурно интегрисано коло.



Микроелектроника је извршила снажан утицај на развој мерне технике пружајући економичнија решења проблема добијања информације о стању физичких објеката и омогућујући мерење низа нових, специфичних физичких величина у разноврсним технолошким процесима. Непрестана побољшања тачности и ширине мерног опсега могу да се сматрају за најистакнутије обележје нових генерација мерних средстава. Заснована на унапређењу мерних метода, али и усавршавању карактеристика компонената, допринела су побољшању квалитета и проширењу области примене електронских мерних уређаја.

Најјучљивија последица примене електронских компонената високог степена интеграције у области мерне технике је суштинско повећање “мерне моћи” у смислу броја функција које појединачни мерни уређај може да обавља. Развој електронике је знатно раније подстакао идеју вишенаменских мерних уређаја који омогућују мерење различитих величина. У почетку, до појаве интегрисаних кола високог степена интеграције, овакви уређаји су у основи представљали скуп функционалних блокова конструктивно обједињених пре свега у механичком смислу, при чему се избор мерне функције остварује преклопницима помоћу којих се формира одређена комбинација веза између појединих блокова. Другим речима, традиционални вишенаменски мерни уређаји окарактерисани су “фиксном логиком”. Притом се неизбежно појављују проблеми управљања радом појединих делова, као и

² Под називом “интегрисано коло” подразумева се део електронског уређаја израђен од полупроводничког материјала као компактна целина (монолитни кристални блок), смештена у одговарајуће кућиште (*chip*), која је са “спољашним светом” повезана преко својих прикључака.

комутације веза између њих. Функционалност у смислу броја могућих функција, развијана на таквој основи, веома је брзо постала противуречна економичности и техничкој ефективности.

Класична мерна техника заснивала се превасходно на обради величина чија вредност може да се мења унутар неког опсега у неограничено малим корацима (аналогне величине). Технологија је убрзала развој уређаја у којима се обрађују величине које могу да имају само неке дискретне вредности (дигиталне величине). Иако се дигитално мерење у основи своди на елементарну операцију бројања, дигитална техника има огромну предност када се ради о обради мерне информације. То је подстакло развој мерних уређаја којима се и електрични напон мери дигитално. Почетком трећег миленијума, овакав приступ је обухватио скоро све области мерне технике. Полупроводничке компоненте стварале су услове за сагледавање и дефинисање нових конструкција и концепција мерних уређаја и система. Дигитална електронска кола високог степена интеграције отворила су нове хоризонте и пружила неслућене могућности, не само у обради резултата мерења, него и при реализацији мерног процеса.

Усавршавање производње дигиталних електронских кола допринело је интензивном увођењу рачунарске технологије у процес мерења. Анализа стања савремене мерне технике, тенденција развоја и нових принципа реализације мерних уређаја показује да су микропроцесори³ и микропроцесорски системи постали инхерентно обележје великог броја разноврсних мерних уређаја којима се врше различита мерења, од параметара електричних сигнала, карактеристика електричних кола и њихових компонената, до мерења широког спектра неелектричних величина. Продор микропроцесора у област мерне технике утицао је на побољшање многих карактеристика мерних уређаја, придодao им нова својства, открио нове путеве за решавање мноштва проблема. Технологија интеграције електронских компонената омогућила је, са једне стране, побољшање функционалности мерних уређаја - појаву и експанзију вишенаменских мерних инструмената и система, а са друге, потпуну аутоматизацију обраде података добијених мерењем.

Микроелектроника је постала технолошка основа савремених мерења. Захваљујући њој, рачунарска техника је дубоко продрла у мерну технику, мерни уређаји трансформисани су у системе образоване од делова који представљају посебне функционалне целине (као што су јединица за напајање, мерни блок, централна процесорска јединица, комуникациони подсистем) са врло сложеним релацијама између тих објеката. Микроелектроника је допринела развоју нанотехнологије⁴, а у вези са њом и настајање нове области мерења, нанометрологије.

³ Под називом "микропроцесор" подразумева се централна управљачка јединица дигиталног рачунара физички остварена у облику једног или мањег броја интегрисаних кола.

⁴ Производња склопова чије су димензије и толеранције у опсегу од 0,1 nm до 100 nm.

Аутоматизација извршавања одређеног мерног поступка, као процеса добијања информације, спада у основна обележја развоја савремене мерне технике. На овај начин не само да се мерни процес реализује успешније и поузданије, него и значајни део обраде мерних података, коју је некада морао да врши човек (мерач), обавља сам инструмент (мерило). Мерне направе су постале аутомати којима се извршава одређена процедура узимања и меморисања низа вредности одбирака мерене величине. Подаци добијени мерењем се даље обрађују у самом уређају или прослеђују.

Појава првих мерних уређаја у којима се врши самоподешавање означила је почетак доба интелигентних мерних система. “Дистрибуирана интелигенција” постала је једно је од обележја савремене мерне технике.



Аутоматизовани мерни системи еволуирали су у сложене мерне информационе системе. Вештачки сателит Спутник-3, представљао је прву космичку метролошку лабораторију коју су људи саградили (1958). Три деценије касније (1990), читава астрономска опсерваторија, тешка десет тона, постављена је да кружи око Земље на висини од 600 km. Снабдевен разноврсним инструментима који мере електромагнетско зрачење, свемирски телескоп *Hubble* је пружио поглед у космос који је немогуће имати са земљине површине. Космичка сонда *Galileo*, након шест година лета, доспела је до Јупитера (1995) и извршила спектрометријску анализу његове атмосфере.

Роботи-истраживачи, спуштени почетком 2004. године на планету Марс, изванредан су пример споја аутоматике и мерне технике. Опремљени камерама и спектрометрима за испитивање састава тла, роботи “близанци” *Spirit* и *Opportunity*, годинама су лутали “црвеном планетом” шаљући значајне информације о њеној геолошкој историји.



Свет мерења је богат и разноврсан. То је, пре свега, резултат потребе да се за описивање појава физичког света користи велики број различитих величина. Оне су повезане низом општих и мноштвом посебних закона, који могу да буду искоришћени као теоријска основа мерног процеса. У различитим областима науке и технике постављају се различити захтеви како у погледу мерних својстава мерила која се користе, односно услова њихове примене, тако и у погледу трошкова мерења. Као резултат свега набројаног, развијен је велики број разноврсних метода мерења и мерних средстава. Ова разноврсност отежава систематизацију науке о мерењу. Често се мерна техника дели на две основне области. Електрична мерења обухватају мерења величина у подручју електротехнике, док се све остало сврстава у физичко-техничка мерења, под чиме се подразумевају мерења неелектричних величина. Подела према “припадности” величине која се мери је само начелна. Прва мерила електричних величина била су електромеханичке направе. Мерење електричне величине се сводило на мерење трансформаторног или угаоног помераја. Електрична мерења су морала да се ослоне на мерења механичких величина: дужине, масе или силе. Век и по касније, ситуација је обрнута: механичке величине мере се помоћу електронских направа.

Физика и математика чине, “по природи ствари”, теоријску и практичну основу мерне технике. За развој мерних уређаја и система, познавање рачунарске технике је од посебног интереса. Подржана развојем технологије интегрисаних електронских кола, аналогна мерна техника је деценијама доминирала при решавању проблема израчунавања вредности посредно мерених електричних и неелектричних величина. Занемаријући свет микрофизике (корпускуларну структуру материје и квантне ефекте), величине које карактеришу стање физичких процеса, макроскопски гледано, представљају аналогне променљиве, па је било најприродније, а са становишта расположиве технологије и најекономичније, да се и обрада мерне информације врши у аналогном облику. У аналогној техници се линеарне операције (сабирање, одузимање, диференцирање и интеграње) реализују једноставно и са високом тачношћу. Нелинеарне операције (множење, дељење, кореновање, логаритмовање и слично) остварују се знатно мање успешно. Аналогна нелинеарна кола су специфична, сложенија и скупља. Управо због тога, практично све до појаве микропроцесора, мерни поступци који су обухватили сложенију математичку обраду коришћени су у сразмерно малом броју случајева. Савремени дигитални инструменти остварују самоподешавање као и самотестирање са циљем провере својих функција. Поред добрих мерних својстава која се на тај начин постижу, посебно значајно обележје дигиталних мерних уређаја су и могућност складиштења (меморисања) низа резултата мерења, као и програмирање.

Микропроцесори су коренито изменили ситуацију омогућујући прелаз од уређаја са фиксном логиком до уређаја код којих је поступак рада садржан у програму. Функционалне могућности њихове употребе одређене су у том случају пре свега алгоритмом рада садржаном у програму, што омогућује накнадну промену или увођење нових функција. Флексибилност се, притом, све више заснива на могућностима унетог програма, због чега програмирање у мерној техници добија све већи значај.

Усавршавање производних технологија поставило је оштре захтеве у погледу тачности и функционалности мерних уређаја, и наметнуло потребу за другачијим, системским приступом. Овладавање мерном техником захтева не само познавање физичких закона, који одређују принцип мерења појединих величина, него и разумевање научних области као што су теорија информација и теорија управљања, а поред тога и познавање низа специфичних подручја појединих техничких дисциплина, пре свега телекомуникационе и рачунарске технике. Мултидисциплинарност мерне технике подразумева променљивост. Као резултат сопственог развоја, али и интеракције са “окружењем”, које се и само непрекидно мења. “Минијатуризација”, “интеграција”, “компјутеризација” и друга технолошка обележја последњих деценија двадесетог века, наметнули су потребу за другачијим приступом развоју и примени мерних средстава. Све ово чини да бављење науком о мерењима представља све сложенији задатак. Али и већи изазов.

“Када бисмо идоле научника
сложили један изнад другог
у индијански тотем,
са његовог врха
церио би се фетиш
који се зове **мерење**”

Anthony Standen
(Science is a sacred cow)



1. МЕТРОЛОГИЈА – НАУКА О МЕРЕЊИМА

Наука која се бави мерењима, обухватајући све теоријске и практичне аспекте, без обзира на област науке или технике на коју се односе, односно у којој се примењују, назива се метрологија¹. Сагледавање значаја метрологије, као науке од општег интереса, допринело је њеном убрзаном развоју током двадесетог века. Међународна сарадња у области мерења има за крајњи циљ успостављање и одржавање мерног јединства у свету. Метролошка уређеност подразумева нормативну уређеност. У том погледу метрологија је тесно повезана са законском и техничком регулативом.

Ово поглавље је посвећено разматрању научних, техничких и организационих аспеката метрологије. Њихово целовито сагледавање је основа за разумевање специфичности различитих подручја разгранате, мултидисциплинарне области коју мерна техника представља. Приказана је општа, међународно усаглашена дефиниција метрологије. Описана је подела метрологије у складу са документима Европске уније. Дат је сажет преглед подручја деловања најзначајнијих међународних метролошких организација. Истакнута је повезаност метрологије и стандардизације.

1.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Измерити неку појединачну физичку величину значи упоредити је са другом величином, исте физичке природе, која представља меру за одређивање квантитета² посматране величине. Резултат мерења је број који показује однос између мерене величине и величине која је усвојена за меру. Изабрана величина, са којом се пореде друге величине да би се квантитативно одредиле у односу на ту величину, је **мерна јединица**. На међународном нивоу, ове јединице се договором дефинишу и усвајају.

Материјално остварење јединице мере одређене физичке величине, које се користи као референца у односу на коју се резултати мерења исказују, представља **еталон** те величине.

Назив еталон потиче из француског језика (*étalon*, основна мера). У енглеском језику се користи назив “стандард” који, у општем случају, означава законом утврђену меру, образац, нешто што важи као узор. У немачком језику

¹ У ужем смислу, наука о мерама. Назив потиче од грчких речи *métron*, мера, мерило и *-logia* (учење), завршна реч у сложеницама са значењем: наука.

² У најопштијем смислу: великост (обим, јачина, количина, бројна одређеност) посматране величине (лат. *quantitas*, величина, количина, својство нечега што је велико).

употребљава се назив “нормала” (нем. *Normale* од лат. *norma*, угледни пример, утврђена мера, мерило). У српском језику³, физичко (материјално) остварење јединице неке величине назива се **прамера**. У Закону о метрологији Републике Србије користи се назив еталон⁴ [1].

Вредност остварена еталоном се преноси, поређењем, на еталоне нижег реда, мере⁵ или мерила⁶. **Мерно јединство** се заснива на унификацији мерних јединица, што захтева не само дефинисање него и остваривање, као и дисеминацију⁷ прамера, односно правила за израду уређаја којима се дефиниција мерне јединице остварује [2]. Уређен мерни систем подразумева хијерархију мерних средстава, као и утврђену методологију преношења остварених мерних јединица. Ово преношење вредности са утврђеном тачношћу омогућује да се успостави веза између појединачног резултата мерења и одговарајућих прамера, тако да може да се одреди у којој мери тај резултат одражава стварну вредност мерене величине. [3]

Преломни тренутак у остваривању мерног јединства представља одлука којом је млада Француска Република озаконила декадни систем мера (1795) и усвојила називе метар за дужину, ар за површину, литар за запремину и грам за масу [4]. Медаља “За сва времена, за све народе” (“*A tous les temps, a tous les peuples*”), искована је поводом увођења обавезне употребе метарског система у Француској (1840).



У најопштијем смислу, **метрологија** (*metrology*) је наука о мерењу и његовој примени. Она обухвата све теоријске и практичне аспекте мерења, без обзира на тачност и област науке или технике на коју се односе, односно у којој се примењују. Основни **задачи метрологије** су:

- дефинисање међународно усвојених јединица;
- остваривање мерних јединица научним методама;
- успостављање ланца следивости (*traceability chain*), утврђивањем и документовањем вредности и тачности мерења;
- развој еталона и метода мерења у складу са потребама развијеног друштва;
- развој мерних средстава и мерних поступака за потребе истраживања, производње и размене материјалних добара.

Ако се квалитет мерења дефинише, у најопштијем смислу, као показатељ његове ваљаности, прикладности конкретним захтевима, односно циљевима, два основна елемента скупа својстава која га одређују су:

³ Овај назив је употребљен у првом српском закону о мерама (1873), вероватно по угледу на немачки назив *Urmaß* (од *ur* = пра, првобитан, древни и *maß* = мера).

⁴ Еталон је “родоначелник” мерног јединства у одређеном домену. Занимљива је генеза француске речи “еталон”. Њено изворно значење је: пастув, ждребац.

⁵ Реч “мера” се у српском језику употребљава са различитим значењем. Основно значење те речи је “мерна јединица”, али се исти назив користи и да означи резултат мерења или предмет који служи за мерење.

⁶ Значење речи “мерило” у законодавном смислу је утврђено важећим Законом о метрологији. У пракси, међутим, већ одавно се, с разлогом, одомаћио и назив “мерни инструмент” (од лат. *instrumentum*, справа, направа која служи у техничке или научне сврхе) [3]. У овој књизи се равноправно употребљавају оба назива.

⁷ Ширење, распростирање (лат. *disseminatio*, расејавање).

поузданост добијених резултата и јединство мерења. Поузданост резултата почива на поузданости самих мерних средстава, али и на њиховом правилном избору и примени према утврђеној методологији. Јединство мерења подразумева унификацију мерних јединица, остваривање еталона јединица физичких величина као и методологију њиховог преношења, са утврђеном тачношћу, на секундарне и радне еталоне, односно мерила. Тиме се постиже да резултат мерења може да се повеже са одговарајућим еталонима, тако да је грешка мерења у дефинисаним условима позната са одређеном вероватноћом.

Под појмом “**метролошка следивост**” (*metrological traceability*) подразумева се својство резултата мерења којим тај резултат може да се, посредством документованог низа поређења, доведе у везу са одговарајућом прамером. Непрекинути ланац преношења мерне јединице одређене величине, којим се резултат појединачног мерења повезује са прамером те величине, назива се **метролошки ланац следивости** (*metrological traceability chain*). Њиме се успоставља метролошка следивост резултата мерења. Поузданост резултата мерења почива на поузданости самих мерних средстава, али и на њиховом правилном избору и примени према утврђеној методологији.

Француска уставотворна скупштина је 1790. године поверила Академији наука задатак дефинисања јединственог мерног система, заснованог на декадном систему бројева, чије су основне јединице природне прамере, а у којем су све остале јединице изведене из основних јединица за дужину, време и тежину. Годину дана касније, Француска народна скупштина је као јединицу за дужину усвојила метар који је једнак десетомилионитом делу лука Земљиног меридијана, од пола до екватора. Јединица за време, секунда, дефинисана је као 86 400 део средњег сунчевог дана, а јединица за тежину као тежина кубног дециметра воде, на температури када је њена густина највећа.

“Никада ништа веће и једноставније, кохерентније у свим својим деловима, није изашло из њудске руке” рекао је Антоан Лавоазје (*Antoine Lavoisier*, 1743-1794) поводом легализације дефиниција метра и килограма. Нови систем мерних јединица био је научно заснован, и у томе се крила његова снага.



Лавоазје

На основу мерења спроведих у периоду од 1792. до 1798. године израђене су од платине прамере јединице дужине и јединице масе које су, као национални еталони, смештени у француски државни архив. Законом из 1799. године ови прототипови јединица мере за дужину и масу су и званично легализовани као “дефинитивне мере”.

1.2. МЕЂУНАРОДНЕ МЕТРОЛОШКЕ ОРГАНИЗАЦИЈЕ

Метрологија је једна од првих области у којој је успостављена широка међународна сарадња. На почетку трећег миленијума постоји низ међународних организација који се бави проблемима мерења. Њихов крајњи циљ је успостављање и одржавање мерног јединства у свету. Најстарија и, са научног становишта, најзначајнија међу њима, свакако је међународна организација за тегове и мере, основана “Међународном конвенцијом о метру” коју су дипломатски представници седамнаест држава потписали у

Паризу 20. маја 1875. године⁸. Она обухвата: Генералну конференцију за тегове и мере, Међународни комитет за тегове и мере и Међународни биро за тегове и мере.

Генерална конференција за тегове и мере (*Conférence Générale des Poids et Mesures, CGPM*) има задатак да припрема и подстиче одлуке неопходне за ширење и усавршавање међународно прихваћеног система јединица, потврђује резултате нових основних метролошких одредби и различитих научних одлука од међународног значаја.

Међународни комитет за тегове и мере (*Comité Générale des Poids et Mesures, CIPM*), којим управља Генерална конференција, има задатак да управља радом Међународног бироа за тегове и мере, да успоставља сарадњу националних метролошких институција, координира истраживања у области метрологије, као и да надгледа старање о међународним прототиповима и међународним еталонима.

Међународни биро за тегове и мере (*Bureau International des Poids et Mesures, BIPM*) има задатак да обезбеђује јединство мерења у свету, успоставља основне еталоне и скале главних физичких величина, да се стара о чувању међународних прототипова мерних јединица, да спроводи поређење националних и међународних еталона, обезбеђује координацију одговарајућих мерних техника, да спроводи и координира одредбе које се односе на основне физичке константе које су обухваћене наведеним активностима. У почетку су активности *BIPM* биле усмерене на мерења дужине и масе. Развој науке о електрицитету је наметнуо потребу дефинисања одговарајућих јединица и еталона. То је подстакло образовање посебног саветодавног тела које ће се бавити овим питањима. Потом су уследиле и друге области технике. У садашње време, у оквиру *BIPM* делује десет саветодавних комитета, које чине представници водећих националних метролошких лабораторија и специјализованих института који се баве посебним областима. То су, према редоследу оснивања [2]:

- електрицитет и магнетизам (1927),
- фотометрија и радиометрија (1933),
- термометрија (1937),
- дужина (1952),
- време и учестаност (1956),
- јонизујуће зрачење и радиоактивност (1958),
- јединице (1954),
- маса и сродне величине (1980),
- количина супстанције: метрологија у хемији (1993) и
- акустика, ултразвук и вибрације (1999).

Европско удружење националних метролошких института (*European Association of National Metrology Institutes - EURAMET*) је регионална метролошка организација, основана 2007. године⁹, са циљем да координира

⁸ Србија је чланица Метарске конвенције од 1879. године.

⁹ Србија је члан-оснивач *EURAMET*-а, који је наследник организације Европска сарадња у области еталона (*European Collaboration in Measurement Syandards -EUROMET*).

сарадњу националних метролошких институција у областима истраживања у метрологији, следивости мерења до јединица *SI*, међународног признавања националних еталона и могућности еталонирања и мерења. Ова организација настоји да “успостави заједничко метролошко разумевање и референтни оквир, како у Европи, тако и између Европе и осталих региона широм света” [5]. У центру пажње је уједначеност услуга мерења и испитивања која се односе на квалитет живота, заштиту животне средине и трговину, посебно тамо где су техничке сметње трговини узроковане метролошким “сметњама”.

Међународна конфедерација за мерну технику (*International Measurement Confederation, IMEKO*) је савез непрофитабилних невладиних организација, основан 1958. године са основним циљем унапређења међународне размене научних и техничких информација у области мерења и мерне инструментације, као и побољшања међународне сарадње научника и инжењера у развоју и индустрији.

Као резултат сагледавање значаја развоја системске основе метрологије као науке, као и нужности нормативне уређености мерне технике, данас постоји обимна стручна литература и велики број међународних и националних докумената. Посебно место међу њима заузима Међународни речник метрологије у којем су садржане дефиниције основних појмова [6].

1.3. ВРСТЕ МЕТРОЛОГИЈЕ

Метрологија је наука о мерењима, методама и средствима обезбеђења њиховог јединства и начина постизања потребне тачности. У Европској унији, метрологија је подељена на три врсте различитог нивоа сложености и тачности:

- **научна метрологија** представља највиши ниво, који се односи на организацију, развој и одржавање мерних стандарда (еталона);
- **индустријска метрологија** се бави обезбеђивањем адекватних мерних средстава за потребе индустрије, производних процеса и испитивања;
- **законска метрологија** се бави питањима која се односе на утврђивање техничких захтева и административних поступака којима се гарантује сигурност и одговарајућа тачност мерења, са циљем да се обезбеди транспарентност економских трансакција заснованих на резултатима мерења.

Метрологија је у бити научног развоја, а научни развој обликује основу за унапређење саме метрологије. Наука непрекидно помера границе могућег, а фундаментална метрологија прати метролошке аспекте тих истраживања. Тако се унапређују мерна средства која омогућују научницима да наставе своја истраживања. Законска и индустријска метрологија такође се непрекидно развијају да би оствариле своју улогу и задовољиле потребе друштва и индустрије.

1.3.1. НАУЧНА МЕТРОЛОГИЈА

Модерна наука је започела да се уздиже на крилима ренесансе¹⁰. Под утицајем књижевности, уметности и филозофије пробудила се жеља за стицањем нових знања, праћена одушевљењем за науку. Дуготрајни процес, који се одвијао у сенци римокатоличке цркве, изнедрио је емпиријски¹¹ приступ науци и довео до спознаје да квантитативно описивање природних појава представља предуслов за унапређење људског знања. Научна револуција је започела постављањем експеримента¹² у центар научног метода¹³.

Развој природних наука нераскидиво је повезан са експериментом, а то значи и са мерењем. Утврђивање чињеница, као битни моменат процеса сазнања, све мање се заснивало на тумачењу непосредног чулног опажања, а све више на обради информација добијених посредством направа за мерење. Темељи егзактних наука почивају на резултатима научних експеримената, који подразумевају не само посматрање појава (*observation*) него и коришћење научних инструмената. Метрологија, као област сазнања која се бави теоријским и практичним аспектима мерења, развија се, не само као спона која повезује теорију и праксу природних наука, него и као подручје које се проучава у оним областима филозофије које се баве општим питањима научне спознаје физичких појава и процеса [7], [8], [9].

Мерења су основа за развој науке. Истовремено, теорија система уопште, а теорија информација посебно, представљају подручја људског знања која су од изузетне важности за науку о мерењима. Њима треба додати и теорију вероватноће и, у све већем обиму, теорију квантних система. За развој мерне технике значајне су теорија управљања, теорија аутомата, теорија кола, као и анализа сигнала.

У складу са потребама савременог друштва, научна метрологија непрестано напредује у дубину, у правцу остваривања све веће тачности, али и у ширину, задирући у нова подручја. Све више пажње посвећује се мерењима која су мултидисциплинарна или потпуно изван подручја физике. Истраживања која спроводи *VIPM* одвијају се у пет научних одсека [10]:

¹⁰ Сматра се да је полет слободног, истраживачког и стваралачког духа започео у Италији, средином четрнаестог века (фр. *renaissance*, препород, обнова, процват).

¹¹ Онај који се заснива на искуству (грч. *empeiria*, искуство). Емпиризам је филозофија која целокупно сазнање изводи из искуства.

¹² Експеримент је испитивање које се врши под контролисаним условима, са циљем да се прикаже нешто што је већ познато (оглед), или да се испита ваљаност неке претпоставке (лат. *experimentum*, проба, покушај, опит). Основа савремене науке је управо инсистирање на искуственој потврди претпоставки и теорија.

¹³ У науци, метод је одређен пут сазнања, испитивања, мишљења (грч. *méthodos*, истраживање, испитивање). У ширем смислу, под овим називом се подразумева смишљено и планско поступање при раду.

- маса,
- време, учестаност и гравиметрија¹⁴,
- електрицитет,
- јонизујуће зрачење,
- хемија.

Одсек за хемију је најмлађи. Основан је 2000. године, са циљем да се посебна пажња посвети проблемима метрологије гаса и анализе органских супстанци. Током последњих година повећала се потреба да се квантификују ефекти које деловања мноштва фактора има на људско тело, посебно са становишта здравља и безбедности. Да би се остварила објективна квантификација потребно је да се дефинишу подесне мерљиве величине, као и да се оствари повезивање јединица мере физиолошких¹⁵ величина са јединицама међународно прихваћеног система јединица. Овај задатак представља својврсан проблем, јер се при описивању биолошких величина обично укључују “тежински” сачиниоци који зависе од различитих утицаја и често не могу да прецизно буду познати или дефинисани.

Врхунски ниво научне метрологије представља **фундаментала метрологија**. Иако не постоји међународно усаглашена дефиниција овог појма, користи се да означи највиши ниво тачности у одређеној области. Са тог становишта, фундаментална метрологија може да се опише као научна метрологија подржана оним деловима законске и индустријске метрологије које захтевају научну компетенцију [5].

1.3.2. ИНДУСТРИЈСКА МЕТРОЛОГИЈА

Основне циљеве развоја индустрије представљају повећање обима производње, проширење асортимана, побољшање квалитета производа и смањивање цене производа. То се постиже увођењем нових процеса, коришћењем савременије опреме и побољшавањем вођења процеса у целини, као и појединих фаза у току његовог одвијања. Аутоматско¹⁶ управљање представља један од најважнијих метода за побољшавање ефикасности и економичности процеса. А управљање је нераскидивим везама спојено са мерењем. Процењује се да савремена индустрија у развијеном свету захтева да се тачност мерења повећа десет пута сваких 10 до 15 година.

Развој технике нераскидиво је повезан са мерењем. Брзи развој микроелектронике, на пример, несумњиво једне од најдинамичнијих области савремене технологије, био би практично неостварљив без одговарајуће метролошке подршке која обезбеђује поуздане и тачне податке током испитивања новог производа, као и у процесу његове серијске производње.

¹⁴ Гравиметрија је део физике који се бави проучавањем земљине теже (лат. *gravis*, тежак).

¹⁵ Физиологија се бави изучавањем појава својствених живим организмима.

¹⁶ Без непосредног учешћа човека у извршавању (од грч. *automatos*, који сам од себе ради).

Продор електронике у област индустријске метрологије утицао је на побољшање многих карактеристика мерних средстава, придодаво им нова својства, открио нове путеве за решавање мноштва проблема. Усавршена технологија производње електронских компонената омогућила је, са једне стране, побољшање функционалности мерних уређаја - појаву и експанзију вишенаменских мерних инструмената и система, а са друге, потпуну аутоматизацију обраде података добијених мерењем. Линеаризација, компензација промена утицајних величина и израчунавања вредности посредно мерених величина обављају се програмски. Програмабилност је постала фундаментално својство мерне технике. То је подстакло појаву “интелигентних” мерних уређаја и исистема. Дистрибуција мерних функција омогућила је реализацију SCADA-система¹⁷ који обрађују хиљаде мерних сигнала.

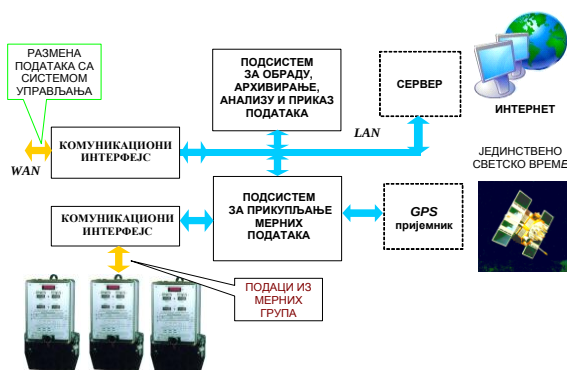
Мерни информациони системи обезбеђују централизовано прикупљање и рачунарску обраду мерних података у великим лабораторијама за истраживање брзих динамичких процеса и прелазних појава.

Балистичка и аеродинамичка испитивања захтевају специјализоване мерне системе који остварују истовремено праћење великог броја улазних величина, према унапред утврђеном “рецепту” узимања “узорака” њихове вредности, са великом прецизношћу и брзином од више стотина хиљада мерења у секунди.



Аеродинамички тунел

У географски распрострањеним процесима, са веома великим бројем мерних места (системи за производњу, транспорт и дистрибуцију производа као што су гас, вода, нафта, топлотна и електрична енергија), мерни информациони системи постали су неминовност, као предуслов за ефикасан надзор и управљање, и као решење проблема прикупљања мноштва мерних података за потребе аутоматизованог обрачуна трошкова.



Мерни информациони систем тржишта
за продају електричне енергије на велико

¹⁷ Систем који (даљински) надгледа и управља процесом (SCADA = *supervisory control and data acquisition*).

Посебна област мерне технике односи се на референтне материјале. Под овим називом подразумева се материјал или супстанција која се одликује једним или више својстава чије су вредности установљене тако да могу да се користе за еталонирање (калибрацију) мерних средстава, процену мерних метода, или за приписивање вредности другим материјалима.

Не постоје званичне међународне дефиниције области и подобласти индустријске метрологије. У следећој табели приказана је класификација заснована на подели надлежности саветодавних комитета Међународног бироа за тегове и мере. У складу са документима *EURAMET*-а придодата је област која има посебан значај у савременој индустрији: проток [5].

маса и сродне величине	сила, притисак, запремина ¹⁸ , густина, вискозност
електрицитет и магнетизам	једносмерне електричне величине, наизменичне електричне величине, високофреквентне електричне величине, велике струје и високи напони
дужина	таласне дужине и интерферометрија, димензиона метрологија, мерење угла, облици, квалитет површине
време и учестаност	мерење времена, мерење учестаности
термометрија	контактна мерења температуре, бесконтактна мерења температуре, влажност
јонизујућа зрачења и радиоактивност	абсорбована доза – медицински производи, заштита од зрачења, радиоактивност
фотометрија и радиометрија	оптичка радиометрија, фотометрија, колориметрија, оптичка влакна
проток	проток(запремина) гасова, проток воде (запремина, маса и енергија), анемометрија
акустика, ултразвук и вибрације	акустичка мерења у гасовима, мерење убрзања, акустичка мерења у течностима, ултразвук
хемија	хемија околине, клиничка хемија, хемија материјала, прехранбена хемија, биохемија, микробиологија, мерење <i>pH</i>

Области и подобласти индустријске метрологије

Заштита здравља, заштита околине и техничка безбедност добијају све већи значај, па се може очекивати издвајање нових области и подобласти.

1.3.3. ЗАКОНСКА МЕТРОЛОГИЈА

Већ у доба ране историје људске цивилизације, мерење, обрада и размена мерних података постали су неизбежни пратиоци размене добара. Мерила која се користе у вези са обрачуном (наплатом)¹⁹ имају улогу "објективног посредника" између продавца и купца, због чега представљају категорију од посебне важности. С обзиром на намену, њихове карактеристике су прецизно дефинисане, регулисане одговарајућим прописима и контролисане.

¹⁸ Треба уочити да мерење запремине није сврстано у област мерења дужине.

¹⁹ У данашње доба то су, на пример: ваге, таксиметри, водомери, гасомери, справе за мерење течних горива, уклопни часовници, бројила електричне енергије и бројила топлотне енергије. Ту спадају и мерила која су намењена за испитивање претходно упакованих производа ради провере усаглашености са прописаним метролошким захтевима.

Законска метрологија (*legal metrology*) се бави питањима која се односе на утврђивање техничких захтева и административних поступака који имају циљ да обезбеде гаранцију сигурности и одговарајуће тачности мерења. У оквиру једне државе законом се уређује систем мерних јединица и мерила, остварење, чување, употреба и преглед еталона и узорака референтних материјала, испитивање типа мерила, преглед мерила, утврђивање метролошких услова потребних за обављање прегледа радних еталона, мерила и узорака референтних материјала и надзор над спровођењем одредаба закона ради обезбеђивања јединствене примене утврђеног система мерних јединица и мерила (мерно јединство) на територији државе и контрола његове примене.

Законском метрологијом обухватају се мерила која се користе у областима:

- промета добара и услуга и заштите потрошача;
- заштите здравља људи и животиња;
- заштите околине и техничке безбедности;
- поступака пред управним и правосудним органима.

Остала подручја примене подпадају под научну или индустријску метрологију.

1.4. МЕТРОЛОГИЈА И СТАНДАРДИЗАЦИЈА

Реализација потпуно или делимично аутоматизованих електронских мерних система на основу коначног скупа функционалних јединица као конструктивних елемената, подразумева потребу за унификацијом ових елемената са циљем обезбеђења информационе, енергетске и конструктивне усаглашености. То је посебно значајно ако се жели да се што већи број разноврсних специфичних захтева покрије ограниченим скупом основних модула²⁰. Економичност производње, као значајан фактор конкурентности производа на тржишту, захтева специјализацију производног процеса, а тиме и постојање сразмерно великог броја произвођача мерне опреме са мање или више суженим производним програмом. Сложени мерни уређаји и системи настају обједињавањем функционалних блокова односно уређаја више произвођача. Модуларност²¹ и комплексност имплицирају проблем спрезања, као што концепција “дистрибуиране интелигенције” подразумева решавање проблема размене (преноса) информација између делова сложеног система.

²⁰ Модул представља мање или више независну функционалну јединицу која се користи, заједно са другим јединицама, при формирању сложених целина. У техници, модул је саставни део система, који се из њега може издвојити или заменити неким другим компатибилним модулом. Назив потиче од латинске речи *modulus* (јединица за меру, мера, мерило) који је уопштено коришћен да значи меру за одређивање величина појединих делова, а посебно калуп за ливење метала. Модуларна концепција електронских уређаја је управо настала при развоју опреме за војне потребе.

²¹ Модуларна конструкција подразумева да се прво конструишу стандардизовани делови (подсклопови), од којих се потом склапа систем чија се структура може прилагодити (или накнадно прилагођавати) конкретним потребама и могућностима.

Управо због тога, стандардизација је постала један од најактуелнијих проблема савремене технике уопште, а мерне технике посебно.



Стандардизација као подлога развоја технике

Стандардизација представља својеврсну делатност чији су резултати неизбежни саставни део живота људи савременог доба, почевши од комуникација па до индустријске производње. Њен општи циљ је постизање услова за рационалан и удобан живот људи, упрошћавањем броја варијанти производа и поступака, а средство којим се то настоји да оствари представљају нормативни документи.

Под појмом “стандардизација” се, у општем случају, подразумева делатност успостављања уредби које се односе на постојеће или могуће проблеме, ради остваривања оптималног реда у одређеној области [11]. Стандардизација се уређује и спроводи на међународном, регионалном или државном нивоу. Основна премиса стандардизације је да се стандарди и други технички прописи не могу доносити или примењивати ради стварања препрека у промету роба и услуга. Законом о стандардизацији се, у оквиру једне државе, уређује:

- доношење и примена стандарда, техничких и других прописа;
- утврђивање усаглашености процеса, производа и услуга са техничким и другим прописима, односно стандардима;
- декларисање, означавање и паковање производа;
- надзор над спровођењем закона.

Стандард је јавни документ донет од признатог тела, у коме се за општу и виšekратну употребу утврђују правила, захтеви, карактеристике, упутства, препоруке или смернице за одређене активности или њихове резултате [12]. Може бити са обавезном применом или препорука. Посебне категорије представљају стандарди одбране, грански и интерни стандарди. Као основа за израду стандарда користе се достигнућа науке и праксе.

Стандардима се, на пример, утврђују:

- намена и својства процеса, производа и услуга;
- захтеви у погледу типизације и унификације делова техничких сложених производа;
- техничко-технолошки услови, захтеви и поступци за производњу производа, извођење радова и вршење услуга;
- методе и поступци обезбеђења квалитета процеса, производа и услуга животне средине;
- услови, методе и поступци за контролисање и испитивање процеса, производа и услуга;
- једнообразни термини, дефиниције, симболи, знаци, кодови, ознаке, боје, величине и јединице које се користе у производњи производа и вршењу услуга.

Међу прве међународне стандарде спадају, на пример, стандарди у области преноса порука. Неопходност усаглашености у реализацији и

експлоатацији телекомуникационих система у разним земљама створили су већ у деветнаестом веку потребу међународне координације и довели до оснивања посебне организације и израде првог правилника о коришћењу телеграфије²² [13]. Век и по касније, пренос података, област електричних телекомуникација која се бави преносом оних порука које треба да се обраде електронским рачунарима, као и оних које су они већ обрадили, представља засебну, веома развијену грану технике чији су разноврсни практични аспекти, а посебно начин спрезања, уређени великим бројем међународних докумената. У данашње време стандардизацијом у области телекомуникација бави се Међународна унија за телекомуникације (*International Telecommunication Union, ITU*) у оквиру које постоји посебан сектор за стандардизацију телекомуникација.

Почетком двадесетог века (1906) основана је **Међународна електротехничка комисија** (*International Electrotechnical Commission - IEC*) са циљем остваривања међународне сарадње на питањима стандардизације у области електротехнике и електронике²³. Задатак ове организације, коју чине национални комитети појединих земаља чланица, је иницирање и унапређивање међународне сарадње по свим питањима која се односе на стандардизацију у области електротехнике и електронике. Одлуке које *IEC* доноси о одређеним техничким питањима у облику стандарда, техничких извештаја и упутстава, изражавају, у што је могуће већој мери, међународни консензус мишљења у тој области и имају природу препорука за међународно коришћење. Ове препоруке поједине земље прихватају у оквирима које одређују поједини конкретни услови. Међу документима Међународне електротехничке комисије посебан значај имају речници у којима су дате стандардизоване дефиниције основних појмова из области математике, физике, електротехнике и мерења у електротехници [14], [15], [16].

Међународне институције које се баве питањима стандардизације су организације у које се могу учланити одговарајућа национална тела за стандардизацију било које државе. Најзначајнија међу њима је **Међународна организација за стандардизацију** (*International Organisation for Standardisation - ISO*²⁴) која окупља националне институције више од 160 земаља света. *ISO*-стандарди се доносе консенсусом чиме се настоји да се дође до решења која испуњавају захтеве пословања и потреба друштва. Стандарди треба да обезбеде жељене карактеристике производа и услуга у погледу квалитета, безбедности, поузданости и заменљивости, водећи притом рачуна и о економичности. У оквиру ове организације делује више од

²² Телеграфија је најстарији и најједноставнији метод преношења информација електричним путем. Пренос писаних порука обавља се успостављањем кореспонденције између слова и таласног облика електричне струје. Обично се почетак телеграфије везује за примену уређаја који је патентирао сликар и проналазач, американац Морзе.

²³ Први председник ове организације био је лорд Келвин (*William Thomson*), један од најистакнутијих научника деветнаестог века.

²⁴ Скраћено име (акроним) ове организације, *ISO*, изведено је од грчке речи *isos* (у српском језику "изо"), која се користи као предметак у сложеницама са значењем "једнак".

две стотине техничких комитета, који су у првих педесет године постојања ове организације донели преко 18 000 стандарда.

Европске институције за стандардизацију су организације у које се могу учланити одговарајућа национална тела за стандардизацију европских држава. Овде спадају: Европски комитет за стандардизацију (*European Committee for Standardization, CEN*), Европски комитет за стандардизацију у области електротехнике (*European Committee for Electrotechnical Standardization, CENELEC*) и Европски институт за стандарде у области телекомуникација (*European Telecommunications Standards Institute, ETSI*).

Законом о стандардизацији Републике Србије [17] утврђена су начела и циљеви стандардизације, организовање и делатност националног тела за стандардизацију, као и доношење, објављивање и примена српских стандарда и сродних докумената. Национално тело за стандардизацију у Републици Србији је Институт за стандардизацију који је основан одлуком Владе.

Спрега између метрологије и стандардизације остварује се, пре свега, усаглашавањем одговарајућих докумената. На пример, Међународни систем јединица, [6], заснован је на Међународном систему величина који је дефинисан у документима *ISO* и *IEC* [18], [19]. Мноштво појмова мерне технике обухваћено је у низу докумената Међународне електротехничке комисије [20]. Други облик спреге је акредитовање метролошких лабораторија у којима се врши преглед еталона, мерила и узорака референтних материјала са циљем утврђивања њихове усаглашености са прописаним захтевима.

Акредитација је утврђивање, које спроводи национално тело за акредитацију, да ли тело за оцењивање усаглашености²⁵ испуњава захтеве одговарајућих националних, односно међународних стандарда. Тело за оцењивање усаглашености је правно лице, или део правног лица, које обавља послове оцењивања усаглашености, укључујући испитивање, еталонирање, сертификацију и контролисање.

Законом о акредитацији Републике Србије уређује се акредитација, положај и рад националног тела за акредитацију [21]. Акредитационо тело Србије (АТС) је једино у Републици Србији коме је законом поверено обављање послова акредитације којима се утврђује компетентност за обављање послова оцењивања усаглашености. Ово тело, између осталог, има задатак да утврђује и објављује правила акредитације која су заснована на одговарајућим српским, међународним и европским стандардима и документима међународних и европских организација за акредитацију. Сертификат²⁶ о акредитацији се издаје на одређено време у складу са правилима акредитације.

²⁵ Када су у питању послови метрологије, то су лабораторије за преглед, испитивање односно еталонирање мерних средстава.

²⁶ Писано уверење, исправа (лат. *certe*, извесно, *facere*, учинити).

У складу са својим овлашћењима, АТС посебним документом утврђује правила за остваривање прихватљивости следивости мерења [22]. Овај документ садржи захтеве које морају да задовоље подносиоци пријаве за акредитацију и акредитоване организације које се баве пословима оцењивања усаглашености у систему акредитације Србије. Општи захтеви за компетентност лабораторија за испитивање и лабораторија за еталонирање, као и критеријуми за рад различитих врста тела која обављају контролисање мерила, засновани су на одговарајућим међународном стандардима [23], [24].

ЛИТЕРАТУРА

1. Закон о метрологији, "Службени гласник РС", 30/2010.
2. *The International System of Units (SI)*, BIPM, 8.th edition, 2006.
3. Правилник о метролошким условима за електричне показне инструменте са непосредним дејством и њихов прибор. Службени лист СФРЈ, бр 40/80.
4. М. Brezinščak, *Мерење и računanje u tehnici i znanosti*, Tehnička knjiga, 1971.
5. *Metrology - in short*, 3rd edition, EURAMET, 2008.
6. *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and asotiated terms (VIM)*, 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.
7. Д. Симић, *Методологија науке и технички развој, DSP – mecatronic*, 1997.
8. М. Koen, Е. Neigel, *Uvod u logiku i naučni metod*, Zavod za izdavanje udžbenika, 1965.
9. А Koare, *Naučna revolucija*, Nolit, 1981.
10. <http://www1.bipm.org>.
11. Закон о стандардизацији, "Службени лист СЦГ" 44/05.
12. Закон о стандардизацији, "Службени лист СРЈ" 30/96.
13. I. Stojanović, *Osnovi telekomunikacija*, Građevinska knjiga, 1985.
14. *International Electrotechnical Vocabularu*, IEC 60050.
15. <http://stf.iec.ch/glossary>.
16. *Electropedia, The World's Online Electrotechnical Vocabulary*, <http://www.electropedia.org>.
17. Закон о стандардизацији, "Службени гласник РС" 36/2009.
18. *ISO 80000-1, Quantities and Units, -Part 1: General*, .
19. *IEC 80000, Quantities and Units*, .
20. *International Electrotechnical Vocabularu*, IEC 60050: part 311, *Electrical and electronic measurements, General terms relating to measurements*.
21. Закон о акредитацији, "Службени гласник РС" 73/2010.
22. АТС-ПА03, *Правила за остваривање прихватљивости следивости мерења*, 2009.
23. *SRPS ISO/IEC 17025: 2006*, Општи захтеви за компетентност лабораторија за испитивање и лабораторија за еталонирање, (*General requirements for the competence of testing and calibration laboratories*).
24. *SRPS ISO/IEC 17020: 2002*, Општи критеријуми за рад различитих врста тела која обављају контролисање (*General criteria for the operation of various types of bodies performing inspection*).

“Мерити оно што је
мерљиво,
и учинити мерљивим, оно
што још није”

Galileo Galilei



2.

ПОЈМОВИ, ТЕРМИНИ, ДЕФИНИЦИЈЕ И ПРАВИЛА

Давање одговарајућих назива појавама које се проучавају, као и величинама којима се те појаве описују, представља значајан чинилац за ширење и унапређење знања у одређеној области. Због тога се у оквирима сваке науке развија једна ужа дисциплина у којој се разматрају питања адекватних назива и дефиниција појмова којима се та наука бави. Скуп оваквих стручних израза представља терминологију¹ неке научне области.

Важност усаглашене стручне терминологије у међународним контактима, при размени идеја и производа, сагледана је веома давно. Први међународни електротехнички речник, у облику листе електротехничких термина са дефиницијама, сачинила је Међународна електротехничка комисија још 1913. године. Седамдесет година касније објављено је прво издање вишејезичког речника електротехнике. Друго, проширено издање, објављено 1992. године, којим је обједињено 70 терминолошких стандарда са око 18 000 термина, преведено је на српски језик [1]. У овим стандардима обухваћене су и неке области мерне технике. Објашњења стручних појмова, који се користе у различитим областима науке и технике, непрекидно се усаглашавају, а сами речници допуњују новим терминима. Дефиниције појединих појмова доступне су и преко Интернета [2], [3].

Међународна организација за законску метрологију објавила је 1969. године први Речник законске метрологије [4]. Петнаест година касније публикован је Међународни речник основних и општих термина у метрологији [5]. Његово треће издање, завршено 2007. године под називом Међународни речник метрологије, резултат је дугогодишње сарадње међународних институција на усаглашавању дефиниција, допуни речника новим појмовима и напуштању неких старих² [6].

¹ У ужем (научном) смислу термин је израз који означава неки појам у одређеној области, чије је значење прецизно формулисано. Реч “термин” потиче из латинског језика (*terminus*, граница). На изврстан начин, терминологија представља “почетак и крај” неке стручне области (*terminus technicus*).

² Значај овог речника може да се сагледа и кроз број међународних организација које учествују у његовој припреми. Треће издање је објављено у име осам међународних организација: *BIPM* (Међународно биро за тегове и мере), *IEC* (Међународна електротехничка комисија), *IFCC* (Међународна федерација за клиничку хемију), *ILAC* (Међународна корпорација за акредитацију лабораторија), *ISO* (Међународна организација за стандардизацију), *IUPAC* (Међународна унија за чисту и примењену хемију), *IUPAP* (Међународна унија за чисту и примењену физику), и *OIML* (Међународна организација за законску метрологију).

Ово поглавље је посвећено разматрању општих појмова који се у мерној техници употребљавају при описивању мерних поступака и својстава мерних средстава, као и при представљању резултата добијених мерењем. Дате су дефиниције најзначајнијих појмова и називи који су усвојени на међународном нивоу. Приказан је међународно прихваћен систем јединица и важеће дефиниције основних јединица.

Разматра се класификација мерљивих величина са становишта својстава скупа могућих вредности посматране величине. Описана су основна својства аналогних и дигиталних величина. Објашњен је појам мерног сигнала и приказана класификација мерних сигнала.

Описана су правила употребе и писања мерних јединица и физичких величина и наведени одговарајући примери.

2.1 ВЕЛИЧИНЕ

Под називом “величина” у мерној техници се подразумева мерљива величина (*measurable quantity*), која представља својство појаве, тела или супстанције које може да се квалитативно³ разликује и квантитативно да одреди⁴. Мерљиве величине су, на пример, дужина, маса, време, електрична снага, температура, концентрација, тврдоћа...

Величина је генерички појам⁵ који може да означава нешто опште, као што је на пример појам дужине као основне величине која има своју “физичку природу”. Исти термин се користи и да означи посебне “појавне облике” ове физичке величине, као што су ширина, висина, пречник или таласна дужина.

У још ужем смислу, термин “величина” се користи да означи појединачну величину као што је, на пример, највећа дозвољена струја оптерећења извора напона, или таласна дужина светлости коју емитује ласерска диода у мерилу истезања чврстих тела. У нашем језику, реч величина се користи и да означи великост (интензитет⁶) посматране величине (величина угла, величина релативног померања тела). Неки примери значења појма “величина” дати су у табели 2.1.

Са циљем остваривања мерног јединства у оквирима неке људске заједнице, једна конкретна појединачна величина проглашава се за основну

³ Може се сматрати да физичка природа неке одређене величине представља њено основно обележје, “квалитет” који је повезује са сродним величинама, односно по којем се разликује од неких других физичких величина. Назив потиче од лат. *qualitas*, својство, каквоћа, (добра) особина, врлина, вредност.

⁴ Мерљиве физичке величине се могу математички дефинисати. Оне могу међусобно да се пореде и сабирају. Својства једнакости и адитивности физичких величина су основе мерне технике.

⁵ Појам из којег се изводе “родни појмови”, грч. *génos*, род.

⁶ Од лат. *intensitas*, јачина, силина, жестина.

меру одређене физичке величине. На пример, то је био случај са дужином која представља растојање од врха носа до врха палца испружене леве руке краља Хенрија I, која је, почетком дванаестог века, проглашена за меру дужине⁷ у Енглеској.

Величине се означавају малим и великим словима. Математички формулисаним законом, којим је дефинисана нека физичка величина, одређена су њена својства (квалитет), као и вредност (квантитет, количина), исказани преко других величина које су садржане у закону. На пример, други Њутнов закон (закон силе) описује везу између силе F и убрзања тела на које та сила делује:

$$F = ma, \quad (2.1)$$

где је m маса тела, док симбол a означава убрзање⁸.

опште	посебно	појединачно
дужина	дужина лука, полупречник, таласна дужина	таласна дужина ултраљубичастих зрака
енергија	кинетичка енергија, топлота	испоручена електрична енергија, ширина енергијског процепа германијума
наелектрисање	наелектрисање језгра атома	наелектрисање електрона
електрична отпорност	инкрементална, диференцијална, улазна	отпорност отпорника у датом колу
концентрација ентитета	концентрација водоникових јона у раствору	концентрација еритроцита у узорку крви
тврдоћа	тврдоћа по Роквелу	тврдоћа узорка челика

Табела 2.1. Значење појма величина

Једначина у којој два или више словних симбола представљају величине назива се “величинска једначина” (*quantity equation*). Њоме је дефинисан математички однос између величина које се у једначини појављују, независан од начина избора мера којима се приказује њихова великост (обим, јачина, количина). Физичка величина која се назива “сила”, квалитативно се разликује од физичких величина које представљају “маса” (која описује својство инерције) и “убрзање” (брзина промене брзине). То значи да се ове три величине не могу међусобно да пореде⁹.

Квалитативно обележје физичке величине, које одражава њену природу, представља њену димензију¹⁰. **Димензиони израз** показује

⁷ Метални штап израђен на основу ове “дефиниције”, био је озакоњен као краљевска мера за дужину “yard”. Одржао се у употреби и до данас, иако је његова величина (вредност) много пута редефинисана.

⁸ Симболи којима се означавају величине у међународним стандардима дати су у одговарајућим документима ISO (IEC) серије 80000 *Quantities and units*.

⁹ Бесмислено је тврдити да је сила од два њутна већа од масе од једног грама.

¹⁰ Термин “димензија” (Helmholtz, 1887) потиче од латинске речи *dimensio* (мерење, одмеравање) и има вишеструко значење у савременој науци. У најужем смислу, под називом димензија подразумева се величина којом се мери простор (дужина, ширина и висина).

квалитативни однос између различитих физичких величина. При равномерном кретању, на пример, брзина (*velocity*, v) је једнака количнику пређеног пута (*length*, L) и времена (*time*, t) потребног да се тај пут пређе:

$$v = \frac{L}{t}. \quad (2.2)$$

У општем случају, при кретању дуж путање произвољног облика, важи:

$$L = \int dl. \quad (2.3)$$



На основу једначине 2.2 следи да димензија брзине представља количник димензија дужине и времена. Димензија величине Q означава се са: $\dim Q$. Димензије се пишу великим усправним словима латинице ($\dim Q = Q$). Димензија брзине, изражена преко дужине и времена, чије су димензије означене са L и T , једнака је LT^{-1} .

Заједничко својство величина које међусобно могу да се пореде назива се **врста величине** (*kind of quantity*). Величине исте врсте (*quantities of the same kind*) су величине које се квалитативно разликују од других величина са којима не могу да се пореде. Величине исте врсте могу заједно да се групишу у категорије величина, на пример:

- дебљина, обим, таласна дужина;
- механички рад, електрична енергија, топлота.

Величине које су исте врсте имају исту димензију. Међутим, обрнуто не мора да важи. Величине које имају исту димензију не морају да представљају величине исте врсте. Момент силе и енергија, на пример, имају исту димензију, али и различиту природу.

Израз којим је представљен неки природни закон, у којем словне ознаке представљају (физичке) величине, назива се **величинска једначина** (*quantity equation*). Она симболички приказује везу између величина. Та је веза независна од начина на који се квантитативно представљају величине које се у једначини појављују. 7],[8]

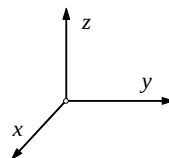
2.1.1 МЕХАНИЧКЕ ВЕЛИЧИНЕ

У тродимензионалној геометрији¹¹, поред дужине (*length*, l) постоје још (само) две величине: површина (*area*, *surface*, S) и запремина (*volume*, V) за које важи:

¹¹ Првобитно, геометрија је представљала област науке о природи, дакле физике (грч. *phýsis*, природа). Још у доба фараона, Египћани су изумели вештину премеравања земље. Из ње се развила емпиријска наука чији су закони произишли из посматрања [7]. Тек су хеленски мислиоци открили да се геометрија (грч. *geōmetría*, земљомерство) може изградити као дедуктивни систем, у којем се свака теорема изводи из неколико полазних ставова који се сматрају истином коју не треба доказивати. Геометрија постаје део математике, науке о величинама (грч. *máthēma*, знање). Притом не треба губити из вида да се у основи геометрије, као математичке теорије простора, налази мерење: број димензија неког простора једнак је броју мерења који је потребан да би се одредио положај неке тачке у том простору [8].

$$S = \int_S dS = \int_S dx dy, \text{ и} \quad (2.4)$$

$$V = \int_V dV = \int_V dx dy dz. \quad (2.5)$$



Ма која од ових геометријских величина (l , S , V) може да се посматра као основна величина, али је “природно” да то буде дужина. За правилне геометријске облике, које у правоуглом координатном систему представљају квадрат и коцка, претходне једначине се своде на:

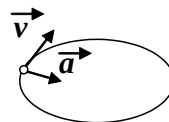
$$S = l^2 \text{ и } V = l^3. \quad (2.6)$$

У кинематици¹², поред наведених геометријских величина, постоје још три величине¹³: време (*time*, t), брзина (*velocity*, v) и убрзање (*acceleration*, a). Ове три величине повезане су двома једначинама:

$$v = \frac{dl}{dt}, \text{ и} \quad (2.7)$$

$$a = \frac{dv}{dt}. \quad (2.8)$$

Брзина и убрзање су векторске величине. Вектор брзине има правац тангенте на путању у тачки у којој се тело налази.



Заједно са геометријским величинама, у кинематици постоји укупно шест величина, а само четири једначине које их повезују. То значи да у систему кинематичких величина морају да постоје две независне, основне величине. По “природи ствари”, усвајају се дужина и време.

Да би се обухватиле динамичке¹⁴ појаве, потребно је увести нове физичке величине. То су, пре свих, маса (*mass*, m), која описује својство инерције, количина кретања¹⁵ (*momentum*, mv), за коју важи закон одржања¹⁶, и сила (*force*, F), која је мера узајамног деловања тела.

Први Њутнов закон механике (закон инерције) уводи појам силе: сила је узрок промене стања кретања тела. Сила је векторска величина.

¹² Кинематика је део механике, односно физике, у којем се узима у обзира само и једино премештање тела у простору и током времена. Проучавају се геометријска својства кретања тела, не разматрајући њихово узајамно деловање и узроке који доводе до тог кретања (грч. *kinēma*, покрет, кретање).

¹³ Симболи штампани масним словима (*bold*) означавају векторе.

¹⁴ Динамика је део механике, односно физике који се бави силама и кретањима које те силе производе (грч. *dynamikē*, од *dynamis*, сила).

¹⁵ Количина кретања (лат. *momentum*, оно што покреће, подстиче) је општа карактеристика стања кретања из које се може одредити и узрок кретања тела (сила) и једначина кретања тела (путања). Други назив за ову величину је импулс, (лат. *impulsus*, подстицај) [9].

¹⁶ У изолованом систему тела која се међусобно еластично сударају, укупна количина кретања пре судара једнака је укупној количини кретања након судара.

Материјална тачка¹⁷ не мења стање кретања уколико је резултанта свих сила које на њу делују једнака нули.

Други Њутнов закон (закон кретања) дефинише силу као извод количине кретања по времену:

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}. \quad (2.9)$$

Ако сила делује на тело чија је маса константна важи:

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{l}}{dt^2} = m \mathbf{a}. \quad (2.10)$$

Вектор убрзања има правац вектора силе која на тело делује.

Између свих тела која имају масу увек делује и привлачна сила - гравитација¹⁸. Интензитет гравитационе силе F_g која делује између два тела која се могу посматрати као материјалне тачке управно је сразмерна њиховим масама, m_1 и m_2 , а обрнуто сразмерна квадрату растојања r :

$$\mathbf{F}_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (2.11)$$

где је γ универзална гравитациона константа, која не зависи од природе тела која се привлаче.

Енглески физичар и математичар Њутн (*Isaac Newton*, 1643-1727), син сељака, постао је први научник који је добио витешку титулу. Поставио је основе диференцијалног и интегралног рачуна и формулисао основне законе механике. У свом делу *Philosophia naturalis principia mathematica* (1687) увео је у физику појам масе.

Сматра се да је закон гравитације једно од највећих открића свих времена. Њутнова гравитациона константа је једна од најважнијих константи у физици.



Њутн

Промена стања кретања крутог¹⁹ тела је резултат деловања неке силе. Постоје два основна облика кретања крутог тела: транслација и ротација. При транслаторном кретању све тачке тела имају једнаке брзине и описују једнаке и међусобно паралелне путање. При ротационом (обртном) кретању све тачке тела врше кружно кретање крећући се истом угаоном брзином по путањама које су у равни управној на осу ротације (на којој се налазе центри њихове ротације). Ротационо кретање тела настаје деловањем момента силе. То је векторска величина која је једнака векторском производу вектора положаја нападне тачке силе и вектора силе:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}. \quad (2.12)$$

¹⁷ Тело малих димензија које се могу занемарити у односу на простор који је од интереса, а које је сачувало своју материјалност.

¹⁸ У природи, према јачини и домету, силе се могу поделити на: гравитациону, електромагнетску, слабу нуклеарну и јаку нуклеарну силу.

¹⁹ Тело код којег се дејством спољашње силе не мења растојање између две било које његове материјалне тачке.

Притисак (*pressure*, p) је скаларна величина која је дефинисана као количник силе и површине на коју та сила (вертикално) делује:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (2.13)$$

Када сила делује на чврсто тело долази до деформације његовог облика и запремине. Промена која нестаје престанком дејства (тело добија првобитни облик и запремину) назива се еластична деформација. Када су промене мале, деформација је сразмерна величини силе која је изазива (Хуков закон):

$$F = kl, \quad (2.14)$$

где је k константа сразмере која зависи од својстава тела које се деформише.

Елементарни рад који стална сила F изврши померањем неког тела за дужину dI једнак је, по дефиницији:

$$dA = F dI. \quad (2.15)$$

У општем случају, механички рад A који изврши сила F при премештању тела из тачке A у тачку B одређен је изразом:

$$A = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{I}. \quad (2.16)$$

За описивање динамичких процеса потребна је још једна физичка величина: енергија. То је скаларна величина која у најопштијем смислу представља један од облика постојања материје. Она може да има различите облике, али се не може уништити нити ни из чега створити. Може да прелази из једног у други облик, а да се притом њена укупна количина у изолованом систему одржава (закон одржања енергије).

У механици се енергија дефинише као способност вршења рада. Механички рад и механичка енергија су величине исте врсте. Брзина вршења рада, односно брзина којом се енергија претвара из једног облика у други, назива се снага (*power*, p). По дефиницији је:

$$p = \frac{dA}{dt} = \frac{dW}{dt}. \quad (2.17)$$

Основни облици енергије у механици су кинетичка (W_k) и потенцијална енергија (W_p). Њихов збир се назива механичка енергија. Кинетичка енергија тела је енергија кретања. Њу поседују сва тела која се крећу. Тело чија је маса m , а брзина кретања v има енергију једнаку:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (2.18)$$

Потенцијална енергија је одређена положајем тела. Гравитациона потенцијална енергија коју има тело масе m када се налази на некој висини h изнад тла једнака је:

$$W_p = mgh, \quad (2.19)$$

где је g убрзање при слободном паду (гравитационо убрзање).

Еластичну потенцијалну енергију има еластично деформисано тело. Опруга растегнута за дужину l има потенцијалну енергију која је једнака раду који је извршен при истезању:

$$W_e = \frac{kl^2}{2}. \quad (2.20)$$

Да би се обухватили закони динамике довољно је основним величинама кинематике додати једну нову величину. Усвојено је да је то маса²⁰. Тако у целокупној механици постоје само три величине које нису дефинисане другим величинама: дужина, време и маса. Тим трима величинама могуће је дефинисати све остале величине које се појављују у механици.

2.1.2 ЕЛЕКТРИЧНЕ ВЕЛИЧИНЕ

Да би се на погодан начин обухватиле и појаве којима се бави наука о електрицитету, потребна је још једна основна величина, својствена електричним појавама. Полазни појам у овој области физике је наелектрисање²¹, адитивна скаларна физичка величина која је уведена аксиоматски²² да би се формулисала одређена међусобна дејства опажена експериментално [9], [10]. Постоје две врсте наелектрисања. Оне се конвенционално називају позитивним и негативним. Укупно наелектрисање електрично изолованог система не може да се промени (закон одржања наелектрисања).

2.1.2.1 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Између два наелектрисана тела која узајамно мирују делује електростатичка сила (*electrostatic force*), која може да буде привлачна или одбојна. Истоимена наелектрисања се одбијају, а разноимена привлаче. Између два наелектрисана тела, чије се димензије могу занемарити²³, делује електрична сила F_e која је одређена изразом:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (2.21)$$

²⁰ Маса је дефинисана као позитивна адитивна скаларна величина која карактерише појаве инерције и гравитације.

²¹ У стручној литератури се користе и називи: електрично оптерећење (енг. *electric charge*, нем. *electrische Ladung*), електрични набој, електрични товар (рус. *электрический заряд*), количина електрицитета.

²² Појам "аксиом" (од грч. *axioma*, углед, ауторитет сам по себи) означава истину која се не доказује.

²³ Тачкаста наелектрисања.

у којем q_1 и q_2 представљају наелектрисања тих тела, $\mathbf{r}$ је вектор положаја (радијус-вектор) који полази од тела чије је наелектрисање q_1 а завршава се на телу наелектрисања q_2 . Величина ε представља својство средине у којој се тела налазе²⁴.

Користећи прецизну торзиону вагу, коју је сам конструисао, француски војни инжењер Кулон (*Charles de Coulomb*, 1736-1806) доказао је да закон којим је одређена електрична сила која делује између два наелектрисана тела има истоветан облик као и Њутнов закон гравитације. Кулонов закон омогућује успостављање везе између електричних и механичких величина.



Кулон

Наелектрисано тело ствара у својој околини електрично поље²⁵ које делује електричном силом на сваку наелектрисану честицу која се у том пољу налази. Када се налази у страном електричном пољу, наелектрисана честица има електричну потенцијалну енергију²⁶ која може да се претвори у механички рад, ако се та честица креће под дејством силе поља. Количник потенцијалне енергије W_q , коју неко наелектрисано тело има у страном електричном пољу, и наелектрисања тог тела, q , представља својство електричног поља у тачки у којој се посматрано тело налази, а не зависи од наелектрисања тела на које поље делује. Овај количник се назива електрични потенцијал:

$$V = \frac{W_q}{q} . \quad (2.22)$$

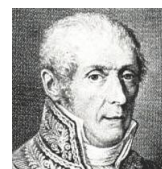
Промена електричне потенцијалне енергије наелектрисаног тела при његовом премештању из тачке М у тачку N електричног поља сразмерна је разлици потенцијала тих тачака:

$$W_{MN} = q(V_M - V_N) . \quad (2.23)$$

Ова разлика потенцијала представља веома важну величину у електротехници. Назива се електрични напон (*voltage*):

$$U_{MN} = V_M - V_N . \quad (2.24)$$

Италијански физичар Волта (*Alessandro Volta*, 1745-1827) је развио први трајни електрични извор електричног напона (Волтин стуб) што је убрзало истраживања електричних појава. У знак признања за допринос развоју науке о електрицитету Наполеон га је прогласио за грофа (1810).



Волта

Наелектрисање може да се преноси са тела на тело и складишти. Електрични елемент у којем се сакупља наелектрисање назива се

²⁴ Назива се пермитивност (*permittivity*). У изотропној средини (са једнаким физичким својствима у свим правцима) пермитивност је скаларна величина.

²⁵ Под називом "поље", у физичком смислу, подразумева се, простор у коме је нека физичка величина распрострањена. Појам физичког поља у науку је увео Мајкл Фарадеј.

²⁶ Под називом "потенцијална енергија" подразумева се енергија положаја.

кондензатор²⁷. Електрична капацитивност кондензатора је дефинисана као количник унетог наелектрисања и напона који постоји између његових прикључака:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (2.25)$$

При наелектрисавању кондензатора долази до нагомилавања електричне потенцијалне енергије. Укупна потенцијална енергија садржана у кондензатору једнака је:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (2.26)$$

2.1.2.2 ЕЛЕКТРОДИНАМИКА

Уређено (усмерено) кретање носилаца наелектрисања, без обзира на узроке овог кретања и на врсту наелектрисања која учествују у овом кретању, назива се електрична струја (*current*). Квантитативни показатељ ове појаве је скаларна величина која се назива јачина електричне струје²⁸. По својој природи представља брзину преношења наелектрисања кроз неку средину. Веза између јачине струје i и наелектрисања q дефинисана је диференцијалном једначином:

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (2.27)$$

односно:

$$q = \int i dt. \quad (2.28)$$

У општем случају, вредност струје је функција времена. Количина електрицитета $q[t_p, t_k]$, која кроз неку посматрану површ прође у временском интервалу од тренутка t_p до тренутка t_k , једнака је:

$$q[t_p, t_k] = \int_{t_p}^{t_k} i(t) dt. \quad (2.29)$$

Ако променљива струја $i(t)$ протиче кроз кондензатор, чија је капацитивност C , напон између његових крајева мења се по интегралном закону:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + U_0, \quad (2.30)$$

где је U_0 вредност напона $u(t)$ у почетном тренутку $t = 0$. На основу ове

²⁷ Кондензатор (*capacitor*) је елемент са једним приступом (два прикључка) у којем се врши нагомилавање електростатичке енергије. Назив потиче од латинске речи *condensatio*, згушњавање, скупљање, гомилање.

²⁸ Појмове електрични напон и електрична струја увео је у физику Ампер [11].

једначине следи да напон на кондензатору не може тренутно да се промени²⁹.

Да би у неком телу постојала електрична струја потребно је да између крајева тог тела делује извор³⁰ електричног напона који ће у њему успоставити електрично поље. То доводи до усмереног кретања слободних носилаца наелектрисања које се макроскопски испољава као електрична струја. Веза између електричне струје $i(t)$, која тече кроз проводник³¹, и напона $u(t)$, који делује између његових крајева, одређена је линеарном једначином:

$$u(t) = Ri(t). \quad (2.31)$$

која се у електротехници назива “Омов закон”. Овом једначином дефинисана је величина R која је названа електрична отпорност (*resistance*). Она представља својство проводног тела у којем се струја успоставља. Величина која се назива електрична проводност, G , дефинисана је еквивалентним изразом:

$$i = Gu. \quad (2.32)$$

Георг Ом (*Georg Simon Ohm*, 1789-1854), наставник гимназије, је након двогодишњег стрпљивог експериментисања, открио један од основних закона електротехнике (1827). Иако жестоко оспораван од својих савременика, више од пола века касније, на првом Међународном електротехничком конгресу (1881) јединица за мерење електричне отпорности је добила назив ом (Ω).



Ом

При протицању електричне струје кроз проводник електрична енергија се неповратно претвара у топлотну. Ова појава се назива Џулов ефекат. Електрична енергија која се, услед протицања сталне електричне струје I кроз отпорник чија је отпорност R , претвори у топлоту током временског интервала чије је трајање t , једнака је:

$$W = RI^2t. \quad (2.33)$$

Електрична снага је брзина којом се одвија процес претварања електричне енергије у топлоту. На основу једначине 2.33 следи да је снага којом се при протицању сталне струје електрична енергија претвара у топлоту једнака:

²⁹ Да би се напон тренутно променио, потребно је да струја буде бесконачно велика, што је физички немогуће остварито. Овај закључак се у теоријској анализи електричних кола назива “Теорема о непрекидности напона између крајева кондензатора”.

³⁰ Елемент који има способност да дуже време производи и предаје електричну енергију назива се извор (генератор). У изворима се спољашња енергија (хемијска, топлотна, механичка или енергија неког другог облика) претвара у електричну енергију која се преноси (предаје) другим елементима са којима је извор повезан.

³¹ Са становишта електромагнетизма, проводник (*conductor*) је тело (супстанција) у којем постоје носиоци наелектрисања који могу да се померају под дејством електричног поља. Са становишта електротехнике, проводник је део електричног кола чији је задатак да омогући протицање електричне струје.

$$P = \frac{W}{t} = RI^2. \quad (2.34)$$

У општем случају, када напон између крајева електричног елемента и струја која кроз њега протиче представљају променљиве величине, за електричну снагу важи израз:

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = u(t)i(t). \quad (2.35)$$

Енглески физичар Џул (*James Joule*, 1818-1889) је експерименталним путем утврдио да је “топлота ослобођена у неком металном проводнику за дато време сразмерна производу отпорности тог отпорника помноженој са квадратом интензитета електричне струје” [11].

Свој рад “О топлоти ослобођеној у металним проводницима електрицитета и у ћелијама батерија за време електролизе” Џул је објавио када му је било само 23 године.



Џул

Електрична енергија, $W[t_p, t_k]$, претворена у топлоту током временског интервала од t_p до t_k , једнака је:

$$W[t_p, t_k] = \int_{t_p}^{t_k} p(t) dt. \quad (2.36)$$

При анализи и пројектовању електричних кола посматра се средња вредност електричне снаге. Према дефиницији, она је једнака вредности сталне снаге при којој би се у посматраном временском интервалу ослободила једнака количина топлоте:

$$P = \frac{W[t_p, t_k]}{t_k - t_p} = \frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} p(t) dt. \quad (2.37)$$

На основу једначина (2.31) и (2.37) следи:

$$P = RI_{ef}^2, \quad (2.38)$$

где је I_{ef} величина која се назива “ефективна вредност” струје у посматраном временском интервалу³²:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} i^2(t) dt}. \quad (2.39)$$

Према дефиницији, ефективна вредност променљиве електричне струје једнака је вредности сталне струје при којој би се током посматраног временског интервала ослободила иста количина топлоте.

Вредност средње снаге може да се изрази и преко напона:

$$P = \frac{U_{ef}^2}{R}, \quad (2.40)$$

где је U_{ef} ефективна вредност напона у посматраном временском интервалу:

³² У стручној литератури на енглеском језику користи се ознака I_{RMS} ($RMS = root-mean-square$).

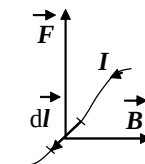
$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} u^2(t) dt} . \quad (2.41)$$

У простору око проводника кроз који тече електрична струја образује се магнетско поље које делује силом на наелектрисане честице које се у њему крећу. Основна величина којом се описују магнетске појаве је векторска величина која се назива магнетска индукција³³. Сила која у магнетском пољу индукције $\mathbf{B}$ делује на тачкасто наелектрисање q које се креће брзином $\mathbf{v}$ одређена је векторским производом вектора $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$ (Лоренцова сила³⁴):

$$\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} . \quad (2.42)$$

Сила којом магнетско поље индукције $\mathbf{B}$ делује на праволинијски сегмент проводника дужине $d\mathbf{l}$, кроз који протиче стална струја I , одређена је изразом;

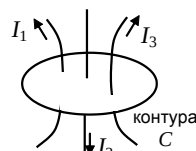
$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B} . \quad (2.43)$$



Квантитативна веза између индукције магнетског поља и струја која то поље стварају описана је Амперовим законом. Линијски интеграл вектора магнетске индукције $\mathbf{B}$ дуж произвољне затворене контуре једнак је збиру сталних струја које та контура обухвата.

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu \sum_{k=1}^n I_k \quad (2.44)$$

где је μ величина која описује магнетску пропустљивост (пермеабилност) средине.



Низом експеримената, француски физичар Ампер (*André-Marie Ampère*, 1775-1836) открио је сложене квантитативне односе између електричних струја и магнетских сила која настају при протицању електричне струје. Ампер је први сагледао да су магнетске појаве произведене електрицитетом (1821) и предложио да се електромагнетско дејство електричне струје искористи за пренос порука на даљину [11].

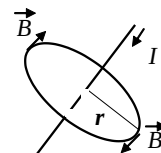


Ампер

На основу Амперовог закона може да се изведе израз за вредност магнетске индукције коју ствара праволинијски проводник, кружног пресека и бесконачне дужине, кроз који протиче стална струја I :

$$B = \mu \frac{I}{2\pi r} . \quad (2.45)$$

Интензитет магнетске индукције смањује се по хиперболичком закону са растојањем r од проводника³⁵.



³³ У стручној литератури на енглеском језику ова величина се назива "густина магнетског флукса" (*magnetic flux density*).

³⁴ Ова сила назива се и "електромагнетска сила" или "електродинамичка сила", јер се у основи ради о узајамном деловању наелектрисања која се крећу [12].

³⁵ Овај израз се обично назива Био-Саваров закон, према именима француских физичара који су га први формулисали 1820. године (*Jean-Baptiste Biot, Felix Savart*).

За анализу појава везаних за магнетско поље посебан значај има величина која представља површински интеграл магнетске индукције:

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \, d\mathbf{S}. \quad (2.46)$$

Назива се магнетски флукс. Када се кроз проводник који образује затворену контуру мења магнетски флукс, у њему се појављује индукована електромоторна сила³⁶ ε која је одређена брзином промене магнетског флукса кроз посматрану контуру:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}. \quad (2.47)$$

Ова једначина се назива Фарадејев закон индукције [12]. То је један од најважнијих закона електродинимике. Посебан практичан значај има у електротехници, у којој се поред отпорника и кондензатора користе и индуктивни калемови³⁷, пасивни елементи у којима се остварује нагомилавање магнетске енергије. Калем је елемент који симболизује појаву самоиндукције. То је појава електромоторне силе у проводнику кроз који пролази променљива струја. Индуктивност калема дефинисана је једначином која повезује напон између крајева калема и брзину промене струје која кроз њега протиче:

$$u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (2.48)$$

Струја кроз калем, чија је индуктивност L , између чијих крајева делује напон u , мења се по интегралном закону:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + I_0, \quad (2.49)$$

где је I_0 вредност струје i у почетном тренутку $t = 0$. На основу једначине 2.49 следи да струја кроз калем не може тренутно да се промени³⁸.

Појаву електромагнетске индукције је открио Фарадеј (*Michael Faraday*, 1791-1867). Син сиромашног ковача, радећи као шегрт у књиговезници, Фарадеј је стицао основна знања читајући књиге које је повезивао. Када је тако у Британској енциклопедији прочитао поглавље о електрицитету решио је да се посвети науци. Такорећи самоук, генијални експериментатор је дао изузетан допринос науци о електрицитету. Његове описне формулације низа закона су касније преточене у математичке изразе који се данас користе.



Фарадеј

³⁶ Називом "електромоторна сила" (*electromotive force*, *e.m.f.*) означава се својство извора електричне енергије да изазове усмерено кретање наелектрисаних честица (електричну струју). Сматра се да је овај назив први применио Волта, да значи узрок који доводи до кретања (лат. *motus*, кретање) наелектрисања односно до појаве електричне струје у колу (отуд термин "*electromotive*"). Реч "сила" је неодговарајућа. У Међународном речнику електротехнике користи се назив "напон извора" (*source voltage*). Назив "електромоторна сила" је напуштен, али и даље опстаје.

³⁷ Назив потиче од основног облика овог елемента: ваљак са спирално намотаном жицом (*coil*, *Spule*, *катушка*). У употреби су и називи "завојница" и "индуктивитет" (*inductor*).

³⁸ Овај закључак се у теоријској анализи електричних кола назива "Теорема о непрекидности струје кроз калем".

Светлост је електромагнетска појава која има посебну улогу у савременој науци. Основна својства светлости су брзина простирања (c), учестаност (f) и таласна дужина (λ). Веза између ових величина дата је једначином:

$$f = \frac{c}{\lambda}. \quad (2.50)$$

Брзина светлости у вакууму, c_0 , представља константу универзума. Између брзине светлости у вакууму, електричне и магнетске константе вакуума³⁹ постоји веза [13]:

$$\mu_0 \epsilon_0 c_0^2 = 1. \quad (2.51)$$



Максвел

Фарадејеве идеје и закључке математички је уобличио и објединио шкотски физичар Максвел (*James Clerk Maxwell*, 1831-1879) у свом раду “Динамичка теорија електромагнетског поља” (1864).

Максвел је својом теоријом предвидео, а немачки физичар Херц (*Heinrich Rudolph Hertz*, 1857-1894) експериментално доказао постојање електромагнетских таласа.



Херц

Иако је, на први поглед, “природно” да основну електричну величину представља наелектрисање, усвојено је, из практичних разлога, да је то електрична струја. Све остале електричне величине су изведене величине. Њихове димензије могу да се одреде на основу једначина којима су исказани закони електромагнетизма.

2.1.3 ОСТАЛЕ ФИЗИЧКЕ ВЕЛИЧИНЕ

У науци о топлоти основна величина је количина топлоте (*amount of heat*) која представља један од облика енергије (топлотна енергија). Она се може добити сагоревањем горива (када се хемијска енергија претвара у топлотну), трењем (механичка енергија се претвара у топлотну) или Џуловим ефектом (термичко дејство електричне струје). Могући су и обратни процеси: претварање топлотне у друге облике енергије. Друга величина својствена топлотним процесима је температура⁴⁰. Топлотна енергија прелази са једног тела на друго уколико се њихове температуре разликују. При том процесу, једно тело се загрева на рачун другог.

Француски математичар и физичар Фурије (*Jean-Baptist Joseph Fourier*, 1768 -1830) је, анализирајући топлотне појаве, закључио да се оне могу целовито математички представити, ако се трима основним механичким величинама додају температура и количина топлоте (Аналитичка теорија топлоте, 1822).

Количина топлоте тела је део његове укупне унутрашње енергије, везане за хаотично кретање и интеракцију његових честица.



Фурије

³⁹ Величина ϵ_0 (електрична константа) назива се и апсолутна пермитивност вакуума. Величина μ_0 (магнетска константа) назива се и апсолутна пермеабилност вакуума.

⁴⁰ Назив потиче од латинске речи *temperare*, умерити, умеравати.

Температура се описно дефинише као “степен загрејаности неког тела”. Тако дефинисана “емпиријска температура” квантитативно се одређује у односу на скалу⁴¹ која се дефинише погодном (али ипак, произвољно) изабраним референтним тачкама којима се приписују одређене вредности [14]. Најзначајнија је скала коју је увео шведски астроном Целзијус (1742), који је као референтне тачке узео тачку мржњења и тачку кључања хемијски чисте воде, а размак између ове две тачке поделио на сто делова⁴².

Температура се мери посредно, посматрањем појава које су зависне од степена загрејаности. Одговарајуће својство физичког тела служи као температурски параметар. Сматра се да је прву нараву која је омогућавала посматрање промене температуре конструисао италијански научник Галилеј (1606) искористивши појаву ширења гасова са повећањем температуре (термоскоп). Француски физичар Геј-Лисак (1802) је експериментално утврдио да се при сталном притиску запремина гаса линеарно повећава са температуром:

$$V = V_0(1 + \gamma t), \quad (2.52)$$

где је V_0 запремина гаса на температури $t = 0$, а γ сачинилац топлотног ширења гасова. На основу низа мерења утврдио је да се при промени температуре за један степен запремина гаса промени за $1/266,6$ део своје запремине на нула степени⁴³. Сачинилац термичког ширења има скоро исту вредност без обзира на врсту гаса.

Ако се при загревању гаса његова запремина одржава сталном, са повећањем температуре повећава се притисак. Израз који описује функцију $p(t)$ има истоветан облик.

$$p = p_0(1 + \gamma t). \quad (2.53)$$

Повећање запремине са повећањем температуре својствено је и течностима:

$$V = V_0(1 + \beta t), \quad (2.54)$$

али је сачинилац топлотног ширења, β , мањи него код гасова, и зависи од врсте течности.

Чврста тела се такође шире са повећањем температуре, али је ова појава знатно мање изражена, а промена димензија се само у првој апроксимацији може сматрати линеарном функцијом температуре:

$$l = l_0(1 + \alpha t). \quad (2.55)$$

⁴¹ Под називом “скала” у мерној техници се подразумева уређен скуп непрекидних или дискретних вредности неке величине, утврђен договором са циљем да служи као референца за уређивање појединачних величина дате врсте (лат. *scale*, мердевине).

⁴² Целзијус је тачку кључања воде означио као нулу скале, а тачку мржњења као 100 степени. Дакле, обрнуто у односу на стотичну (*centesimal*) скалу која је прихваћена на седмом заседању Генералне конференције за тегове и мере (1927), а важи и данас.

⁴³ На основу низа тачнијих мерења, која су касније извршена, вредност сачиниоца термичког ширења гасова је коригована на $1/273,15$.

Описане појаве ширења искоришћене су за израду мерила температуре (термометара⁴⁴), али и сагледавање универзалне температурске скале која не зависи од супстанције од које је израђено температурско тело чије се неко својство мења са променама температуре. Закони који описују термичко ширење показују да не постоји горња граница температуре, али да постоји доња, која представља “апсолутну нулу”. То је температура која одговара стању када савршени гас нема притисак⁴⁵.

Кинетичка теорија гасова анализира савршене гасове посматрајући честице гаса као куглице које се међусобно еластично сударају⁴⁶. Средња вредност кинетичке енергије честица сразмерна је температури гаса:

$$\overline{E_k} = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad (2.56)$$

где је k Болцманова константа. Температура је мера за енергију топлотног кретања микрочестица неког тела. Апсолутна нула је температура која одговара стању када честице гаса престану да се крећу.

Део физике који проучава термичка својства макроскопских система, не водећи рачуна о микроструктури честица које чине систем, назива се термодинамика. За описивање топлотног стања неког тела (система), које се налази у топлотној равнотежи, користи се **термодинамичка температура** која је сразмерна његовој термичкој енергији. Полазећи од закона термодинамике, британски физичар Томпсон предложио је увођење термодинамичке температурске скале, која почиње од апсолутне нуле⁴⁷. Друга дефиницијска температура је тројна тачка воде⁴⁸. Термодинамичка температурска скала је представљена правом линијом која полази од апсолутне нуле, пролази кроз једну дефиницијску тачку и продужава се према вишим температурама, без ограничења.

Шкотски научник Томпсон (*Villiam Thompson*, 1824 -1907) је један од најзначајнијих научника у другој половини деветнаестог века. У знак признања за научне заслуге, енглеска краљица је Томпсона прогласила за племића (*1st baron Kelvin of Largs*, 1892). Термодинамичка температурска скала се назива Келвинова скала.



Келвин

У фотометрији⁴⁹ и радиометрији⁵⁰, основна величина је јачина светлости (светлосна јачина, *luminous intensity*) која описује интензитет зрачења

⁴⁴ Предметак термо- у сложеницама има значење топлота, топлотни, топао (грч. *thermós*).

⁴⁵ Гасови за које важе изрази 2.52 и 2.53 називају се савршеним (идеалним). Стварни гасови одступају од ових закона. Апсолутну нулу није могуће измерити применом гасног термометра јер на ниским температурама стварни гасови прелазе у течност.

⁴⁶ Еластични судар је судар два тела при коме нема претварања механичке енергије у друге облике.

⁴⁷ Идеја о апсолутној нули се појавила знатно раније (Амонтон, 1703), али је тек откриће закона термодинамике пружио научну основу да се температура дефинише као основна величина [13].

⁴⁸ Тројна тачка воде је стање у којем постоје у равнотежи сва три агрегатна облика воде: чврсто, течност и гасовито.

⁴⁹ Фотометрија је област науке која се бави мерењем електромагнетског зрачења које се може детектовати људским оком (грч. *phōs*, светлост).

одређене таласне дужине, коју извор емитује у правцу посматрача, а означава се са I_v .

Светлост је један од облика енергије. Јачина светлости је одређена снагом коју извор зрачи у одређеном правцу. Ова величина се назива јачина зрачења (*radiant intensity*) и обично означава се I . За монохроматску светлост⁵¹ чија је таласна дужина λ , коју зрачи изотропан извор⁵², у фотометрији важи:

$$I_v = 683 I_y(\lambda), \quad (2.57)$$

где је $y(\lambda)$ светлосна функција (*luminosity function*), бездимензиона величина која описује осетљивост људског ока на светлост различитих боја.

У физичкој хемији⁵³ основна величина је количина градива (*amount of substance*). Под овим појмом подразумева се број елементарних јединки одређене врсте који је садржан у датом узорку материје. Посматране јединке могу да буду атоми, молекули, јони, електрони или друге честице, односно групе таквих честица.

Према Авогадровом закону, у датој запремини савршеног гаса број честица не зависи од хемијске природе гаса. То омогућује поређење масе појединачних честица (молекула) различитих гасова.

Италијански научник Авогадро (*Amadeo Avogadro*, 1776 - 1856) увео је у хемију појам молекула (1811) и поставио хипотезу, која данас представља закон, потврђен многим експериментима.

"Једнаке запремине различитих гасова, при истој температури и при истом притиску, садрже једнак број молекула"



Авогадро

2.1.4 СИСТЕМИ ВЕЛИЧИНА

Скуп величина између којих постоје дефинисани односи представља **систем величина** (*system of quantities*). **Основна величина** (*base quantity*) једног система је једна од величина у систему величина која је усвојена као функционално независна величина. **Изведена величина** (*derived quantity*) је величина која је у посматраном систему величина дефинисана као функција основних величина. **Величинска једначина** (*quantity equation*) симболички приказује везу између величина, у датом систему величина, која је независна од начина на који се квантитативно представљају величине које се у једначини појављују.

⁵⁰ Радиометрија је област науке која се бави мерењем електромагнетског зрачења у опсегу таласних дужина од 0,01 μm до 1000 μm (лат. *radius*, зрак). Обухвата читав спектар укључујући ултраљубичасто, видљиво и инфрацрвено зрачење.

⁵¹ Светлост чији зраци имају исту таласну дужину (грч. *mónos*, један; *chrōma*, боја).

⁵² Извор који у свим правцима зрачи једнаком јачином (грч. *isos*, једнак; *trōpos*, начин).

⁵³ Наука која проучава међусобну зависност физичких и хемијских појава.

Наведене дефиниције не одређују унапред број величина које могу да се изаберу као независне. Дефиниције не одговарају ни на питање да ли се нека величина може да избере као основна величина, ако су неке друге величине већ изабране као такве.

У области механике традиционално се као основне величине користе дужина, маса и време. Могућ је и другачији избор. У англо-америчком говорном подручју коришћен је систем у којем је трећу основну величину представљала сила.

Кулонов закон повезује науку о електрицитету и механику. Ако се усвоји да је електрична пермитивност средине (ϵ) бездимензиона величина, димензија наелектрисања, а то значи и свих електричних величина, може се изразити у функцији основних механичких димензија L , M и T . Средином деветнаестог века, немачки научници Гаус и Вебер, као и њихови следбеници, придавали су томе велику важност очекујући да је могуће механичко објашњење свих физичких појава⁵⁴. Веровало се да је тај број од три димензије дат од саме природе, да се у димензионим обрасцима налази скривена “механичка природа” електричних величина. У таквом систему електрична отпорност има исту димензију као и брзина, што је физичарима тога доба указивало да је електрична отпорност брзина нечега [15]. На истој основи могу се обухватити и електромагнетске појаве, ако се усвоји да је и магнетска пермеабилност (μ) величина без димензија. Овакав приступ био је, некада, омиљен у теоријској физици, али никада није прихваћен у електротехници, јер полазне претпоставке доводе до необичних димензионих израза. На пример, димензија индуктивности је иста као и димензија капацитивности, а обе, “по својој природи”, представљају дужину.

Постојимо у просторно-временском континууму, а теоријски, могуће је све физичке величине свести на две основне: простор и време. У тако дефинисаном систему величина (*space – time*, ST), наелектрисање би имало димензију дужине, маса $L^{-3}T^3$, а енергија $L^{-1}T$ [16].

Као научно решење, данас је широко прихваћен и потписима подржан **међународни систем величина** (*International System of Quantities, ISQ*) који се заснива на седам основних величина. Њихови називи и ознаке димензије приказани су у табели 2.2.

Величина	Ознака димензије
Дужина (<i>length</i>)	L
Маса (<i>mass</i>)	M
Време (<i>time</i>)	T
Електрична струја (<i>electric current</i>)	I
Термодинамичка температура (<i>thermodynamic temperature</i>)	Θ
Светлосна јачина (<i>luminous intensity</i>)	J
Количина градива (супстанције) (<i>amount of substance</i>)	N

Табела 2.2. Основне величине *ISQ* система

⁵⁴ Сматра се да је такав систем величина први предложио и образложио Карл Гаус (1832), због чега се назива: Гаусов систем.

У складу са овим системом је и систем којим су дефинисане јединице мере којима се исказује великост појединачне физичке величине одређене врсте.

2.1.5 ДИМЕНЗИОНА АНАЛИЗА

Математички изрази којима се исказују природни закони, садрже величине које су заступљене својим димензијама и својом вредношћу. У њима постоји двострука једнакост леве и десне стране једначине: димензиона и бројна. Димензионални обрасци немају само теоријски значај. Они олакшавају проверу димензионе усаглашености једначина којима се описује нека појава, односно стање неког физичког система. Израз не може да буде тачан ако не постоји димензиона једнакост чланова једначине⁵⁵.

Димензиона анализа се заснива на једноставним правилима:

- димензија збира једнака је димензији сваког његовог сабирка;
- димензија производа једнака је производу димензија његових чинилаца.

Под називом **димензија величине** (*quantity dimension*) подразумева се израз којим се нека величина, у посматраном систему величина, приказује као производ степенованих чинилаца који представљају основне величине тог система. Димензија величине X , изражена преко димензија величина A , B и C , у најопштијем случају има облик:

$$\dim X = X = A^a \cdot B^b \cdot C^c.$$

Димензиони експоненти, a , b и c , су позитивни или негативни бројеви, или нула. У општем случају, експоненти могу да представљају разломке.

Димензиони израз (образац) се добија када се из величинске једначине величине, које у њој фигуришу, замене димензијама, а избаце сачиниоци који представљају бројеве. На основу једначина 2.4 и 2.5, на пример, следе димензиони изрази за површину и запремину⁵⁶:

$$S = L^2 \text{ и } V = L^3.$$

Димензије електричних величина се изражавају преко димензија дужине, масе, времена и електричне струје:

$$\dim X = X = L^l \cdot M^m \cdot T^t \cdot I^i. \quad (2.58)$$

Експоненти l , m , t и i су позитивни или негативни бројеви, који могу бити једнаки нули. Димензије неких изведених величина дате су у табели 2.3.

На пример, на основу другог Њутновог закона (једначина 2.10) димензија силе једнака је:

⁵⁵ Овај једноставан критеријум за проверу једначина које представљају математички опис (модел) физичког система се, шаливо, формулише исказом: "Не сабирају се бабе и жабе!". Подразумева се "метролошки додатак": "...и не могу да се пореде!".

⁵⁶ У литератури старијег датума, у димензионим изразима коришћен је знак (=).

$$\dim F = F = \text{LMT}^{-2}.$$

Димензија енергије може да се одреди на основу израза за кинетичку енергију тела (једначина 2.18):

$$\dim W = W = \text{M} \left(\frac{\text{L}}{\text{T}} \right)^2 = \text{L}^2 \text{MT}^{-2}.$$

На основу једначине 2.27 следи да је димензија наелектрисања једнака:
 $\dim Q = Q = \text{IT}.$

Величина	Ознака	Димензија
брзина	v	LT^{-1}
убрзање	a	LT^{-2}
учестаност	f	T^{-1}
сила	F	$\text{L} \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
енергија, рад, количина топлоте	W	$\text{L}^2 \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2}$
снага	P	$\text{L}^2 \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-3}$
наелектрисање	Q	$\text{I} \cdot \text{T}^{-1}$
напон, електромоторна сила потенцијалал,	U	$\text{L}^2 \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-3} \cdot \text{I}^{-1}$
електрична отпорност	R	$\text{L}^2 \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-3} \cdot \text{I}^{-2}$
електрична проводност	G	$\text{L}^{-2} \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^3 \cdot \text{I}^2$
капацитивност	C	$\text{L}^{-2} \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^4 \cdot \text{I}^2$
индуктивност	L	$\text{L}^2 \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2} \cdot \text{I}^{-2}$
магнетска индукција	B	$\text{M} \cdot \text{T}^{-2} \cdot \text{I}^{-1}$
пермитивност	ϵ	$\text{L}^{-3} \cdot \text{M}^{-1} \cdot \text{T}^4 \cdot \text{I}^2$
пермеабилност	μ	$\text{L} \cdot \text{M} \cdot \text{T}^{-2} \cdot \text{I}^{-2}$

Табела 2.3. Димензије неких изведених величина

2.1.6 КЛАСИФИКАЦИЈА ВЕЛИЧИНА

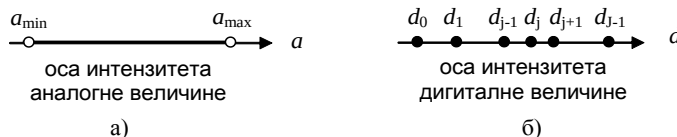
Основну категорију мерљивих величина представљају величине чији интензитет може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу. Такве величине се називају **аналогне величине**⁵⁷. Скуп A , којим су дефинисане могуће вредности аналогне величине a , може да се представи као одсечак праве чије су границе $a_{\min}$ и $a_{\max}$ (слика 2.1.а).

$$A = \{a \mid a \in [a_{\min}, a_{\max}]\}. \quad (2.59)$$

Скуп A је густ: између сваке две различите вредности аналогне величине постоји вредност која такође припада дефинисаном скупу могућих

⁵⁷ У физици (механици, термодинамици и електротехници) постоји низ појава које се могу описати истим аналитичким изразима. Такве, међусобно различите појаве, се називају аналогним физичким појавама (од грч. *analogos*, сличан, сродан, истоверсан). Аналогне (електричне) величине су сличне физичким величинама у свакодневном животу као што су дужина, маса, брзина кретања, притисак и температура.

вредности. Вредност аналогне величине може да се мења у неограничено малим корацима, што значи да таква величина може, теоријски, да се представи са бесконачно фином резолуцијом⁵⁸.



Слика 2.1 Геометријска представа аналогне и дигиталне величине

У другу групу спадају **дигиталне величине**⁵⁹ које могу да имају неку из низа одвојених (дискретних⁶⁰) вредности. Скуп D могућих вредности дигиталне величине d може да се представи низом неповезаних тачака на правој (слика 2.1.б).

$$D = \{d_j\}; j=0, \dots, J-1. \quad (2.60)$$

Посебно значајну улогу у савременој техници имају **бинарне величине**⁶¹, дискретне величине за које постоје само две могуће вредности:

$$B = \{b_0, b_1\};$$

Аналогне величине одражавају непрекидност простора и времена. Величине које се могу представити као умножак неке елементарне количине су дигиталне. На нивоу микрокосмоса, дигиталне физичке величине одражавају квантне законе. Наелектрисање је дискретна величина⁶². Укупно наелектрисање сваког тела (физичког система) представља целобројни умножак елементарне количине (кванта) наелектрисања, која је једнака наелектрисању електрона. Тело може да зрачи енергију само у “порцијама” (квантима) чија је енергија сразмерна учестаности зрачења. Енергија електрона који круже око атомског једра може да има само дискретне вредности.⁶³

Називом “величина” у мерној техници се означава својство, подложно промени, чија великоост (интензитет) може да се одреди (измери). Посматрана као функција времена, физичка величина $x(t)$ може да буде дефинисана у било којем тренутку унутар затвореног временског интервала (интервала

⁵⁸ Под резолуцијом се у мерној техници подразумева способност разлагања (назив потиче од латинске речи *resolutio*, разлучивање). То је најмања промена посматране величине која изазива опажљиву промену показивања. Теоријски, вредност аналогне величине x може да се мења у неограничено малим корацима. Због несавршености мерних средстава и присуства различитих поремећаја, са информационе тачке гледишта, стварна резолуција, којом се одређује вредност аналогне величине је увек ограничена.

⁵⁹ Дигит је члан коначног скупа ненегативних целих бројева који се користи за представљање информација (бројчани знак, цифра, од лат. *digitus*, прст).

⁶⁰ Раздвојен, различит (од лат. *discernere*, раздвојити, одвојити).

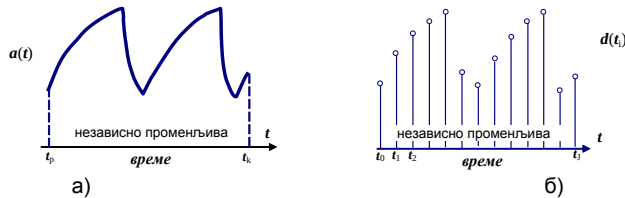
⁶¹ Назив потиче од лат. *bi*, предметак у сложеницама који означаје двојност.

⁶² Елементарно наелектрисање (квант наелектрисања), q_e , једнако је наелектрисању електрона, односно протона. У новијим теоријским истраживањима разматра се постојање делова (фракција) елементарног наелектрисања.

⁶³ Квантна метрологија представља веома значајну област савремене науке.

посматрања)⁶⁴. У том случају, скуп $\mathcal{T}$, којим је одређена област дефинисаности (домен) функције $x(t)$, представља одсечак на временској оси који започиње у почетном тренутку, t_p , а завршава се у крајњем тренутку интервала посматрања, t_k (слика 2.2.а).

$$\mathcal{T} = \{t \mid t \in [t_p, t_k]\}. \quad (2.61)$$



Слика 2.2. Графичка представа функције непрекидне и дискретне по времену

Област дефинисаности функције $x(t)$ је повезана (нема празнина). Све вредности између две тачке на временској оси (два тренутка) припадају области дефинисаности. Функција $x(t)$ је **непрекидна по времену** (*continuous-time*).

Функција, којом је одређена вредност посматране физичке величине, може да буде дефинисана само у одређеним тренуцима затвореног временског интервала. Ако скуп $\mathcal{T}$, којим је одређена област дефинисаности неке функције $d(t)$, представља низ неповезаних тачака на временској оси (слика 2.2.б):

$$\mathcal{T} = \{t_j\}; j = 1, \dots, J, \quad (2.62)$$

функција $y(t)$ је **дискретна по времену** (*discrete-time*). Унутар интервала (t_j, t_{j+1}) функција $y(t)$ није дефинисана.

2.2 МЕРНЕ ЈЕДИНИЦЕ

У Међународном речнику метрологије појам **величина** (*quantity*) се дефинише у најопштијем смислу, као својство појаве, тела или супстанције које може да се представи бројем и референцом [6]. Под називом **вредност величине** (*quantity value*) подразумева се податак који се односи на појединачну величину, који чине број и референца заједно. Број може да буде комплексан.

Бројна вредност величине (*numerical quantity value*) је број у изразу за вредност величине, другачији од било ког броја који служи као референца. Вредност појединачне величине може да буде представљена на више начина. Избор референце је произвољан. Могуће је за сваку величину

⁶⁴ У општем случају, величина x може бити функција независно променљиве која представља просторну координату или неку другу променљиву физичку величину.

дефинисати једну или више референци, независно од других. Различитим референцама одговарају различите бројне вредности једне исте величине. Нулте тачке на Целзијусовој и Келвиновој скали су на различитим температурама, али су подељци (степени) подједнаки. Разлика између две одређене температуре је дата истим бројем. То не важи за Фаренхајтову скалу која има другачије дефинисане референтне тачке и другачију вредност подељка ($1\text{ }^{\circ}\text{C} = 1,8\text{ }^{\circ}\text{F}$).

2.2.1 ПОЈАМ МЕРНЕ ЈЕДИНИЦЕ

Бројна вредност појединачне физичке величине одређује њену великост у поређењу са другим величинама исте физичке природе. Изабрана, тачно одређена, појединачна величина, са којом се друге величине исте врсте пореде, да би се квантитативно одредиле у односу на ту величину, представља јединицу мере. На међународном нивоу, ове јединице се договором дефинишу и усвајају.

Мерна јединица (*measurement unit*) је скаларна величина, дефинисана и усвојена договором, са којом може да се пореди било која друга величина исте врсте, да би се однос (количник) те две величине изразио као број.

Мерне јединице се означавају називима и ознакама које се одређују договором. Јединице величина које имају исту димензију могу да буду означене истим именом и симболом, чак и у случају када не представљају величине исте врсте. У специфичним случајевима посебна имена мерних јединица су ограничена за специфичне величине. На пример, јединица мере “секунда на минус први” ($1/\text{s}$) назива се “херц” (Hz), када се користи за учестаност, односно “бекерел” (Bq) када се односи на активност радионуклеида.

Мерне јединице бездимензионих величина су бројеви. У неким случајевима ове јединице имају посебна имена⁶⁵, или се изражавају као количник јединица исте природе (на пример mV/V је 10^{-3}).

Ознака јединице је договорени знак којим се означава мерна јединица. Мало слово латинице “m” је ознака јединице за дужину (метар). Ознака јединица за угао је “°” (степен), а ознака јединице за електричну отпорност грчко слово “Ω” (омега).

Вредност мерљиве величине се изражава у облику производа мерне јединице и броја. Мерна јединица представља референцу. На пример, импеданса којом је неки појачавач оптерећен једнака је:

$$Z = (1 + j2)\Omega.$$

У овом изразу “Z” је симбол којим је означена посматрана величина

⁶⁵ Као што су на пример (угаони) степен, радијан, стередијан и децибел.

(импеданса), “ Ω ” је симбол којим се означава јединица мере електричне отпорности, а “ $1+j2$ ” представља вредност импедансе оптерећења.

2.2.2 ОСНОВНА ЈЕДНАЧИНА МЕТРОЛОГИЈЕ

Број и мерна јединица заједно приказују вредност појединачне величине. У општем случају важи:

$$Q = \{Q\} [Q], \quad (2.63)$$

где је Q симбол којим је означена посматрана величина, $\{Q\}$ симболизује бројчану вредност те величине, а $[Q]$ означава изабрану мерну јединицу којом је величина Q приказана. Овај израз се назива “основна једначина метрологије”.

Величина Q , сама по себи, нема себи својствену појединачну бројчану вредност нити јединицу. Она може да буде представљена на мноштво различитих начина. Избор јединица је произвољан. Могуће је за сваку физичку величину дефинисати једну или више јединица мере, независно од других јединица. Мерењем једне исте величине два различита јединицама добијају се две различите бројчане вредности које се разликују онолико колико се разликују дате јединице⁶⁶. Подаци $\{Q\}$ и $[Q]$, сами по себи, посматрани одвојено, непотпуни су. Одређени смисао имају (добијају) тек када се посматрају заједно. Податак да је растојање између две тачке једнако 13 “нечег” нема никаквог смисла, ако се не саопшти шта је то “нешто”, односно ако се не зна колико је то “нешто” велико.

За величине које имају мерну јединицу, бројчана вредност $\{Q\}$ величине Q једнака је количнику вредности величине и мерне јединице:

$$\{Q\} = \frac{Q}{[Q]}. \quad (2.64)$$

2.2.3 СИСТЕМИ ЈЕДИНИЦА

Скуп основних јединица једног система величина, заједно са изведеним јединицама, које су дефинисане утврђеним правилима, чини **систем мерних јединица** (*system of units*) посматраног система величина. Изведена мерна јединица, која може да се изрази као производ степена основних јединица са сачиниоцем сразмере једнаким један, назива се кохерентна⁶⁷ јединица. Кохерентан систем јединица је систем у којем су све изведене јединице кохерентне.

⁶⁶ Трајање временског интервала може да буде исказано у сатима или секундама. Однос бројних вредности једнак је односу јединица у којима се посматрана величина квантитативно представља (2 сата = 120 минута).

⁶⁷ Повезан (од лат. *cohaerentia*, повезаност).

Проблем усвајања јединственог система јединица решаван је веома дуго. Систем јединица у којем су јединице свих његових величина дефинисане искључиво помоћу јединица основних механичких величина, је назван апсолутни⁶⁸ систем [17].

Немачки математичар Карл Гаус (*Karl Friedrich Gauss*, 1777-1855) је показао (1832) да је за квантитативно одређивање појава у механици довољно изабрати јединице мере за три независне величине. Са својим сарадником Вебером предложио је (1852) апсолутни систем који обухвата електричне и магнетске јединице. За основне јединице усвојили су милиметар, милиграм и секунду. Овај систем јединица се назива Гаусов-систем [15].



Гаус

На првом Међународном електротехничком конгресу 1881. године прихваћен је апсолутни систем јединица у којем су основне јединице центиметар, грам и секунд (CGS-систем⁶⁹). Усвојене су и “практичне јединице” најзначајнијих електричних величина, које су добиле називе према знаменитим научницима (ом, волт, кулон и ампер). Називи јединица за енергију и снагу, џул и ват, уведени су 1889. године, а називи хенри и вебер 1935. године.

Италијански инжењер, професор математичке физике, Ђорџи (*Giovanni Giorgi*, 1871-1950) предложио је 1901. године јединствен систем са три основне јединице: метар, килограм и секунд (MKS-систем) [14]. Ове јединице су подесније за свакодневну примену, па су у електротехници убрзо потиснуле јединице CGS-система. Званично је усвојен 1935. године, под називом Ђорџијев систем.



Ђорџи

Међународна електротехничка комисија (IEC) усвојила је MKS-систем са три основне механичке јединице (метар, килограм, секунд) 1935. године, с тим да се четврта, електрична, јединица касније одреди⁷⁰. Петнаест година касније (1950) за четврту јединицу усвојен је ампер. Тако је настао MKSA-систем који је послужио као основа за усвајање међународног система јединица.

Међународни комитет за тегове и мере (CIPM) препоручио је 1946. године да се за законодавну основу вредности јединица користе следеће дефиниције⁷¹.

Јединица силе (њутн⁷²) је сила која маси од једног килограма даје убрзање од једног метра у секунди за секунду.

⁶⁸ Термин “апсолутан” овде има супротно значење од термина “релативан”, који се може применити на системе у којима се вредност неке величине одређује мерењем, у односу на величину исте природе као и мерена величина. Он “ниуколико не условљава да мерење буде извршено са великом тачношћу, или да прамера употребљене јединице буде савршене конструкције, већ само то да мерење буде извршено ослањајући се на неке основне јединице друге природе узете за постулате”. [15].

⁶⁹ Сматра се да су творци овог система, који је предложила Велика Британија, Кларк Максвел и Вилјам Томсон (лорд Келвин).

⁷⁰ MKS-систем добио је назив Ђорџијев систем 1938. године [14].

⁷¹ Ове дефиниције се односе на међусобну везу мерних јединица, а не на њихове еталоне.

⁷² Назив “њутн” уведен је 1948. године на Деветој генералној конференцији за тегове и мере [16].

Џул (јединица за енергију или рад) је рад који изврши сила од једног њутна када се њена нападна тачка помери за један метар у смеру силе.

Ват (јединица снаге) је снага којом се у једној секунди повећа енергија за један џул.

Ампер (јединица електричне струје) је она стална електрична струја која би, када би се одржавала у два паралелна проводника, неограничене дужине и занемарљиво малог кружног попречног пресека, који се налазе у вакууму на међусобном растојању од једног метра, проузроковала међу тим проводницима силу једнаку 2×10^{-7} њутна по метру дужине.

Волт (јединица за разлику потенцијала и електромоторну силу) је разлика потенцијала између две тачке проводне жице кроз коју протиче струја од једног ампера, када је дисипирана⁷³ снага између ове две тачке једнака један ват.

Ом (јединица електричне отпорности) је електрична отпорност између две тачке проводника који не садржи никакву електромоторну силу, када разлика потенцијала од једног волта, остварена између тих тачака, узрокује струју од једног ампера.

Кулон (јединица количине електрицитета⁷⁴) је количина електрицитета коју за једну секунду пренесе струја од једног ампера.

Фарад (јединица капацитивности) је капацитивност кондензатора између чијих плоча постоји напон од једног волта када се оптерете (наелектришу) количином електрицитета од једног фарада.

Хенри (јединица електричне индуктивности) је индуктивност затвореног електричног кола у којем се успоставља електромоторна сила од једног волта када се електрична струја равномерно мења брзином од једног ампера у секунди⁷⁵.

Вебер (јединица магнетског флукса) је магнетски флукс који у колу које се састоји од само једног навоја производи електромоторну силу од једног волта ако се сталном брзином смањи на нулу за једну секунду.

Немачки физичар Планк (*Max Planck*, 1858-1947), зачетник квантне физике, предложио је 1906. године "природни систем" са четири основне јединице које представљају физичке константе: гравитациона константа, γ , Болцманова константа, k , Планкова константа, h и брзина светлости c . Познати су и други системи. Њихово заједничко обележје је да садрже Планкову константу [17], [18].



Планк

⁷³ Под називом „дисипација“ подразумева се претварање енергије у друге облике, који се не могу искористити (од лат. *dissipatio*, расипање).

⁷⁴ Овај назив (*quantity of electricity*) је у међувремену напуштен. У IEC-речницима новијег датума користи се назив електрично оптерећење (*electric charge*) [19], [13].

⁷⁵ Хенри је индуктивност затвореног електричног кола у којем струја од једног ампера узрокује кроз коло магнетски флукс од једног вебера.

2.2.4 МЕЂУНАРОДНИ СИСТЕМ ЈЕДИНИЦА

Међународни систем јединица (*International System of Units, SI*) је кохерентни систем јединица који је усвојила Једанаеста генерална конференција за тегове и мере (11th CGPM, 1960) и препоручила за све области физике и технике [19], [20]. Заснива се на седам основних јединица које одговарају основним величинама *ISQ*. У табели 2.4 приказани су њихови називи и ознаке.

У складу са овим системом, који су, практично, прихватиле све земаље света, утврђене су дефиниције основних јединица [7]. У табели 2.4 дата је и година усвајања данас важеће дефиниције.

Величина	Ознака	Назив	Ознака	Година усвајања
Дужина	$l, x, r, \dots$	метар (<i>metre</i>)	m	1983
Маса	m	килограм (<i>kilogram</i>)	kg	1901
Време	t	секунда (<i>second</i>)	s	1967
Електрична струја	I, i	ампер (<i>ampere</i>)	A	1948
Термодинамичка температура	T	келвин (<i>kelvin</i>)	K	1967
Светлосна јачина	I_v	кандела (<i>candela</i>)	cd	1971
Количина градива (супстанције)	n	мол (<i>mole</i>)	mol	1979

Табела 2.4. Основне јединице *SI* система

Метар је дужина путање коју у вакууму пређе светлост за време од 1/299 792 458 секунде.

Метар је прва јединица мере која је дефинисана преко брзине простирања светлости у вакууму као фундаменталне физичке константе чија вредност не зависи од система у којем се мерења обављају⁷⁶. Вредност утврђена мерењем таласне дужине и учестаности стабилисаних ласера, која је усвојена 1975. године као вредност коју препоручује *CGPM*:

$$c = \lambda f = 299\,792\,458 \text{ метара у секунди,} \quad (2.65)$$

осаманаест година касније (1983) усвојена је као права (егзактна) вредност ("по дефиницији") за брзину светлости у вакууму.

Сматра се да се назив "метар" први пут појавио крајем седамнаестог века [21]. Италијански научник Буратини (*Tito Livio Burattini*) у свом делу "Универзална мера" (*Misura universale*) које је објавио 1675. године, описао је мерни систем заснован на времену као основној величини. За јединицу дужине предложио је "савршени метар" (грч. *μετρον καθολικον*) који је једнак дужини секундног клатна. Овај предлог није прихваћен (јер дужина секундног клатна зависи од гирографске ширине), али се назив, изведен из грчког језика, проширио у француски (*mètre*), а потом и у енглески језик (*metre*, или *meter* у САД).



⁷⁶ Првобитна дефиниција тзв. "оптичког метра" (1960) била је ослоњена на таласну дужину зрачења које у вакууму емитује атом криптона 86.

Килограм је јединица масе: једнак је маси међународног прототипа килограма.

Генерална конференција за тегове и мере (CGPM) је 1889. године прихватила прототип јединице масе израђен од легуре платине и иридијума. Прототип међународног килограма се чува у Међународном бироу за тегове и мере (BIPM). Копије прототипа дистрибуиране су националним метролошким институцијама.



Назив “килограм” је резултат историјског наслеђа. Краљевска комисија коју је формирао Луј XIV, са задатком да постави основе декадног система мера, предложила је јединицу масе “grave”, која је једнака маси литра воде на температури топљења леда. Након револуције, нова влада је захтевала да основна јединица масе буде “gramme”, једнака маси кубног центиметра воде. Међутим, таква јединица је за практичну реализацију била неподесна, па је реализован, и у Париски архив смештен, прототип чија је маса хиљаду пута већа: “архивски килограм”. То је једина основна јединица у чијем називу постоји предметак (префикс).

Секунда је трајање од 9 192 631 770 периода зрачења које одговара прелазу између два хиперфина нивоа основног стања атома цезијума 133.

Ова дефиниција је заснована на развоју квантне физике⁷⁷ и реализацији атомских и молекулских осцилатора који се одликују великом стабилношћу.

Ампер је стална електрична струја која би, када би се одржавала у два паралелна проводника, неограничене дужине и занемарљиво малог кружног попречног пресека, који се налазе у вакууму на међусобном растојању од једног метра, проузроковала међу тим проводницима силу једнаку 2×10^{-7} њутна по метру дужине.

У овој дефиницији је имплицитно садржана вредност пермеабилности вакуума:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-2}. \quad (2.66)$$

Келвин је термодинамичка температура која је једнака $1/273,16$ термодинамичке температуре тројне тачке воде⁷⁸.

У овој дефиницији имплицитно је исказана договорена (тачна) вредност температуре тројне тачке воде. Однос између Целзијусове температуре t и термодинамичке температуре T , као основне величине у ISQ, дефинисан је једначином:

$$t = T - T_0,$$

⁷⁷ Овако дефинисана јединица времена се, понекад, назива “физичка (атомска) секунда”. Првобитна “астрономска” дефиниција јединице времена била је ослоњена на трајање средњег сунчевог дана, а потом тропске године (1960). Прелазак на “атомски сат” (1967) представљао је суштинску промену не само у области метрологије времена. Након тога је уследио прелазак са “штапног” на “таласни” метар.

⁷⁸ Обзиром да температура тројне тачке зависи од релативног односа количина изотопа у узорку воде, CIPM је 2005. године препоручио допуну дефиниције спецификацијом изотопског састава [17].

где је $T_0 = 273,15 \text{ K}$, по дефиницији.

Мол је количина градива (супстанције) система који садржи толико елементарних јединки колико има атома у 0,012 килограма угљеника 12.

Када се употребљава мол, наводе се елементарне јединке које могу бити атоми, молекули, јони, електрони или друге честице или одређене скупине тих честица.

Кандела је светлосна јачина (јачина светлости), у одређеном правцу, извора који емитује монохроматско зрачење учестаности 540×10^{12} херца и чија је јачина зрачења у том правцу 1/683 вата постерадијану.

Величина	Назив	Ознака	Изражено другим јединицама	Изражено основним јединицама SI
угао у равни ⁷⁹	радијан	rad	1	mm^{-1}
просторни угао	стерадијан	sr	1	m^2m^{-2}
учестаност	херц	Hz		s^{-1}
сила	њутн	N		$\text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
притисак	паскал	Pa	N/m^2	$\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
енергија, рад, количина топлоте	џул	J	Nm	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
снага	ват	W	J/s	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}$
Целзијусова температура	степен Целзијуса	°C		K
наелектрисање	кулон	C	J/V	sA
потенцијал, разлика потенцијала (напон), електромоторна сила	волт	V	W/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-1}$
електрична отпорност	ом	Ω	V/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-2}$
електрична проводност	сименс	S	A/V	$\text{m}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^3\cdot\text{A}^2$
капацитивност	фарад	F	C/V	$\text{m}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^3\cdot\text{A}^2$
индуктивност	хенри	H	Wb/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$
магнетски флукс	вебер	Wb	Vs	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$
магнетска индукција	тесла	T	Wb/m ²	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$

Табела 2.5. Неке изведене јединице које имају посебне називе

Неке изведене јединице SI, које имају посебне називе дате су у табели⁸⁰

⁷⁹ Систем јединица који је усвојен 1960. године непрекидно се усавршава и допуњује. У иницијалном документу дефинисане су три класе јединица; основне (*base units*), изведене (*derived units*) и допунске (*supplementary units*). У ову трећу класу сврстане су јединице за угао у равни (*plane angle*) и угао у простору (*solid angle*), које представљају однос (количник) две величине исте физичке природе. То су биле "јединице са димензијом један". Такве величине су назване "бездимензионе изведене величине" (*dimensionless derived quantities*, CIPM 1980). Одлуком CGPM 1995. године укунута је класа допунских јединица.

2.5. Сагледавајући да корисници Међународног система јединица *SI* такође желе да користе неке мерне јединице које нису са њим усклађене и у њему обухваћене, али се широко примењују, Генерална конференција за тегове и мере је допустила примену одређених јединица које нису обухваћене системом јединица *SI* (табела 2.6).

Осим ових, допуштена је употреба и неких других јединица у специфичним областима примене (прилог табела П.1.1). Посебну групу у категорији допуштених јединица чине јединице чија се вредност, изражена *SI* јединицама, одређује експериментално. Неке од њих дате су у табели П.2.2. прилога.

Међународни систем јединица *SI* је заснован на декадном систему бројева. Предмети (префикси) којима се означавају декадни и бинарни умношци (мултипли) мерних јединица дати су у табелама П.2.3 и П.2.4 у прилогу. Предмети којима се означавају децимални⁸¹ делови мерних јединица дати су у табели П.2.5. У англоамеричкој литератури називају се “субмултипли” (*submultiple prefix*). Њихове ознаке се увек пишу малим словом.

Међународни биро за тегове и мере се од свог оснивања (1875) бави дефинисањем мерних јединица и поступцима за њихово остваривање. Међународни систем јединица (*SI*) је проглашен на 11. генералној конференцији⁸² (1960). Током протеклих година првобитне дефиниције, садржане у том документу мењале су се у складу са развојем науке и технике.

Величина	Назив	Ознака	Вредност
време	минут	min	1 min = 60 s
	сат	h	1 h = 60 min = 3600 s
	дан	d	1 d = 24 h = 86 400 s
угао у равни	степен	°	1° = (π/180) rad
	минут	'	1' = (1/60)° = (π/10800) rad
	секунд	"	1" = (1/60)' = (π/648000) rad
површина	хектар	ha	1 ha = 1 hm ² = 10 ⁴ m ²
запремина	литар	l, L	1 L = 1 l = 1 dm ³ = 10 ⁻³ m ³
маса	тона	t	1 t = 10 ³ kg

Табела 2.6. Јединице ван система *SI* прихваћене за коришћење са *SI*-јединицама

⁸⁰ Треба уочити да се ознака за јединицу термодинамичке температуре (која се назива “келвин”) пише без симбола °, који се користи у ознаци јединице која се назива “степен Целзијуса”, а која је једнака јединици “келвин”.

⁸¹ Предметак деци- (од лат. *decem*) у сложеницама означава десети део нечега. Децимала је десетно место (десетни разломак), а назив “децимални рачун” се односи на рачун са децималним разломцима. У декадном систему бројева, децимални делови су разломљени делови бројева. Број децимала је број цифара десно од децималног зареза у запису броја.

⁸² Систем проглашен 1960. године обухватао је шест основних јединица. Јединица за количину градива (супстанције) уведена је једанаест година касније.

Иако постављен на темељима идеје стварања система који је намењен “за све људе и за сва времена”, и преточен у међународне стандарде, [22], [23], *SI* још увек нису прихватиле три земље у свету: Бурма (*Myanmar*), Либерија и Сједињене Америчке Државе, упркос проблемима које примена мерних јединица ван *SI* доноси⁸³ [24]. Велика Британија је прихватила *SI*, али без настојања да у потпуности замени уобичајене јединице Империјалног система јединица (*British units*).

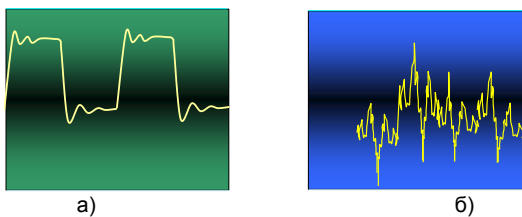
2.3 МЕРНИ СИГНАЛИ

У најопштијем смислу, сигнал је променљива физичка величина функција времена, која представља информацију⁸⁴. Један или више квантитативних карактеристика (параметара) сигнала садрже (“носе”) информацију о једној или више променљивих величина које сигнал представља. Ови параметри се називају информациони параметри.

Са информационе тачке гледишта, физичка природа носиоца информације је неважна. Значајна је само математичка представа сигнала, као основа за анализу утицаја коју процеси преноса и обраде имају на његов информациони садржај. У практичном смислу, сигнал је физичка величина која се може детектовати⁸⁵, помоћу које се преноси порука или информација.

Сигнал који може да буде представљен неком одређеном математичком функцијом времена назива се **детерминистички сигнал** (*deterministic signal*). На основу познавања законитости промене информационог параметра могуће је одредити његову вредност у произвољном тренутку у будућности. Сложенопериодични сигнал (приказан на слици 2.3.а) представља детерминистички сигнал.

Сигнал чије будуће вредности (промене) нису унапред познате назива се **случајни сигнал** (*random signal*). Може бити позната функција која описује тај сигнал у прошлости (слика 2.3.б), али не и у будућности. Сигнали чији је таласни облик познат, али информациони параметар представља случајну величину су квазидетерминистички сигнали.



Слика 2.3 Детерминистички и случајни сигнал

⁸³ Космичка сонда *Mars Climate Orbiter*, лансирана 1998. године са циљем да прати климатске промене на Марсу, уместо да уђе у стабилну орбиту, пала је на његову површину јер је пришла сувише близу. Истрага је утврдила да је до отказа дошло због коришћења различитих система јединица. При развоју софтвера коришћен је британски систем јединица, док је тим који је тај софтвер користио за вођење летилице користио *SI* јединице [21].

⁸⁴ Назив потиче од лат. *signum*, знак.

⁸⁵ Опазити, открити, од лат *detectio*, откривање, изношење на видело.

У целини посматрано, према својствима скупа могућих вредности величине која представља сигнал, и својствима области дефинисаности независно променљиве (времена), сигнали се могу сврстати у четири категорије:

- аналогне величине непрекидне по времену;
- аналогне величине дискретне по времену;
- дигиталне величине непрекидне по времену;
- дигиталне величине дискретне по времену.

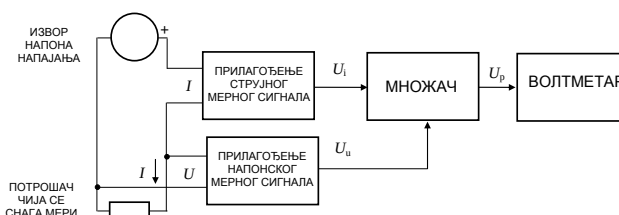
Мерни сигнал (*measurement signal*) је величина која представља мерену величину и са којом је функционално повезана. Мерна направа (мерило) може да се посматра као средство помоћу којег се остварује обрада мерних сигнала (слика 2.4). При описивању својстава мерних средстава и система користе се појмови из опште теорије система и сигнала, као што су: функционални блок, блок-дијаграм, побуда (*stimulus*), одзив (*response*), статичка карактеристика, фреквенцијска карактеристика (*frequency response*), функција преноса (*transfer function*)...



Слика 2.4. Општи блок-дијаграм мерила

Као пример, приказана је на слици 2.5. принципска шема мерила електричне снаге. Према дефиницији (2.33), електрична снага P којом потрошач оптерећује извор енергије једнака је производу вредности напона и струје:

$$P = UI \quad (2.67)$$



Слика 2.5. Структурни блок-дијаграм мерила електричне снаге

Основну функционалну јединицу мерила снаге чини множач аналогних величина. На његов улаз доводе се нормализовани напонски сигнали који представљају улазне величине: напон и струју у колу потрошача чија се снага мери:

$$U_u = k_u U, \quad U_i = k_i I.$$

Константа преноса k_u је бездимензиона величина, а константа k_i има димензију електричне отпорности. Ово прилагођење је неопходно да би се постигло да електронски множач аналогних сигнала и волтметар раде у условима који обезбеђују најбоља метролошка својства. Напон на излазу множача:

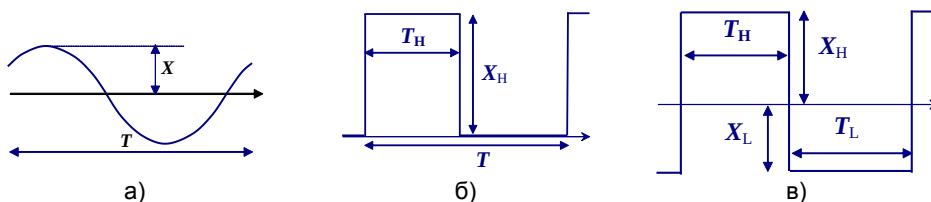
$$U_p = k_m U_u U_i,$$

мери се волтметром. Погодним избором константи k_u , k_i и k_m може да се постигне да измерена вредност напона U_p приказује вредност електричне снаге у одговарајућим мерним јединицама (mW, W, kW).

Мерни сигнал, носилац информације, може да буде, на пример, величина чија вредност представља хармонијску функцију времена (слика 2.6.а):

$$x(t) = X \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.68)$$

Притом, било који од параметара сигнала чији математички модел представља синусна функција (амплитуда, период, учестаност или почетна фаза) може да представља информациони параметар који приказује мерену величину. Параметри сигнала који нису функционално повезани са мереном величином су неинформативни параметри. Жељена информација добија се мерењем величине амплитуде, периода, учестаности или почетне фазе.



Слика 2.6. Мерни сигнали

Информацију може да представља средња вредност, U_{av} , пулсирајућег напона $u(t)$ током изабраног временског интервала, од t_p до t_k :

$$\overline{u(t)} = U_{av} = \frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} u(t) dt, \quad (2.69)$$

или ефективна вредност, U_{eff} , која је дефинисана као квадратни корен средње вредности квадрата посматране величине

$$U_{eff} = \sqrt{u^2(t)}, \quad (2.70)$$

Када се као носилац информације користи периодични сигнал правоугаоног таласног облика (слика 2.6.б), информациони параметар може да буде вршна (темена) вредност величине (*реек*), учестаност, период или трајање импулса. Посабан значај у мерној техници имају информациони параметри који представљају бездимензионе величине. Количник трајања импулса и периода њиховог понављања:

$$\theta = \frac{T_H}{T}, \quad (2.71)$$

користи се за представљање ненегативних величина ($0 \leq \theta \leq 1$). За представљање величина чија вредност може да буде позитивна или

негативна користи се параметар дефинисан изразом (слика 2.6.в):

$$\psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}, \quad (2.72)$$

чија вредност може да буде у опсегу од минус један до један. То омогућује представљање величина које могу да имају оба знака (биполарне величине).

У електротехници сигнали су електричне величине⁸⁶, функције времена. У најједноставнијем облику, сигнал је електрична “копија” посматране променљиве физичке величине $a(t)$. У том случају информациони параметар је тренутна вредност (магнитуда⁸⁷) изабране електричне величине $x(t)$, која је сразмерна вредности мерене величине $a(t)$ у датом тренутку.

2.3.1 КЛАСИФИКАЦИЈА МЕРНИХ СИГНАЛА

Мерни сигнал је променљива физичка величина, функција времена, чија нека карактеристична величина (информациони параметар) представља величину која се мери. Са тог становишта разликују се две основне врсте мерних сигнала [25].

Аналогни сигнал (*analog signal*) је величина чији информациони параметар може, у било ком тренутку, да поприми било коју вредност унутар одређеног непрекидног интервала вредности⁸⁸.

Аналогни сигнал може непрекидно да прати вредност друге физичке величине која представља носилац информације [26].

Дигитални сигнал (*digital signal*) је величина чији информациони параметар може да поприми само неку од вредности из скупа унапред дефинисаних дискретних вредности.

У савременој дигиталној техници широку примену имају дигитални сигнали којима се представљају бинарне величине.

Бинарни сигнал (*binary signal*) је дигитални сигнал чији информациони параметар може да поприми само једну од две дискретне вредности.

⁸⁶ Често, електрични сигнал носи информацију о вредности неелектричне величине.

⁸⁷ Квантитативно обележје, великост (од лат. *magnus*, велик).

⁸⁸ Уобичајено је, међутим, да се под називом “аналогни сигнал” подразумева сигнал који је непрекидан и по вредности и по времену (јер може да представља електрични модел било које макроскопске физичке величине). У употреби је и назив “континуални сигнал” (јер је вредност коју такав сигнал може да има, у било ком тренутку времена, одређена непребројивим скупом вредности).

У ужем смислу, под називом “дигитални сигнали” подразумевају се сигнали дискретни и по вредности и по времену⁸⁹ [27].

Класична мерна техника је обрађивала сигнале који представљају величине чији интензитет (магнитуда) може да има било коју вредност у задатом опсегу вредности, а чија је област дефинисаности, када се та величина посматра као функција времена, повезана. Такав сигнал представља аналогну физичку величину непрекидну по времену. Она у било ком тренутку може да поприми било коју вредност која се налази унутар непрекидног опсега могућих вредности.

Дигитална (технолошка) револуција је истакла у први план сигнале који представљају величине које су дискретне и по вредности и по времену. Промена вредности таквих величина је скоковита, а може да се изврши само у одређеним тренуцима времена.

2.4 ПРАВИЛА УПОТРЕБЕ И ПИСАЊА МЕРНИХ ЈЕДИНИЦА И ФИЗИЧКИХ ВЕЛИЧИНА

Ознаке величина се пишу косим словима (курзив, *italic*), а ознаке јединица усправним словима [28].

Ознака мерне јединице се пише иза бројне вредности у изразу за величину. Између нумеричке вредности и ознаке мерне јединице ставља се размак. Размак се не оставља испред јединица за угао у равни (степен, минут и секунда), које се пишу као експонент:

$$\alpha = 12^{\circ} 34' 5''.$$

При преламању текста, у нови ред не сме да се пренесе само ознака мерне јединице.

У заглављима табела могу да се употребе ознаке мерних јединица које не следе нумеричку вредност.

Ознаке мерних јединица се, по правилу, пишу малим усправним словима латинице и словом грчке азбуке Ω (m, g, s). Ознака јединице која је изведена из личног имена почиње великим словом (A, Hz, Pa, T, Wb). Називи мерних јединица пишу се малим почетним словом, осим на почетку реченице (метар, ампер, волт).

Ознаке мерних јединица се пишу без тачке на крају, изузев на крају реченице.

⁸⁹ Њихове могуће вредности и тренуци времена у којима су детерминисани могу да буду нумерисани и приказани бројевима коначне дужине.

Ознаке мерних јединица се не мењају у множини ни по падежима. Називи мерних јединица подлежу правилима језика - имају и множину и падежну промену.

Ознака предметка *SI* и ознака мерне јединице пишу се заједно (mA, mm, kV, MHz).

Производ две мерне јединице обележава се тачком као симболом множења. Тачка може да се изостави кад је ознака мерне јединице таква да не може настати забуна. Када једна од двеју помножених јединица има ознаку која је иста као и ознака неког предметка, јединица која има исту ознаку као и неки предметак пише се на крају. На пример: Ωm означава ом-метар, а $\text{m}\Omega$ милиом (хиљадити део ома).

Ако се мерна јединица образује међусобним дељењем двеју мерних јединица, као симбол дељења може да се употреби хоризонтална црта (—) или коса црта (/), али само једанпут, или изложилац с негативним знаком.

Ознаке величина су, по правилу, слова латинске или грчке азбуке, која могу имати индекс. Ове ознаке се пишу курзивом (коса слова, "италик"), без обзира на тип слова употребљен у остатку текста. Иза ознаке величине не ставља се тачка, изузев на крају реченице.

Индекс који представља ознаку величине пише се курзивом. Сви остали индекси пишу се усправним словима, односно бројевима. Примери: најмања вредност електричне отпорности ($R_{\min}$), напон између тачака 1 и 2 (U_{12}).

Називи мерних јединица пишу се малим почетним словом (грам, ампер, тесла), осим на почетку реченице. Називи мерних јединица могу да се пишу и ћирилицом, или било којим другим писмом којим је писан остали део текста (један херц, два метра, хиљаду хектара).

Назив предметка *SI* и назив мерне јединице пишу се заједно као једна реч (милиампер, килограм).

Неки примери правилног и погрешног писања приказана су у табели.

	Правилно	Погрешно
	4 m^2	4m^2
опсег вредности	4 mA до 20 mA	4 - 20 mA 4 до 20 mA
толеранција	$27\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ или $(27 \pm 0,5)\text{ }^{\circ}\text{C}$ $230\text{ V} \pm 23\text{ V}$ или $(230 \pm 23)\text{ V}$	$27 \pm 0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ $230\text{ V} \pm 10\text{ \%}$
низ вредности	10 kg, 20 kg и 40 kg	10, 20 и 40 kg
мере (димензије)	$20\text{ mm} \cdot 10\text{ mm} \cdot 5\text{ mm}$	$20\text{x}10\text{x}5\text{ mm}$
јединице	300 K $25\text{ }^{\circ}\text{C}$	300 °K 25°C , $25^{\circ}\text{ }^{\circ}\text{C}$
вредности	квадратни метар $U_{\max} = 123\text{ V}$ $I = 12,345\text{ m}$	метар квадратни $U = 123\text{ V}_{\max}$ $I = 12\text{m}34\text{cm}5\text{ mm}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Међународни електротехнички IEC речник, Савезни завод за стандардизацију, 1996.
2. <http://stf.iec.ch/glossary>.
3. *Electropedia, The World's Online Electrotechnical Vocabulary*, <http://www.electropedia.org>.
4. *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux*, OIML, 1969, превод: Речник законске метрологије, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1971.
5. *International vocabulary – Basic and general terms in metrology*, BIPM, IEC, ISO, OIML, 1984.
6. *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*, 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.
7. H. Rajhenbah, *Rađanje naučne filozofije*, Nolit, 1964.
8. H.Helmholtz, *О poreklu i značenju geometrijskih aksioma*, u: N.Sesardić, *Filozofija nauke*, Nolit, 1964.
9. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 111, Physics and chemistry*.
10. Појмови из физике и хемије који се користе у електротехници, Термини и дефиниције, ЈУС H.A0.111, 1990.
11. M. Mladenović, *Razvoj fizike, elektromagnetizam*, Građevinska knjiga.
12. V. Vučić, D. Ivanović, *Fizika II*, Naučna knjiga, 1991.
13. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 121, Electromagnetism / Electromagnetic concepts and quantities*.
14. D. Stanković, *Fizičko-tehnička merenja*, Naučna knjiga, 1991.
15. B. Јовановић, *Електрична мерења*, Научна књига, 1967.
16. X. Borg, *The ST system of units*, <http://www.blazelabs.com/f-u-intro.asp>.
17. В.А.Базакуца, *Международная система единиц*, Издательство харьковского университета, 1973.
18. I.V. Aničin, *Merenje, diskretni šarm civilizacije*, .
19. *The International System of Units (SI)*, BIPM, 8.th edition, 2006.
20. *The International System of Units (SI)*, NIST, special publication 330, 2008.
21. А.Г.Чертов, *Физические величины*, Высшая школа, 1990.
22. *SI units and recommendations for the use of their multiples and of certain other units*, ISO 1000, 1992 (JUS ISO 1000).
23. *Quantities and units*, ISO 31, JUS ISO 31.
24. *Mars Climate Orbiter Mishap*, Investigation Board, Phase Report, Nov. 10, 1999.
25. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 351, Control technology / General terms, variables and signals*.
26. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 702, Oscillations, signals and related devices / Signals*, General terms.
27. I.S.Gonorovsky, *Radio circuits and signals*, MIR Publishers, 1981.
28. *Oznake, jedinice, nazivi i fundamentalne konstante u fizici*, Sveske fizičkih nauka, broj 2, 1990, IUPAP, Document 25. , 1981.



*Ако постоји, може да се измери.
Ако може да се измери, постоји.*

3. О МЕРЕЊУ

У овом поглављу су дате опште теоријске основе мерне технике. Разматра се методологија извођења мерења. Обрађени су основни појмови који се користе при описивању начина рада и својстава мерних уређаја. Дате су дефиниције модела мерења, мерне функције и карактеристике мерила. Систематизовани су облици приказивања резултата мерења и начела обликовања извештаја о извршеним мерењима.

3.1 ПОЈАМ МЕРЕЊА

Метрологија, као област сазнања која се бави теоријским и практичним аспектима мерења, развија се не само као спона која повезује теорију и праксу природних наука, него и као подручје које се проучава у оним областима филозофије које се баве општим питањима научне спознаје физичких појава и процеса. У другом издању Међународног речника основних и општих термина у метрологији (1993) мерење је дефинисано као „скуп поступака који имају за циљ одређивање вредности неке величине” [1]. Ова дефиниција се само незнатно, на први поглед небитно, разликује од дефиниције која је, скоро четврт века раније (1969), прихваћена од стране Међународне организације за законску метрологију: „Мерење је скуп експерименталних поступака који имају за циљ одређивање вредности неке величине” [2]. Изостављање експерименталног обележја мерног поступка не само да је омогућило заобилажење проблема (ре)дефинисања појма „експеримент” у светлу савремене науке и технике¹, него је имало и једно дубље значење. Напомена, која је додата уз ову измењену дефиницију, указивала је на суштину промене: „Поступци могу да се изводе аутоматски”.

Мерење је процес добијања информација², који се састоји од поређења мерених (непознатих) са референтним (познатим) величинама, извршавања

¹ Несумњиво је да мерење масе, које се обавља са циљем обрачуна вредности неке робе, укључује истоветне операције као и мерења која је вршио Лавоазје приликом својих истраживања (која су довела до открића једног од фундаменталних закона хемије, 1789). Ипак, чини се непримереним да се вагање на пијаци, у продавници, фабрици, домаћинству, сврстава под појам „експеримент”. А највећи број мерења, која се у свету свакодневно обављају, спада у категорију оваквих „обичних” мерења.

² У ширем значењу, под информацијом се подразумева знање, сазнање о неким новим, раније непознатим чињеницама, које се може представити у облику погодном за пренос, чување или обраду. Информација може бити представљена помоћу знакова, слика или звука. Појам информације је један од најзначајнијих у савременој науци. Његова важност произилази из његове општости: са појмом информације се сусрећемо при изучавању било које појаве у природи или друштву.

неопходних операција и представљања резултата у одговарајућем облику [3]. Резултат мерења као информационог процеса је мерна информација, податак који корисник, човек (извршилац мерења) или аутоматизовани систем, даље обрађује, записује (меморише) или преноси другом кориснику. Пораст значаја улоге метрологије, као фактора који у великој мери одређује темпо техничког развоја друштва, директна је последица увећања значаја мерне информације. Сажета дефиниција је заправо проширивање класичне представе о мерењу као емпиријском поступку добијања података о вредностима мерљивих величина (параметара стања испитиваног објекта), путем њиховог поређења са величинама исте врсте, усвојеним за јединицу мере³ [4]. Савремени мерни системи омогућују да се разнородне физичке величине мере, добијени подаци обрађују, прослеђују и складиште или одбацују, потпуно аутоматски⁴. Аутоматске ваге за паковање и справе за дозирање самостално обављају низ операција којима се остварује одређени мерни поступак. „Интелигентни” мерни уређаји, којих је све више, обављају и разноврсну обраду мерних података коју је некад, са циљем обрачуна или постизања боље тачности, извршавало лице које обавља мерење.

У трећем издању Метролошког речника експериментални карактер мерења је поново истакнут [5]. Према новој и важећој дефиницији, на чијем формулисању је радило осам међународних институција, под појмом **мерење** подразумева се:

„процес експерименталног добијања једне или више вредности које се могу **приписати** величини која се мери”.

Ближе одреднице садржаја појма мерења дате су у напмени:

„Мерење подразумева поређење величина и укључује бројање ентитета⁵”.

Овакав опис мерења је, у основи, само формална дефиниција, обликована тако да обухвати што више области науке и технике чији би даљи развој, у одсуству заједничке метролошке основе, постао све тежи и тежи. У питању је сложен појам који се може посматрати са различитих становишта. Могуће су и другачије формулације, као на пример:

„Мерење је квантитативно одређивање вредности неке физичке величине, поређењем са референтном вредношћу те исте величине” (практична дефиниција).

„Мерење је информациони процес који обухвата поређење величина исте врсте, извршавање математичких операција и представљање резултата мерења у погодном облику” (информатичка дефиниција).

³ „Класична” дефиниција експеримента подразумева да је људско биће извршилац огледа које има научну или едукативну сврху.

⁴ Строго посматрано, учешће човека у мерењу је неопходно. При сваком мерењу, аутоматски мерни уређај само извршава функције на основу конкретног циља мерења који је поставио човек, сходно свом интересу.

⁵ Термин „ентитет” означава нешто појединачно, што постоји, односно представља део нечега што постоји (лат. *ens*, ствар, биће).

„Мерење је поступак којим се неком појавном својству објекта придружују бројеви на такав начин да описују то својство” (математичка дефиниција).

Ако се експериментални карактер мерења потисне у други план, мерење се може дефинисати “чистим” математичким језиком.

Нека је A непразан непрекидан скуп, а $Q(A)$ неки подскуп скупа A . Мера на скупу A је пресликавање неког подскупа $Q(A)$ на скуп ненегативних реалних бројева R_0^+ ,

$$m: Q(A) \rightarrow R_0^+ = [0, +\infty)$$

које задовољава следеће услове:

1. $(\forall M \in Q(A)) \ m(M) \geq 0$;
2. $(\exists M_0 \in Q(A)) \ m(M_0) = 1$;
3. $(\forall M, N \in Q(A)) \ M \subseteq N \Rightarrow m(M) = m(N)$;
4. $(\forall M, N \in Q(A)) \ M \cap N = \emptyset \Rightarrow m(M \cup N) = m(M) + m(N)$.

Број $m(M)$ је мерни број скупа M .

У целини посматрано, мерење је процес добијања информације на основу које се доноси нека одлука (закључак). Да би се успешно обавио, мерни задатак мора да буде детаљно испланиран и организован у складу са циљевима мерења. Чак и онда када мерење представља рутинску операцију, у процесу производње или купопродаје, мерни поступак мора да буде претходно прецизно дефинисан и верификован.

Вредност коју мерни уређај (мерило) даје као резултат оствареног мерног поступка назива се **показивање** мерила (*indication of instrument*). Показивање може да представља приказ намењен људском бићу⁶, или сигнал који се преноси до једног или више других уређаја.

Развој људског друштва нераскидиво је повезан са развојем мерне технике. Као резултат тога, настао је богат и разноврсан свет мерења. Ова разноврсност отежава систематизацију науке о мерењима. На први поглед, најпогодније је да се она заснива на физичкој природи величине која се мери. Мерење дужине, масе, времена, силе, електричног напона,... свака од ових области има своје особености, специфична мерна средства и поступке мерења. Унутар многих од њих развијају се посебне подобласти у складу са условима и циљевима мерења. Могућности мерења величина екстремно малих и екстремно великих вредности одређују, у начелу, границе природних наука.

Међутим, иако су у питању различите физичке величине, постоје нека заједничка, општа начела остваривања мерног процеса. Могу се дефинисати неке опште методе које су примењиве за низ разнородних физичких величина. Сагледавање њихових својства омогућује сагледавање мерне технике у целини. Поред теоријског, постоји и практичан значај оваког уопштавања: олакшава се процена погодности неког мерног поступка за остваривање конкретних циљева мерења. Системски приступ омогућује и да се унапређења остварена у једној области пресликају у друге.

⁶ Показивање у визуелном или акустичном облику.

3.2 МЕТОДОЛОГИЈА МЕРЕЊА

Циљ мерења је одређивање вредности неке величине. Појава (физичка, хемијска, биолошка) која служи као научна⁷ основа одређеног мерног поступка назива се **принцип мерења** (*measurement principle*). Једначина гасног стања (2.45), на пример, представља теоријску основу за мерење температуре применом гасног термометра на принципу константне запремине [6]. Доплеров ефекат се примењује за мерење брзине кретања тела.

Под називом **метод мерења** (*measurement method*), у формалном смислу, подразумева се општи (генерички) опис логичке организације поступака који се примењују при мерењу [5]. Методе мерења могу да се класификују на различите начине. Класична мерна техника разликује два основна облика [7]:

- метод непосредног мерења (*direct (method of) measurement*), и
- метод посредног мерења (*indirect method of measurement*).

Мерење се сматра непосредним мерењем ако се вредност мерене величине добија на основу показивања мерила које мери величину која представља предмет (*subject*) мерења. Мерење се сматра посредним ако се до вредности мерене величине долази израчунавањем на основу директних мерења других величина које су са мереном величином повезане познатом зависношћу. Дефиниција (а самим тим и остваривање) јединице електричне струје у међународно прихваћеном систему јединица подразумева посредно мерење.

Принцип мерења је заснован на два основна закона електромагнетизма:

- електромагнетска сила која делује на део проводника дужине dl , кроз који протиче стална струја I , када се тај проводник налази у магнетском пољу индукције B , која делује управно на проводник, одређена је емпиријски утврђеним законом (једначина 2.23):

$$F = IBdl;$$

- вредност магнетске индукције коју ствара праволинијски проводник, кружног пресека и бесконачне дужине, кроз који протиче стална струја I одређена је Био-Саваровим законом (једначина 2.25):

$$B = \mu \frac{I}{2\pi r}.$$

где је μ пермеабилност средине.

На основу наведених закона следи израз за силу F која делује између два паралелна проводника, занемарљиво малог кружног попречног пресека, који се налазе у вакууму на међусобном растојању d , када кроз њих протиче стална електрична струја I :

$$F = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi d}.$$

где је μ_0 магнетска константа (пермеабилност вакуума). Овај израз узет је као основа на којој је заснована веза између електричних и механичких јединица. Мерење струје помоћу "струјне ваге" (*current balance*) своди се на мерење силе и геометријских параметара електромагнетског кола.

⁷ У немачком стандарду, DIN 1319, експлицитно се наглашава "физичка основа".

Метод мерења код којег се вредност мерене величине одређује мерењем основних механичких величина (дужине, масе и времена) назива се “апсолутни метод мерења”. Пример апсолутног⁸ мерења је мерење електричне струје засновано на дефиницији јединице ове величине у међународном систему јединица. Мерење убрзања земљине теже g остварено мерењем дужине и времена такође спада у категорију апсолутних мерења.

При слободном паду веза између пређеног пута l и времена t у току којег је тај пут пређен дата је једначином:

$$l = \frac{gt^2}{2}.$$

Мерење убрзања земљине теже g има посебан значај за физику, астрономију, геодезију, наутику.... Прецизно мерење применом балистичке методе мерења ове величине, засновано на слободном паду или хицу увис, захтева веома сложену опрему каквом располажу само поједине, врхунске метролошке установе.



Мерење притиска помоћу манометра са клипом се сврстава у категорију “метод мерења по дефиницији” (*definitive method of measurement*), јер је величина која се назива “притисак” дефинисана као количник силе и површине на коју та сила делује (једначина 2.13). То је уједно и апсолутно мерење, ако се обе ове величине одређују мерењем основних величина.

У оквирима појединих области мерне технике развијају се мање или више специфичне методе које добијају посебна имена, често по имену научника који их је први применио или популарисао⁹. У електротехници, на пример, постоји мноштво мерних метода у чијој је основи **метод поређења**¹⁰ (*comparison method of measurement*) који је заснован на поређењу мерене величине са величином исте врсте, познате вредности [8].

3.2.1 НЕПОСРЕДНО И ПОСРЕДНО МЕРЕЊЕ

Према међународно прихваћеној дефиницији, непосредним мерењем се сматра мерење којим се бројна вредност мерене величине добија директно, без потребе за додатним израчунавањима заснованим на функционалној повезаности величине која се жели да измери (*measurand*) и

⁸ Апсолутни метод мерења се назива и “основни метод мерења” (*fundamental method of measurement*). У првом издању Речника законске метрологије (1969), основни метод мерења је дефинисан као метод заснован на дефиницији мерене величине. У првом издању Међународног речника метрологије (1984), ови појмови су раздвојени (метод мерења по дефиницији, и основни метод мерења), да би у другом и трећем издању били изостављени. Већ крајем деветанаестог века развој мерне технике је учинио да је лакше измерити електричне величине поређењем са еталоном (референцом) исте врсте, него апсолутним методом, свођењем на (изабране) основне (механичке). Апсолутно мерење не подразумева тачно мерење.

⁹ Отсуство усаглашене терминологије доводи не само до тога да се користе различити називи за исте методе, него и да се различити методи означавају истим називом.

¹⁰ Дефиниција метода поређења строго следи опис који је дат у напмени дефиниције мерења у Међународном речнику метрологије [5]. Величина која треба да се измери, пореди се, помоћу одговарајућег мерног средства, са референцом величином исте врсте.

других величина које се стварно мере [7], [9], [10]. Притом се сматра да је посматрана величина измерена непосредно и у случају када је резултат мерења добијен на основу табеле или графика која повезује показивање мерила и вредност величине која се мери. Метод мерења сматра се непосредним и ако је потребно да се изврше додатна мерења да би се, са циљем поправке (*correction*) резултата мерења, одредиле вредности величина које нису циљ мерења, али које утичу на показивање мерног средства. Пример непосредног метода је мерење дужине помоћу лењира са поделом. Мерење температуре мерног средства (лењира) омогућује да се изврши одговарајућа поправка резултата мерења, обзиром на појаву дилатације¹¹ тела при промени температуре.

Мерење је посредно ако се до вредности мерене величине долази израчунавањем на основу непосредних мерења других величина, које су са мереном величином повезане познатом зависношћу. Пример посредног мерења је мерење запремине тела у облику квадра које се остварује мерењем дужине, ширине и висине (слика 3.1.а):

$$V = l \cdot w \cdot h. \quad (3.1)$$



Слика 3.1 Посредна мерења

Мерење густине (запреминске масе) тела које је засновано на мерењу његове масе и његове запремине је такође посредно мерење:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (3.2)$$

У електротехници, посредно мерење је мерење специфичне електричне проводности неког материјала, σ . Мере се дужина, површина попречног пресека и отпорност проводника сачињеног од испитиваног материјала (слика 3.1.б):

$$\sigma = \frac{l}{RS}. \quad (3.3)$$

Мерење густине према једначини 3.2 је мерење „по дефиницији”. Мерење специфичне електричне проводности засновано на једначини 3.3, строго посматрано, не спада у ову категорију мерења. Наиме, величина σ дефинисана је у физици једначином која повезује вектор јачине електричног поља K и вектор густине електричне струје J која се у некој тачки проводне средине успоставља [11]:

$$J = \sigma K.$$

За хомогено тело (срдину) важи:

$$\sigma = Nq\mu.$$

где је N концентрација покретљивих („слободних”) носилаца наелектрисања, q је њихово наелектрисање, а μ покретљивост.

¹¹ Од лат. *dilatatio*, ширење, растезање.

Мерење масе применом терезија¹² се сврстава у непосредна мерења [9]. Строго посматрано, то је тачно само ако се успостави равнотежно стање при којем је полуга у водоравном положају. Тада је мерена маса једнака укупној маси тегова на другом тасу¹³ (слика 3.2.а). Притом мора да буде задовољен услов да полуга заузима исти равнотежни положај када су на тасовима две једнаке масе, као и када су терезије неоптерећене. Расположиви скуп тегова одређује скуп могућих вредности референтне величине са којом се мерена величина изједначава. У посматраном примеру, мерни процес се своди на низ операција којим се “налази” референтна вредност масе једнака мереној маси.



Слика 3.2 Мерење масе помоћу терезија

Уколико полуга није у водоравном положају, мерена маса m_x није једнака маси m тегова постављених на други тас. Терезије само показују која је маса већа (мања). Положај полуге приказан на слици 3.2.б показује да је мерена маса m_x већа од масе тегова постављених на други тас:

$$m_x = m + \Delta m. \quad (3.4)$$

Ако се располаже додатним тегом чија је маса једнака Δm могуће је успоставити равнотежу тако да полуга буде у водоравном положају. Уколико то није случај, мерење масе се “допуњује” мерењем угла. Конструкција ваге је таква да је тежиште полуге која носи тасове испод тачке ослонца. Систем остаје у стабилној равнотежи и када силе тежине предмета која делују на један и други крак полуге нису једнаке. Полуга тада заузима кос равнотежни положај. Угао закретања φ одређен је разликом маса:

$$\Delta m = k \tan \varphi, \quad (3.5)$$

где је k величина која се може сматрати константом. Одређена је конструктивним параметрима ваге (масом полуге, дужином крака и растојањем тежишта од тачке ослонца) [12]. Једначина 3.5 омогућује одређивање разлике маса Δm на основу очитавања положаја казаљке, која је круто спрегнута са полугом, у односу на градуисану¹⁴ скалу која је круто спрегнута са основом ваге. Баждарењем¹⁵ скале у јединицама масе добија се мерило за које се сматра да остварује “непосредно” мерење масе, иако се, заправо, мери разлика маса, мерењем угла закретања полуге која се налази у равнотежном стању.

¹² Равнокрака вага (перс. *terāzū*).

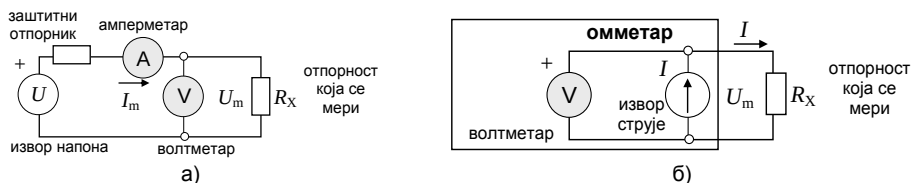
¹³ Тас је здела (плитак тањир), у коју се ставља тело чија маса се мери. Назив потиче из арапског језика, али је вероватно преузет из немачког (*Tasse*, шоља).

¹⁴ Градуисањем се материјализује скала мерила (лат. *grad*, степен; *graduare*, поделити на степене).

¹⁵ Баждарење (*gauging*) је поступак одређивања положаја ознаке скале мерила у односу на одговарајуће вредности мерене величине. Сматра се да назив, посредно, потиче из персиског језика (*basdar*, контролор мера, цариник).

Полазна претпоставка за мерење масе помоћу теразија је да гравитационо поље Земље једнако делује на тела чија се маса пореди. Осетљивост мерила је утолико већа уколико је дужина крака већа. За најпрецизнија поређења маса користе се теразије са полугом чија је дужина један метар¹⁶. Међутим, тада долази до изражаја чињеница да гравитационо поље Земље није хомогено. Планета на којој живимо нема облик савршене кугле већ ротационог елипсоида. То је кугла благо спљоштена на половима (сфероид). Због тога величина убрзања Земљине теже, g , зависи од географске ширине¹⁷. Ако се теразије поставе дуж упоредника (паралеле), разлике у вредности g могу да се занемаре. Међутим, ако се вага постави тако да полуга лежи дуж меридијана, релативна промена вредности гравитационог убрзања је реда величине 10^{-9} по метру дужине. Ова промена се испољава одступањем равнокраке полуге од водоравног положаја и када су масе на тасовима једнаке. Принцип рада теразија заснива се заправо на равнотежи свих момената силе који делују на круто тело. Полуга се заокреће око тачке ослона тако да се успостави једнакост укупних момената силе који делују у супротним смеровима, а не једнакост маса.

Често се као примери непосредног мерења наводе мерење струје помоћу амперметра и мерење напона помоћу волтметра. Заправо, мерење се сматра непосредним ако се користи мерно средство намењено за мерење величине која се мери, реализовано тако да визуелно, или на одговарајући начин, приказује вредност мерене величине. Овакав, поједностављен приступ, своди класификацију основних метода мерења на формалну поделу засновану на начину на који извршилац мерења (експериментатор, мерач) користи расположива мерна средства (мерила) да би одредио вредност величине коју жели да измери. Електрична отпорност је измерена посредно ако су коришћени амперметар (за мерење струје I_m која протиче кроз отпорник), и волтметар (за мерење напона U_m који, између крајева отпорника, чија се отпорност мери, ствара струја која кроз њега протиче). Одговарајуће мерно коло приказано је на слици 3.3.а. Мерни уређаји представљени су кругом у којем је исписана ознака одговарајуће јединице мерене величине. На основу показивања амперметра и волтметра, применом Омовог закона (2.22), израчунава се вредност мерене отпорности R_x .



Слика 3.3 Мерење електричне отпорности

Струју I_m даје извор сталног напона кроз заштитни отпорник¹⁸. Ако се струја кроз волтметар може да занемари, вредност мерене отпорности једнака је количнику бројних вредности које представљају резултате мерења напона U_m и струје I_m :

¹⁶ Осетљивост такве еталонске ваге је толика да може да детектује да је на листу хартије (претходно измереном) оловком дописана тачка.

¹⁷ Строго посматрано, убрзање g зависи и од надморске висине, састава тла, као и доба дана. Вредност која је договорена и усвојена за ову величину на Генералној конференцији за тегове и мере (1901) је $9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

¹⁸ Овај отпорник штити извор напона од преоптерећења када је отпорност која се мери веома мала.

$$R_x = \frac{U_m}{I_m} . \quad (3.6)$$

Када се користи омметар, уређај који је намењен за мерење отпорности прикључене између његових улазних прикључака (слика 3.3.б), према наведеној формалној подели, мерење је непосредно, иако је суштина поступка истоветна као у претходном случају. Наиме, принцип рада омметра се заснива на мерењу напона који између крајева прикљученог отпорника непознате отпорности ствара стална струја чији је извор у самом инструменту. Вредност ове струје може да буде тако подешена да се као резултат мерења напона добије бројна вредност отпорности изражена у одговарајућим јединицама¹⁹. Притом је извор сталне струје, који се налази у саставу мерног уређаја, остварен применом повратне спреге, која подразумева мерење струје коју извор даје. Са становишта реализације, разлика између ова два поступка је само у томе што је у првом случају мерење струје експлицитно (остварено посебним уређајем, амперметром), а у другом имплицитно (остварено аутоматски, унутар мерила отпорности). Истоветан принцип се примењује при електронском мерењу електричне струје: мери се напон између крајева отпорника познате отпорности, кроз који протиче струја која се мери. Овакав приступ је омогућио да електронски волтметар, “употпуњен” сопственим извором сталне струје и референтним (мерним) отпорником, еволуира у вишенаменски мерни уређај.

Током двадесетог века методологија мерења се значајно променила. Захваљујући електроници, низ операција, које је у доба класичне мерне технике обављао човек, извршава се у самом мерном уређају, који самостално (аутоматски) обавља потребна “израчунавања заснована на функционалној повезаности величине која се жели да измери и других величина које се стварно мере”. Резултат мерења се приказује у изабраним јединицама без потребе за икаквим “додатним израчунавањима”.

Суштина мерење је поређене мерене величине, чија је великост непозната, са изабраном референтном величином чија се вредност сматра познатом. Дакле, непосредно мерење неке физичке величине подразумева да су испуњена два захтева:

- постоји **скуп референтних величина**, исте врсте као и мерена величина, којима се остварује скала²⁰ вредности које се могу приписати појединачној величини која се мери;
- постоји **компаратор**²¹, средство који омогућује поређење мерене (непознате) величине са познатим (референтним) величинама.

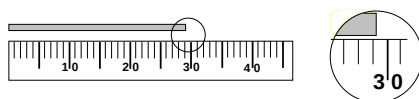
На основу резултата поређења одлучује се која ће се вредност приписати мереној величини.

¹⁹ Ако је струја I_m једнака један милиампер, вредност напона U_m изражена у волтима представља вредност отпорности R_x изражене у килоомима.

²⁰ У најопштијем смислу, скала је уређени скуп знакова (лат. *scale*, мердевине, лестве).

²¹ Део мерног уређаја који омогућује поређење две величине исте врсте (лат. *comparator*, сравњивач).

При мерењу дужине помоћу мерног лењира (слика 3.4), скуп референтних величина дефинисан је скалом назначеном на самом мерилу, а улогу компаратора остварује извршилац мерења²². Мерена величина се истовремено пореди са свим референтним величинама чије су вредности назначене на скали. При мерењу масе помоћу теразија, под претпоставком да се гравитационо поље Земље може сматрати хомогеним, водоравни равнотежни положај полуге је показатељ једнакости маса²³.



Слика 3.4 Мерење дужине помоћу мерног лењира

“Мерење подразумева поређење величина”, али то не подразумева да се великост величине коју треба измерити одређује њеним поређењем са референтном величином исте врсте, чија је вредност позната. Погодан пример за то је мерење температуре. Ако два тела имају различиту температуру, топлотна енергија спонтано прелази са једног тела на друго. Тело чија се температура мери има исту температуру као и тело чија је температура позната, ако се не врши пренос топлотне енергије између њих. Ово својство се, у начелу, може искористити за мерење температуре али је, несумњиво, неподесно за практичну примену. Температура се много једноставније мери посредно, посматрањем појава које су зависне од степена загрејаности тела. Такве појаве су, на пример, повећање притиска гаса (једначина 2.45) и промене димензије тела при промени температуре (једначина 2.47). За мерење температуре електричним путем користе се појаве зависности електричних величина од температуре. Из физике је познато да се специфична електрична отпорност метала, ρ , повећава са порастом температуре. У првој апроксимацији, може да се сматра да је зависност $\rho(t)$ линеарна:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t). \quad (3.7)$$

где је α температурски сачинилац који одређује осетљивост величине ρ на промене температуре:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dt}. \quad (3.8)$$

Вредност сачиниоца α зависи од врсте материјала. Ова зависност омогућује да се отпорник од метала користи као сензор²⁴ температуре. Одступање вредности температуре у односу на неку референтну вредност исказује се као промена отпорности сензора у односу на вредност коју има при референтној температури. Ако се кроз отпорник пропусти стална струја напон

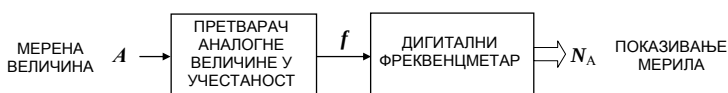
²² Истоветан приступ постоји при мерењу угла у равни.

²³ У овом случају може да се говори о методи мерења директним поређењем (*direct comparison method of measurement*). Мерена величина се пореди са познатом вредношћу величине исте врсте коју репродукује материјализована мера која се употребљава при мерењу [8].

²⁴ Сензор је елемент мерила или мерног ланца на који директно делује мерена величина (од лат. *sensus*, чуло, осетило). Са становишта електричних мерења, сензор је део мерног ланца који омогућује мерење физичких величина електронским средствима.

између његових крајева зависиће од температуре околине у којој се сензор налази. Одступање овог напона у односу на референтну вредност која одговара референтној температури мери се дигиталним волтметром. Притом се сва потребна израчунавања извршавају у самом мерном уређају, који корисник употребљава као дигитални термометар који омогућује да се вредност температуре приказује у жељеним јединицама.

Пресликавањем вредности мерене величине на вредност неке друге величине је преношење проблема из једног домена у други, али може да олакша или побољша метролошка својства мерног уређаја. Дигитално мерење неке аналогне величине остварује се веома успешно ако се примени мерни претварач којим се вредност мерене величине пресликава на сразмерну вредност учестаности периодичног електричног сигнала.



Слика 3.5 Мерење аналогне величине мерењем учестаности

Овакав поступак може да се примени при мерењу електричне отпорности, капацитивности, индуктивности, као и неелектричних величина (температура, деформација, притисак) од којих ове електричне величине зависе. Претварач аналогне величине у учестаност је осцилатор чија учестаност осциловања зависи од вредности улазне (мерене) величине. Савремена електронска мерна техника веома ефикасно решава проблем мерења учестаности. Мерење “по дефиницији” се своди на бројање осцилација²⁵ током референтног временског интервала. Ако је пре почетка мерења бројач постављен у почетно (нулто) стање, његов садржај на крају мерног интервала сразмеран је средњој вредности учестаности.

Предности дигиталног мерења учестаности су такве да је погодно да се и мерење електричног напона оствари пресликавањем електричног напона у учестаност. Мерни процес тада обухвата сукцесивно пресликавање:

$$U \rightarrow f \rightarrow N. \quad (3.9)$$

На први поглед, на овај начин се само усложњава мерни поступак. Постоје, међутим, и неке погодности.

- Усредњавањем се смањује утицај сметњи које су суперпониране сигналу на улазу претварача. Ово својство је веома значајно за мерења која се врше у индустријским постројењима, а посебно у објектима електроенергетског система.²⁶
- Бројач импулса у саставу дигиталног фреквенцметра је заправо интегратор. То омогућује мерење величина које по својој дефиницији представљају интеграл по времену неке друге величине²⁷.

²⁵ Односно импулса пулсирајућег напона који је доведен на улаз фреквенцметра.

²⁶ Ниво индукованих сметњи у енергетском постројењу може да буде веома висок у односу на мерни сигнал. При мерењу температуре помоћу термopара, на пример, напон који се добија на његовим крајевима је реда величине десетог или стотог дела волта.

²⁷ Ако је напон на улазу претварача у учестаност сразмеран електричној снази, на овај начин се остварује мерење електричне енергије..

Ако је пресликавање $U \rightarrow f$ линеарно, важи једначина:

$$f = k_F U, \quad (3.10)$$

у којој k_F представља константу која је одређена параметрима електричног кола Ulf претварача. Ако је улазни напона сталан, садржај бројача на крају мерења једнак је количнику трајања T_{REF} референтног временског интервала и периода T импулса на излазу:

$$N = \frac{T_{REF}}{T} = f T_{REF} = k_F T_{REF} U = k_U U, \quad (3.11)$$

где је k_U константа описаног мерног система посматраног као волтметар. Њена вредност је одређена константом претварача напона у учестаност и трајањем референтног временског интервала.

3.2.2 МЕТОДЕ ПОРЕЂЕЊА

Методе поређења засноване су на поређењу мерене величине са величином исте врсте, познате вредности. То је основа “практичне” дефиниције мерења.

Метод замене (*substitution method of measurement*) је метод поређења који се заснива на замени мерене величине познатом величином исте врсте, изабраном тако да има истоветно деловање на мерило [7]. Мерење се остварује у два корака. У првом кораку се мери непозната величина и записује (региструје) показивање мерног уређаја. У другом кораку се мери референтна величина, која се бира (подешава) тако да се постигне истоветно показивање као у претходном кораку. Мерни уређај се користи да покаже једнакост мерене и подесиве референтне величине. Не мора да буде тачан, потребно је да има велику резолуцију, да буде осетљив и да има иста метролошка својства приликом мерења непознате и референтне величине.

Пример примене методе замене је мерење масе помоћу ваге са скалом и једним тасом. Помоћу скупа тегова као материјализованих мера јединице масе, одређује се референтна величина која даје исто показивање као и величина чија се вредност одређује.

У електротехници се овај метод примењује за мерење отпорности, капацитивности и индуктивности.



Комплементарни метод (*complementary method of measurement*) је метод поређења заснован на поређењу мерене величине са познатом величином изабраном тако да је збир њихових вредности једнак некој унапред одређеној вредности²⁸.

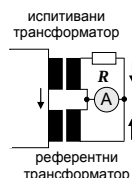
Диференцијални метод (*differential method of measurement*) је метод поређења који се заснива на мерењу разлике између мерене величине и

²⁸ Сматра се да је комплементарни метод мерења први применио руски научник Менделеев при мерењу масе.

величине исте врсте, чија је вредност позната и блиска вредности мерене величине. На тај начин се може постићи висока тачност. Диференцијални метод мерења се примењује, на пример, при мерењу масе помоћу равнокраке ваге са казаљком и скалом (слика 3.2). Полука са казаљком омогућује мерење разлике у тежини тела чија се маса мери и тежине једног или више тегова чија је маса позната²⁹.

И у области електротехнике диференцијални метод има широку примену при мерењу отпорности, капацитивности и индуктивности. Овакав приступ своди проверу метролошких својстава на упоређивање одзива испитиваног и референтног мерила.

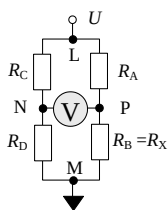
Диференцијални метод мерења омогућује једноставно и ефикасно испитивање струјних и напонских мерних трансформатора, упоређивањем одзива испитиваног трансформатора и референтног трансформатора који има исти однос трансформације.



Диференцијални метод мерења се примењује у разноврсним облицима. Три посебно значајна облика у електротехници су:

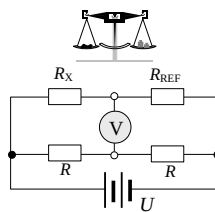
- нулти метод;
- метод избијања; и
- метод резонансе.

Суштина нултог метода (*null method of measurement*) је довођење разлике мерене и познате величине на нулу. Тачност мерења одређена је осетљивошћу детектора нуле. Типичан пример примене нултог метода је мерење отпорности помоћу мреже која се састоји од две паралелне гране од којих свака садржи два редно везана отпорника (слика 3.6.а). Један од четири отпорника је отпорник чија се отпорност мери³⁰.



$$U_{PN} = \frac{R_X R_C - R_A R_D}{R_A R_C + R_X R_C + R_A R_D + R_B R_D} U$$

а)



б)

Слика 3.6 Мерење отпорности нултим методом

Однос отпорности R_A , R_B и R_C се подешава тако да напон U_{PN} постане једнак нули, што се детектује осетљивим инструментом. Када је $U_{NP} = 0$ важи:

$$R_X = R_C \frac{R_B}{R_A}.$$

Резултат мерења не зависи од вредности напона U . Тачност мерења не зависи од тачности мерења напона U_{NP} већ само од осетљивости

²⁹ Притом, као што је већ истакнуто, успостављање равнотежног положаја полуке је показатељ једнакости момената силе, а не једнакости маса.

³⁰ Уобичајено је да се оваква мрежа назива Витстонов мост.

инструмента којим се детектује да су потенцијали тачака N и P једнаки, као и тачности са којом су одређене вредности отпорности R_A , R_B и R_C . Ако су отпорности R_A и R_B једнаке (слика 3.6.б) посматрана мрежа представља “теразије отпорности” (*resistance balance*). Непозната отпорност уравнотежава се референтном отпорношћу чија је вредност позната. Улогу казаљке остварује волтметар којим се детектује успостављање стања равнотеже.

Избијање (*beating*) је појава периодичне промене амплитуде осцилација које су настале као резултат интеракције две периодичне појаве чије се учестаности мало разликују [13]. Учестаност избијања једнака је разлици учестаности. Метод избијања (*beat method of measurement*) омогућује прецизно мерење разлике непознате и референтне учестаности.

Резонанса (*resonance*) је појава која се јавља у осцилаторним системима када је период принудне осцилације веома близак или једнак периоду слободних осцилација система [7]. Метод резонансе (*resonance method of measurement*) омогућује успостављање одређеног односа између величина које се пореде постизањем услова резонансе.

3.3 МОДЕЛ МЕРЕЊА

Мерно средство може да се посматра као систем³¹ типа улаз-излаз. Величина која се мери представља улаз мерног система. Показивање је његов излаз. Овакав приступ омогућује да се при описивању мерила користе појмови из опште теорије система као што су: блок-дијаграм, побуда (*stimulus*), одзив (*response*), статичка карактеристика и функција преноса (*transfer function*). Мерни уређај може да се посматра као “црна кутија”³² (*black box*) чија је унутрашњост непозната. За корисника, као спољашњем посматрачу, значајне су само улазне и излазне величине, као и релације које их повезују. Када су ове релације познате, на основу одзива одређује се резултат мерења: вредност величине која се мери приказана у одговарајућим јединицама. У најједноставнијем случају постоји један улаз и један излаз (слика 3.7).



Слика 3.7 Мерни уређај као систем типа улаз-излаз

Математичка однос између свих величина које треба да буду обухваћене мерењем, представља математички **модел мерења**

³¹ Под појмом “систем” подразумева се скуп међусобно повезаних елемената који се посматра као целина одвојена од околине. Елементи система, у најопштијем смислу, могу бити материјални објекти или појмови.

³² Под појмом “црна кутија” подразумева се самостална јединица или део система који може да се посматра као функционална целина, математички описана карактеристиком преноса (улаз-излаз) независно од унутрашњих елемената које садржи. Појам црне кутије се користи у теорији система (аутоматизи) и електроници.

(*measurement model*). Када се мерењем обухвата само једна величина, за коју може да се сматра да је непроменљива током одвијања мерног поступка³³, општи облик модела мерења је једначина:

$$F(Y, X) = 0 \quad (3.6)$$

у којој Y , излазна величина модела (*output quantity of measurement model*), представља вредност величине која се мери (*measurand*). Вредност величине Y је у одређеној функционалној зависности од вредности величине X , која представља улаз модела мерења (*input quantity of measurement model*).

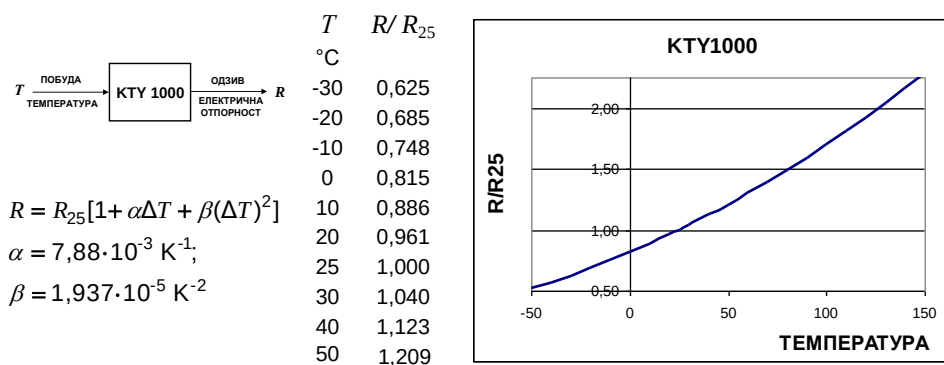
Мерна функција је функција чија вредност, израчуната на основу познате вредности улазне величине, представља вредност излазне величине модела мерења. Ако модел мерења може да се исказе у експлицитном облику:

$$Y = f(X),$$

f је мерна функција. У општем случају, f може да симболизује алгоритам којим се на основу вредности улазне величине одређује јединствена вредност излазне.

Однос између побуде и одговарајућег одзива мерила је **карактеристика одзива** (својство одзива, *response characteristics*) изражена у погодном облику. Зависност улаз-излаз може да се представи математичким изразом, таблицом вредности или графички.

На слици 3.8 приказана су, на примеру отпорничког сензора температуре, сва три облика представљања карактеристике мерног елемента. Пресликавање $R \rightarrow T$ је једнозначно, али нелинеарно.



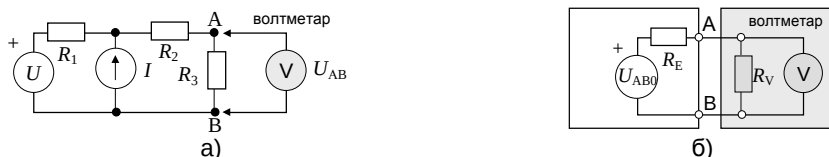
Слика 3.8 Карактеристика отпорничког сензора температуре

Са становишта примене у индустрији, функција $R(T)$ се може, у околини температуре $T = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$, са задовољавајућом тачношћу апроксимирати полиномом другог реда. Помоћу табеле приказују се, за избрани низ вредности температуре, бројне вредности које представљају отпорност

³³ Такво мерење се назива "статичко мерење".

сензора исказане у односу на референтну вредност R_{25} , која одговара температури од двадесетпет степени Целзијуса³⁴. График који приказује количник R/R_{25} у одређеном опсегу температуре, указује да се, у складу са аналитичким изразом, осетљивост сензора повећава са порастом температуре. У општем случају математички израз којим се описује веза између улазне и излазне величине може да садржи операторе диференцирања и интеграције. Када се математички модел мерила може да представи у облику линеарне диференцијалне једначине са константним коефицијентима, могуће је применити теорију линеарних динамичких система. Веза између излаза и улаза се тада приказује моделима у комплексном облику: фреквенцијском карактеристиком (*frequency response*) односно функцијом преноса (*transfer function*).

Мерење, неизбежно, у мањој или већој мери, утиче на појаву, тело или сустанцију која се посматра (анализира, испитује) тако да се мерена вредност (великост која се стварно мери) разликује од стварне вредности мерене величине³⁵. У том случају, потребна је “поправка” резултата мерења. На пример: разлика потенцијала између посматраних тачака електричне мреже се мења када се прикључи инструмент за мерење напона (слика 3.9.а). Коначна улазна отпорност мерног средства (волтметра) представља додатно “оптерећење” које мења стање мреже. Напон U_{AB} мањи је од напона U_{AB0} који постоји између посматраних тачака када мерни инструмент није прикључен. Другим речима, напон који се мери мањи је од напона који се жели да измери. Ово одступање зависи од односа еквивалентне унутрашње (улазне) отпорности волтметра и еквивалентне унутрашње отпорности између посматраних тачака мреже (слика 3.9.б). Напон U_{AB0} може да се израчуна на основу показивања волтметра, ако су отпорности R_E и R_I познате³⁶.



Слика 3.9 Мерење напона у електричној мрежи

Утицајна величина (*influence quantity*) је дефинисана као величина која при директном мерењу не утиче на величину која се мери, али утиче на везу између показивања мерила и резултата мерења [5]. Примери утицајних величина су: учестаност наизменичног напона чија се амплитуда мери помоћу волтметра; температура микрометра при мерењу димензија неког тела (али не и температура тог тела, која треба да буде обухваћена дефиницијом величине која се мери).

У ширем смислу, под називом “утицајна величина” подразумева се величина која није величина која жели да се измери, али утиче на резултат

³⁴ Типичне вредности отпорности R_{25} комерцијално доступних сензора су 100 Ω , 500 Ω и 1000 Ω .

³⁵ Под називом мерена величина (*measurand*) овде се подразумева величина која треба да се измери (*measured variable, value under measurement*).

³⁶ Еквивалентна отпорност R_E може да се одреди посебним експериментом.

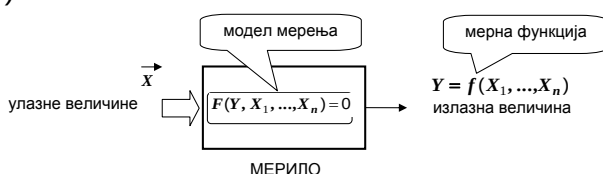
мерења³⁷. Као показатељ деловања утицајне величине (*influence coefficient*) узима се разлика између показивања које одговара одређеној вредности мерене величине, када утицајна величина има две различите вредности (*variation due to an influence quantity*).

Када постоји више улазних величина $X_1, \dots, X_n$ (слика 3.10), модел мерења чини скуп једначина, које се могу свести на једну:

$$F(Y, X_1, \dots, X_n) = 0,$$

у којој Y представља излазну величину која треба да буде одређена на основу информација о улазним величинама $X_1, \dots, X_n$:

$$Y = f(X_1, \dots, X_n).$$



Слика 3.10 Моделовање мерног процеса

У општем случају, модел мерења обухвата и утицајне величине.

3.4 РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА

Мерењем се одређује квантитативно обележје физичког ентитета, поређењем количине³⁸ једне величине, на пример масе посматраног тела, са другом количином величине исте врсте (укупном масом тегова).

У најопштијем смислу, под појмом **резултат мерења** (*measurement result*) подразумева се скуп вредности величине које се, на основу извршених мерења, могу приписати мереној величини, заједно са неким другим релевантним информацијама [5]. У практичном смислу, резултат мерења је вредност, добијена мерењем, која се приписује мереној величини.

Резултат мерења се обично исказује као појединачна вредност мерене величине и процена ваљаности те вредности. Ова се процена исказује као **мерна несигурност** (*uncertainty of measurement*)³⁹. Ако се сматра да је, за неку сврху, несигурност, са којом је резултат мерења одређен занемарљива, он се може приказати као појединачна вредност мерене величине⁴⁰. Резултат мерења се изражава у јединицама Међународног система јединица (SI).

³⁷ Резултат мерења је вредност величине које се, на основу извршених мерења, приписује мереној величини.

³⁸ Назив "количина" на овом месту означава обим, великост, интензитет посматране величине.

³⁹ Мерна несигурност, параметар придружен резултату мерења који описује расипање вредности резултата мерења, детаљније се разматра у трећем поглављу ове књиге.

⁴⁰ При давању резултата треба да буде јасно наведено да ли се он односи на појединачну вредност или представља средњу вредност више мерења.

Мерење је процес прикупљања квантитативних података који се заснива на поређењу посматране величине са прамером која представља јединицу мере. Ово поређење никада не може да буде савршено. Због тога је, када се на основу резултата извршених мерења, доносе неке одлуке или одређују вредности других величина, неопходно водити рачуна о мерној поузданости (*reliability*). Поузданост резултата мерења почива на поузданости самих мерних средстава, али и на њиховом правилном избору и примени према утврђеној методологији.

Метролошка упоредивост резултата мерења величина исте врсте постоји ако постоји одговарајућа **метролошка следивост** (*metrological traceability*) која омогућује да се резултати мерења доведу у везу са одговарајућом референцом.

Договорена вредност величине (*conventional quantity value*) је вредност приписана величини споразумно, за дату примену. На пример, стандардна вредност убрзања при слободном паду је $9,806\ 65\ \text{ms}^{-2}$. Договорена вредност Џозефсонове константе је $K_{J-90} = 483\ 597.9\ \text{GHz V}^{-1}$. Вредност коју је међународни комитет CODATA⁴¹ препоручио за Авогадрову константу N_A једнака је $6,022\ 141\ 79\ 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ [7].

Мерење је процес добијања информације на основу које се доноси нека одлука. Мерни задатак мора да буде прецизно и детаљно испланиран у складу са сврхом мерења. Независно од тога да ли је у питању мерење које се обавља са циљем истраживања, управљања процесом или трговине, потребан услов да се оствари постављени циљ је да се зна:

- шта се мери;
- како се мери;
- чиме се мери;
- у којим условима се мери.

Реализација мерног задатка подразумева да су претходно утврђени и постоје:

- опис величине која се мери, сразмерно намени резултата мерења;
- опис поступка мерења;
- опис мерила односно мерног система помоћу којег се извршава изабрани мерни поступак;
- декларисана својства мерила (мерног система) и
- опис услова у којима се мерење спроводи.

Опис мерене величине подразумева знање о врсти величине, као и опис стања појаве, тела или супстанције којој величина припада, укључујући сваку релевантну компоненту. На пример, мери се учестаност напона на излазу осцилатора, при температури околине од $20\ ^\circ\text{C}$.

⁴¹ CODATA (Committee on Data for Science and Technology) је интердисциплинарни научни комитет Међународног савета са науку (ICSU) чији је задатак унапређење поузданости и доступности научних података који представљају резултате експеримената, посматрања и израчунавања у било којој области науке.

Под називом **поступак мерења** (*measurement procedure*) подразумева се детаљан опис мерења, које се заснива на једном или више мерних принципа и остварује одређеним методом, у којем су приказана сва израчунавања која су потребна да би се добио податак који представља резултат мерења.

Опис мерила односно мерног система помоћу којег се извршава изабрани мерни поступак омогућује поређење резултата добијених понављањем мерења на истом или сличном објекту.

Ваљаност мерних резултата подразумева да су при мерењу употребљена мерна средства чија су метролошка својства позната (утврђена).

Опис услова у којима се мерење спроводи је неопходан да би се омогућило поређење резултата добијених мерењима која су, у исто или друго време, извршена на истом или сличном објекту, на истом или различитим местима, коришћењем истих или других мерна средства.

Извештај о извршеном мерењу садржи:

- опис експеримента,
- процењену мерну несигурност,
- резултате мерења,
- датум (време) када је мерење извршено,
- податке о извршиоцу мерења.

Резултати мерења могу да буду представљени на различите начине: текстуелно, табеларно или графички. Текстуелни приказ се користи при давању резултата мерења појединачне величине. Бројчаној вредности, исказаној на одговарајући начин, треба да буду придружени и подаци о процењеној мерној несигурности (осим у случају да се она, сагласно са циљевима мерења, може сматрати занемарљивом). Притом треба имати у виду да се нумерички подаци лакше поимају када се бројна вредност налази између 1 и 1000. Јаснија представа о великостима величине се добија ако се, на пример, нека површина изрази као $1,23 \text{ km}^2$, него $1\,230\,000 \text{ m}^2$. У сваком случају, треба да буде јасно назначено да ли се дати податак односи на показивање мерила, некоригован или коригован резултат мерења, као и да ли представља појединачно читавање или средњу вредност више читавања.

ЛИТЕРАТУРА

-
- 1 *International Vocabulary of basic and general terms in metrology*, 1993, превод: Међународни речник основних и општих термина у метрологији, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1996.
 - 2 *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux*, OIML, 1969, превод: Речник законске метрологије, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1971.
 - 3 К.Л. Куликовский, В.Q. Купер, Методы и средства измерений, Энергоатомиздат, 1986.
 - 4 М.А. Розов, Предмет автометрии как научной дисциплины, Проблемы Электрометрий, Наука, с. 28-35, 1967.

-
- 5 *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*, 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.
 - 6 D. Stanković, *Fizičko-tehnička merenja*, Naučna knjiga, 1991.
 - 7 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 112, Quantities and units, Metrology*.
 - 8 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 311, Electrical and electronic measurements, General terms relating to measurements, Methods of measurement*.
 - 9 *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux, OIML*, 1978, превод: Речник законске метрологије, основни термини, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1983.
 - 10 *International Vocabulary, of basic and general terms in metrology*, 1984, превод: Међународни речник метрологије, основни и општи термини, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1985.
 - 11 П. Бошњаковић, *Основи електронике, ВЕТШ*, 2006.
 - 12 М. Brezinščak, *Merenje i računanje u tehnici i znanosti*, Tehnička knjiga, 1971.
 - 13 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 301, Mathematics*.

*Човек са једним сатом
зна колико је сати.
Човек са два сата
никуда није сигуран.*



4.

ГРЕШКА МЕРЕЊА

Математички посматрано, мерење је поступак додељивања бројева својствима објеката реалног света. Практично, мерење је информациони процес који подразумева употребу одређених мерних средстава, као алата односно “информационих машина”. Ове направе омогућују да одређена својства ентитета реалног света буду емпиријски, објективно описана бројевима који им се приписују. Резултат мерења је податак који само приближно приказује вредност величине која се мери. Разлози за одступање су бројни. Сагледавање да се оно не може избећи представља једну од основа метрологије као науке. Развој мерне технике има за циљ да резултат мерења што је могуће више приближи тој непознатој вредности посматране појединачне величине.

Резултат мерења зависи од више чинилаца. На првом месту је модел мерења који се неизбежно заснива на извесним претпоставкама које омогућују или олакшавају практично остваривање мерног средства (система). У начелу, изабрани модел мерења дефинише мерену величину са неком апроксимацијом. Мерење ефективне вредности наизменичне величине, на пример, остварује се најлакше мерењем средње апсолутне вредности. Однос ова два показатеља интензитета периодичне величине, међутим, зависи од њеног облика, па је показивање таквог мерила “ваљано” само ако посматрана величина има синусни облик.

Чак и у оним случајевима када је модел мерења у потпуности сагласан са дефиницијом мерене величине, треба имати у виду да мерило (мерни систем), које физички остварује изабрани модел мерења, то чини на задовољавајући начин само унутар неких граница (услова). И када је у питању најједноставније мерило, мерни лењир са назначеном скалом, полазна претпоставка: “димензије мерног тела су непроменљиве”, може да се прихвати само условно.

Извршилац мерења је такође “активна компонента” мерног процеса. Одговарајуће теоријско и практично знање, разумевање својстава појаве односно процеса чије се стање мерењем утврђује, познавање принципа рада мерних средстава која се користе, као и вештина лица које мерење спроводи, могу да имају значајан утицај на резултат мерења. Утицај субјективних чинилаца смањује се применом аутоматизованих мерних система. Човек ипак, и даље има одлучујући утицај на квалитет мерног процеса, избором мерног поступка и мерних средстава.

У овом поглављу се разматрају појмови којима се, на уопштен начин, исказује колико успешно је мерни процес остварен, односно колико добро мерна средства обављају свој задатак. Такви показатељи квалитета мерења

су независни од врсте величине која се мери и примењеног принципа мерења. Првобитно, основи теорије мерења и обраде резултата мерења разрађивани су у астрономији и геодезији. Нагли развој науке о електрицитету изнедрио је сопствену метрологију и својствену терминологију величина, мерних јединица, мера, прамера и мерила, приказа и анализе резултата мерења. Другу половину двадесетог века обележио је, између осталог, и огроман напор низа националних и међународних струковних организација на унификацији основних појмова мерне технике [1],[2], [3], [4], [5]. У овом поглављу дате су међународно прихваћене дефиниције формулисане у важећем Међународном речнику метрологије [6], али су обухваћени и појмови, који се односе на електрична и електронска мерења, садржани у Међународном речнику електротехнике [7]. Описани су основни елементи статистичке обраде резултата мерења.

4.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Основни циљ мерења, као информационог процеса, је добијање информације о вредности величине која се посматра (мери). Под називом **вредност мерене величине** (*measured quantity value*) у даљем разматрању се подразумева вредност која представља резултат мерења (*measurement result*). Ако се мерењем обухватају поновљена приказивања (читавања), овај скуп појединачних вредности мерене величине може да се користи за израчунавање “резултујуће” вредности мерене величине.

Показатељ ваљаности мерења, мерног поступка или мерила је одступање резултата мерења од вредности за коју се сматра да представља вредност величине која се мери (*measurand*). Под појмом **права вредност величине** (*true quantity value*) подразумева се вредност сагласна са дефиницијом величине која се мери. Могућа су два приступа садржају појма “права вредност мерене величине”. Са становишта физичке реалности “права вредност” је јединствена, али непозната. Може се рећи да је права вредност величине вредност која би се добила савршеним мерењем [8], али таква формулација нема “употребну вредност”. Не постоји савршено мерно средство (мерило), па ни једно мерење не може да се оствари тако да буде савршено. Са становишта мерне технике, тако дефинисана права (стварна, истинита) вредност величине која се мери је јединствена, али практично “недостижна”.

Само у посебном случају, када су у питању основне природне константе, одговарајућа величина има јединствену праву вредност која им је додељена. Тада је она **договорена вредност величине** (*conventional quantity value*). У општем случају то је вредност која је споразумно, за дату примену, приписана појединачној величини¹. На пример, вредност коју је међународни комитет CODATA препоручио за Авогадрову константу (N_A) једнака је $6,022\,141\,79(30)\,10^{23}\,\text{mol}^{-1}$ [9]. Стандардно убрзање при слободном паду

¹ У првом и другом издању Међународног речника метрологије коришћен је назив “договорена права вредност величине” (*conventional true value of a quantity*) [3].

(убрзање Земљине теже) једнако је $9,806\,65\text{ ms}^{-2}$. Понекад се користи и назив **приписана вредност** (*assigned value*). Договорена вредност тега који представља еталон масе у некој лабораторији, једнака је, на пример, $100,001\,23\text{ g}$. Ова је вредност приписана датом тегу на основу поређења са еталоном вишег реда.

При сваком мерењу постоји мноштво детаља који нису обухваћени дефиницијом величине која се мери. И сам мерни процес, неизбежно, у мањој или већој мери, утиче на појаву, тело или супстанцију која се посматра (анализира, испитује) тако да се измерена вредност разликује од вредности величине која се мери (жели да одреди), а која одговара стању система у одсуству посматрача. Због тога не може да се разматра јединствена права вредност. Мерење је емпиријски процес добијања једне или више вредности које описују великост величине која се мери. У општем случају, резултат мерења је скуп вредности величине које се, заједно са неким другим релевантним информацијама, приписују мереној величини. Овде спада “процена ваљаности” извршеног мерења којом се исказује несигурност резултата мерења.

4.2. ПОКАЗАТЕЉИ КВАЛИТЕТА МЕРЕЊА

Основни показатељ квалитета мерења је тачност. То је квалитативан појам којим се описује колико добро резултат мерења представља вредност величине која се мери. Тачност није величина² која се исказује бројном вредношћу. Тачност мерења је утолико боља уколико је резултат мерења ближи одговарајућој правој вредности мерене величине. Квантитативни показатељ тачности је одступање резултата мерења од вредности која се сматра стварном вредношћу величине која се мери.

Тачност мерења (*measurement accuracy, accuracy of measurement*) је блискост слагања између измерене вредности³ и праве вредности мерене величине⁴.

Други квалитативни показатељ квалитета мерења је прецизност. Под овим појмом у мерној техници се подразумева међусобна подударност резултата мерења⁵, независно од тачности.

Прецизност мерења (*measurement precision*) је блискост слагања показивања мерила или вредности мерене величине, добијених поновљеним мерењем, на истом или сличном објекту, при истим утврђеним условима.

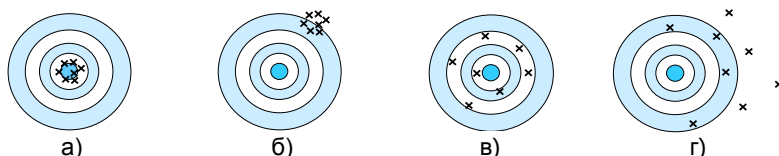
² У смислу које појам “величина” има у метрологији.

³ Вредност мерене величине која представља резултат мерења.

⁴ Тачност мерења је мера слагања између измерене и праве вредности, али се квантитативно приказује неслагањем, разликом између измерене и праве вредности.

⁵ Од лат. *praecisio*, својство тачности, одређености, јасноћа изражавања.

У свакодневном говору термини тачност и прецизност се често поистовећују и користе као синоними⁶, што није исправно. Мерило које се одликује прецизношћу не мора да буде и тачно мерило. Ако се мерење сликовито представи као гађање мете, слика 4.1.а приказује резултате које карактеришу прецизност и тачност. Слика 4.1.б приказује резултате који су прецизни али нетачни. Резултате приказане на слици 4.1.в одликује боља тачност, али и лоша прецизност. Слика 4.1.г. приказује резултате гађања које није ни прецизно ни тачно.



Слика 4.1 Геометријска представа појмова тачност и прецизност

Прецизност мерила се квантитативно исказује показатељима који описују **расипање** (дисперзију⁷) резултата мерења. Основ за дефинисање квантитативних показатеља расипања представљају посебне области математике: статистика и вероватноћа.

Блискост слагања између резултата узастопних мерења исте мерене величине, када су мерења извршена под истим условима, описује се показатељем који се назива **поновљивост мерења** (*measurement repeatability*). Под овим појмом подразумева се мерна прецизност када су испуњени **услови поновљивости мерења** (*repeatability condition of measurement*). То значи да је примењен исти поступак мерења, који је остварио исти извршилац (мерач), користећи исто мерно средство, при истим радним условима, на истом месту, при чему је понављање извршено у кратком временском периоду, на истом или сличном објекту.

Блискост слагања између резултата мерења исте мерене величине, извршених у промењеним условима мерења описује се показатељем који се назива **репродуктивност мерења** (*measurement reproducibility*). Под овим појмом подразумева се прецизност мерења која су извршена када су испуњени **услови репродуктивности мерења** (*repeatability condition of measurement*) када мерења, на истом или сличном објекту, понављају други извршиоци, на другом местима, користећи друга мерна средства⁸.

4.3. ПОЈАМ ГРЕШКЕ

Измерити неку величину, која је обухваћена Међународним системом величина *ISQ*, значи упоредити је са другом величином, исте природе, која је усвојена за јединицу. Резултат мерења је број који показује однос између

⁶ Речи које имају исто значење. Од грч. *synonymos*, истог имена.

⁷ Од лат. *dispergere*, разлагање, растурање светлости (помоћу призме).

⁸ Различита мерна средства могу да подразумевају и различите мерне поступке.

мерене величине и мерне јединице која је усвојена да представља меру при квантитативном описивању појединачне величине.

У практичном смислу, мерење је одређивање количника две величине исте врсте. Мерена величина Q пореди се са референтном величином Q_{REF} чија вредност се сматра познатом:

$$Q_{\text{REF}} = N_{\text{REF}} \cdot [Q], \quad (4.1)$$

где је N_{REF} бројна (нумеричка) вредност величине Q_{REF} , изражена одговарајућом јединицом, $[Q]$, која при мерењу има улогу материјализоване мере са којом се пореди величина која се мери.

Резултат мерења је број:

$$N = \frac{Q}{Q_{\text{REF}}}, \quad (4.2)$$

на основу којег се мереној величини приписује вредност Q_m :

$$Q_m = N Q_{\text{REF}} = N N_{\text{REF}} [Q]. \quad (4.3)$$

Тачност мерења, дакле, зависи од тачности којом се остварује изабрани мерни поступак, као и од тачности са којом је одређена (позната) бројна вредност референтне величине са којом се мерена величина пореди.

Грешка мерења (*measurement error, error of measurement*) је разлика вредности мерене величине која представља резултат мерења, Q_m , и стварне вредности величине која се мери, Q :

$$\delta Q = Q_m - Q. \quad (4.4)$$

Величина δQ се скраћено назива **грешка**. Има исту димензију као и мерена величина Q . Понекад се означава са e (лат. *errare*⁹, грешити) или ε .

грешка = измерена вредност - права вредност

Овако одређена грешка мерења се у литератури старијег датума назива "апсолутна грешка" (*absolute error*) [10], [11]. Апсолутна грешка мерења је позитивна, ако је измерена вредност већа од праве вредности. У том смислу је и апсолутна грешка материјализоване мере дефинисана као разлика између назначене вредности мере и њене праве вредности (апсолутна грешка материјализоване мере је позитивна, ако је назначена вредност већа од праве вредности). У оба случаја термин "апсолутна" не треба мешати са математичким појмом "апсолутна вредност" (модуо). Под називом "апсолутна вредност грешке" подразумева се модуо одступања резултата мерења од праве вредности мерене величине¹⁰.

⁹ У литератури на немачком језику користи се ознака F (*fehler*).

¹⁰ Назив "апсолутна грешка" је дефинитивно напуштен у трећем издању Међународног речника метрологије [2].

Иако је постојање праве вредности мерене физичке величине недвосмислено, та “истинита” вредност не може да се сазна на основу резултата мерења у којем је, неизбежно, садржана грешка. Права (тачна) вредност мерене величине не може да се одреди, али често, на основу неких знања, може да се **процени** опсег у којем се она поуздано налази:

$$Q_m - \Delta Q \leq Q \leq Q_m + \Delta Q, \quad (4.5)$$

односно:

$$Q = Q_m \pm \Delta Q. \quad (4.6)$$

Величина ΔQ , која одређује границе грешке (*limits of error*), има исту димензију као и мерена величина Q .

Пример 1

Погодан пример примене поступка процене грешке је задатак одређивања количине истекле или унете течности (нафте) на основу промене нивоа у суду (резервоару). Ниво течности мери се мерним лењиром (летвом) на чијој је подели размак између две суседне црте 1 cm. Процењује се да у конкретним условима мерења, извежбан читач голим оком може поуздано да оцени 1/5 подеока (2 mm).

Ако су очитане вредности горњег и доњег нивоа 53,4 cm односно 43,2 cm, то значи да се тачне вредности горњег, h_H , и доњег нивоа, h_L , налазе у границама:

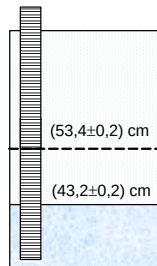
$$53,2 \text{ cm} \leq h_H \leq 53,6 \text{ cm}, \text{ и } 43,0 \text{ cm} \leq h_L \leq 43,4 \text{ cm},$$

Права вредност промене нивоа течности се налази у границама:

$$9,8 \text{ cm} \leq \Delta h \leq 10,6 \text{ cm},$$

односно:

$$\Delta h = (10,2 \pm 0,4) \text{ cm}.$$



Податак о грешци мерења, сам по себи, није довољан да би се на прави начин “вредновао” резултат мерења. Грешка од 0,01 A може да се сматра малом ако је измерена вредност струје, на пример, 12,34 A. Тек када се ова два податка (измерена вредност и грешка мерења) посматрају заједно, може да се закључи да ли су изабрани мерни поступак и начин на који је остварен примерени намени. Када је у питању мерење струје коју даје фотоосетљива диода, чија је вредност реда величине¹¹ десет милиампера, грешка од 0,01 A је неприхватљиво велика.

Релативна грешка мерења се дефинише као количник грешке мерења и праве вредности мерене величине:

¹¹ Појам “ред величине” се примењује када се вредност неке појединачне величине приказује приближно, са циљем процене вредности неке друге величине. Одређивање реда величине се своди на одређивање степена на који треба дићи број 10 да би се добила приближна вредност посматране величине. За означавање реда величине користи се симбол ~. На пример: $0,012 \sim 10^{-2}$, $123 \sim 10^2$. Инверзна струја засићења *PN*-споја се удвостручава при повећању температуре за 10 °C. То значи да се при повећању температуре за 100 °C вредност ове струје повећава за три реда величине (приближно хиљаду пута).

$\text{релативна грешка} = \frac{\text{измерена вредност} - \text{права вредност}}{\text{права вредност}}$

Релативна грешка δ је бездимензиона величина, независна од употребљених јединица којима се вредност посматране величине представља¹²:

$$\delta = \frac{Q_m - Q}{Q} = \frac{\partial Q}{Q} . \quad (4.7)$$

Обично се исказује у процентима:

$$\delta = 100 \frac{Q_m - Q}{Q} \% , \quad (4.8)$$

или промилима:

$$\delta = 1000 \frac{Q_m - Q}{Q} \text{‰} . \quad (4.9)$$

При прецизним мерењима, релативна грешка се изражава у милионитим деловима (*ppm*¹³).

$$\delta = 10^6 \frac{Q_m - Q}{Q} \text{ppm} . \quad (4.10)$$

Релативна грешка мерења је подеснија величина за описивање резултата мерења, односно својстава мерних средстава. Да би добио потпуно значење, податак о грешци, која је садржана у резултату мерења, треба да се посматра у односу на вредност мерене величине. Грешка од 10 mV је прихватљива за већину индустријских мерења, ако је мерени напон реда величине 10 V или виши, али је, најчешће, недопустиво велика ако је мерени напон реда величине 100 mV. У првом случају, ред величине релативне грешке је 0,1 % мерене вредности. У другом случају, иако грешка има исту вредност, релативна грешка је стотину пута већа.

У претходно разматраном примеру мерења количине течности, релативна грешка читавања горњег и доњег нивоа је приближно 1%. Треба уочити да се промена нивоа (мерена величина), одређује са релативном грешком која је око пет пута већа. Због тога овакав поступак није прихватљив за мерење малих количина. Квалитет мерења која се врше у сврхе наплате трошкова за испоручену количину робе изражава се кроз границе дозвољене релативне грешке.

4.4. КЛАСИФИКАЦИЈА ГРЕШАКА

У сваком резултату мерења садржана је грешка. То је “зла коб” научника, истраживача, као и оних који се баве мерењима која се врше при продаји робе или услуга, односно за потребе надзора и управљања процесима. Добро мерење подразумева доследни скептицизам¹⁴ у погледу

¹² Понекад се релативна грешка означава са e_r .

¹³ Од лат. *pars-per-milion*, $\text{ppm} = 1 \cdot 10^{-6}$.

¹⁴ Сумњичавост (грч. *skeptikós*, неповерљив човек).

тачности резултата. Узроци грешке су разноврсни. На основу порекла, грешке се могу поделити у три основне групе:

- грешка метода (*error of method*),
- грешка употребљеног мерног средства¹⁵,
- грешка извршиоца мерења¹⁶.

Примењују се и другачија сврставања. На пример, при декларисању метролошких својстава мерних средстава користе се појмови као што су:

- сопствена (својствена) грешка мерила (*intrinsic error of measuring instrument*) као грешка која је одређена у референтним радним условима¹⁷;
- грешка услед промене утицајне величине (*influence error*);
- радна грешка (*operating error*) при испуњеним декларисаним (прописаним) називним радним условима употребе (*rated operating conditions*).

Према “природи” извора грешке, која се испољава при вишеструком понављању мерења исте појединачне величине, разликују се три основне категорије грешака:

- систематске грешке
- случајне грешке и
- грубе грешке.

Са становишта теоријске анализе “природа” грешке је посебно значајна. Она се испољава кроз закономерност појављивања одступања резултата мерења од праве вредности мерене величине. Другим речима, представља опште својство, независно од порекла или неког другог обележја које би се, у складу са неким посебним захтевима, могло усвојити као критеријум за систематизацију. Резултати који садрже грубе грешке се могу идентификовати и одбацити. Независно од порекла, систематске грешке се могу, мање или више успешно, смањити компензацијом њиховог деловања или поправком резултата мерења. Случајне грешке су непредвидиве, али се померавају законитостима теорије вероватноће.

4.4.1. СИСТЕМАТСКЕ ГРЕШКЕ

Систематска грешка (*systematic measurement error*) је део грешке мерења који при поновљеним мерењима остаје сталан, или се мења на одређен (предвидљив) начин. Систематске грешке су последица

¹⁵ Овде спадају грешка (показивања) мерила (*error of a measuring instrument*) и грешка (показивања) материјализоване мере (*error of a material measue*).

¹⁶ У класичној теорији посебна пажњу је била посвећена “личним” (субјективним) грешкама које извршилац мерења уноси у резултат мерења. **Грешка посматрања** (*error of observation*) настаје због невештине, замора или немарности, али и због несавршености чула које користи при раду. При читавању инструмената са казаљком настају грешка паралаксе (*parallax error*), када се читавање не врши у правцу посматрања које је предвиђено за употребљени инструмент, као и грешка интерполације (*interpolation error*), при процени положаја казаљке у односу на два суседна знака између којих се казаљка налази.

¹⁷ Под референтним условима се подразумевају услови употребе прописани за испитивање својстава мерила или за међусобно поређење резултата мерења.

несавршености мерних средстава односно мерног поступка, као и утицаја околине на резултат мерења. Примери систематске грешке су:

- грешка при мерењу масе помоћу кантара¹⁸, ако се у својству материјализоване мере масе називне вредности (*nominal value*) 1 kg користи тег чија је стварна маса 1,01 kg.
- грешка која при мерењу малих електричних напона настаје услед Зебековог ефекта¹⁹;
- грешка која настаје при мерењу дужине на температури 0 °C када се користи мерни лењир са скалом која одговара радној температури од 20 °C.

У зависности од узрока који их изазива, систематске грешке мерења могу да се сврстају у три групе:

- грешке модела,
- грешке мерних средстава,
- грешке окружења.

У прву групу спадају грешке које потичу од несавршености примењеног модела мерења. На пример, мерење електричне снаге у колу наизменичне струје:

$$P = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \cdot \cos \varphi,$$

може да се сведе на мерење ефективних вредности напона и струје, U_{ef} и I_{ef} , уколико је у питању потрошач који представља термичко (“омско”) оптерећење. Тада је померај фазе напона у односу на струју, φ , једнак нули.

Мерење, неизбежно, у мањој или већој мери, утиче на појаву, тело или супстанцију која се посматра. Измерена вредност се разликује од праве вредности посматране величине. Мерење температуре применом додирног термометра утиче на температуру тела чија се температура мери.

Другу групу чине грешке које су последица недостатака примењених мерних средстава (*instrumental errors*). Мерило физички остварује изабрани модел мерења, али само приближно, са неком апроксимацијом. У ову групу спадају **померај нуле** (*zero error, offset*), **грешка константе** (*instrument constant*) мерила²⁰, као и грешка која се исказује као **нелинеарност** (*nonlinearity*) карактеристике улаз-излаз.

У трећу групу спадају грешке које су последица променљивих спољашњих услова, као што су температура, влажност, притисак, магнетско или електрично поље (*environmental errors*).

Мерни уређај је динамички систем који различито “реагује” на промене мерене величине. Са тог становишта, систематске грешке се могу поделити

¹⁸ Кантар је вага са помичним тегом.

¹⁹ Термоелектрична појава коју је 1821. године открио немачки физичар Зебек (*Thomas Johann Seebeck*, 1770-1831). Исказује се као разлика потенцијала на споју два проводника, која зависи од температуре.

²⁰ Понекад се ове грешке називају “грешке калибрације” јер се, у начелу, могу да одстрани одговарајућим подешавањима.

на статичке и динамичке грешке. **Статичке грешке** (*static errors*) су грешке које се исказују када се мерена величина не мења. **Динамичке грешке** (*dynamic errors*) су резултат неспособности мерног средства да довољно тачно реагује на брзу промену мерене величине. Статичке систематске грешке при мерењу исте мерене величине, у истим условима имају исту вредност, или се мењају према одређеном закону са променом услова. То значи да се оне могу одредити или проценити.

Мерило које се одликује великом тачношћу има малу систематску грешку.

Иако узроци систематских грешака нису увек у потпуности познати, њихово постојање се може узети у обзир путем процене деловања одговарајућег извора систематске грешке. У мерној техници користи се појам “поправка” резултата мерења која се врши на основу процењене систематске грешке. То се остварује уношењем одговарајућег члана у изразу за резултат мерења, који је аналитички исказан или одређен на основу података датих у табеларном или графичком облику.

У ужем смислу, то је вредност која се додаје резултату мерења да би се “поништила” систематска грешка и тако тачније одредила вредност мерене величине. Ова корекција (*correction*²¹) има исту апсолутну вредност као и грешка, али је супротног предзнака. На овај начин се, на пример, остварује поправка “помераја нуле”.

резултат мерења = измерена вредност + поправка

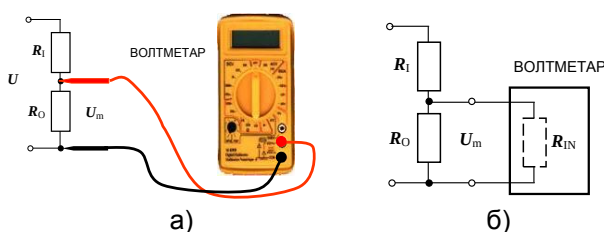
Поправка сачиниоца преноса остварује се применом мултипликативног члана (*correction factor*) којим се множи резултат мерења. На овај начин се остварује поправка константе мерила.

резултат мерења = измерена вредност • поправка

На пример, при мерењу напона на излазу отпорничког делитеља напона (слика 4.2.а), вредност која се добија читавањем је мања од вредности када мерни инструмент (волтметар, осцилоскоп, писач) није прикључен (*load effect*). Ово одступање настаје као последица утицаја коначне улазне отпорности мерног уређаја (слика 4.2.б), а утолико је веће уколико је ова отпорност мања. Ако су отпорности у колу познате, може да се изврши одговарајућа поправка резултата добијеног мерењем.

При развоју мерног уређаја, поправке се остварују увођењем одговарајуће компензације процењеног систематског деловања које доводи до одступања мерене величине од величине коју треба измерити.

²¹ Од лат. *correctio*, исправка.



Слика 4.2 Поправка систематске грешке

Када се даје резултат мерења треба јасно да се наведе шта представља:

- показивање мерног средства,
- некоригован резултат,
- коригован резултат, или
- средњу вредност више појединачних мерења.

Некоригован резултат (*uncorrected result*) је резултат мерења пре поправке којом се компензује систематска грешка. **Коригован резултат** (*corrected result*) је резултат мерења после поправке којом се смањује систематска грешка.

4.4.2. СЛУЧАЈНЕ ГРЕШКЕ

Случајна грешка (*random measurement error*) је део грешке мерења који се при поновљеним мерењима мења на непредвидљив начин. Она је последица непознатих узрока који делују и онда када су систематске грешке узете у обзир.

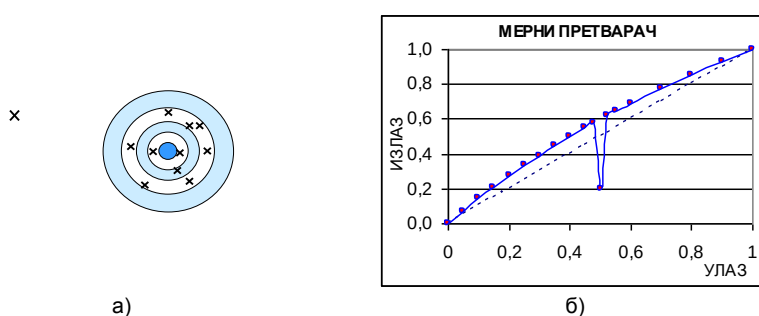
$$\text{случајна грешка} = \text{грешка} - \text{систематска грешка}$$

Несавршеност људских чула чини да је читавање мерила са аналогним приказом (скалом) увек субјективно. Грешка посматрања у основи представља случајну величину. У општем случају, случајне грешке изазивају узроци који су непознати, или су тако бројни, а односи између њих сложени, да се последице њиховог деловања на показивање мерила у тренутку читавања не могу да предвиде. Али, управо зато што представљају случајне величине, ове грешке подлежу законитостима теорије вероватноће. Вишеструко понављање мерења исте појединачне величине омогућује сагледавање утицаја извора случајних грешака. Велика прецизност значи да је случајна грешка мала (слика 4.1.а и 4.1.б). У добро осмишљеним експериментима, број извора случајних грешака је мали, али они постају веома значајни, када се захтева висока тачност мерења.

Мерило које се одликује великом прецизношћу има малу случајну грешку.

4.4.3. ГРУБЕ ГРЕШКЕ

Анализе резултата мерења многобројних експеримената при којима су вршена вишеструка мерења (за која може да се сматра да су били испуњени услови поновљивости) показале су да случајне грешке по својој апсолутној вредности не прелазе неку граничну вредност. При неким мерењима, међутим, појављују се резултати који се не “уклапају” у овај закључак. Под називом **груба грешка** (*gross error*) подразумева се грешка која одговара значајном одступање резултата појединачног мерења од осталих вредности при поновљеним мерењима исте величине. (слика 4.3.а). При испитивању мерног претварача, “деформација” карактеристике улаз-излаз указује на постојање грубе грешке (слика 4.3.б).



Слика 4.3. Груба грешка

Екстремно одступање појединачног резултата мерења може да буде последица неправилног одвијања мерног поступка, неправилног рада мерне опреме, неодговарајућих услова мерења или погрешног очитавања резултата²². Притом треба правити разлику између грубе грешке и грешке која проистиче из мерења за које се зна да није исправно због неопрезности, незгоде или недостатка потребне вештине лица које обавља мерење. У овом другом случају очекује се “неочекивани резултат”, јер се зна да је дошло до омашке при извођењу мерења. Грубе грешке су несагледане омашке које доводе до резултата који је далеко од средње вредности других мерења (промашаји). Сматра се да одступање које је два до три пута веће од осталих одступања представља грубу грешку.

Омашке се могу предупредити (избећи). Ефекти непажње руковаоца мерном опремом избегавају се применом аутоматизованих мерних система. Ипак, на тај начин не могу да се избегну грешке које “људски фактор” уноси погрешним избором мерне опреме или алгоритма рада. Посебни рачунарски програми (експертни системи) “помажу” при пројектовању мерних система и инсталација.

Грешке могу да се смање, али не могу да се избегну у потпуности, јер представљају резултат одвијања мерног процеса. Резултати који садрже

²² Појам “груба грешка” има различита значења, зависно од области у којој се примењује. У терминологији америчког министарства одбране, груба грешка (*gross error*) се дефинише као “активирање нуклеарног оружја на таквом растојању од циља да се не оствари нуклеарно разарање објекта”. Међународни метролошки речници не обрађују овај појам.

грешку могу да буду употребљиви уколико величина грешке може да се процени. Омашке треба да буду одбачене. Откривање грубих грешака је веома важно у системима аутоматског вођења индустријских процеса. Развијени су посебни алгоритми за њихову идентификацију [12], [13].

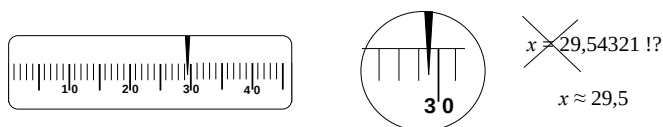
4.5. РАЧУН ГРЕШАКА

Резултат мерења вредности неке појединачне физичке величине неизбежно садржи грешку чија вредност зависи од метролошких својстава коришћених мерних средстава, умешности мерача, броја извршених мерења... Резултати мерења су увек приближни бројеви²³.

4.5.1. ЗНАЧАЈНЕ ЦИФРЕ

Нумерички приказ (запис) резултата мерења представља низ цифара од којих само неке могу да се сматрају тачним. За цифру најмање “тежине” се не може са сигурношћу тврдити да одговара правој вредности мерене величине. Резултате мерења треба записивати у што прегледнијем облику, како би се омогућило њихово брже и лакше коришћење.

Често се све цифре у резултату мерења које су добијене бројањем или читавањем показивања мерила називају сигурним. То је само условно тачно. Када су у питању аналогни мерни уређаји, све цифре у податку који представља очитану вредност могу да се сматрају сигурним цифрама уколико тежина цифре најмање тежине у запису резултата мерења одговара вредности једног подеока на скали инструмента. Уколико је овај податак добијен проценом положаја казаљке између два назначена подеока (интерполацијом скале), додатне цифре нису сигурне (слика 4.4). Ако се имају у виду субјективна грешка посматрача и сопствена грешка мерног средства, додавање више од једне цифре је бесмислено.



Слика 4.4. Очитавање показивања аналогног мерила

Значајне цифре (*significant figures*) у запису резултата мерења су сигурне цифре (које одговарају скали мерила) и још једна додатна (несигурна) цифра која је одређена проценом. Притом, нула може, али не мора да буде значајна цифра. Нуле које се користе за одређивање места децималног зареза нису значајне цифре. На пример, број 0,00012 има две значајне цифре. Број значајних цифара којима је резултат представљен показатељ је прецизности мерења. Уколико има више значајних цифара, утолико је прецизност већа.

²³ Под овим називом се подразумева број који се незнатно разликује од броја који замењује при рачунању.

Пример 2

У броју 0,001020 прве три нуле нису значајне цифре јер оне само одређују тежину цифара у запису. Остале две нуле јесу, јер одређују резолуцију мерења.

Начин записивања броја треба да буде такав да нема нејасноће у погледу броја значајних цифара. На пример, по облику броја 123 000 не може се одредити колико има значајних цифара: три или више. Ова неодређеност се избегава ако се овај број напише у облику $123 \cdot 10^3$ ако има три значајне цифре, или у облику $123,00 \cdot 10^3$ ако има пет значајних цифара.

При одређивању броја значајних цифара у запису резултата мерења примењују се следећа правила:

- ▽ Прва значајна цифра је прва цифра различита од нуле посматрано слева надесно.
- ▽ Нуле су значајне ако се налазе између две значајне цифре.
- ▽ У запису резултата мерења који садржи децималне разломке крајње нуле су значајне ако представљају сигурне цифре.
- ▽ Број значајних цифара не зависи од мерне јединице.
- ▽ Број са најмањим бројем значајних цифара одређује колико значајних цифара треба да буде задржано у резултату мерења након извршене математичке обраде.

Неки примери писања бројева са две, три и четири значајне цифре дати су у следећој табели.

2	1,1	0,11	0,0011	$11 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
3	1,10	11,0	110	$11,0 \cdot 10^{-3}$	$0,11 \cdot 10^{-2}$
4	1,101	11,00	101,0	$110,0 \cdot 10^{-2}$	$1,010 \cdot 10^{-2}$

4.5.2. ЗАОКРУГЉИВАЊЕ

Циљ обраде резултата мерења је одређивање бројне вредности која се приписује мереној величини. Да би резултат мерења био потпун, придружује му се и процена грешке са којом је одређен. Након спроведених израчунавања ови подаци често садрже цифре које нису сигурне. Сувишне цифре замагљују сагледавање праве вредности и отежавају анализу. Пожељно је да резултат не садржи “неинформативне” цифре. На пример, ако се као резултат мерења напона добије вредност 123,456 V, а при мерењу је коришћен инструмент чије су декларисане границе релативне грешке $\pm 0,1\%$, тада не само да пета и шеста цифра нису поуздане, него и четврта није сигурна. Међутим, нецелисходно је да се одбаце све три децималне цифре. Мање несигурну цифру, која означава десете делове волта, треба задржати и, евентуално, “поправити”. При смањивању броја цифара примењују се следећа општа правила.

▽ Ако је цифра која се одбацује мања од 5, цифре које се задржавају се не мењају. Заокругљен број је мањи од полазног броја (заокругљивање “на доле”, *rounddown*).

▽ Ако се одбацује цифра која је већа од 5, цифра која јој претходи повећава се за 1. Заокругљен број је већи од полазног броја (заокругљивање “на горе”, *roundup*).

Пример 3

Када се заокругљује податак о вредности броја $\pi = 3,141592\dots$ добија се: $\pi \sim 3,1416$ (ако се заокругљује на четири децимале) односно, $\pi \sim 3,14$ (ако се заокругљује на две децимале).

▽ Ако је цифра која се одбацује једнака 5, а иза ње постоје неке цифре различите од нуле, претходна цифра се повећава за 1.

▽ Ако је цифра која се одбацује једнака 5, а иза ње не постоје никакве цифре, или су све потоње цифре нуле, претходна цифра се повећава за 1 ако је у питању непаран број, односно остаје непромењена ако представља паран број.

Пример 4

$3,450001 \sim 3,5$ $3,450 \sim 3,4$ $45,675 \sim 45,68$

▽ Заокругљивање се обавља само једном, након што су обављене све потребне аритметичке операције да би се добио резултат мерења.

Пример 5

Ако се број 123,456 заокругљује на број са једним децималним местом, резултат је 123,5. Ако се врши заокругљивање на цео број, резултат је 123. Међутим, ако би се заокругљивање на цео број вршило након заокругљивања на број са једном децималом, према наведеним правилима, коначан резултат би био 124.

4.6. СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА

Статистика је област математике која се бави сакупљањем, обрадом, тумачењем и приказивањем мноштва података²⁴. Математичка основа статистике је теорија вероватноће. У мерној техници, обрада резултата вишеструко поновљених мерења појединачне вредности мерене величине има за циљ да се омогући што тачнија процена њене праве вредности.

Експеримент је питање постављено природи. Када се, са циљем добијања резултата који ће представљати што је могуће бољи одговор,

²⁴ Првобитно се под овим називом подразумевао поступак приказивања стања у држави израженом у бројевима (лат. *status*, стање), који се касније развио као општи метод којим се на организован начин изражавају подаци о разним појавама. Статистички показатељи омогућују не само целовито сагледавање појаве која се одликује разноврсношћу исказивања, него и предвиђање догађаја у будућности на основу расподеле учесталости њиховог дешавања.

обавља низ независних мерења, као полазни податак за оцену квалитета мерења се често узима **средња вредност** (*average value*) која је дефинисана као аритметичка средина (*arithmetic mean*) резултата вишеструко поновљених независних мерења:

$$\bar{x} = x_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (4.11)$$

где је x_i резултат i -тог мерења, а n укупан број извршених мерења.

Многоструко понављање мерења једне исте појединачне величине смањује значај случајних грешака. Теоријски, ако се изврши поправка којом се одстрањује систематска грешка, средња вредност представља најбољу процену вредности мерене величине. Права вредност мерене величине, x_t , представља граничну вредност аритметичке средине, када број мерења, обављених у истим условима поновљивости, тежи бесконачности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = x_t. \quad (4.12)$$

У складу са тим, систематска грешка, e_s , може да се дефинише као разлика средње вредности резултата поновљених мерења и праве вредности мерене величине:

$$e_s = \bar{x} - x_t. \quad (4.13)$$

4.6.1. КАРАКТЕРИСТИКЕ КОЈЕ ОПИСУЈУ РАСИПАЊЕ РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА

Поновљивост и репродуктивност се квантитативно изражавају преко показатеља који описују расипање резултата мерења. Одступање (*deviation*) појединачног резултата од средње вредности је мера прецизности:

$$d = x_i - \bar{x}. \quad (4.14)$$

Средња вредност овог одступања једнака је нули. Као показатељ прецизности може да се користи средња вредност апсолутног одступања:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n |d|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}. \quad (4.15)$$

При статистичкој анализи резултата мерења као показатељ расипања користи се стандардно одступање (*standard deviation*) које је дефинисано као квадратни корен средње вредности квадрата одступања (*root-mean-square deviation*)²⁵:

²⁵ У статистици се величина σ^2 назива варијанса (*variance*) или дисперзија. Називи "средње квадратно одступање" и "средња квадратна грешка", су такође у употреби, али су погрешни. Величине које се називају "грешка" односно "одступање" имају исту димензију као и мерена величина, што није случај са варијансом.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (4.16)$$

Средња вредност резултата низа поновљених мерења једнака је правој вредности мерене величине, ако су одстрањени или компензовани узроци систематских грешака и ако је број извршених мерења, N , веома велики. Овај закључак има само теоријски значај. У пракси, број понављања мерења је увек ограничен. Задатак статистичке обраде је да на основу ограниченог скупа података омогући што бољу процену праве вредности, x_t , и стандардног одступања, σ , као показатеља расипања резултата извршених мерења.

Ако се систематска грешка може да занемари, средња вредност резултата поновљених мерења се усваја као најбоља апроксимација праве вредности мерене величине²⁶:

$$x_t = \bar{x} - e_s. \quad (4.17)$$

Израз (4.16) којим је дефинисано стандардно одступање није најбољи показатељ расипања резултата мерења када је извршен коначан број мерења. Анализа овог проблема показује да је најпогодније да се као процена стандардног одступања користи величина s која је дата обрасцем [14], [15]:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (4.18)$$

где је x_i резултат i -тог мерења, а $\bar{x}$ аритметичка средина n разматраних резултата мерења исте мерене величине. Ова величина се назива **експериментално стандардно одступање** (*experimental standard deviation*)²⁷.

Процена праве вредности састоји се од два податка. То су процена највероватније вредности мерене величине, и процена мерне несигурности резултата мерења.

4.7. МЕРНА НЕСИГУРНОСТ

Класична теорија мерења је заснована на појму грешке која је дефинисана као одступање резултата мерења од праве вредности мерене величине.

Циљ мерења је одређивање вредности мерене величине, што значи да је права²⁸ вредност непозната, односно, не може да се одреди. Због тога се

²⁶ Средња вредност има то својство да збир квадрата појединачних одступања (4.14) има најмању могућу вредност [14].

²⁷ У литератури старијег датума, ова величина се, понекад, погрешно назива "стандардна грешка средње вредности".

²⁸ Стварна, "истинита" вредност (*true value*).

при одређивању одступања мерења d користи погодно изабрана вредност мерене величине која је усвојена да се са њом резултат мерења пореди. У складу са тим, у трећем издању Међународног речника метрологије је дата измењена дефиниција појма грешке.

Грешка мерења (*measurement error*) је разлика вредности мерене величине која представља резултат мерења и усвојене референтне вредности са којом се резултат мерења пореди.

грешка = измерена вредност - референтна вредност

Појам грешке мерења може да се примењује:

- када је референтна вредност јединствена вредност (као што је случај при испитивању мерила када референтна вредност представља задату вредност мерене величине која је одређена са занемарљивом мерном несигурношћу²⁹, или када референтна вредност представља договорену праву вредност³⁰) у ком случају је мерна грешка позната;
- када мерена величина треба да буде представљена јединственом правом вредношћу, у ком случају мерна грешка није позната.

Унапређење мерне технике, уопште, а примена рачунарске технике и поступака поправке систематске грешке, посебно, учинили су да је случајна грешка постала веома значајна. Она не може да се предвиди. Због тога се њен утицај процењује. При анализи и вредновању резултата мерења се као договорена вредност величине користи **процена** (*evaluation*) праве вредности величине. Притом је потребно и да се квантитативно исказе у којој мери се та процена може да сматра ваљаном ("сигурном").

Мерна несигурност (*measurement uncertainty*), је ненегативни параметар, придружен резултату мерења, који описује расипање вредности резултата мерења, које може да се припише мереној величини. Параметар може да буде, на пример, стандардно одступање (или његов одређен умножак), или полуширина интервала у којем се налази вредност мерене величине, са назначеном вероватноћом.

Мерна несигурност је сложен параметар, који обухвата више узрока расипања резултата мерења. Утицаји неких од њих могу да се процене на основу статистичке расподеле резултата и прикажу експерименталним стандардним одступањима. Деловања других се процењују помоћу претпостављених расподела вероватноће, на основу стеченог искуства или других информација. На мерну несигурност утичу поправке које се уносе у

²⁹ Вредност приближна правој вредности величине, таква да се, у сврху у коју се ова вредност употребљава, разлика између ове две вредности може да занемари (*conventional true value of quantity*).

³⁰ Договорена права вредност материјализоване мере (*conventional true value of material measure*).

резултат мерења, као и својства еталона посредством којих се остварује метролошка следивост. Део мерне несигурности, који потиче од непотпуности дефиниције величине која треба да се измери, назива се **дефинициона несигурност** (*definitional uncertainty*).

Разликују се два начина процењивања мерне несигурности [16]:

▽ **Тип А процене мерне несигурности** (*type A evaluation of measurement uncertainty*) одређује се искључиво статистичком обрадом резултата.

▽ **Тип В процене мерне несигурности** (*type B evaluation of measurement uncertainty*) одређује се осталим методама.

Стандардна мерна несигурност (*standard measurement uncertainty*) је мерна несигурност изражена као стандардно одступање. Стандардна мерна несигурност која је добијена на основу појединачних стандардних мерних несигурности придружених улазним величинама мерног модела назива се **комбинована мерна несигурност** (*combined standard measurement uncertainty*). **Релативна стандардна мерна несигурност** (*relative standard measurement uncertainty*) је количник стандардне мерне несигурности и апсолутне вредности мерене величине. На пример, за вредност коју је међународни комитет CODATA³¹ препоручио за Авогадрову константу ($N_A = 6,022\ 141\ 79(30)\ 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, стандардно одступање је $30\ 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, а релативна мерна несигурност $5\ 10^{-8}$ [2].

Под појмом **метролошка усаглашеност резултата мерења** (*metrological compatibility of measurement results*) подразумева се својство скупа резултата мерења одређене мерене величине, таквог да је апсолутна вредност разлике било ког пара вредности мерене величине, одређених на основу два различита резултата мерења, мања од неког усвојеног умношка стандардне мерне несигурности.

ЛИТЕРАТУРА

-
- 1 DIN 1319, *Grundbegriffe der Messtechnik*, 1963.
 - 2 ГОСТ, Метрология, Термины и определения. 1970
 - 3 *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux*, OIML, 1969, превод: Речник законске метрологије, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1971.
 - 4 *International Vocabulary, of basic and general terms in metrology*, 1984, превод: Међународни речник метрологије, основни и општи термини, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1985.
 - 5 М. Brezinščak, *Мерење и računanje u tehnici i znanosti*, Tehnička knjiga, 1971.
 - 6 *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*, 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.
-

³¹ Committee on Data for Science and Technology.

-
- 7 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050, part 311, Electrical and electronic measurements, General terms relating to measurements.*
 - 8 *International Vocabulary of basic and general terms in metrology, 1993*, превод: Међународни речник основних и општих термина у метрологији, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1996.
 - 9 *P. Mohr, B. Taylor, and D. Newell, CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2006, Rev. Mod. Phys. 80, 633-730, 2008.*
 - 10 Ђ. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967.
 - 11 Р. Pravica, I. Bagarić, *Metrologija električnih veličina, Opšti deo*, Nauka, 1993.
 - 12 *R.P. Moreno, Steady State Detection, Data Reconciliation, and Gross Error Detection: Development for Industrial Processes, Master thesis, University of New Brunswick, 2010.*
 - 13 *R.M.B.Alves and C.A.O.Nascimento, Gross errors detection of industrial data by neural network and cluster techniques, Brazilian Journal of Chemical Engineering, Vol.19, No.04, pp. 483 – 489, 2002.*
 - 14 *GUM, Evaluation of measurement data, Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 101:2008.*
 - 15 D. Stanković, *Fizičko-tehnička merenja*, Naučna knjiga, 1991.
 - 16 Д. Станковић, *Обрада резултата експеримената у физици и одређивање мерне несигурности*, поглавље у књизи “Предавања из физике”, Технички факултети Универзитета у Београду, 2005.

“При мерењу не чинимо ништа друго него то да најбољим и најпоузданијим помоћним средствима остварујемо исто оно што смо обично утврђивали видом, додиром или корацима”

Herman von Helmholtz
(Über den Ursprung und die Bedeutung von geometrischen Axiome)



5.

МЕРНА СРЕДСТВА

Још од прадавних времена, мерење подразумева употребу неких направа као средстава која омогућују одређивање вредности посматране величине. Ти су уређаји својеврсни алати којима људи допуњују своја чула. Без одговарајућих мерних средстава није могуће остварити мерење највећег броја величина које су од интереса за развијено друштво. У најопштијем смислу, мерно средство је уређај који омогућује да се одреди колико је нека, појединачна, величина велика у поређењу са другим појединачним величинама исте врсте.

Непосредна повезаност мерне технике са свакодневним животом људи чини да се “историјско наслеђе” често и упорно појављује као препрека на путу остваривања мерног јединства. То се огледа не само по питању мерних јединица које нису засноване на декадном систему бројева, већ и употреби назива који нису у складу са савременом концепцијом науке о мерењима. У свакодневном говору, на пример, одомаћен је архаични назив струјомер, иако је недвосмислено јасно да је у питању мерило испоручене, односно преузете активне електричне енергије.

Предмети (артефакти¹) који се употребљавају за мерење имају разноврсна имена, често са истим или сличним значењем. Термин “метар” (*meter*) је међународно прихваћен назив за јединицу дужине. У англоамеричкој литератури се користи и као општи назив за справу којом се мерење остварује. Називи појединих мерила понекад садрже назив одговарајуће јединице: амперметар (*ampere meter*), волтметар (*voltmeter*), омметар (*ohmmeter*), ватметар (*wattmeter*),...Често се мерила називају према величини која се мери: фреквенцметар (*frequency meter*), термометар (*thermometer*), фазметар (*phase meter*), екстензиометар (*extensometer*), тахометар² (*tachometer*), влагомер, ...

У неким случајевима назив описује намену мерила: мерило фактора снаге (*power factor meter*), мерило отпорности уземљења (*earth resistance meter*), силотермометар³, справа за дозирање, справа за мерење течних горива.

¹ Рукотворина, вештачки производ (од лат. *artefactum*).

² Назив потиче од грчке речи *tachýs*, брзина.

³ Мерило температуре у силосима.

У српском језику, у називу мерила се често користи наставак “мер”: протомер (*flowmeter*), нивомер (*level meter*), топломер⁴ (*thermometer*), водомер (*water meter*), гасомер (*gas meter*),... Иако непримерен, у употреби је још увек и термин “мерач”⁵: мерач нивоа звука (*sound-level meter*), мерач саобраћаја (*traffic meter*)...

Као и терминологија, класификација мерних средстава наилази на бројне тешкоће. Мерна средства, посматрана као уређаји, могу да се систематизују и класификују на више начина. Према принципу мерења, обично се сврставају у три основне категорије:

- механичка мерила,
- електромеханичка мерила, и
- електронска мерила.

Према критеријуму техничке сложености разликују се:

- мерни елемент (*measuring element*),
- мерна компонента (*component*),
- мерни део (*part*),
- мерни уређај (*device*),
- апарат (*apparatus*),
- мерна опрема (*equipment*),
- мерни систем (*system*),
- мерно постројење (*instalation*).

Листа је уређена према растућој сложености, али треба имати у виду да се поједини термини међусобно не искључују.

Ово поглавље је посвећено општем разматрању основних средстава мерне технике и њихових својстава. Сврстана су у категорије које су дефинисане у важећем Међународном речнику метрологије [1]. То су:

- мерило (мерни инструмент),
- мерни систем,
- показно мерило,
- мерило са приказивањем,
- материјализована мера,
- мерни претварач.
- сензор,
- детектор,
- мерни ланац.

Поред ових, обрађени су и неки посебни облици мерних уређаја, као и појмови релевантни за описивање мерила и њихових својстава. Појмови дефинисани у Међународном речнику метрологије назначени су масним словима (**bold**). У центру пажње су електронски мерни уређаји и системи. Еталони, мерна средства која остварују дефиницију мерне јединице неке величине, разматрају се у посебном одељку овог поглавља.

⁴ Назив је одомаћен, али погрешан. У питању је мерило температуре, а не количине топлоте.

⁵ Законом о општинској мерини (кантарини) из 1890. године, мерач је општински службеник, који “при ступању у ову службу полаже заклетву, прописану за општинске званичнике и кауцију за тачно вршење своје службе”.

5.1 КЛАСИФИКАЦИЈА МЕРНИХ СРЕДСТАВА

Мерило (*measuring instrument*) је основни појам мерне технике. Под овим називом се подразумева уређај намењен да се самостално, или заједно са другим уређајем (уређајима), користи за обављање мерења. Разликују се две основне категорије мерила: показна мерила и материјализоване мере.

Савремени ручни дигитални мерни инструмент (*handheld digital multimeter*) је вишенаменски електронски уређај чија се функција задаје помоћу преклопника на предњој плочи. Омогућује мерење једносмерног и наизменичног напона, једносмерне и наизменичне струје, као и електричне отпорности. За сваку од мерених величина постоји више опсега. Резултат мерења се приказује у одговарајућим јединицама, зависно од положаја преклопника. Развијени су и уређаји који омогућују пренос мерних података на даљину посредством бежичне комуникације



Мерни систем (*measuring system*) је скуп мерних средстава (мерила и друге опреме) састављен са циљем извођења одређеног мерења. Конструктивно, мерни систем може да буде израђен као један (сложен) уређај (мерни инструмент).

Метролошке лабораторије у којима се обавља преглед мерила електричне енергије (баздарнице), опремљене су мерним рачунарским системима који омогућују истовремено испитивање више мерила. Поступак испитивања извршава се аутоматски, у складу за захтевима одговарајућег метролошког упутства. Само бројила која испуњавају прописане услове могу да буду оверена (жигосана) од стране овлашћеног тела и примењена за мерења у сврхе обрачуна трошкова за испоручену електричну енергију.



Показно мерило (*indicating measuring instrument*) је мерно средство које даје излазни сигнал који носи информацију о мереној величини (слика 5.1). Излазни сигнал показује вредност мерене величине. Показно мерило може да обезбеђује запис (*record*) свог показивања.



Слика 5.1 Показна мерила

Показно мерило које резултат мерења приказује у визуелном облику назива се **мерило са приказивањем** (*displaying measuring instrument*). Приказивање (*display*) може да буде аналогно или дигитално (слика 5.2). Саставни део мерила која спадају у ову категорију је уређај за приказивање (*displaying device*). Величина која се приказује може да буде мерена величина, мерни сигнал или нека друга величина која се користи за израчунавање вредности мерене величине.



Слика 5.2 Мерила са приказивањем резултата мерења

Под називом “аналогни мерни инструмент” (*analogue measuring instrument*) подразумева се мерило чији је излазни сигнал или приказивање непрекидна функција мерене величине, или улазног сигнала. Термин “аналогни” се односи на облик представљања излазног сигнала или приказа, а не на принцип рада мерила. Под називом “дигитални мерни инструмент” (*digital measuring instrument*) подразумева се мерило које обезбеђује дигитални приказ или даје дигитални излазни сигнал.

Посебну врсту представљају мерила, намењена за уградњу у одговарајућу таблу (панел). Уобичајен назив за њих је “панелметар” (слика 5.3). Њихове су димензије, по правилу, стандардизоване (48, 76, 96, 144 или 192 милиметара). Класични, аналогни инструменти за уградњу мере и приказују само једну величину, унутар одређеног опсега вредности (слика 5.3.а). У неким случајевима примене, да би се добила вредност мерене величине, показивање мерила треба да се помножи одговарајућим сачиномцем, који се назива константа мерила (*instrument constant*).



Слика 5.3 Панелметри

Захваљујући микропроцесорима, савремени дигитални панелметри представљају вишенаменска мерила која мере више величина у више мерних опсега (слика 5.3.б). Мерило са више опсега и једним уређајем за приказивање има више константи које одговарају различитим опсезима.

Материјализована мера (*material measure*) је направа намењена да, стално у току употребе, репродукује или даје једну или више величина, са познатим (приписаним) вредностима. За материјализовану меру, показивање је вредност која јој је приписана (додељена).



Слика 5.4 Материјализоване мере

Тег масе 1 kg, сачињен од легуре платине и иридијума је материјализована мера јединице масе (слика 5.4.а). Вестонов нормални

елемент⁶ представља материјализовану меру електромоторне силе чија је вредност 1,018 V (слика 5.4.б). Отпорник од једног ома, израђен од жице постављене на носач посебне конструкције (тако да се што је више могуће смањи напрезање материјала) и смештен у уљном купатилу, представља материјализовану меру јединице електричне отпорности (слика 5.4.в).

Генератор сигнала (*signal generator*) је мерно средство које, при мерењу и испитивању, има улогу материјализоване мере једносмерног, наизменичног или пулсирајућег напона. Уређај *Diogen* заснован на примени микроконтролера и дигиталне синтезе сигнала, омогућује једноставан избор једног од осам препрограмираних таласних облика. Посредством тастатуре и LCD-дисплеја, који се налазе на предњој плочи уређаја, задају се учестаност, амплитуда и померај нуле (*offset*) излазног сигнала.



У најопштијем смислу, **мерни претварач** (*measuring transducer*⁷) се дефинише као уређај који на свом излазу даје величину која је у одређеном односу према улазној величини. Примери мерних претварача су: струјни (напонски) мерни трансформатор, мерни претварач учестаности у напон, диференцијални мерни претварач отпорности... У том смислу и електронски појачавач представља мерни претварач. Са становишта мерења процесних величина, мерни претварач је део мерила (мерног система) који једну величину претвара⁸ у другу величину ради мерења. У постројењима за производњу, пренос и дистрибуцију електричне енергије, мерни претварач наизменичне електричне величине је уређај који мерену електричну величину (напон, струју, електричну снагу, фактор снаге, ...) претвара у једносмерну струју или напон [2].

Део мерила или мерног система на који директно делује мерена величина назива се **сензор** (*sensor*)⁹. Примери сензора су: ротор турбинског мерила протока, фотоћелија спектрометра, платински отпорник за мерење температуре... Са становишта електричних мерења, сензор је део мерног средства који омогућује мерење физичких величина електричним средствима.

Детектор (*detector*) је уређај или супстанција која указује на присуство одређене појаве, када је гранична вредност (праг) придружене величине прекорачена. Детектор не мора обавезно да даје вредност мерене величине¹⁰. У хемији се користи назив индикатор (*indicator*). Пример детектора је лакмус-папир.

⁶ Електрохемијски извор напона који је Међународна електротехничка комисија препоручила за употребу 1908. године. Група Вестонових ћелија (*Weston cell*) представљала је међународни стандард електромоторне силе у периоду од 1911. до 1990. године

⁷ Нем. *Meßumformer*; рус. измерительные преобразователь.

⁸ Реч је о претварању у информационом смислу. Назив "претварач" (*transducer*) има различито значење у различитим областима технике. У енергетици, на пример, претварач омогућује преношење енергије из једног система у други

⁹ Назив потиче од лат. *sensus*, чуло, осетило. У литератури на нашем језику се користи и назив "давач" мерене величине (*transmitter, capteur, Aufnehmer, Meßfühler, Geber, чувствителуни елемент, датчик*).

¹⁰ У неким областима се назив детектор користи да означи осетљиви елемент, сензор.

Низ елемената мерног система који образује појединачну путању мерног сигнала од сензора до излазног елемента чини **мерни ланац** (*measuring chain*). Електроакустички мерни ланац, на пример, састоји се од микрофона, фреквенцијски селективног кола, појачавача и волтметра.

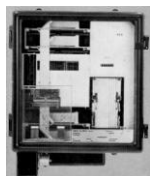
Поред наведених, основних категорија направа које се употребљавају за мерење, користи се и низ других појмова и термина. Неки од њих обухваћени су стандардима Међународне електротехничке комисије (IEC) [3], [4]. Под називом “елемент мерног уређаја” подразумева се његов саставни део који не може да се подели на мање делове, а да не изгуби своја карактеристична мерна својства. Мерни елемент електромеханичког мерила је, на пример, део мерног уређаја којим се мерена електрична величина трансформише у механичко кретање (померај).

Кондиционер¹¹ сигнала (*signal conditioner*) је део електронског мерног система помоћу којег се, на основу спреге са одређеним (одговарајућим) сензором, добија информација о вредности мерене величине у облику електричног сигнала, чији је информациони параметар у опсегу вредности подесном за мерење помоћу уобичајених мерних инструмената односно поступака¹².

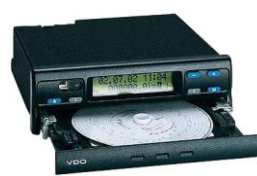
Посебну категорију мерних средстава представљају региструјућа мерила (*recording measuring instrument*) која обезбеђују запис показивања (мерене величине) на погодном медијуму (папиру, магнетној траци, магнетном или оптичком диску). Запис може да буде у аналогном или дигиталном облику и може да обухвати више величина.



а)



б)



в)

Слика 5.5 Мерни инструменти са записом на папиру

Писач који на папирној траци бележи вредност атмосферског напона (барограф, слика 5.5.а), као и електромеханички регистратор средње петнаестоминутне снаге са бушачем папирне траке (слика 5.5.б), примери су првих решења проблема аутоматског записивања вредности мерених величина током дужег временског интервала. Координатни (X-Y) писач (плотер) омогућује графички приказ међусобне зависности две мерене

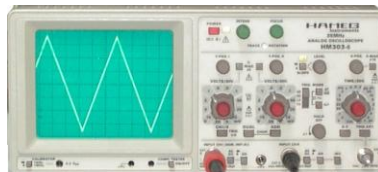
¹¹ Назив потиче од лат. *conditio*, услов. Иако се већ деценијама користи, није обухваћен у међународним речницима појмова у области мерне технике.

¹² Када је реч о припреми мерног сигнала, називи који се користе у стручној литератури немају увек исто значење. Назив “мерни претварач” се често користи за означавање сензора, а понекад се под овим називом подразумева и читава целина, коју чине сензор и електронски део у којем се врши кондиционирање, као и целокупна обрада којом се постиже да је вредност електричног сигнала на излазу овог мерног средства у одређеној зависности од вредности величине која се мери.

величине. Хронотахограф (слика 5.5.в), којим се мери и записује брзина возила, представља, сагласно Закону о безбедности саобраћаја, обавезни део опреме камиона велике носивости, аутобуса и железничких возила.

Током последњих деценија региструјуће мерне инструменте који користе папирну или магнетну траку, заменили су уређаји у којима се користи електронски запис, чиме је омогућено и ефикасно решење даљинског преноса регистрованих података. Постало је уобичајено да се ова категорија уређаја назива “data logger”.

Осцилоскоп је мерни инструмент који омогућује визуелни приказ таласног облика сигнала. Принцип рада може да буде заснован на аналогој или дигиталној обради напона на улазу. Савремени дигитални осцилоскопи садрже меморију, што омогућује њихову примену као региструјућих инструмената.



Интегришућа мерила (*integrating measuring instrument*) одређују вредност интеграла мерене величине током посматраног временског интервала. То су мерила количине. На пример, укупно пренето наелектрисање одређује се интеграцијом електричне струје (кулонметар).

У свакодневном животу савременог човека веома важну категорију представљају интегришућа мерила са дигиталним приказним уређајем¹³ посебно она која се примењују при економским трансакцијама (обрачуну трошкова). Овде спадају: бројила електричне енергије¹⁴ (*electrical energy meter*), бројила топлотне енергије (*calorimeter, heat meter*), гасомери, водомери, као и справе за мерење количине течних горива.

У индустријским постројењима све ширу примену имају системи чији је задатак аутоматско прикупљање мерних података (*data acquisition - DAQ*). Посебно место заузимају мерила која се примењују у географски распрострањеним системима као што су системи помоћу којих се преноси и испоручује електрична енергија, нафта или гас.

Стотину година након што су Едисон, Сименс, Феранти, Тесла и други својим проналасцима учинили да електрична енергија уђе у људске домове, веома удаљене од места на коме се она производи, постало је могуће да се управљање дистрибутивном мрежом, мерење и обрачун трошкова за испоручену енергију у потпуности врше даљински. Током последњих деценија, мерила електричне енергије еволуирала су у сложене мерне информационе системе који омогућују мерење десетине величина, локалну обраду и запис мерних података, њихово чување и пренос до надређеног центра.



¹³ Уобичајен назив за ову врсту мерила је “бројило”. Мерни уређај одбројава (сабира) елементарне прираштаје мерене величине која по својој физичкој природи представља количину нечега: гаса, течности, електричне енергије, топлотне енергије, пређеног пута...

¹⁴ У англоамеричкој стручној литератури, назив *meter* означава бројило.

5.2 СВОЈСТВА МЕРИЛА

Савремени мерни уређаји представљају аутомате који самостално извршавају низ операција, које укључују поређење величина, математичку обраду, и давање резултата у одговарајућем облику. У највећем броју случајева, кориснику су доступне само начелне информације о томе како се ове операције извршавају, које све величине и како утичу на својства мерног система.

Опсег показивања мерила (*indication interval, range of indications*) је скуп вредности величине која се приказује, одређен доњом и горњом границом показивања. На пример: опсег показивања фреквенцметра који је намењен за мерење учестаности електроенергетске мреже је 48 Hz до 52 Hz.

Називни опсег показивања (*nominal indication interval, nominal range*) је скуп вредности величине која се приказује, ограничен вредностима које се добијају заокругљивањем или апроксимацијом граничних вредности показивања. Примењује се за означавање одговарајућег подешавања (*setting*) мерног инструмента (система). На пример: опсези показивања вишенаменског мерног инструмента при мерењу једносмерног напона су 200 mV, 2 V, 20 V, 200 V и 400 V.

Називна вредност величине (*nominal quantity value, nominal value*) је вредност карактеристичне величине мерног инструмента (система), добијена заокругљивањем или апроксимацијом, са циљем формулисања упутства за његову примену. На пример: најнижа дозвољена температура складиштења мерила је -20 °C.

Мерни опсег (*measuring interval, measuring range*) представља опсег вредности величине одређене врсте, која може да се измери одређеним мерилом, са назначеном мерном несигурношћу и под утврђеним условима¹⁵.

Апсолутна вредност (модуо) разлике граничних вредности називног или мерног опсега представља његову ширину, а назива се распон (*span*). На пример, распон мерног инструмента чији је називни опсег од -5 mA до 5 mA, једнак је 10 mA.

Називни услови рада (*rated operating conditions*) су услови употребе који морају да буду испуњени да би мерило обављало своју функцију на исправан начин. У начелу, називни услови рада специфицирају опсеге вредности мерених и утицајних величина.

Гранични услови рада (*limiting operating conditions*) су екстремни услови које мерило треба да издржи без оштећења и без губљења својих метролошких својстава након довођења у називне услове рада.

¹⁵ Доњу границу мерног опсега не треба мешати са прагом детекције.

Референтни услови рада (*reference conditions*) су услови употребе прописани за испитивање својстава мерила или за међусобно поређење (*intercomparison*) резултата мерења. Референтни услови могу да буду исказани као референтне вредности или као референтни опсези утицајних величина. У ужем смислу, под референтним условима се подразумевају услови рада при којима је мерна несигурност најмања могућа.

Грешка која се може приписати мерилу када се оно употребљава у декларисаним референтним условима назива се сопствена грешка мерила (*intrinsic error of measuring instrument*). Грешка мерила када је улазна величина једнака нули назива се грешка нуле (*zero error*).

Најмања промена мерене или задате величине која изазива уочљиву промену показивања мерила представља његову **резолюцију** (*resolution*)¹⁶. Резолуција уређаја за приказивање резултата мерења (*resolution of displaying device*) дефинише се као најмања разлика у показивању која може јасно да се уочи. За мерило са дигиталним приказивањем, то је промена показивања када се цифра најмање тежине (*least signifivant digit*) промени за један корак¹⁷. Понекад се изражава у процентима мерног опсега.

Праг разликовања (*discrimination threshold*) је највећа промена мерене величине (побуде) која не изазива уочљиву промену показивања (одзива) мерила. Праг дискриминације може да зависи од шума, вредности или брзине промене мерене величине.

Мртва зона (*dead band*) је највећи интервал унутар којег мерена величина може да се мења у оба смера, а да не изазове промену показивања која може да се уочи (детектује).

Под појмом **“стабилност мерила”** (*stability of a measuring instrument*) подразумева се способност мерног средства да очува константним своја метролошка својства током времена. Мерна стабилност може да буде исказана трајањем временског интервала током којег се неко метролошко својство промени за одређени износ, или променом тог својства током временског интервала чије је трајање назначено.

Промена показивања инструмента која настаје као резултат промене метролошких својстава мерила назива се **“шетање”** (*instrumental drift*). Испољава се као спора промена показивања која није последица промене мерене величине, нити промене било које идентификоване утицајне величине.

Количник промене показивања (излаза, одзива) мерила и одговарајуће промене вредности величине која се мери (побуде) назива се **осетљивост**

¹⁶ Способност разлагања. Најмања промена мерене или задате величине при којој се може очитати њена вредност без интерполације. Назив потиче од латинске речи *resolutio*, разлучивање.

¹⁷ Корак, најмањи инкремент (прираштај) приказивања, може бити већи од један.

(*sensitivity of a measuring system*)¹⁸. Подразумева се да је промена вредности мерене величине велика у поређењу са резолуцијом мерила. Ако осетљивост инструмента не зависи од вредности побуде, карактеристика одзива инструмента је линеарна. У равни улаз-излаз, осетљивост представља нагиб тангенте у посматраној тачки карактеристике¹⁹. На пример, осетљивост мерног претварача напона у учестаност је 10 kHz/V. То значи да се при промени улазног напона за један волт, излазна учестаност промени за десет килохерца.

Са становишта намене, основно својство мерног средства је тачност, способност мерила да даје одзив (показивање) близак вредности величине која се мери. Ово квалитативно својство квантитативно се приказује одступањем резултата мерења од вредности која се сматра стварном вредношћу величине која се мери.

Класа тачности (*accuracy class*) је категорија мерних средстава која задовољавају одређене метролошке захтеве у погледу грешке мерења или мерне несигурности, у специфицираним условима рада [5]. Обично се означава договором прихваћеном ознаком или бројем. На пример: амперметри класе 1, бројила електричне енергије класе 0,2 S.

Највеће дозвољене грешке мерила (*maximum permissible measurement error*) су екстремне вредности грешке изражене у односу на познату (изабрану) референтну вредност мерене величине, дозвољене спецификацијама или одредбама које се односе на дато мерење или мерно средство. Када постоје само две екстремне вредности оне се обично називају **границе грешке**²⁰.

При описивању тачности мерних уређаја често се декларисане границе грешке исказују у облику збира два члана. Први члан представља компоненту грешке која је сразмерна вредности мерене величине. Исказује се релативном грешком сведеном на очитану вредност (*reading*). Други члан представља компоненту грешке која не зависи од вредности мерене величине. Исказује се као реалтивна грешка изражена (сведена) у односу на мерни опсег инструмента (*range*)²¹. На пример:

$$\pm 1\% \text{ од очитавања} \pm 0,5\% \text{ од опсега}$$

При декларисању тачности дигиталних мерних уређаја, други члан се исказује у цифрама најмање тежине броја који се даје као резултат мерења. На пример: при мерењу наизменичне електричне струје на опсегу 10 A,

¹⁸ Назив потиче од латинске речи *sensitivitas*, осетљивост.

¹⁹ Стрмина карактеристике.

²⁰ За мерила која се користе у сврхе обрачуна, највећа дозвољена грешка се утврђује одговарајућим одредбама и прописима у којима се утврђују границе дозвољене грешке (*limits of permissible error*).

²¹ Код мерила са скалом, уобичајено је да се ова компонента грешке исказује у односу на отклон који одговара "пуној скали" (*full scale, FS*).

границе грешке типичног вишенаменског лабораторијског мерног инструмента су:

$\pm 3\%$ од читавања ± 7 цифара (најмање тежине).

Грешка контролне тачке (*datum measurement error*) је грешка мерила при одређеном показивању или при одређеној вредности мерене величине, која је изабрана за преглед мерила.

Под називом **подешавање мерила** (*adjustment of a measuring system*) подразумева се поступак довођења мерила у стање у којем његова метролошка својства одговарају његовој намени. У неким областима се примењује назив “баждарење”. Подешавање може да буде ручно, аутоматско или полуаутоматско. Нека мерила омогућују да корисник сам изврши потребна подешавања.

Под називом **подешавање нуле** (*zero adjustment*) подразумева се подешавање мерила тако да се постигне да је показивање једнако нули када је мерена величина једнака нули.

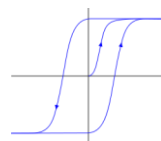
Електромеханичка аналогна показна мерила имају могућност механичког подешавања нуле помоћу завртња на предњој плочи. Савремени дигитални волтметри остварују аутоматско подешавање сопственог помераја нуле (*auto-zero*).



Линеарност (*linearity of a measuring instrument*) је својство мерила да даје показивање које је у линеарној вези са мереном величином. У начелу, начин на који се приказује одступање од линеарне карактеристике може бити различит за различите врсте мерила и утврђује се за сваки посебан случај.

Хистерезис (*hysteresis*²²) је појава која се исказује као неједнозначност карактеристике мерила. Одзив зависи не само од улазне величине већ и од предисторије система. Постоје две гране: узлазна, која одговара повећању, и силазна, која одговара смањивању вредности улазне величине.

Појава хистерезиса је карактеристична, пре свега, за механичке мерне склопове. Настаје као последица постојања трења, зазора у спојевима, као и различитих неповратних процеса који се одвијају у реалном мерном систему.



5.3 ЕТАЛОНИ

Еталон (*measurement standard*) је остварење, у најопштијем смислу, дефиниције одређене величине, које се користи као референца у односу на коју се резултати мерења исказују. За такво мерно средство се подразумева

²² Појава је карактеристична за феромагнетске материјале. Назив потиче од грч. *χστέρισις*, закашњен.

да има назначену вредност са придруженом мерном несигурношћу. Еталон може да буде материјализована мера, мерило или мерни систем. Може да остварује једну или више вредности једне или више величина [1].

Вредност остварена еталоном се преноси, поређењем на еталоне нижег реда или мерила. Скуп поступака којима се, у одређеним условима, успоставља однос између вредности величине коју мерило показује (одзив мерила), или вредности које материјализована мера представља, и одговарајуће вредности остварене еталонима, назива се **еталонирање** [3]. Из енглеског језика потиче назив **калибрација**²³. Калибрацијом се одређује тачност инструмента, његовим поређењем са еталоном чија је мерна несигурност позната. Често се термин калибрација користи у ужем смислу, да означи поступак подешавања мерног инструмента, што није у складу са терминологијом која је дата у Међународном речнику метрологије [1].

На основу поређења са еталоном приписују се вредности мерене величине показивањима мерног средства, или одређују поправке које треба да се изврше да би грешка мерења била унутар декларисаних граница. Еталонирањем се утврђују метролошка својства мерног средства која се исказују у одговарајућем документу - уверењу о еталонирању²⁴.

Графички приказ односа између показивања мерног средства и одговарајуће вредности мерене величине назива се калибрациона крива (*calibration curve*). У координатном систему који одређују оса показивања мерила и оса резултата мерења, калибрациона крива представља "одзив" мерила на различите вредности мерене величине.

5.3.1 КЛАСИФИКАЦИЈА ЕТАЛОНА

Сврставање еталона (мерних стандарда) може бити засновано на различитим критеријумима. Са становишта законске регулативе разликују се две основне категорије:

Међународни еталон (*international measurement standard*) је еталон признат међународним споразумом да на међународном нивоу служи као основа за приписивање вредности (величине на коју се односи) другим еталонима.

Национални еталон (*national measurement standard*) је еталон признат националном одлуком да служи, у тој држави, као основа за приписивање вредности (величине на коју се односи) другим еталонима у тој држави.

²³ Назив (енг. *calibration*), посредно, потиче из латинског језика (*qua libra*, калибар, величина и тежина топовског метка, пречник шупљине ватреног оружја, образац).

²⁴ Калибрациони сертификат (*calibration certificate*) односно извештај о еталонирању (*calibration report*).

Први еталон Краљевине Србије био је тег чија је називна вредност један килограм, израђен од месинга, исполиран, позлаћен и оверен у *BIPM*-у 1880. године.

Након десет година брижљиве припреме и израде, *BIPM* је 1890. године завршио прву серију прототипова килограма, направљених од легуре платине и иридијума. Као чланица потписница Метарске конвенције, Србија је 1891. године преузела прототип Килограм N^o 11, који је чуван у трезору Министарства финансија Краљевине Србије.



Описана класификација еталона подразумева постојање званичног (службеног) признања, односно одговарајуће државне одлуке или међународног споразума. Могућа су и другачија сврставања [6]. Са становишта тачности, као основног метролошког својства, еталони унутар метролошког система сврставају се у хијерархијски низ, од највише тачности ка најнижој.

Примарни еталон (*primary measurement standard*) је еталон који је остварен коришћењем примарне референтне мерне процедуре²⁵ или израђен као артефакат изабран договором. Примарни еталони служе за проверу и калибрацију осталих еталона. Међународни биро за тегове и мере даје и препоруке за реализацију примарних еталона [7].

Дефиниција еталона масе у Међународном систему јединица је заснована на међународном прототипу килограма који је установљен 1880. године²⁶. Већ деценијама се разматра могућност да се важећа дефиниција јединице масе, у чијој основи се налази артефакат, замени дефиницијом која је заснована на физичким константама [8].

Важећа дефиниција метра заснована је на брзини простирања светлости у вакууму, као фундаменталне физичке константе чија вредност не зависи од система у којем се мерења обављају. Одлука о усвајању ове дефиниције, донета на 17. генералној конференцији за тегове и мере (1983), била је праћена позивом Међународном комитету за тегове и мере да изradi упутства за практично остваривање те дефиниције и изабере зрачења која се могу препоручити као еталони таласне дужине за интерефрометарска мерења дужине, као и упутства за њихову примену. У складу са овим препорукама развијен је у Институту за физику (1989) примарни еталон јединице дужине који данас представља државни еталон Републике Србије.

Секундарни еталон (*secondary measurement standard*) је еталон чија је вредност приписана поређењем са примарним еталоном величине исте врсте.

Референтни еталон (*reference measurement standard*) је еталон највишег метролошког квалитета који је расположив на одређеном месту, или

²⁵ Поступак мерења неке величине који се користи за добијање резултата мерења без ослањања на мерни стандард величине исте врсте.

²⁶ Генерална конференција за тегове и мере (*CGPM*) и Међународни комитет за тегове и мере (*CIPM*) потврдили су међународне прототипове метра и килограма 1889. године, на основу чега је 1901. године усвојена дефиниција јединице масе која и данас важи.

у одређеној организацији. Из њега се “изводе” сва мерења одговарајуће величине која се ту врше.



Еталон електричне отпорности



Еталон наизменичне електричне снаге

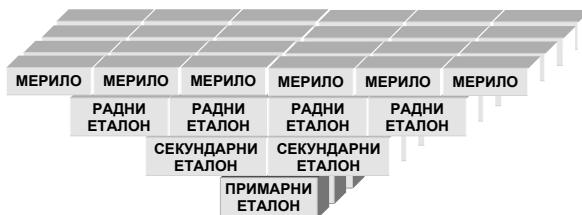
Слика 5.6 Еталони изведених величина

Еталон који се редовно користи за проверу материјализованих мера и мерила назива се **радни еталон** (*working measurement standard*). Помоћу радних еталона врши се провера и подешавање мерила пре њихове употребе.

Трофазно електронско бројило ЕЕЕ 005 је радни еталон, који омогућује испитивање бројила активне и реактивне електричне енергије. Његове су карактеристике усаглашене са одговарајућим прописима: Метролошким упутством за преглед радних еталона - уређаја за испитивање бројила електричне енергије и Метролошким упутством за преглед бројила електричне енергије.



Хијерархија у мерењима може сликовито да се представи пирамидом саграђеном од мерних средстава. Њену широку основу чине разноврсна мерила. На врху су еталони. Полазећи од идеје следивости мерења, метролошку пирамиду треба поставити тако да стоји на свом врху, јер све потиче од еталона и све почива на еталонима. (слика 5.7).



Слика 5.7. Метролошка пирамида

Метролошка пирамида омогућује остваривање метролошке следивости којом се резултат појединачног мерења доводи у везу са референцом, која у крајњој инстанци, представља примарни еталон (метролошки ланац следивости). Посредством документованог низа еталонирања могуће је у метролошком систему једне земље успоставити непрекинути ланац преношења јединице одређене величине. Акредитоване лабораторије омогућују да индустрија у Европи оствари метролошку следивост до највишег међународног нивоа.

Путујући еталон (*traveling measurement standard*) је еталон, понекад посебне конструкције, намењен за транспорт између различитих места. **Трансфер-уређај** (*transfer measurement device*) је уређај који се користи као посредник при поређењу еталона. Путујући еталон може да се користи као трансфер-уређај.

Еталон наизменичне електричне снаге, *MSB*, развијен у Институту Михајло Пупин, примењен је као трансфер еталон у међународној компарацији еталона 1987. године у којој су учествовале националне метролошке институције Канаде, Сједињених Америчких Држава, Немачке и Југославије [9], [10].



Референтни материјал (*reference material, RM*) је материјал довољно хомоген и стабилан у односу на одређена својства, која су установљена у складу са наменом коришћења у мерењима или испитивању називних својстава²⁷. У општем случају, одређени (појединачни) материјал (супстанција) може да се одликује једним или више својстава чије су вредности установљене тако да могу да се користе за еталонирање (калибрацију) мерних уређаја, процену мерних метода, или за приписивање вредности материјалима.

Референтни материјали имају улогу еталона који отелотворују одређену величину (својство) тако да могу да представљају референцу при калибрацији мерних уређаја или оверу методе мерења у медицини, екологији, као и за контролу квалитета производа. Аналитички поступци који се у ту сврху примењују заснивају се на поређењу непознатог са познатим. За успостављање везе између вредности величине која се мери и показивања мерног уређаја потребни су узорци познатог састава.

Референтни материјал може да буде у облику чистог или помешаног гаса, течности или чврстог тела. Примери референтних материјала су:

- вода одређене чистоће и динамичке вискозности која се користи за калибрацију вискозиметара,
- раствори који се користе у хемијским анализама,
- плочице направљене од челика одређене чистоће,
- смеша гасова одређеног састава.

Референтни материјал, праћен одговарајућим документом који потиче од одговарајућег (овлашћеног) тела, који се одликује одређеним својствима, која су утврђена важећим поступцима, назива се **сертификовани референтни материјал** (*certified reference material, CRM*). Припремају се и оверавају углавном у серијама (шаржама) чија су својства одређена на репрезентативним узорцима целе серије. Поступци производње и испитивања, као и облик уверења (сертификата) су стандардизовани на међународном нивоу.

²⁷ Појам “називно својство” (*nominal property*) означава својство појаве, тела или супстанције које нема великост (магнитуду). Вредност називног својства се може изразити, речима алфанумеричким кодом или на неки други начин.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*, 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.
- 2 *Electrical measuring transducers for converting a.c. electrical quantities to analogue or digital signals*, IEC 60688, Ed 2.2, 2002.
- 3 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050, part 314, Electrical and electronic measurements - Specific terms according to the type of instrument*.
- 4 <http://stf.iec.ch/glossary>.
- 5 *Accuracy classes of measuring instruments*, OIML, R34, 1979.
- 6 P. Pravica, I. Bagaric, *Metrologija električnih veličina*, Nauka, 1993.
- 7 *SI Brochure, Appendix 2. Practical realisation of the definitions of some important units*, BIPM, 2006.
- 8 A. Wallard, "The future of scientific metrology, BIPM (IMEKO 2009).
- 9 P. Miljanic, B. Stojanovic, and P. Bosnjakovic, "The development of a high precision time-division power meter," in *Dig., CPEM 84*, 1984, pp. 67–68.
- 10 W. J. M. Moore, E. So, N. M. Oldam, P. N. Miljanic, and R. Bergeest, "An international comparison of power meter calibrations conducted in 1987," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 38, pp. 395–401, Apr. 1989.

“Мерење је
начин прецизирања
наших појмова”

Moris Cohen
(An introduction to logic
and scientific method)



6.

АНАЛОГНА МЕРНА ТЕХНИКА

Прва мерила за мерење величина као што су дужина, маса, време, сила и брзина, представљала су направе чији је принцип рада заснован на законима класичне (Њутнове) механике. По природи ствари оне спадају у категорију аналогних мерила. Развој електронике, уопште, а појава интегрисаних електронских кола, посебно, коренито су изменили основе мерне технике. У данашње време, механичке величине се мере пресликавањем на електричне. Уношење информација о стању физичког процеса, изворно представљених неелектричним физичким величинама, у електронски мерни систем подразумева одговарајућу спрегу која се остварује аналогним мерним склоповима.

Ово поглавље је посвећено разматрању основа аналогне мерне технике. Електромеханичка мерила су приказана у сажетом обиму. Више простора је дато електронским мерним уређајима. Под овим називом првобитно су се подразумевала мерила са електромеханичким уређајем за визуелни приказ мерене величине, при чему је “припрема” мерног сигнала остварена одговарајућим електронским мерним колима. Развој полупроводничке технологије омогућио је појаву мерила која су у потпуности електронска, без покретних механичких делова¹.

Аналогна електронска мерна кола омогућују да се информација о вредности посматране величине представи у облику који је најпогоднији за даљу обраду или пренос. Посебна пажња у овом поглављу посвећена је операционом појачавачу као основном елементу савремених мерних уређаја за обраду аналогних величина. На примерима једноставних кола са операционим појачавачима приказан је поступак анализе рада електронских мерних кола.

Осцилоскоп је неизоставни инструмент у лабораторијама за развој, производњу, испитивање и одржавање електронских уређаја. У специфичним облицима примењује се у медицини, као и у неким процесним системима и системима посебне намене. У овом поглављу разматрају се основе умећа мерења помоћу осцилоскопа. Са више детаља то је обрађено у делу који се односи на мерење временских интервала и учестаности.

¹ Средином двадесетог века, први електронски мерни уређаји названи су “статичка мерила”. Иако непримерен, овај назив се одржао до данашњих дана.

Усавршавање производње дигиталних електронских кола допринело је интензивном увођењу дигиталних метода мерења. Тиме, међутим, није умањен значај аналогне мерне технике. Простор у којем постојимо и време у којем живимо су непрекидни (континуални). Макроскопске величине које карактеришу стање физичких процеса (сила, притисак, температура, електрични напон, електрична струја, енергија,...) представљају аналогне променљиве. То значи да примена дигиталне мерне технике, са циљем коришћења низа погодности које она пружа, неизоставно подразумева и примену аналогне мерне технике.

6.1 ЕЛЕКТРОМЕХАНИЧКА МЕРИЛА

Развој науке о електрицитету био је условљен постојањем одговарајућих мерних инструмената. Ти први електрични мерни инструменти били су, начином свог рада, електромеханичке направе помоћу којих се мерење електричних величина сводило на мерење механичких величина (транслаторног или угаоног помераја). Због своје робусности, релативно ниске производне цене и сразмерно добре тачности, примењују се још увек за индустријска мерења. Не захтевају спољашње напајање за свој рад, што у неким случајевима има посебан значај.

Први инструменти за мерење електричне струје заснивали су се на открићу везе између електричних и магнетских појава². Рад који је 1820. године објавио дански физичар Ханс Ерстед (*Hans Oersted*, 1777-1851), у којем је описао своје експерименте, подстакао је бројна истраживања која су довела до развоја низа мерних инструмената и омогућила заснивање јединствене теорије електромагнетских појава [1].



Ерстед

Принцип рада електромеханичких мерних уређаја је сличан као код механичких вага. Заснива се на успостављању равнотеже два или више дејстава на тело које може да се транслаторно помера или обрће око своје осе (радно тело). Направа за приказивање резултата мерења састоји се из два дела, показивача³ и скале, од којих је први обично чврсто спрегнут са покретним телом, а други непомичан. У стању равнотеже њихов међусобни положај показује однос између дејстава која одређују положај радног тела. Активно дејство, које доводи до померања, потиче од електричне величине која се мери. Противдејство, које тежи да врати радно тело у почетни положај, потиче од Земљиног гравитационог или магнетског поља, или од силе коју ствара сила еластичне деформације. У стању равнотеже положај радног тела представља меру великости мерене величине. С обзиром да је сила еластичности сразмерна деформацији⁴, код мерила са опругом величина помераја одређена је везом мерене величине и активног дејства. Скала мерила се гради у одговарајућим јединицама величине која се мери. У

² Сматра се да је ову везу први описао италијански филозоф Ромањози (*Gian Domenico Romagnosi*), али је његов рад, објављен у Италији 1802. године, остао незапажен.

³ Показивач може да буде механичка казаљка (енг. *pointer*, нем. *Zeiger*) или светлосни зрак (мрља).

⁴ Хуков закон, једначина 2.14.

зависности од облика функције којом је описана веза између помераја казаљке и мерене величине, скала може да буде линеарна или нелинеарна. Ако је дејство сразмерно мереној величини, а противдејство величини помераја, скала је линеарна.

Код прецизних инструмената, да би се избегла субјективна грешка читавања положаја казаљке при различитим угловима посматрања (грешка паралаксе), испод казаљке се поставља огледало. Приликом читавања води се рачуна да се казаљка поклапа са својим ликом у огледалу.



Постоји више врста електромеханичких мерних уређаја [2]. Најширу примену имају уређаји у којима електрично дејство доводи до ротационог померања. Положај радног тела одређен је равнотежом обртних момената које производе дејство и противдејство.

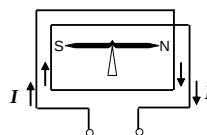
6.1.1 ИНСТРУМЕНТИ СА ПОКРЕТНИМ МАГНЕТОМ

Инструмент са покретним магнетом (*moving magnet instrument*) је мерило струје чији је принцип рада заснован на интеракцији магнетског поља покретног сталног магнета и струје која тече кроз један или више непокретних калема [3].

Након што је запажено да магнетна игла мења положај када се близу ње и паралелно са њом постави проводник кроз који протиче електрична струја, постало је јасно да такав систем може да се искористи за одређивање интензитета и смера електричне струје.

Сматра се да је прво мерило електричне струје конструисао Швајгер (*Johan Schweiger*, 1779-1857) 1820. године [4]. Да би остварио већу осетљивост он је "умножио" број проводника чије магнетско поље делује на магнетну иглу тако што је проводник обликовао као калем (*coil*). Због тога је овај систем назван "мултипликатор".

Пре почетка мерења, уређај се поставља тако да се раван калема поклапа са правцем магнетске игле. На тај начин се постиже да магнетско поље непокретног калема, које се ствара када кроз њега протиче струја која се мери, делује под правим углом у односу на магнетско поље Земље. Равнотежни положај игле одговара векторском збиру ова два поља.



Амперметар са покретним магнетом се одликује робусном и једноставном конструкцијом, јер није потребно да се покретном делу доводи струја која се мери. Ако је калем (завојница) кружног облика важи:

$$\operatorname{tg} \alpha = kI, \quad (6.1)$$

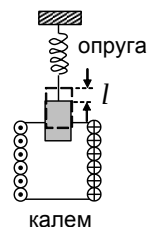
где је k сачинилац који је одређен хоризонталном компонентом Земљиног магнетског поља, бројем намотаја и димензијама калема⁵.

⁵ Облик карактеристике мерила утицао је да се ово мерило назове "тангентни галванометар" или "тангентна бусола". Усавршавању мерила са покретним магнетом допринели су многи проналазачи и научници: Нобили (*Nobili*, 1825), Пује (*Pouillet*, 1837), Келвин (1858) и други.

6.1.2 ИНСТРУМЕНТИ СА ПОКРЕТНИМ ГВОЖЂЕМ

Инструмент са покретним гвожђем (*moving-iron instrument*) је мерило струје које садржи део од магнетно меког материјала⁶ који се покреће под дејством магнетског поља које ствара струја која протиче кроз непокретни калем. Деловање ове струје може да буде појачано уметањем у намотај непокретних делова израђених од меког магнетног материјала.

Амперметар који је 1884. године конструисао немачки физичар Колрауш (*Friedrich Kohlrausch*, 1840-1910) састојао се од покретног гвозденог штапића који је помоћу еластичне опруге обешен изнад калема [5]. Зависно од јачине електричне струје, штапић је мање или више намагнетисан и увучен у унутрашњост калема. Мерење струје своди се на мерење транслаторног помераја. Смер померања не зависи од смера струје.



Анализа магнетског кола амперметра са покретним гвожђем показује да је активно дејство у овом случају сразмерно квадрату струје i која протиче кроз намотаје калема [6]. Противдејство еластичне силе сразмерно је истезању l опруге. У равнотежном стању је

$$l = k_i i^2, \quad (6.2)$$

где је k_i константа мерила. Ако мерена струја представља периодичну променљиву, радно тело, због инерције, заузима положај који одговара средњој вредности величине помераја l :

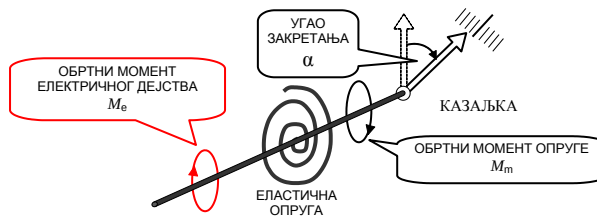
$$\bar{l} = l_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T k_i i^2 dt = k_i \overline{i^2} = k_i I_{ef}^2, \quad (6.3)$$

где је T период, а I_{ef} ефективна вредност мерене електричне струје. Ова врста мерила омогућује мерење једносмерне и наизменичне струје. Мери се права ефективна вредност, према дефиницији ове величине⁷, независно од облика функције $i(t)$.

Најширу примену имају електромеханичка мерила у којима се дејство електричне природе уравнотежава механичким противдејством спиралне еластичне опруге. Принцип рада ове врсте мерила приказан је на слици 6.1. Положај показивача одређен је једнакошћу обртних момената електромагнетског и механичког дејства. У одсуству електричног дејства казаљка се налази у положају када је механички момент опруге једнак нули. Електрично дејство производи обртни момент који окреће осовину која носи казаљку.

⁶ Магнетно меки материјал (*magnetically soft material*) је материјал који се лако магнетише и лако размагнетљује. Овде спадају меко гвожђе (*soft iron*), меки челик и ферити.

⁷ Ефективна вредност променљиве величине једнака је квадратном корену средње вредности квадрата посматране величине. Вредност измерена у складу са овом дефиницијом, назива се права ефективна вредност (*true root-mean-square value, true RMS*).



Слика 6.1. Електромеханичко мерило са опругом и казаљком

Промена положаја осовине производи еластичну силу опруге која се то промени противи. Интензитет ове силе је сразмеран углу обртања. У положају равнотеже, момент еластичне силе опруге (противдејство) је једнак моменту који је произвело електрично дејство. Угао скретања⁸ је одређен електричним дејством. [7]

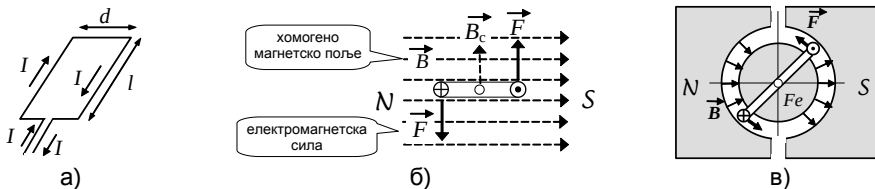
6.1.3 ИНСТРУМЕНТИ СА ПОКРЕТНИМ КАЛЕМОМ

Принцип рада инструмента са покретним калемом (*permanent magnet moving-coil*) је заснован на интеракцији електричне струје која протиче кроз покретни калем и магнетског поља непокретног сталног магнета. При мерењу збира струја, покретни део може да садржи више од једног намотаја.

На проводник у магнетском пољу делује електромагнетска сила (једначина 2.43). Ако се проводник, обликован као оквир (слика 6.2.а), налази у хомогеном магнетском пољу које делује у правцу равни оквира, на његове странице које су постављене попречно у односу на правац вектора магнетског поља B (слика 6.2.б), делују електромагнетске силе чији је интензитет:

$$F = NIlB \quad (6.4)$$

где је N број намотаја, I је струја која протиче кроз калем, а l дужина проводника на који сила делује.



Слика 6.2 Принципи рада амперметра са покретним калемом

Силе једнаког интензитета, а супротног смера, које делују у различитим тачкама крутог тела, образују спрег сила који тежи да тело окрене око његове

⁸ У класичној терминологији, метод мерења при којем се вредност величине која треба да се измери одређује скретањем показне направе, назива се "метод скретања" (*deflection method of measurement*) [7].

осе⁹. Одговарајућим обликовањем полова сталног магнета постиже се да је поље у простору у којем се налази намотај радијално (слика 6.2.в). Активни електромагнетски момент M_e :

$$M_e = NIBS, \quad (6.5)$$

где је S површина оквира ($S = Id$), уравнотежава се моментом M_s , који производи спирална опруга. Овај противмомент је сразмеран углу за који се окрене осовина која носи калем:

$$M_s = k_s \alpha, \quad (6.6)$$

где је k_s константа опруге. На основу једнакости:

$$M_s = M_e, \quad (6.7)$$

следи:

$$\alpha = s_i I \quad (6.8)$$

где је s_i показатељ (струјне) осетљивости инструмента који је одређен конструкционим параметрима мерног система;

$$s_i = \frac{NBS}{k_s}. \quad (6.9)$$

Сматра се да је принцип рада инструмента са покретним калемом први описао Келвин (1870). Жак д'Арсонвал (*Jacques d'Arsonval*, 1851-1940), француски лекар и физичар, који је примењивао високофреквентну (Теслину) струју за лечење, патентирао је 1881. године усавршен инструмент са покретним калемом и огледалом [8]. Због тога се, често, ова врста инструмената назива његовим именом.



д'Арсонвал

Инструмент са покретним калемом још увек представља најраспрострањеније мерило електричне струје када су у питању индустријска мерења¹⁰. Може да се примени и за мерење напона тако што се помоћу одговарајућег мерног отпорника вредност мереног напона преслика на вредност струје која протиче кроз калем (слика 6.3.а):

$$I_m = \frac{U}{R+r} \cong \frac{U}{R}, \quad (6.10)$$

где је r отпорност намотаја калема. Избором вредности отпорности R подешава се мерни опсег волтметра.

⁹ Узајамно дејство магнетског поља и струјног оквира слично је узајамном дејству магнета. При том оквир игра улогу магнета чије је магнетско поље B_c управно на раван оквира. Калем тежи да се постави тако да се његов сопствени флуks поклопи са флуksom сталног магнета. Електромагнетско дејство се појачава ако се као носач калема користи цилиндар од мекког магнетног материјала.

¹⁰ У част италијанског научника Галванија (*Luigi Galvani*), који је открио да електрична струја може да изазове трзање жабљих батака (1771), електромеханичка мерила у којима електрична струја покреће казаљку названа су "галанометри" (1836). У данашње време под овим називом се подразумевају инструменти којима се детектују или мере мале струје [2]. Понекад се под овим називом подразумева осетљиви инструмент без назначене скале, чија је намена да детектује проток струје.

Мерење електричне отпорности омогућује се додавањем батерије као извора сталног напона (слика 6.3.б). Струја која тече кроз калем одређена је вредношћу мерене отпорности R_x :

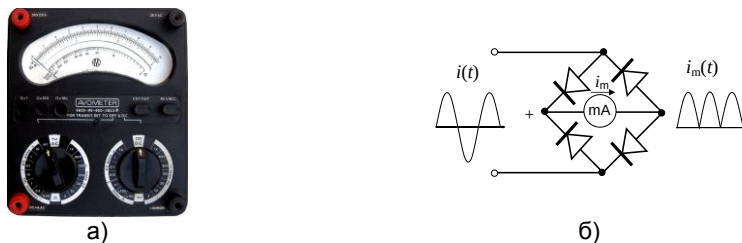
$$I_m = \frac{U}{R + r + R_x} \quad (6.11)$$

Где је r отпорност намотаја. При краткоспојеним прикључцима ($R_x = 0$), вредност отпорности R се подешава тако да се оствари максимални отклон казаљке. Скала инструмента се баждари тако да омогућује директно читавање вредности мерене отпорности.



Слика 6.3 Мерење електричног напона и електричне отпорности

Једноставном доградњом мерило електричне струје постаје вишенаменски мерни уређај који омогућује и мерење напона и отпорности: АВО-метар (ампер-волт-ом-метар). Преклопници омогућују избор мерне функције и опсега (слика 6.4.а). За сваку од мерених величина постоји више опсега. Резултат мерења се приказује у одговарајућим јединицама, зависно од изабране мерне функције и опсега мерења.



Слика 6.4 АВО-метар

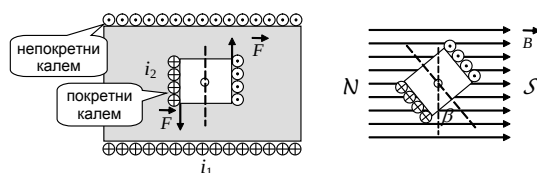
Додавање диодног усмерача омогућује мерење наизменичних величина. Ако мерена струја представља наизменичну величину, струја кроз милиамперметар је пулсирајућа¹¹ струја која увек има исти смер (слика 6.4.б). Ако је учестаност сигнала веома ниска, казаљка прати промене улазне струје. При вишим учестаностима долази до изражаја инерција покретног система. Казаљка је мирна и показује средњу вредност пулсирајуће струје $i_m(t)$.

6.1.4 ЕЛЕКТРОДИНАМИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

Електродинамички инструмент (*electrodynamic instrument*) је мерило, које садржи један или више мерних елемената, чији је принцип рада заснован на интеракцији струје у једном или више покретних калемова са струјом у

¹¹ Пулсирајућа величина је периодична величина чија средња вредност није једнака нули.

једном или више непокретних калемова¹². У најједноставнијем облику електродинамички инструмент садржи два калема (слика 6.5). Принцип рада је сличан као и претходно описаног инструмента са једним калемом, са том разликом што магнетско поље, у којем се креће покретни калем, не ствара стални магнет, већ калем кроз који протиче електрична струја (електромагнет).



Слика 6.5 Принцип електродинамичког мерила са покретним калемом

Активни електромагнетски момент M_e сразмеран је производу интензитета струја које протичу кроз калемове:

$$M_e = k i_1 i_2 \cos \beta, \quad (6.12)$$

где је k константа одређена конструкционим параметрима мерног система. Ако се одговарајућим обликовањем калема постигне да активни спрег сила не зависи од угла β , када кроз оба калема протиче иста једносмерна струја, магнетски момент M_e је сразмеран квадрату струје. Промена смера струје не мења знак спрега. То омогућује да се електродинамичким инструментом мери права ефективна вредност наизменичне струје.

6.1.5 ОСТАЛИ ЕЛЕКТРОМЕХАНИЧКИ ИНСТРУМЕНТИ

Описани уређаји представљају показне електричне мерне инструменте (*displaying measuring instrument*). Под овим називом подразумевају се мерила која у сваком тренутку показују карактеристичну вредност мерене величине: тренутну, средњу, ефективну или вршну (темену) вредност. Показна направа је механички спојена са радним телом (кретним органом) чије се кретање посматра [9]. Развијен је и низ других инструмената који се могу сврстати у ову групу.

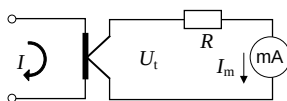
Инструмент, чији је принцип рада заснован на интеракцији електричне струје која протиче кроз један или више покретних калемова и струје у једном или више непокретних калемова, који садржи магнетно меки материјал у магнетским колима, назива се **феродинамички инструмент** (*ferrodynamic instrument*).

Индукциони инструмент (*induction instrument*) је мерило чији је принцип рада заснован на интеракцији наизменичног магнетског поља, које стварају непокретни електромагнети, са струјама које у покретним проводним елементима индукују други електромагнети.

¹² Овај назив се првенствено односи на инструменте без феромагнетног материјала у магнетским колима.

Електростатички инструмент (*electrostatic instrument*) је мерило разлике потенцијала чији принцип рада је заснован на мерењу електростатичке силе која делује између покретне и непокретне електроде када су оне прикључене на напон који се мери.

Термоелектрични инструменти су засновани на топлотном (термичком) деловању електричне струје. Начином рада то су мерила температуре која се загревају претварањем електричне енергије у топлоту (Џулов ефект). Инструмент са загревном жицом спада у најстарија мерила електричне струје. Заснован је на појави ширења тела при загревању. Издужење жице, коју непосредно или посредно загрева електрична струја која се мери, преноси се на покретни део мерила. На истом принципу заснован је биметални мерни инструмент у којем се мери деформација биметалног елемента¹³ који непосредно или посредно загрева електрична струја. Инструмент са термоелементом¹⁴ садржи одговарајући сензор температуре који се загрева струјом која се жели да измери. Мери се напон између крајева сензора (слика 6.6).



Слика 6.6 Принцип амперметра са термоелементом

Маштовитост и домишљатост научника деветнаестог века изнедрила је мноштво разноврсних мерних уређаја. Највећи број данас има превасходно историјски и едукативни значај. Детаљи конструкције и прорачуна електромеханичких мерила описани су у класичним уџбеницима посвећеним електричним мерењима, као и неким уџбеницима физике [4], [5], [6], [10], [11].

Резолуција мерења угла скретања је утолико боља уколико је казаљка дужа. На тај начин се, међутим, повећавају инерција и тежина покретног дела. Немачки физичар Погендорф (*Johann Christian Poggendorff*, 1796-1877) је први применио светлосни зрак за прецизно мерење малих углова сретања покретног дела галванометра (1827). Уместо казаљке, покретни део носи минијатурно огледало. Вилијам Томсон (Лорд Келвин) је унапредио овај поступак (1858), што је омогућило да се, удаљавањем скале, постигне веома велика осетљивост.



Погендорф

6.2 ЕЛЕКТРОНСКИ МЕРНИ УРЕЂАЈИ

У почетном периоду развоја електронске мерне технике, под називом “електронски мерни инструмент” подразумевало се мерило са електромеханичким показним уређајем. То је најчешће био милиамперметар

¹³ Биметални елемент је трака, направља чврстим спајањем два метала чији се сачиниоци температурског ширења разликују, савијена у спиралу чији се слободни крај помера сразмерно промени температуре.

¹⁴ Термоелемент је сензор температуре који представља спој два различита проводна материјала. У литератури на нашем језику користе се и називи “термопар”, “термоспрег” и “термоспој”.

са покретним калемом на чијој скали се читава вредност мерене величине која се, посредством електронског мерног кола, пресликава на вредност нормализоване једносмерне струје. Скала инструмента се баждари у одговарајућим јединицама мерене величине. На овај начин се омогућава мерење низа електричних и неелектричних величина.

Прво мерило ове врсте био је “цевни волтметар” (*vacuum-tube voltmeter*). Применом појачавача напона, оствареног помоћу електронских цеви, повећани су осетљивост и улазна отпорност мерила. Увођење мерног претварача наизменичног напона у једносмерни напон омогућило је проширивање фреквенцијског опсега при мерењу наизменичног напона.



Погодност визуелног приказа резултата мерења помоћу скале и казаљке огледа се у томе да зависност угла α од мерене аналогне величине a не мора да буде линеарна. Положај ознака на скали може да буде прилагођен било ком облику зависности $\alpha(a)$. Ипак, осим у случају невеликог броја мерења неелектричних величина, када је неопходна примена одговарајућих сензора који нису електрични, савремени електронски мерни уређаји су у потпуности “електронски”. Мерни претварач омогућује да се информација о вредности мерене електричне или неелектричне величине представи у облику учестаности периодичног сигнала, који се мери дигиталним фреквенцметром, или у облику електричног напона који се мери дигиталним волтметром (слика 6.7.).



Слика 6.7 Електронски мерни уређаји

Оваква концепција подстакла је развој инструмената који омогућавају мерење низа величина: једносмерног и наизменичног напона, једносмерне и наизменичне струје, електричне отпорности и капацитивности. За сваку од мерених величина постоји више опсега. Неки савремени **вишенаменски мерни уређаји** (мултиметри) омогућавају и мерење учестаности или температуре¹⁵, као и аутоматски избор мерног опсега. Резултат мерења се приказује у одговарајућим јединицама, зависно од мерне функције и опсега мерења.

Електронска кола високог степена интеграције омогућила су реализацију “персоналних мерних система”, преносивих мерних уређаја малих димензија и сразмерно ниске цене, чије карактеристике задовољавају захтеве индустријског мерења. Функција уређаја се задаје помоћу преклопника на предњој плочи.



¹⁵ Повезивањем са спољашњим сензором одређеног типа.

Електронске ваге замениле су терације и кантаре. Сила тежине којом тело, чија се маса мери, делује на тас ("пријемник оптерећења"), преноси се на еластични елемент који се деформише услед механичког напрезања. Дилатација¹⁶ еластичног елемента изазива промену вредности електричне отпорности сензора који је са њим чврсто спрегнут [12]. Мерни претварач силе омогућује да се ова промена представи вредношћу електричног напона који се мери дигиталним волтметром.



Мерни претварачи представљају основну компоненту система аутоматског управљања. Прикупљање података о вредностима мноштва различитих физичких величина (као што су притисак, температура, проток, ниво течности, концентрација) којима се представља стање неког технолошког процеса подразумева одговарајућу трансформацију носиоца информације. На тај начин се постиже да на улазу система за прикупљање података мерни сигнали буду представљени у нормализованом облику, који не зависи од физичке природе мерене величине.

Мерни претварач може да буде физички остварен као део сложеног мерног инструмента (система), или као самостална целина (модул) која се уграђује у одговарајући орман или смешта у сопствено кућиште.



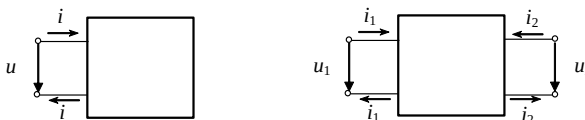
6.3 АНАЛОГНА ЕЛЕКТРОНСКА МЕРНА КОЛА

6.3.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

У најопштијем смислу, електрично коло (*electric circuit*) представља скуп уређаја или средина у којима могу постојати електричне струје¹⁷ [13]. Елемент електричног кола (*circuit element*) је његов саставни део који не може да се подели на мање делове, а да не изгуби своја карактеристична својства. Тачка електричног елемента/кола одређена за повезивање (спајање) са другим елементима/коlima представља прикључак (*terminal*).

Електромагнетски процеси у електронским елементима, коlima и системима описују се помоћу појмова: напон, струја, снага, енергија. У најопштијем случају, елемент са два прикључка се графички представља правоугаоником. На прикључцима се посматрају две величине: електрични напон u и електрична струја i .

Елементи електричног кола имају најмање два краја намењена за спајање са другим елементима. Крајева може бити и више. Скуп од два краја, такав да су струје у њима једнаке по интензитету, а супротних смерова, представља приступ (*port*), преко којег се у електричном погледу приступа елементу. Елемент не може да има везе са другим елементима осим преко својих приступа (слика 6.8).



Слика 6.8. Елемент са једним и са два приступа

¹⁶ Растезање, од лат. *dilatatio*, ширење, проширивање.

¹⁷ У теорији кола под појмом "коло" подразумева се скуп повезаних елемената. Електрично коло је коло које се састоји само од електричних елемената.

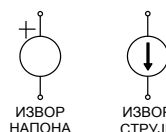
Пасивни елементи електричних кола могу да се представе помоћу три карактеристична параметра:

- отпорност симболизује процес неповратног претварања електричне енергије у неки други облик (механичку, топлотну, светлосну¹⁸).
- индуктивност симболизује процес нагомилавања магнетске енергије.
- капацитивност симболизује нагомилавање електростатичке енергије.

Активни елемент, насупротив пасивном, може да приведе енергију другим елементима са којима је повезан. Елементи који имају способност да неке друге облике спољашње енергије претварају у електричну енергију називају се извори (генератори). Извор напона (*voltage source*) је активни елемент са два краја чију карактеристичну величину представља разлика потенцијала његових крајева. Извор струје (*current source*) је активни елемент код којег електрична струја представља карактеристичну величину. У општем случају карактеристична величина може да представља предефинисану функцију времена.

Савршени елемент (*ideal element*) је апстрактна представа елемента чија је својствена (карактеристична) величина само један електрични параметар. Електрична отпорност одређена је Омовим законом (једначина 2.31). Индуктивност и капацитивност су дефинисани диференцијалним једначинама првог реда (једначине 2.30 и 2.48). Ови изрази представљају математичке моделе савршених елемената који се називају отпорник, калем односно кондензатор. У стварним условима такви елементи не могу да се произведу. Стварни елементи представљају се еквивалентним електричним колом образованог од савршених елемената.

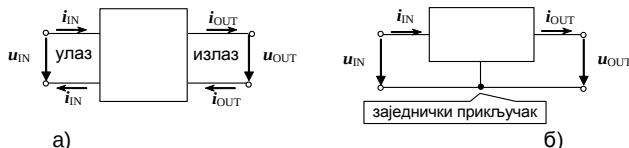
Савршени извор напона је такав (активни) елемент код којег напон између приступних крајева не зависи од струје која протиче кроз грану у којој се елемент налази. Савршени извор струје је активни елемент код којег струја, која кроз њега протиче, не зависи од напона између његових крајева. Графички симболи, којима се у овој књизи представљају савршени извори напона и струје, приказани су на слици 6.9.



Слика 6.9. Савршени активни елементи

У анализи електричних кола, под појмом активни елемент подразумева се елемент чије еквивалентно коло садржи извор електричне енергије [14]. У електроници, под називом “активни елементи” подразумевају се елементи који могу да неком електричном колу, са којим су повезани, приведу енергију већу од енергије коју су преузели из кола које управља њиховим стањем.

Ако се елемент користи за пренос енергије или сигнала, на њему се разликују улазни и излазни крајеви. Графички приказ електричног елемента са два приступа типа улаз-излаз, са назначеним референтним смеровима за напоне и струје, дат је на слици 6.10.а. У највећем броју случајева улазни (u_{IN}) и излазни (u_{OUT}) напон су дефинисани (или се могу дефинисати) у односу на заједничку референтну тачку. Тада елемент са два приступа може да има само три прикључка (слика 6.10.б).



Слика 6.10. Елемент са два приступа типа улаз-излаз

При анализи електронских мерних кола користе се општи закони електротехнике, теореме¹⁹ које из њих проистичу, као и посебни поступци решавања електричних мрежа. Струје и напони у једном електронском колу међусобно су повезани Кирхофовим правилима. На основу ових једначина, и једначина које повезују величине на приступима појединих елемената, одређују се напони и струје грана посматраног кола.

Посебну врсту мерних кола представљају кола која могу да се сврстају у категорију линераних система типа улаз-излаз. За такве системе важи **принцип суперпозиције**²⁰: одзив на

¹⁸ Елементи у којима се овакав процес одвија називају се потрошачи.

¹⁹ Теорема (грч. *theōrēma*) је правило које се може доказати.

²⁰ Од лат. *superpositio*, стављање једног преко другог, продужавање

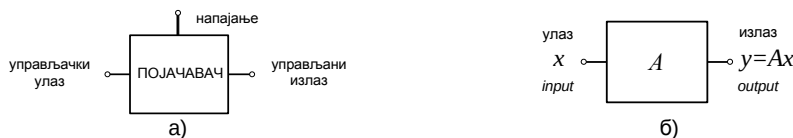
побуду, која може да се представи као алгебарски збир неких сигнала, једнак је алгебарском збиру одзива посматраног система на побуду појединачним сигнаlima [15]. Електронска мерна кола чији математички модел може да се представи линеарном диференцијалном једначином са константним коефицијентима су **линеарна мерна кола**. При анализи њиховог рада може да се примени теорија линеарних система [16].

При анализи нелинеарних мерних кола користе се методе линеаризације: посматрају се мале промене напона и струје у околини изабране радне тачке²¹. Применом Тејлорове формуле, нелинеарне функције произвољног облика апроксимирају се полиномима, чији ред представља компромис захтева у погледу тачности, ширине радног опсега и једноставности поступка анализе. Уместо вредности карактеристичних величина посматрају се односи који постоје између њихових (малих) промена. Такав математички модел, који важи само за мале сигнале, у значајној мери олакшава анализу. Грешке које због тога настају представљају грешке модела. и спадају у категорију систематских грешака.

6.3.2 МЕРНИ ПОЈАЧАВАЧИ

Са становишта мерне технике, **појачавач**²² је елемент типа улаз-излаз који узима снагу из спољашњег извора, другачијег од извора улазног сигнала, и производи излазни сигнал који представља “верну слику” улаза. Вредност излазне величине је сразмерна вредности улазне величине.

Електронски појачавач има два улаза и један излаз (слика 6.11.а). Један од улаза омогућује прихватање сигнала који треба да се преслика на излаз. Други улаз служи за пријем енергије која се прослеђује на излаз да би се обезбедило да излазни сигнал представља копију улаза и када прикључено оптерећење узима већу снагу од снаге коју даје извор сигнала. Када се приказују принципске електричне шеме, у мерној техници је уобичајено да се назначе само “информативни прикључци” елемената (слика 6.11.б): улаз (*input*) и излаз (*output*). Мерни појачавач је множач константом чија је намена да оствари потребно прилагођење у погледу великости (интензитета) и/или снаге сигнала [17].

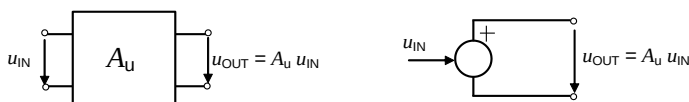


Слика 6.11. Електронски појачавач

Појачавач напона (*voltage amplifier*) је активни елемент (коло) који на свом излазу даје напон u_{OUT} чија је вредност сразмерна вредности улазног напона u_{IN} (слика 6.12). Може да се посматра као извор напона управљан напонам (*voltage controlled voltage source* - VCVS).

²¹ Тачка на карактеристици која представља стање елемента (система) при одређеној сталној вредности улазних величина.

²² Појачавач (*amplifier*, *Verstärker*, *усилитељ*), у најопштијем смислу, је активни елемент (компонента, уређај) који појачава вредност неке величине помоћу енергије узете из спољашњег извора. У анализи електричних кола, савршени појачавач је активни елемент са два приступа чија излазна снага може да буде већа од улазне снаге, и за који је однос вредности напона или струја на излазу и улазу сталан.



Слика 6.12. Појачавач напона

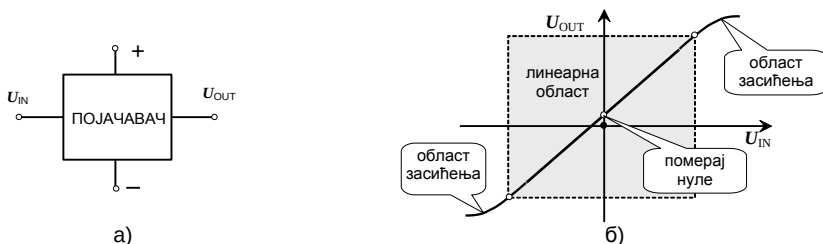
Количник излазног и улазног напона представља појачање напона:

$$A_u = \frac{u_{OUT}}{u_{IN}}. \quad (6.13)$$

Појачавач је савршен ако величина A_u представља константу која не зависи од улазног напона (побуде) и радних услова појачавача. У општем случају, појачање је позитиван или негативан реалан број, различит од нуле. Димензија величине A_u једнака је један.

Вредност излазног напона u_{OUT} не може да буде изван граница које одређује напон напајања. Да би се омогућило да излазни напон може да буде било позитиван или негативан, напајање кола мора да буде биполарно (слика 6.13.а). У околини координатног почетка, карактеристика улаз-излаз представља праву линију чији је нагиб одређен вредношћу појачања A_u . Када се вредност излазног напона приближава напону напајања, појачање се неизбежно смањује и карактеристика прелази у zasiћење (слика 6.13.б). Појачање за мале сигнале (*small signal voltage gain*) дефинисано је изразом:

$$A_u = \frac{\partial u_{OUT}}{\partial u_{IN}}. \quad (6.14)$$



Слика 6.13. Карактеристика улаз-излаз појачавача напона

Карактеристика стварног појачавача не пролази кроз координатни почетак:

$$u_{OUT} = A_u u_{IN} + U_0. \quad (6.15)$$

Величина U_0 , представља напон помераја нуле (*voltage offset*). Са становишта тачности, напон U_0 представља систематску грешку при остваривању операције множења константом.

Појачавач струје (*current amplifier*) на свом излазу даје струју која је сразмерна улазној струји. У најопштијем смислу, појачавач струје може да се посматра као извор струје управљан струјом (*current controlled current source* - CCCS). Количник излазне и улазне струје је појачање струје (*current gain*):

$$A_i = \frac{i_{OUT}}{i_{IN}}. \quad (6.16)$$

У категорију мерних појачавача сврставају се и елементи код којих улазна и излазна величина немају исту физичку природу. Транскондуктансни појачавач (*transconductance amplifier*) је активни елемент (коло) са два приступа типа улаз-излаз, код којег је излазна струја сразмерна вредности улазног напона. Константа преноса улаз-излаз дефинисана је као количник излазне струје и улазног напона:

$$A_g = \frac{i_{OUT}}{u_{IN}}. \quad (6.17)$$

Ова врста појачавача може да се посматра као извор струје управљан напонам (*voltage controlled current source - VCCS*), односно “претварач напона у струју” (**UII претварач**, *voltage-to-current converter*). Величина A_g има димензију електричне проводности²³.

Трансрезиистансни појачавач (*transresistance amplifier*) је елемент са два приступа код којег је излазни напон сразмеран вредности улазне струје. Константа преноса овог кола представља количник излазног напона и улазне струје:

$$A_r = \frac{u_{OUT}}{i_{IN}}. \quad (6.18)$$

Може да се посматра као извор напона управљан струјом (*current controlled voltage source - CCVS*), односно “претварач струје у напон” (**IIU претварач**, *current-to-voltage converter*). Величина A_r има димензију електричне отпорности (отпорност преноса²⁴).

6.3.3 ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ ПОЈАЧАВАЧ

Диференцијални појачавач (*differential amplifier*) је елемент који појачава разлику два сигнала која су представљена величином исте врсте. У савременој мерној техници првенствено се користе електронски појачавачи разлике два напона. Излазни напон је сразмеран разлици потенцијала његових улазних крајева:

$$u_O = A u_D, \quad (6.19)$$

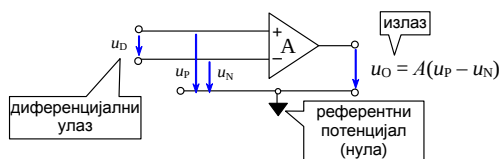
где је A појачање појачавача, а u_D представља сигнал који треба да се појача.

У електроници је уобичајено да се диференцијални појачавач графички приказује троуглом, као што је то приказано на слици 6.14. Улазни прикључак означен симболом “+” назива се “неинвертујући улаз” (*noninverting input*), а улазни прикључак означен симболом “-” је “инвертујући улаз” (*inverting input*). Диференцијални улазни напон, u_D , је разлика напона u_P и u_N :

$$u_D = u_P - u_N. \quad (6.20)$$

²³ Међусобна проводност, транскондуктанса (*transconductance*).

²⁴ Међусобна проводност преноса, трансрезиистанса (*transresistance*).



Слика 6.14. Диференцијални појачавач

Ако су оба улазна прикључка на истом потенцијалу ($u_P = u_N$), диференцијални улазни напон је једнак нули ($u_D = 0$), па је и излазни напон једнак нули, независно од потенцијала улазних прикључака. Због несавршености компонената од којих је појачавач сачињен, напон на излазу зависи не само од величине u_D , већ и од вредности напона u_P и u_N .

Излазни напон u_O може да се представи као збир два члана. Први члан је резултат жељеног деловања диференцијалног појачавача: појачање диференцијалног напона u_D , који представља “информативни” део који носи пар улазних сигнала u_P и u_N .

Други члан потиче од “неинформативног” дела који је “заједнички” за оба улазна сигнала. Овај заједнички напон (*common mode voltage*), који се дефинише као аритметичка средина напона u_P и u_N :

$$u_{CM} = \frac{u_P + u_N}{2}, \quad (6.21)$$

такође се пресликава на излаз кола, иако то није “задатак” који диференцијални појачавач треба да оствари. Ако је појачавач линеаран, излазни напон u_O представља суперпозицију два напона, од којих један зависи од диференцијалног напона u_D , а други од заједничког напона u_{CM} :

$$u_O = u_O(u_D) \Big|_{u_{CM}=0} + u_O(u_{CM}) \Big|_{u_D=0} = A u_D + A_{CM} u_{CM}. \quad (6.22)$$

Симбол A_{CM} представља сачинилац преноса заједничког напона (пресликавање заједничког напона на излаз појачавача). Савршени диференцијални појачавач у потпуности потискује заједнички напон ($A_{CM} = 0$). Количник величина A и A_{CM} је показатељ потискивања заједничког напона (*common mode rejection ratio - CMRR*):

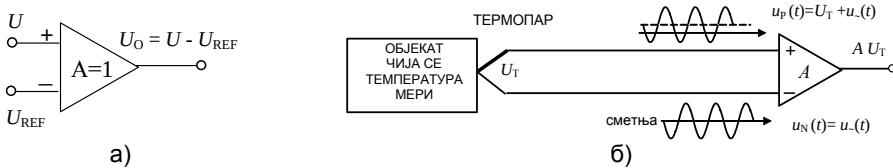
$$CMRR = \frac{A}{A_{CM}}. \quad (6.23)$$

Ова величина представља важну карактеристику диференцијалног појачавача. Уколико је већа, утолико он боље обавља свој задатак. Обично се изражава у децибелима (dB) према формули:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{A}{A_{CM}} \text{ dB}. \quad (6.24)$$

6.3.3.1 ПРИМЕНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНОГ ПОЈАЧАВАЧА

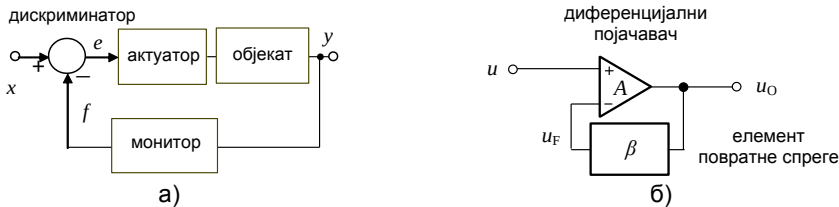
У мерној техници, појачавач разлике два напона омогућује мерење одступања посматране величине у односу на задату референтну вредност (диференцијални метод мерења, слика 6.15.а). Значајну улогу диференцијални појачавач има у индустријским уређајима при мерењу малих напона, као што је напон који генерише термопар (слика 6.15.б).



Слика 6.15. Примена диференцијалног појачавача

Посебну врсту представља диференцијални појачавач који се одликује веома великом улазном отпорношћу тако да не оптерећује извор сигнала који се појачава. Ово својство је веома важно у мерној техници, одакле потиче и назив: **инструментациони појачавач** (*instrumentational amplifier, INA*).

У системима са повратном спрегом (слика 6.16.а), диференцијални појачавач има улогу елемента помоћу којег се пореде улазни сигнал, x , и сигнал повратне спреге, f . Његов излаз представља сигнал грешке, e , на основу којег делује на објекат управљања. У теорији система са повратном спрегом овај део се назива компараторски елемент или дискриминатор²⁵ [18].



Слика 6.16. Систем са повратном спрегом

У систему са повратном спрегом приказаном на слици слика 6.16.б, диференцијални појачавач омогућује да се однос излазне и улазне величине одреди карактеристиком преноса кола повратне спреге:

$$A_F = \frac{u_O}{u} = \frac{A}{1 + \beta A}, 1 + \beta A \neq 0. \quad (6.25)$$

Повратна спрега је позитивна ако је модуло појачања система са повратном спрегом, A_F , већи од модула појачања отвореног система, A . Повратна спрега је негативна ако је модуло појачања система са повратном спрегом, A_F , мањи од модула појачања отвореног система, A . Другим речима, позитивна повратна спрега повећава појачање система A_F (у односу на појачање без повратне спреге), а негативна смањује.

²⁵ Од лат. *discriminare*, правити разлику.

6.3.4 ОПЕРАЦИОНИ ПОЈАЧАВАЧ

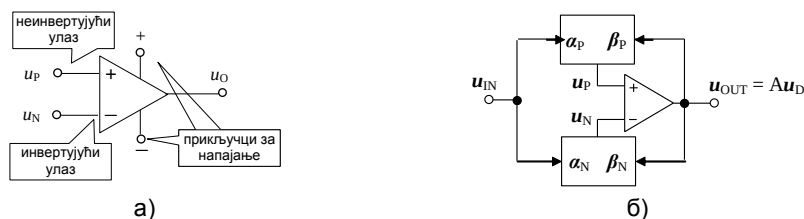
Операциони појачавач (*operational amplifier*) је појачавач који се одликује веома великим појачањем. Ово својство омогућује да се, применом повратне спреге, остварују разноврсне линеарне и нелинеарне операције. Отуда потиче и његов назив.

Електронска кола са операционим појачавачима имају широку и разноврсну примену у мерној техници при обради мерних сигнала у аналогном облику. Операциони појачавач, пре свега, омогућује да се појачање слабих електричних сигнала оствари са тачношћу која практично не зависи од појачања самог појачавачког елемента, већ од односа отпорности посредством којих се остварује повратна спрега. На тај начин се прилагођење мерних сигнала остварује са бољом тачношћу од тачности са којом је одређено појачање појачавачких елемената²⁶. Познавање својстава основних кола са операционим појачавачима неопходно је за разумевање рада електронских мерних система.

Интегрисани операциони појачавачи су диференцијални појачавачи напона. Излазни напон је сразмеран разлици потенцијала између улазних крајева (слика 6.17.а):

$$u_O = Au_D = A(u_P - u_N), \quad (6.26)$$

где је A појачање појачавача ($A \gg 1$).



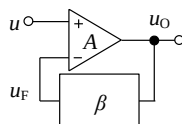
Слика 6.17. Операциони појачавач

Операциони појачавач је, првенствено, намењен да се користи са повратном спрегом, која може да буде остварена између излаза и једног, или оба улаза (слика 6.17.б).

Карактеристика преноса система са повратном спрегом, приказаног на слици, одређена је изразом:

$$A_F = \frac{u_O}{u} = \frac{A}{1 + \beta A}, 1 + \beta A \neq 0.$$

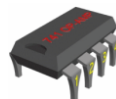
Ако је појачање појачавача довољно велико тако да је остварен услов $\beta A \gg 1$, карактеристика преноса улаз-излаз (вредност A_F) не зависи од тачности којом је остварено појачање A већ само од својстава кола повратне спреге (β).



²⁶ У електроници то су електронске цеви и транзистори.

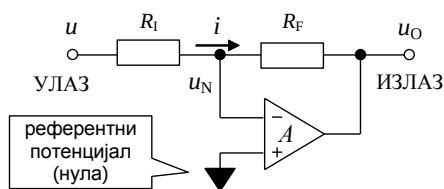
Савршени (идеални) **операциони појачавач** има бесконачно велико појачање, а улазне струје (струје инвертујућег и неинвертујућег улаза) су једнаке нули. Када је улазни диференцијални напон једнак нули (односно, када се неинвертујући и инвертујући улаз налазе на истом потенцијалу), напон на излазу савршеног појачавача је такође једнак нули.

Операциони појачавачи су најзначајнији елементи у аналогој мерној техници. Развој технологије аналогних интегрисаних кола је омогућио да се, у највећем броју примена, интегрисани операциони појачавачи могу сматрати савршеним. Њихово појачање је реда величине 10^6 а померај нуле мањи од 10^{-4} V. Улазне струје самог појачавача су мање од 10^{-6} A, а улазна отпорност већа од 10^6 Ω . Захваљујући томе анализа кола са операционим појачавачима је веома олакшана.



6.3.4.1 ИНВЕРТУЈУЋИ ПОЈАЧАВАЧ

Коло са операционим појачавачем приказано на слици 6.18. омогућује појачање или слабљење напонског сигнала, зависно од односа отпорности R_I у “улазној” и отпорности R_F у “повратној” грани кола повратне спреге. Излазни напон има супротан знак (поларитет) у односу на улазни напон. Отуда потиче и назив овог кола (*inverting amplifier*).



Слика 6.18. Инвертујући појачавач

Ако се занемари улазна струја операционог појачавача, струја која тече кроз отпорник R_I једнака је струји која тече кроз отпорник R_F . Математички модел овог кола представљају једначине:

$$\begin{aligned} u_O &= -A u_N, \\ u_O &= u_N - R_F i, \text{ и} \\ i &= \frac{u - u_N}{R_I}, \end{aligned} \quad (6.27)$$

где је A појачање операционог појачавача. На основу ових једначина следи:

$$\begin{aligned} u_N &= \frac{R_F}{R_F + R_I(1+A)} u, \\ u_O &= -\frac{A R_F}{R_F + R_I(1+A)} u. \end{aligned}$$

Појачање посматраног кола (однос излазног, u_O , и улазног напона u) одређено је једначином:

$$A_F = \frac{u_O}{u} = -\frac{R_F}{R_I} \frac{A}{1 + \frac{R_F}{R_I} + A}. \quad (6.28)$$

Ако је појачање операционог појачавача, A , довољно велико, тако да је испуњен услов $A \gg 1 + \frac{R_F}{R_I}$, важи:

$$A_F = -\frac{R_F}{R_I}. \quad (6.29)$$

Вредност напона u_O не зависи од вредности појачања A :

$$u_O = -\frac{R_F}{R_I} u,$$

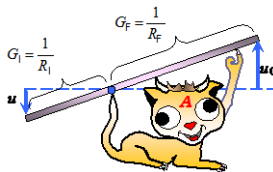
а напон u_N је једнак нули (**привидна нула**, *virtual zero*). Инвертујући и неинвертујући улаз савршеног операционог појачавача у оваквој спрези, налазе се на истом потенцијалу.

Улазна отпорност инвертујућег појачавача, којом он оптерећеује извор сигнала, једнака је отпорности R_I . Вредност појачања зависи само од односа отпорности R_F и R_I .

Повратна спрега у посматраном колу обезбеђује да напон чвора преко којег су повезани отпорници R_I и R_F буде једнак нули независно од вредности улазног напона. То се постаже “подешавањем” излазног напона тако да се успостави равнотежа “момената”:

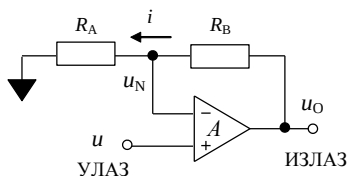
$$u_O G_F + u G_I = 0.$$

Инвертујући појачавач делује слично као и механички појачавач - полуга.

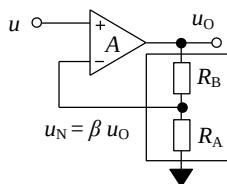


6.3.4.2 НЕИНВЕРТУЈУЋИ ПОЈАЧАВАЧ

Коло са операционим појачавачем приказано на слици 6.19.а. омогућује појачање напона зависно од односа отпорности R_A и R_B у колу повратне спреге. Излазни напон има исти поларитет као и улазни напон (*noninverting amplifier*). По интензитету напон u_O не може да буде мањи од напона u . Улазна отпорност овог кола једнака је улазној отпорности самог појачавача.



а)



б)

Слика 6.19. Неинвертујући појачавач

Ако се занемари улазна струја на инвертујућем улазу операционог појачавача, струја која тече кроз отпорник R_A једнака је струји која тече кроз отпорник R_B . Математички модел овог кола представљају једначине:

$$u_O = A(u - u_N),$$

$$u_N = R_A i, \text{ и} \quad (6.30)$$

$$i = \frac{u_O}{R_A + R_B},$$

где је A појачање операционог појачавача. На основу ових једначина следи:

$$u_N = \frac{R_A A}{R_B + R_A (1 + A)} u,$$

$$u_O = \frac{(R_A + R_B) A}{R_B + R_A (1 + A)} u.$$

Карактеристика преноса посматраног кола (однос излазног и улазног напона) одређена је једначином:

$$A_F = \frac{u_O}{u} = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \frac{R_A A}{R_B + R_A (1 + A)}. \quad (6.31)$$

До истоветног резултата долази се и када се коло посматра као систем са повратном спрегом (слика 6.19.б) за који важи:

$$A_F = \frac{A}{1 + \beta A}, \quad \beta = \frac{R_A}{R_A + R_B}.$$

Ако је појачање операционог појачавача довољно велико, тако да је испуњен услов $R_A A \gg R_A + R_B$, важи:

$$A_F = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right). \quad (6.32)$$

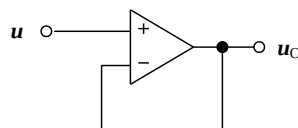
Вредност излазног напона u_O не зависи од вредности појачања A :

$$u_O = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) u_I,$$

а напон u_N је једнак улазном напону u . Инвертујући и неинвертујући улаз се налазе на истом потенцијалу ($u_D = 0$).

Улазна отпорност овог кола је бесконачно велика (улазна струја је једнака нули). Вредност појачања зависи само од односа отпорности у колу повратне спреге.

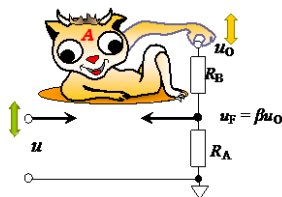
Појачање A_F не може бити мање од један. Посебан случај неинвертујућег кола са операционим појачавачем је **јединични појачавач** (*unity gain amplifier*), који се добија када је $R_B/R_A = 0$.



Повратна спрега обезбеђује једнакост улазног напона u и напона повратне спреге u_F . То се постаже "подешавањем" излазног напона u_O тако да буде остварен услов:

$$\beta u_O = u.$$

Неинвертујући појачавач делује као аутоматска вага.



6.3.4.3 ОСНОВНА КОЛА СА ОПЕРАЦИОНИМ ПОЈАЧАВАЧЕМ

Ако је појачање операционог појачавача довољно велико, карактеристика преноса улаз-излаз практично не зависи од тачности којом је остварено појачање A , већ само од својстава кола повратне спреге. На основу анализе рада инвертујућег и неинвертујућег појачавача оствареног помоћу операционог појачавача, може да се закључи:

Уколико се излаз операционог појачавача не налази у области засићења, негативна повратна спрега обезбеђује да улазни крајеви савршеног операционог појачавача имају једнаке потенцијале:

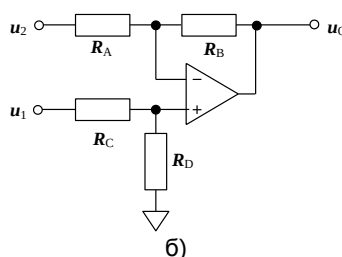
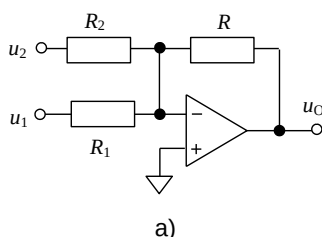
$$A \rightarrow \infty \Rightarrow u_D = 0.$$

Овај закључак представља једноставно правило за анализу мерних кола са операционим појачавачима. Када се ради о индустријским мерењима, савремени интегрисани операциони појачавачи могу да се сматрају савршеним.

Када је неинвертујући улаз операционог појачавача на нултом потенцијалу, могуће је остварити операцију сабирања напона (слика 6.20.а).

$$u_O = -\left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2\right). \quad (6.33)$$

Отпорници R_1 , R_2 и R одређују сачиниоце “тежине” напона у њиховом збиру. Ако је $R_1 = R_2 = R$ посматрано коло представља инвертујући сабирач.



Слика 6.20. Сабирач и појачавач разлике два напона

Коло са операционим појачавачем, приказано на слици 6.20.б има два независна улаза, од којих један одговара неинвертујућој, а други инвертујућој спрези операционог појачавача. На основу принципа суперпозиције следи да је излазни напон одређен изразом:

$$u_O = \frac{R_D}{R_C + R_D} \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) u_1 - \frac{R_B}{R_A} u_2. \quad (6.34)$$

Уколико је испуњен услов:

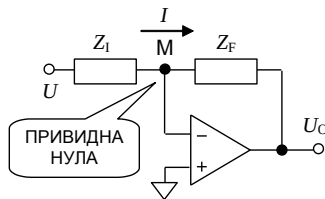
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D},$$

ово коло представља **појачавач разлике** два напона (одузимац):

$$u_O = A(u_1 - u_2); A = \frac{R_B}{R_A}. \quad (6.35)$$

Другим речима, ово коло остварује појачање напона $u_D = u_1 - u_2$, који није дефинисан према нултом потенцијалу (маси) мерног система (диференцијални напон).

У општем случају, коло повратне спреге може да садржи и реактивне елементе. Негативна повратна спрега у колу приказаном на слици 6.21, остварена је преко импедансе Z_F која повезује излаз појачавача са његовим инвертујућим улазом. Уколико је операциони појачавач савршен, може се сматрати да је напон у тачки М једнак нули (привидна, виртуелна нула). Струја кроз импедансу Z_F једнака је струји кроз импедансу Z_I . Методолошки, анализа овог кола је истоветна са претходно спроведеном анализом инвертујућег појачавача.



$$U_O = -Z_F I,$$

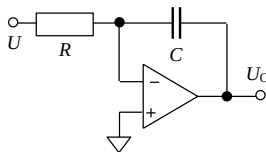
$$I = \frac{U}{Z_I}$$

Слика 6.21. Инвертујућа спрега операционог појачавача

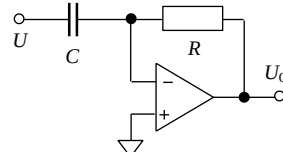
Фреквенцијска карактеристика овог кола, $W(j\omega)$, одређена је изразом:

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U(j\omega)} = -\frac{Z_F(j\omega)}{Z_I(j\omega)}, \quad (6.36)$$

у којем $U_O(j\omega)$ и $U(j\omega)$ представљају комплексне ликове улазног и излазног напона, а $Z_F(j\omega)$ и $Z_I(j\omega)$ су импедансе кола посредством којег је остварена повратна спрега. Избором импеданси Z_I и Z_F добијају се одговарајуће карактеристике система у целини. На слици 6.22 приказана су кола којима се остварују операција интегралења, односно диференцирања временски променљивог напона који је доведен на улаз кола.



$$W(s) = -\frac{1}{j\omega RC}$$



$$W(s) = -j\omega RC$$

Слика 6.22. Интегратор и диференцијатор

6.3.5 ФИЛТРИ

Мерни сигнали неизбежно представљају резултат суперпозиције мноштва дејстава која се одражавају на вредност информационог параметра. Задатак мерне технике је да “извуче” информацију из њеног носиоца, да

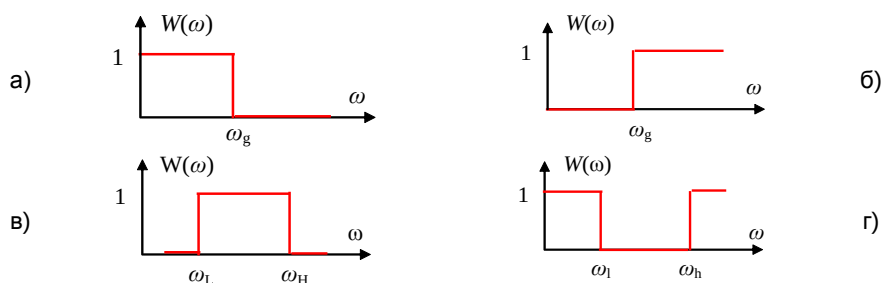
открије и квантификује промене које су резултат промене величине која се мери. Посебно место у аналојној мерној техници заузимају делови мерног система чији одзив зависи од брзине промене посматране величине. Они омогућују да се, у складу са потребама експеримента, потисну промене које нису својствене процесу чије се стање посматра. То се постиже применом фреквенцијски-селективног кола које пропушта сигнале у одређеном опсегу, а потискује сигнале свих других учестаности. Такво коло се назива филтер (*filter*). Карактеристика улаз-излаз описује се фреквенцијском карактеристиком (*frequency response*), $W(j\omega)$, комплексном величином која представља количник комплексних ликова улазног и излазног сигнала [19]:

$$W(j\omega) = \frac{U_o(j\omega)}{U(j\omega)} = W(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (6.37)$$

Модуо фреквенцијске карактеристике, $W(\omega)$, је амплитудска фреквенцијска карактеристика филтра. Она представља однос амплитуда сигнала на излазу и улазу. Аргумент фреквенцијске карактеристике, $\varphi(\omega)$, је фазна фреквенцијска карактеристика филтра. Она представља разлику фаза сигнала на излазу и улазу.

Савршени филтер (*ideal filter*) може да се дефинише као линеаран елемент типа улаз-излаз који преноси сигнале без слабљења²⁷ за све учестаности унутар одређеног опсега, а са слабљењем које није нула за остале учестаности [15]. Пропусни (непропусни) опсег²⁸ је опсег учестаности у коме слабљење остаје мање (веће) од задате вредности.

Филтер пропусник ниских учестаности (*low-pass filter*) има само један пропусни опсег који се протеже од нуле до неке граничне учестаности ω_g (слика 6.23.а). Филтер пропусник високих учестаности (*high-pass filter*) има само један пропусни опсег који обухвата све учестаности веће од граничне учестаности (слика 6.23.б).



Слика 6.23. Фреквенцијске карактеристике савршених филтера

Филтер пропусник опсега учестаности (*band-pass filter*) има само један пропусни опсег ограничен са две коначне учестаности које нису нула или бесконачне (слика 6.23.в):

²⁷ При описивању својстава филтара користи се појам “слабљење” (*attenuation*).

²⁸ Енг. *pass (stop) band*, нем. *Durchlasband (Sperrband)*, рус. *полоса пропускания (затухания)*.

$$W(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{за } \omega_L \leq \omega \leq \omega_H \\ 0 & \text{за } \omega < \omega_L \cup \omega > \omega_H \end{cases} \quad (6.38)$$

Филтер непропусник опсега учестаности (*band-stop filter*) има само један непропусни опсег ограничен са две коначне учестаности које нису нула или бесконачне (слика 6.23.г).

Гранична учестаност (*cut-of frequency*) је учестаност пропусног или непропусног опсега при којој слабљење достиже задату вредност. Обично се гранична учестаност дефинише формулом:

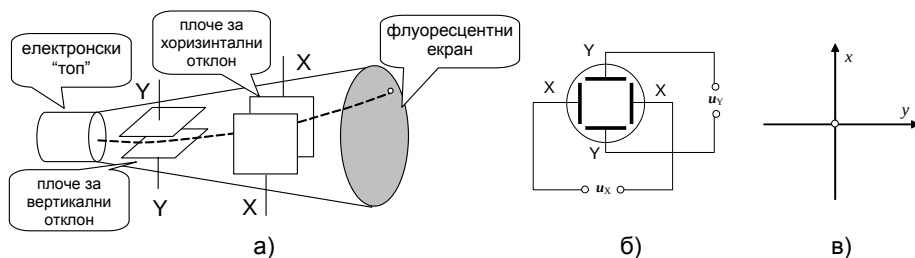
$$W(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707. \quad (6.39)$$

6.4 ОСЦИЛОСКОП

Осцилоскоп је уређај који омогућује визуелни приказ сигнала представљеног вредношћу електричног напона на одговарајућем улазу инструмента. То је неизоставни део опреме у лабораторијама за развој, производњу, испитивање и поправку електронских уређаја. Примењује се и у медицини, као и у неким системима за надзор и управљање индустријским постројењима и системима посебне намене. Начином рада разликују се две основне врсте осцилоскопа: аналогни и дигитални.

Аналогни осцилоскопи детаљно су обрађивани у класичним уџбеницима из области електричних мерења [5], [6], [7], [20], [21]. Овде ће бити описан основни принцип рада, без улажења у елементе конструкције. Разматрају се, пре свега, могућности примене и метролошка својства овог уређаја.

Основни део аналогних осцилоскопа је катодна цев (*cathode ray tube, CRT*). То је електронска цев у којој се узани млаз електрона (*beam*), који извире из њене катоде, усмерава тако да се на одговарајућем месту на флуоресцентном²⁹ застору (екрану) добије светла тачка (слика 6.24.а).



Слика 6.24. Осцилоскоп са катодном цеви

Извор електрона је “електронски топ” са електронском оптиком којом се млаз електрона фокусира са циљем добијање оштре слике. У сваком

²⁹ Флуоресценција (*fluorescence*) је појава емитовања електромагнетског зрачања при одговарајућој побуди (која може бити и зрачење друге врсте).

тренутку положај светле тачке на екрану контролисан је интензитетом напона који делују између парова плоча помоћу којих се остварује усмеравање електрона у правцу вертикалне (Y) и хоризонталне (X) осе (слика 6.24.б). Одговарајућом претполаризацијом одређује се положај координатног почетка у XY-равни. Положај светле тачке у правцу у-осе, посматран у односу на х-осу одређен је вредношћу напона u_y :

$$y = k_y u_y \quad (6.40)$$

где је k_y сачинилац који може да се подешава сходно потребама мерења.

Положај светле тачке у правцу х-осе, посматран у односу на у-осу одређен је вредношћу напона u_x :

$$x = k_x u_x \quad (6.41)$$

где је k_x сачинилац који такође може да се подешава сходно потребама мерења.

Једначине 6.40 и 6.41, које дефинишу координате положаја светле тачке на екрану, представљају функцију $y(x)$ задату у параметарском облику. Ако су напони u_x и u_y периодичне функције времена, са једнаким периодом понављања:

$$u_x(t+T) = u_x(t), \quad u_y(t+T) = u_y(t) \quad (6.42)$$

светла тачка се помера по екрану описујући функцију $u_y(u_x)$. Екран емитује светлост кратко време и након престанка побуде. Ово својство назива се перзистенција³⁰ и омогућује да, ако је период T довољно кратак, приказ на екрану делује као нацртана непрекидна крива.

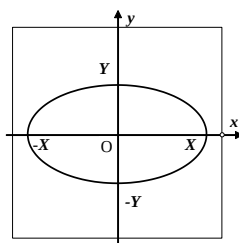
Ако су напони $u_x(t)$ и $u_y(t)$ хармонијске функције исте учестаности:

$$x(t) = k_x u_x(t) = k_x U_x \sin \omega t = X \sin \omega t,$$

$$y(t) = k_y u_y(t) = k_y U_y \cos \omega t = Y \cos \omega t.$$

приказ на екрану представља елипсу:

$$\frac{y^2}{Y^2} + \frac{x^2}{X^2} = 1.$$



Помоћу катодне цеви добија се слика која приказује како се напон $u_y(t)$ мења током неког временског интервала. То се постиже тако што напон $u_x(t)$ представља линеарну растућу функцију времена (sweep):

$$u_x(t) = kt. \quad (6.43)$$

Сачиналац k одређује брзину промене напона $u_x(t)$, а на тај начин и ширину “временског прозора” током којег се врши посматрање напона $u_y(t)$. Вредност константе k подешава се сходно потребама мерења.

³⁰ Назив потиче од лат. *persistentia*: истрајност, постојаност.

Ако је напон u_y једнак нули, на екрану се приказује светла тачка која се помера ка десној страни екрана брзином која је одређена константом k . Перзистенција застора и људског ока омогућују да, ако је вредност k довољно велика, светли траг тачке на екрану делује као линија. Када светла тачка дође до десног краја радне површине застора, она се гаси и брзо враћа на почетни леви положај. Одговарајућим подешавањем координатни почетак може да се постави на изабрано место на екрану. Почетак хоризонталне (временске) осе се обично поставља у крајњи леви положај баждареног дела екрана.

Ако је напон u_y сталан и различит од нуле, на екрану се добија линија паралелна са временском осом, на растојању које је одређено вредношћу напона u_y и сачиниоца размере вертикалне осе, k_y . Ако се напон u_y мења док светла тачка “прелази” преко флуоресцентног застора, приказ на екрану представља функцију $u_y(t)$.

Перзистенција застора омогућује посматрање прелазних појава које се не понављају. Развијена је посебна врста катодних цеви са фосфоресцентним³¹ екранима који омогућују да слика остане упамћена дуже време (*storage tube*)³².

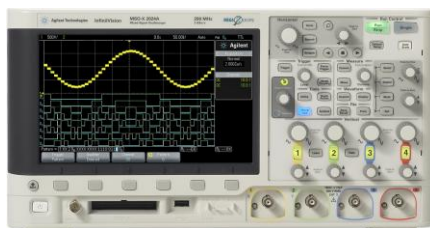
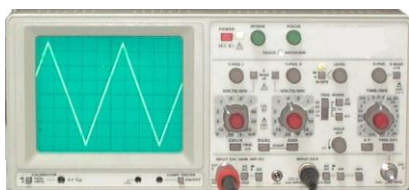
Запис сигнала који се посматра најефикасније се решава применом дигиталне технике. Дигитални осцилографи су засновани на пресликавању облика представљања сигнала из аналогног у дигитални домен. Предности су вишеструке: мање димензије, већи број улаза, меморисање и дигитална обрада сигнала, пренос података, управљање помоћу рачунара... Катодне цеви заменили су *TFT*-мнонири. Резолуција приказа је довољна да сигнал приказан на екрану за посматрача делује као непрекидна функција. У терминологији мерне технике, мерна средства чији је излазни сигнал или приказивање непрекидна функција мерене величине сврставају се у категорију аналогних мерних инструмената³³ [22]. Заправо, настоји се да у том погледу приказ на екрану дигиталног осцилоскопа што боље опонаша слику која се добија на застору катодне цеви, која представља “природни” одраз посматраног напона.

Већина савремених осцилоскопа има два улаза (*channel*) и омогућује да се, у зависности од положаја преклопника *MODE*, на екран прослеђују један канал (*CH1* или *CH2*), оба канала наизменично (*DUAL*), или њихов збир (*ADD*).

³¹ Појава емитовања електромагнетског зрачања која траје и неко време након престанка побуде назива се фосфоресценција (*fosforescence*).

³² За добијање трајног записа сигнала коришћен је осцилограф: осцилоскоп код којег застор представља фотографску плочу.

³³ У ширем смислу, под овим називом подразумевају се мерна средства чији је излазни сигнал или приказивање непрекидна функција мерене величине. Термин “аналогни” се односи на облик представљања излазне величине која се мери, а не на принцип рада мерила.

Слика 6.25. Аналогни и дигитални³⁴ осцилоскоп

6.4.1 ПРИМЕНА

Основна примена осцилоскопа је приказ таласног³⁵ облика сигнала. На застору катодне цеви, на којем се формира слика, назначена је мрежа координатних линија која олакшава квантитативно одређивање параметара сигнала који се посматра (слика 6.25). Када се приказује облик сигнала на улазу осцилоскопа, хоризонтална оса представља временску осу:

$$x(t) = k_t t, \quad (6.44)$$

где је k_t сачинилац који одређује брзину померња светле тачке у хоризонталном правцу.

Отклон светле тачке у односу на временску осу одређује напон доведен на плоче за вертикални отклон. У сваком тренутку у-координата је одређена вредношћу улазног напона u :

$$y = k_y u. \quad (6.45)$$

Ако на улазу осцилоскопа делује сталан напон, на екрану се исцртава линија која је паралелна са временском осом, а удаљена од ње сразмерно вредности улазног напона. Мерење напона своди се на мерење дужине Δy која представља растојање од хоризонталне осе.

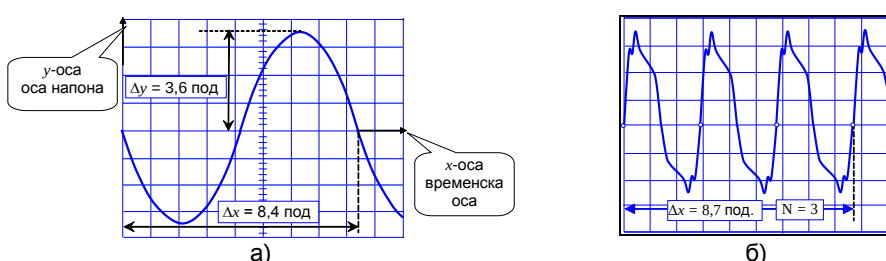
$$u = \frac{\Delta y}{k_y} = k_u \Delta y, \quad (6.46)$$

где је k_u сачинилац размере напонске осе. Изражава се у јединицама напона по подеоку у-осе. Ако је, на пример, на основу приказа на екрану прочитано да је вертикално одступање од хоризонталне осе једнако 3,6 подеока, а сачинилац размере напонске осе k_u је једнак 50 mV/под, вредност посматраног напона је једнака 180 mV. Тачност одмеравања напона зависи од тачности којом је дефинисана константа k_u , али и од тачности читавања дужине Δy .

Ако је улазни напон $u(t)$ функција времена, положај светле тачке, у сваком тренутку током њеног кретања преко застора, одређен је вредношћу напона доведеног на улаз осцилоскопа.

³⁴ Copyright October 2011 Agilent Technologies Inc., Reproduced with permission.

³⁵ Талас (wave) је промена физичког стања средине, која се простире у простору, као резултат неког локалног дејства. Таласни облик (waveform) је представа функције којом је дефинисан талас.



Слика 6.26 Приказ таласног облика сигнала

Исцртавање започиње окидањем (*trigger*) генератора сигнала $u_x(t)$ који дефинише временску основу (*time base*) приказа на екрану³⁶. То се дешава у тренутку када синхронизациони сигнал достигне одговарајући ниво (*trigger level*). Могуће је изабрати смер промене вредности синхронизационог сигнала при окидању (тако да буде предња/растућа/улазна $\nearrow$, односно задња/оппадајућа/силазна $\searrow$ ивица). Као синхронизациони сигнал може да се користи сигнал који се посматра, напон мреже из које се осцилоскоп напаја, интерни сигнал који се аутоматски (*auto*) генерише након завршетка текућег исцртавања, или неки други сигнал доведен споља, преко посебног улаза за синхронизацију. Ако је посматрани напон $u(t)$ периодичан, синхронизацијом почетка исцртавања са улазним сигналом на екрану може да се добије непокретна слика.

Тачност одмеравања временског интервала зависи од тачности временске основе осцилоскопа, али и од тачности читавања дужине Δx :

$$\Delta t = k_t \Delta x. \quad (6.47)$$

где је k_t сачинилац размере хоризонталне осе, који представља вредност једног подеока на временској оси (*time-scale factor*). Изражава се у јединицама времена по подеоку (на пример: 1 ms/под).

Ако је, на пример, на основу приказа на екрану прочитано да је трајање једне осцилације синусног сигнала једнако 8,4 подеока, а сачинилац размере временске осе k_t је једнак 10 $\mu\text{s}/\text{под}$, период посматраног напона једнак је 84 μs . Тачност одмеравања временских интервала зависи од тачности којом је дефинисана константа k_t , али и од тачности читавања дужине Δx .

Мерење разлике фаза два простопериодична сигнала остварује се мерењем временског интервала који представља кашњење једног сигнала у односу на други³⁷.

Мерење учестаности периодичног сигнала остварује се посредним путем: мерењем временског интервала у току којег се појавио одређени број осцилација напона чији је таласни облик приказан на екрану (слика 6.26.б).

³⁶ У стручној литератури на енглеском језику, генератор сигнала који представља линеарну функцију времена назива се "*sweep generator*".

³⁷ Са више детаља поступак мерења разлике фаза обрађен је у одговарајућем приручнику за практичне вежбе у лабораторији.

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{k_t \Delta x}{N} . \quad (6.48)$$

Вредност учестаности се израчунава на основу израза:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{N}{k_t \Delta x} . \quad (6.49)$$

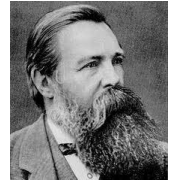
Помоћу осцилоскопа са катодном цеви (*cathode-ray tube, CRT*) може да се оствари мерење времена и учестаности са релативном грешком у границама од -3% до +3%. Поређење учестаности два сигнала, међутим, може да се оствари са знатно већом тачношћу [23].

ЛИТЕРАТУРА

- 1 M. Mladenović, Razvoj fizike, elektromagnetizam, Građevinska knjiga, s. 73.
- 2 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 313, Electrical and electronic measurements - Types of electrical measuring instruments / Detecting and indicating instruments.*
- 3 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 314, Electrical and electronic measurements - Specific terms according to the type of instrument.*
- 4 Ђ. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967, с. 236.
- 5 V. Bego, Мјерења и електротехници, Техничка књига, 1975, s. 174.
- 6 Д. Бајић, Електрична и електронска кола, уређаји и мерни инструменти II, ТМФ, 1983.
- 7 *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux, OIML, 1978, превод: Речник законске метрологије, основни термини, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1983.*
- 8 Ђ. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967, с. 93.
- 9 Правилник о метролошким условима за електричне показне инструменте са непосредним дејством и њихов прибор, СЛ СФРЈ, бр 49-80.
- 10 В. Швертфегер, Техника електричних мерења, Научна књига, 1952.
- 11 V. Vučić, D. Ivanović, Fizika II, Naučna knjiga, 1991.
- 12 S. Škundrić, D. Kovačević, Elektromehaničke vage, Acta Metrologica, 1995.
- 13 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 131, Circuit theory, Circuit elements nad their characteristics.*
- 14 Електрична и магнетска кола, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 131, 1990, (*Electric and magnetic circuits, Terms and definitions, IEC 131, 1978*).
- 15 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 351-21: Control technology /General terms, variables and signals.*
- 16 M. Stojić, Kontinualni sistemi automatskog upravljanja, Građevinska knjiga, 1973.
- 17 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 151, Electric and magnetic circuits, Particular electric devices.*
- 18 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 351, Control technology / Functional units of control systems.*
- 19 П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2011.
- 20 A. Helfrick, W. Cooper, *Modern Electronic Instrumentation and Measurement Techniques*, Prentice Hall, 1990.
- 21 W. Schmusch, *Elektronische Messtechnik*, Vogel Buchverlag, 1993.
- 22 *International Vocabulary of basic and general terms in metrology*, 1993, превод: Међународни речник основних и општих термина у метрологији, Савезни завод за мере и драгоцене метале, 1996.
- 23 П. Бошњаковић, Мерења 2, Приручник за лабораторијске вежбе, ВИШЕР, 2010.

“Ништа не изгледа једноставније
од јединице квантитета,
а ништа није сложеније од ње.”

Frederick Engels
(*Dialectic of Nature*)



7.

ДИГИТАЛНА МЕРНА ТЕХНИКА

Технологија производње електронских компонената је убрзала развој дигиталне технике и омогућила њен продор чак и у оне области које су, не тако давно, представљале подручја апсолутне доминације аналогних решења. То је условило, између осталог, и значајне измене у области мерења. Полупроводничке компоненте стварале су услове за сагледавање и дефинисање нових конструкција и концепција мерних уређаја и система. Дигитална електронска кола високог степена интеграције отворила су нове хоризонте и пружила неслућене могућности, не само у обради резултата мерења, него и при реализацији мерног процеса. Микропроцесори су постали саставни делови мерних уређаја¹ [1]. Према дефиницији, “мерење подразумева поређење величина и укључује бројање ентитета”. Аутоматизација мерног процеса подразумева баратање бројевима, кодовање и рачунање.

Познавање система бројева је неопходно за разумевање организације и начина рада дигиталних мерних уређаја и система, њихово програмирање и примену. У овом поглављу разматрају се системи бројева и неки основни облици кодовања који се примењују у дигиталним мерним уређајима.

Физичку основу дигиталне мерне технике представљају логичка кола. Теоријску основа за њихов примену представља математичка логика. Логичка кола су електричне мреже чије се стање може описати логичким променљивим и функцијама. Помоћу њих се физички остварују логичке операције. Често се називају “прекидачка кола”, јер елементи у њима раде у “прекидачком режиму”, мењајући своје стање између два гранична стања која одговарају стањима затвореног и отвореног прекидача.

У овом поглављу су сажето приказане основе Булове алгебре као теоријске подлоге дигиталне електронике и дигиталне технике у целини. Дефинисане су елементарне операције, представљени су полазни ставови математичке логике и приказано је како се они примењују при реализацији дигиталних мерних система. Описани су основни типови логичких кола. Приказано је како се њиховим повезивањем остварују сложене логичке мреже. Посебно се разматрају конвертори кода и бројачи који налазе примену у мерној техници.

¹ Настала је нова област под називом “микропроцесорска мерна техника”.

7.1 СИСТЕМИ БРОЈЕВА

За квантитативно исказивање великости појединачне физичке величине користе се бројеви. **Број** је основни појам који се не дефинише него интуитивно схвата². Бројеви могу имати најмање три различите примене: као ознаке за идентификовање, као знаци који показују место додељено степену неког квалитета, у дефинисаном низу степени градације, као знаци који показују количинске (квантитативне) односе физичких величина исте природе. Бројеви који се додељују превозним средствима, на пример, су само подесан начин да се ти објекти именују. Никакав однос између својстава објеката обележених бројевима не мора да одговара нумеричким односима између назначених бројева. Употреба бројева, када је редослед бројних величина исти као редослед положаја својства тела (појаве) на дефинисаној лествици својстава, као што су, на пример, тврдоћа, мекоћа, јачина ветра или јачина земљотреса, омогућује поређење, односно успостављање одређених односа између посматраних (проучаваних) објеката (процеса). У техници, најзначајнија употреба бројева је за одређивање квантитативних односа физичких величина исте природе као што су маса, брзина, наелектрисање, напон. Бројеви се користе да би се исказали резултати мерења. Број “2345”, на пример, је скраћени “опис” величине нечег што садржи: **два** пута хиљаду више **три** пута сто више **четири** пута десет више **пет** пута један изабраних јединица мере (метара, грама, киловатсати...).

Бројеви се записују користећи различите симболе, који могу да буду и симболи говорне азбуке (слова), као што су, на пример, римске цифре (*Roman Numerals*): *I, V, X, L, C, D, M*. Ти симболи представљају одређене (изабране) бројеве помоћу којих се изражавају сви остали бројеви. Скуп симбола и математичких правила који се користе за представљање бројева чине **систем бројева** (*numeric system*).

Бројање је једна од првих функција људског мишљења, и нужно је при свакој расподели и организацији заједнице. Помоћу бројева се приказују односи у природи, њима се може представити стање неког система, пренети информација о неком догађају. Подаци који се обрађују помоћу дигиталних уређаја, као и програми којима се одређују операције које се над тим подацима извршавају, представљају се симболима погодном изабраног система бројева. Избор начина представљања бројева се непосредно одражава на конструкцију, радне карактеристике, па и на начин на који човек (корисник) употребљава уређај. Управо због тога, у техници се користи више система бројева, и више начина записивања бројева, са циљем да се поједине операције (функције) што ефикасније остваре.

Још у прадавна времена су људи схватили да су бројеви и односи бројева важни за проучавање и поимање света у којем живе. Након открића да се музичка хармонија заснива на једноставним математичким односима, антички филозоф Питагора (580 до 500 пре н.е.) је бројевима приписао магијску снагу, дајући им моћ богова који стварају хармонију света. Његови следбеници су сматрали да је број десет савршен (идеалан), да представља одраз склада у космосу.

² Већ античким филозофима је постало јасно да је лакше рачунати с бројевима, него објаснити другима шта је то.

Информације које имају природу дискретних саопштења представљају се низом симбола узетих из изабраног скупа симбола. Помоћу бројева могу да се представе слова, као и други симболи који се користе у међусобним комуникацијама људи, у комуникацијама између људи и машина, или при аутоматској размени података између машина, без учешћа људи.

Системи бројева се међусобно разликују по броју коришћених цифара, односно по броју различитих симбола којима се приказују бројке у посматраном систему. Тај број се назива **основа система** (радикс³), а може да буде само цео позитиван број, већи од један. Помоћу симбола неког бројног система, исписаних на одређен начин, може да се представи било који број. Појединачне цифре⁴ не могу да представљају број чија је вредност једнака или већа од основе система.

У међусобној комуникацији људи савременог доба првенствено употребљавају **декадни систем** бројева, чија је основа десет⁵. То је систем који је усвојен као основа за дефинисање Међународног система јединица⁶.

Систем бројева са десет симбола примењивали су кинески и индијски математичари још пре почетка нове ере. У Европу је доспео посредством арапских математичара као "арапски систем". Већ у тринаестом веку, као природно решење засновано на "бројању на прсте", био је широко распрострањен под називом "десетични систем" [2].

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

Различити скупови симбола декадног система бројева

У начелу, за записивање бројева довољан је и један симбол, на пример: црта ("реца"). Бројевна вредност се тада изражава одговарајућим бројем понављања истог симбола. Несумњиво је да овакав начин, који се може назвати **унарни систем**, није подесан за приказивање већих бројева.



Дуални систем има основу бројања два, што значи да су потребна и довољна два симбола за представљање било ког коначног целог броја. Најчешће се као симболи бројева користе симболи који већ постоје у декадном систему: 0 и 1. Систем бројева који користи три различите цифре (0, 1 и 2 или -1, 0 и +1) назива се тернарни систем⁷.

Двадесетични систем, који су су користиле Маје, има за основу број двадесет (*vigesimal system*). У старом Вавилону коришћен је систем бројева

³ Од лат. *radix*, основа.

⁴ Од арап. *ḡifr*, бројка, знак којим се пише број.

⁵ Назив потиче од грч. речи *déka*, која означава број десет. У домаћој литератури употребљава се и назив "децимални систем", највероватније под утицајем англо-америчке терминологије (*decimal position system*). Предметак деци- (од лат. *decem*) у сложеницама, међутим, означава десети део нечега. Децимала је десетно место (десетни разломак), а назив "децимални рачун" се односи на рачун са децималним разломцима.

⁶ Сматра се да је ширењу декадног система у Европи значајно допринео инжењер Симон Стевин (*Somon Stevin*, 1546-1620).

⁷ Са становишта мерења, овај систем је погоднији од бинарног, јер даје природни одговор на однос великости две величине исте врсте. Поређење две масе помоћу теразија даје три резултата: $m_1 < m_2$, $m_1 = m_2$ и $m_1 > m_2$.

са основом шездесет⁸. Символи бројева до 60 обликовани су клинастим писмом. “Остаци” тог система у данашње доба су скале за мерење времена и углова.

Што је мања основа система бројева то је потребно мање различитих симбола, али је притом потребан и већи број слова (цифара) у речи за представљање броја исте величине. При пројектовању дигиталних рачунара логично је поставити захтев да се примени бројни систем који за представљање бројева користи што мање симбола и разреда. Математичка анализа овог проблема показује да би оптимални систем био онај у коме је основа број e [3]. То значи да треба изабрати између дуалног и тернарног система, јер не постоји систем бројева чија основа није цео број. Развој рачунара заснованих на тернарном систему је напуштен шездесетих година двадесетог века. Прихваћен је дуални, систем као најподеснији за физичко остварење.

7.1.1 ТЕЖИНСКИ ЗАПИС БРОЈЕВА

Помоћу појединачних симбола неког бројног система могу да се представе само неки (изабрани) бројеви. Бројеви чија је вредност једнака или већа од основе система представљају се коришћењем више симбола, исписаних на одређен начин. Сваки број се представља скупом симбола изабраног система бројева. Скуп којим је представљен неки појединачни број може да садржи један или више симбола, а записује се као низ (поворка цифара) према утврђеном правилу, тако да вредност броја представља збир вредности бројева које симболи у низу представљају. То правило може бити такво да сваки појединачни симбол представља увек исти број којем је тај симбол додељен, независно од места у запису (непозициони запис). Вредност броја једнака је збиру вредности свих цифара употребљених у запису, на пример:

$$10101111 = 1+0+1+0+1+1+1+1 = 6, \text{ или}$$

$$12345670 = 1+2+3+4+5+6+7+0 = 28.$$

У тежинском запису броја сваки од симбола представља број чија вредност зависи од положаја цифре у запису и основе система тако што се множи одређеном “позиционом вредношћу” која представља “тежину” места на којем се цифра налази⁹.

У природном тежинском запису вредност сваке цифре се множи одговарајућим степеном основе. Уобичајено је да се тежина места повећава с десна улево и то тако да низ од n цифара (симбола):

$$s_{n-1}s_{n-2}\dots s_1s_0$$

у систему бројева основе R представља број N који је једнак збиру производа одговарајућих цифара и њихових “тежина”:

⁸ Шездесетични, сексагесимални (*sexagesimal*) систем.

⁹ Тежински (*weighted*) запис се још назива и месни, положајни или позициони запис [1].

$$N = s_{n-1} \cdot R^{n-1} + s_{n-2} \cdot R^{n-2} + \dots + s_2 \cdot R^2 + s_1 R + s_0,$$

односно:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} s_i \cdot R^i, \quad 0 \leq s_i \leq R-1, \quad i = 0..n-1. \quad (7.1)$$

Цифра s_{n-1} , која се налази на левом крају записа представља “најтежу” односно “најзначајнију” цифру (*Most Significant Digit - MSD*), јер даје највећи “допринос” величини броја. Цифра s_0 , која се налази на десном крају записа представља “најлакшу” цифру која најмање утиче на вредност броја (*Least Significant Digit - LSD*). Највећи број који се може представити записом од n цифара тежинског записа у систему бројева са основом R једнак је:

$$\max N = R^n - 1. \quad (7.2)$$

Индекс који у изразу 7.1 означава место (позицију, разред) цифре у запису може да буде позитиван и негативан цео број. За $i < 0$, одговарајући чланови у изразу се односе на део који одговара разломцима. Бројеви мањи од један (разломљени бројеви) се представљају низом симбола:

$$0, s_{-1} s_{-2} \dots s_{-m+1} s_{-m}.$$

Зarez (,) одваја целобројни и разломљени део¹⁰. Одговарајући број Q је једнак:

$$Q = \sum_{i=-1}^m \frac{s_i}{R^i} = \frac{s_{-1}}{R} + \frac{s_{-2}}{R^2} + \dots + \frac{s_{-m+1}}{R^{m-1}} + \frac{s_m}{R^m}.$$

У општем случају, низ симбола:

$$s_{n-1} \dots s_2 s_1 s_0, s_{-1}, s_{-2} \dots s_{-m}$$

тежинског записа у систему бројева са основом R представља број који садржи n цифара у целобројном, и m цифара у разломљеном делу. Бројевна вредност овог низа је:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} s_i \cdot R^i. \quad (7.3)$$

Множење основом система се остварује померањем зареза за једно мести удесно. Дељење основом система се своди на померање зареза за једно место улево.

7.1.1.1 ТЕЖИНСКИ ЗАПИС У ДЕКАДНОМ СИСТЕМУ БРОЈЕВА

Међународно прихваћен, декадни (десетични) систем је у свакодневном животу савременог човека најраспрострањенији начин представљања бројева. Основа бројања у овом систему је десет. Постоји десет симбола (цифара) помоћу којих се представља информација (податак) о величини нечега. Симболи који се данас користе (од 0 до 9) потичу из арапске азбуке.

¹⁰ У англоамеричкој литератури употребљава се тачка (.) за раздвајање група симбола којима се представља целобројни и разломљени део неког броја (децимална тачка).

Декадни систем који се свакодневно користи је природни тежински (позициони) систем. То значи да свако место у запису броја има своју тежину која представља степен броја десет:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} d_i \cdot 10^i; \quad d_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}. \quad (7.4)$$

Низ цифара “4321”, протумачен као позициони запис у декадном систему, означава број који се састоји од четири хиљаде, три стотице, две десетице и једне јединице. У општем случају, за број у декадном запису, који има n целих и m разломачких места, важи:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \cdot 10^i; \quad d_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}. \quad (7.5)$$

На пример, вредност броја чији је декадни запис 123456,789 је:

$$N = 123456,789 = 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}.$$

7.1.1.2 ТЕЖИНСКИ ЗАПИС У ДУАЛНОМ СИСТЕМУ БРОЈЕВА

У дуалном систему, бројеви се приказују помоћу броја 2 и степена броја 2. У природном запису дужине n цифара низ:

$$b_{n-1}b_{n-2} \dots b_1b_0$$

$$b_i \in \{0, 1\}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

представља цео број:

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j. \quad (7.6)$$

Ознака b_{n-1} представља цифру највеће, а ознака b_0 најмање тежине.

Број сточетрдесетједан, на пример, приказан у дуалном систему бројева природним тежинским записом садржи осам цифара:

$$141_{10} = 10001101_2.$$

У општем случају важи:

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j, \quad b_j \in \{0, 1\}. \quad (7.7)$$

Позиционе вредности (тежине) цифара дуалног система бројева су:

$$(\dots, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots) = (\dots, 2^8, 2^7, 2^6, 2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}, \dots).$$

У општем случају, за број који има n целих и m разломачких места, важи:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \cdot 2^i; \quad b_i \in \{0, 1\}.$$

На пример, низ симбола 101010,101 посматран као запис у дуалном систему представља број:

$$N=101010,101=1\cdot 2^5+0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+0\cdot 2^0+1\cdot 2^{-1}+0\cdot 2^{-2}+1\cdot 2^{-3}=42,625.$$

7.2 КОДОВАЊЕ

Кодовање је начин представљања информација помоћу симбола одређеног скупа који садржи коначан број елемената. У међусобном споразумевању људи размењују информације у облику дискретних саопштења (порука) на одређеном језику. Порука се састоје од низа симбола узетих из неког скупа који садржи коначан број симбола. Такав скуп се назива **азбука**¹¹, а сваки поједини симбол **слово** (*character*). Коначан низ симбола узетих из неке азбуке назива се **реч** (*word*) у датој азбуци.

Сваки језик има своју азбуку¹² која се састоји од симбола од којих се формирају речи. Азбука српског језика за усмено комуницирање садржи 30 знакова (слова). Када се информација (порука) преноси у писаном облику, поред тридесет словних¹³ користи се и десет бројчаних (нумеричких) и одређени број специјалних знакова (размак између речи, знаци интерпункције и други). У дигиталним уређајима примењује се **бинарна азбука** која садржи само два слова.

7.2.1 БИНАРНИ КОДОВИ

У електронским дигиталним уређајима информације се представљају симболима бинарног система, јер савремена техника најефикасније и најекономичније остварује елементе који имају само два стабилна стања. Због тога се сматра да је дуални бројни систем “природни” језик рачунарских уређаја и система. Заправо, дуални систем бројева је “по природи ствари” предодређен за представљање бинарних величина, дискретних величина за које постоје само две могуће вредности.

Уобичајено је да се систем бројева са основом два назива **бинарни систем**, јер **користи симболе бинарне азбуке**. Притом се назив бит, који је Клод Шенон (*Claude Edwood Shannon*, 1916-2001) предложио за јединицу количине информације, користи и као назив за цифру дуалног система бројева (*binary digit*). При представљању података у дигиталним уређајима и системима, група битова која се посматра (обрађује) као целина, назива се **бинарна реч**. У дигиталној техници је уобичајено коришћење речи дужине 8, 16, 32 и 64 бита. Најчешће се користи група од осам бита (октет), која се назива **бајт** (*byte*). Група од четири бита се назива **нибл** (*nibble*).

Треба имати у виду да запис броја коришћењем симбола бинарне азбуке не мора бити такав да важи да свако место има “тежину” која

¹¹ Азбука (алфабет) се у најопштијем случају дефинише као скуп свих могућих симбола који се користе у одређене сврхе.

¹² Сматра се да су прву азбуку створили људи бронзаног доба. Феничанско писмо је послужило као основа за грчки алфабет.

¹³ По уставу Републике Србије, у службеној употреби у Републици Србији је српски језик и ћирилично писмо. Модерна српска азбука има 30 ћириличних слова. Свако од њих представља одговарајући глас.

представља степен броја два (основе дуалног система бројева). Коришћењем речи која садржи девет слова бинарне азбуке, број седам, на пример, може да буде записан на следеће начине:

- 001111111 Вредност броја једнака је збиру вредности свих цифара употребљених у запису¹⁴ ($1+1+1+1+1+1+1=7$);
- 001000000 Вредност броја одређена је положајем цифре 1 у запису¹⁵ (седма по реду посматрано слева надесно):
- 000000111 Природан тежински запис ($2^2 + 2^1 + 2^0 = 7$).

У тежинском (позиционом) запису, број се представља низом (поворком) симбола, при чему редослед има важну улогу. Свако место у запису има своју “тежину”, која зависи од основе система, којом се множи вредност сваког симбола. На пример, низови симбола: 11001111_2 и 111_{10} , представљају исти број (стоједанаест), приказан помоћу дуалног система бројева који садржи само два симбола (нулу и јединицу) и помоћу декадног система бројева који садржи десет симбола (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9). Дакле, писани запис нумеричког податка зависи не само од основе система бројева која се користи, усвојених симбола за цифре тог система, него и од положаја цифре у запису, као и расподеле тежине по позицијама. Променом тежине цифара у низу постиже се да истом податку одговарају различити записи, односно да запис може исправно да се протумачи само ако је позната шифра, кључ помоћу којег је извршено кодовање.

У ширем смислу, под појмом **код** подразумева се скуп правила помоћу којих се успоставља једнозначна веза између информације и њеног приказа помоћу знакова, симбола или елемената сигнала [4], [5]. У ужем смислу, реч “код” означава однос између две групе знакова. Кодовањем се порука преводи у изабрани код. Обрнута операција се назива **декодовање**. Понекад се за део система који обавља обе ове функције користи назив **кодек** (*codec*)¹⁶.

Поступком кодовања може било која информација да се изрази у облику бројева у изабраном систему бројева. Група симбола, којом се представља (кодује) неки појам, назива се **кодна реч**. Број симбола у кодној речи се назива **дужина речи**. Она може бити стална или променљива. У телеграфији¹⁷ се користи азбука у којој речи, које представљају слова латинице, имају променљиву дужину. Код који је Морзе (*Samuel Morse*, 1791-1872) изабрао за пренос текстуалних порука је заснован на

¹⁴ Овакав начин записа назива се “јединични код”.

¹⁵ Овакав начин записа (позициони јединични код) добија се при читавању механичког преклопника са десет положаја (слика 7.10).

¹⁶ У англоамеричкој литератури се за поступак представљања поруке изабраним кодом користи и термин *encoding* [7].

¹⁷ Телеграфија представља најстарији облик комуницирања електричним путем. Француски физичар Ампер (*André Marie Ampère*, 1775-1836) је први предложио да се електромагнетско дејство електричне струје искористи за преношење порука на даљину. Ако за свако слово азбуке постоји посебно електрично коло које садржи прекидач, на предајној, и магнетну иглу, на удаљеној (пријемној) страни, тада скретање појединачне игле на месту пријема означава да је на удаљеном месту предаје укључен прекидач који одговара одређеном слову.

анализи учестаности појављивања сваког од слова у енглеском језику. Три најчешћа слова латинице, **e**, **t** и **a**, означена су најкраћим речима: “.”, “-” и “..”.

Природни бинарни код (*natural binary*) за представљање бројева је тежински запис у дуалном систему бројева:

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j.$$

Ознака b_{n-1} представља најтежи бит (*Most Significant Bit - MSB*), а ознака b_0 најлакши (*Least Significant Bit - LSB*).

7.2.2 БИНАРНО КОДОВАНИ ДЕКАДНИ БРОЈЕВИ

На данашњем нивоу развоја технике, бинарни систем је природни систем дигиталних рачунара. Истовремено, човек, као творац и корисник рачунара, образован је да размишља у декадном систему бројева. Иако је, и са становишта обављања рачунских операција, такав систем погоднији, посматрано у целини, са становишта техничке реализације, декадни систем је за електронику неподесан¹⁸. Са циљем налажења компромиса, развијени су мешовити системи, у којима се декадне цифре представљају групом бинарних цифара. Најмањи могући број бинарних цифара у групи којом се приказују декадне цифре је четири. Овакав начин представљања декадних бројева бинарним записом низа декадних цифара назива се *BCD-код* (*Binary Coded Decimal*). Могући су и кодови са пет и више бинарних цифара у групи.

Групе (слогови) од четири бита, које се најчешће користе за представљање цифара декадног система, називају се тетрадама. Постоји велики број могућности кодовања декадних цифара на овај начин¹⁹. Две, које су посебно значајне у мерној техници, приказане су у табели 7.1.

декадна цифра	NBCD	Грејов код
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0110
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101

Табела 7.1. Бинарно кодоване декадне цифре

Најширу примену има **природни бинарно-кодовани декадни запис** (*Natural Binary Coded Decimal - NBCD*). Вишецифрени декадни број представља се низом бинарних симбола, тако што се свака цифра декадног броја приказује у бинарном запису:

¹⁸ Први механички рачунари, као на пример машина Паскалина, коју је конструисао француски математичар, физичар и филозоф Паскал (*Blaise Pascal*, 1624-1662) били су засновани на декадном систему.

¹⁹ Постоји $16!/6! \approx 3 \cdot 10^{10}$ могућих комбинација тетрада.

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} 10^j \sum_{i=0}^3 b_i \cdot 2^i. \quad (7.8)$$

Треба уочити да запис истог, вишецифреног декадног броја, дат у *NBCD*-коду није исти као и бинарни запис истог броја. На пример, запис броја “стодвадесетдевет” написан у декадном систему има три цифре, у *NBCD*-коду дванаест, а у бинарном “само” осам цифара:

$$129_{10} = 0001\ 0010\ 1001_{BCD} = 10000001_2.$$

Грејев код је непозициони код који спада у групу кодова са јединичним размаком: при повећању броја N за један, мења се само један бит у запису. Примењује се при мерењу транслаторног и угаоног помераја.

Постоје и други *BCD*-кодови, који се одликују неким добрим особинама, али се напуштају, пре свега због тога што у интегрисаној технологији преовлађује *NBCD*-код. Очигледно је да је *BCD*-запис²⁰ неекономичан, јер “троши” више симбола него бинарни запис. Упркос томе, његова примена, као облика посредног записа при уношењу података у рачунар, односно при њиховом издавању у облику прихватљивом за обичног човека, често је неизбежна.

Кодови за пренос порука треба да омогуће пренос свих симбола који се користе у тексту који се преноси: слова, бројеви и посебни знаци као што су \$, ≈, &, %. Најширу примену има *ASCII*-код²¹ који омогућује представљање симбола азбуке, графичких симбола и неких посебних кодова. То је алфанумерички код са седам бита по симболу.

7.2.3 ПРЕДСТАВЉАЊЕ НЕГАТИВНИХ БРОЈЕВА

За представљање позитивних и негативних бројева у електронским системима заснованим на бинарној азбуци примењују се четири начина:

- директни код,
- померени бинарни код
- обратни код, и
- комплементарни код,

од којих се у мерној техници првенствено користе прва два.

Директни код је заснован на начину приказивања који је уобичајен у свакодневном животу при записивању декадних бројева: користи се посебан елемент за приказ знака (*sign*) и кодни слог одговарајуће дужине за приказ величине (*magnitude*), односно апсолутне вредности (модула) броја. Уобичајено је да се за приказ знака користи посебно место (разред) које се налази испред најстаријег разреда за цифре које одређују величину броја. У бинарном запису, знак “+” се представља нулом, а знак “-” јединицом у разреду за знак броја.

На пример, бројеви $+123_{10}$ и -123_{10} , представљени у директном коду

²⁰ Уобичајено је да се под називом *BCD*-код подразумева *NBCD*-запис.

²¹ Ознака *ASCII* потиче од назива: амерички стандардни код за размену информација (*American Standard Code for Information Interchange*). У нашем језику се обично назива “аски код”.

(*sign plus magnitude*) кодном речи дужине 8 бита, пишу се на следећи начин:

$$+123_{10} = 01111011_{2\text{дир}},$$

$$-123_{10} = 11111011_{2\text{дир}}.$$

Погодност оваквог начина обележавања је једноставност. Број $-N$, супротан броју N , добија се променом бита за знак. Недостатак оваквог начина записивања су тешкоће при обављању аритметичких операција у дигиталној техници. Због тога се у електронским рачунским уређајима бројеви представљени као величина са знаком (*signed binary*), пре обављања аритметичких операција преводе у неки други, подеснији облик.

Померени бинарни код (*offset binary*) се највише примењује у електронским мерним инструментима, односно у системима у којима се користе аналогно-дигитални и дигитално-аналогни претварачи. Нумерички еквивалент биполарне аналогне величине A , чије се вредности налазе у опсегу $-A_{\text{MAX}}$ до $+A_{\text{MAX}}$, приказује се помоћу кодне речи сталне дужине тако што код који садржи све нуле одговара доњој граничној вредности мерног опсега, $-A_{\text{MAX}}$, а комбинација када је само најтежи бит кодне речи једнак јединици (половина кодне скале) одговара нултој вредности аналогне величине. Негативним вредностима "припада" 2^{n-1} комбинација, а позитивним $2^{n-1}-1$.

Треба уочити да у директном коду (знак и вредност) постоје два приказа нуле (позитивна и негативна нула). У помереном бинарном коду постоји само један запис нуле:

$$0_{10} = 00000000_{2\text{пом}}.$$

Будући да је укупан број комбинација, у кодној речи дужине n бита, једнак 2^n , највећи позитиван број је $2^{n-1}-1$, а највећи по апсолутној вредности негативан број -2^{n-1} .

Тернарна логика, у којој променљиве могу да имају једну од три вредности:

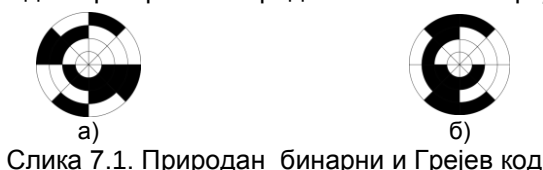
$$+1, 0, -1,$$

повољнија је са становишта једноставности обраде нумеричких података, јер омогућује једноставно решење проблема позитивних и негативних бројева. Знак броја је садржан у свакој тернарној цифри, што отклања потребу да се посебно меморише, односно да се при аритметичкој обради врши претварање из једног бинарног облика у други. Бинарна азбука има само једну, али суштинску предност: једноставније и економичније техничко решење. За сада.

Погодним избором кода могу да се смање неке грешке које настају при обради сигнала као што је, на пример, претварање начина представљања информација из аналогног у дигитални облик. У уређајима за читавање положаја (транслаторног или угаоног помераја) примењује се Грејов код, који се одликује својством да се кодови два суседна броја разликују само за један бит²² (табела 7.1) [6]. Када се мерена величина налази тачно на граници између две суседне вредности, читавање кодне маске која одговара

²² Код са јединичним размаком.

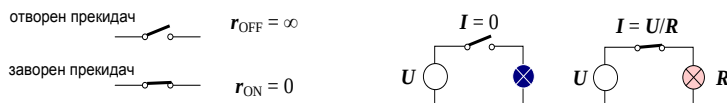
природном бинарном систему може довести до велике грешке (слика 7.1). Уместо једне од “суседних” вредности 0111 и 1000, које одговарају бројевима седам и осам, може бити прочитан код 1111, којем одговара вредност 15, или код 0000 којем одговара вредност 0. Када се користи Грејов код, при промени вредности мерене величине (транслаторног или угаоног положаја) мења се само један бит кодне речи. Могућа грешка, због погрешног читавања бита који се променио, одговара промени вредности прочитаног броја за један.



Слика 7.1. Природан бинарни и Грејев код

7.3 БУЛОВА АЛГЕБРА

Дигиталне променљиве су величине које могу да имају само оне вредности које припадају скупу који садржи низ дискретних вредности. У савременим дигиталним уређајима се, скоро искључиво, користе бинарни (двочлани) сигнали чији информациони параметар може узимати једну од две могуће различите вредности. Такви сигнали физички могу да се остваре на разне начине. У електроници, бинарне величине се представљају параметрима електричних елемената који могу бити у једном од два веома различита стања. У једном од њих, електрична отпорност r , мерена између крајева (прикључака) елемента, је мала, односно, електрична проводност је велика. У другом стању је обрнуто: електрична отпорност између крајева елемента је велика, односно, електрична проводност је мала. Каже се да је у првом стању елемент проводан, а у другом непроводан. Такав елемент делује као електрични прекидач који може бити у стању “искључен” или “укључен” (слика 7.2).



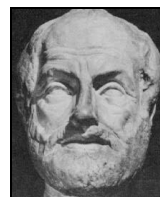
Слика 7.2. Представљање бинарне величине стањем прекидача

Када је прекидач “искључен”, струјно коло је прекинуто (отворено, *open*). Струја у посматраном колу је једнака нули, а напон између крајева прекидача једнак напону извора. Када је прекидач “укључен”, крајеви су спојени, струјно коло је затворено (*closed*), а напон између крајева прекидача је једнак нули. Стање прекидача представља бинарну променљиву која има само две вредности: “искључен” или “укључен”, односно отворен или затворен²³. У савременим дигиталним уређајима, прекидачи се остварују помоћу електронских елемената (полупроводничких диода и транзистора) који омогућују економично и брзо извршавање функције прекидања.

²³ У англоамеричкој литератури уобичајено је да се стање отвореног (искљученог) прекидача означава са *OFF*, а стање затвореног (укљученог) прекидача са *ON*. Назив “укључен” заправо представља стање потрошача који је повезан на ред са прекидачем.

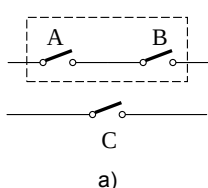
Дуалност која постоји код бинарних величина (сигнала) постоји и када се разматра истинитост неког исказа²⁴. Саопштење је истинито или лажно, закључак је тачан или нетачан (да/не). Стање прекидача се такође може описивати исказима “да” и “не” као одговорима на питање: “Да ли је прекидач затворен?”, или питање којим треба да се установи присуство (односно одсуство) напона (струје) у одговарајућој тачки (грани) кола. То омогућује да се прекидачке функције које описују деловање прекидачких мрежа представе као логичке операције (функције). Резултат операције је логичка променљива, а њена вредност се може одредити на основу правила логичког расуђивања.

Прекидачка логика је математички облик логике, науке о законима мишљења²⁵, чије је основе поставио још антички филозоф Аристотел (*Аристотелос*, 384 п.н.е. – 322 п.н.е.). Он је открио да облик закључивања треба разликовати од његове садржине. Формулисао је нека основна начела логике, као што су начело истоветности (*principium identitas*) и начело противречности (*principium contradictions*). У свом делу, које је назвао *Organon* (грч. *órganon*, оруђе, алатка, помоћно средство), Аристотел је поставио систем логике заснован на тврђењима која могу бити тачна или погрешна (истинита или лажна), али никада делимично тачна или делимично погрешна.



Аристотел

Два редно повезана прекидача, *A* и *B*, на пример, могу да се посматрају као један еквивалентни²⁶ прекидач *C* (слика 7.3.а). Таблица стања на слици 7.3.б приказује стање прекидача *C* у зависности од стања прекидача *A* и *B*. Еквивалентни прекидач *C* је затворен (*ON*) ако су оба прекидача, *A* и *B*, затворена. Односно, исказ “Прекидач *C* је затворен” је истинит (тачан) ако и само ако су истинити искази: “Прекидач *A* је затворен” и “Прекидач *B* је затворен”. Закључак (логички суд “Прекидач *C* је затворен”) је резултат “логичког спајања” (конјукције²⁷) два исказа. Сложени исказ *c* (“Еквивалентни прекидач *C* је затворен”) је тачан ако су оба исказа *a* (“Прекидач *A* је затворен”) и *b* (“Прекидач *B* је затворен”) тачни. Ова логичка операција, којом је образован сложени исказ *c*, означава се симболом “ $\wedge$ ”.



<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
ON	ON	ON
ON	OFF	OFF
OFF	ON	OFF
OFF	OFF	OFF

б)

$$c = a \wedge b$$

в)

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
T	T	T
T	⊥	⊥
⊥	T	⊥
⊥	⊥	⊥

г)

Слика 7.3. Операција логичког спајања

За представљање истинитосних вредности логичких операција, односно сложених исказа који зависе од два или више простих (елементарних) исказа (као што је исказ “Прекидач *A* је затворен”) користи се и таблични начин

²⁴ Афирмативна реченица која има истинитосну вредност назива се исказ.

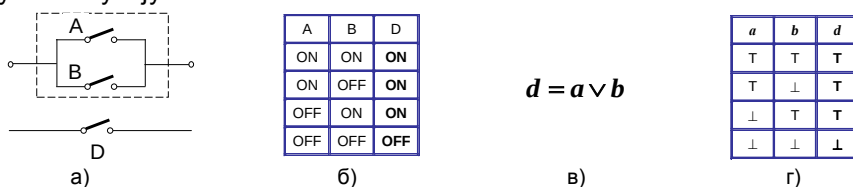
²⁵ Грч. λόγος, *lógos* ум, разум, моћ мишљења и расуђивања. Аристотел је настојао да открије законе којих се ваља придржавати при доношењу закључака. Логика се може дефинисати као наука о исправном закључивању,

²⁶ Одговарајући у функционалном смислу, од лат. *aequi-valens*, подједнако вредећи, који га може заменити, који има исту вредност (деловање).

²⁷ Слагање, и један и други, од лат. *conjunctio*, спајање.

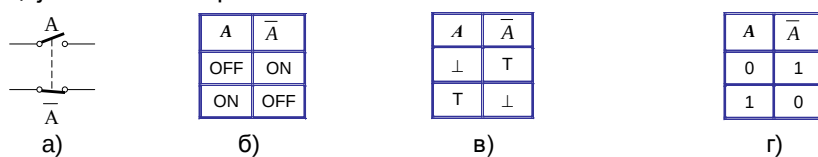
приказивања. **Таблица истинитости** (*truth table*) приказује све могуће комбинације истинитосних вредности полазних исказа и одговарајуће истинитосне вредности сложеног исказа (закључка). Таблица истинитости операције логичког спајања приказана је на слици 7.3.г. Символ “Т” означава да је одговарајући исказ истинит (*true*), а симбол “⊥” да је исказ лажан (*false*).

Паралелна веза два прекидача (слика 7.4.а) одговара логичкој операцији која се назива дисјункција²⁸. Еквивалентни прекидач D је затворен, ако је бар један, било који, од прекидача, A или B, затворен. Сложени исказ *d* (“Еквивалентни прекидач D је затворен”) је тачан ако је било који од исказа *a* и *b* тачан. Ова логичка операција, којом је образован сложени исказ *d* означава се симболом “ $\vee$ ”. Одговарајућа таблица истинитости је приказана на слици 7.4.г. Исказ “ $a \vee b$ ” је нетачан када су оба исказа, и *a* и *b*, нетачни, и само у том случају.



Слика 7.4. Операција логичког раздвајања

Операција негације дефинисана је над једном логичком променљивом или изразом. Логичка променљива добијена логичким инвертовањем (комплементирањем) променљиве A се обично означава надвученом цртом. На слици 7.5.а приказан је начин извођења ове операције у прекидачкој техници. Комплементарни прекидач прекидача A је прекидач који је затворен када је прекидач A отворен, и обрнуто. Ако величина A представља “радни” контакт релеа²⁹, инвертованој величини одговара “мирни” контакт истог релеа³⁰. На слици су приказане и таблица стања, таблица истинитости, као и **таблица вредности** логичке променљиве добијене применом операције негације независно променљиве величине A.



Слика 7.5. Операција негације

Када је елемент у непроводном стању, струја кроз њега је занемарљиво мала, приближно једнака нули, па се може сматрати оправданим и да се такво стање значи нулом, а оно друго, проводно стање јединицом. Полазећи од тога, стање отвореног прекидача се симболички означава са 0, а стање затвореног прекидача са 1. Такав симболички начин представљања³¹ омогућује да се анализа сложених прекидачких структура врши помоћу одговарајућих математичких правила.

²⁸ Логичко раздвајање, један или други, од лат. *disiunctio*, раздвајање.

²⁹ Радни контакт (*normally open* - NO) је затворен када је реле побуђено.

³⁰ Мирни контакт (*normally closed* - NC) је затворен када реле није побуђено.

³¹ Овакав начин означавања је један од два могућа. Када је елемент у проводном стању

Логичка променљива може да има једну од само две различите вредности, као и цифре дуалног система бројева. Због тога је уобичајено да се вредности логичких променљивих обележавају симболима “0” и “1”. Повезивањем математике и логики, са циљем анализе прекидачких мрежа, настала је **прекидачка алгебра**.



Џорџ Бул

Енглески математичар Џорџ Бул (*George Boole*, 1815-1864) је уобличио и разradio математички формализам поступка логичког закључивања помоћу одговарајућих логичких функција и математичких правила (пропозиција). Тиме је зачета нова област која се данас назива математичка логика или Булова алгебра, која представља теоријску основу за примену дигиталне технике.

Над бинарним величинама могу да се дефинишу (изводе) различите операције које се називају логичке операције или **логичке функције**. Као и у “обичној” алгебри, резултат извођења неке логичке операције може да се представи описно (речима) или табеларно. Прекидачку алгебру карактеришу три основне логичке операције: сабирање, множење и негација. Операцији логичког раздвајања (дисјункција) одговара сабирање, а операцији логичког спајања (конјункција) одговара множење логичких променљивих у математичкој логици. Ове операције се означавају симболима, “+” односно “•”, истим као и одговарајуће операције “класичне” алгебре. Операцијом негације добија се логичка променљива чија је логичка вредност супротна од логичке вредности полазне променљиве (“комплементарна” или “инвертована” логичка променљива). Операције сабирања и множења могу да се изводе над две или више независно променљивих логичких величина. Операција негације се изводи над једном променљивом.

Операција множења назива се “ЛОГИЧКО И” (и један и други). Операција сабирања назива се “ЛОГИЧКО ИЛИ” (један или други, а може и оба). Негацијом ових операција добијају се “ЛОГИЧКО НИ” и “ЛОГИЧКО НИЛИ”.

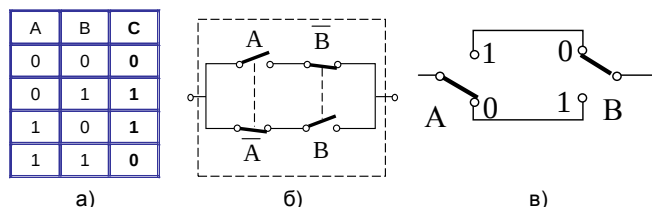
У начелу, било који задатак аритметичке и логичке обраде може да се изврши одговарајућим низом сукцесивних обављања основних логичких операција (негације, сабирања и множења). Комбинацијом основних логичких операција остварују се неке сложене операције. Неке од њих је погодно именовати, дефинисати и примењивати као и основне операције. На пример, дефинисањем нове операције која је еквивалентна примени операције негације после операције логичког множења, уводи се оператор који омогућује остваривање све три основне операције.

На пример, операција “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ” се у прекидачкој техници описује речима “један или други, али не оба”. Између улазног и излазног прикључка прекидачке мреже приказане на слици 7.6 постоји проводна веза (кратак спој) само ако су прекидачи A и B у међусобно супротним стањима. Означава се симболом $\oplus$.

отпорност прекидачког елемента је мала, због чега је и разлика потенцијала његових крајева мала. Заправо, може се сматрати да су, када је прекидач затворен, ове величине једнаке нули, па се може усвојити и да се такво стање означаи са 0, а оно друго са 1.

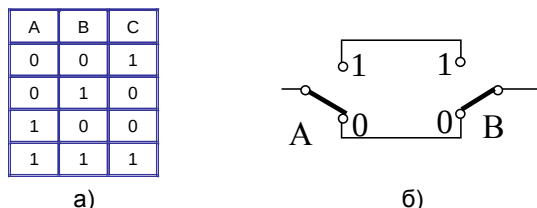
На основу анализе прекидачке мреже приказане на слици 7.6.б, закључује се да важи:

$$A \oplus B = \overline{AB} + \overline{\overline{AB}}. \quad (7.9)$$



а) б) в)
Слика 7.6. Операција “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ”

Операцијом “ИСКЉУЧИВО-НИЛИ” (слика 7.7) добија се логичка променљива која представља комплемент логичке променљиве добијене операцијом “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ”.



а) б)
Слика 7.7. Операција “ИСКЉУЧИВО-НИЛИ”

Таблица вредности на слици 7.7.а показује да се као резултат примене ове операције добија зависно променљива C која је једнака логичкој јединици само ако независно променљиве A и B имају једнаке вредности. Одговарајућа логичка операција назива се еквиваленција³². Означава се симболом $\odot$. Помоћу ове операције може да се изврши поређење бинарних речи односно бројева произвољне дужине.

7.4 ЛОГИЧКА КОЛА

У ужем смислу, под називом “основна логичка кола” подразумевају се кола која остварују основне логичке операције: комплементирање (инвертовање, НЕ), логичко сабирање (ИЛИ) и логичко множење (И). Било који дигитални систем може бити конструисан коришћењем само логичких кола којима се остварују ове три основне логичке операције³³. У ширем смислу, у основна кола се убрајају и она којима се остварују логичке операције НИ, НИЛИ, ИСКЉУЧИВО-ИЛИ и ИСКЉУЧИВО-НИЛИ.

Коло којим се остварује операција “ЛОГИЧКО НЕ” (*NOT gate*) даје на свом излазу сигнал који представља негацију улазног сигнала. Уобичајени назив за ово коло је “инвертор”. Графички симболи који се користе и

³² Логичко изједначавање, од лат. *aequi-valere*, једнакост вредности. Исказ $a \Leftrightarrow b$ је тачан само онда када оба исказа, a и b , имају исту истинитосну вредност. Користе се и називи “укључиво-И” и “коинциденција”.

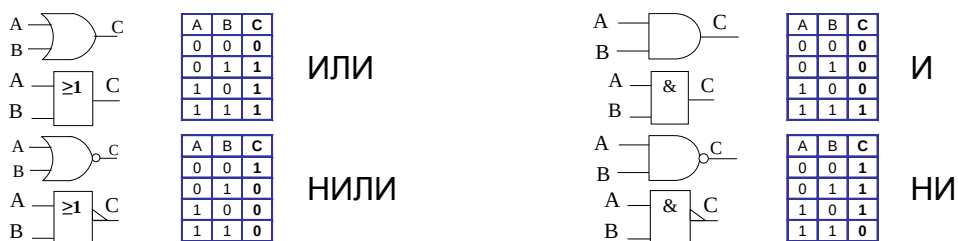
³³ Полазећи од ставова математичке логики, следи да је за градњу било ког дигиталног уређаја (па и рачунара) довољна само једна врста логичког кола са два улаза: НИЛИ односно НИ.

одговарајућа таблица вредности су приказани на слици 7.8. Излазни сигнал се означава симболом који је исти као и улазни, надвучен цртом. У овој књизи се користе графички симболи, уобијачени у електроници, код којих се за представљање различитих логичких оператора употребљавају симболи различитог, карактеристичног облика (слика 7.8.а). Кружић означава операцију негације. Симболи које препоручују IEC и IEEE/ANSI су правоугаоног облика³⁴ (слика 7.8.б).



Слика 7.8 Логичко НЕ коло

На слици 7.9 су приказана основна кола са два улаза, као и одговарајуће функционалне табеле у којима је дат одзив кола на одређену комбинацију управљачких улаза.



Слика 7.9 Основна логичка кола

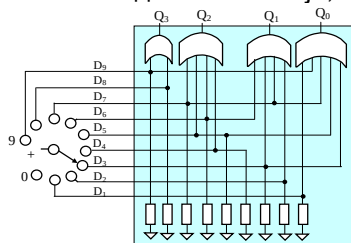
Логичко ИЛИ-коло (*OR gate*), које остварује операцију логичког сабирања, даје на свом излазу логичку јединицу ако бар један од улазних сигнала има логичку вредност једнаку један. Логичко И-коло (*AND gate*), којим се остварује операција логичког множења, даје на свом излазу логичку јединицу ако су сви улази на логичкој јединици.

Одговарајућим повезивањем основних логичких кола могу да се остваре сложене операције којима се неки скуп независно променљивих логичких величина (које представљају улазне сигнале/податке) пресликава на скуп других, зависно променљивих величина (које се посматрају као излазни сигнали/подаци). Стање на излазу логичког кола са више улаза једнозначно зависи од вредности улазних променљивих у тренутку посматрања. Стање сложене мреже образоване од оваквих елемената такође је једнозначно одређено вредностима независно променљивих логичких величина које представљају улазне сигнале. Ако се улазне величине не мењају у времену, стање такве мреже се такође не мења. Мреже које се могу описати не узимајући време као независно променљиву величину називају се комбинационе мреже. Комбинациона мрежа је логичка мрежа чије стање зависи само од логичких стања улазних сигнала [7].

Конвертор кода је мрежа којом се остварује промена начина приказа информације у бинарном облику. Делује као “дигитални претварач” који, не мењајући информациони садржај, мења облик представљања података,

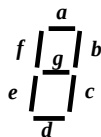
³⁴ Још увек нису опште прихваћени.

пресликавањем информације из једног кодног система у други. Разликују се два основна облика конвертора кода: енкодер и декодер. У ширем смислу, под називом енкодер (*encoder*) подразумева се део система који сигнал, односно низ података, трансформише у облик погодан за пренос, обраду или чување (меморисање), док декодер (*decoder*) враћа првобитни облик представљања информације [8]. У ужем смислу, енкодер је структура образована од логичких кола која има m логичких улаза ($X_0, X_1, \dots, X_{m-1}$) и n логичких излаза ($Y_0, Y_1, \dots, Y_{n-1}$), при чему у било ком тренутку само један од улаза може бити активан³⁵. Мрежа која обавља обратну (инверзну) операцију, којом се информација враћа у првобитни облик, назива се декодер. На слици 7.10 приказан је енкодер који код “један од десет”, добијен помоћу механичког преклопника са десет положаја, претвара у *NBCD*-код.



Слика 7.10 Енкодер “10 у 4”

За побуду светлећих цифарских приказивача који садрже седам сегмената (*LED display*) користе се конвертори који *BCD*-код пресликавају на седам излаза³⁶ (слика 7.11).



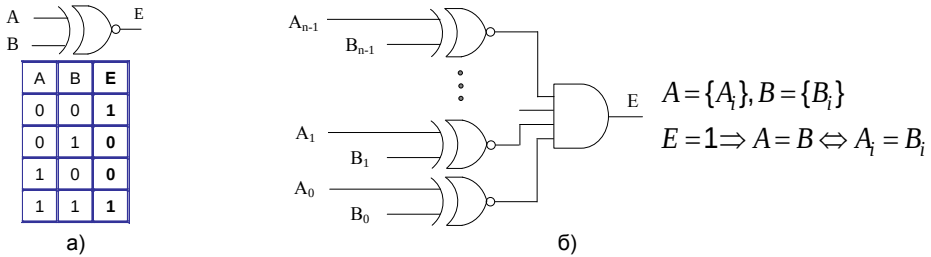
N	A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g	N
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	3
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	5
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	6
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	7
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	8
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	9

Слика 7.11. Претварање *BCD* кода у код 7-сегмената

³⁵ У литератури на српском језику је уобичајен назив кодер. Треба, међутим, имати у виду да се, у раном периоду развоја дигиталне електронике, под називом кодер превасходно подразумевао део који обавља претварање бројки декадног система бројева (као примарног, који човек користи) у бинарне податке који се аутоматски обрађују у електронским уређајима. У ужем смислу, термин енковање (*encoding*) се користи за опис функције уређаја (хардверског склопа) који обавља потребну трансформацију, док се у случају када се ова функција остварује програмски (софтверски) користи назив кодовање (*coding*). Ендек је уређај (хардверски склоп) који обавља обе ове функције, док се назив **кодек** (*codec*) користи када се операције кодовања и декодовања остварују програмски (на пример, коришћењем компресионог алгорита при формирању датотека које представљају запис аудио или видео сигнала, односно при њиховом репродуковању).

³⁶ Уобичајено је да се и ови претварачи кода називају декодерима (*BCD-to-7-segment decoder*), иако, заправо, представљају конверторе кода.

Два једноцифрена бинарна броја, A и B , су једнака ако су величине A и B логички једнаке. Поређење две бинарне величине се врши помоћу ИСКЉУЧИВО-НИЛИ логичког кола³⁷ (слика 7.12.а). Два вишецифрена бинарна броја су једнака ако су им све цифре једнаке. Поређење два n -битна бинарна слога се може остварити помоћу мреже која садржи n ИСКЉУЧИВО-НИЛИ логичких кола и једно И-коло са n улаза (слика 7.12.б). Логичка јединица на излазу такве мреже означава да су одговарајући битови кодних слогова, A и B , међусобно једнаки. На таквој структури засновани су интегрисани 8-битни компаратори, као што је на пример 74HC688.



Слика 7.12. Бинарни компаратор

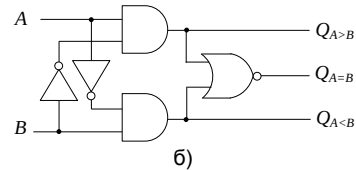
При поређењу два бинарна броја, међутим, често није довољно знати да бројеви нису једнаки, већ се захтева и податак који је од тих, неједнаких, бројева већи. Дакле, на питање: “Какав је нумерички однос два задата броја, A и B ?” могућа су три одговора: $A = B$, $A > B$ и $A < B$. Потпуни једнобитни компаратор, приказан на слици 7.13.б, даје информацију о односу два једнобитна броја преко три излаза, од којих само један може бити активан. Излаз $Q_{A>B}$ означава да је $A > B$. То је могуће само ако је $A = 1$ и $B = 0$. Излаз $Q_{A=B}$ је резултат испитивања тачности исказа $A = B$. Излаз $Q_{A<B}$ означава да је вредност логичке променљиве A мања од вредности променљиве B . То је могуће само ако је $A = 0$ и $B = 1$.

$$Q_{A>B} = A \bar{B}$$

$$Q_{A=B} = A \oplus B = AB + \bar{A} \bar{B} = A \bar{B} + \bar{A} B$$

$$Q_{A<B} = \bar{A} B$$

а)



Слика 7.13. Компаратор једнобитних бинарних бројева

Спрезањем оваких “елементарних” компаратора може се добити потпуна информација о односу два броја произвољне дужине.

7.5 МЕМОРИЈСКИ ЕЛЕМЕНТИ

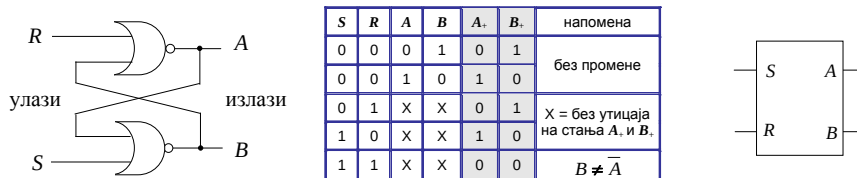
Важно својство логичких кола је могућност остваривања функције чувања (памћења) вредности бинарних променљивих. Одговарајућим повезивањем основних логичких елемената могуће је сачувати податак о

³⁷ Логичка операција ИСКЉУЧИВО-НИЛИ представља еквиваленцију.

томе да је, у неком тренутку, постојало одређено стање на улазу кола (логичке мреже). То је основа за израду делова рачунара у којима се чувају информације које представљају податке или програм којим се извршава одређен алгоритам њихове обраде.

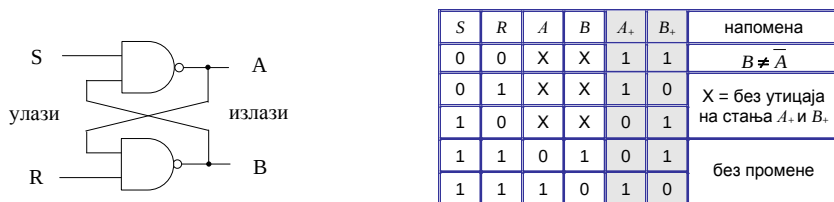
Бинарни меморијски елемент (меморијска ћелија, memory cell) је систем које има два изразито различита (супротна) стања. Прелазак из једног стања у друго остварује се спољашњим деловањем. Ако се сваком од стања додели логичка вредност која представља логичку вредност неке променљиве, један такав систем представља меморијски елемент у којем се чува један бит информације – вредност логичке променљиве записана (упамћена) у одређеном тренутку.

Постоји више врста електронских меморијских елемената који се међусобно разликују према начину на који се делује да би се изазива промена стања. Мрежа образована од пара логичких НИЛИ-кола, унакрсно повезаних на начин приказан на слици 7.14, представља основни облик меморијског елемента који садржи два улаза (R и S) и два излаза (A и B). Приказани су функционална табела и уобичајени графички симбол елемента који се обично назива **RS-флипфлоп**³⁸. Колоне A_+ и B_+ приказују стање излаза након успостављања одговарајуће комбинације стања на улазима.



Слика 7.14. Меморијски елемент остварен помоћу логичких НИЛИ-кола

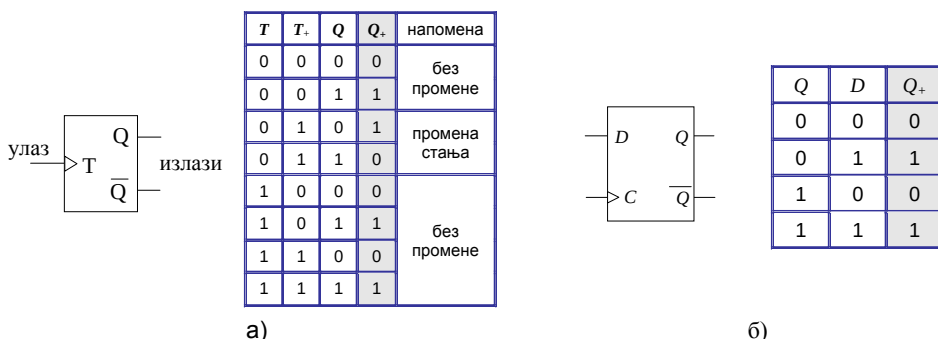
Слична својства има и мрежа образована од пара логичких НИ-кола, приказана на слици 7.15. Разликују се само по логичкој вредности сигнала који доводи до промене стања. Флипфлоп остварен помоћу НИЛИ-кола мења стање довођењем логичке јединице на одговарајући улаз кола (R или S). Флипфлоп остварен помоћу НИ-кола мења стање довођењем логичке нуле на одговарајући улаз кола.



Слика 7.15 Меморијски елемент остварен помоћу логичких НИЛИ-кола

³⁸ Назив, који потиче из енглеског језика (*flip-flop*), сликовито указује да се деловањем улазних сигнала коло пребацује тамо-амо, напред-назад, горе-доле (*flip* бацити, покренути лаганим ударцем, пикнути; *flop* пасти натраг, скљокати се). Ознаке S и R потичу од енглеских речи *set* (ставити) и *reset* (поново наместити). У говорном језику употребљава се и назив: "сет-ресет флипфлоп".

На слици 7.16.а. дати су графички симбол и функционална табела меморијског елемента који има само један улаз, а чије се стање мења као последица промена логичког стања на улазу. Догађај који изазива промену стања (окидање) може да представља успостављање логичке јединице (“окидање на предњу³⁹ ивицу”) или успостављање логичке нуле (“окидање на задњу⁴⁰ ивицу”). Промена стања оваквог меморијског елемента је синхрона⁴¹ са променом логичког стања на улазу. Уобичајено је да се означава словом T (T -флипфlop⁴²). Излаз $\bar{Q}$ је комплемент излаза Q .



Слика 7.16 Синхронизовани меморијски елементи

На слици 7.16.б. приказани су графички симбол и табела прелаза меморијског елемента чије се стање може да промени само у тренутку када се сигнал на улазу који је означен словом C (*clock*) мења из стања логичке нуле у стање логичке јединице. У том тренутку се логички стање на улазу који је означен словом D (*data*) уписује у меморијску ћелију. Назива се D -флипфlop. Једначина стања је врло једноставна:

$$Q_+ = D.$$

Ако се занемари кашњење у одзиву кола, промена стања се остварује једновремено са одговарајућом променом на тактном улазу (C). Елементи ове врсте се називају синхронизовани или тактовани флипфлопови [9]. Троугао на одговарајућем улазу графичког симбола означава да се окидање врши динамички, на растућу (предњу/улазну) ивицу синхронизационог сигнала⁴³.

³⁹ Под називом “предња” (растућа/улазна) ивица подразумева се промена која означава појаву импулса.

⁴⁰ Под називом “задња” (оппадајућа/силазна) ивица подразумева се промена која означава крај импулса.

⁴¹ Каже се да је појава синхрона ако је временски усклађена са одређеном појавом или величином. Назив потиче од грч. *sýnchronous*, истовремен.

⁴² Постоје два тумачења значења симбола T . По једном од њих, он одражава начин рада бистабилног елемента који се, на појаву улазног импулса “преврће” (*toggle*) се из једног стања у друго (у енглеској литератури се користи и назив *toggle flip-flop*). Према другом тумачењу, симбол T потиче од речи *trigger*, па се и у литератури на нашем језику користи и назив: тригерски флипфlop.

⁴³ У највећем броју случајева, називи бистабилно коло (елемент) и флипфlop се употребљавају са истим значењем. Известан број аутора, међутим, називом флипфlop означава меморијске елементе код којих се промена стања на излазу врши само у синхронизму са тактом система. За меморијски елемент чија се промена стања може да оствари у било ком тренутку, користе назив лач (*latch*, реза, брава).

Функционално, меморијски елементи се остварују помоћу логичких кола, иако сама логичка кола немају својство памћења. Мреже образоване повезивањем меморијских елемената омогућују складиштење података. Уређен скуп меморијских ћелија које чине јединствену целину назива се регистар. То је логичка мрежа намењена за:

- привремено чување податка представљеног у облику бинарног слога (речи) одређене дужине,
- обраду таквог податка, која се може остварити разменом садржаја меморијских ћелија унутар мреже, или
- обраду у смислу повећавања или смањивања бројне вредности, када се такав податак посматра као бинарни број.

У зависности од обраде која се врши у самом регистру разликују се три основна облика регистра:

- меморијски регистри (*data register*),
- померачки регистри (*shift register*) и
- бројачки регистри (*counting register*).

Мерење се, у неким случајевима, своди на бројање. Прибрајају се елементарни прираштаји количине која се мери: пређени пут, запремина флуида, протекло време, количина супстанце, електрична или топлотна енергија. У савременим мерним уређајима бројање се остварује физички (хардверски) или програмски (софтверски). Хардверска решења операције бројања могу да буду механичка, електромеханичка или електронска.

Логичке мреже чије стање зависи не само од комбинације логичких стања улазних сигнала у тренутку посматрања, него и од стања која су постојала у мрежи током њене “предисторије”, називају се секвенцијалне мреже. Такве мреже у себи садрже меморијске елементе који памте претходна стања.



Слика 7.17. Општи структурни блок-дијаграм секвенцијалне мреже

7.6 БРОЈАЧИ

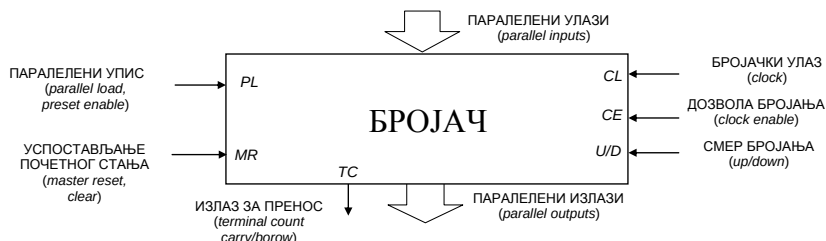
Секвенцијална мрежа, која садржи n меморијских ћелија, може да се налази у једном од 2^n могућих различитих стања која одговарају различитим стањима меморијских ћелија. Ако се стања меморијских ћелија посматрају као цифре бинарног броја, тада се, успостављањем одговарајућих логичких

веза између меморијских ћелија, може постићи да свака позитивна, или свака негативна промена логичке вредности сигнала на одређеном улазу⁴⁴, доводи до јединичне промене броја којим је приказано стање регистра. Промена може бит повећање (инкрементирање) или смањивање (декрементирање). Таква секвенцијална мрежа представља бројачки регистар.

Бројач може да буде “једносмеран”, ако прираштај вредности има увек исти предзнак (позитиван, за бројање у напред, односно негативан, при одбројавању у назад) или “двосмеран” (обостран, бидирекционалан), ако се знак прираштаја контролише на неки начин. Према начину рада бројачи се могу сврстати у две групе [10]. Код асинхронних бројача “активна” промена логичког стања сигнала на бројачком (тактном) улазу (*clock*) изазива промену стања прве ћелије, чија одговарајућа промена изазива промену стања следеће ћелије у низу. Код синхронних бројача промена стања свих ћелија врши се само у синхронизму са заједничким тактним (синхронизационим) импулсом.

Бројачки регистар који садржи n меморијских ћелија може да има 2^n стања којима се приказују вредности броја N од 0 до $2^n - 1$. При бројању у напред, након достизања стања у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке јединице (број $N_{max} = 2^n - 1$), први следећи импулс доводи (враћа) бројач у “почетно” стање у којем су у свим меморијским ћелијама уписане логичке нуле ($N = 0$). При бројању у назад, након достизања стања у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке нуле, први следећи импулс доводи бројач у стање у којем су у свим меморијским ћелијама уписане логичке јединице.

Начином свог рада, бројачки регистар је делитељ учестаности. Свака меморијска ћелија (флипфлоп) омогућује дељење учестаности са два. Регистар који садржи n меморијских ћелија може да броји до $N_{max} = 2^n - 1$, односно оствари дељење учестаности фактором 2^n . Такви бројачи се називају бројачи модула 2^n . Међутим, помоћу додатне комбинационе мреже може да се ограничи највећа вредност броја N , тако да је модуло бројача, који садржи n меморијских ћелија, било који цео број који није већи од 2^n . Најзначајнији су бројачи модула 10 (декадни бројачи). На слици 7.18 приказан је електронски бројач опште намене. Такви бројачки системи⁴⁵ производе се као интегрисана кола.



Слика 7.18. Електронски бројач

⁴⁴ Овај улаз се обично означава са *CLK* (*clock*), *CL*, или *CP* (*clock pulse*).

⁴⁵ У стручној литератури се користе различити називи за означавање улазних и излазних сигнала сложених бројачких структура.

Бројачи се користе као делитељи учестаности у генераторима импулса. Они представљају основни део инструмената за дигитално мерење трајања временских интервала и учестаности (*counter/timer*). У мерилима количине, бројачи имају улогу акумулатора⁴⁶ у којима се сакупљају (сабирају, одбројавају) елементарни прираштаји мерене величине (пређеног пута, запремине течности, електричне или топлотне енергије).

У микропроцесорским мерним уређајима, бројање може бити остварено хардверски или програмски (софтверски бројач). Да би се смањило оптерећење процесора, обично се импулси високе учестаности прво обрађују брзим хардверским бројачима, а софтверски се одбројавају само “проласци кроз нулу”.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Г. Я. Мирский, Микропроцессоры в измерительных приборах, Радио и связь, 1984
- 2 Д. Ј. Стројк, Кратак преглед историје математике, Завод за уџбенике и наставна средства, 1991.
- 3 D. Jovanović, Komponente digitalnih sistema, Građevinska knjiga, 1974.
- 4 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 101, Mathematics, Concepts related to information.*
- 5 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 701, Telecommunications, channels and networks, Use and operation of circuits and networks.*
- 6 В. Г. Домрачев, Б. Ц. Меико, Цифровые преобразователи угла, Энергоатомиздат, 1984.
- 7 S. Tešić, D. Vasiljević, Osnovi elektronike, Građevinska knjiga, 2000.
- 8 *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 702, Oscillations, signals and related devices, Discrete signals and digital signals; Coding.*
- 9 P. Horowitz, W. Hill, *The Art of electronics*, University Press, 1989.
- 10 D. Živković, M. Popović, Impulsna i digitalna elektronika, Akademska misao, 2004.

⁴⁶ Користи се и назив “тотализатор” од лат. *totalis*, укупан, сав цело.

“ Све што се спознаје има број,
јер без њега се не може ништа
ни схватити ни спознати.”

Питагора



8.

КВАНТОВАЊЕ

Уношење информација о стању физичког процеса, изворно представљених аналогним физичким величинама, у дигитални систем који треба да врши њихово прикупљање, обраду, приказ, складиштење или пренос, подразумева пресликавање аналогне величине на дигиталну величину. У дигиталним мерним инструментима и мерним информационим системима операција промене облика представљања информације је неизбежна: аналогни сигнал, чији информациони параметар представља мерену величину, трансформише се у дигиталну представу мерене величине. Ово пресликавање је сложен процес који обухвата две операције, квантовање и кодовање.

Операција квантовања може да се посматра као апроксимација вредности аналогне величине вредностима дигиталне величине. У овом поглављу разматрају се основни поступци апроксимације и анализирају њихова својства.

8.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Под називом **квантовање** (*quantization*) у физици се подразумева поступак којим се посматрана величина представља као збир малих, мерљивих прираштаја¹. Вредностима мерене величине приписују се вредности дигиталне величине исте врсте.

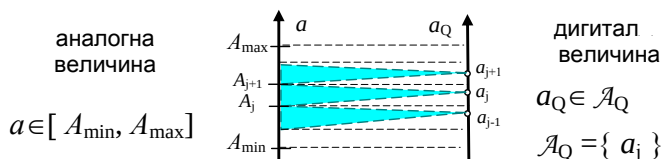
У најопштијем смислу, квантовањем се нека величина представља као дигитална величина која може да има само коначан број дискретних вредности. Притом, и полазна (посматрана) величина може да буде дигитална. Квантовање тада има за циљ да скуп који има велики број чланова представи скупом који има мањи број чланова.

У мерној техници, под квантовањем се подразумева операција пресликавања посматране аналогне величине a , која може да поприми било коју вредност која припада одређеном опсегу од $A_{\min}$ до $A_{\max}$, на дигиталну величину a_Q , чији скуп могућих вредности $\mathcal{A}_Q = \{a_j\}$ садржи коначан број чланова:

$$a \in [A_{\min}, A_{\max}] \rightarrow a_Q \in \{a_j\}. \quad (8.1)$$

¹ Квант (од лат. *quantum*, колико) је најмања количина физичке величине која се може придружити некој појави, када је посматрана величина представљена скупом дискретних вредности.

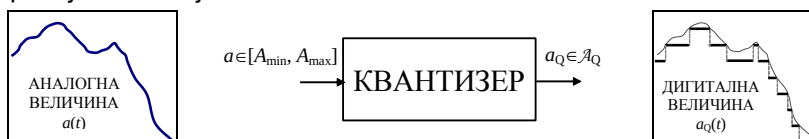
Квантовањем се остварује “дискретизација вредности”. Опсег могућих вредности величине $a \in [A_{\min}, A_{\max}]$, дели се на подопсеге, од којих је сваки представљен јединственом, унапред одређеном вредношћу. Подопсези не морају да имају једнаку ширину. Било која вредност величине a , која припада одређеном подопсегу, пресликава се на јединствену вредност која одговара том подопсегу. Геометријска представа операције квантовања приказана је на слици 8.1.



Слика 8.1. Геометријска представа операције квантовања аналогне величине

Квантовање је поступак апроксимације вредности аналогне величине вредношћу дигиталне величине исте врсте.

Свакој вредности аналогне величине a додељује се њој еквивалентна јединствена вредност дигиталне величине a_Q (дигитални представник аналогне величине). Елемент који је намењен да остварује операцију квантовања назива се квантизер (*quantizer*) [1]. На слици 8.2 је приказан резултат операције квантовања временски променљиве величине $a(t)$, када квантована величина a_Q може да има само осам еквидистантних вредности (нивоа квантовања). У овом примеру, аналогна величина a се апроксимира најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је мања или једнака посматраној аналогој величини.



Слика 8.2. Квантовање аналогног сигнала

Разлика квантоване и праве вредности посматране величине:

$$q = a_Q - a, \quad (8.2)$$

је **грешка квантовања** (*quantization error*) која настаје када се величина a замени величином a_Q . Опсег вредности величине q одређен је ширином подопсега и начином избора квантованих вредности која представља подопсег. Пресликавање $a \rightarrow a_Q$ је једнозначно, али инверзна трансформација није. Права вредност величине a , чији је дигитални еквивалент a_Q познат, не може да се одреди. Грешка која је унета квантовањем може да има било коју вредност унутар одређеног интервала који одговара подопсегу којем вредност мерене величине припада. Грешка квантовања је случајна величина, која се при дигиталној обради мерних сигнала² посматра као “шум квантовања” (*quantization noise*).

² Digital signal processing, DSP.

Већи број нивоа квантовања омогућује да дигитална величина верније (тачније) одражава мерену величину a . Довољно великим бројем интервала квантовања унутар опсега могућих вредности величине a , грешка која настаје при апроксимацији величине $a(t)$ величином $a_Q(t)$ може да се учини довољно малом. Због тога, са становишта тачности, не може да се повуче оштра граница између два облика представљања информације: аналогног и дигиталног. Тачност којом аналогна физичка величина може да се представи у дигиталном облику ограничена је шумом квантовања. Тачност представљања мерене величине у аналогном облику ограничена је сметњама које се не могу избећи.

Квантовање је **равномерно** (*uniform*) ако сви подопсези имају једнаку ширину ΔA [2]:

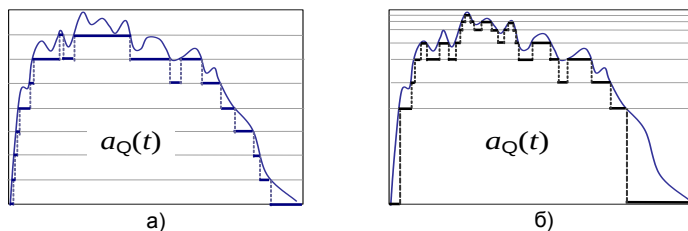
$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{J} \quad (8.3)$$

где је J укупан број подопсега. Величина ΔA назива се **корак квантовања**. Границе подопсега су тада одређене изразом:

$$A_j = A_{\min} + j \Delta A, \quad j=0,1,\dots,J. \quad (8.4)$$

Скуп $\{A_j\}$ представља подскуп скупа вредности величине a . Једначина 8.4. дефинише укупно $J+1$ вредности.

Квантовање је нелинеарна трансформација, којом се неизбежно, у мањој или већој мери, изобличује мерни сигнал (слика 8.3.а). Неравномерним распоредом нивоа квантовања, као што је то приказано на слици 8.3.б, постиже се верније представљање у горњем делу радног опсега, за који у неком конкретном случају може да постоји интерес да грешка апроксимације буде мања.



Слика 8.3. Равномерно и неравномерно квантовање

Неравномерно квантовање се, на пример, примењује у дигиталним телекомуникационим уређајима, са циљем смањивања релативне грешке пресликавања $a \rightarrow a_Q$ [3]. У мерној техници се најчешће примењује равномерно квантовање. Размак између суседних нивоа квантовања, ΔA , једнак је у целом опсегу вредности величине $a \in [A_{\min}, A_{\max}]$. Скуп A_Q је пребројив³ и садржи коначан број чланова. Елементи овог скупа представљају растући низ вредности величине a_Q : $a_0, a_1, \dots, a_J$ где је J број подопсега.

³ Пребројив (*countable*) скуп садржи једнак број елемената као неки подскуп скупа природних бројева. Природни бројеви су сви цели бројеви већи од нуле.

Формално математички, равномерно квантовање је пресликавање скупа $\mathcal{A}$, који представља област могућих вредности аналогне величине a :

$$\mathcal{A} = \{a \in [A_{\min}, A_{\max}]\}, \quad (8.5)$$

на коначан скуп $\mathcal{N}$ који се састоји од J целих бројева:

$$\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots, J-1\}. \quad (8.6)$$

Број $N \in \mathcal{N}$ је нумерички еквивалент појединачне величине a која, при равномерном квантовању, испуњава услов:

$$A_{\min} + N\Delta A \leq a < A_{\min} + (N+1)\Delta A. \quad (8.7)$$

Ако се грешка квантовања занемари, важи:

$$a - A_{\min} = N \Delta A. \quad (8.7)$$

Овај израз је заправо основна једначина метрологије (2.55), при чему корак квантовања ΔA представља изабрану мерну јединицу којом се величина a приказује. Скуп $\mathcal{A}_N = N \Delta A$ дефинише мерну скалу посматране аналогне величине a .

Квантовање је мерење.

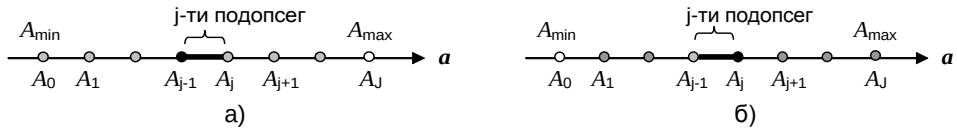
8.2 МОДЕЛОВАЊЕ ОПЕРАЦИЈЕ КВАНТОВАЊА

Квантовање је промена облика представљања информације. Мерена аналогна величина a , чији скуп могућих вредности $\mathcal{A}$ садржи бесконачно много вредности, пресликава се на дигиталну величину a_Q , чији скуп могућих вредности $\mathcal{A}_Q$ садржи коначан број дискретних вредности. Уобичајено је да се поступак квантовања изводи на следећи начин [4]:

- опсег могућих вредности мерене величине a (мерни опсег) дели се на коначан број подопсега чија ширина, у општем случају, не мора бити једнака;
- сваки подопсег представља се јединственом вредношћу која припада том подопсегу⁴;
- било која вредност аналогне величине замењује се вредношћу која представља подопсег којем посматрана вредност величине a припада.

Појединачна вредност величине a може да припада само једном од подопсега. Да би овај захтев био испуњен, сваки подопсег може да обухвата само једну од граничних вредности. У складу са тим могућа су два модела дефинисања подопсега (слика 8.4).

⁴ У општем случају, вредност којом се опсег представља не мора да припада том подопсегу.



Слика 8.4. Дефинисање подопсега

Модел А (слика 8.4.а)

Гранична вредност A_{j-1} припада j -том подопсегу.

$$a|a \in [A_{j-1}, A_j] \rightarrow a_j|a_j \in [A_{j-1}, A_j).$$

У овом случају, горња гранична вредност целог опсега могућих вредности аналогне величине a , $A_{\max} = A_J$, не припада ни једном од J подопсега. То значи да вредност $A_{\max}$ не може да буде представљена одговарајућим бројем (кодом). Овај проблем се превазилази тако што се ова вредност придружује последњем (највишем) подопсегу.

Модел Б (слика 8.4.б)

Гранична вредност A_j припада j -том подопсегу.

$$a|a \in (A_{j-1}, A_j] \rightarrow a_j|a_j \in (A_{j-1}, A_j].$$

У овом случају, доња гранична вредност опсега могућих вредности величине a , $A_{\min} = A_0$, не припада ни једном од J подопсега, али се може придружити првом (најнижем) опсегу.

Квантовање се остварује поређењем посматране величине a са вредностима које представљају границе подопсега. У начелу, било која вредност која припада датом подопсегу може бити усвојена као вредност која “представља” тај опсег. У складу са поступком дефинисања подопсега, могу се дефинисати два гранична случаја.

α) Квантована вредност представља доњу граничну вредност одговарајућег подопсега:

$$a_j = A_j; j = 0, 1, \dots, J-1. \quad (8.7)$$

Аналогна величина a апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је једнака или мања од посматране аналогне величине:

$$a|A_j \leq a < A_{j+1} \rightarrow A_j; j = 0, 1, \dots, J-1. \quad (8.8)$$

β) Квантована вредност представља горњу граничну вредност одговарајућег подопсега:

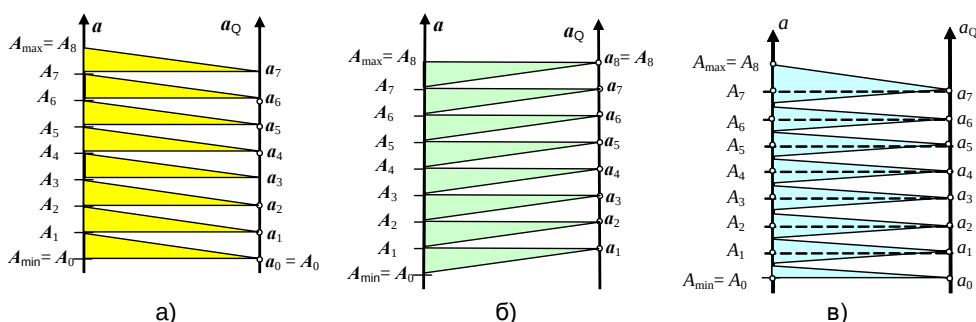
$$a_j = A_j; j = 1, \dots, J. \quad (8.9)$$

Аналогна величина a апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је једнака или већа од посматране аналогне величине:

$$a|A_j < a \leq A_{j+1} \rightarrow A_{j+1}; j = 0, 1, \dots, J-1. \quad (8.10)$$

У првом случају, процес квантовања се своди на “одбацивање вишка” у односу на доњу границу подопсега којој вредност посматране појединачне величине a припада (апроксимација “одсецањем”). На слици 8.5.а дат је геометријски приказ равномерног квантовања одсецањем када квантована величина има осам вредности:

$$a|a \in [A_j, A_j + \Delta) \rightarrow a_j = A_j; j = 0, 1, \dots, 7.$$



Слика 8.5. Пресликавање $a \rightarrow a_Q$ равномерним квантовањем

У другом случају, процес квантовања се своди на “допуњавање” аналогне величине a до вредности која одговара горњој граници подопсега којој вредност величине a припада (апроксимација “додавањем”). На слици 8.5.б дат је геометријски приказ равномерног квантовања “додавањем”:

$$a|a \in (A_j - \Delta, A_j] \rightarrow a_j = A_j; j = 1, 2, \dots, 8.$$

Могући су и другачији избори квантованих вредности. У мерној техници се најчешће примењује поступак “заокружљивања”. Границе подопсега представљају вредности величине a_Q . Аналогна величина апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином. На слици 8.5.в дат је геометријски приказ равномерног квантовања заокружљивањем.

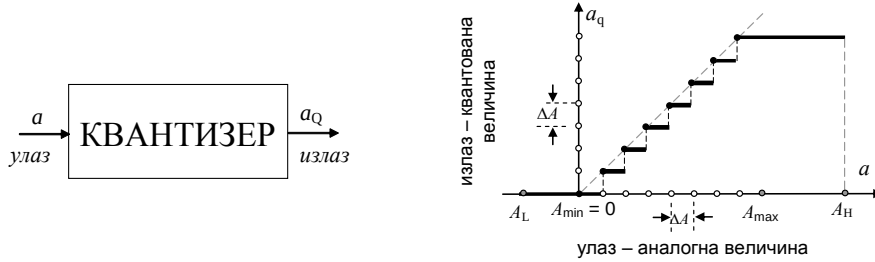
Квантовање је нелинеарна операција која доводи до изобличења (*quantization distortion*). Опсег могућих вредности грешке квантовања (која се уноси када се аналогна величина a замени дигиталном величином a_Q) зависи од начина на који се апроксимација остварује.

8.2.1 РАВНОМЕРНО КВАНТОВАЊЕ ОДСЕЦАЊЕМ

При апроксимацији одсецањем карактеристика улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање аналогне величине a , чији је мерни опсег од $A_{\min} = 0$ до $A_{\max}$, може да се представи изразом:

$$a_Q = \left\lceil \frac{a}{\Delta A} \right\rceil \cdot \Delta A, \quad \Delta A = \frac{A_{\max}}{J}, \quad (8.11)$$

у којем a_Q представља квантовану величину; ΔA је корак квантовања, J укупан број квантованих вредности. Угласе заграде у овом изразу означавају највећи цео број, који је једнак или мањи од вредности израза у заградама⁵. Графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера, када скуп a_Q има осам вредности, приказан је на слици 8.6. Дијаграм приказује функцију $a_Q(a)$ у целом радном опсегу квантизера, од $A_L \leq A_{\min}$ до $A_H \geq A_{\max}$.



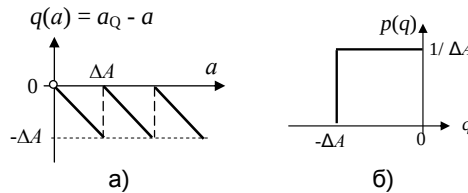
Слика 8.6. Равномерно квантовање одсецањем

При равномерном квантовању одсецањем излазна (квантована) величина је једнака или мања од посматране аналогне величине. У мерном опсегу $A_{\min} \leq a < A_{\max}$ грешка квантовања одсецањем (*truncation error*) је непозитивна величина чији је опсег вредности:

$$-\Delta A < q \leq 0. \quad (8.12)$$

Дијаграм функције $q(a)$ приказан је на слици 8.7.а. Унутар мерног опсега (од $A_{\min}$ до $A_{\max}$) функција $q(a)$ је периодична:

$$q(a + \Delta A) = q(a). \quad (8.13)$$



Слика 8.7. Грешка при равномерном квантовању одсецањем

При мерењу, вредност променљиве a представља случајну величину. То значи да су све могуће вредности грешке квантовања једнако вероватне. Густина вероватноће $p(a)$ има константну вредност у датом интервалу, $q \in (-\Delta A, 0]$, а једнака је нули изван тог интервала слика 8.7.б. Таква расподела вероватноће се назива “правоугаона расподела”.

Посматрана само у првом подопсегу, $0 \leq a < \Delta A$, функција $q(a)$ одређена је изразом:

$$q(a) = -a. \quad (8.14)$$

⁵ Овакав начин означавања функције “највећи цели” (*integer part function*) увео је Гаус. У литератури се примењују и други облици означавања (на пример: $\lfloor a \rfloor$, *floor function*), али се Гаусове заграде инајчешће користе.

Средња вредност грешке равномерног квантовања одсецањем једнака је:

$$\overline{q} = -\frac{\Delta A}{2}. \quad (8.15)$$

Средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања одсецањем једнака је:

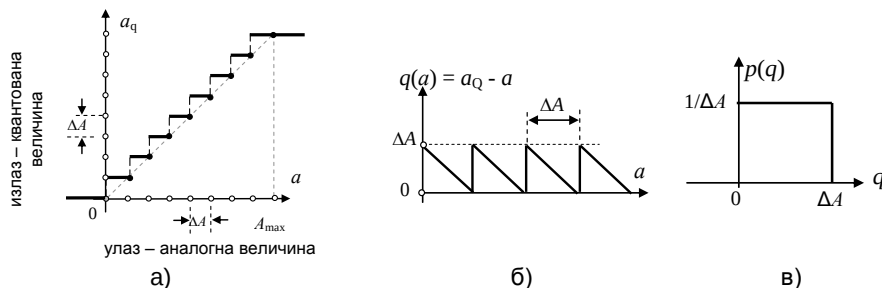
$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{3}. \quad (8.16)$$

У општем случају $a \in [A_{\min}, A_{\max}]$ важи:

$$a_Q = A_{\min} + \left[\frac{a - A_{\min}}{\Delta A} \right] \cdot \Delta A, \quad \Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{J}. \quad (8.17)$$

8.2.2 РАВНОМЕРНО КВАНТОВАЊЕ ДОДАВАЊЕМ

При квантовању аналогне величине $a \in [0, A_{\max}]$, када је примењен поступак апроксимације додавањем, квантована вредност једнака је горњој граничној вредности подопсега којем посматрана величина припада. На слици 8.8.а дат је графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање додавањем, када скуп a_Q има осам вредности.



Слика 8.8. Равномерно квантовање додавањем

Аналогна величина a апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је једнака или већа од посматране аналогне величине. Квантована вредност је једнака првом вишем нивоу квантовања⁶. Грешка квантовања је периодична ненегативна величина, чији је опсег вредности (слика 8.8.б):

$$0 \leq q < \Delta A, \quad q(a + \Delta A) = q(a); \quad 0 \leq a \leq A_{\max}. \quad (8.18)$$

⁶ Функција “најмањи већи цели” (*ceiling function, upper integer part function, least integer*) означава се угластим “полузаградама”: $\lceil a \rceil$. Понекад се назива “поштанска функција” (*post-office function*), јер се при одређивању поштарине заокружљивање тежине поштилке врши на прву вишу вредност која дефинише категорију поштанске тарифе.

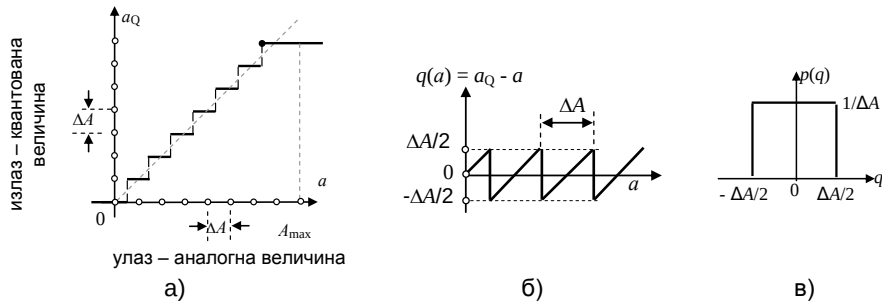
Све могуће вредности грешке унутар ових граница су једнако вероватне. Густина вероватноће $p(q)$ има константну вредност унутар датог интервала квантовања, а једнака је нули изван њега (слика 8.8.в). Средња вредност грешке $q(x)$ једнака је:

$$\bar{q} = \frac{\Delta A}{2}, \quad (8.19)$$

а средња вредност квадрата грешке је одређена истим изразом као и у случају квантовања одсецањем (8.16).

8.2.3 РАВНОМЕРНО КВАНТОВАЊЕ ЗАОКРУГЉИВАЊЕМ

При квантовању са апроксимацијом заокругљивањем, квантована вредност a_Q представља ближу границу подопсега којем вредност посматране аналогне величине a припада. Грешка квантовања заокругљивањем је биполарна величина (може да буде позитивна, негативна или једнака нули). При равномерном квантовању, функција $q(a)$ је симетрична око апсцисне осе, па је највећа могућа апсолутна вредност грешке двоструко мања у поређењу са максималном (по модулу) грешком квантовања одсецањем или заокругљивањем. Графички приказ карактеристике улаз-излаз квантизера који остварује равномерно квантовање заокругљивањем, када скуп a_Q има осам вредности, приказан је на слици 8.9.а.



Слика 8.9. Равномерно квантовање заокругљивањем

Према начину пресликавања средишње вредности постоје два основна облика функције заокругљивања (*nearest integer function*). При заокругљивању “на горе” (*round up*) важи:

$$a_Q = \left\lceil \frac{a}{\Delta A} + \frac{1}{2} \right\rceil \cdot \Delta A, \quad \Delta A = \frac{A_{\max}}{J} \quad (8.20)$$

где је Δ корак квантовања. Опсег вредности грешке квантовања једнак је:

$$-\frac{\Delta A}{2} < q \leq \frac{\Delta A}{2}. \quad (8.21)$$

При заокругљивању “на доле” (*round down*) важи:

$$a_Q = \left[\frac{a}{\Delta A} - \frac{1}{2} \right] \cdot \Delta A. \quad (8.22)$$

Опсег вредности грешке квантовања једнак је:

$$-\frac{\Delta A}{2} \leq q < \frac{\Delta A}{2}. \quad (8.23)$$

У оба случаја, функција $q(a)$ је периодична:

$$q(a + \Delta) = q(a). \quad (8.23)$$

Као што дијаграм на слици 8.9.б показује, функција $q(a)$ има троугаони облик, симетричан око апсцисне осе, па је њена средња вредност једнака нули. Средња вредност квадрата грешке квантовања једнака је:

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{12}. \quad (8.25)$$

У поређењу са квантовањем одсецањем, односно додавањем, средња вредност квадрата грешке је четири пута мања. У целини посматрано, са теоријског становишта, апроксимација заокругљивањем одлукује се бољим својствима.

ЛИТЕРАТУРА

-
- 1 *International Electrotechnical Vocabulary, part 702: Oscillations, signals and related devices/Linear and non/linear networks and devices.*
 - 2 *International Electrotechnical Vocabulary, part 704: Transmission/Quantizing in pulse code modulation (in PCM).*
 - 3 I. Stojanović, Osnovi telekomunikacija, Građevinska knjiga, 1985.
 - 4 *International Electrotechnical Vocabulary, part 723: Broadcasting: Sound, television, data / Digital television.*

Да је Милош Војиновић,
јунак из народне песме
"Женидба цара Душана",
био толико добар стрелац,
колико су тачни данашњи
атомски часовници,
могао би да погоди
кроз прстен јабуку,
постављену, не на врху куле
латинског цара, него на Месецу.



9.

МЕРЕЊЕ ВРЕМЕНСКИХ ИНТЕРВАЛА И УЧЕСТАНОСТИ

Време је основни појам у физици, који се усваја као физичка величина неизоставна у сваком систему величина дефинисаном са циљем да се што јасније сагледа и опише физичка стварност. Друго такво фундаментално својство је дужина, растојање између две тачке у простору. Величина која се назива "маса", такође се уводи аксиоматски, као карактеристика појава инерције и гравитације. Сложеност природе ствара потребу да се уведу и друге физичке величине. Неке од њих се, из практичних разлога, сврставају у основне. Мерењем се експериментално утврђују односи који постоје између основних и изведених величина и тако откривају физички закони. Време је, ипак, нешто посебно. Не може да се дефинише његова нулта вредност (почетак времена). Оно што се мери то је трајање временског размака. Под тиме се подразумева време које је протекло између два одабрана догађаја¹.

Мерење времена заснива се на претпоставци да у физичком свету постоје појаве која се понављају са једнаким временским размацима. Једна таква појава се усваја као основа за дефинисање јединице којом се време мери. Дан, недеља, месец и година су природне јединице, везане за астрономске појаве. Развој цивилизације створио је потребу за већим разлагањем при мерењу временских интервала. Прва направа за мерење времена била је сунчаник², који је грчки филозоф, астроном и географ Анаксимандер преузео од Вавилонца, а његов учитељ Талес употребио да измери висину пирамида. Значајан корак напред учињен је сагледавањем да равномерно одвијање неке вештачки изазване појаве може да се искористи за одмеравање временских размака. Водени часовник је пример таквог приступа³. Механички часовник, заснован на постојаности осцилација⁴ механичког система, који се појавио тек у доба Ренесансе, представљао је

¹ Уобичајено је, међутим, да се и временски размак назива време. У метрологији се, по правилу, наглашава да је у питању мерење временског размака.

² Сунчани часовник (*sundial*), гномон (грч. *γνῶμων, gnōmōn*, показивач) коришћен је пре више од пет хиљада година.

³ Мерило засновано на равномерном протицању воде, клепсидра (*κλεψιδρά*, водокрадица), било је познато још у старом Египту. Сложене хидро-механичке структуре које су, много векова касније, градили арапски и кинески учењаци, представљају задивљујуће примере људске креативности, али и опседнутости временом.

⁴ Осцилација је физичка појава окарактерисана са најмање једном величином која наизменично расте и опада (лат. *oscillare*, клатити се, њихати се).

први “прави” хронометар⁵. Развоју механичких часовника, који је трајао неколико векова, доприносили су научници, али и врхунске занатлије. Први сатови са клатном (*pendulum clock*) омогућили су мерење са несигурношћу од око десет секунди дневно [1]. Дуготрајним и стрпљивим усавршавањем, стабилност ових направа побољшана је више од хиљаду пута. Половином двадесетог века, електронски осцилатори⁶ са кристалом кварца омогућили су мерење са релативном мерном несигурношћу мањом од сто микросекунди дневно. А онда је наступило доба атомских часовника, који су, већ на самом почетку, унапредили метрологију за четири реда величине.

У овом поглављу разматрају се практични аспекти мерне технике у области мерења времена и учестаности. У сажетом обиму описане су аналогне методе, која још увек имају примену у индустријским мерењима као и неким мерењима која се врше у нуклеарној техници. У центру пажње су дигиталне методе и њихова својства.

9.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Питање “Шта је време?” подједнако спада у “надлежност” филозофије и физике [2], [3]. Као један од полазних појмова у науци, оно се не дефинише, него интуитивно поима, као аксиоматска величина која се испољава биолошким старењем и низањем догађаја. То је емпиријска представа, која се стиче властитим искуством и допуњује искуством предака. Егзактни смисао овај појам добија искључиво мерењем⁷.

Мерење времена се суштински разликује од мерења других величина. Мерење масе неког тела, на пример, може, у начелу, да се понови, онолико пута колико се сматра да је оправдано, да би се резултат проверио, или смањио утицај извора случајне грешке. И мерена величина и мерно средство су “на располагању”. Могуће је, заправо, мењати и поступак и средства која се користе у мерном експерименту којим се одређује маса неког тела. То није случај са мерењем времена. Временски размак (интервал⁸), који је прошао између два одређена догађаја, никада се неће поновити. Другим речима, појединачни временски интервал не може да се мери више пута.

Пролазност времена одражава се и на остваривање јединице мере. Мерна јединица је, по дефиницији, изабрана појединачна вредност одређене физичке величине. Једном остварена, материјализована мера дужине или масе је на располагању за низ мерења. Јединица времена мора да се

⁵ Предметак хроно- у сложеницама има значење: време. Назив потиче од имена грчког божанства Хронос (*Χρόνος*) које је представљало персонификацију времена.

⁶ Електронски осцилатор је коло у којем постоји промена електричне струје (напона), у односу на неку референтну вредност, тако да је осцилујућа величина (струја у некој грани кола, или разлика потенцијала између две тачке у колу) наизменично већа и мања од неке референтне вредности.

⁷ “Време је оно шта сат показује.” Ова лаичка дефиниција даје, само на први поглед, наиван одговор на једно од основних питања филозофије природе. Мерење времена омогућује поређење трајања појава (догађаја), одређивање размака између њих, описивање кретања различитих објеката, квантификовање брзине промене...

⁸ Од лат. *intervallum*, простор између бедема, у општем смислу раздалјина, одстојање, размак.

оствари оног тренутка када се мерење обавља. Пролазност времена заправо значи да се време сваки пут мери другом јединицом, за коју се верује да је једнака јединици која је остварена при претходном мерењу. Избор мерне јединице суштински је повезан са њеном остварљивошћу. Ово постаје посебно значајно када је у питању мерење времена. Мерна јединица мора да буде тако дефинисана да је омогућено да еталон-мере остварене у садашњости и будућности буду једнаке, иако не могу да се међусобно непосредно пореде. Треба, дакле, изабрати неку појаву која се понавља на исти начин, независно од протеклог времена. Првобитно су то биле појаве којима се бавила астрономија - обртање Земље око своје осе, односно њено кружење око Сунца. У данашње време, физичку основу за дефинисање јединице времена дају појаве које проучава, и објашњава, квантна физика.

Да би се омогућило мерење трајања временских интервала потребно је да постоји стабилан материјалан систем који је окарактерисан бар једном величином, q , чија се вредност стално повећава током времена. Потребно је да постоји и одговарајући математички модел којим се, са прихватљивом мерном несигурношћу, може да представи зависност те величине од времена t као независно променљиве. Ако је функција $q=f(t)$ позната, могуће је да се време изрази инверзном функцијом, $t=f^{-1}(q)$. На тај начин се успоставља **временска скала** која омогућује да се догађаји сврстају, један у односу на други, тако да може да се утврди којим су се редоследом дешавали, односно, да се утврди њихова једновременост. Притом мора да важи да, ако D_P и D_K представљају догађаје којима одговарају "временске тачке" t_P и t_K , респективно, тада релација $t_K > t_P$ значи да се догађај D_P десио пре догађаја D_K . Односно, ако је $t_K = t_P$, догађаји су истовремени. Временски интервали могу да се сабирају и одузимају:

$$t_K - t_P = (t_K - t_S) + (t_S - t_P); t_K > t_S > t_P. \quad (9.1)$$

Мерна јединица за време је временски размак којем је приписана јединична вредност величине t . У начелу, то може да буде:

- а) временски размак између два догађаја у прошлости, или
- б) трајање појаве за коју се сматра да се увек понавља на истоветан начин.

У првом случају, два догађаја су идентификована измереним вредностима одређене (изабране) величине q и познатом зависношћу $t(q)$:

$$[t] = t(q_K) - t(q_P). \quad (9.2)$$

У другом случају, јединица мере се дефинише трајањем једног циклуса промене карактеристичне величине q , којом је представљена појава за коју је прихваћено да се равномерно понавља. Тада важи једначина:

$$[t] = t(q_{i+1}) - t(q_i), \quad (9.3)$$

у којој q_i и q_{i+1} представљају две идентичне узастопне вредности величине q , које одговарају идентичним стањима система у којем се посматрана појава одвија.

На први начин дефинисана је “астрономска секунда”. Други начин је основа “атомске секунде”, која се данас примењује за остваривање примарних еталона јединице времена.

Појаве које се понављају карактеришу се временском величином која се назива период⁹ (*period*). За такве појаве (збивања) каже се да су периодичне. Период је време потребно да се у потпуности обави један циклус догађаја који се правилно понављају.

Строго посматрано, периодичне појаве су појаве које се идентично репродукују у једнаким интервалима независно променљиве. Период је најмања разлика између две вредности независно променљиве, за коју се вредности периодичне величине идентично понављају. Периодична величина y се описује функцијом независно променљиве x за коју важи:

$$y(x+X) = y(x); -\infty \leq x \leq \infty, \quad (9.4)$$

где је X је период величине y .

Уобичајено је да се временски интервал који представља период означава симболом T .

На мерење времена своди се мерење више величина које представљају карактеристике електричних сигнала, односно њиховог таласног облика. То су, на пример, трајање импулса (*pulse width*), размак између њих, период њиховог понављања, кашњење (*delay*) једног сигнала у односу на други...

У општој теорији система, посебно су значајне величине које могу да се представе синусном функцијом:

$$y(\theta) = Y \sin \theta, \quad (9.5)$$

где је Y темена вредност, која се назива амплитуда (*amplitude*), а θ угао (*angle*) који се назива фаза (*phase*). Функција $y(\theta)$ је периодична, са периодом понављања 2π :

$$y(\theta + 2\pi) = Y \sin \theta. \quad (9.6)$$

Ако се фаза θ мења са временом, брзина промене фазе означава се са ω :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad (9.7)$$

и назива “угаона брзина” (*angular velocity*). Изражава се у радијанима¹⁰ у секунди [4].

У теорији динамичких система важну улогу имају величине код којих је угаона брзина стална. У складу са једначином 9.6 за такав сигнал важи:

$$a(t) = A \sin(\omega t + \alpha), \quad (9.8)$$

где је A амплитуда, α почетна фаза сигнала. Сигнал $a(t)$ је периодичан:

$$a(t + T) = a(t), \quad T = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (9.9)$$

У анализи сигнала уобичајено је да се периодични сигнали описују величином која преставља брзину понављања карактеристичног таласног облика. На српском језику ова величина се назива “учестаност”, али се одомаћио и термин “фреквенција” (*frequency*¹¹). Дефинисана је као величина обрнуто сразмерна периоду [5]:

⁹ Назив потиче од грчких речи *perí*, око, около и *odós*, пут, ход (лат. *periodus*, обилазак).

¹⁰ У међународном систему јединица *SI*, угао је величина без димензија. “Радијан” је посебан назив за број један, када се исказује величина угла [1].

¹¹ Назив потиче од лат. *frequentia*, чешће понављање.

$$f = \frac{1}{T}. \quad (9.10)$$

Димензија ове величине једнака је T^{-1} , а јединица за мерење је херц (Hz):

$$1\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}. \quad (9.11)$$

У општем случају, појава (догађај) која се посматра не мора да се понавља у једнаким временским размацима. Иако строго, математички посматрано, таква појава није периодична, она може да се описује величином која карактерише учестаност њеног дешавања. Учестаност се тада дефинише као количник укупног броја догађаја, који су се догодили у неком временском интервалу, и трајања тог интервала:

$$f = \frac{N}{t_K - t_P}. \quad (9.12)$$

Овако дефинисана учестаност представља, заправо, “брзину дешавања” посматраног догађаја:

$$f = \frac{\Delta N}{\Delta t}. \quad (9.13)$$

9.2. ЕТАЛОНИ ВРЕМЕНА И УЧЕСТАНОСТИ

Дефиниција јединице за време, секунде, првобитно је била заснована на ротацији Земље око своје осе. Одређена је као 86 400 део средњег сунчевог дана¹² [6], [7]. Када су тачнија мерења показала да при ротацији Земље око сопствене осе постоје неке “неправилности”, дефиниција је промењена тако да се заснива на орбиталном кретању Земље око Сунца и односи на одређену годину. Дефиниција, коју је 1956. године усвојио Међународни комитет за тегове и мере (*CIPM*), која је гласила “секунда је 31 556 925, 974 7 део тропске¹³ године 1900 јануара 0 у 12 сати ефемеридског¹⁴ времена”, пренета је у Међународни систем јединица (*SI*) и важила до 1967. године [3]. Астрономска дефиниција секунде је замењена дефиницијом чију основу представља атомска физика. Ова промена резултат је сагледавања да је савременој науци неопходна прецизније дефинисана јединица времена него што је она коју астрономија може да пружи. Тиме је омогућено много боље остваривање примарног еталона јединице времена и

¹² Ова дефиниција сматрала се толико природном и познатом да је Генерална конференција, на свом првом састанку 1889. године, закључила да није потребно да се секунда посебно дефинише, оставивши астрономима да прецизирају шта је то “средњи сунчев дан”.

¹³ Тропском годином назван је временски период између два узастопна проласка Сунца кроз екваторску раван Земље у истом смеру. Трајање тропске године промени се за 0,5 секунди током сто година. Због тога се ова дефиниција међународне мерне јединице времена позива на тачно одређену годину.

¹⁴ Ефемериди су астрономски годишњаци у којима се објављују, унапред, израчунате промене које ће наступити у положају небеских тела. Ефемеридским временом назива се време које се равномерно протеже у прошлост и будућност, одређено према овим табелама. Притом се користи другачији начин записивања одређеног тренутка (тачке на временској скали). Тренутак означен у дефиницији секунде је 12 сати 31. децембра 1899. године по “грађанском” календару.

учестаности. Релативна непоузданост астрономске дефиниције секунде је око 10^{-9} [8]. Прелазак на нову дефиницију смањио је мерну несигурност за више од три реда величине. У међувремену, су развијени примарни еталони времена и учестаности чија је процењена релативна мерна несигурност мања од 10^{-15} [9], [10].

Дефиниција секунде, као временског размака који је једнак трајању 9 192 631 770 периода зрачења које одговара прелазу између два хиперфина нивоа основног стања атома цезијума 133, значи да овом прелазу одговара учестаност¹⁵[11]:

$$\nu(\text{hfs Cs}) = 9\,192\,631\,770. \quad (9.14)$$

Симбол $\nu(\text{hfs Cs})$ означава учестаност хиперфиног прелаза у основном стању атома цезијума на температура од 0 К. Ова дефиниција је заснована на реализацији атомских и молекулских осцилатора, код којих се прелазак између два енергијска нивоа атома или молекула може репродуковати са великом тачношћу [7].

Примарни и секундарни еталони времена и учестаности су високостабилни осцилаторни системи остварени на атомском или молекуларном нивоу. У складу са законима квантне механике, енергија система, као што су атом и молекул, може да има само дискретне вредности. Ако се, на неки начин, такав систем побуди и доведе у стање више енергије, он спонтано прелази у стање ниже енергије емитовањем електромагнетског зрачења чија је учестаност одређена формулом:

$$f = \frac{\Delta W}{h}. \quad (9.15)$$

h је Планкова константа, а ΔW промена енергије.

Ово својство, да атом може да прима и предаје енергију само у квантима, користи се за остваривање осцилаторног система у којем атом има улогу резонатора који одређује учестаност осциловања. У складу са дефиницијом, примарни еталон (стандард) учестаности генерише електричне осцилације на учестаности чија је зависност од учестаности прелаза атома цезијума 133 позната са малом несигурношћу. Притом, да би се остварила што боља тачност, узимају се у обзир и различите појаве које могу да изазову померај учестаности, као што су релативистички Доплеров ефекат, термичко зрачење околине и неравномерност гравитационог поља Земље. Само мали број националних метролошких лабораторија у свету може да реализује јединицу времена са највишом тачношћу коју пружају “атомске фонтане” [12].

Примарни еталони су намењени за калибрацију секундарних еталона, који се користе у националним лабораторијама. Као секундарни еталони користе се комерцијални цезијумски атомски сатови (*cesium-beam atomic clock*), који се одликују веома добром дуговременом стабилношћу учестаности. Њихова нестабилност, током периода од неколико месеци, мања је од један према 10^{14} .

¹⁵ У физици се учестаност, често, означава симболом ν , који представља грчко слово “ни” [12].

У лабораторијама посебне намене користе се водонични масери¹⁶ који раде на учестаности од 1,420 405 751 778 GHz, а одликују се много бољом кратковременом стабилношћу у поређењу са комерцијалним цезијумским еталонима. Њихова је нестабилност, током неколико сати, мања је од једног дела у 10^{15} .

Као радни еталони користе се осцилатори са кристалом кварца (*quartz clock*). То су релативно јефтини извори сигнала стабилне учестаности, обично у опсегу од 5 MHz до 20 MHz. Одликују се малим димензијама, једноставношћу и поузданошћу. У лабораторијским условима њихова је нестабилност током 24 h је око 10^{-10} .

Систем сателита (*Global Positioning System, GPS*) омогућује одређивање положаја било које тачке на површини Земље, дистрибуцију временске скале, као и мерење брзине кретања. Развијен првенствено за војне потребе, овај систем је нашао примену у геодезији, саобраћају и електропривреди.



9.3. МЕРЕЊЕ ВРЕМЕНСКИХ ИНТЕРВАЛА

Мерење трајања временског интервала подразумева идентификацију догађаја који представљају његов почетак и крај, као и остваривање физичког система који је окарактерисан мерљивом величином q , чија се вредност стално повећава током времена. При томе, функција $q(t)$, која описује ове промене током процеса мерења, треба да буде позната са прихватљивом мерном несигурношћу. Величина q може да буде аналогна или дигитална. Трајање временског интервала одређује се на основу вредности величине $q(t)$ у почетном и крајњем тренутку.

9.3.1. АНАЛОГНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА

У најједноставнијем случају, посматрана аналогна величина представља линеарну функцију времена:

$$a(t) = A_0 + k(t - t_0), \quad A_0 = a(0), \quad (9.16)$$

где је k константа, која представља брзину промене величине $a(t)$:

$$k = \frac{da}{dt}. \quad (9.17)$$

Трајање временског интервала Δt , који је започео у тренутку t_P , а завршио се у тренутку t_K , сразмерно је промени величине a током посматраног интервала времена:

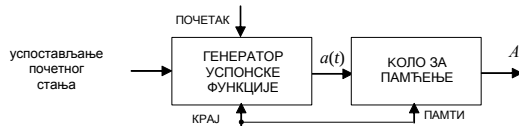
$$\Delta t = t_K - t_P = \frac{\Delta A}{k} = \frac{a(t_K) - a(t_P)}{k}. \quad (9.18)$$

¹⁶ Назив ове врсте уређаја, која ради на исветном принципу као и ласер, представља акроним који је настао од назива на енглеском језику: *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*.

Мерење временског интервала Δt своди се на мерење промене величине a . Ако је $a(t_p) = 0$, важи $a(t) = k(t - t_0)$:

$$\Delta t = t_K - t_P = \frac{a(t_K)}{k} . \quad (9.19)$$

На слици 9.1. приказан је општи структурни блок-дијаграм мерног претварача који омогућује да се трајање временског интервала T , који протекне између појаве сигнала ПОЧЕТАК и КРАЈ, представи вредношћу аналогне величине A . Генератор успонске функције (*ramp generator*) је извор мерног сигнала чију карактеристичну величину представља сигнал $a(t)$ који, након добијања команде ПОЧЕТАК, линеарно расте са временом.



Слика 9.1. Блок-дијаграм T/A претварача

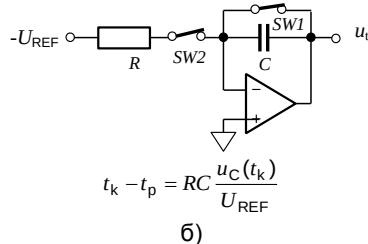
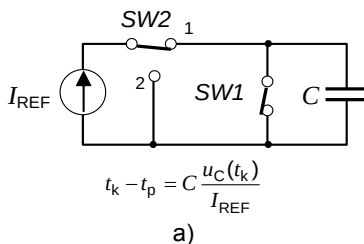
Из математике је познато да величина чија је зависност од времена одређена једначином 9.16. представља решење диференцијалне једначине:

$$\frac{da}{dt} = const . \quad (9.20)$$

На основу тога закључује се да величина $a(t)$ представља интеграл по времену неке сталне величине:

$$a(t) = \int const dt . \quad (9.21)$$

Другим речима, излаз интегратора, на чијем улазу делује стална побуда, представља величину чија се вредност линеарно мења са временом. Операција интеграције се у електротехници најчешће остварује помоћу кондензатора. Подинтегрална величина је тада струја, која тече кроз кондензатор (слика 9.2.а). Радом интегратора управља се помоћу два прекидача. Прекидач $SW1$ обезбеђује да почетни напон на кондензатору буде једнак нули. Отвара се у тренутку t_p , чиме се омогућује да референтна струја I_{REF} , која тече кроз прекидач $SW2$ када се налази у положају "1", пуни кондензатор. У тренутку t_K , у којем се завршава временски интервал који се мери, прекидач $SW2$ се пребацује у положај "2". Пуњење се прекида, а кондензатор "памти" напон који је сразмеран трајању процеса пуњења. Након што се вредност овог напона измери, прекидач $SW1$ се затвара, а прекидач $SW2$ враћа у положај "1", чиме се успостављају услови за започињање новог мерења.



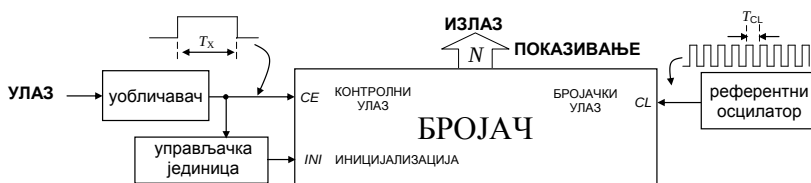
Слика 9.2. Пресликавање $t \rightarrow u$

На слици 9.2.6 приказан је генератор успонске функције остварен помоћу операционог појачавача. То је, заправо, инвертујући интегратор напона¹⁷, чијим стањем се управља преко прекидача $SW1$ и $SW2$. Пре почетка мерења, оба прекидача су затворена. Прекидач $SW1$ се отвара у почетном тренутку t_p , након чега започиње интеграција сталне струје која је одређена вредношћу референтног напона и отпорности R . Прекидач $SW2$ се отвара у тренутку t_k , у којем се завршава временски интервал који се мери. Кондензатор “памти” вредност излазног напона у тренутку отварања прекидача $SW2$. Тако се мерење временског интервала своди на мерење напона.

Пресликавање $t \rightarrow u$ је основа рада осцилоскопа са катодном цеви. Временску осу приказа на екрану (*time base*) дефинише напон који има облик периодичне успонске функције (једначина 6.44). Тачност одмеравања времена зависи од тачности *sweep*-генератора, али и од тачности којом посматрач читава дужину Δx , која на екрану представља временски интервал који се мери [13]. Због тога се мерење трајања временских интервала помоћу осцилоскопа превасходно користи у дијагностичке сврхе.

9.3.2. ДИГИТАЛНО МЕРЕЊЕ ТРАЈАЊА ВРЕМЕНСКИХ ИНТЕРВАЛА

Аналогна мерна техника, теоријски, омогућује мерење времена са бесконачно фином резолуцијом. Дигитална мерна техника има ограничену моћ разлагања, али се, у начелу, дигиталном техником постиже значајно мања несигурност резултата мерења [14]. Дигитално мерење времена остварује се сабирањем “елементарних прираштаја времена”. То су временски интервали који су дефинисани периодом понављања одређеног догађаја. Сабирање се врши током трајања временског интервала који се мери. Принципска шема електронског дигиталног уређаја приказана је на слици 9.3.



Слика 9.3. Принцип дигиталног мерења трајања временског интервала

Основне делове дигиталног мерила времена представљају уобличавач (кондиционер) сигнала, бројач, референтни осцилатор и управљачка јединица. Помоћу уобличавача се улазни сигнал обликује као бинарни сигнал који је једнак логичкој јединици током временског интервала чије се трајање мери. Успостављање логичке јединице представља догађај који означава почетак, а успостављање логичке нуле крај временског интервала који се мери. Пре почетка мерења, управљачка јединица поставља бројач у основно

¹⁷ У електроници је уобичајено да се инвертујући интегратор са операционим појачавачем назива “Милеров интегратор”.

(почетно) стање (*initiation, INI*). Мерење се остварује сабирањем елементарних временских интервала који су дефинисани периодом појављивања импулса доведених на бројачки улаз (*clock, CL*). Одбројавање се врши током трајања временског интервала када је логичка вредност сигнала доведеног на управљачки улаз (*count enable, CE*) једнака јединици.

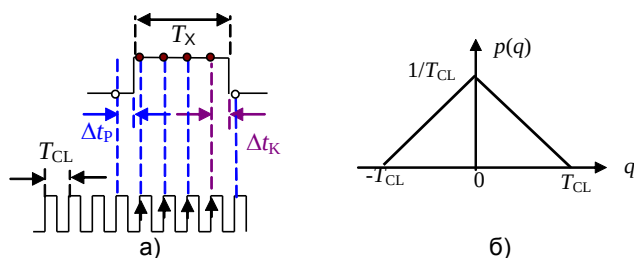
Референтни осцилатор представља материјализовану меру којом је остварена јединица времена. У електроници то је, по правилу, осцилатор са кристалом кварца. Тачност мерења зависи од тачности са којом је дефинисана његова учестаност. Период појављивања импулса доведених на бројачки улаз (*CL*) представља јединични временски интервал, који одређује резолуцију мерења.

Квантовање мерене величине, у овом случају, засновано је на методи sukcesивног прибрајања јединичних величина (еталон-мера). Ако је пре почетка мерења бројач доведен у почетно стање ($N = 0$), и ако се грешка квантовања занемари, садржај бројача по истеку временског интервала T_X , у току којег се врши одбројавање импулса доведених на бројачки улаз *CL*, једнак је¹⁸:

$$N = \frac{T_X}{T_{CL}} = f_{CL} T_X, \quad (9.22)$$

где је T_{CL} период појављивања импулса који се одбројавају.

Бројач је секвенцијална мрежа чије су промене стања последица одговарајуће промене логичког стања на бројачком улазу *CL*. У општем случају, промена стања на контролном улазу бројача (које означавају почетак и крај временског интервала чије се трајање мери) нису синхроне са променама сигнала на бројачком улазу. То значи да при квантовању временског интервала делују два извора случајне грешке (слика 9.4). На почетку мерења врши се апроксимација додавањем. Могуће је да први импулс буде одбројан одмах после почетка мереног временског интервала T_X . Одговарајућа грешка квантовања (Δt_P) је, дакле, ненегативна величина. На крају одмеравања врши се апроксимација одсецањем. Одговарајућа грешка квантовања (Δt_K) је непозитивна величина.



Слика 9.4. Грешка квантовања временског интервала

¹⁸ Занемарујући и ефекте који су повезани са ширином (трајањем) импулса који се одбројавају.

Укупна грешка квантовања временског интервала, q :

$$q = \Delta t_p - \Delta t_k, \quad (9.23)$$

може да буде позитивна, негативна или једнака нули. Опсег могућих вредности одређен је релацијама¹⁹:

$$-T_{CL} < q < T_{CL}. \quad (9.24)$$

Функција густине расподеле вероватноће грешке квантовања приказана је на слици 9.4.б. Таква расподела вероватноће назива се “троугаона расподела”. Средња вредност грешке квантовања једнака је нули. Средња вредност квадрата грешке одређена је изразом:

$$\overline{q^2} = \frac{T_{CL}^2}{6}. \quad (9.25)$$

9.4. МЕРЕЊЕ УЧЕСТАНОСТИ

У електротехници мерење учестаности има већи практични значај од мерења времена. Читава једна област теорије динамичких система заснована је на анализи у којој учестаност представља независно променљиву²⁰. Својства једне класе система, чији математички модел може да се сведе на линеарну диференцијалну једначину са константним коефицијентима²¹, описују се величинама које зависе од учестаности. Мерење учестаности је од фундаменталног значаја у области телекомуникација [15].

9.4.1. АНАЛОГНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА УЧЕСТАНОСТИ

Међу најстарије методе мерења учестаности спадају оне засноване на појави резонансе у електромеханичким и електричним системима. Ови поступци, као и примена мерних мостова за мерење учестаности, детаљно су обрађивани у класичним уџбеницима о електричним мерењима [15], [16]. У овом одељку описан је метод мерења заснован на примени мерног претварача којим се информација садржана у учестаности пулсирајућег електричног сигнала представља вредношћу напона.

Функционално, f/U претварач представља демодулатор фреквенцијски модулисаног сигнала. У телекомуникационој техници се FM -демодулација остварује применом фреквенцијски селективних кола. Информација садржана у учестаности електричног сигнала пресликава се у информацију садржану у амплитуди наизменичног сигнала. У мерној техници примењују се поступци који омогућују пресликавање учестаности на вредност једносмерног напона

¹⁹ У стручној литератури на енглеском језику, уобичајено је да се границе грешке квантовања временског интервала описују са $\pm 1 \text{ count}$ или $\pm 1 \text{ digit}$.

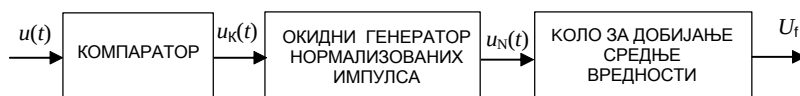
²⁰ У теорији система и сигнала, посебну област представља анализа у фреквенцијском домену (*frequency domain*).

²¹ Електричне мреже образоване од савршених елемената (извора напона и струје, отпорника, кондензатора и калемова) описују се линеарним диференцијалним једначинама са константним коефицијентима.

(frequency-to-voltage converter, FVC). Тако се мерење учестаности своди на мерење напона.

9.4.1.1. МЕРНИ ПРЕТВАРАЧИ УЧЕСТАНОСТИ

Принципска шема мерног претварача помоћу којег се остварује пресликавање информације садржане у учестаности пулсирајућег напона, $u(t)$, у информацију садржану у вредности једносмерног напона U_f , приказана је на слици 9.5.



Слика 9.5. Блок-дијаграм f/U претварача

Помоћу компаратора се улазни сигнал, произвољног таласног облика, уобличава у бинарни сигнал $u_K(t)$ којим се побуђује (“окида”) генератор нормализованих импулса²². На излазу генератора се добија пулсирајући напон, $u_N(t)$, за чије импULSE важи:

$$\int_{t_0}^{t_0+\tau} u_N(t) dt = \text{const} = J. \quad (9.26)$$

Учестаност појављивања ових импулса одређена је учестаношћу f пулсирајућег напона којим се окидни генератор побуђује. Средња вредност овако уобличеног улазног сигнала једнака је:

$$\overline{u_N(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u_N(t) dt = \frac{J}{T} = J \cdot f, \quad (9.27)$$

Коло за добијање средње вредности даје на свом излазу једносмеран напон U_0 , који је сразмеран учестаности улазног сигнала:

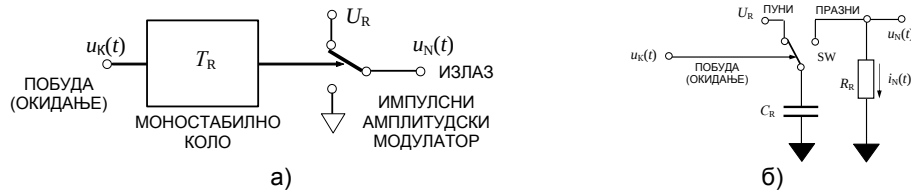
$$U_f = k_A \overline{u_N(t)} = k_A \frac{J}{T} = k_F f, \quad (9.28)$$

где је k_A константа преноса кола за добијање средње вредности. Константа преноса f/U претварача, k_F , одређена је константама преноса његових функционалних делова, k_F и J . Као коло за добијање средње вредности примењује се филтер пропусник ниских учестаности (*low-pass filter – LPF*). Улазни сигнал не мора да буде периодичан. На овај начин мери се средња вредност учестаности пулсирајућег сигнала.

При практичној реализацији f/U претварача овог типа примењују се два начина генерисања нормализованих импулса (слика 9.6). Први начин је заснован на прецизном уобличавању улазног сигнала тако да се добију правоугаони импулси сталне амплитуде и сталног трајања (слика 9.6.а). Други

²² У литератури на енглеском језику, за окидни (ударни) генератор импулса користе се називи “one-shot”, “single-shot multivibrator” “monostable multivibrator” и “univibrator”.

начин заснован је на генерисању струјних импулса који “носе” увек исту количину наелектрисања. Овакви импулси добијају се пражњењем кондензатора који је претходно напуњен на вредност референтног напона²³ (слика 9.6.б).



Слика 9.6. Генерисање нормализованих импулса

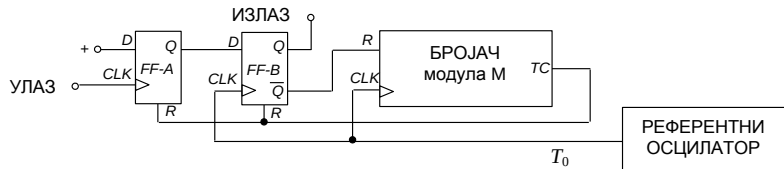
Уобличавач импулса приказан на слици 9.6.а. састоји се од моностабилног кола²⁴, које на свом излазу даје импулсе сталног трајања, и аналогног прекидача који дефинише амплитуду излазних импулса.

$$u_N(t) = \begin{cases} U_R; 0 \leq t < T_R \\ 0; T_R \leq t < T \end{cases} \quad (9.29)$$

где је U_R референтни напон претварача. У овом случају је:

$$J = \int_0^T u_N(t) dt = \int_0^{T_R} U_R dt = T_R U_R; T \geq T_R. \quad (9.30)$$

Трајање квазистабилног стања, T_R , може да буде одређено временом које је потребно да се напон између крајева кондензатора промени за неку одређену вредност. Стабилност тако дефинисаног временског интервала зависи од стабилности временске константе кола $\tau = RC$. Већа стабилност се постиже када се интервал T_R одређује бројањем импулса референтног осцилатора. Принциуска електрична шема таквог моностабилног кола приказана је на слици 9.7. Предња (растућа/улазна) ивица сигнала на улазу кола успоставља логичку јединицу на излазу флипфлопа $FF-A$. Први следећи импулс из референтног осцилатора уписује логичку јединицу у флипфlop $FF-B$. Тиме започиње одмеравање интервала T_R , чије је трајање одређено периодом појављивања импулса на излазу референтног осцилатора, T_0 , и модулом бројача M . Након одбројаних M импулса на излазу бројача TC (*terminal count*) појављује се сигнал који флипфлопове враћа у основно стање (*reset, R*).



Слика 9.7. Окидни генератор импулса сталног трајања

²³ Коло делује као пумпа којом се потискује “електрични флуид” (*charge pump*).

²⁴ Моностабилно коло је систем које има једно стабилно и једно квазистабилно стање. Ако се спољашњим деловањем доведе у квазистабилно стање, такав систем, препуштен себи, спонтано се, након неког времена, враћа у стабилно стање.

Принципска шема генератора нормализованих струјних импулса приказана је на слици 9.6.б. Улазни сигнал се помоћу компаратора уобличава у логички сигнал који управља стањем преклопног прекидача. Струја $i_N(t)$, која протиче кроз отпорник R_R , представља пулсирајућу величину чија је амплитуда одређена вредношћу напона U_R и отпорности R_R . Ако су временске константе кола пуњења и пражњења довољно мале (у односу на период понављања улазног сигнала), може да се сматра да су процеси пражњења и поновног пуњења завршени до тренутка појаве следећег импулса у низу. Површина импулса, који представљају струју пражњења, једнака је количини наелектрисања која је у кондензатор унета током претходног пуњења:

$$J = \int_0^T i_N(t) dt = Q = CU_R. \quad (9.31)$$

9.4.1.2. МЕРЕЊЕ УЧЕСТАНОСТИ ПОМОЋУ ОСЦИЛОСКОПА

Мерење учестаности периодичног сигнала остварује се посредним путем: мерењем временског интервала у току којег се појавио одређени број осцилација напона чији је таласни облик приказан на екрану. Вредност учестаности се израчунава на основу израза:

$$f = \frac{N}{T_N}, \quad (9.32)$$

где је N број осцилација чије се укупно трајање, T_N , мери.

На овај начин, помоћу осцилоскопа са катодном цеви (*cathode-ray tube*, *CRT*) може да се оствари мерење времена и учестаности са релативном грешком у границама $\pm 3\%$. Поређење учестаности два сигнала, међутим, може да се оствари са знатно већом тачношћу. То се постиже на два начина:

- методом клизања, и
- методом слагања осцилација.

У првом случају, на екрану се посматра таласни облик једног од сигнала, када је синхронизација приказа остварена по другом сигналу. Ако однос учестаности посматраног и синхронизационог сигнала представља рационалан број, приказ на екрану мирује. У противном, добија се визуелни утисак да сигнал “клизи” ка једној бочној страни екрана. Брзина “клизања” одређена је односом учестаности. Синхронизациони сигнал “одабира” тренутак у којем започиње исцртавање улазног сигнала. Ако је наведени услов испуњен, гледано у односу на временски размак који представља један период посматраног сигнала, исцртавање ће увек почети у истом тренутку²⁵.

У другом случају примењује се поступак слагања осцилација са међусобно управним правцима [17]. Осцилоскоп се користи за приказ односа тренутних вредности два периодична напона, $u_1(t)$ и $u_2(t)$. На екрану се приказује функција $u_2(u_1)$. Ако однос учестаности улазних сигнала представља

²⁵ Овакав поступак се, понекад, назива “метод одабирања”. У његовој основи налази се стробоскопски ефекат.

рационалан број, приказ на екрану мирује. Његов облик је одређен таласним обликом улазних сигнала, али и односом њихових учестаности. Ове криве називају се Лисажуове фигуре.

У оба ова случаја, осцилоскоп је само визуелни приказивач одређеног стања (односа). Тачност којом је дефинисана временска скала самог осцилоскопа не утиче на тачност мерења. На овај начин може да се оствари поређење учестаности два сигнала са релативном грешком мањом од 10^{-7} .

МЕТОД КЛИЗАЊА

Двоканални осцилоскоп омогућује да се истовремено посматрају референтни сигнал и сигнал који се са њим пореди. Ако су њихове учестаности једнаке, а синхронизација приказа је остварена према једном од њих, слика на екрану је непокретна. Уколико то није случај, траг који приказује несинхронизовани сигнал се транслаторно помера дуж екрана у правцу временске осе. Ако су учестаности посматраних сигнала приближно једнаке, при чему је учестаност сигнала по којем је извршена синхронизација већа, приказ несинхронизованог сигнала се помера ка десној страни екрана ($\rightarrow$). И обрнуто. Ако је учестаност сигнала по којем је извршена синхронизација мања, приказ несинхронизованог сигнала се помера ка левој страни екрана ($\leftarrow$).

Поређење учестаности два посматрана сигнала своди се на мерење трајања временског интервала потребног да се на екрану осцилоскопа поново прикаже слика која је идентична слици која је постојала у изабраном почетном тренутку. На основу измереног времена, T_K , одређује се разлика учестаности два сигнала:

$$|\Delta f| = \frac{1}{T_K}. \quad (9.33)$$

Овакав поступак мерења се примењује при преношењу референтне вредности учестаности на еталоне нижег реда или мерила. Учестаност осцилатора у уређају који се еталонира подешава се све док се на екрану осцилоскопа не добије мирна слика²⁶.

У општем случају непокретна слика на екрану се добија ако однос учестаности које се пореде представља рационалан број:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{N}{M}. \quad (9.34)$$

МЕТОД СЛАГАЊА ОСЦИЛАЦИЈА

Када x -координата светле тачке представља линеарну функцију времена, на екрану се приказује напон чија вредност одређује y -координату. Приказ таласног облика започиње у тренутку окидања временске базе осцилоскопа, а завршава се када функција $x(t)$ достигне вредност која одговара крајњем десном положају светле тачке на екрану. На екрану се

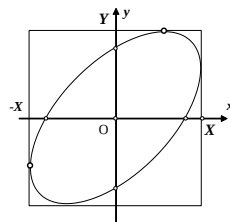
²⁶ Ово је диференцијални (нулти) метод мерења.

тада добија визуелни приказ односа две периодична сигнала које одређују x - и y -координату светле тачке. Двоканални осцилоскоп омогућује да оба ова напона буду улазни сигнали, ако се зада одговарајући начин рада (X - Y mode). Тада је x -координата светле тачке одређена сигналом доведеним на први улаз, а y -координата сигналом доведеним на други улаз.

Ако посматрани напони, $u_1(t)$ и $u_2(t)$, представљају хармонијске функције исте учестаности:

$$x(t) = k_x u_1(t) = k_x U_1 \sin \alpha t = X \sin \alpha t, \\ y(t) = k_y u_2(t) = k_y U_2 \sin(\alpha t + \alpha) = Y \sin(\alpha t + \delta), \quad (9.35)$$

на екрану осцилоскопа се добија елипса чији облик и нагиб зависи од односа амплитуда X и Y , као и разлике фаза посматраних сигнала. Ако је $X = Y$ и $|\delta| = 90^\circ$ приказ на екрану представља круг.



Слика 9.8. XY -приказ сигнала исте учестаности

Када напони $u_1(t)$ и $u_2(t)$, представљају хармонијске функције чије су учестаности у односу 2:1:

$$x(t) = X \sin 2\alpha t, \quad y(t) = Y \sin(\alpha t + \delta), \quad (9.36)$$

резултујуће кретање светле тачке је такво да се на екрану, у општем случају, добија деформисана осмица, која може да пређе у праву осмицу или параболу, у зависности од почетне фазе δ . Ако је $\delta = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) добија се графички приказ функције:

$$y^2 = 4(x^2 - x^4). \quad (9.37)$$

Ако напони $u_1(t)$ и $u_2(t)$, представљају хармонијске функције чије су учестаности, f_1 и f_2 , у односу целих бројева:

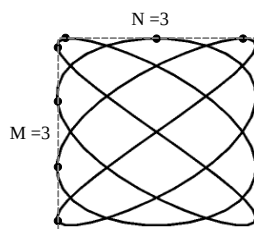
$$f_1 = Mf_0; \quad f_2 = Nf_0, \quad (9.38)$$

на екрану осцилоскопа се добијају сложене фигуре (шаре) чији облик зависи од односа M/N и од почетне фазе δ .

Слика на екрану је непокретна ако је однос учестаности f_2 и f_1 рационалан број. Вредност овог броја једнака је количнику броја додирних тачака тангената које имају правац X -осе и броја додирних тачака тангената које имају правац Y -осе. Однос учестаности хармонијских сигнала, чији XY -приказ је дат на слици 9.9, једнак је:

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{N}{M} = \frac{3}{4}.$$

(9.39)



Слика 9.9. Одређивање односа учестаности

Описани поступци поређења учестаности периодичних напона могу да се примене и када таласни облик сигнала чија се учестаност пореди, одступа од синусног. Мења се облик криве која се добија у XY -равни, али је број екстремума у правцу X - односно Y -осе и даље одређен односом учестаности $f_1 = f_x$ и $f_2 = f_y$.

У општем случају, светли траг на екрану представља график функције $y(x)$ задате у параметарском облику:

$$x(t) = k_x u_1(t),$$

$$y(t) = k_y u_2(t).$$

(9.40)

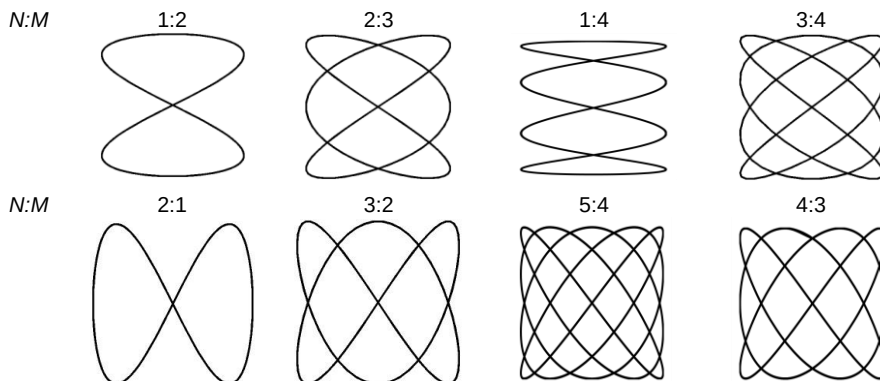
Слика на екрану је непокретна ако се однос учестаности напона $u_1(t)$ и $u_2(t)$ може представити рационалним бројем.

Облици функције $y(x)$, који се добијају када улазни напони представљају хармонијске функције времена за које важи:

$$x(t) = X \sin M \omega t,$$

$$y(t) = Y \sin(N \omega t + \delta),$$

приказани су на слици 9.10 за неке карактеристичне вредности бројева M и N , када је $\delta = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).



Слика 9.10. Лисажуове фигуре

9.4.2. ДИГИТАЛНО МЕРЕЊЕ УЧЕСТАНОСТИ

Дигитално мерење учестаности остварује се на два начина:

- непосредно (директно), бројањем импулса посматраног сигнала током референтног временског интервала познатог трајања; и
- посредно, мерењем периода понављања и израчунавањем реципрочне вредности²⁷.

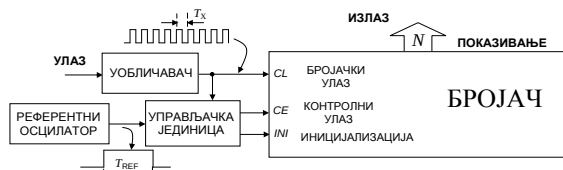
Директно мерење представља једноставан и ефикасан начин мерења ако је учестаност која се мери довољно висока да се у току мерног интервала прихватљиве дужине може да сакупи довољан број импулса, тако да грешка квантовања буде прихватљиво мала. Када је учестаност која се мери ниска, такав поступак је неприхватљив. Мерење учестаности електроенергетске мреже представља пример неподесности таквог приступа. Потребно је да мерење траје више од петнаест минута да би се на овај начин постигло да резолуција мерења буде у прихватљивим границама. Побољшање резолуције може да се постигне применом множача учестаности [18],[19]. Најефикасније решење пружа посредно мерење. Помоћу микрорачунара, мерење са

²⁷ Строго посматрано, то је мерење "*per definitionem*", Учестаност периодичног сигнала дефинише као величина обрнуто сразмерна периоду [5].

резолюцијом од једног хиљадитог дела херца може да се оствари у свакој периоди мерног сигнала.

9.4.2.1. ДИГИТАЛНИ ФРЕКВЕНЦМЕТАР

Принципска шема дигиталног инструмента којим се остварује мерење учестаности појављивања импулса пулсирајућег сигнала приказана је на слици 9.11.



Слика 9.11. Принцип дигиталног мерења учестаности

Мерни поступак се заснива на одређивању броја импулса који се на бројачком улазу појавио током временског интервала T_{REF} , чије је трајање одређено референтним осцилатором. Ако је пре почетка мерења бројач доведен у почетно стање ($N_0 = 0$), његов садржај, број N , након истека временског интервала T_{REF} , у току којег се врши одбројавање импулса доведених на бројачки улаз, одређен је изразом:

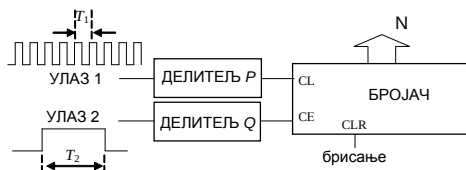
$$N = \frac{T_{REF}}{T_X} = f_X T_{REF}. \quad (9.41)$$

Тачност са којом се дефинише трајање референтног временског интервала T_{REF} одређује тачност мерења. Резолуција мерења учестаности једнака је $1/T_{REF}$.

У општем случају, када се током трајања мерног поступка учестаност мерног сигнала мења, резултат мерења је сразмеран средњој вредности учестаности f током временског интервала T_{REF} :

$$N = \int_0^{T_{REF}} f_X(t) dt = T_{REF} \overline{f_X(t)}. \quad (9.42)$$

Исти мерни систем омогућује **мерење односа учестаности**. То се остварује бројањем импулса једног од улазних сигнала током временског интервала који представља умножак периода другог улазног сигнала. У општем случају, оба улазна сигнала могу да буду пропуштена кроз делитељ учестаности (*frequency divider*). Принцип мерења је приказан на слици 9.12.



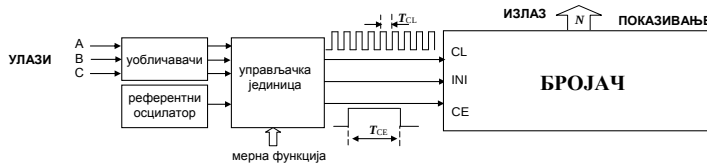
Слика 9.12. Мерење односа учестаности

Резултат мерења одређен је изразом²⁸:

$$N = \frac{T_{CE}}{T_{CL}} = \frac{Q}{P} \frac{f_1}{f_2}. \quad (9.43)$$

9.4.2.2. ВИШЕНАМЕНСКИ БРОЈАЧКИ СИСТЕМ

Дигитално мерење времена и учестаности заснива се на истоветној структури мерног система. Његове основне делове представљају уобличаваач мерног сигнала, бројач и референтни осцилатор. То значи да је могуће остварити бројачки систем чији начин рада може да се прилагоди мерном задатку. Општи функционални блок-дијаграм таквог система приказан је на слици 9.13.



Слика 9.13. Бројачки систем опште намене

У општем случају, такав мерни систем има више улаза. На основу сигнала добијених из уобличаваача и референтног осцилатора, управљачка јединица генерише сигнале којима управља радом бројача у складу са задатом мерном функцијом. Садржај бројача се мења, при појави импулса на бројачком улазу (*clock*, *CL*), само током временског интервала када бинарни сигнал доведен на управљачки улаз (*count enable*, *CE*) има одговарајућу вредност. Сигналом *INI* (*initialization*) бројач се доводи у почетно стање.

Мерни поступак се заснива на одређивању укупне промене садржаја бројача унутар временског интервала T_{CE} , током којег се одбројавају импулси доведени на његов бројачки улаз *CL*. Ако је пре почетка мерења бројач постављен у нулто стање, његов садржај, број N , по истеку временског интервала T_{CE} једнак је:

$$N = \frac{T_{CE}}{T_{CL}}, \quad (9.44)$$

где је T_{CL} период појављивања импулса који се одбројавају.

Мерење трајања временског интервала остварује се бројањем импулса референтне учестаности f_{REF} ($T_{CL} = 1/f_{REF}$) током мереног временског интервала T ($T_{CE} = T$):

$$N = \frac{T}{T_{REF}} = f_{REF} T. \quad (9.45)$$

Мерење учестаности остварује се бројањем импулса периодичног сигнала, чија се учестаност f мери, доведеног на бројачки улаз *CL* ($T_{CL} = 1/f$).

²⁸ Бројач са "CL" и "CE" улазима је делитељ две величине дефинисане у временском домену.

Одбројавање се врши током референтног временског интервала познатог трајања $T_{CL} = T_{REF}$:

$$N = \frac{T_{REF}}{T} = T_{REF} f. \quad (9.46)$$

Мерење односа учестаности или периода два улазна сигнала, “А” и “В”, остварује се одговарајућим избором сигнала који се доводе на бројачки (CL) и контролни (CE) улаз бројача. У саставу управљачке јединице су и програмабилни делитељи који омогућују потребно скалирање (једначина 9.43). Резултат мерења је број одређен изразом:

$$N = \frac{QT_B}{PT_A} = \frac{Q}{P} \frac{f_A}{f_B}, \quad (9.47)$$

у којем P представља сачинилац дељења учестаности сигнала “А”, који је прослеђен на бројачки улаз CL ($T_{CL} = PT_A$), а Q представља сачинилац дељења учестаности сигнала “В”, који је прослеђен на контролни улаз CE ($T_{CE} = QT_B$), и одређује трајање мерења.

Максимална учестаност одбројавања одређена је брзином бројача. Посебни, брзи предделитељи учестаности омогућују проширење радног опсега мерног система.

ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J.G.Webster. *The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook*, IEEE Press, 1999.
- ² G.J.Whitrow. *The Nature of Time*, Pelican Books, 1975.
- ³ R. Rajhenbah, Рађање научне филозофије, Nolit, 1964.
- ⁴ *The International System of Units (SI)*, BIPM, 8.th edition, 2006.
- ⁵ *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 101, Mathematics/Quantities dependent on a variable*.
- ⁶ B. W.Petley, *Time and frequency in Fundamental Metrology*, Proc. of the IEEE, Vol. 79. No 7, 1991.
- ⁷ *The International System of Units (SI)*, BIPM, 8.th edition, 2006.
- ⁸ I. Bagarić, *Метрологија електричних величина, мерења и мери инструменти*, Nauka 1996.
- ⁹ NIST, *Cesium Fountain Atomic Clock*, <http://www.nist.gov>.
- ¹⁰ *Practical realization of the definition of the unit of time, SI Brochure Appendix 2*.
- ¹¹ Oznake, јединице, nazivi i fundamentalne konstante u fizici, Sveske fizičkih nauka, broj 2, 1990, IUPAP, Document 25. , 1981.
- ¹² K.Szymaniec et al. *Operation of the cesium fountain frequency standard NPL-CsF2 at the collisional shift cancellation point*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Digest, p. 46 CPEM 2010.
- ¹³ П. Бошњаковић, Мерења 1, Приручник за лабораторијске вежбе, ВИШЕР, 2011.
- ¹⁴ J. Kalisz, *Review of methods for time interval measurements with picosecond resolution*, Metrologia, 41 (2004), 17-32.
- ¹⁵ В. Поповић, Мерења у телекомуникацијама и електроници, Грађевинска књига, 1967.
- ¹⁶ В. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967.
- ¹⁷ V. Vučić, D. Ivanović, *Fizika I*, Naučna knjiga, 1990.
- ¹⁸ P.Bošnjaković, B.Đokic, M.Dohčević-Jerotić, *Uniform Sampling of Periodic Signals Using Successive Conversions*, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 47, No. 3, pp. 56-60, July 1998.
- ¹⁹ P.Bošnjakovic, M. Dohčević-Jerotić, D. Rađenovic, *A Wide-Band Uniform Sampling of Periodic Signals*, Facta Universitatis, Vol 12., No 1, pp 15 -23, 1999.

Тачно мерење је у срцу физике.
Нова физика почиње на следећем
децималном месту.

Steve Chy,
добитник Нобелове награде
за физику, 1997



10.

АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ ПРЕТВАРАЧИ

Неизбежни део дигиталних мерних инструмената и мерних информационих система чини функционална јединица која омогућује да се информациони параметар мерног сигнала, који је по својој природи аналогна величина, представи у дигиталном облику, кодован на подесан начин. Део мерног уређаја у којем се обавља таква промена облика представљања информације је аналогно-дигитални претварач¹ [1], [2].

Унапређење полупроводничке технологије подстакло је систематско истраживање операција којима се остварује уношење информација о стању физичког процеса, изворно представљених аналогним физичким величинама, у дигитални систем који треба да врши њихово прикупљање, обраду, приказ, складиштење или пренос. Нова област развијала се веома интензивно, како у погледу методологије, тако и у погледу примењене технологије. У настојању да се постигне што бољи компромис између жељених метролошких својстава и економичности њиховог практичног остваривања, развијено је и усавршено мноштво метода пресликавања $A \rightarrow N$. У овом поглављу се разматрају само основни принципи рада аналогно-дигиталних претварача. Са много више детаља техника А/Д претварања је описана у уџбеницима електронике, у бројним стручним радовима објављеним у националним и међународним стручним часописима, као и у посебним књигама које се баве овом проблематиком [3], [4], [5], [6].

Са становишта електронске мерне технике, на данашњем нивоу, најзначајнији су аналогно-дигитални претварачи код којих улазну величину представља напон (U/N претварачи). Производе се и као комерцијално доступна интегрисана кола, намењена за примену у преносивим и лабораторијских мерним уређајима, мерним станицама, као и у системима за надзор и управљање разноврсним процесима.

У овом поглављу обрађују се општи појмови који се односе на операцију промене облика представљања информације из аналогног у дигитални. Разматрају се непосредне (директне) методе квантовања

¹ У уџбеницима електронике на српском језику, ова операција се назива “конверзија”. Назив је преузет из енглеског језика (*conversion*), али потиче из латинског (*conversio*, промена, претварање). У немачком и руском језику користи се термин “претварање” (*Umsetzung*, односно, *преобразование*). Притом, овај појам не треба схватати дословно, као претварање једне физичке величине у другу. У мерној техници он означава пресликавање вредности једне променљиве величине на вредност неке друге величине. У неким случајевима, ово пресликавање може да обухвата и промену физичког носиоца информације. У области аутоматског управљања, термин “конвертор” означава функционалну јединицу која мења облик представљања информације [2].

аналогне величине. Приказана је њихова класификација. Анализирају се својства методе истовременог поређења, бројачке методе и методе сукцесивне апроксимације. Посебна пажња посвећена је методама посредног пресликавања, које у савременој мерној техници имају широку примену.

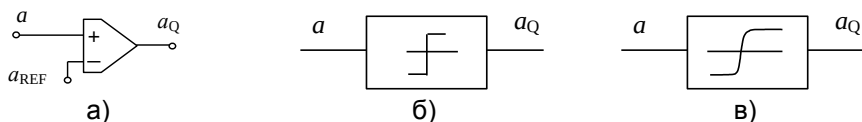
10.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

У ужем смислу, под појмом “аналогно/дигитално претварање” у мерној техници се подразумева трансформација аналогног сигнала, који представља мерену величину (*measurand*), у дигиталну представу мерене величине [7]. Ово пресликавање подразумева две операције, квантовање и кодовање.

Квантовање (*quantization*) представља поступак којим се аналогна величина $a \in [A_{\min}, A_{\max}]$, апроксимира дигиталном величином a_Q , чији је скуп могућих вредности $\{a_j\}$ дискретан и коначан. Свакој вредности аналогне величине a додељује се јединствена вредност дигиталне величине a_Q (квантована вредност). Квантовање је нелинеарна операција. Елементарни квантизер је компаратор којим се остварује поређење две величине исте врсте (слика 10.1.а). Сигнал на излазу компаратора је бинарна величина.

$$a_Q = \begin{cases} a_H > 0; a \geq a_{REF} \\ a_L < 0; a < a_{REF} \end{cases} \quad (10.1)$$

У најједноставнијем облику, компаратор је детектор знака (*signum*-коло, слика 10.1.б). Са становишта електронике, компаратор је појачавач са великим појачањем и израженим ефектом засићења (слика 10.1.в).



Слика 10.1. Компаратор као елементарни квантизер

Кодовање (*coding*) је поступак представљања информација помоћу симбола одређеног скупа који чине азбуку. Процес квантовања неизбежно укључује неки облик кодовања. Међутим, када се резултат мерења саопштава човеку, треба да буде исказан у декадном систему бројева на уобичајен начин: знак + вредност (*sign+magnitude*). Када се овај податак преноси другом уређају, користи се дуални систем бројева, а начин кодовања представља компромис потреба, могућности и економичности техничког решења.

Аналогно-дигитални претварач остварује промену облика представљања информације. Пресликавање из аналогног у дигитални домен је, по својој суштини, мерење аналогне величине. Резултат мерења приказује се у виду броја, N , којим је исказан однос непознате, a , и познате (референтне) аналогне величине, A_{REF} :

$$N = \frac{a}{A_{REF}} \quad (10.2)$$

Величина A_{REF} има улогу материјализоване мере у процесу квантитативног одређивања величине a . Број могућих вредности броја N је увек коначан, ограничен дужином записа којим се представља.

У општем случају, преображај сигнала из аналогног у дигитални облик обухвата још једну операцију. Дискретизацији по вредности претходи дискретизација по независно променљивој (времену). Непрекидна по времену величина $a(t)$ замењује се величином која је дефинисана само у одређеним, дискретним тренуцима времена. Операција узимања “узорка” вредности аналогне величине назива се **одабирање**² (*sampling*).

Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача приказан је на слици 10.2. Дискретизацијом по времену добија се аналогна величина $a_s(t_i)$, чија вредност може да се промени само у тренутку t_i који дефинише сигнал $p(t_i)$. Квантовањем се добија величина дискретна и по времену и по интензитету. Кодовањем се резултат пресликавања $A \rightarrow N$ представља у облику који је погодан за даљу обраду, пренос или запис.



Слика 10.2. Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача

Карактеристика преноса А/Д претварача, који остварује апроксимацију одсецањем³, може да се представи једначином:

$$N(t_i) = \left\lceil \frac{a(t_i)}{\Delta A} \right\rceil, \quad (10.3)$$

у којем угласте заграде означају највећи цео број, који је једнак или мањи од вредности израза у заградама. У овом изразу, величина ΔA има улогу референце (еталон-мере) при квантитативном одређивању великости величине $a(t_i)$. Број $N(t_i)$ показује колико се пута еталон-мера ΔA садржи у посматраном “узорку” аналогне величине.

Основни параметар А/Д претварача је укупан број вредности које дигитални представник улазне аналогне величине може да има. Када је излазна величина представљена тежинским бинарним кодом, уобичајено је да се број бита декларише као “резолюција претварача”⁴ [8], [9]. Притом мора да буде назначен и начин кодовања излазног податка.

Други карактеристичан параметар је брзина одзива А/Д претварача која се изражава бројем узорака (мерења) у секунди (*samples per second, sps*). Први дигитални волтметри, намењени за примену у лабораторијама и производним погонима посебне намене, омогућавали су читавање са три

² У литератури на српском језику користе се и називи “одмеравање” и “узорковање”.

³ Поступци апроксимације разматрани су у претходном поглављу.

⁴ У физици и мерној техници “резолюција” описује способност разлагања мерног средства. Исказује се кроз податак о најмањој вредности (промени) улазне величине која може да се примети (поуздано утврди). Другим речима, резолуција А/Д претварача, као мерног средства, треба да буде исказана у јединицама мерене величине.

декадне цифре, брзином од пар мерења у секунди. Половином двадесетог века то је било сасвим довољно. Међутим, дигитална мерна техника је отворила нове видике и указала на нове могућности. Настојања да се управљање производним процесима учини што успешнијим наметнула су и потребу да се побољша квалитет мерења у индустрији и истраживачким лабораторијама. То је захтевало унапређење метролошких могућности лабораторија за преглед и калибрацију мерила. Тридесетак година касније, развијени су програмабилни мерни системи који омогућују приказ резултата мерења са $8\frac{1}{2}$ цифара, способни да у свакој секунди генеришу сто хиљада мерних података дужине 16 бита [10]. Крајем двадесетог века развијени су 8-битни претварачи који омогућују више од милијарду мерења у секунди [8].

10.2. КЛАСИФИКАЦИЈА МЕТОДА А/Д ПРЕТВАРАЊА

Квантовањем се аналогна величина a , која може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу од $A_{\min}$ до $A_{\max}$, замењује величином a_Q , чији скуп могућих вредности $\mathcal{A}_Q = \{a_j\}$ садржи коначан број чланова:

$$a \in [A_{\min}, A_{\max}] \rightarrow a_Q \in \{a_j\}, j=1, 2, \dots, J \quad (10.4)$$

где је J укупан број елемената скупа $\mathcal{A}_Q$.

Да би се извршило квантовање, опсег могућих вредности величине се дели на подопсеге. Сваком подопсегу додељује се јединствена вредност $a_Q \in \{a_j\}$. Било која вредност величине a , која припада одређеном подопсегу, пресликава се на јединствену вредност која припада скупу $\mathcal{A}_Q$. При равномерном квантовању сви подопсези имају једнаку ширину ΔA :

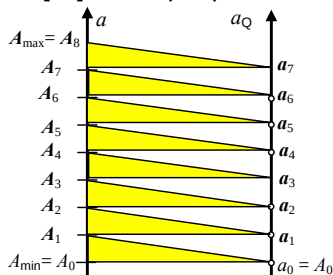
$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{J} \quad (10.5)$$

Величина ΔA је корак квантовања. Границе подопсега при равномерном квантовању одређене су изразом:

$$A_j = A_{\min} + j \Delta A, j=0, 1, \dots, J \quad (10.6)$$

Скуп $\{A_j\}$ представља подскуп скупа вредности величине a . Једначина 10.6. дефинише укупно $J+1$ вредности.

У ужем смислу, квантовање подразумева да квантована вредност, величина a_j , припада подопсегу који представља [11]. Избор вредности којом се подопсег представља одређује начин апроксимације. Ако се изабере да подопсег буде представљен његовом доњом граничном вредношћу, примењује се апроксимација "одсецањем". Мерена величина a се замењује најближом по вредности дигиталном величином a_j , која је мања или једнака посматраној аналогној величини.



Слика 10.3. Квантовање одсецањем

У најопштијем смислу, квантовање, као пресликавање $a \rightarrow a_Q$, не подразумева да су величине a и a_Q исте природе. Математички посматрано, равномерно квантовање је пресликавање скупа $\mathcal{A}$, који представља област могућих вредности аналогне величине a :

$$\mathcal{A} = \{a \in [A_{\min}, A_{\max}]\}, \quad (10.7)$$

на коначан скуп $\mathcal{N}$ који се састоји од J целих бројева:

$$\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots, J-1\}. \quad (10.8)$$

Број $N \in \mathcal{N}$ је нумерички еквивалент појединачне величине a која испуњава услов:

$$A_{\min} + N\Delta A \leq a < A_{\min} + (N+1)\Delta A. \quad (10.9)$$

Корак квантовања ΔA представља изабрану мерну јединицу којом се величина a приказује. Једначина:

$$a_N = A_{\min} + N \Delta A, \quad (10.10)$$

дефинише мерну скалу посматране аналогне величине a (слика 10.3).

Поступак А/Д претварања може да се опише на следећи начин:

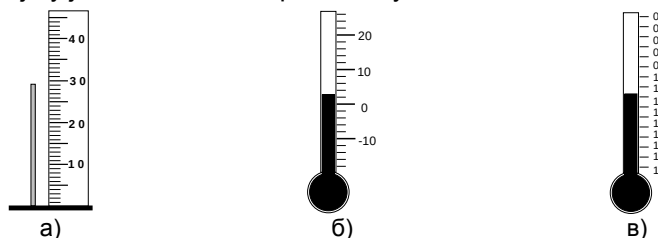
- опсег могућих вредности мерене аналогне величине a дели се на коначан број подопсега;
- сваки подопсег представља се јединственим бројем;
- било која вредност величине a замењује се бројем који представља подопсег којем посматрана вредност величине a припада.

Независно од тога који се начин апроксимације примењује при квантовању, да би се посматрана аналогна величина заменила одговарајућим дигиталним представником, потребно је да се одреди којем подопсегу њена вредност припада. То може да се уради на два основна начина рада:

- истовременим поређењем мерене величине са свим референтним величинама скупа $\mathcal{A}_N$ (**метод истовременог поређења**);
- појединачним поређењем мерене величине са референтном величином из скупа $\mathcal{A}_N$, која се бира (подешава у више корака) тако да, унутар граница грешке квантовања, буде једнака величини која се мери (**метод уравнотежавања**).

Пример примене метода истовременог (симултаног) поређења је мерење дужине мерним лењиром (слика 10.4.а). Улогу компаратора остварује извршилац мерења (мерач). Ако је мерена дужина краћа од корака квантовања, који одговара најмањем подеоку назначеном на скали, при равномерном квантовању одсецањем је $N = 0$. У овом примеру, поређење остварује извршилац мерења користећи чуло вида. Исти поступак се примењује при мерењу температуре помоћу живиног термометра чија је скала баждарена у одговарајућим јединицама (слика 10.4.б). За аутоматско читавање користе се електромеханички (контактни) или оптички читачи (сензори). На слици 10.4.в приказан је контактни термометар са живом који

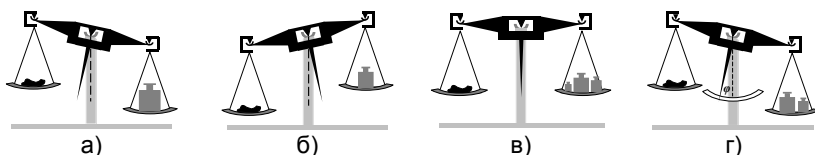
омогућује да се температура очита електричним путем, при чему се резултат мерења добија у јединичном бинарном коду⁵.



Слика 10.4. Метод истовременог поређења

У општем случају, аналогно/дигитални претварач који (аутоматски) остварује квантовање аналогне величине a методом истовременог поређења садржи материјализовану скалу, која дефинише J могућих вредности квантоване величине $a_Q \in \{a_j\}$, и $J-1$ компаратора. Сваки компаратор пореди улазну величину a са једном од референтних вредности која припада скупу A_j ; $j = 1, 2, \dots, J$. Стања компаратора једнозначно одређују којем подопсегу вредности припада појединачна величина која се у датом тренутку посматра.

Мерење масе помоћу равнокраке ваге (као компаратора) и гарнитуре тегова (као материјализованих мера), пример је методе уравнотежавања (слика 10.5). Поступак мерења своди се на налажење комбинација тегова која је у равнотежи са непознатом масом M .



Слика 10.5. Метод уравнотежавања

Ако је маса тег постављеног на тас већа од масе терета који се мери (слика 10.5.а), замењује се другим тегом, мање масе. Уколико је његова маса мања од масе терета (слика 10.5.б), додаје се још један тег. Поступак се наставља све док се не пронађе скуп тегова чија је укупна маса M_N једнака маси терета који се мери (слика 10.5.в):

$$M_N = \sum_i M_i . \quad (10.11)$$

Када са расположивим теговима равнотежа не може да се успостави, маси M се приписује вредност највеће укупне масе тегова која је мања (апроксимација одсецањем), или вредност најмање укупне масе која је већа од M (апроксимација додавањем). Могуће је применити и апроксимацију заокругљивањем. Тада се маси M приписује вредност која одговара мањем одступању казаљке од равнотежног положаја. Повећање резолуције постиже се аналогним мерењем разлике маса M и ΔM_N , помоћу баждарене скале (слика 10.5.г).

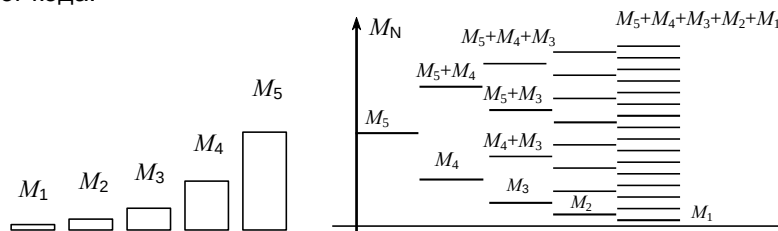
⁵ Овакав начин записа се понекад назива "термометарска скала".

Мерни процес се састоји из низа операција којима се “налази” квантована величина једнака мереној величини. Располагиви skup тегова одређује skup могућих вредности квантоване величине M_N са којом се мерена величина M пореди. У једном граничном случају, сви тегови имају једнаку масу ΔM (слика 10.6.а). Мерење се тада своди на бројање колико се пута изабрана јединица мере, ΔM , садржи у непознатој аналогој величини. Величина ΔM одређује резолуцију мерења. Добра страна овог метода је да су сви еталон-тегови међусобно једнаки, јер то олакшава њихову реализацију и проверу. Лошу страну представља чињеница да трајање мерног процеса зависи од вредности мерене величине и изабране јединице мере ΔM .



Слика 10.6. Поступци уравнотежавања

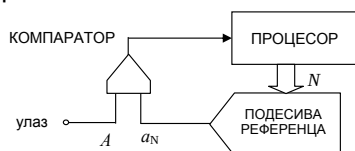
До резултата се брже долази ако се при мерењу користи мањи skup еталон-тегова, различите масе, али одабраних тако да је помоћу њих могуће остварити све могуће вредности квантоване величине које одговарају одређеном мерном опсегу. Квантована величина, која се пореди са мереном величином, образује се као збир еталон-тегова различитих вредности. Притом, у општем случају, skup вредности $\mathcal{M} = \{M_i\}$ није једнозначно дефинисан. На пример, skup коју чине два тег масе 1 g, један тег масе 2 g и један тег масе 5 g, омогућује да се, са резолуцијом од једног грама, оствари мерење било које масе до 9 грама. Исти циљ постиже се и гарнитуром тегова чије су масе, изражене у грамима, $\{1, 2, 2, 4\}$. У оба случаја, додавање још једне групе од четири тег масе, изражене у декаграмима, у истом односу као и масе тегова основне групе, проширује се мерни опсег до 99 грама коришћењем само осам тегова. Збир маса употребљених тегова из сваке групе даје одговарајућу цифру записа у декадном систему бројева. Могуће основне групе су такође $\{1, 2, 3, 3\}$, и $\{1, 2, 2, 4\}$. За мерење са три декадне цифре потребно је дванаест тегова. Најефикасније решење представља гарнитура различитих тегова, од којих сваки следећи у низу има два пута већу масу од свог претходника. Довољно је девет бинарно одвагнутих еталон-тегова за мерни опсег који садржи 1023 вредности различитих од нуле. Начин “развијања” мерне скале приказан је на слици 10.7. Вредности референтних величина стоје у истом односу као и разреди бинарног кода.



Слика 10.7. Образовање референтне величине збрајањем

Референтна маса, која се изједначаје са мереном величином, образује се прибарајањем еталон-тегова. Сваки тег који је употребљен у стању равнотеже, значи да је одговарајућа цифра у бинарном запису једнака јединици. Поступак уравнотежавања је заснован на бинарном одлучивању. Упоредивање почиње са највећом еталон-мером, а затим сукцесивно са следећим мањим еталон-мерама.

Метод равнотеже је, заправо, метод повратне спреге [12]. У описаном примеру мерења масе, повратну спрегу, којом се квантована величина a_N изједначаје са мереном величином A , остварује извршилац мерења. У електронском мерном систему (слика 10.8), његову улогу преузима процесор који омогућује аутоматско одвијање мерног процеса на основу информације коју добија од компаратора.



Слика 10.8. Општи структурни блок дијаграм А/Д претварача на бази методе уравнотежавања

Разликују се два основна алгорита одређивања дигиталног еквивалента мерене аналогне величине методом уравнотежавања:

- **метод бројања** јединичних прираштаја,
- **метод сукцесивне апроксимације**.

У првом случају вредност величине a_N се подешава у једнаким корацима јединичне вредности. Резултар мерења једнак је броју корака потребних да квантована величина, почевши од нуле, достигне вредност улазне величине. Процесор се своди на бројач. У другом случају процесор реализује сложенији алгоритам, са променљивим кораком промене величине a_N , који омогућује да се равнотежа успостави много брже.

Сва три поступка А/Д претварања спадају у методе директног поређења, а међусобно се разликују по броју еталона (материјализованих мера) који се користе, као и броју корака којима се долази до резултата.

Истовремено поређење захтева онолико еталона (референци) колико дигитални представник аналогне величине има вредности различитих од нуле и исто толико компаратора. Ако је број N представљен n -битним природним бинарним кодом, потребно је $2^n - 1$ компаратора. Пресликавање $A \rightarrow N$ остварује се у једном кораку.

Метод бројања захтева један компаратор и једну подесиву референцу, чија вредност се добија узастопним сабирањем јединичне еталон-мере ΔA .

$$a_N = \sum_{i=0}^N \Delta A_i = N \Delta A, \Delta A_i = \Delta A. \quad (10.12)$$

Потребан број корака зависи од вредности мерене величине.

Метод сукцесивне апроксимације захтева један компаратор и n

различитих еталона чијом се комбинацијом, на основу низа узастопних мерења, налази вредност величине $a_N(A)$.

$$a_N = \Delta A \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j = N \Delta A. \quad (10.13)$$

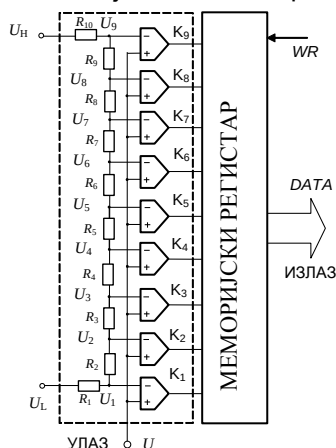
Пресликавање се остварује у n корака, независно од вредности улазне величине A .

Развијене су и разноврсне **комбиноване методе**. Могуће је, на пример, да се прво брзо изврши груба процена, да би се одредио подопсег у којем се вредност мерене величине налази, а затим споро и финије мерење, са одговарајућом јединичном еталон-мером, да би се постигла захтевана тачност.

Посебно место у мерној техници заузимају **методе посредног претварања**. Дигитални волтметри, на пример, првенствено су засновани на пресликавању напона у временски домен. О томе ће бити више речи у поглављу у којем је обрађено мерење једносмерног електричног напона.

10.3. МЕТОД ИСТОВРЕМЕНОГ ПОРЕЂЕЊА

Метод истовременог поређења (*simultaneous comparison*) заснива се на директном поређењу улазне величине са референтним величинама које представљају нивое квантовања⁶. Податак о вредности улазне величине добија се помоћу $J-1$ компаратора, где је J укупан број вредности које дигитални представник посматране аналогне величине може да има. На слици 10.9.а приказан је U/N претварач који вредност напона U , која се налази унутар граница које дефинишу напони U_L и U_H , приказује дигитално, величином која има десет вредности.



а)

УЛАЗ ($U_L = 0, U_H = U_{REF}$)	ИЗЛАЗ	
	јединични бинарни код	декадни код
$U < 0,1 U_{REF}$	000000000	0
$0,1 U_{REF} \leq U < 0,2 U_{REF}$	000000001	1
$0,2 U_{REF} \leq U < 0,3 U_{REF}$	000000011	2
$0,3 U_{REF} \leq U < 0,4 U_{REF}$	000000111	3
$0,4 U_{REF} \leq U < 0,5 U_{REF}$	000001111	4
$0,5 U_{REF} \leq U < 0,6 U_{REF}$	000011111	5
$0,6 U_{REF} \leq U < 0,7 U_{REF}$	000111111	6
$0,7 U_{REF} \leq U < 0,8 U_{REF}$	001111111	7
$0,8 U_{REF} \leq U < 0,9 U_{REF}$	011111111	8
$U \geq 0,9 U_{REF}$	111111111	9

б)

Слика 10.9. Паралелни U/N претварач

⁶ У литератури на енглеском језику, за ову врсту претварача користе се различити називи, као што су "direct conversion ADC", "parallel encoder", "simultaneous converter" и "flash ADC". У литератури на српском језику назива се "компараторски А/Д конвертор" или "конвертор са паралелним компараторима".

Отпорнички делитељ напона дефинише напоне $U_1 \dots U_9$ који представљају границе изабраних подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди⁷. Излази компаратора K_1 до K_9 образују податак којим је редни број подопсега којем мерени напон припада представљен непозиционим 9-битним бинарним записом. Стања компаратора, која представљају податак о вредности улазног напона у тренутку уписа, приказан јединичним бинарним кодом, уписују се у меморијски регистар сигналом WR (енг. *write*).

Напони U_H и U_L , представљају референтне величине у односу на које се одређује величина улазног напона. Одговарајућим избором отпорности у мрежи, која представља делитељ напона, могуће је остварити произвољну скалу⁸. Ако сви отпорници имају једнаку вредност, скала је равномерна (равномерно квантовање). Нивои поређења одређени су изразом:

$$U_j = j\Delta U ; j = 1, 2, \dots, J-1, \quad (10.14)$$

где је ΔU корак квантовања:

$$\Delta U = \frac{U_H - U_L}{J}. \quad (10.15)$$

Такав претварач остварује равномерно квантовање одсецањем. На слици 10.9.б приказана је табела која одговара претварачу код којег је $U_L = 0$, $U_H = U_{REF}$, где је U_{REF} референтни напон са којим се улазни напон пореди.

Јединични бинарни код је неподесан и неекономичан начин представљања бројева, па се помоћу одговарајућег кодера резултат мерења приказује у природном бинарном коду. Електронски n -битни U/N претварач који остварује равномерно квантовање методом истовременог поређења састоји се од отпорничког делитеља напона који садржи 2^n једнаких отпорника и $2^n - 1$ компаратора. Нивои поређења претварача који остварује равномерно квантовање одсецањем одређени су изразом:

$$U_j = j \frac{U_{REF}}{2^n}, j = 1, 2, \dots, 2^n - 1. \quad (10.16)$$

На слици 10.10. приказан је тробитни U/N претварач код којег су вредности отпорности тако изабране да је најнижи ниво поређења једнак половини корака квантовања ΔU , али је размак између појединих нивоа увек исти и једнак ΔU . На тај начин остварено је равномерно квантовање заокруживањем. Грешка квантовања је у опсегу од $-\frac{1}{2}\Delta U$ до $+\frac{1}{2}\Delta U$. У општем случају, нивои поређења n -битног претварача, којим се остварује равномерно квантовање заокруживањем, одређени су изразом:

$$U_j = \frac{U_{REF}}{2^n} (j - \frac{1}{2}) ; j = 1, 2, \dots, 2^n - 1. \quad (10.17)$$

⁷ Делитељ напона може да се посматра као "напонска мерна летва".

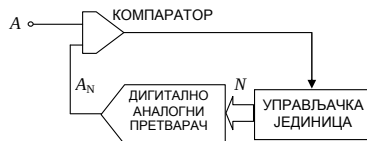
⁸ Напон U_{REF} има улогу материјализоване мере напона U .



У начелу, метод истовременог поређења користи најједноставнији принцип, омогућује највећу брзину мерења, али представља и најгломазније решење, са највећом потрошњом. Примењује се за обраду брзопроменљивих величина. Да би се излазни бинарни податак представио са једним битом више, потребно је више него удвостручити “количину хардвера”. То подразумева већу потрошњу али и мању брзину одзива, јер захтева дуже време за пропагацију сигнала кроз кодер. Реализовани су 4-битни претварачи који могу да раде брзином од 32 Gsps.

10.4. МЕТОДЕ УРАВНОТЕЖАВАЊА

Општи структурни блок-дијаграм А/Д претварача на бази методе уравнотежавања приказан је на слици 10.11. Састоји се из компаратора, управљачке јединице и дигитално-аналогног претварача. Помоћу компаратора улазна величина A се пореди величином A_N која представља излаз Д/А претварача. Сигнал са излаза компаратора води се на улаз управљачке јединице која има улогу регулатора чији је задатак да изједначи величине A и A_N .



Слика 10.11. А/Д претварач са Д/А претварачем

Начин рада одређен је начином рада управљачке јединице. На основу логичког стања сигнала на излазу компаратора, она мења вредност броја N , који представља улаз Д/А претварача, тако да постигне да разлика вредности улазне величине A и величине A_N буде мања од вредности ΔA која представља јединични прираштај величине на излазу Д/А претварача. Ако Д/А претварач остварује линеарно пресликавање $N \rightarrow A$:

$$A_N = N \cdot \Delta A, \quad (10.18)$$

када је равнотежа успостављена;

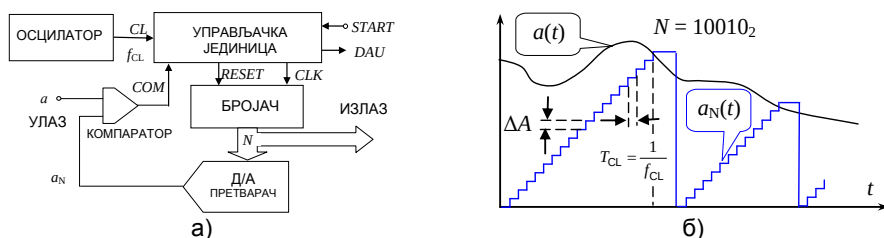
$$A_N - A < \Delta A,$$

број N је мера великости величине A . Време одзива зависи од алгоритма рада управљачке јединице. Ако је ΔA довољно мало, тако да грешка квантовања може да се занемари, на основу једнакости $A_N = A$ важи:

$$N = \frac{A}{\Delta A}.$$

10.4.1 МЕТОДЕ БРОЈАЊА

Метод бројања (*counting*) јединичних прираштаја представља, технички, најједноставнији поступак уравнотежавања. Принципска блок-шема бројачког А/Д претварача приказана је на слици 10.12.а.



Слика 10.12. Бројачки А/Д претварач са повратном спрегом

Алгоритам рада управљачке јединице је једноставан. Након добијања захтева за обављање мерења (сигнал *START*), управљачка јединица поставља бројач у почетно (нулто) стање (сигналом *RESET*). Ако је улазна величина a већа од нуле, компаратор, преко управљачке јединице, дозвољава одбројавање импулса из осцилатора. Сваки импулс повећава садржај бројача за један, а тиме се излаз дигитално-аналогног претварача повећава за корак ΔA који представља резолуцију мерења⁹.

Када величина a_N постане већа од улазне величине a , мења се логичко стање на излазу компаратора и бројање се прекида. Садржај бројача (укупан број импулса генерисаних до тренутка када величина a_N достигне вредност a), представља дигитални еквивалент улазне величине (апроксимација додавањем). Временски дијаграм на слици 10.12.б приказује сигнал на излазу Д/А претварача, $a_N(t)$. У сваком циклусу, референтна величина полази од нуле. Током процеса одмеравања, када систем “тражи” вредност улазне величине, сигнал $a_N(t)$ има облик степенасте успонске функције (*counter ramp ADC*). Низ импулса који повећавају садржај бројача може да се посматра као серијски излаз претварача¹⁰ [13].

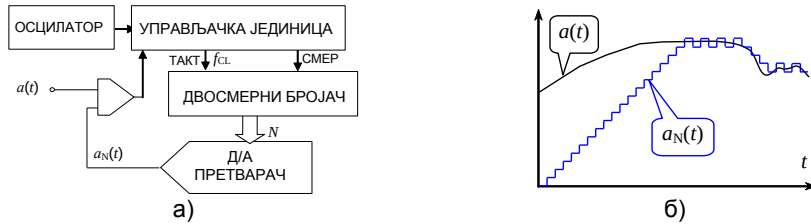
Резултат мерења не зависи од учестаности осцилатора, већ само од тачности компаратора и Д/А претварача. Време одзива је сразмерно

⁹ Бројачки поступак се може назвати метод “корак по корак”. У литератури на српском језику користи се и назив “метод узастопног бројања”

¹⁰ У том смислу, бројачки А/Д претварач се, понекад, назива и “серијски” претварач или претварач “са степенастом референцом” (*staircase-ramp*).

вредности улазне величине. Вредност броја N представља дигитални еквивалент улазне величине у тренутку заустављања бројача.

Брзина одзива може да се повећа ако се уместо “обичног” бројача који се враћа на нулу пре почетка сваког мерења, користи двосмерни (реверзибилни) бројач тако да, када сигнал повратне спреге једном достигне вредност улазне величине $a(t)$, управљачка јединица наставља да прати њене промене, мењајући садржај бројача. Ако је $a_N < a$, садржај бројача се повећава за један. Ако је $a_N > a$, садржај бројача се смањује за један. Принциуска шема таквог А/Д претварача приказана је на слици 10.13.а.



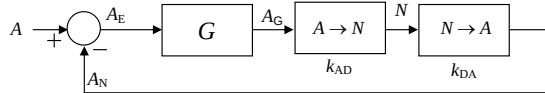
Слика 10.13. Аналого-дигитални претварач са двосмерним бројачем

Осцилатор, двосмерни (*up-down*) бројач, Д/А претварач и компаратор образују петљу (*loop*) у којој јака негативна повратна спрега обезбеђује да излаз, дигитална величина N , корак по корак, прати промене улазне величине. У теорији управљања, оваква структура се назива “праћећи” (*tracking*) или серво систем¹¹ [14]. А/Д претварач са двосмерним бројачем има, у просеку, двоструко краће време одзива на скоковиту промену улаза. Уколико је испуњен услов:

$$\frac{dA}{dt} \leq f_{CL} \Delta A, \quad (10.19)$$

где је f_{CL} максимална учестаност импулса којима се мења садржај бројача, излаз сустиже улаз у једном кораку (слика 10.13.б).

Ако се компаратор посматра као појачавач великог појачања G , А/Д претварач који ради на принципу уравнотежавања може да се представи као пратећи систем чија је еквивалентна блок-шема приказана на слици 10.14.



Слика 10.14. Еквивалентна блок-шема А/Д претварача уравнотежавањем

Математички модел овог система чине једначине

$$A_G = G A_E, \quad (10.20)$$

$$N = k_{AD} A_G, \quad (10.21)$$

¹¹ У ужем смислу, назив “сервосистем” означава затворен систем даљинског управљања у којем је управљана величина механички положај. Међу прве дигиталне волтметре спада и решење у којем је повратна спрега остварена преко потенциометра којим управља електромотор.

$$A_N = k_{DA} N, \quad (10.22)$$

$$A_E = A - A_N, \quad (10.23)$$

у којем k_{AD} и k_{DA} представљају константе пресликавања $A \rightarrow N$ и $N \rightarrow A$, респективно. На основу ових једначина следи:

$$A_N(1 + Gk_{AD}k_{DA}) = Gk_{AD}k_{DA}A.$$

Ако је испуњен услов $1 + Gk_{AD}k_{DA} \neq 0$, важи:

$$A_N = \frac{Gk_{AD}k_{DA}}{1 + Gk_{AD}k_{DA}} A \quad (10.24)$$

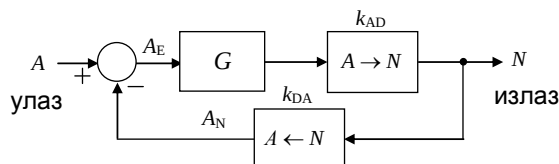
Ако је појачање довољно велико тако да је $Gk_{AD}k_{DA} \gg 1$, биће:

$$A_N = A, \quad (10.25)$$

односно:

$$N = \frac{A}{k_{DA}}. \quad (10.26)$$

На основу последње једначине следи да тачност пресликавања $A \rightarrow N$ зависи само од тачности пресликавања $N \rightarrow A$. То је у складу са теоријом система са јаком негативном повратном спрегом. У директној грани система налазе се компаратор и управљачка логика, која на свом излазу даје дигиталну величину, број који представља нумерички еквивалент улазне величине (слика 10.15).



Слика 10.15. А/Д претварач са Д/А претварачем у повратној спрези

На основу једначина 10.23 и 10.25 следи да је вредност броја N , посматраног као излаз система, одређена изразом:

$$N = \frac{Gk_{AD}}{1 + Gk_{AD}k_{DA}} A, \quad (10.27)$$

чији је облик добро познат из аналогне мерне технике (једначина 6.25). Ако је појачање у директној грани ($k_{AD}G$) довољно велико, тачност, са којом систем са јаком негативном повратном спрегом обавља своју функцију, зависи само од тачности којом се обрађује сигнал у грани повратне спреге. У посматраном систему то је пресликавање $N \rightarrow A$. Овај закључак, који следи из анализе система са повратном спрегом, у потпуности важи за све А/Д претвараче на бази методе уравнотежавања: статичка тачност система зависи само од тачности елемената у грани повратне спреге: компаратора и Д/А претварача. Учестаност осцилатора не утиче на резултат.

10.4.2 МЕТОД СУКЦЕСИВНЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ

Метод сукцесивне апроксимације представља компромис у односу на захтеве у погледу брзине и једноставности. При мерењу се користи онолико еталон-мера колико постоји разреда у запису броја N . Блок дијаграм претварача (*successive-approximation ADC*) приказан је на слици 10.16.

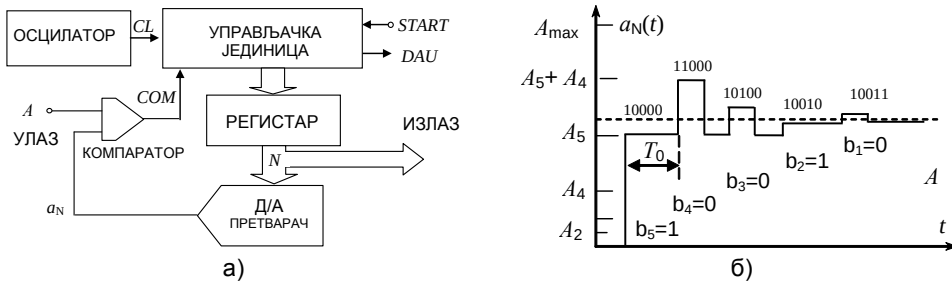
Број N , представљен n -битним природним бинарним кодом:

$$N = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \cdot 2^k$$

добија се у n корака. У сваком кораку одређује се један бит¹², почевши од бита највеће тежине (MSB). Вредност сваког бита представља резултат поређења улазне величине A и квантоване величине a_N која се мења у корацима сразмерним тежини појединих разреда у запису броја N :

$$a_N = N\Delta A = \sum_{k=0}^{n-1} b_k A_k, \quad A_k = 2^k \Delta A, \quad (10.28)$$

где је ΔA резолуција Д/А претварача. На овај начин се, сваким кораком, вредност a_N приближава вредности A . Временски дијаграм величине $a_N(t)$ приказан је на слици 10.16.б. За исправно одвијање целог поступка, потребно је да се улазна величина A не мења током комплетног циклуса одмеравања.



Слика 10.16. А/Д претварач са sukcesивном апроксимацијом

Трајање процеса квантовања у овом случају, не зависи од вредности величине A , већ само од броја бита и брзине рада појединих делова система. Савремени интегрисани А/Д претварачи овог типа, типично са резолуцијом 8 до 16 бита, омогућују пресликавање $U \rightarrow N$ брзином од неколико милиона узорака у секунди ($Msps$).

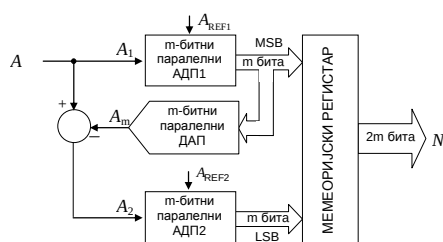
10.5. КОМБИНОВАНЕ МЕТОДЕ

Свака од описаних основних метода има своја добра и лоша својства. Комбинацијом различитих поступака могу се постићи својства која представљају бољи компромис опречних захтева у погледу брзине одзива, броја нивоа квантовања, тачности и једноставности практичног решења. На пример, бржи одскочни одзив “пратећег” А/Д претварача може да се оствари ако се величина корака аутоматски прилагођава брзини промене улазног сигнала [15].

На слици 10.17 приказан је двостепени аналого-дигитални претварач у којем су комбиноване метода истовременог поређења и метода уравнотежавања sukcesивном апроксимацијом [16]. Садржи два m -битна паралелна (*flash*) А/Д претварача и један Д/А претварач. Пресликавање $A \rightarrow N$ остварује се у два корака. У првом кораку, помоћу АДП1 утврђује се којем од 2^m подопсега припада вредност улазне величине. На тај начин се одређују првих m бита броја N . У другом кораку, претварач АДП2 обрађује

¹² Овај поступак се може назвати метод “бит по бит” (“квант по квант”). У литератури на српском језику користи се и назив “узаустопног приближавања”

разлику улазне величине A и квантоване величине A_m добијене помоћу m -битног Д/А претварача, на основу резултата мерења у првом кораку.



Слика 10.17. Двостепени А/Д претварач

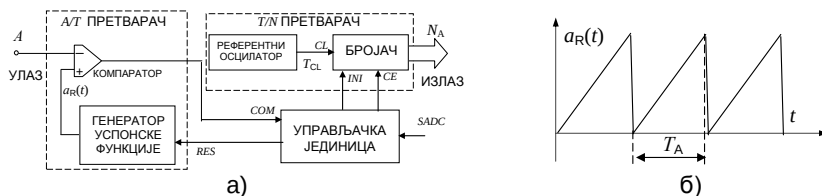
Оваква “цевна” (*pipelined*) архитектура¹³ омогућује остваривање претварача чија је резолуције 12 бита, а брзина у одабирања 40 милиона узорака у секунди [17].

10.6.МЕТОДЕ ПОСРЕДНОГ ПРЕТВАРАЊА

Лабораторијски инструменти високе тачности, намењени за мерење електричних величина, засновани су на посредном пресликавању вредности мерене аналогне величине у информацију представљену у дигиталном облику. Најчешће се мерена физичка величина пресликава у временски домен: трајање временског интервала или учестаност појављивања импулса. Као што је већ показано у претходном поглављу, мерење времена и учестаности може да се оствари са високом тачноћу и на једноставан начин. У томе је основна предност метода посредног претварања.

10.6.1 ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow T \rightarrow N$

Принципска шема аналого-дигиталног претварача којим се остварује $A \rightarrow T \rightarrow N$ пресликавање приказана је на слици 10.18. Састоји се из три целине:



Слика 10.18. $A \rightarrow T \rightarrow N$ претварач

- A/T претварач пресликава информацију, садржану у вредности улазне величине A , у информацију садржану у трајању временског интервала T_A ;

¹³ У литератури на енглеском језику, за ову врсту претварача користе се и другачији називи, као што су “*half-flash*” и “*subranging quantizer*”.

- T/N претварач остварује дигитално мерење трајања временског интервала T_A ;
- управљачка јединица извршава алгоритам $A \rightarrow T \rightarrow N$ пресликавања.

A/T претварач садржи компаратор и генератор успонске функције:

$$a_R(t) = k_A t, \quad (10.29)$$

где је k_A константа која одређује нагиб (брзину промене) функције $a_R(t)$. T/N претварач садржи бројач и референтни осцилатор. Пре почетка мерења управљачка јединица, сигнаlima RES и INI , поставља A/T и T/N претварач у почетно стање, $a_R(0)=0$ и $N_A = 0$. Након добијања команде $SADC$, управљачка јединица “ослобађа” генератор успонске функције и бројач, којем “дозвољава” да акумулира импулсе осцилатора (*count enable*, CE). Бројање се врши све док излаз генератора, a_R , не достигне вредност улазне величине A . У тренутку када се ове две величине изједначе, компаратор мења стање и бројање се зауставља. Операција квантовања остварује се са апроксимацијом додавањем. Ако је учестаност осцилатора довољно висока ($T_{CL} \ll T_A$), тако да грешка квантовања може да се занемари, на основу услова:

$$a_R(T_A) = k_A T_A = A, \quad (10.30)$$

слиди да је број N_A сразмеран вредности улазне величине A :

$$N_A = \frac{T_A}{T_{CL}} = \frac{A}{k_A T_{CL}} = \frac{f_{CL}}{k_A} A. \quad (10.31)$$

Период импулса који се одбројавају, T_{CL} , одређује резолуцију T/N претварача. Ако се процес пресликавања $A \rightarrow T \rightarrow N$ покреће аутоматски, након завршетка временског интервала T_A , сигнал $a_R(t)$ има облик тестере¹⁴ (слика 10.18.6). Основна својства ове врсте A/D претварача су:

- тачност мерења зависи од тачности осцилатора, генератора успонске функције (интегратора) и компаратора;
- време одзива зависи од вредности улазне величине;
- резултат мерења (број N_A) представља вредност улазне величине у тренутку када је мерење завршено.

Треба уочити сличност у структури описаног $A/T/N$ претварача и претварача бројачког типа (*counter-ramp*) који је описан у одељку 10.4.1. D/A претварач у грани повратне спреге (слика 10.12) делује као генератор успонске функције, чији је нагиб одређен количником јединичног прираштаја ΔA и периода импулса на улазу бројача T_{CL} :

$$k_A = \frac{\Delta A}{T_{CL}} = f_{CL} \Delta A, \quad (10.32)$$

Ако се овај израз за константу нагиба k_A , који важи за бројачки A/D претварач са D/A претварачем у повратној спрези, унесе у једначину 10.31 долази се до већ познатог закључка да резултат мерења A/D претварача на бази методе уравнотежавања не зависи од учестаности осцилатора.

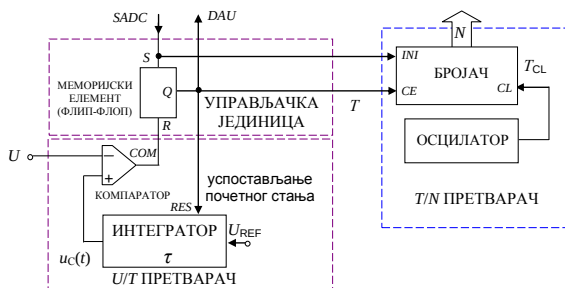
На слици слици 10.19 приказана је принципска шема система којим се пресликавање $U \rightarrow N$ остварује посредним пресликавањем вредности напона у трајање временског интервала. Улогу генератора успонске функције

¹⁴ У стручној литератури на енглеском језику, овакав A/N претварач се често назива “single-slope ADC” “ramp-type ADC”.

остварује интегратор који има могућност успостављања почетnog стања:

$$u_C(t) = \frac{t}{\tau} U_{\text{REF}}, \quad (10.33)$$

где је τ константа интегратора, која има димензију времена.



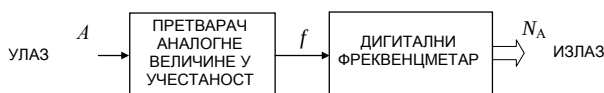
Слика 10.19. $U \rightarrow T \rightarrow N$ претварач

Улогу управљачке јединице обавља флип-флоп. Пре почетка мерења интегратор се налази у почетном стању, када је напон на његовом излазу једнак нули. Захтев за обављање мерења (сигнал *SADC*) поставља бројач у почетно стање ($N=0$), а флип-флоп у стање $Q=1$, чиме започињу интеграција референтног напона U_{REF} и одбројавање импулса интерног осцилатора. Сигнал *DAU* означава да је процес мерења у току, односно да податак на излазу бројача није валидан (*data unavailable*). Ако је улазни напон већи од нуле, излаз компаратора је у стању логичке нуле. Трајање интеграције одређено је временом потребним да напон на излазу интегратора, $u_c(t)$, достигне вредност улазног напона U . Садржај бројача на крају овог временског интервала је сразмеран вредности улазног напона. Ако се занемари грешка квантовања, резултат мерења, број N , једнак је:

$$N = \frac{\tau}{T_{\text{Cl}}} \frac{U}{U_{\text{REF}}} . \quad (10.34)$$

10.6.2 ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow F \rightarrow N$

Општи структурни блок-дијаграм аналогно-дигиталног претварача на бази $A \rightarrow f \rightarrow N$ пресликавања приказан је на слици 10.20. A/f претварач остварује пресликавање информације садржане у вредности улазне величине A у информацију садржану у учестаности импулса на његовом излазу, f , која се мери дигиталним фреквенцметром.



Слика 10.20. $A \rightarrow f \rightarrow N$ претварач

Мерни претварач аналогне вешине у учешаност је управљани осцилатор чија је учешаност осциловања линеарна функција вредности улазне величине. У начелу, учешаност електронског осцилатора зависи од више различитих електричних величина. Обзиром да те величине могу да зависе од неких неелектричних величина, такав осцилатор омогућује и да се

одређена неелектрична величина мери електронски, дигитално и на једноставан начин. Овакав поступак може да се примени при мерењу електричног напона, струје, отпорности, капацитивности, индуктивности, као и неелектричних величина (температура, деформација, притисак...), од којих ове електричне величине зависе.

Ако се улазна величина A мења током трајања мерења учестаности, резултат мерења представља меру средње вредности:

$$N = \int_{t_0}^{t_0+T_M} f(t) dt = k_f T_M \frac{1}{T_M} \int_{t_0}^{t_0+T_M} a(t) dt = k_f T_M \overline{a(t)}. \quad (10.35)$$

10.6.2.1 ПРЕСЛИКАВАЊЕ АНАЛОГНЕ ВЕЛИЧИНЕ У УЧЕСТАНОСТ

Постоји више начина да се оствари пресликавање аналогне величине у учестаност. Посебно место у мерној техници имају претварачи код којих је ово пресликавање засновано на интеграцији улазне (мерене) величине. Основни део таквих претварача је интегратор, функционални блок за чији излаз важи:

$$a_1(t) = A_1(t_0) + k_1 \int_{t_0}^t a(t) dt. \quad (10.36)$$

где је k_1 константа интегратора, а $a(t)$ улазна величина која се интегрирали. Ако је подинтегрална величина стална и једнака A , временски интервал T потребан да се излаз интегратора промени за неку унапред одређену вредност ΔA_1 , једнак је:

$$T = \frac{\Delta A_1}{k_1 A}. \quad (10.37)$$

Ако овај временски интервал представља период понављања неких импулса (у општем случају произвољног таласног облика), тада је њихова учестаност сразмерна вредности подинтегралне величине A :

$$f = \frac{1}{T} = k_1 \frac{A}{\Delta A_1}. \quad (10.38)$$

Дакле, задатак пресликавања аналогне величине у учестаност може да се сведе на задатак одмеравања интеграла улазне величине, односно на одређивање времена потребног да се интеграл улазне величине промени за увек исту, константну вредност $J = \Delta A_1/k_1$. Једначина 10.38 своди се на формулу:

$$f = \frac{A}{J}, \quad (10.39)$$

која је, заправо, логичка последица физичке природе учестаности. Учестаност поворке импулса који се појављују на излазу осцилатора представља брзину промене броја генерисаних импулса:

$$f = \frac{dN}{dt}. \quad (10.40)$$

Ако се учестаност f мења, укупан број импулса који се појавио током интервала посматрања $[t_0, t]$ одређен је интегралном једначином:

$$N = \int_{t_0}^t f(t) dt . \quad (10.41)$$

на основу које, за $N = 1$, следи формула:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt = 1 , \quad (10.42)$$

односно, ако је учестаност посматраног низа импулса сразмерна вредности величине $a(t)$:

$$f(t) = ka(t) , \quad (10.43)$$

важи:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = \frac{1}{k} = const . \quad (10.44)$$

Према томе, фундаментално својство процеса $A \rightarrow f$ пресликавања је да интеграл улазне величине, за време једне периоде излазног сигнала, има увек исту, константну вредност. Интеграционе методе A/f претварања засноване су на овом својству.

10.6.2.2 A/F ПРЕТВАРАЧИ

Интеграциони A/f претварачи могу да се сврстају у релаксационе осцилаторе¹⁵. Процес пресликавања заснива се на одређивању времена потребног да се интеграл улазне величине промени за тачно одређену, константну вредност. Овај временски интервал дефинише тренутну вредност периоде понављања импулса на излазу претварача. Да би се одредило трајање једног периода потребно је на осговарајући начин остварити одмеравање напона на излазу интегратора. Сваки A/f претварач интеграционог типа мора да садржи бар један интегратор и бар један компаратор. Да би процес интеграције могао да се обавља неограничено дуго, потребно је да интегратор и компаратор буду међусобно тако спрегнути, да се успоставе осцилације које излаз интегратора одржавају унутар граница радног опсега. Притом, да би се обезбедио и континуитет прецеса пресликавања $A \rightarrow f$ потребно је да период ових осцилација садржи цео број периода појављивања излазних импулса. Најчешће је период осцилација једнак периоду појављивања импулса на излазу A/f претварача.

Општи структурни блок-дијаграм интеграционог A/f претварача приказан је на слици 10.21. То је нелинеаран систем са јаком повратном спрегом, која има за циљ да, променом услова рада интегратора, одржава његов излаз унутар одређених граница тако што се у систему успостављају осцилације чији је период одређен временом потребним да се интеграл улазне величине промени за одређену вредност (једначина 10.44). Утицај појединих блокова,

¹⁵ У ужем смислу релаксациони осцилатори су несинусни осцилатори, код којих су осцилације произведене релативно спором акумулацијом енергије у једном елементу и њеним наглим преносом у други елемент.

односно појединих њихових карактеристика, на учестаност осциловања зависи од начина на који повратна спрега делује на интегратор.



Слика 10.21. $A \rightarrow f$ претварач

Одмеравање интеграла улазне величине остварује се на два начина:

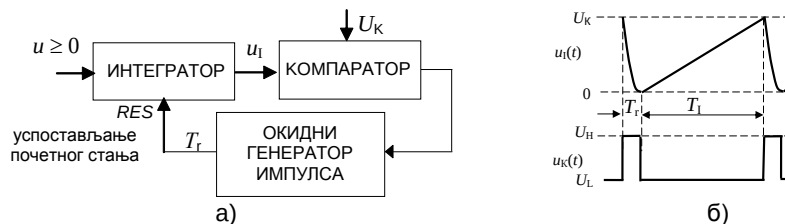
- поређењем излаза интегратора са референтним напонским нивоима који дефинишу опсег промене излаза интегратора $a_1(t)$; и
- динамичким уравнотежавањем улазне величине импулсима сталног облика и амплитуде, које генерише блок повратне спреге.

Одржавање осцилација у систему заснованом на директном поређењу постиже се на два начина. Метод једностране интеграције заснован је на брзом враћању излаза интегратора на почетну вредност, како би започео нов интервал интеграције улазне величине. Метод двостране интеграције користи интеграцију инвертоване улазне величине, да излаз интегратора не би “изашао” изван утврђених граница. У првом случају, сигнал повратне спреге “ресетује” интегратор. У другом случају, сигнал повратне спреге мења знак подинтегралне величине.

Посебну врсту A/f претварача представљају системи у којима се пресликавање $A \rightarrow f$ остварује применом инверзног, $f \rightarrow A$, пресликавања у грани повратне спреге операционог појачавача.

МЕТОД ЈЕДНОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

Метод једностране интеграције, у начелу, пружа најједноставније решење проблема реализације U/f претварача. На слици 10.22.а приказана је принципска шема једне класе претварача чији је рад заснован на овом методу. Претварач представља нелинеаран систем, са јаком повратном спрегом, у којем се успостављају осцилације које карактеришу два јасно разграничена квазистабилна стања.



Слика 10.22. U/f претварач на бази једностране интеграције

Када окидни генератор импулса није побуђен напон на излазу интегратора, $u_I(t)$, одређен је једначином:

$$u_I(t) = k_I \int_0^t u(t) dt, \quad (10.45)$$

где је k_I константа интегратора. Овакво стање траје до тренутка када напон $u_I(t)$ достигне вредност прага поређења U_K . Промена стања компаратора побуђује окидни генератор импулса, чије је трајање T_r , којим се интегратор доводи у стање када је напон на његовом излазу једнак нули¹⁶. Након истека времена T_r , започиње нови интервал интеграције и цео циклус се понавља. Када улазна величина има сталну вредност, сигнал на излазу интегратора има карактеристичан “тестераст” таласни облик (слика 10.22.6). Трајање интервала интеграције, T_I , одређено је временом потребним да се напон на излазу интегратора промени од нуле до прага поређења U_K :

$$T_I = \frac{U_K}{k_I U}. \quad (10.46)$$

Ако се трајање интервала T_r може да занемари у односу на трајање “радног интервала”, T_I , учестаност осциловања једнака је:

$$f \cong \frac{1}{T_I} = k_I \frac{U}{\Delta U_I}. \quad (10.47)$$

Уколико услов $T_r \ll T_I$ није испуњен, карактеристика преноса U/f претварача је нелинерана. Када се t временског интервала T узме у обзир, карактеристика преноса има облик:

$$f = \frac{1}{T_I + T_r} = k_I \frac{U}{U_K} (1 - \varepsilon), \quad (10.48)$$

где је ε релативна грешка која, при апроксимацији стварне карактеристике линеарним изразом (10.47), настаје услед утицаја времена T_r :

$$\varepsilon = k_I T_r U. \quad (10.49)$$

Стварна вредност учестаности је мања од вредности која би одговарала савршеном претварачу. Ово одступање је утолико веће уколико је учестаност f виша. То је систематска грешка која се може компензовати одговарајућим прилагођењем кола интегратора [18].

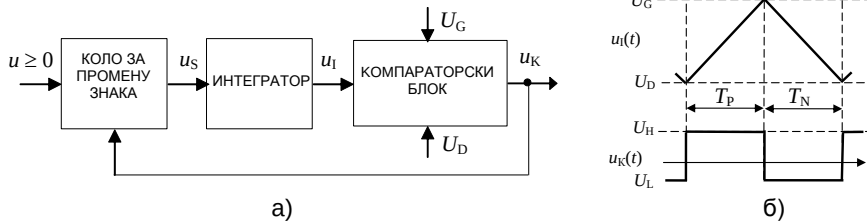
МЕТОД ДВОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

Структурни блок дијаграм U/f претварача, чији је рад заснован на методу двостране интеграције, приказан је на слици 10.23.а. Ако је улазни напон већи од нуле, у овом систему постоје два квазистабилна стања, једнозначно одређена стањем компараторског блока. У једном од њих, коло за промену знака даје на свом излазу напон $u_S(t)$ који је једнак $u(t)$. У другом, напон на улазу интегратора $u_S(t)$ једнак је $-u(t)$:

$$u_S(t) = \text{sgn} u_K \cdot u(t), \quad (10.50)$$

¹⁶ Ова фаза рада представља “интервал релаксације”.

$$\operatorname{sgn} u_K = \begin{cases} +1; u_K = U_H \\ -1; u_K = U_L \end{cases} \quad (10.51)$$

Слика 10.23. U/f претварач на бази двостране интеграције

Ако је напон на улазу компараторског блока, u_I , већи од напона U_G , излазни напон u_K је једнак U_H . Када је напон u_I мањи од напона U_D излазни напон је једнак U_L . Ако је вредност улазног напона у границама од U_D до U_G , задржава се претходно стање¹⁷. Другим речима, када се компараторски блок налазу у стању у којем је напон на излазу једнак U_H , да би се ово стање променило, потребно је да се улазни напон u_I смањи до вредности U_D . Тада излазни напон постаје једнак U_L . Да би се ово ново стање променило, потребно је да се улазни напон u_I повећа до вредности U_G . Оваква карактеристика, при $u(t) > 0$, обезбеђује успостављање осцилација чија је учестаност сразмерна вредности улазног напона. Промена напона $u_I(t)$ од вредности U_D до вредности U_G остварује се интеграцијом напона $u(t)$. Промена напона $u_I(t)$ од вредности U_G до вредности U_D остварује се интеграцијом напона $-u(t)$. На тај начин, оба квазистабилна стања се користе за добијање информације о улазној величини.

Уколико је улазни напон сталан, сигнал на излазу интегратора има “зубаст” таласни облик¹⁸ (слика 10.23.б). Опсег промене (распон) не зависи од вредности улазног напона. Учестаност осциловања одређена је изразом¹⁹:

$$f = \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U, \quad \Delta U_I = U_G - U_D. \quad (10.52)$$

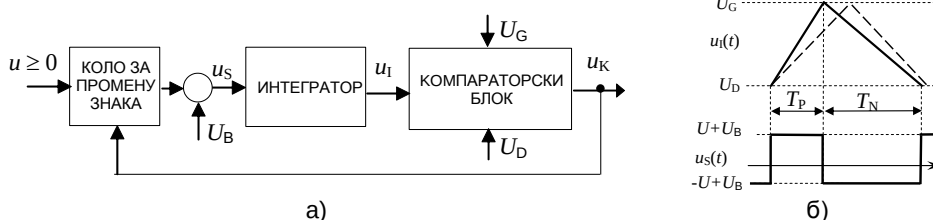
$U \rightarrow f$ пресликавање двостраном интеграцијом подразумева сложеније решење, али се одликује и бољим метролошким својствима. Промена знака подинтегралне величине може да се оствари знатно брже од успостављања почетног стања, па је нелинеарност карактеристике $f(U)$ знатно мање изражена.

¹⁷ Слично се “понаша” електромеханичко реле. Напон побуде (укључивања) је већи од напона отпуштања котве. У теорији система, таква карактеристика улаз-излаз назива се “релејна карактеристика”. У електроници, елемент са оваквом својствима се назива “компаратор са хистерезисом”.

¹⁸ У литератури на енглеском језику, ова врста претварача се назива “dual-slope voltage-to-frequency converter”.

¹⁹ Треба уочити да је трајање квазистабилних стања једнако. То омогућује да се, без утицаја на тачност, на једноставан начин, диференцирањем сигнала $u_K(t)$, добију импулси чија је учестаност појављивања двоструко виша. Тако се побољшава резолуција мерења.

Посебно обележје ове методе је да се кроз механизам измене знака подинтегралне величине смањује утицај помераја нуле (*bias*) на улазу интегратора и тако побољшава тачност (слика 10.24.а).



Слика 10.24. Утицај помераја нуле интегратора

Еквивалентни напон помераја, U_B , који настаје као резултат несавршености интеграторског појачавача, одражава се различито на трајање квазистабилних стања T_P и T_N (слика 10.24.б):

$$T_P = \frac{\Delta U_I}{k_I(U + U_B)},$$

$$T_N = \frac{\Delta U_I}{k_I(U - U_B)}.$$

Вредност излазне учестаности одређена је изразом:

$$f = \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U(1 - \varepsilon_B),$$

где је ε_B релативна грешка која настаје услед утицаја напона, U_B :

$$\varepsilon_B = \left(\frac{U_B}{U} \right)^2.$$

У претварачу са једностраном интеграцијом ова грешка је одређена изразом:

$$\varepsilon_B = \frac{U_B}{U}.$$

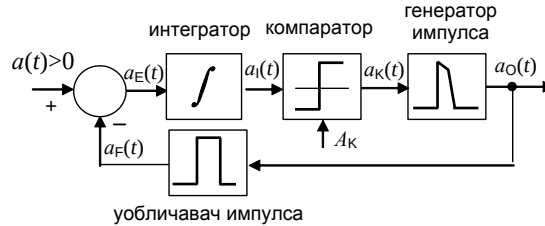
Дакле, напон U_B се првенствено одражава на несиметрију таласног облика напона $u_I(t)$, слика 10.24.б, док је, у поређењу са методом једностране интеграције, утицај на вредност учестаности смањен.

МЕТОД ДИНАМИЧКЕ РАВНОТЕЖЕ

Структурни блок дијаграм *Alf* претварача, чији је рад заснован на динамичком уравнотежавању улазног напона импулсима који се генеришу у колу повратне спреге²⁰, приказан је на слици 10.25. Ако је вредност улазне величине већа од нуле, сигнал $a_I(t)$ на излазу интегратора расте. Када достигне вредност прага поређења A_K , компаратор побуђује генератор импулса. Ови импулси се, након прецизног уобличавања, одузимају од улазног сигнала тако да сигнал на улазу интегратора постаје негативан, услед чега се $a_I(t)$ смањује испод вредности A_K . Након престанка деловања импулса, излаз интегратора поново расте док не достигне вредност A_K , што се

²⁰ У стручној литератури на енглеском језику, ова врста претварача се понекад назива "VFC with impulse feedback loop". Операција интеграције се у електроници најчешће реализује помоћу кондензатора. Подинтегрална величина је тада струја, која тече кроз кондензатор. Отуда потиче најчешће коришћен назив ове методе, "charge balancing".

детектује компаратором и цео циклус се понавља. Ако напон на улазу има сталну вредност, у овом систему могу, под одређеним условима, да се успоставе осцилације. тако да сигнали у њему представљају периодичне функције.



Слика 10.25. U/f претварач на бази динамичке равнотеже

Учестаност осциловања овакавог система биће сразмерна вредности улазног напона ако су импулси сигнала повратне спреге, $a_F(t)$, уобличени тако да за сваки импулс важи:

$$\int_0^{\tau} a_F(t) dt = \text{const} = J, \quad (10.53)$$

где је τ трајање импулса, које мора да буде краће од најкраћег периода осциловања система, да не би дошло до преклапања импулса. На временском дијаграму сигнала $a_F(t)$ такви импулси заузимају “константну површину”.

Периодичност сигнала на излазу интегратора, $a_I(t)$, значи да је његова промена током једног периода T једнака нули, $a_I(t+T) = a_I(t)$, одакле следи:

$$\int_0^T a_E(t) dt = 0.$$

Негативна повратна спрега обезбеђује “интегралну једнакост”:

$$\int_0^T a(t) dt = \int_0^T a_F(t) dt,$$

на основу које важи:

$$\frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt = \frac{\int_0^T a_F(t) dt}{T} = \frac{J}{T}.$$

За разлику од метода директног поређења, принцип динамичке равнотеже обезбеђује непрекидност интеграције улазне величине. На тај начин су избегнути ефекти везани за измену радног режима интегратора. Најзначајнија предност овог система огледа се у томе да константа преноса претварача не зависи од константе преноса интегратора, као што је то случај код претходно описаних метода директног поређења. Учестаност осциловања сразмерна је средњој вредности улазне величине:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\bar{a}}{J}. \quad (10.54)$$

Тачност пресликавања $A \rightarrow f$ зависи само од тачности којом је дефинисана “површина” нормализованих импулса који се генеришу у грани повратне спреге. У општем случају, таласни облик сигнала $a_F(t)$ је

произвољан. У практичним решењима примењују се два поступка за добијање таквих импулса.

Ако сигнал повратне спреге представља поворку струјних импулса, тада сваки од ових импулса носи исту количину наелектрисања. Практично то значи да се струјни импулс константне површине може да добије пражњењем кондензатора који је претходно био напуњен до вредности референтног напона U_{REF} :

$$J = Q = CU_{REF}, \quad (10.55)$$

где је C капацитивност кондензатора.

На други начин, константна површина импулса добија се прецизним детерминисањем њиховог облика, амплитуде и трајања. Најчешће се користе импулси правоугаоног таласног облика:

$$a_F(t) = \begin{cases} A_{REF} & \text{за } 0 \leq t < T_{REF} \\ 0 & \text{за } T_{REF} \leq t < T \end{cases}, \quad (10.56)$$

где је A_{REF} њихова амплитуда а T_{REF} трајање. Тада је $J = A_{REF} T_{REF}$, односно:

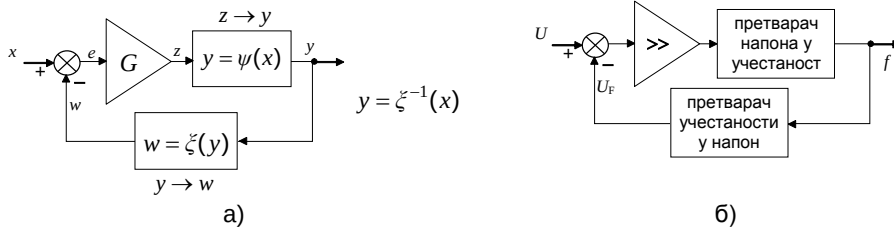
$$f = \frac{1}{T_{REF} A_{REF}} \overline{a(t)}. \quad (10.57)$$

Временски интервал може да буде дефинисан помоћу осцилатора са кристалом кварца [19]. На тај начин се постиже боља температурска стабилност константе преноса A/f претварача, али, због синхронизације са референтним осцилатором, излазни импулси се не појављују са сталним размаком ни када је улазна величина непроменљива. Међутим, иако тренутна вредност периода појављивања импулса повратне спреге представља целобројни умножак периоде референтног осцилатора, динамичка равнотежа обезбеђује да средња вредност учестаности осциловања буде одређена формулом 10.57.

Могуће је остварити и комбинацију добрих својстава методе динамичке равнотеже и методе двостране интеграције, како би се променом знака подинтегралне величине смањио утицај помераја нуле интеграторског појачавача.

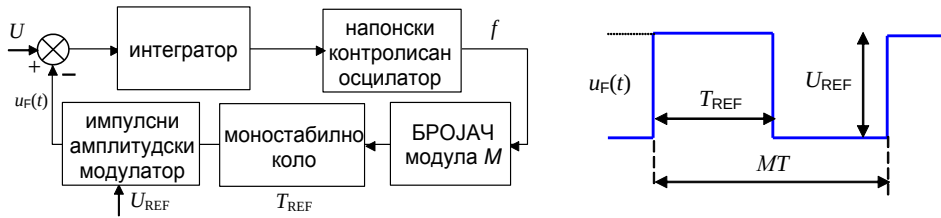
МЕТОД ПОВРАТНЕ СПРЕГЕ

Начином рада, интеграциони U/f претварачи представљају нелинеарне системе са повратном спрегом која обезбеђује успостављање осцилација. Концепција повратне спреге, међутим, омогућује да се тачност пресликавања $U \rightarrow f$ системски побољша. Као што је већ истакнуто, при довољно великом појачању у директној грани појачавача са негативном повратном спрегом (слика 10.26.а), зависност излазне величине од улаза одређена је својствима кола у грани повратне спреге. U/f претварач са повратном спрегом приказан је на слици 10.26.б

Слика 10.26. U/f претварач са повратном спрегом

На први поглед, чини се да се на овај начин само усложњава структура система, без неких суштинских предности, јер се проблем реализације тачног пресликавања $U \rightarrow f$ трансформише у проблем реализације инверзног пресликавања $f \rightarrow U$. Међутим, увођењем делитеља учестаности у коло повратне спреге, може да се смањи радна учестаност f/U претварача, а тиме се смањује и утицај прелазних појава на линеарност и стабилност карактеристике [20].

Општи структурни блок-дијаграм U/f претварача, заснованог на оваквом приступу, приказан је на слици 10.27. Напонски контролисани осцилатор (*voltage controlled oscillator, VCO*) има улогу U/f претварача од којег се захтева да на свом излазу да импULSE високе учестаности f . Тачност пресликавања $U \rightarrow f$ обезбеђује повратна спрега, која је остварена прецизним уобличавањем бинарног сигнала добијеног на излазу бројача.

Слика 10.27. Блок-дијаграм U/f претварача са повратном спрегом

Сигнал $u_F(t)$ на излазу импулсног амплитудског модулятора представља низ правоугаоних импULSE (слика 10.27.6) чија је амплитуда U_{REF} , трајање T_{REF} , а учестаност M пута нижа од учестаности f . Средња вредност сигнала $u_F(t)$ једнака је:

$$\overline{u_F} = \frac{U_{REF} \cdot T_{REF}}{M} \cdot f. \quad (10.58)$$

У стању равнотеже је:

$$\overline{u_F(t)} = \overline{u(t)}, \quad (10.59)$$

одакле следи:

$$f = \frac{M}{U_{REF} \cdot T_{REF}} \overline{u}. \quad (10.60)$$

Карактеристика преноса система у целини зависи само од амплитуде U_{REF} и

трајања T_{REF} импулса повратне спреге, а не зависи од константи преноса интегратора и напонски контролисаног осцилатора.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 *International Electrotechnical Vocabulary, part 314: Electrical and electronic measurements - Specific terms according to the type of instrument, Section 314-02: Digital instruments.*
- 2 *International Electrotechnical Vocabulary, part 351: Automatic control, section 351-32, Specific functional units in control technology.*
- 3 Susskind A. *Notes on analog-digital conversion techniques*, M.I.T. PRESS, 1963.
- 4 Hoeshele D. *Analog-to-Digital/Digital-to-Analog Conversion Techniques*, John Wiley & Sons, 1969.
- 5 E.R. Hnatek, *A user's handbook of D/A and A/D Converters*, John Wiley & Sons, 1976.
- 6 Э.И.Гитис, Е.А.Пискулов, *Аналого-цифровые преобразователи*, Энергоиздат, 1981.
- 7 *Electrical and electronic measurements - Specific terms according to the type of instrument / Digital instruments*, IEC, 314-02-01.
- 8 National Semiconductor, *ADC082500, High performance, Low Power, 8-Bit, 2.5 Gsps A/D converter.*
9. P. Crisp, *A generic DMM test and calibration strategy*", CAL LAB Magazine, 1997.
10. Agilent 3458 Multimeter, *Data sheet.*
- 11 *International Electrotechnical Vocabulary, part 704: Transmission/Quantizing in pulse code modulation (in PCM).*
- 12 B.D.Smith, *Coding by Feedback method*, *Proceedings of the I.R.E.*, Aug. 1953, pp 1053-1059.
- 13 D. Živković, M. Popović, *Impulsna i digitalna elektronika*, Akademska misao, 2004.
- 14 J.A.Irvine, D.A.Pucknell, *A Wide-range Fully-automatic Digital Voltmeter*, *The Journal of Brit. I.R.E.* Vol 20, No.7, 1960.
- 15 S. Tešić, D. Vasiljević, *Osnovi elektronike*, Građevinska knjiga, 2000.
- 16 P. Horowitz, W. Hill, *The Art of Electronics*, Cambridge University Press, 1989, p. 622.
- 17 National Semiconductor, *ADC12020, 12-Bit, 40 Msps A/D converter.*
- 18 P.Bosnjakovic, J.Kon, *A new voltage to frequency converter with the nonlinearity correction*, *Electronic Letters*, 1977, Vol 13 No 1, pp 5-6.
- 19 N. Kirianaki et al, *Data acquisition and signal processing for smart sensors*, John Wiley, 2002.
- 20 П. Бошњаковић, Б. Хаџибабић, М. Нешић, Н. Толић, Прилог остваривању еталона јединице електричне енергије, XLVIII конференција ЕТРАН-а, 2004.

“Један нови инструмент
има исту сврху као путовање...
он ствари показује
у необичним комбинацијама.”

Alfred North Whitehead
(*Science and the Modern World*)



11.

ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ

Полупроводничка технологија је убрзала развој дигиталне технике и омогућила њен продор чак и у оне области које су, не тако давно, представљала подручја апсолутне доминације аналогних решења. Дигитални пренос и обрада сигнала се примењују у телефонији, радио и аудио техници... У свим овим случајевима, међутим, коначни излаз система мора да буде аналогни сигнал. Да би се то остварило, неопходно је да се дигитални сигнал преслика на аналогни. Ову операцију остварује дигитално-аналогни претварач (*digital-to-analog converter* - DAC) [1].

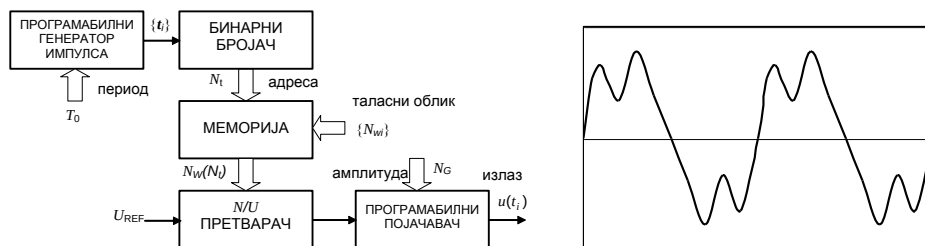
У данашње време, управљање сложеним технолошким процесима¹, географски распрострањеним системима електропривреде, нафтне и хемијске индустрије, подразумева примену процесних рачунара (*process computers*). То су, заправо, рачунарски вођени системи који у реелном времену² прикупљају, обрађују и издају податке који се односе на неки објект, са којим су повезани одговарајућим улазно/излазним интерфејсом³ [2]. Дигитално-аналогни претварач је онај део процесног система помоћу којег се остварује повезивање апстрактног дигиталног света рачунарске технике и стварног физичког света, у којем се одвијају процеси који се описују величинама које представљају функције непрекидне по времену, а чији интензитет може да има било коју вредност унутар неког опсега. На свом излазу Д/А претварач даје сигнал чији је информациони параметар једнозначно одређен нумеричком вредношћу улазног податка, али се у даљем поступку обраде узима као аналогна величина. Квалитет управљања зависи од квалитета остваривања управљачког дејства. А он се, у случају Д/А претварача, исказује његовим метролошким својствима.

¹ У теорији управљања, под процесом се подразумева скуп операција којим се остварује пренос или складиштење материјала, енергије или информације (од лат. *processus*, ток, пут и начин којим нешто постаје или бива).

² Под појмом “реално време” (*real-time*) подразумева се стварно време у којем се одвија неки физички процес. Односи се на извршавање рачунарске обраде такоређи у исто време када се одвија процес којим се управља. Процесни рачунар мора да буде у стању да “реагује” (а то значи да прихвати аналогне и дигиталне сигнале из спољашњег света, обави потребна израчунавања и генерише одговарајући излаз) унутар предетерминисаног временског интервала.

³ У ужем смислу, под интерфејсом (*interface*) се подразумева граница, у смислу споја, спреге између система или делова система преко које се врши пренос информација. Тастатура, миш и екран (монитор) представљају спрегу помоћу које се остварује размена информација између корисника и рачунарског система, односно интерфејс између човека и машине (*human machine interface* - HMI). У ширем смислу, он обухвата и програме којима се остварује одговарајући дијалог.

У мерној техници, дигитално-аналогно претварање се користи при регенерацији⁴ аналогног мерног сигнала записаног у дигиталном облику. Запис може да представља резултат претходно оствареног мерења (снимања), или низ вредности жељеног таласног облика аналогног сигнала који треба генерисати за потребе испитивања мерних средстава. Такав уређај представља програмабилну материјализовану меру временски променљиве величине (слика 11.1).



Слика 11.1. Програмабилни генератор сигнала

Пресликавање из дигиталног у аналогни облик је инверзна трансформација у односу на А/Д пресликавање. Из аналогне технике је познато да нека математичка функција може да се реализује помоћу инверзне функције, остварене у грани негативне повратне спреге појачавача веома великог појачања. У претходном поглављу приказани су А/Д претварачи засновани на овом принципу. Овде се разматрају основни појмови који се односе на пресликавање из дигиталног у аналогни домен, као и поступци којима се оно остварује. Разматра се општа класификација метода Д/А претварања и анализирају се својства основних метода.

11.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Процес којим се информација представљена бројем замењује информацијом која је представљена вредношћу погодно одабране физичке величине је, заправо, процес којим се остварује операција која је инверзна операцији мерења. У највећем броју примена користе се претварачи који на свом излазу дају аналогну величину A , чија је великост сразмерна задатом броју N :

$$A = N \Delta A, N = 0, 1, 2, \dots, N_{\text{MAX}}; \quad (11.1)$$

где је ΔA јединична вредност излазне аналогне величине. Такви Д/А претварачи се називају линеарним. У општем случају, прираштај излазне (аналогне) величине савршеног линеарног Д/А претварача сразмеран је прираштају улазне (дигиталне) величине. Ако се овај хибридни систем, који повезује дигиталну и аналогну променљиву, представи аналогним моделом, линеарни Д/А претварач се може описати једначином:

⁴ Враћање сигнала у основни облик (*signal recovery*), обнављање (од лат. *regeneratio*, поново успостављање, обнова).

$$dA = \Delta A \cdot dN, \quad (11.2)$$

у којој dN представља елементарни прираштај улазне величине, којем одговара елементарни прираштај излазне величине dA . Величина ΔA представља сачинилац сразмере, који има улогу материјализоване мере којом се дефинише великост излазне аналогне величине⁵. На основу једначине 11.2 следи:

$$A(N) = A_{\min} + \Delta A \cdot N. \quad (11.3)$$

Строго посматрано, величина A , која се добија на излазу Д/А претварача, је и даље дигитална величина, чији је скуп могућих вредности дискретан, али представља сигнал непрекидан по времену (*continuous-time*). Одзив савршеног Д/А претварача може да се представи изразом:

$$a(t) = \sum_n N(nT)h(t - nT), \quad (11.4)$$

где је $h(t)$ јединични одскачни (*step*) одзив претварача⁶, T представља период читавања вредности улазне (дигиталне) величине, а $n \geq 0$ цео број. Са становишта примене, излазни сигнал $a(t)$ се посматра (користи) као аналогна величина.

Два основна параметра Д/А претварача су укупан број вредности које излазна аналогна величина може да има и опсег вредности излазне величине. Уобичајено је да се први податак, исказан бројем бита⁷ декларише као “резолюција Д/А претварача” [3]. Као и код А/Д претварача, у питању је неадекватна примена термина који у мерној техници има одређено значење [4]. Са становишта мерне технике, резолуција Д/А претварача треба да буде исказана у јединицама излазне величине. За линеарни претварач, она представља јединични прираштај који је једнак количнику распона излазне величине (*output span*) и највеће вредности броја N .

Тачност Д/А претварача се често, погрешно, поистовећује са резолуцијом. Ова два обележја јесу блиско повезана, али се квалитативно разликују. Резолуција описује величину корака (*output step*), док тачност описује блискост слагања било које од вредности излаза са одговарајућом вредношћу изведеном из еталона јединице излазне величине.

11.2. КЛАСИФИКАЦИЈА МЕТОДА Д/А ПРЕТВАРАЊА

Дигитално-аналогни претварач омогућује да се природни број N представи вредношћу аналогне физичке величине. Са становишта електротехнике, најзначајније су две групе Д/А претварача. Прву групу чине

⁵ Величина ΔA представља „корак” (квант) промене излазне аналогне величине, прираштај излазне величине који одговара прираштају бројне вредности N за један.

⁶ У општој теорији система и сигнала, бездимензиона величина $h(t)$

$$h(t) = \begin{cases} 0; & t < 0 \\ 1; & t \geq 0 \end{cases}$$

назива се “Хевисајдова одскачна функција”.

⁷ Притом мора да буде назначен и начин кодовања.

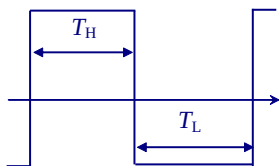
претварачи који на свом излазу дају импулсни (пулсирајући) сигнал чији је неки временски параметар одређен улазном дигиталном величином. У другу групу спадају претварачи код којих излаз представља одабрана електрична величина.

У начелу, импулсни Д/А претварачи су једноставнији и могу да буду веома тачни⁸. Ипак, претварачи који остварују пресликавање у електричну величину имају ширу примену. Они могу да се сврстају у две групе. Код параметарских претварача, аналогну величину представља карактеристични параметар неког пасивног електричног елемента: отпорника, кондензатора или калема. Код активних претварача дигитална улазна величина се пресликава у напон или струју. Ово пресликавање може да буде остварено и посредно, тако што се, на пример, прво оствари пресликавање у неки временски параметар правоугаоних импулса, а потом пресликавање у напон.

Са становишта електронске мерне технике, најзначајнији су Д/А претварачи код којих излазну величину представља струја (N/I претварачи) или напон (N/U претварачи). Производе се и као комерцијално доступна интегрисана кола, намењена за примену у системима за надзор и управљање технолошким процесима.

11.3. ИМПУЛСНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

У ужем смислу, временске параметре импулсног сигнала правоугаоног облика представљају трајање (ширина) импулса, T_H , и период њиховог појављивања T (слика 11.2). У ширем смислу, ту спадају и учестаност, која је дефинисана као реципрочна вредност периода пулсирајућег сигнала, као и бездимензионе величине које су дефинисане као функције временских параметра поворке правоугаоних импулса.



$$T_H, \quad T = T_H + T_L, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_H + T_L},$$

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{T_H}{T_H + T_L}, \quad \psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}.$$

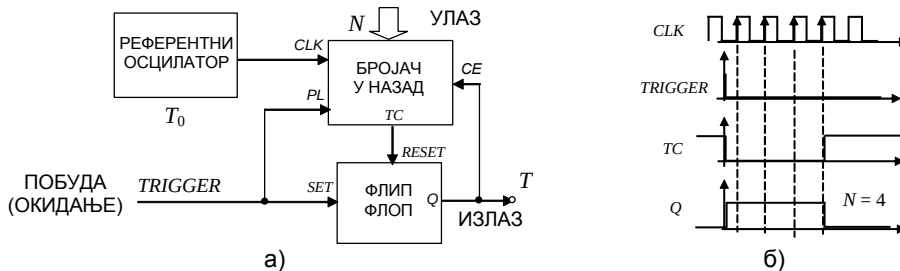
Слика 11.2. Информациони параметри правоугаоних импулса

Најједноставнији начин да се информација преслика из дигиталног у аналогни домен, заснован је на пресликавању вредности броја N на погодну одабране временске параметре импулса правоугаоног таласног облика.

Пресликавање у трајање временског интервала остварује се одбројавањем импулса чији период понављања представља јединични временски интервал. На слици 11.3.а приказана је принципска шема N/T претварача који делује као дигитално контролисани окидни генератор

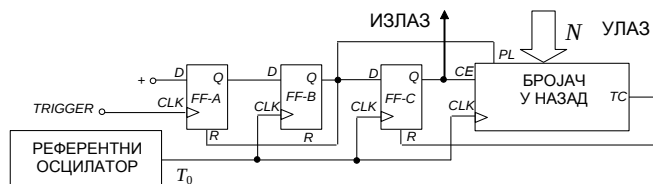
⁸ Време је величина која може да се мери и дефинише са највећом тачношћу.

импулса. Излазну величину T представља трајање временског интервала током којег је излаз претварача у стању логичке јединице. Сигнал $TRIGGER$ представља краткотрајни импулс којим се покреће (окида) процес генерисања импулса.



Слика 11.3. Окидни N/T претварач

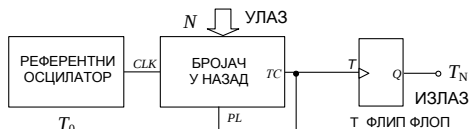
Одмеравање се остварује помоћу бројача “у назад” (*down-counter*). Команда $TRIGGER$ преко улаза PL (*parallel load, preset enable*) уписује број N у бројач и поставља (SET) флипфlop у стање у којем је на његовом излазу логичка јединица. Тиме је, преко улаза CE (*count enable*), омогућено одбројавање импулса који су из референтног осцилатора доведени на бројачки улаз CLK (*clock input*). Одбројавање се врши тако да се са сваким тактним импулсом садржај бројача смањује за један. Када бројач дође до нуле, на његовом излазу TC (*terminal count*) појављује се сигнал који флипфlop враћа ($RESET$) у основно стање. Тиме је завршено одмеравање временског интервала током којег је излаз Q флипфлoпа у стању логичке јединице. Његово трајање је одређено периодом појављивања импулса на излазу референтног осцилатора, T_0 , и бројем N који је, на почетку одмеравања временског интервала, уписан у бројач. Временски дијаграми су приказани на слици 11.3.б. Обзиром да тренутак окидања није коинцидентан са импулсима који се одбројавају, интервал T је, мање или више, краћи од NT_0 . То може да се избегне ако се изврши синхронизација почетка одмеравања временског интервала T , на начин приказан на слици 11.4.



Слика 11.4. Окидни N/T претварач са синхронизованим излазом

Флипфlop $FF-A$ памти појаву сигнала $TRIGGER$ до тренутка када ће захтев бити прочитан тактним импулсом из референтног осцилатора и унет у флипфlop $FF-B$. Флипфlop $FF-A$ се тада враћа у основно стање, а са првим следећим импулсом то чини и флипфlop $FF-B$. На тај начин се на излазу флипфлoпа $FF-B$ добија импулс, чије је трајање једнако T_0 , којим се број N уписује у бројач (PL), и омогућује синхроно пребацивање флипфлoпа $FF-D$ у стање у којем је на његовом излазу логичка јединица. Тиме започиње одмеравање интервала $T = NT_0$.

На сличан начин, помоћу бројача “у назад” може да се оствари и пресликавање $N \rightarrow T$, где је T период појављивања импулса. Слика 11.5 приказује принцип рада. T -флипфлоп омогућује добијање сигнала чија оба логичка стања имају једнако трајање NT_0 .

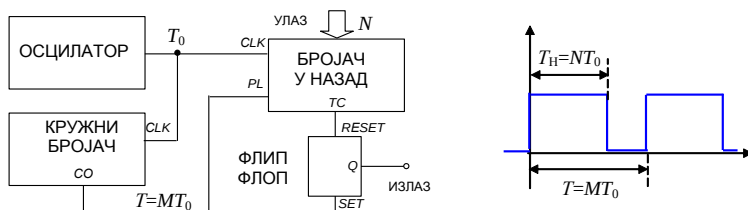


Слика 11.5. N/T претварач са симетричним периодичним излазом

Посебан значај у електротехници имају импулсни сигнали чији је један карактеристични параметар величина θ , која је дефинисана као однос ширине импулса T_H и периода њиховог понављања T :

$$\theta = \frac{T_H}{T}. \quad (11.5)$$

Примењују се у телекомуникацијама, аутоматици, електроници и аналогој мерној техници. Принцип рада N/θ претварача приказан је на слици 11.6.



Слика 11.6. N/θ претварач

Кружни бројач је бројач модула M , који делује као делитељ учестаности. Он одређује период T излазних импулса:

$$T = MT_0. \quad (11.6)$$

На свом излазу CO (carry out) даје кратак импулс којим се у бројач у назад уписује вредност броја N . На тај начин је одређено трајање (ширина) излазних импулса, T_H :

$$T_H = NT_0. \quad (11.7)$$

На основу релација 11.6 и 11.7 следи:

$$\theta = \frac{N}{M}. \quad (11.8)$$

Треба уочити да величина θ не зависи од вредности T_0 (односно од тачности осцилатора), већ само од односа бројева N и $M > N$. Учестаност осцилатора одређује учестаност излазних импулса:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{MT_0} = \frac{f_0}{M}, \quad (11.9)$$

али не утиче на тачност пресликавања $N \rightarrow \theta$. У уређајима са

микропроцесорима ово претварање може да се оствари софтверски. Микроконтролери⁹ имају посебан излаз који је намењен за реализацију пресликавања $N \rightarrow \theta$.

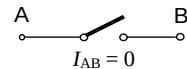
11.4. ЕЛЕКТРИЧНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

Електрични Д/А претварач представља дигитално управљану електричну мрежу. Састоји се од скупа електричних елемената, који представљају материјализоване мере (еталоне) одређене величине, и прекидача¹⁰ који омогућују да се мења топологија мреже. Посматрано са стране прикључака који представљају излазни приступ, таква мрежа делује као један, пасиван или активан, елемент чији је карактеристични параметар одређен стањима прекидача.

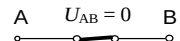
11.4.1 ЕЛЕКТРОНСКИ ПРЕКИДАЧИ

Електронски прекидач (*electronic switch*) је елемент чија се унутрашња отпорност R_{SW} веома много мења у зависности од стања у којем се налази. Када је прекидач искључен, струјно коло је прекинуто (отворено, *open*). Када је прекидач укључен струјно коло је затворено (*closed*).

Струја у грани кола у којем се налази савршен прекидач у стању “отворен” једнака је нули, а напон U_{AB} између крајева прекидача има вредност одређену стањем кола у којем се прекидач налази.



Када је савршени прекидач “затворен” напон U_{AB} је једнак нули, а струја у грани кола у којем се прекидач налази има вредност одређену параметрима других елемената кола.



Отпорност савреног прекидача је једнака нули, када је прекидач “затворен”, односно бесконачно велика, када је прекидач “отворен”. Стање прекидача (отворен, затворен) представља бинарну променљиву. Уобичајено је да се ова стања означавају са “OFF” и “ON”. Управљиви електронски прекидач је елемент са три прикључка. Његово стање је одређено вредношћу бинарне управљачке променљиве b . Када је прекидач отворен ($b = 0$), струјно коло је прекинуто. Када је прекидач затворен ($b = 1$), струјно коло је затворено.



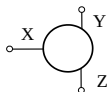
Слика 11.7. Управљиви електронски прекидач

Помоћу управљивих прекидача се мења конфигурација електронских кола и остварују све функције обраде сигнала у дигиталној електроници. Електронски прекидач је основни елемент на којем се заснива рад дигиталних кола уређаја и система. У највећем броју случајева прекидачка функција се

⁹ Микроконтролер (*microcontroller*) је микропроцесор прилагођен задацима управљања разноврсним уређајима односно процесима.

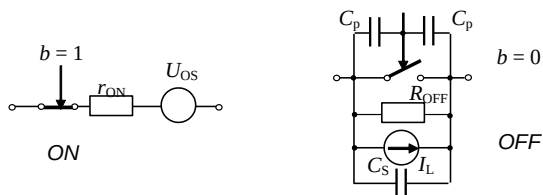
¹⁰ Савршени електрични прекидач (*switch*) је елемент који може да има два стања, од којих једно представља кратак спој, а друго прекид.

остварује помоћу појачавачких елемената. У најједноставнијем случају то су трополни елементи, који симболички могу да се прикажу кругом (слика 11.8). Преко улазног прикључка, који је на слици означен са X , управља се стањем елемента. У стању “ON” успостављена је проводна веза између излазних прикључака Y и Z . У стању “OFF” прекидачки елемент је закочен, непроводан¹¹.



Слика 11.8. Трополни елемент као прекидач

При анализи прекидачких мрежа треба имати у виду да стварни прекидач у затвореном стању (ON) има сопствену унутрашњу отпорност, r_{ON} која није једнака нули. Осим тога, између крајњих тачака (прикључака) затвореног прекидача може да постоји разлика потенцијала (напон помераја, офсет, U_{OS}) и када је струја кроз прекидач једнака нули (слика 11.9).

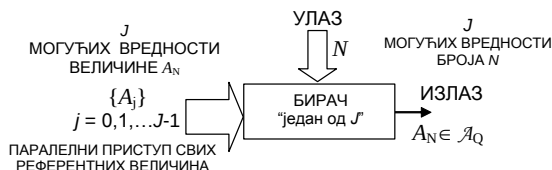


Слика 11.9. Еквивалентно коло отвореног и затвореног прекидача

Када је прекидач отворен (OFF), треба узимати у обзир више елемената. То су, пре свега, коначна паралелна отпорност (R_{OFF}), паразитне капацитивности (C_P), као и струја одвода¹² (I_L).

11.4.2 КЛАСИФИКАЦИЈА ЕЛЕКТРИЧНИХ Д/А ПРЕТВАРАЧА

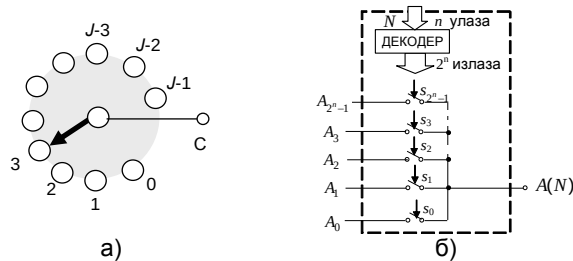
У зависности од броја еталон-мера, које су употребљене да би се омогућило остваривање било које од вредности квантоване величине на излазу, могу да се дефинишу две основне врсте електричних Д/А претварача. У граничном случају, претварач може да садржи онолико различитих еталона колико постоји елемената у скупу $\mathcal{A}_Q$ могућих вредности квантоване величине. На основу задатог броја N , прекидачка мрежа прикључује на излаз једну, изабрану референтну величину (слика 11.10).

Слика 11.10. N/A претварач као бирач

¹¹ У појачавачке електронске елементе спадају електронске цеви, биполарни транзистори и транзистори са ефектом поља. Управљачки улаз (X) је решетка електронске цеви, база биполарног транзистора, односно гејт транзистора са ефектом поља.

¹² Струју цурења (*leakage*) код полупроводничких елемената одређује инверзна струја PN -споја.

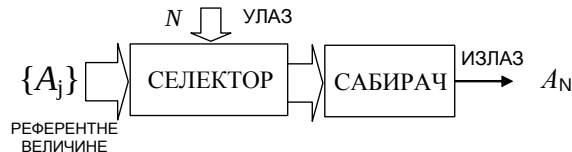
Прекидачке мреже које омогућују да се само један од више улазних сигнала проследи на излаз називају се мултиплексери¹³. Функционално, мултиплексер делује као електромеханички вишеположајни прекидач (преклопник), приказан на слици 11.11.а, којим се један од J независних крајева (прикључака од “0” до “ $J-1$ ”) повезује са заједничким крајем (прикључаком “C”). Његов електронски еквивалент (слика 11.11.б) садржи J једноположајних аналогних прекидача и декодер¹⁴ који улазни податак (број N), представљен n -битним тежинским кодом, пресликава у код “један од J ”. Само један од прекидача, s_0 до s_{J-1} , може да буде побуђен (затворен), чиме се остварује веза између одговарајућег улаза и излаза “C”.



Слика 11.11. Мултиплексер

У општем случају мултиплексерски N/A претварач не мора да остварује линеарно пресликавање. Вредности елемената скупа $\mathcal{A}_Q$ могу да буду произвољне (унутар граница које су дефинисане декларисаним опсегом вредности величине A_N). Такав претварач се користи као хибридни генератор функције. Број различитих елемената скупа $\mathcal{A}_Q$ може да буде мањи од броја могућих вредности улазне величине¹⁵.

Другу врсту представљају претварачи код којих је број садржаних еталона мањи од броја могућих вредности квантоване величине, али су вредности карактеристичног параметра ових еталон-мера одабране тако да се њиховим сабирањем, у различитим комбинацијама, могу да остваре све вредности скупа $\mathcal{A}_Q$. Такав, комбинациони, претварач може да се представи шемом приказаном на слици 11.12.

Слика 11.12. Комбинациони N/A претварач

Основну функционалну јединицу претварача представља “селектор”. То је прекидачка мрежа са више улаза, од којих само неки¹⁶ могу да буду прослеђени на припадајући излаз. Референтне аналогне величине, одабране

¹³ У електроници, мултиплексер (*multiplexer*, *mux*) је елемент са више улаза и једним излазом на који се прослеђује један, изабрани, улазни сигнал. Назив потиче од лат. *multiplex* многострук.

¹⁴ Декодер је комбинациона мрежа која обавља функцију конвертора кода.

¹⁵ У том случају, функција $A(N)$ је једнозначна, али то не важи за инверзну функцију, $N(A)$.

¹⁶ Назив потиче од лат. *selectio* одабирање, избор.

вредношћу броја N , пропуштају се на излаз селектора. Вредност излазне величине A_N једнака је збиру одабраних еталон-мера.

11.4.3 ПАРАМЕТАРСКИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

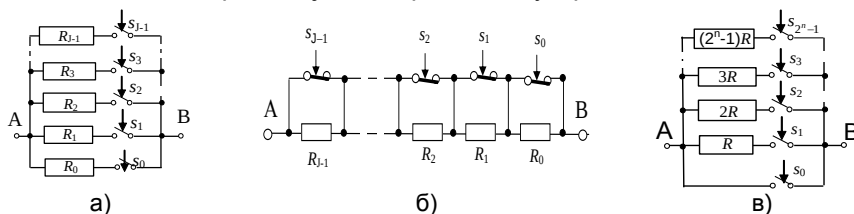
Параметарски Д/А претварачи су, заправо, дигитално управљани (подесиви) пасивни елементи електричних мрежа. Такав претварач представља електричну мрежу са једним приступом која се састоји од скупа електричних елемената исте врсте (отпорника, кондензатора или калемова) и прекидача који омогућују да се мења топологија мреже. Електрични елементи представљају материјализоване мере (еталоне) одређене величине. Посматрано са стране прикључака који представљају приступ, таква мрежа делује као један пасивни елемент чији се карактеристични параметар (отпорност, проводност, капацитивност или индуктивност) задаје дигитално, положајима прекидача.

Први параметарски претварачи, коришћени као подесиви еталони при остваривању разноврсних мерних метода у електричним мерењима, били су засновани на механичким прекидачима. За аутоматизацију мерних процедура примењивана су електромеханичка релеа¹⁷. У савременим електронским уређајима, комутационе мреже заменили су електронски прекидачки системи¹⁸, остварени помоћу активних електронских елемената (транзистора).

Најширу примену имају отпорничко-прекидачке мреже којима се остварује $N \rightarrow R$ односно $N \rightarrow G$ пресликавање. Операција сабирања у комбинационим претварачима остварује се редном односно паралелном везом еталон-отпорника.

11.4.3.1 N/R ПРЕТВАРАЧИ

На слици 11.13 приказани су мултиплексерски N/R претварачи. Број отпорника који мрежа садржи, J , једнак је броју различитих вредности дигиталне величине N . Вредности отпорности се подешавају тако да одговарају жељеном закону пресликавања $N \rightarrow R$. У сваком тренутку само један од отпорника из скупа од R_0 до R_{J-1} је прикључен између чворова A и B . То се остварује затварањем одговарајућег прекидача у мрежи на слици 11.13.а, односно, отварањем једног прекидача у мрежи на слици 11.13.б.



Слика 11.13. Мултиплексерски N/R претварачи

¹⁷ Реле (*relay*) је електромеханички склоп који обавља функцију електрички управљаног прекидача којим се укључују и искључују делови електричних кола односно мрежа. Од лат. *selectio* одабирање, избор.

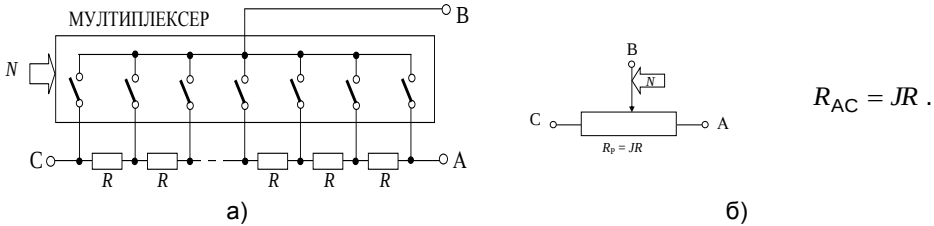
¹⁸ Електромеханичка релеа, са контактима квашеним живом, још увек се примењују у мултиплексерима код којих се захтева мала унутрашња отпорност затвореног прекидача.

Пресликавање $N \rightarrow R$ је линеарно:

$$R_{AB} = NR, \quad (11.10)$$

ако вредности отпорности R_j представљају растући низ, почевши од нуле, са јединичним прираштајем који је једнак R (слика 11.13.в). У општем случају зависност $R_j(j)$ може да има произвољан облик¹⁹.

Еталон-отпорници могу да имају једнаке отпорности, ако се примени другачија отпорничко-прекидачка мрежа, као што је приказано на слици 11.14.а. Квантована величина образује се редном везом јединичних еталона.



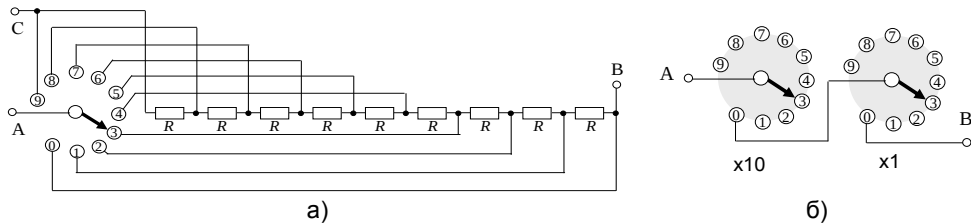
Слика 11.14. Линеарни N/R претварач

Ако се посматрају сва три чвора, А, В и С, оваква отпорничко-прекидачка мрежа делује као “дигитални потенциометар” (слика 11.14.б).

$$R_{AB}(N) = \sum_{j=0}^N R_j = NR; \quad R_j = R; \quad j = 0, 1, 2 \dots J-1; \quad (11.11)$$

$$R_{CB}(N) = (J - N)R. \quad (11.12)$$

На основу овакве структуре се израђују “декадне отпорничке кутије” које представљају ручно подесиве еталоне отпорности (слика 11.15.а). Две овакве јединице, чије су отпорности у односу 10:1, повезане на одговарајући начин (слика 11.15.б), обезбеђују да се, са само две групе од по девет једнаких отпорника, добије 100 вредности отпорности.

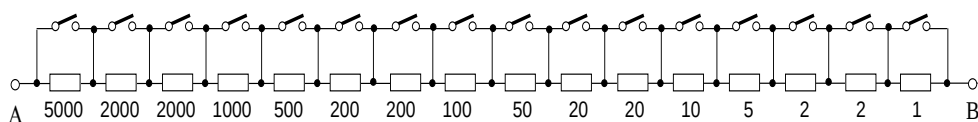


Слика 11.15. Декадни N/R претварач

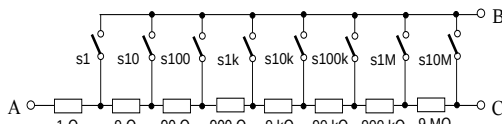
Редна веза омогућује да се отпорност између приступних прикључака мреже образује сабирањем погодном одабраних вредности, тако да се користи мањи број еталон-отпорника. На слици 11.16. приказан је комбинациони N/R претварач који садржи само 16 отпорника, а омогућује задавање било које отпорности у опсегу од нуле до 11 110 Ω , у корацима по један ом²⁰ [5].

¹⁹ Један од примера примене такве мреже је симулатор отпорничког сензора, који се користи при еталонирању мерних претварача.

²⁰ Оваква структура називана је “француски низ”.

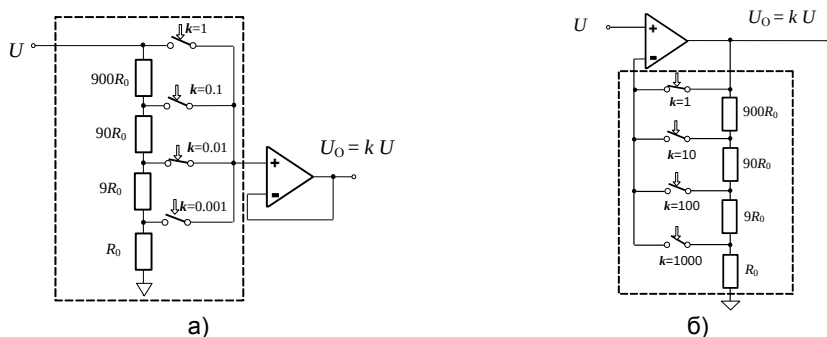
Слика 11.16. Комбинациони N/R претварач са четири декаде

За калибрацију мерила отпорности користе се еталонски калибратори који омогућају задавање декадних вредности отпорности, на пример од $1\ \Omega$ до $10\ \text{M}\Omega$ (слика 11.17).



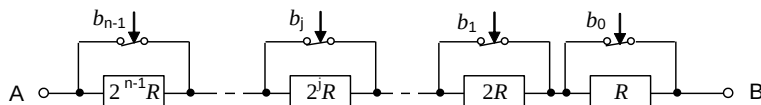
Слика 11.17. Калибратор отпорности

Оваква мрежа користи се за израду програмабилног декадног делитеља напона (слика 11.18.а), односно појачавача (слика 11.18.б).



Слика 11.18. Програмабилни појачавачи

За остваривање линеарног N/R претварача, најповољније решење, у погледу односа броја вредности квантоване величине и броја отпорника, постиже се ако је скуп еталон-отпорника образован у складу са тежинским позиционим записом броја N . Број отпорника једнак је броју бита, n , а њихове вредности су у истом односу као и разреди у примењеном тежинском запису броја N . Такав комбинациони N/R претварач, са мрежом бинарно одмерених отпорника (*weighted-resistor network*) приказан је на слици 11.19.

Слика 11.19. Бинарни N/R претварач

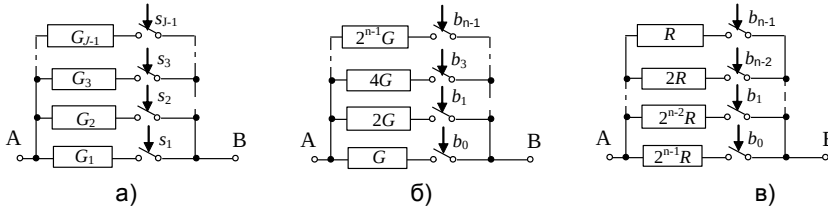
Прекидач је затворен када је одговарајући бит b_j једнак нули, тако да важи:

$$R_{AB} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j R_j = \sum_{j=0}^{n-1} b_j 2^j R = NR, \quad R_j = 2^j R. \quad (11.13)$$

11.4.3.2 N/G ПРЕТВАРАЧИ

У начелу, N/R претварач је и N/G претварач, обзиром на једнозначну везу електричне отпорности и проводности. Мултиплексерски N/G претварач има један прекидач мање (слика 11.20.а). Отпорност еталон-отпорника је обрнуто сразмерна вредности броја N коју представља:

$$R_j = \frac{1}{G_j}; j = 1, \dots, J-1. \quad (11.14)$$



Слика 11.20. N/G претварачи

Линеарни комбинациони N/G претварач (слика 11.20.б) заснован је на паралелној вези еталон-отпорника чија је проводност сразмерна редном броју одговарајућег места у тежинском позиционом запису броја N :

$$G_{AB} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j G_j = \sum_{j=0}^n b_j 2^j G = NG, G_j = 2^j G. \quad (11.15)$$

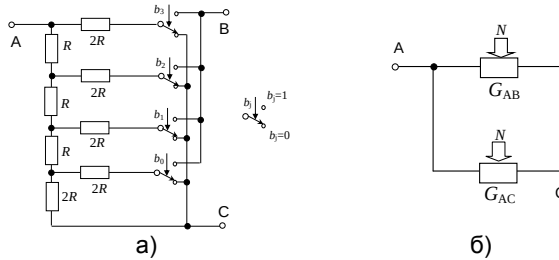
Ако се посматрају отпорности у појединим гранама (слика 11.20.в), њихове вредности образују бинарни низ, који расте од бита највеће тежине (MSB) до бита најмање тежине (LSB)²¹:

$$R_j = \frac{2^{n-1}}{2^j} R. \quad (11.16)$$

Отпорност између тачака A и B обрнуто је сразмерна вредности броја N :

$$R_{AB} = \frac{1}{G_{AB}} = \frac{2^{n-1}}{N} R. \quad (11.17)$$

Основни недостатак описане мреже је велики распон вредности отпорности. Овај проблем се превазилази применом мрежа које имају другачију структуру. Лествичаста мрежа (*ladder-network*), приказана на слици 11.21.а. има три прикључка и нека посебна својства.



Слика 11.21. N/G претварач са лествичастом $R-2R$ мрежом

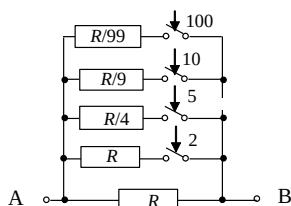
²¹ У литератури на српском језику уобичајено је да се таква мрежа назива "тежинска мрежа".

Анализа²² показује да, у односу на прикључке А, В и С, ова мрежа може да се представи еквивалентном шемом приказаном на слици 11.21.б, за коју важи:

$$G_{AB} = \frac{N}{2^n R}, \quad G_{AC} = \frac{1}{R} - \frac{N}{2^n R}. \quad (11.18)$$

У поређењу са одговарајућом мрежом образованом од бинарно одмерених отпорника, лествичаста мрежа захтева више елемената, као и сложеније, преклопне прекидаче. Има једну, али одлучујућу предност: захтева само две вредности еталон-отпорника, независно од дужине броја N . Са становишта технологије интегрисаних кола, то својство је веома значајно. Овакве мреже се израђују као посебна интегрисана кола [6].

Једна од примена N/G претварача је остваривање програмабилног шанта (отоке) за мерење струје. Мрежа приказана на слици 11.22 омогућује ручно или аутоматско задавање пет мерних опсега, чији је однос 1:2:5:10:100. Она обезбеђује да је струјно коло, у које је уметнута, увек затворено, без обзира на стање прекидача. То има посебан значај када се испитује извор струје, јер тада прекид везе између мерних прикључака А и В (при промени мерног опсега) представља нерегуларно стање (које може да утиче на рад извора или да има штетне последице).



Слика 11.22. Програмабилни мерни отпорник - шант

11.4.4 АКТИВНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

У најопштијем смислу, активни Д/А претварачи представљају дигитално управљане изворе напона односно струје. У начелу, постоје две могућности за реализацију активних Д/А претварача. Као и претварачи пасивних величина, они могу да буду остварени помоћу одабраног скупа појединачних еталон-мера и одговарајуће прекидачке мреже. Материјализоване мере у овом случају представљају референтни извори мерног сигнала, чија је карактеристична величина (напон или струја) одређена са прихватљивом мерном несигурношћу. У зависности од задатог броја N , на излаз се прослеђује само један одабрани сигнал (слика 11.10), или се излазни сигнал образује као комбинација сигнала различитих извора (слика 11.12).

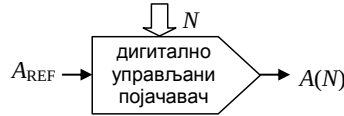
Друга могућност је да се жељено пресликавање $N \rightarrow A$ оствари посредно, тако што се вредност броја N преслика на вредност неког од

²² Заснована на примени израза за израчунавање оптпорности редне и паралелне везе отпорника, као и принципа суперпозиције.

електричних параметра којим је одређено појачање неког појачавача. Ако на улазу таквог појачавача делује референтна величина A_{REF} , његова излазна величина A представља функцију броја N (слика 11.23):

$$A_N = A_{\text{REF}} k(N), \quad (11.19)$$

где је $k(N)$ дигитално контролисано појачање појачавача. У општем случају, величине A_{REF} и A не морају да имају исту физичку природу. Димензија величине k једнака је количнику димензија излазне и улазне величине.



Слика 11.23. Активни Д/А претварач као појачавач

Другим речима, активни Д/А претварач делује као дигитално управљани мерни појачавач, који може да буде:

- извор струје управљан напонем (*voltage-controlled current-source*),
- извор струје управљан струјом (*current-controlled current-source*),
- извор напона управљан напонем (*voltage-controlled voltage-source*),
- извор напона управљан струјом (*current-controlled voltage-source*).

Ово је најраспрострањенији начин да се дигитална величина представи вредношћу напона или струје. Такав Д/А претварач представља мешовити систем који има два улаза и један излаз. Промене дигиталног улазног сигнала испољавају се као промене излазне величине, при чему референтна аналогна величина A_{REF} утиче на сачинилац размере.

У најједноставнијем случају, пресликавање $N \rightarrow A$ је линеарно, а величине A_{REF} и A имају исту димензију. Обично се размак између две суседне вредности излазне аналогне величине, ΔA , подешава тако да буде:

$$\Delta A = \frac{A_{\text{REF}}}{J}, \quad (11.20)$$

где је J укупан број елемената које чине скуп могућих вредности излазне величине. Ако је дигитална улазна величина, N , представљена n -битним природним бинарним кодом:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \cdot 2^i, \quad (11.21)$$

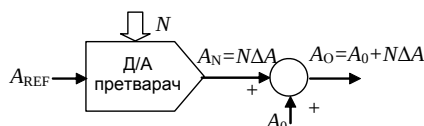
тада је $J = N_{\text{MAX}} + 1 = 2^n$, и важи:

$$A = \frac{N}{2^n} A_{\text{REF}}. \quad (11.22)$$

Најмања вредност излазне аналогне величине A једнака је нули, а највећа:

$$A_{\text{MAX}} = \frac{2^n - 1}{2^n} A_{\text{REF}}. \quad (11.23)$$

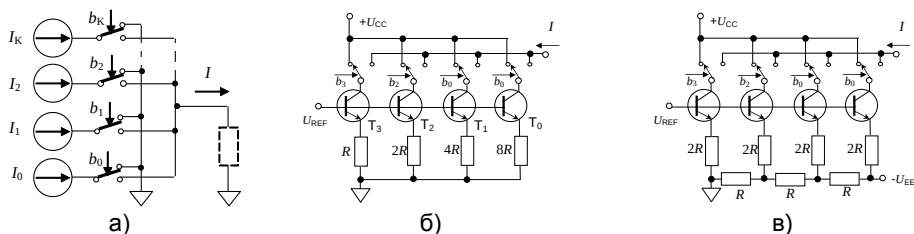
Знак излазне величине одређен је знаком референтне аналогне величине A_{REF} . Биполарна излазна величина (која може да буде позитивна или негативна) добија се “поларизацијом” излаза²³ (слика 11.24).



Слика 11.24. Поларизација Д/А претварача

11.4.4.1 N/I ПРЕТВАРАЧИ

Мултиплексерски и комбинациони N/I претварачи имају нешто сложенију структуру. Наиме, да би се обезбедили референтни радни услови, неопходно је да излазно коло извора струје, које се користи као еталон мере (слика 11.25.а), буде увек затворено. Да би се то остварило, користе се двоструки (преклопни) прекидачи.

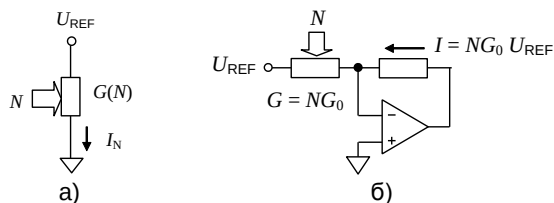


Слика 11.25. N/I претварачи

У колу приказаном на слици 11.25.б приказани су извори струје остварени помоћу биполарних транзистора. Интензитети колекторских струја транзистора су у односу отпорности њихових емиторских отпорника. У колу приказаном на слици 11.25.в скалирање струја остварено је помоћу R-2R лествичасте мреже.

Ефикасан начин да се реализује пресликавање $N \rightarrow I$ је коришћење извора референтног напона и N/I претварача. У колу приказаном на слици 11.26.а, струја коју даје извор референтног напона U_{REF} одређена је вредношћу броја N:

$$I_N = U_{REF} G(N). \quad (11.24)$$



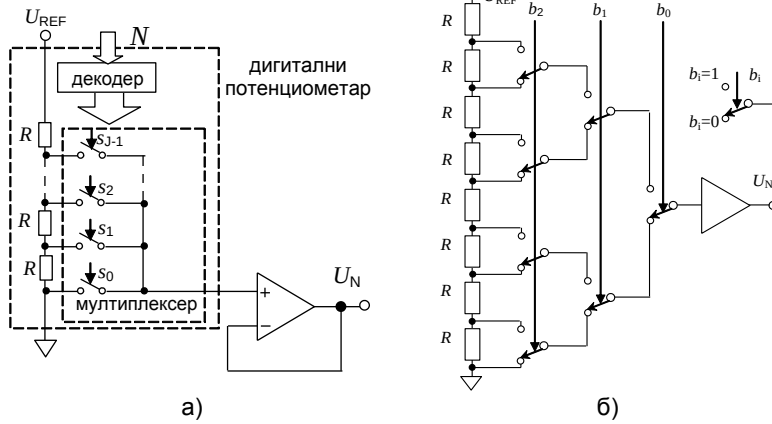
Слика 11.26. N/I претварачи

²³ Под поларизацијом (енг. *bias*) се, у општем смислу, подразумева додавање (суперпозиција) одређене вредности посматраној величини, са циљем промене односно остваривања одговарајућих радних услова.

Практична решења заснована су на примени операционог појачавача. Струја која тече кроз оптерећење у грани повратне спреге појачавача на слици 11.26.б, сразмерна је вредности броја N .

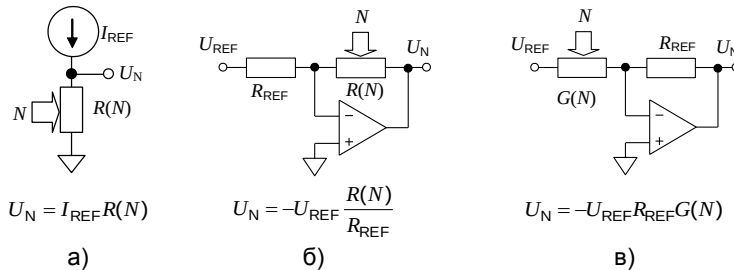
11.4.4.2 N/U ПРЕТВАРАЧИ

Најширу примену у савременој мерној техници имају дигитално-аналогни претварачи чија је излазна величина електрични напон. Када се не захтева висока резолуција примењују се мултиплексерски претварачи²⁴. Линеарни дигитални потенциометар прикључен на извор референтног напона представља линеарни N/U претварач (слика 11.27.а). Јединични појачавач има задатак да одвоји отпорничку мрежу од оптерећења прикљученог на излаз N/U претварача. Прекидачка мрежа приказана на слици 11.27.б обједињује функције декодера и мултиплексера [7].



Слика 11.27. Мултиплексерски N/U претварач

Када улазни податак има више од осам бита, методе посредног пресликавања, засноване на примени комбинационих пасивних претварача, омогућују ефикасније решење. На слици 11.28.а приказан је принцип рада. Сlike б) и в) приказују решења са операционим појачавачем.



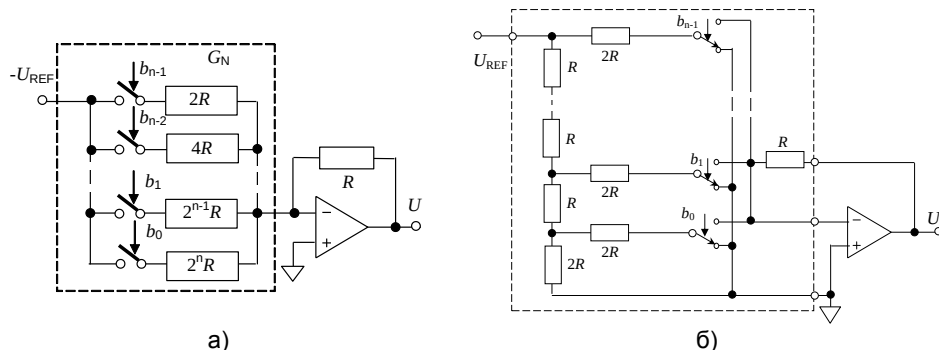
Слика 11.28. N/U претварачи са посредним пресликавањем

Принципска електрична шема линеарног N/U претварача са тежинском отпорничком мрежом приказана је на слици 11.29.а. У улазном колу

²⁴ То су била прва решења проблема пресликавања из дигиталног у аналогни домен.

инвертујућег појачавача налази се дигитално контролисана проводност G_N :

$$G_N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j G_j = \frac{N}{2^n R}. \quad (11.25)$$



Слика 11.29. Линеарни N/U претварачи

Излазни напон одређен је једначином:

$$U = RG_N U_{REF} = N \frac{U_{REF}}{2^n}. \quad (11.26)$$

Јединични прираштај излазног напона, ΔU , једнак је:

$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n}. \quad (11.27)$$

Највећа вредност излазног напона је мања од U_{REF} :

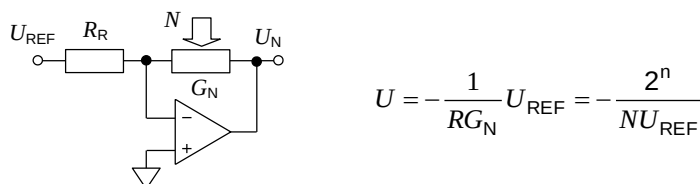
$$\max U = \frac{2^n - 1}{2^n} U_{REF} = U_{REF} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) < U_{REF}. \quad (11.28)$$

На слици 11.29.б приказан је линеарни N/U претварач са лествичастом R - $2R$ мрежом. Оваква структура се често примењује при изради интегрисаних електронских кола.

Треба уочити да линеарни N/U претварач у суштини представља хибридни множач:

$$U_N = \frac{U_{REF} N}{N_{MAX} + 1}. \quad (11.29)$$

Модификацијом кола са слике 11.29.а, тако што отпорник R и мрежа G_N замене места, добија се хибритни делитељ (слика 11.30):

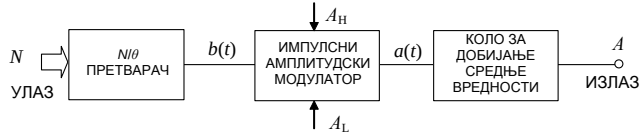


Слика 11.30. N/U претварач као хибридни делитељ

$$U = -\frac{1}{RG_N} U_{REF} = -\frac{2^n}{NU_{REF}}$$

11.4.4.3 $N/\theta/A$ ПРЕТВАРАЧИ

Активни електрични Д/А претварачи могу да буду остварени помоћу посредног пресликавања у импулсни домен. Постоји више начина да се то постигне. На слици 11.31. приказан је општи структурни блок дијаграм $N/\theta/A$ претварача.



Слика 11.31. $N/\theta/A$ претварач

Пресликавање $N \rightarrow A$ се остварује у два корака. У првом кораку улазна дигитална величина пресликава се на временске параметре низа правоугаоних импулса $b(t)$ тако да је однос (количник) трајања ширине импулса, T_H , и периода њиховог понављања, T , сразмеран броју N :

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{N}{N_{\text{MAX}}} ; \quad (11.30)$$

где је N_{MAX} највећа вредност броја N .

У другом кораку се бинарни сигнал $b(t)$ уобличава тако да се добије импулсни сигнал $a(t)$ који има прецизно одређене вредности нивоа који одговарају логичкој јединици (тада је $a = A_H$) и логичкој нули ($a = A_L$). Средња вредност тако добијене поворке импулса одређена је изразом:

$$\overline{a(t)} = \theta(A_H - A_L) + A_L = \frac{N}{N_{\text{MAX}}} (A_H - A_L) + A_L . \quad (11.31)$$

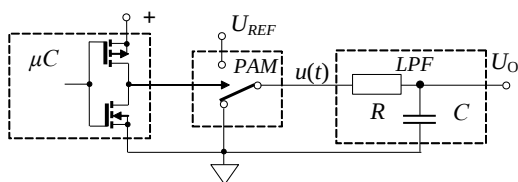
Елементарни прираштај (корак) који одређује резолуцију излазне величине једнак је:

$$\Delta A = \frac{A_H - A_L}{N_{\text{MAX}}} . \quad (11.32)$$

Обично је $A_H = A_{\text{REF}}$ и $A_L = 0$, чиме се карактеристика преноса своди на облик:

$$A = \overline{a(t)}_L = \frac{N}{N_{\text{MAX}}} A_{\text{REF}} . \quad (11.33)$$

Функцију импулсног амплитудског модулятора (*pulse amplitude modulator* - PAM) остварује електронски преклопни прекидач. Најједноставнији начин за добијање средње вредности аналогног сигнала пружа филтер пропусник ниских учестаности (*low-pass filter* – LPF). На слици 11.32 приказан је $N/\theta/U$ претварач заснован на микроконтролеру (μC). Пресликавање $N \rightarrow \theta$ остварује се софтверски. Средња вредност импулсног напона $u(t)$ добија се помоћу једноставног RC-кола којим се потискује наизменична компонента, која представља носећу учестаност ширински модулисаних импулса сталне учестаности.

Слика 11.32. $N/\theta/U$ претварач са микроконтролером

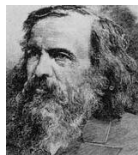
Недостатак оваквог поступка представљају, пре свега, ограничења која уноси филтер пропусник ниских учестаности, односно компромис који мора да се учини између опречних захтева у погледу економичности, тачности, брзине одзива и величине “заостале” наизменичне компоненте, која доводи до нежењеног “таласања” излазног сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 *International Electrotechnical Vocabulary, part 351: Automatic control, section 32, Specific functional units in control technology.*
- 2 *International Electrotechnical Vocabulary, part 351: Automatic control, section 30, Process computer systems.*
- 3 *National Semiconductor, DAC0800, 8-Bit Digital-to-Analog Converter.*
- 4 *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM), 2007.*
- 5 В. Ђ. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967.
- 6 *HS 3140, Monolithic 14-bit MDAC, Hybrid systems..*
- 7 *P. Horowitz, W. Hill, The Art of Electronics, Cambridge University Press, 1989, p. 624.*

“Наука почиње тамо,
где почиње мерење”

Д.М.Менделеев



12.

МЕРЕЊЕ

СТАЛНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ И СТАЛНОГ ЕЛЕКТРИЧНОГ НАПОНА

Са становишта примене, мерења електричне струје и електричног напона чине темељ на којем је саздана савремена мерна техника. Мерење других електричних величина, као и низа неелектричних величина, остварује се средствима у којима је мерна информација представљена струјним или напонским сигналом.

У овом поглављу обрађени су основни поступци мерења електричне струје и електричног напона. Са циљем да се омогући целовито сагледавање читаве области, пажња је посвећена и разматрању физичких основа појава које се исказују као макроскопске величине “електрична струја” и “електрични напон”. Описана су својства еталона и приказане основне методе мерења.

12.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Полазни појам који се користи при описивању електричних појава у природи је наелектрисање (*electric charge*). То је једно од основних својстава материје, које се испољава низом електричних и магнетских појава. Колико је данас познато, наелектрисање представља дискретну величину. Квант наелектрисања је једнак наелектрисању електрона¹ – елементарне честице која има најмање негативно наелектрисање које постоји у природи. Наелектрисано тело ствара у својој околини електрично поље које делује силом на друга наелектрисана тела која се у том пољу налазе. Електрична сила F је једнака производу наелектрисања тела на које поље делује, q , и вектора електричног поља E :

$$F = q E \quad (12.1)$$

У општем случају интензитет, правац и смер вектора електричног поља се разликују у различитим тачкама простора. Када се наелектрисано тело, под дејством неке спољашње силе, креће насупрот деловању силе електричног поља, извршени рад прелази у електричну енергију. Наелектрисано тело које се налази у страном електричном пољу може да изврши рад ако се креће под дејством силе тог поља. Електрична потенцијална енергија (*potential energy*) наелектрисаног тела, које се налази у некој тачки M електричног поља E , једнака је раду који сила електричног поља изврши при премештању посматраног тела из тачке M , у којој

¹ Проучавање појаве електролизе указало је на дискретну природу наелектрисања. Назив “електрон” за најмању (јединичну) количину наелектрисања предложио је 1891. године ирски физичар Стони (*Johnstone Stone*). Коначни доказ о постојању честице која представља носилац елементарне количине негативног наелектрисања дао је енглески физичар Томсон (*Joseph John Thomson*). За своја теоријска и експериментална истраживања добио је Нобелову награду 1906. године.

се тело налази, у референтну тачку R , у којој је потенцијална енергија тела једнака нули:

$$W_M = \int_M^R \mathbf{F} d\mathbf{r} = q \int_M^R \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad (12.2)$$

Однос енергије W_M , коју посматрано наелектрисано тело има у некој тачки M електричног поља, и наелектрисања тог тела, q , назива се електрични потенцијал (*electric potential*):

$$V_M = \frac{W_M}{q} = \int_M^R \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad (12.3)$$

Промена потенцијалне енергије наелектрисаног тела, при његовом премештању из једне у другу тачку електричног поља, W_{MN} , једнака је:

$$W_{MN} = q(V_M - V_N) \quad (12.4)$$

Разлика потенцијала у два тачкама, M и N , електричног поља $\mathbf{E}$ назива се (електрични) напон (*voltage*). Према дефиницији важи [1]:

$$U_{MN} = V_M - V_N = \int_M^N \mathbf{E} d\mathbf{r} \quad (12.5)$$

Електрични напон је скаларна величина којом се описује својство простора у којем постоји електрично поље. На основу једначина 12.2 и 12.5 следи:

$$W_e = qU \quad (12.6)$$

Под појмом “електрична струја”, у најширем смислу, подразумева се усмерено кретање наелектрисаних тела (честица), без обзира на узроке овог кретања и на својства носилаца наелектрисања (*charge carrier*) који учествују у овом кретању. Са становишта електротехнике, електричну струју у телима образују микроскопске честице које се премештају услед дејства електричног поља у којем се то тело налази. Носиоци наелектрисања (чијим кретањем се остварује преношење наелектрисања) у чврстим телима су “слободни електрони” (*free electron*). То су електрони који су слабо везани за своје атоме и молекуле, што омогућује да се усмерено крећу под дејством спољашњег електричног поља. У течностима, носиоци наелектрисања су позитивни и негативни јони. Електричну струју у гасовима образују електрони, позитивни и негативни јони.

Посматрано у микроразмери, кретање носилаца наелектрисања у телима је веома сложено. Због узајамног деловања са другим микрочестицама, њихове путање имају хаотичан облик. Заправо, и када се тело не налази у макроскопском електричном пољу, слободни електрони се непрекидно крећу од атома до атома. Ово кретање је хаотично и утолико интензивније, уколико је температура тела виша (термичко кретање) Макроскопски гледано, хаотично кретање не проузрокује преношење наелектрисања (слика 12.1.а). Када се посматра мноштво таквих честица садржаних у физички малом елементу запремине, вектор средње макроскопске брзине њиховог термичког кретања једнак је нули.



Слика 12.1. Неуређено и уређено кретање носилаца наелектрисања

Када се кретање под дејством неког спољашњег узрока суперпонира² термичком кретању, тада, иако кретање појединих носилаца наелектрисања представља низ узаостопних убрзавања и успоравања, уз стално мењање правца кретања, макроскопски гледано, може да се дефинише њихова средња брзина, која је различита од нуле (слика 12.1.б). Ово “уређено” (усмерено) кретање

² Од лат. *superpositio*, слагање, стављање једног преко другог.

наелектрисаних честица под дејством електричног поља назива се “струја провођења” (*conduction current*)³.

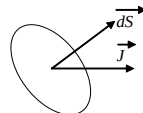
Кретање наелектрисаних честица у некој средини (телу) се макроскопски описује помоћу две величине: електричне струје (*current intensity*) и густине електричне струје (*current density*). Уобичајено је да се електрична струја означава латиничним словом i . То је скаларна величина која описује брзину преношења наелектрисања кроз неку макроскопску површ:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (12.7)$$

Густина електричне струје, J , је векторска величина која описује усмерено кретање наелектрисања у некој тачки средине, у којој постоји електрична струја. Смер вектора J је у смеру кретања позитивног наелектрисања.

У општем случају вектор J је функција положаја посматране тачке у простору. Струја I кроз произвољну површ једнака је⁴:

$$I = \int_S dI = \int_S J \cdot dS \quad (12.8)$$



Слика 12.2. Вектор густине струје

Вектор густине електричне струје J сразмеран је вектору средње (макроскопске) брзине кретања честица v :

$$J = nq v. \quad (12.9)$$

где је n концентрација слободних носилаца наелектрисања у посматраној средини (телу), а q њихово наелектрисање⁵. У хомогеном телу⁶, у којем постоји просторно и временски непроменљиво електрично поље E , средња брзина усмереног кретања слободних носилаца наелектрисања је сразмерна интензитету тог поља:

$$v = \mu E. \quad (12.10)$$

Сачинилац сразмере, μ , назива се покретљивост (*mobility*) носилаца наелектрисања [2]. Вредност μ зависи од температуре средине, као и од врсте и концентрације честица које образују електричну струју.

Вектор густине електричне струје провођења J је колинеаран са вектором електричног поља E :

$$J = \sigma E. \quad (12.11)$$

Сачинилац σ се назива специфична електрична проводност (*conductivity*) материјала (средине) [1]. Зависи од концентрације n слободних носилаца наелектрисања и њихове покретљивости μ . Ако све посматране наелектрисане честице имају једнако наелектрисање q биће:

$$\sigma = qn\mu. \quad (12.12)$$

Веза између вектора густине електричне струје провођења и вектора електричног поља може да се представи и једначином:

$$E = \rho J. \quad (12.13)$$

Сачинилац ρ се назива специфична електрична отпорност материјала (*resistivity*):

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (12.14)$$

Специфична електрична проводност (отпорност) има велики значај у савременој науци и техници. Истраживање овог својства довело је до многих открића и унапређења науке и технологије. Вредности специфичне електричне

³ У стручној литератури се понекад употребљава и назив “струја померања” (*drift current*).

⁴ Математичким језиком речено, струја I једнака је флуксу вектора J кроз посматрану површину S .

⁵ Ради једноставности разматрања, али без утицаја на општост закључака, претпоставља се да честице, које образују електричну струју, имају једнако наелектрисање.

⁶ Тело које у свим својим деловима има иста својства (од лат. *homogenēs*, истоврстан, једнородан).

отпорности различитих материјала (супстанци) налазе се у врло широким границама, од $10^{-7} \Omega\text{m}$ до $10^{18} \Omega\text{m}$ [3]. Обично се материјали чија је специфична електрична отпорност мања од $10^{-4} \Omega\text{m}$ сврставају у проводнике⁷. Најважнији проводници су метали. У њима су електрони веома лабаво везани за свој атом тако да постоји стално кретање тих електрона од атома до атома (слободни електрони). Под дејством електромагнетских сила које потичу из спољашњег извора, ови електрони образују електричну струју.

Изолатори (диелектрици) су материјали код којих је ρ веће од $10^5 \Omega\text{m}$. У њима су електрони чврсто везани за свој атом, или групу атома који образују молекул. Под дејством спољашње електричне силе долази само до мале деформације атома (диелектрични померај), али не и до усмереног кретања носилаца наелектрисања⁸.

Полупроводник је материјал чија се специфична електрична отпорност налази између ових граница. Број наелектрисаних честица, које у њима могу да образују електричну струју, много је мањи него у случају проводника, али и много већи него код изолатора. Чисти полупроводници на ниским температурама представљају изолаторе. Са повећањем температуре енергија електрона се повећава и неки од њих постају слободни. Број ослобођених електрона расте са повећањем температуре, па специфична електрична отпорност полупроводника опада са порастом температуре. На "испражњеном" месту остаје "шупљина" (*hole*) која се "понаша" као слободни носилац позитивног елементарног наелектрисања⁹. Полупроводници су неки елементи, као што су германијум и силицијум, и нека једињења, као што су галијум арсенид и оксид бакра. Концентрација носилаца наелектрисања (који могу да образују електричну струју) у полупроводницима је веома мала. Специфична проводност полупроводника може значајно да се повећа додавањем примеса (*impurity*). Атоми других елемената уносе несавршености у структури кристалне решетке, што доводи до повећање концентрације носилаца наелектрисања који могу да образују електричну струју. Полупроводник у којем је концентрација шупљина већа од концентрације електрона, назива се полупроводник *P*-типа. Полупроводник *N*-типа је полупроводник у којем електрони представљају већинске носиоце наелектрисања. Развој савремене електронике непосредно је повезан са развојем технологије полупроводника.

Носиоци наелектрисања у неком телу се крећу усмерено када се то тело налази у електричном пољу. Ово усмерено кретање представља електричну струју чији је интензитет одређен брзином преношења наелектрисања (12.7). У хомогеном дугом правом проводнику¹⁰ сталног попречног пресека (слика 12.3), вектор електричног поља E је паралелан оси проводника. Његов интензитет E у проводнику је сталан, па је сталан и интензитет вектора густине струје J . Електрична струја I је једнака:

$$I = J \cdot S, \quad (12.15)$$

где је S површина попречног пресека проводника.

⁷ У најопштијем смислу, проводник (*conductor*) је супстанца у којој се носиоци наелектрисања могу да померају под дејством (спољашњег) електричног поља [1]. Најважнији проводници су метали. У њима су електрони веома лабаво везани за свој атом, тако да постоји стално кретање тих електрона од атома до атома (слободни електрони). Под дејством електромагнетских сила које потичу из спољашњег извора, ови електрони образују електричну струју.

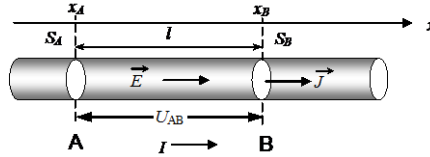
⁸ Диелектрик (*dielectric*) може да се дефинише и као супстанција чије је основно електрично својство способност поларизације при дејству електричног поља [1].

⁹ Полупроводник (*semiconductor*) може да се дефинише и као материјал у којем електричну струју образују електрони и шупљине [1].

¹⁰ У физици, "проводник" је тело (супстанција) у којем постоје носиоци наелектрисања који могу да се померају под дејством страног електричног поља. У техници, под овим називом подразумева се део електричног уређаја чија је намена да омогући провођење електричне струје. У електротехници се назив "проводник" користи и да означи део електричног кола чији је задатак да повеже елементе кола, тако да може да се успостави струја провођења.

Све тачке на попречном пресеку проводника су на истом потенцијалу. Разлика потенцијала између две такве површи, S_A и S_B , сразмерна је производу интензитета E вектора електричног поља и растојања l између њих:

$$U_{AB} = \int_{x_A}^{x_B} E dx = El \cdot \quad (12.16)$$



Слика 12.3. Електрична струја у хомогеном правом проводнику

На основу једначина 12.11, 12.15 и 12.16 следи израз:

$$I = \sigma \frac{S}{l} U_{AB} \cdot \quad (12.17)$$

који, заправо, представља Омов закон. Напон U_{AB} између било које две тачке, А и В, хомогеног проводника сталног попречног пресека, сразмеран је интензитету електричне струје I , која кроз њега протиче:

$$U_{AB} = R_{AB} I \cdot \quad (12.18)$$

Сачинилац сразмере R је електрична отпорност (*resistance*). Њена великост је одређена врстом материјала, али и обликом проводног тела (дуго узано проводно тело има много већу отпорност од кратког тела направљеног од једнаке количине истог материјала).

Протицање електричне струје кроз произвољну средину праћено је ослобађањем топлоте (Џулов ефекат). Електрична снага (*power*) је брзина којом се електрична енергија претвара у топлотну енергију. На основу израза (12.6) следи:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \frac{dq}{dt} = UI \cdot \quad (12.19)$$

односно:

$$W = Pt = UIt \cdot \quad (12.20)$$

Ова једначина представља спону која повезује мерне јединице класичне механике и науке о електрицитету:

$$[W] = [U][I][t] \cdot \quad (12.21)$$

Снага којом се, услед протицања сталне електричне струје I кроз отпорник чија је отпорност R , електрична енергија претвара у топлотну енергију, једнака је:

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R} \cdot \quad (12.22)$$

12.2 ЈЕДИНИЦЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИНА

Још у деветнаестом веку, инжењери електротехнике закључили су да је, са становишта примене, погодније да се електричне величине мере директно, поређењем са референтном величином исте природе. Реализоване су прве материјализоване прамере (нормале) напона, отпорности и капацитивности [4]. “Практични систем”, који обухвата јединице: ом, ампер, волт, кулон и фарад (усвојен на конгресу који је одржан 1881. године у Паризу), имао је за циљ да “премостити” проблем дефинисања и усвајања јединственог система величина и кохерентног система јединица, који је деценијама заокупљивао прво физичаре, а потом и инжењере

електротехнике [5]. Ово “привремено” решење, уз неке измене, остало је на снази све до 1948. године.

Избор основне електричне величине у међународном систему величина био је утемељен практичним разлозима. Теоријски, потпуно је свеједно које ће се величине изабрати као основне. То су појмови које су људи осмислили да би описали појаве које се дешавају у природи, а себи омогућили да их на неки начин искористе за своју добробит. Оправдано је за основну електричну величину усвојити величину чија мерна јединица може, на подесан начин, да се повеже са остварењима три основне јединице механике. Пошто величине различите физичке природе не могу да се пореде, јединична вредност изабране основне електричне величине треба да се утврди (оствари) уравнотежавањем њеног деловања са деловањем неке механичке величине, чија вредност може да се одреди у зависности од основних јединица, односно њихових материјалних остварења. То деловање се најпогодније исказује силом или обртним моментом¹¹. Притом, мерни експеримент треба да буде тако осмишљен да се избегне утицај средине у којој се спроводи. Из основа науке о електрицитету познато је да између наелектрисаних тела делује електростатичка (Кулонова) сила, као и да између проводника кроз које протиче електрична струја делује електромагнетска сила. Ако се прва појава усвоји као принцип мерења, електрична прамера представља “напонску вагу”, којом се електростатичка сила, која делује између подесно обликованих електрода између којих је успостављен напон јединичне вредности, уравнотежава силом одређене (усвојене) вредности, остварене неелектричним путем. У другом случају, електрична прамера се остварује изједначавањем електромагнетске силе, која делује између два проводника одређеног облика, кроз које протиче иста струја, и силе одређене (усвојене) вредности, произведене неелектромагнетским поступком. Са становишта поновљивости и репродуктивности, “струјна вага” је представљала погодније решење, па је она прихваћена као основа за дефинисање електромагнетске јединице у Међународном систему јединица¹². Остале мерне јединице електричних величина изводе се из јединица основних величина (слика 12.4) Њихове дефиниције, које је дао Међународни комитет за тегове и мере (CIPM), наведене су у другом поглављу ове књиге.

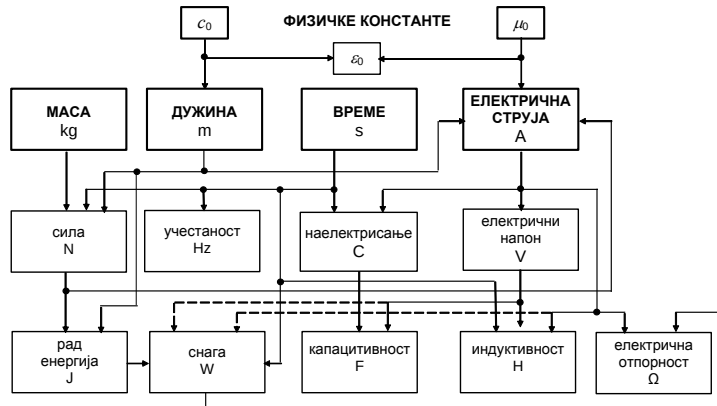
Основу система јединица у области електромагнетизма чини Максвелова једначина, којом је дефинисана веза између брзине светлости у вакууму, електричне и магнетске константе вакуума:

$$c_0^2 \mu_0 \varepsilon_0 = 1. \quad (12.23)$$

¹¹ Прве међународне јединице електричних величина биле су јединице за струју и отпорност, уведене на међународном конгресу у Чикагу, 1893 [4]. Дефиниција “интернационалног” ампера, која је усвојена на конгресу у Лондону 1908. године, била је заснована на електрохемијском дејству електричне струје. Фарадејеви закони електролизе су били основа за практичну, емпиријску дефиницију: “Ампер је јачина сталне струје која пролазећи кроз водени раствор нитрата сребра таложи сваке секунде 1,11800 mg сребра” [5]. Убрзо се показало да се поуздано и прецизно мерење наталоженог метала веома тешко остварује, као и да постоји значајно неслагање резултата мерења спроведених у различитим националним лабораторијама. Ипак, биле су потребне четири деценије да се усвоји дефиниција “апсолутног” ампера (1948), која и данас важи.

¹² Међународна електротехничка комисија (IEC) је електричну струју усвојила као четврту основну величину у електротехници “тек” 1950. године [5].

Усвојене вредности за брзину светлости и магнетску пермеабилност вакуума су: $c_0 = 299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$, и $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ NA}^{-2}$.



Слика 12.4. SI-јединице у области електротехнике

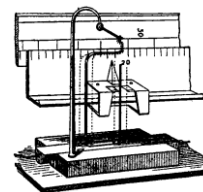
12.3 ЕТАЛОНИ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ И ЕЛЕКТРИЧНОГ НАПОНА

Према дефиницији, коју је усвојила Генералне конференције за тегове и мере, ампер је она стална електрична струја која, ако се одржава у два паралелна проводника, неограничене дужине и занемарљиво малог кружног попречног пресека, када се налазе у вакууму на међусобном растојању од једног метра, проузрокује међу тим проводницима силу једнаку 2×10^{-7} њутна по метру дужине [6]. Ова дефиниција је представљала прелазак са практичног система јединица на апсолутни систем [7]. Она, међутим, подразумева услове који практично не могу да се испуне. Експеримент треба да буде остварен у вакууму, а проводници треба да имају неограничену дужину и бесконачно мали попречни пресек¹³. То значи да је, при практичном остваривању дефиниције “апсолутног” ампера, неопходно да се урачунају одређене поправке.

У SI систему, веза између електричних и механичких јединица се заснива на теоријски изведеној једначини којом је одређена сила која делује између два паралелна проводника, који се налазе у вакууму на међусобном растојању d , кроз које протиче стална електрична струја I :

$$F = \mu_0 \frac{l}{2\pi d} I^2,$$

где је μ_0 пермеабилност вакуума (магнетска константа).



Струјна вага коју је конструисао лорд Келвин

Струјна вага је еталон у најопштијем смислу – остварење дефиниције одређене величине, које се користи као референца у односу на коју се резултати мерења исказују [8]. Ако се изузму направе које се користе као

¹³ Другим речима, ова дефиниција подразумева да су проводници немерљиво танке нити у којима је густина струје бесконачно велика.

едукативна средства у настави физике, струјна вага представља деликатан мерни систем чије је израда сложена, а примена захтева много времена¹⁴. Због тога су примарни еталони електричне струје остварени само у невеликом броју водећих метролошких лабораторија у свету¹⁵. Струјна вага се не користи за мерење, него за дефиницију мерне јединице која може материјално да се оствари. Савремена наука није у стању да понуди физичко остварење поуздане прамере које дефинише и чува референтну вредност електричне струје, онако како је то, својевремено, урађено за масу и дужину. Апсолутно мерење, на којем се дефиниција заснива, врши се само у изузетно специјализованим националним лабораторијама и институтима, јер принцип мерења не може да обезбеди еталон подесан за свакодневну (рутинску) употребу. Због тога се електрична мерења заснивају на еталонима напона и отпорности, који могу да се лакше остваре, комерцијално производе и међународно прецизно пореде¹⁶.

12.3.1 ЕЛЕКТРОХЕМИЈСКИ ИЗВОРИ НАПОНА

Првобитни еталонски извори напона спадају у групу електрохемијских извора струје. Волтин стуб (*voltaic pile*) је био први извор сталног напона (1800). Веома једноставан, значајно је допринео истраживању електричних појава у првим деценијама деветнаестог века, иако, већ тада, није обезбеђивао задовољавајућу стабилност. Овај недостатак је делимично отклоњен код Данијеловог (*Daniell*) елемента (1836), али је тек Кларков (*Clark*) елемент (1872) међународно прихваћен као материјализована мера напона (1893). Њега је 1908. године заменио елемент који је у међувремену развио Вестон (1893). У поређењу са осталим електрохемијским изворима напона, одликује се мањом температурском осетљивошћу ($-40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$)¹⁷ и малом дуговременом нестабилношћу ($\approx \pm 2 \cdot 10^{-6}$ годишње), коју је електроника успела да достигне тек много година касније [9].

У периоду од 1911. до 1990. године, Вестонова ћелија (*Weston cell*) представљала је примарни стандард електричног напона чија је вредност на температури 20°C једнака¹⁸ $1,01865 \text{ V}$. Још увек се примењује, али сада као секундарни или радни еталон.



¹⁴ Једно мерење помоћу струјне ваге, којим се репродуковала јединица електричне струје, трајало је више месеци [4].

¹⁵ Еталонске струјне ваге се најчешће називају по ауторима који су их остварили. Најпознатије конструкције су Рејлијева (*Rayleigh*) и Ајртон-Џонсова (*Ayrton-Jones*) вага.

¹⁶ Овај “прагматичан” приступ остваривања мерног јединства допринео је међународном усвајању идеје о “Практичном систему електричних јединица” већ на првом Међународном конгресу електротехнике, одржаном у Паризу, 1881. године. Тиме се, за неко време, одступило од основне идеје “природних прамера”, коју су заступали творци метричког система.

¹⁷ Температурски сачинилац тзв. “незасићених” Вестонових елемената је око $3 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$, али је њихова дуговремена стабилност много лошија.

¹⁸ Према препоруци Техничког комитета *TC13* Међународне електротехничке комисије (*IEC*), границе дозвољене називне вредности напона Вестоновог елемента на температури 20°C су $1,01854 \text{ V}$ и $1,01873 \text{ V}$.

Основни недостаци електрохемијских извора референтног напона су велика унутрашња отпорност, као и осетљивост на преоптерећење, потресе и вибрације.

12.3.2 ПОЛУПРОВОДНИЧКИ ЕТАЛОНИ НАПОНА

Развој полупроводничке технологије у електроници имао је велики утицај на развој еталонских мерних средстава практично у свим областима мерне технике. Пре свега, омогућио је израду електронских (*solid-state*) еталона напона, једноставних за примену, економичних, практично неосетљивих на потресе. Такви извори референтног напона, засновани на својствима полупроводника, представљају основну еталон-меру у бројним електронским мерним уређајима.

Развој квантне физике у другој половини двадесетог века понудио је друга решења за остваривање прамера физичких величина. Нова открића подстакла су критичко разматрање могућности метрологије двадесетог века. Процењено је да апсолутним методама мерења електричних величина не може да се постигне мерна несигурност мања од неколико делова у 10^7 [10]. Открића Џозефсоновог ефекта и квантног Холовог ефекта пружила су могућност да еталон напона и еталон отпорности буду дефинисани сачиниоцима који су засновани на природним константама. Њихове договорене вредности утврђене су одговарајућим препорукама међународног комитета за тегове и мере (*CIPM*). Тиме су остварени услови да ови еталони буду остварени и репродуковани са значајно мањом мерном несигурношћу.

На врху метролошке пирамиде, коју је савремена наука изградила, налазе се еталони засновани на достигнућима квантне физике (слика 12.5). Захваљујући технологији интегрисаних електронских кола, они су постали “доступни” све већем броју лабораторија у свету.

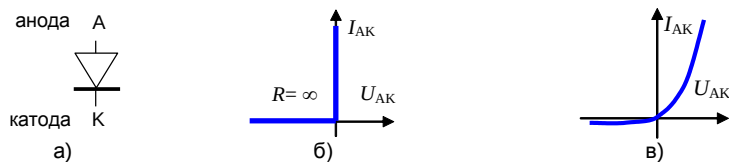


Слика 12.5. Веза између еталона у области електротехнике

12.3.2.1 ИЗВОРИ РЕФЕРЕНТНОГ НАПОНА СА ЦЕНЕР-ДИОДОМ

Диода је пасивни електронски елемент са два краја, који се одликује изразито нелинеарном зависношћу напона између спољашних прикључака и струје која кроз њих протиче. Независно од природе процеса преношења наелектрисања кроз диоду, њено основно својство је несиметрична проводност, зависна од смера струје. Графички симбол овог елемента одговара симболу вентила (*valve*), који допушта преношење наелектрисања само у једном смеру,

приказан је на слици 12.6.а. Савршена диода¹⁹ представља кратак спој за смер струје од прикључка који се назива анода (А), ка прикључку који се назива катода (К), а отворено коло (бесконачну отпорност) када је поларитет напона такав да је потенцијал катоде виши од потенцијала аноде [11]. Карактеристика савршене диоде приказана је на слици 12.6.б.



Слика 12.6. Графички симбол и карактеристика диодног елемента

На слици 12.6.в приказана је карактеристика стварне диоде. Смер струје у којем диода има најмању отпорност назива се директни смер, а смер у коме је отпорност највећа, инверзни смер. Карактеристични параметар диоде је "динамичка отпорност", r , која представља нагиб функције $U(I)$:

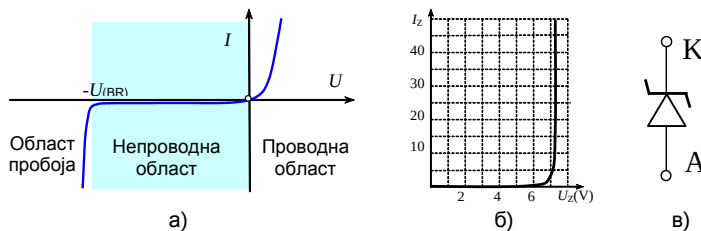
$$r = \frac{dU_{AK}}{dI_{AK}}, \quad (12.24)$$

Својства диоде има спој два полупроводника различитог типа (PN-спој). На прелазу, између дела који представља полупроводник P-типа и дела који представља полупроводник N-типа, образује се област у којој нема ни слободних електрона ни шупљина. Њено постојање се испољава експоненцијалном зависношћу струје кроз диоду од напона који делује између њених крајева:

$$I_{AK} = I_S (e^{\frac{U_{AK}}{U_T}} - 1). \quad (12.25)$$

где је I_S инверзна струја засићења диоде, $I_S = I(-\infty)$. Као елементи који омогућују нелинеарну обраду мерних сигнала, полупроводничке диоде имају широку примену у савременој мерној техници.

При иверзној поларизацији PN-споја, довољно великим вредностима напона, настаје нагло повећање нагиба U - I карактеристике (слика 12.7.а). Ова појава се назива пробој²⁰.



Слика 12.7. U - I карактеристика PN-споја

Настанак пробоја може бити заснован на лавинском или Ценеровом ефекту. Пробој лавинским ефектом (*avalanche*) проузрокован је повећавањем броја носилаца наелектрисања (који образују струју кроз спој) услед деловања јаког спољашњег електричног поља. Тада, при судару електрона са атомима полупроводника у кристалној решетки, долази до стварања парова електрон-шупљина. При довољно јаком електричном пољу, новоослобођени електрони могу да добију довољно велику енергију да, ударном јонизацијом, ослободе нове парове електрон-шупљина. На тај начин се број носилаца наелектрисања вишеструко повећава (*avalanche multiplication*) што доводи до

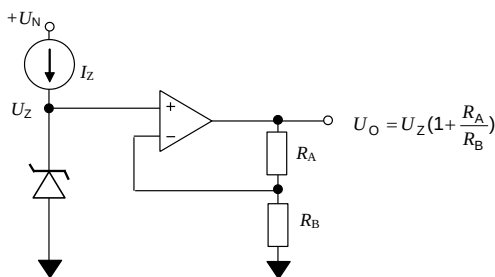
¹⁹ Савршени (идеални) елементи су апстрактна представа елемената чија је карактеристика само један параметар.

²⁰ Назив "пробој" (*breakdown*) се овде користи да означи прелазак из стања високе динамичке отпорности у стање знатно ниже динамичке отпорности који, сам по себи, не представља разарање структуре PN-споја.

повећања струје. Ценеров пробој (*Zener breakdown*) настаје при великој концентрацији примеса, због чега у прелазној области *PN*-споја постоји јако електрично поље. Пробој је проузрокован преласком електрона из валентног опсега у проводни опсег тунелским ефектом²¹.

Посматрано у *U-I* равни, прелазак из области велике отпорности у област пробоја може бити веома оштар, а сама карактеристика врло стрма (слика 12.7.б). То значи да у таквим условима рада напон *U* веома мало зависи од величине струје *I* кроз спој. Ово својство користи се за стабилизацију једносмерног напона у електронским колима. Уобичајено је да се диоде намењене за рад у условима пробоја (*breakdown diodes*) називају "Ценер-диоде", независно од принципа њиховог рада. Најстрмију карактеристику у области пробоја имају Ценер-диоде чији је називни напон 7,5 V [3]. Графички симбол Ценер-диоде приказан је на слици 12.7.в.

Принципска електрична шема извора референтног напона оствареног помоћу Ценер-диоде приказана је на слици 12.8. Извор сталне струје *I_Z* смањује утицај промена напона напајања *U_N* на вредност напона *U_Z*. Неинвертујући појачавач омогућује подешавање вредности напона на излазу, као и одвајање извора референтног напона од прикљученог оптерећења.



Слика 12.8. Стабилизатор напона са Ценер-диодом

За потребе остваривања еталон-мере у електронским мерним уређајима високе тачности, развијена су посебна интегрисана електронска кола која остварују улогу извора референтног напона. Доградњом система за одржавање сталне температуре унутар кола смањује се утицај температуре околине. На овај начин постиже се да температурски сачинилац напона *U_O* буде мањи од 1 ppm/°C [12]. Једноставније, али мање ефикасно решење, је увођење елемената којима се компензује температурска зависност напона *U_Z* [13]. У комбинацији, ова два поступка омогућују остваривање извора референтног напона 10 V, чији је температурски сачинилац промене у зависности од температуре мањи од 0,1 ppm/°C [14]. Неки, комерцијално доступни извори сталног једносмерног напона имају додатно батеријско напајање. То их чини погодним за примену као преносивих еталон-мера (трансфер-еталони), чије се напајање не прекида због транспорта од једне метролошке лабораторије до друге. Интерне батерије омогућују и да се, током мерног експеримента, искључи напајање из мреже наизменичног напона које, најчешће, представља најзначајнији извор шума на излазу извора.

²¹ Тунелским ефектом се назива појава да честица може да савлада енергијску препреку (*potential barrier*) иако нема довољну кинетичку енергију да је "прескочи". Овакав пролазак, "испод врха" препреке, немогућ је у класичној физици. У таласној механици вероватноћа овог догађаја није нула, ако је дебљина "потенцијалног брега" довољно мала.



Слика 12.9. Еталонски извори сталног једносмерног напона

Дуговремена постојаност (*long term stability*) извора референтног напона са Ценер-диодом је лошија него код Вестоновог елемента. Током временског размака од 1000 сати, промене су типично пет до двадесет $\mu\text{V/V}$. Паралелним везивањем великог броја елемената остварује се ефекат усредњавања, чиме се стабилност повећава. Системом који садржи 140 интегрисаних напонских референци, постигнуто је да, током три године, стандардно одступање буде мање $0,2 \mu\text{V/V}$ [15].

12.3.2.2 ЕТАЛОНИ НАПОНА ЗАСНОВАНИ НА ЦОЗЕФСОНОВОМ ЕФЕКТУ

Специфична електрична отпорност ρ се мења са температуром. Притом, функција $\rho(t)$ зависи и од својстава материјала. Специфична електрична отпорност метала расте са повећањем температуре²². Код чистих полупроводника постоји обрнута зависност. Концентрација носиоца наелектисања, који могу да образују електричну струју, повећава се са порастом температуре²³, што се испољава као повећање проводности. На ниским температурама полупроводници имају слична својства као и диелектрици.

На врло ниским температурама, у близини апсолутне нуле, специфична отпорност неких материјала је занемарљиво мала. Ова појава назива се суперпроводност. Савршени суперпроводник је супстанција чија је специфична отпорност једнака нули за довољно ниске температуре и довољно слаба магнетска поља [1]. До сада је откривено да својство суперпроводности показује више десетина елемената, као и преко хиљаду легура и хемијских једињења.

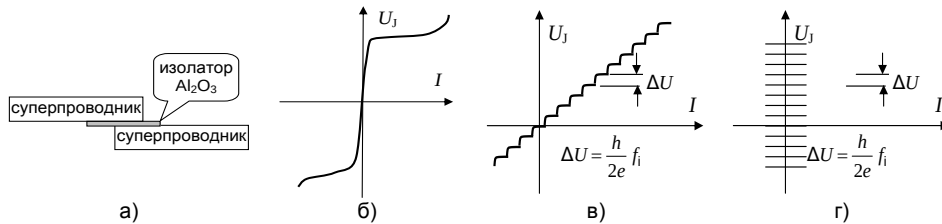
За откриће појаве суперпроводности, холандски физичар Камерлинг Онс (*Kamerlingh Onnes*) добио је Нобелову награду (1913). Ова појава даје теоријску могућност да се кретање слободних носиоца наелектисања у затвореном електричном колу, након што је на неки начин успостављено, настави и без деловања електричног извора који би то кретање одржавао.



²² При повећању температуре метала, повећава се вероватноћа судара, због чега се покретљивост електрона смањује.

²³ При повећању температуре, повећава се вероватноћа термичке разградње ковалентних веза атома елемената полупроводника, и стварања парова електрон-шупљина.

Суперпроводност је макроскопска квантномеханичка појава која се испољава када је температура нижа од неке критичне температуре²⁴. Тада се успоставља стање у којем, услед интеракције између електрона и фонона²⁵ кристалне решетке, кретање електрона кроз проводник није праћено губљењем (дисипацијом) енергије. Ако су два суперпроводна материјала раздвојена танким изолационим слојем (*insulating barrier*), чија је дебљина реда величине нанометра (слика 12.10.а), електрони могу да пролазе кроз ову препреку тунелским ефектом и у одсуству спољашњег напона. Ова “суперпроводна струја” (*superconducting current*), је веома мала, али је у супротности са законима класичне физике. Елемент који испољава оваква својства назива се Џозефсонов спој (*Josephson junction*), а сама појава Џозефсонов ефекат.



Слика 12.10. Џозефсонов спој

Карактеристика струја-напон струја таквог елемента²⁶ је веома сложена. Ако се спој поларише малим једносмерним напонем U_J , “суперструја” постаје осцилаторна величина. Између учестаности осциловања f и једносмерног напона U_J постоји сразмера:

$$f = \frac{2e}{h} U_J, \quad (12.26)$$

где је e елементарно наелектрисање, а h Планкова константа. Сачинилац сразмере напона и учестаности је природна константа, не зависи од облика споја, врсте материјала и параметара окружења.

Џозефсонов спој је савршен U/f претварач. Оно што је са становишта метрологије посебно важно је да је ова појава реверзибилна. Када се Џозефсонов елемент изложи снажном микроталасном електромагнетском зрачењу долази до синхронизације учестаности осциловања споја f са учестаношћу микроталасног зрачења f_i тако да важи:

$$f = n f_i, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12.27)$$

²⁴ Иако појава суперпроводности још увек припада егзотичним областима савремене науке и технике, очекује се да ће у будућности имати све ширу употребу. Сагледава се да ће технологија заснована на суперпроводности омогућити производњу рачунара у којима ће се поједине операције обављати брзином која је недостижна за “класичну” рачунарску технику засновану на дифузионим процесима у полупроводницима.

²⁵ Фонон (грч. φωνε) је носилац елементарне количине еластичне енергије који се користи при квантно-механичком опису вибрација кристалне решетке..

²⁶ Његова је структура у основи истоветна као и структура транзистора са ефектом поља са изолованим гејтом (*insulated gate field effect transistor, IGFET*), па се у стручној литератури Џозефсонов елемент понекад назива “суперфет” и означава са *JoFET*.

Напон U_J има дискретне вредности одређене учестаношћу f_i :

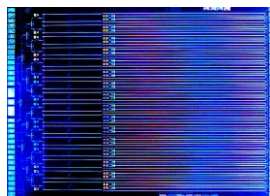
$$U_J = \frac{nf_i}{K_J} = n\Delta U, \quad (12.28)$$

где је K_J Џозефсонова константа. Другим речима, на овај начин може да се добије напон сразмеран учестаности, величини која се у савременој мерној техници мери са највећом тачношћу. При довољно снажном зрачењу, карактеристика има степенаст облик. Напонски платои су једнозначно одређени струјом (слика 12.10.в).

Слаба веза (*weak link*) два суперпроводна материјала представља савршени претварач учестаности у напон. Тачност овог пресликавања ограничена је једино тачношћу са којом су познате (дефинисане) две физичке константе, наелектрисање електрона и Планкова константа. У Међународном систему јединица (SI) прихваћена вредност Џозефсонове константе је $483\,597,9\,10^9\text{ GHz/V}$, са релативном несигурношћу $4\,10^{-7}$ [6].

При учестаности од 10 GHz размак између напонских платоа износи приближно 20 μV . Потребно је зрачење веома високе учестаности да би се добио напон реда величине једног миливолта. Овај проблем се превазилази редном везом елемената. Карактеристика редне везе елемената приказана је на слици 12.10.г. На овој основи развијена су интегрисана електронска кола којима су остварени квантни еталони напона чија је називна вредност већа од једног волта. Они су омогућили да мерна несигурност поређења еталона напона достигне ред величине 10^{-10} [16], [17], [18], [19], [20].

Програмабилни еталон напона, чија је називна вредност 10 V, а садржи око три стотине хиљада Џозефсонових елемената, представља интегрисано коло чије су димензије 12 mm x 17 mm [21].



12.3.2.3 КАЛИБРАТОРИ

Посебну категорију мерних средстава представљају калибратори, подесиви еталони којима се остварује низ различитих вредности једне или више величина [22]. Дигитална техника је учинила да овакви уређаји буду и програмабилни, што је предуслов за остваривање, мање или више, аутоматизованих система за метролошко испитивање разноврсних мерних средстава (слика 12.11).



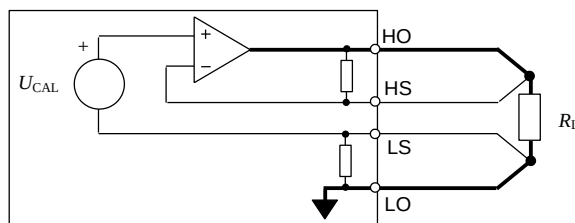
Слика 12.11. Калибратори напона и струје

Блок-дијаграм ове врсте уређаја приказан је на слици 12.12. Извор референтног напона представља еталон-меру у односу на коју се дефинише вредност излазне величине. Програмабилни појачавач је заправо дигитално/аналогни претварач. На свом излазу даје напон који је у сваком тренутку сразмеран вредности референтног напона, при чему је сачинилац сразмере одређен вредношћу броја N .



Слика 12.12. Калибратор напона/струје

Излазни појачавач обезбеђује потребну снагу. Истоветна структура омогућује генерисање струјног сигнала на излазу. Излазни појачавач је тада U/I претварач (транскондуктансни појачавач).



Слика 12.13. Четворожична веза извора напона

Четворожична веза, приказана на слици 12.13, елиминисхе грешку коју уноси пад напона на проводницима који повезују извор напона са оптерећењем R_L .

Испитивање калибратора напона остварује се њиховим поређењем са извором референтног напона, применом Погендорфовог потенциометарског (компензационог) метода који се заснива на коришћењу подесивог отпорничког делитеља напона²⁷.

12.3.2.4 ДИГИТАЛНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Електронски дигитални мерни инструменти (системи), развијени крајем 80-тих година двадесетог века, достигли су тако високу тачност да су, у неким националним лабораторијама, електронски волтметри почели да преузимају улогу еталона напона. Најбоља својства комерцијално доступни дигитални волтметри имају при мерењу једносмерног напона у опсегу 1 V или 10 V [23]. Неки од њих омогућују резолуцију од 1 nV на опсегу 10 mV [24]. Произвођачи инструмената високих перформанси гарантују мерну несигурност мању од милионитог дела називне вредности мерног опсега, у периоду од 24 h након калибрације, уколико се одржавају референтни услови рада (температуре

²⁷ Отпорнички делитељ напона заправо представља N/U претварач. У мерној техници је уобичајен назив "Kelvin-Varley voltage divider".

окоline $23^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$). Температурски сачинилац таквих инструмената је обично мањи од $2 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$, а дугоремена нестабилност мања од 8 ppm годишње.



Слика 12.14. Вишенаменски дигитални мерни систем²⁸

Вишенаменски дигитални мерни системи високих перформанси обједињују улоге еталона напона, струје и отпорности [25]. У периоду од 24 h након калибрације, а при референтним условима у погледу температуре окоline ($23^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$) мерна несигурност при мерењу једносмерне струје мања је од $15 \cdot 10^{-6}$. Опсег мерења покрива подручје од 1 pA (максимална осетљивост) до 1 A. Мерење наизменичне струје у опсегу од 100 μA до 1 A остварује се са грешком мањом од 500 $\mu\text{A/A}$.

12.4 МЕРЕЊЕ СТАЛНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

Опсег вредности електричних струја које треба измерити је веома широк. Струје “цурења” полупроводничких елемената (*leakage current*) су реда величине фемтоампера. Струје које теку кроз електролучне пећи су реда мегаампера. То подразумева различита својства мерила, зависно од мерног опсега и услова у којима се мерење обавља. Назив “амперметар” у најопштијем смислу означава мерило струје, независно од мерног опсега. Понекад се додаје одговарајући предметак, па тако постоје милиамперметар, микроамперметар, пикоамперметар,...

Класична мерна техника у области електричних величина била је искључиво аналогна, заснована на примени апсолутних метода, којима се, на основу погодне изабраног дејства, мерење електричне величине сводило на мерење дужине, масе или времена. Електрохемијско дејство је искоришћено за дефинисање мерне јединице, као и остваривање прамерила електричне струје – волтаметара. Термичко дејство је примењено за мерење променљивих (наизменичних) струја. Електродинамичко дејство је основа за рад инструмената са кретним калемом. Због своје робусности, релативно ниске производне цене, ова врста мерила се још увек примењује када су у питању “погонска” мерења. Не захтевају спољашње напајање за свој рад, што у неким случајевима има посебан значај. Њихова су својства прописана одговарајућим метролошким условима [26].

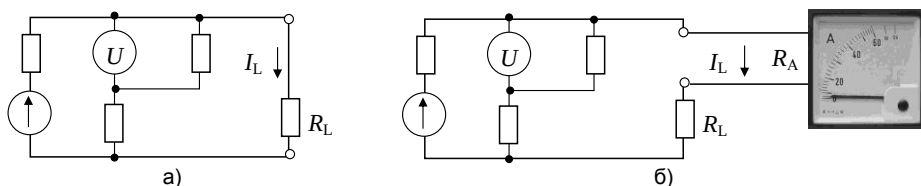
²⁸ Copyright October 2011 Agilent Technologies Inc.
Reproduced with permission.

Холандски професор Ајнтховен (*Willem Einthoven*, 1860-1927) саградио је 1903. године веома осетљив инструмент за мерење електричне струје, заснован на мерењу померања (савијања) затегнуте проводне жице која се налази у пољу јаког магнета (*string galvanometer*). Златно влакно пречника $8\text{ }\mu\text{m}$ помера се за 1 mm при струји од 75 nA . То је омогућило детектовање и запис струјних сигнала које производи рад срца у организму. За своје истраживања у области физиологије и развој првог електрокардиограма, добио је Нобелову награду 1924. године.



Ајнтховен

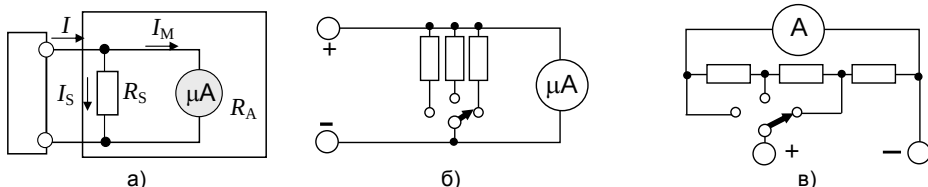
Да би се измерила струја у некој грани електричне мреже, довољно је да се, на погодном месту, та грана прекине и “убаци” одговарајући инструмент, тако да кроз њега протиче струја која се мери (слика 12.15).



Слика 12.15. Мерење електричне струје

Притом је неопходно да сопствена унутрашња отпорност амперметра, R_A , што мање утиче на стање кола у којем се струја мери. Електромеханичка мерила са казальком се серијски производе за само неколико називних вредности струје која представља горњу границу мерног опсега. Обично су то вредности од $10\text{ }\mu\text{A}$ до $100\text{ }\mu\text{A}$. Унутрашња отпорност намотаја таквих инструмената је неколико стотина ома. Да би се омогућило мерење већих струја, паралелно са намотајем везује се отпорник²⁹ подесно изабране вредности (слика 12.16.а). На овај начин се мерни опсег мерила, намењених за уградњу у индустријским постројењима, проширује и до 50 A .

$$I = I_M \left(1 + \frac{R_A}{R_S}\right). \quad (12.29)$$

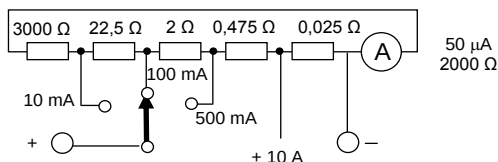


Слика 12.16. Проширивање мерног опсега амперметра

Помоћу преклопника и групе отпорника омогућује се мерење у више опсега (слика 12.16.б). Да би се, при промени мерног опсега, спречило прекидање струјне гране у којој се инструмент налази, преклопник треба да укључује следећи отпорник у мерном колу пре него што прекине везу са претходним (*make-before-break*). Отпорничко прекидачка структура приказана на слици 12.16.в (*Ayrton shunt*) онемогућује да амперметар буде прикључен без паралелно везаног мерног отпорника. На слици 12.17. приказана је

²⁹ Уобичајено је да се овај мерни отпорник назива “шант” (енг. *shunt*) или “отока” (нем. *Nebenschlußwiderstand*) [14].

типична структура мерног кола, која се примењује у преносивим инструментима са више опсега.



Слика 12.17. Мерно коло аналогног амперметра са више опсега

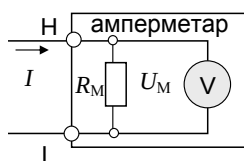
Да би се смањио утицај промене отпорности микроамперметра у зависности од промене температуре, на ред са њим се додаје отпорник чија је отпорност већа од отпорности намотаја. Минијатурни вишенаменски аналогни инструменти омогућују мерење струје са грешком мањом од 4 %. Мерна несигурност квалитетнијих инструмената је око $\pm 1\%$ вредности пуне скале (*full scale deflection*). Врхунски лабораторијски инструменти ове врсте омогућују мерење класом тачности 0,05.

12.4.1 МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ ПРИМЕНОМ ОМОВОГ ЗАКОНА

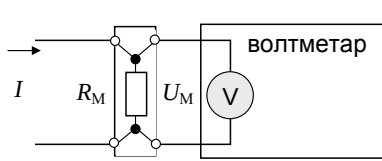
У електронским мерним инструментима, мерење електричне струје остварује се посредно, пресликавањем вредности струје на вредност напона. У далеко највећем броју случајева, принцип мерења се заснива на Омовом закону:

$$U = R_M I. \quad (12.30)$$

Мери се напон који на отпорнику познате отпорности R_M ствара струја која се жели да измери (слика 12.18.а). У вишенаменским мерним системима, овај отпорник представља саставни део уређаја. Његова се вредност бира тако да се вредност напона који се мери, U_M , налази у мерном опсегу U/I претварача.



а)



б)



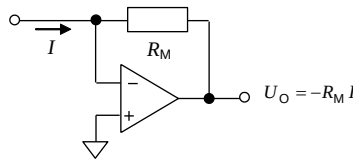
Слика 12.18. Мерење електричне струје применом Омовог закона

Мерни отпорник R_M представља сензор струје. Иако његова отпорност може да буде веома тачно одређена, тачност која се постиже, при мерењу струје на овај начин, мања је од тачности мерења напона. Додатни извор мерне несигурности представља промена референтне отпорности R_M , до које долази током мерења, као последица загревања Џуловим ефектом. Отпорност мерног отпорника треба да је што мања, због грешке која настаје због претварања електричне енергије у топлоту која загрева сензор:

$$P_J = R_M I^2, \quad (12.31)$$

али и да што мање утиче на стање кола у којем се струја мери. За мерење великих струја примењује се четворожична спрега (слика 12.18.б).

Мерење малих струја, често, не може да се оствари на овакав начин. Да би вредност напона U_M била у оптималном мерном опсегу волтметра, потребно је да отпорност мерног отпорника R_M буде веома велика што, најчешће ремети стање извора мерног сигнала. Овај проблем се решава применом операционог појачавача као I/U претварача (слика 12.19). Извор грешке у овом случају представља улазна струја операционог појачавача. Еквивалентни напон помераја нуле, сведен на улаз појачавача, мањи је од једног милливолта.



Слика 12.19. Активни I/U претварач

12.4.2 МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ ПРИМЕНОМ ХОЛОВОГ ЕФЕКТА

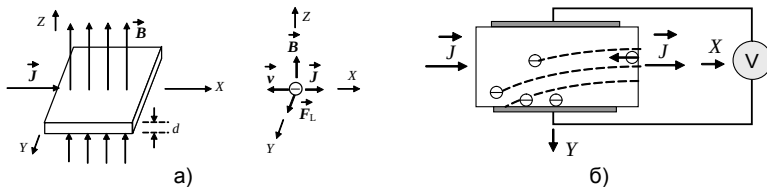
Холов ефекат (*Hall-effect*) је појава која се испољава када се проводник у облику веома танке плочице, кроз који протиче електрична струја, налази у магнетском пољу. У проводнику се успоставља електрично поље чији је интензитет сразмеран векторском производу вектора густине струје $\mathbf{J}$ и вектора индукције магнетског поља (густине магнетског фулукса) $\mathbf{B}$ у којем се плочица налази.

На сваку од наелектрисаних честица, чије усмерено кретање кроз проводник образује електричну струју, делује електромагнетска сила $\mathbf{F}_L$ (Лоренцова сила) која је одређена векторским производом вектора брзине те честице, $\mathbf{v}$, и вектора индукције магнетског поља у којем се честица креће, $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{F}_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (12.32)$$

где је q наелектрисање честице (слика 12.20.а). Услед деловања ове силе, мења се облик путање честица између два судара, због чега долази до неравномерне расподеле наелектрисања дуж правца који је управан на правац кретања и правац магнетског поља (слика 12.20.б). То доводи до стварања одговарајућег електричног поља $\mathbf{E}_H$ (*Hall field*) које делује на честице силом $\mathbf{F}_E$ која има супротан смер од силе $\mathbf{F}_L$:

$$\mathbf{F}_E = q \mathbf{E}_H. \quad (12.33)$$



Слика 12.20. Холов ефекат

У стању динамичке равнотеже:

$$q \mathbf{E}_H + q \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0, \quad (12.34)$$

за Холово електрично поље важи векторска једначина:

$$\mathbf{E}_H = -\frac{1}{qn} (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (12.35)$$

у којој величина $\mathbf{J}$ представља вектор густине електричне струје:

$$\mathbf{J} = -nq \mathbf{v}, \quad (12.36)$$

а величина n концентрацију носиоца наелектрисања који образују струју у проводнику.

Ако је вектор магнетске индукције $\mathbf{B}$ управан на плочицу (односно на вектор густине струје $\mathbf{J}$), између попречних страна плочице успоставља се напон U_H (*Hall voltage*) који је сразмеран производу струје I и интензитета вектора магнетске индукције B :

$$U_H = k_H \frac{IB}{d}. \quad (12.37)$$

где је d дебљина плочице³⁰, а k_H Холова константа (*Hall coefficient*), која је одређена својствима материјала (врстом и концентрацијом носиоца наелектрисања).

Мерењем Холове константе може да се утврди врста наелектрисања која је већински носилац струје кроз проводник, као и колика је њихова концентрација. Холов ефекат омогућује једноставно мерење магнетске индукције, електричне струје и електричне снаге³¹.

Амерички физичар Хол (*Hall Edwin Herbert*, 1855-1938) у својој докторској тези је описао до тада непознату појаву, која данас носи његово име. Ово откриће омогућило је да се експериментално утврди да електричну струју у металним проводницима чине негативни носиоци наелектрисања. Ширу примену у мерној техници Холов ефекат је добио тек половином двадесетог века, након развоја полупроводничке технологије.



Едвин Хол

Холов ефекат омогућује мерење струје без потребе да се струјно коло прекида и умеће одговарајући сензор. Основни принцип мерења је приказан на слици 12.21.а. Холов сензор се уграђује у језгро од магнетног материјала тако да на њега делује магнетско поље које производи струја која протиче кроз проводник који је језгром обухваћен. Диференцијални појачавач даје на свом излазу напон који је сразмеран Холовом напону. Изглед једног таквог мерног претварача приказан је на слици 12.21.б.



Слика 12.21. Мерење струје помоћу Холовог сензора

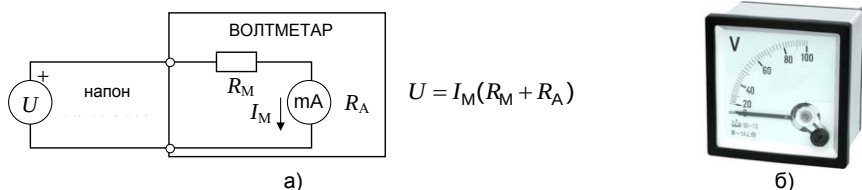
³⁰ Плочица мора да буде веома танка да би напон могао да се детектује. За метале Холова константа је веома мала. Због тога се Холов елемент данас израђује од полупроводничких материјала.

³¹ Холов елемент је "природни" множач аналогних величина.

Боља тачност постиже се применом затворене струјне петље (*closed loop Hall effect current sensor*). Структура мерног система приказана је на слици 12.21.в. Негативна повратна спрега, остварена преко диференцијалног појачавача, ствара у секундарном намотају струју која поништава дејство улазне струје³². Ако је појачање појачавача довољно велико, однос секундарне и побудне струје одређен је само односом броја намотаја примара и секундара. Пад напона на мерном отпорнику R_M сразмеран је улазној струји I .

12.5 МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНОГ НАПОНА

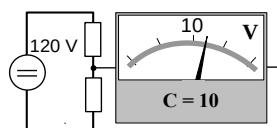
Прва мерила напона била су, првенствено, заснована на примени електромеханичких мили- или микроамперметара. Помоћу одговарајућег мерног отпорника³³ R_M , вредност мереног напона U пресликава се на вредност струје I_M , која протиче кроз инструмент са казаљком (слика 12.22).



Слика 12.22. Мерење напона мерењем струје

Избором вредности отпорности R_M подешава се мерни опсег. Додавањем спољашњег отпорника могуће је остварити проширивање мерног опсега постојећег волтметра.

У објектима електроенергетског система се, као извор помоћног напона, користи батерија акумулатора чији је називни напон 120 V. За мерење овог напона помоћу "стандардног" аналогног волтметра чији је мерни опсег 20 V потребно је да се мерена величина "доведе" преко делитеља напона 10 : 1. На тај начин остварује се мерило чија је константа показивања једнака 10. При прорачуну делитеља, узима се у обзир унутрашња отпорност инструмента.

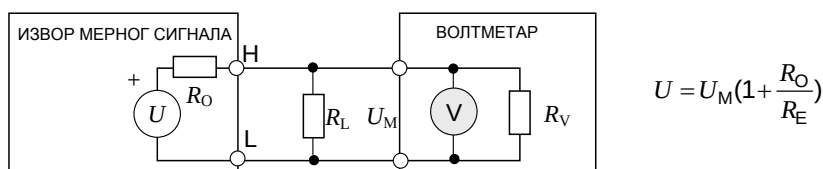


Због утицаја коначне улазне отпорности мерног средства, показивање је мање. Разлика потенцијала, која се мери између излазних прикључака извора мерног сигнала, H и L (слика 12.23), мања је од напона празног хода (*open-circuit potential difference*), који представља информациони параметар. Ово одступање утолико је веће, уколико је већа струја коју извор даје. Зависи од односа унутрашње (излазне) отпорности извора (R_O) и отпорности којом је извор оптерећен. Напон U може да се израчуна на основу показивања волтметра, ако су сопствена отпорност извора напона и отпорност оптерећења познати³⁴.

³² Ово је леп пример примене нултог метода мерења.

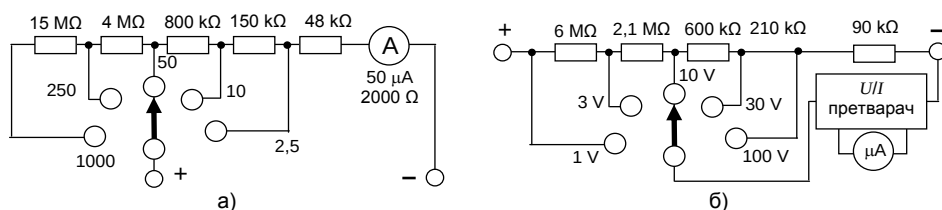
³³ Уобичајено је да се овај мерни "додатак" мерила са казаљком назива "предотпор(ник)" [14].

³⁴ Еквивалентна отпорност оптерећења обухвата и унутрашњу отпорност инструмента којим се напон мери.



Слика 12.23. Утицај улазне отпорности волтметра

Помоћу преклопника и групе отпорника израђује се мерило са више опсега (слика 12.24.а). Скала инструмента се баждари тако да омогућује директно читавање вредности мереног напона. Улазна отпорност зависи од мерног опсега.



Слика 12.24. Аналогни волтметри са више опсега

Електронска мерила, код којих побуду микроамперметра остварује појачавач, омогућују, између осталог, велику улазну отпорност која, практично, не зависи од мерног опсега (слика 12.24.б).

У највећем броју случајева примене, аналогна електромеханичка мерила заменили су дигитални волтметри, U/N претварачи, који мерени напон пореде са еталон-мером која је остварена у самом инструменту.

12.6 ДИГИТАЛНИ ВОЛТМЕТРИ

Од савремених лабораторијских инструмента захтева се висока резолуција и одговарајућа тачност. Ове захтеве немогуће је испунити уколико се не предузму посебне мере са смањивање утицаја шума који се, неизбежно, суперпонира мерном сигналу. Ефикасан начин да се смањи оситљивост на шум пружају интеграционе методе аналого-дигиталног претварања. Као резултат мерења променљиве мерене величине $a(t)$, оне дају њену средњу вредност током изабраног интервала посматрања:

$$N = k \frac{\frac{1}{T_i} \int_{t_0}^{t_0+T_i} a(t) dt}{A_{\text{REF}}} = k \frac{\overline{a(t)}}{A_{\text{REF}}} \quad (12.38)$$

Ако мерена величина $a(t)$ представља пулсирајућу величину која, поред константне компоненете, A , која треба да се измери, садржи и наизменичну компоненту $a_{\sim}(t)$:

$$a(t) = A + a_{\sim}(t), \quad (12.39)$$

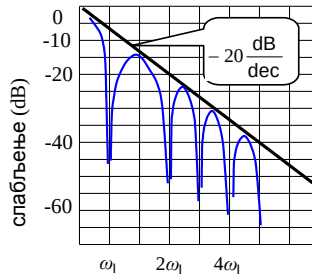
која представља сметњу, тада величине $a_{\sim}(t)$ неће утицати на резултат мерења, уколико је њен период понављања једнак трајању интервала интеграције T_i . Јер, уколико је овај услов испуњен, важи :

$$\int_{t_0}^{t_0+T_i} a_{\sim}(t) dt = 0. \quad (12.40)$$

односно:

$$N = k \frac{\frac{1}{T_i} \int_{t_0}^{t_0+T_i} a(t) dt}{A_{\text{REF}}} = k \frac{A}{A_{\text{REF}}}. \quad (12.41)$$

Заправо, интеграцијом се у потпуности потискују (*rejection*) све компоненте улазног сигнала чија је учестаност целобројни умножак реципрочне вредности интервала интеграције (слика 12.25).



Слика 12.25. Потискивање наизменичне компоненете мерног сигнала

Најраспрострањенији шум су електромагнетске сметње које потичу из енергетске мреже наизменичног напона. Да би се остварило њихово потискивање потребно је да трајање интервала интеграције T_i представља умножак периода основне (фундаменталне) компоненте мрежног напона.

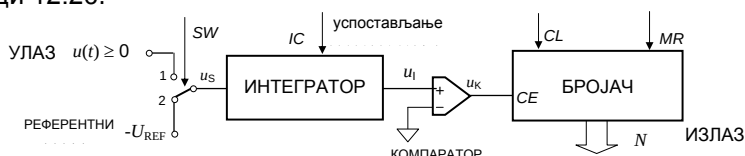
Разликују се два основна поступка A/N пресликавања интеграционог типа. Први је заснован на пресликавању улазне (мерене) величине у учестаност. Прелазак из аналогног у дигитални домен се тада остварује дигиталним мерењем учестаности, на начин који је описан у деветом поглављу ове књиге. Пресликавање вредности аналогне величине на вредност учестаности разматрано је у десетом поглављу. Укупна тачност превасходно зависи од тачности којом се оно остварује. Резолуција мерења је утолико боља уколико је учестаност на излазу A/f претварача виша, а трајање интервала интеграције дуже. Треба, притом, имати у виду да се, у начелу, тачност $A \rightarrow f$ пресликавања смањује са повећањем горње граничне вредности мерног опсега излазне величине.

Најширу примену у савременим електронским мерним системима има метод којим се операција пресликавања $A \rightarrow N$ одвија у два дела. У првом делу улазна величина се интегрира током предефинисаног интервала интеграције T_i . Потом се излаз интегратора враћа на нулу, интеграцијом референтне аналогне величине супротног знака. Тада се, у односу на претходну фазу рада, излаз интегратора мења “у супротном смеру”. Због тога је уобичајено да се овај поступак назива “метод двојног нагиба” (*dual slope*).

Одликује се добрим метролошким својствима због чега представља најчешће примењиван поступак А/Д претварања у савременим лабораторијским инструментима.

12.6.1 МЕТОД ДВОЈНОГ НАГИБА

Структурни блок-дијаграм U/N претварача са двојним нагибом приказан је на слици 12.26.



Слика 12.26. U/N претварач са двојним нагибом

Пресликавање $U \rightarrow N$ остварује се у два корака. У првом кораку се одређује вредност интеграла улазног напона $u_i(t)$ током временског интервала T_1 :

$$J = \int_0^{T_1} u(t) dt \quad (12.42)$$

Трајање интервала T_1 је унапред дефинисано. Вредност интеграла J одмерава се у другом кораку, мерењем временског интервала T_2 , потребног да се, интеграцијом референтног напона, излаз интегратора врати на почетну вредност:

$$\int_{T_1}^{T_1+T_2} U_{REF} dt = J \quad (12.43)$$

Пре почетка мерења успоставља се почетно стање у систему. Сигналом MR (master reset) бројач се доводи на нулу. Сигналом IC (initial condition) на излазу интегратора успоставља се напон једнак нули. Прекидач SW се поставља у положај 1, у којем је на улаз интегратора прослеђен напон који се мери. Након тога, укидањем сигнала MR и IC , започињу интеграција улазног напона и одбројавање импулса који се доводе на одговарајући улаз бројача (CL). Трајање интеграције, временски интервал T_1 , одређен је временом потребним да кружни бројач, бројањем унапред, поново дође до нуле:

$$T_1 = MT_C, \quad (12.44)$$

где је T_C период појављивања импулса; а M модуо бројача.

Након истека интервала T_1 , прекидач SW се поставља у положај 2, у којем је на улаз интегратора прослеђен референтни напон, чији је знак супротан од знака улазног напона. Излаз интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала T_2 , потребног да се интегратор врати у почетно стање. Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача на крају овог временског интервала:

$$T_2 = NT_C, \quad (12.45)$$

сразмеран је вредности интеграла J . На основу једначина 12.42 и 12.43 следи:

$$T_2 = \frac{J}{U_{REF}} = \frac{\int_0^{T_1} u(t) dt}{U_{REF}}. \quad (12.46)$$

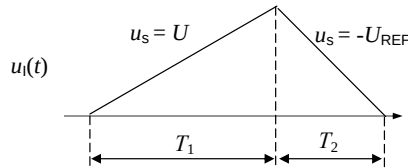
Однос временских интервала T_2 и T_1 одређен је изразом:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u(t) dt}{U_{REF}} = \frac{\overline{u(t)}|_{T_1}}{U_{REF}}. \quad (12.47)$$

Вредност броја N је сразмерна средњој вредности улазног напона током фазе интеграције:

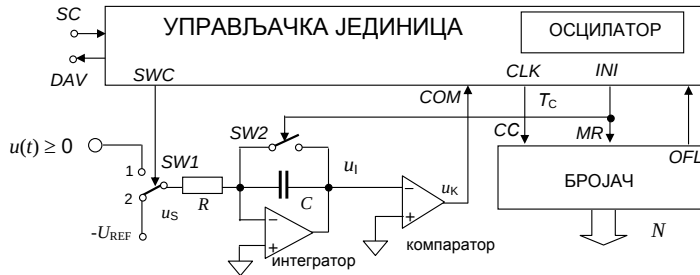
$$N = \frac{\overline{u(t)}|_{T_1}}{U_{REF}} M. \quad (12.48)$$

Временски дијаграм који приказује напон на излазу интегратора, $u_i(t)$, када се улазни напон не мења током интервала интеграције, дат је на слици 12.27.



Слика 12.27. Таласни облик напона на излазу интегратора

Принципска шема U/N претварача чији је рад заснован на методи двојног напона приказана је на слици 12.28. На слици 12.29 приказани су таласни облици сигнала у карактеристичним тачкама система.



Слика 12.28. Принципска шема U/N претварача

Ако се улазни напон не мења током интеграције, напон $u_i(t)$ на излазу интегратора представља линеарно опадајућу функцију времена:

$$u_i(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_s(t) dt = -\frac{U t}{RC}. \quad (12.49)$$

Након прве фазе мерења (интеграција улазног напона) напон на излазу интегратора једнак је:

$$u_i(T_1) = -\frac{UT_1}{RC} = -\frac{UMT_C}{RC} \quad (12.50)$$

Након истека интервала T_1 , прекидач $SW1$ се поставља у положај 2, у којем на улазу интегратора делује референтни напон чији је поларитет супротан поларитету мереног напона. Напон на излазу интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала T_2 потребног да се напон на излазу интегратора врати на почетну вредност. Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача, број N , на крају овог временског интервала једнак је:

$$N = \frac{T_2}{T_C} \quad (12.51)$$

На крају временског интервала T_2 напон на излазу интегратора једнак је нули. Трајање овог временског интервала одређено је вредношћу напона $u_i(T_1)$, напоном U_{REF} и константом интегратора RC . На основу једначине:

$$u_i(T_1) - \frac{U_{REF}T_2}{RC} = 0, \quad (12.52)$$

следи:

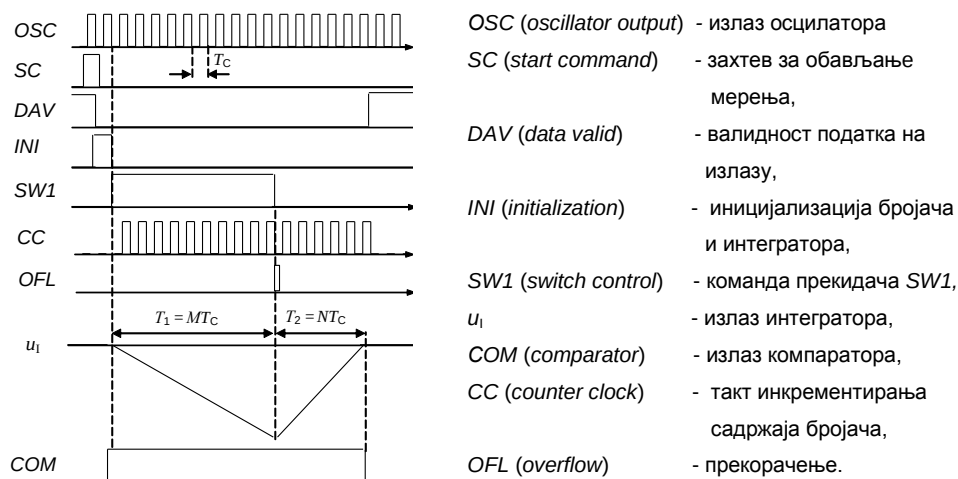
$$T_2 = \frac{u_i(T_1)}{U_{REF}} RC, \quad (12.53)$$

односно:

$$T_2 = \frac{U}{U_{REF}} MT_C. \quad (12.54)$$

На основу претходних једначина добија се:

$$N = \frac{U}{U_{REF}} M. \quad (12.55)$$



Слика 12.29. Таласни облици сигнала

Строго посматрано, описани поступак подразумева вишеструко пресликавање. У првом кораку се вредност улазног напона U , пресликава у наелектрисање Q унето у интеграциони кондензатор C током временског интервала T_1 . Заправо, помоћу отпорника R , вредност улазног напона се пресликава на вредност струје I , којом се кондензатор C пуни током временског интервала T_1 . Трајање овог интервала је дефинисано као умножак

периода импулса које генерише осцилатор. Наелектрисање унето у кондензатор током овог временског интервала, сразмерно је средњој вредности улазног напона током интервала интеграције.

У другом кораку одмерава се вредност наелектрисања Q , пресликавањем на вредност временског интервала T потребног да се кондензатор C испразни референтном струјом I_{REF} . Вредност ове струје одређују извор референтног напона U_{REF} и исти отпорник R , којим је одређена вредност струје I која је пунила кондензатор током првог корака. Трајање временског интервала T_2 одмерава се бројањем импулса из осцилатора. Дакле, ово друго пресликавање, $Q \rightarrow N$, остварује се истим средствима којима је извршено пресликавање $U \rightarrow Q$. Захваљујући томе, низ пресликавања:

$$U \xRightarrow{R, T_{CL}} I \xRightarrow{M} Q \xRightarrow{R, U_{REF}, T_{CL}} T \xRightarrow{} N,$$

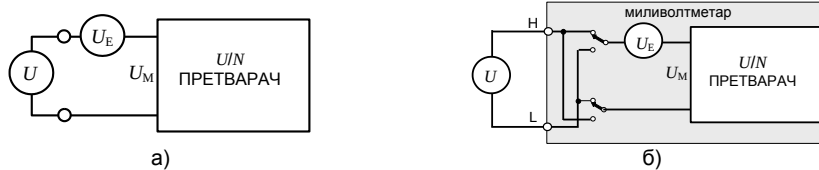
сукцесивно остварених, даје резултат који зависи само од односа улазног и референтног напона:

$$N = \frac{T_2}{T_C} = \frac{\frac{Q}{I_{REF}}}{\frac{T_C}{I_{REF}}} = \frac{\frac{R}{U_{REF}} Q}{\frac{T_C}{I_{REF}}} = \frac{\frac{R}{U_{REF}} IT_1}{\frac{T_C}{I_{REF}}} = \frac{\frac{R}{U_{REF}} \frac{U}{R} MT_C}{\frac{T_C}{I_{REF}}} = \frac{U}{U_{REF}} M.$$

Временска константа интегратора (RC) и учестаност осцилатора ($f_C = 1/T_C$) не утичу на резултат. То значи да ни њихове промене услед старења или промена услова околине (као што су температура и влажност), немају утицај на резултат, уколико се одвијају довољно споро, да се могу занемарити током трајања једне потпуне секвенце пресликавања. Учестаност f_C утиче на трајање интеграције и мерења у целини. Отпорност R и капацитивност C утичу на амплитуду (распон) напона на излазу интегратора.

12.6.2 МЕРЕЊЕ МАЛИХ НАПОНА

За веома тачна мерења напона примењује се посебан поступак који омогућује компензацију грешака које уносе термоелектрични ефект и померај нуле улазног кола дигиталног волтметра³⁵. На слици 12.30.а ови извори грешке су моделовани извором напона U_E .



Слика 12.30. Метод инверзије

Мерење се остварује у два корака (слика 12.30.б). У првом кораку напон који се мери, U_{M1} , једнак је:

³⁵ Термоелектрични напон се појављује на местима спајања проводника који повезују елементе у мерном колу. Уобичајено је да се разлика потенцијала, која настаје на контактима (*contact potential difference*) услед разлике температуре прикључака, назива "термоелектромоторна сила" (*thermal electromotive force*).

$$U_{M1} = U + U_E. \quad (12.56)$$

У другом кораку мерење се понавља, али са промењеним смером прикључивања извора мереног напона U :

$$U_{M2} = -U + U_E. \quad (12.57)$$

На основу измерених вредности U_{M1} и U_{M2} израчунава се вредност мереног напона U :

$$U = \frac{U_{M1} - U_{M2}}{2}. \quad (12.58)$$

На овај начин остварује се компензација адитивне грешке инструмента. Метод инверзије има посебан значај при мерењу малих напона. У мерним уређајима који садрже микропроцесор, целокупни поступак промене смера струје, мерење и израчунавање може да се изведе аутоматски.



Слика 12.31. Нановолтметар³⁶

12.6.3 МЕРЕЊЕ ОДНОСА НАПОНА

У начелу, улога референтне величине U/N претварача, U_{REF} , може да се додели неком другом улазном сигналу, тако да се применом истог мерног система врши непосредно одређивање односа напона U и U_{REF} . Овакав поступак назива се “логометарско” мерење³⁷. Као резултат мерења приказује се број N који представља количник вредности ова два напона. Потребна за оваквим начином мерења појављује се, на пример, при одређивању положаја (транслаторног или угаоног помераја) помоћу потенциометарских сензора (слика 12.32.а). Када је улазна отпорност мерног кола инструмента довољно велика, тако да се улазна струја инструмента може да занемари, у односу на струју која протиче кроз потенциометар, релативан положај клизача потенциометра, a , одређен је изразом:

$$a = \frac{U}{U_E}, \quad (12.59)$$

³⁶ Copyright October 2011 Agilent Technologies Inc. Reproduced with permission.

³⁷ Назив потиче од грчке речи (*lógos*) која, између осталог, означава и “однос”. У употреби је и назив који потиче из латинског, “квоцијентно” мерење (*quotiens*, колико пута) [14]. Квоцијент је број који показује колико се пута један број садржи у другом броју. У литератури на енглеском језику користи се и назив “рациометарско мерење” (енг. *ratio*, однос, размера, количник)

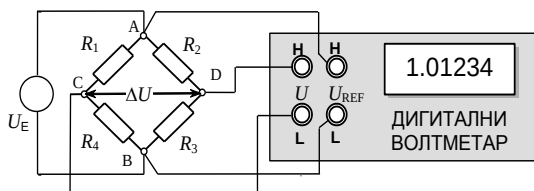
у којем U представља пад напона на делу потенциометра између клизача и његовог краја који се налази на референтном потенцијалу, а U_E је напон извора којим се потенциометар напаја. Логометарским мерењем постиже се независност резултата мерења од вредности напона U_E .



Слика 12.32. Мерење односа напона

Овакав начин мерења примењује се и при прецизном упаривању отпорника (слика 12.32.б). Када су вредности отпорности R_1 и R_2 једнаке, а улазна отпорност инструмента довољно велика, резултат мерења је једнак један (1,000 000) без обзира на вредности R_1 , R_2 и U_E .

Право логометарско мерење омогућује одређивање односа вредности два напона који не морају да буду дефинисани у односу на заједнички референтни потенцијал. То је, на пример, случај када се отпорнички сензор (RTD, термистор или мерна трака) веже у мерни мост (слика 12.33). Разлика потенцијала на крајевима мерне дијагонале моста, напон ΔU , зависи од отпорности сензора, односно од одступања мерене величине у односу на вредност при којој је остварено уравнотежавање моста. Константа преноса је сразмерна вредности напона којим се мост напаја (U_E). Потреба за прецизним и стабилним дефинисањем овог напона избегава се његовим мерењем, односно мерењем односа $\Delta U/U_E$.



Слика 12.33. Мерни мост

У суштини, мерења је одређивање односа две величине исте физичке природе. Логометарско мерење представља мерење са екстерно дефинисаном (променљивом) еталон-мером. У начелу, оно може да буде остварено хардверски (слике 12.32 и 12.33) или софтверски, аутоматским израчунавањем на основу резултата два узастопна мерења (непознате, U_X , и референтне улазне величине U_{REF}):

$$N = \frac{N(U_X)}{N(U_{REF})}. \quad (12.60)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050, part 121, Electromagnetism, Terms and definitions.*
2. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050, part 111, Terms in physics and chemistry used in electrotechnics, Terms and definitions.*
3. П.Бошњаковић, Основи електронике, ВЕТШ, 2006.
4. М. Brezinščak, *Мерење и računanje u tehnici i znanosti*, Tehnička knjiga, 1971.
5. В. Јовановић, *Електрична мерења*, Научна књига, 1967.
6. *The International System of Units (SI), BIPM, 8.th edition, 2006.*
7. A.D.Helfrick, W.D.Cooper, *Modern Electronic Instrumentation and Measurement techniques*, Prentice Hall, 1990.
8. *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and asotiated terms (VIM), 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.*
9. J. Pantelić-Babić, V. Janković, P. Bošnjaković, *A Virtual Instrument Based System for Electromotive Force Standards Comparison*, IEEE Trans. Instrum. Meaus, vol IM-51, pp 1295-1299, Dec 2002.
10. [www.bipm.org/si/si_broshure apendix2.electrical.html](http://www.bipm.org/si/si_broshure/apendix2.electrical.html)
11. Електрична и магнетска кола, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 131, 1990, (*Electric and magnetic circuits, Terms and definitions, IEC 131, 1978*).
12. *National Instruments, LM399, Precision reference.*
13. *Burr-Brown, REF 102, Precision voltage reference.*
14. *FLUKE 734A, DC Reference Standard.*
15. D. Slomowitz et all, *Long term behavior of a multi-Zener 10 V standard*, Conference on Precision Electromagnetiv Measurements, CPEM, 2010, p 211.
16. J. Niemeyer, *Redna veza Džosensonovih elemenata kao potenciometar i naponski etalon*, Acta Metrologica, 1990.
17. D. Stanković, J.Pantelić-Babić, *Nova dostignuća savremene metrologije elektromagnetskih veličina i stanje metrologije u našoj zemlji*, Kongres metrologa Jugoslavije, Zbornik radova, 1998.
18. E. R. Williams et all, *Absolute Determination of the Ampere*, 2001.
19. A. S. Katkov et all, *State primary standard for the unit of direct current, the ampere*, Measurement Techniques, Vol. 38, No. 1, 1995.
20. Y.Tang, *Automation of Direct Josephson Voltage Standard Comparison and an Application* Conference on Precision Electromagnetiv Measurements, CPEM, 2010, p 4.
21. *History of NIST Quantum Voltage Standards – 2000 and later*, www.nist.gov/pml/history.
22. *FLUKE 6195A, Calibrator.*
23. *KEITHLEY, Nanovoltmeter 181.*
24. *Agilent 34420 Nanovolt/Microohm meter.*
25. *Agilent 3458 Multimeter, Data sheet.*
26. СЗМДМ, Метролошки услови за електричне показне мерне инструменте са непосредним дејством и њихов прибор, Службени лист СФРЈ 49/80.

“Експеримент је питање
постављено природи.”

Hans Reichenbach
(*The rise of scientific philosophy*)



13.

МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ОТПОРНОСТИ

Електрична отпорност (*resistance*) је величина од посебног значаја за анализу и развој електричних кола и уређаја. Она представља својство проводног тела у којем се успоставља електрична струја и спада у основне параметре електричне мреже. Због тога мерење електричне отпорности има важну улогу у електротехници уопште, а посебно у телекомуникацијама и енергетици. Мерење дужине каблова, на пример, могуће је остварити мерењем отпорности, јер је отпорност дугог проводника, хомогеног састава и сталног пресека, сразмерна његовој дужини. Испитивање уземљења, као и изолације инсталација, такође се заснива на мерењу отпорности. Истраживање својстава електричне проводности (*conductivity*) довело је до открића транзистора и развоја полупроводничке технологије. Заправо, и сама електроника може да се дефинише као “подручје електротехнике у којем се користи својство несиметричне проводности” [1].

Мерење отпорности омогућује да се неелектричне величине мере електричним путем. То се постиже коришћењем елемената чија електрична отпорност зависи од величине која треба да се измери. Отпорнички сензори примењују се за мерење силе, притиска, деформације, температуре... У свим овим случајевима, мери се, заправо, одступање отпорности сензора у односу на вредност коју има при неким почетним (референтним) условима. Промена отпорности може да буде резултат промене неелектричне величине која одређује вредност електричне отпорности (као што је на пример дужина мерног дела отпорника, концентрација носилаца наелектрисања у материјалу, или температура тела отпорника). Одступање може да представља последицу деловања неке физичке величине (сила, деформација, јачина светлости), или промене услова околине (влажност).

Опсег вредности отпорности које се мере у савременој техници је веома широк: од микроома до петаома. Да би се то омогућило, развијен је низ разноврсних мерних метода, у настојању да се обезбеди једноставно руковање, оствари што боље прилагођење условима примене и пронађе компромис између опречних захтева у погледу тачности и економичности.

У овом поглављу обрађени су основни поступци мерења електричне отпорности. Са циљем да се омогући целовито сагледавање, у уводном делу дате су физичке основе појаве која се макроскопски описује величином која се назива “електрична отпорност”. Описани су начин израде и карактеристике еталон-отпорника који се користе као материјализоване мере електричне отпорности. Разматрају се основне методе мерења и анализирају њихова својства. Посебна пажња посвећена је мерним претварачима којима се остварује пресликавање вредности мерене отпорности на вредност једносмерног напона.

13.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Наелектрисане честице које се крећу кроз неки проводник (проводно тело) под дејством електричног поља, приликом судара предају стечену кинетичку енергију честицама проводника и тако повећавају његову термичку енергију. Овај топлотни ефекат електричне струје има значајну примену у електротехници. У низу случајева, међутим, он је неповољан, јер представља неповратно губљење (*dissipation*) електричне енергије. Макроскопски гледано, преношење наелектрисања кроз проводник повезано је са неком врстом “електричног трења” које одржава динамичку равнотежу “потисним силама” електричног поља. Својство проводног тела да се супротставља проласку носилаца “слободних” наелектрисања¹ је величина која се назива електрична отпорност. Елемент електричног кола чије је својство претварање електричне енергије у топлоту назива се резистивни елемент [2].

Са становишта електричне проводности разликују се три врсте материјала. Проводник (*conductor*) је супстанција у којој постоје носиоци наелектрисања који могу да се премештају под дејством електричног поља. Полупроводник (*semiconductor*) је супстанција у којој се провођење врши помоћу електрона и шупљина² [3]. Својство полупроводника је да се у неком температурском опсегу концентрација носилаца наелектрисања повећава са повећањем температуре [4]. Трећу групу чине диелектрици (*dielectric*). То су материјали у којима су у уобичајеним (нормалним) условима електрони чврсто везани за свој атом или групу атома који образују молекул. При дејству електричног поља долази само до мале деформације атома, односно молекула, али не и до усмереног кретања наелектрисаних честица.

У теорији електричних кола, **електрична отпорност** елемента или мреже са једним приступом, чији су прикључци А и В, дефинисана је као количник напона u_{AB} , који делује између тих прикључака, и електричне струје i унутар елемента или кола:

$$R = \frac{u_{AB}}{i}. \quad (13.1)$$

Струја је позитивна ако је њен смер од тачке А ка тачки В, односно негативна ако је њен смер супротан [5]. По својој физичкој природи електрична отпорност не може да буде негативна³.

Елемент са два прикључка чије је основно својство електрична отпорност назива се **отпорник** (*resistor*). Мерни отпорник је материјализована мера отпорности. Користи се као референтна величина са којим се мерена отпорност пореди. Осим тога, отпорници се у мерној техници користе за пресликавање напонског на струјни сигнал, или обрнуто, за израду делитеља напона односно струје, а понекад и за претварање електричне енергије у топлоту (на пример, као грејачи у термостатираним кућиштима). Израђују се од танког металног проводника у облику жице или траке, намотаног на носач

¹ Овим називом означавају се наелектрисане честице које могу да се премештају кроз проводник под дејством електричног поља. У металима то су електрони који су ослобођени валентних веза (*free electron*) и образују “електронски гас” који испуњава простор између чворова кристалне решетке у којима се налазе позитивни јони.

² Шупљина (*hole*) је празнина која се појављује у нормално попуњеној енергијској зони атома чврстог тела и понаша се као носилац позитивног елементарног наелектрисања.

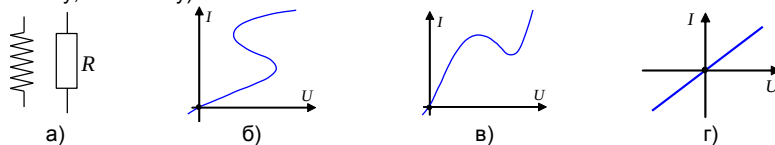
³ Са становишта електронике, ово важи само за пасивне елементе (кола). Активно електронско коло може, узимајући енергију из спољашњег извора са којим је повезано, да се “понаша” као негативна отпорност.

од изолационог материјала (мотани отпорници) или од танког слоја (филма) проводног материјала нанетог на одговарајућу подлогу (филм-отпорници).

Отпорник се, обично, посматра као најједноставнији елемент електричне мреже, јер може да се опише линеарном алгебарском везом између струје и напона. Једначина 13.1 је само апроксимација која се успешно примењује када се у телу, кроз које струја пролази, посматрају појаве у којима је Џупов ефекат доминантан. У општем случају, отпорник је пасиван елемент са једним приступом описан алгебарском једначином која приказује однос између струје и напона на његовим крајевима. У најопштијем облику отпорник је описан једначином [2]:

$$F[u(t), i(t), t] = 0. \quad (13.2)$$

Приказана у u - i равни, карактеристика отпорника налази се у првом и трећем квадранту (слика 13.1). Отпорници немају способност сакупљања енергије. Уложена електрична енергија неповратно се претвара у неку другу врсту енергије (топлотну, светлосну).



Слика 13.1. Графички симболи и типичне карактеристике отпорника

Елемент чија карактеристика може да се изрази у облику:

$$u(t) = F_u[i(t)], \quad (13.3)$$

назива се “отпорник контролисан струјом”. Свакој вредности струје $i(t)$ одговара само једна вредност напона $u(t)$. Елемент чија карактеристика приказана на u - i дијаграму има облик латиничног слова S (слика 13.1.б), представља отпорник контролисан струјом.

Елемент чија се карактеристика може да прикаже у облику:

$$i(t) = F_i[u(t)], \quad (13.4)$$

назива се “отпорник контролисан напonom”. Свакој вредности напона $u(t)$ одговара јединствена вредност струје $i(t)$. Елемент чија карактеристика приказана на u - i дијаграму има облик латиничног слова N (слика 13.1.в), представља отпорник контролисан напonom.

Отпорник се назива линеарним, ако је функција F_u линеарна и пролази кроз координатни почетак (слика 13.1.г). Линеаран отпорник може да се посматра као отпорник контролисан струјом, али и као отпорник контролисан напonom.

Омов закон важи и када отпорност зависи од времена:

$$u(t) = R(t) i(t). \quad (13.5)$$

Отпорност R временски непроменљивог линеарног отпорника једнака је:

$$R = \frac{u(t)}{i(t)}. \quad (13.6)$$

У општем случају U - I карактеристика временски резистивног елемента је нелинеарна. Полупроводнички PN -спој, на пример, понаша се као пасивни елемент са нелинеарном u - i карактеристиком. Варистор (*variable resistor*) је резистивни елемент чија отпорност зависи од напона.

Електрична отпорност одређена је врстом материјала, али и обликом проводног тела: дуго узано проводно тело има много већу отпорност од кратког тела направљеног од једнаке количине истог материјала. Отпорност тела правилног облика, хомогеног састава и сталног пресека, сразмерна је његовој дужини l , а обрнуто сразмерна попречном пресеку S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (13.7)$$

где је ρ специфична отпорност (*resistivity*) која представља својство материјала од којег је посматрано тело сачињено.

Специфична електрична отпорност зависи од концентрације слободних носилаца наелектрисања (n) и њихове покретљивости (μ):

$$\rho = \frac{1}{qn\mu}. \quad (13.8)$$

Обе ове величине мењају се са температуром. За метале, на пример, функција $\rho(t)$ се, у првој апроксимацији, представља линеарном једначином:

$$\rho = \rho_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (t - t_0)]. \quad (13.9)$$

Због тога, најзначајнији показатељ квалитета отпорника представља сачинилац промене отпорности са температуром (температурски сачинилац отпорника), TC , који се дефинише формулом:

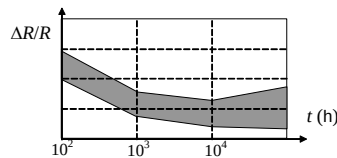
$$TC = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}. \quad (13.10)$$

Обично се изражава у процентима по степену ($\%/^{\circ}\text{C}$) или у милионитим деловима⁴ по степену ($\text{ppm}/^{\circ}\text{C}$). Вредност температурског сачиниоца зависи од својстава материјала од којег је отпорник израђен. Металослојни отпорници, израђени од одговарајуће комбинације материјала којом се постиже компензациони ефекат, имају температурски сачинилац од свега неколико $\text{ppm}/^{\circ}\text{C}$.

Сачинилац промене отпорности у зависности од напона на његовим крајевима је око $0,1 \text{ ppm}/\text{V}$ код квалитетних отпорника, од којих се захтева велика тачност, али може бити и $300 \text{ ppm}/\text{V}$ код “обичних” отпорника. За отпорнике који се користе у мерним колима веома важно обележје представља показатељ релативне промене отпорности при лемљењу. Код врло прецизних отпорника је реда величине $0,01 \%$, док код “обичних” отпорника може бити и $0,25 \%$.

Значајну карактеристику отпорника представља дуговремена стабилност (*stability, load life*) која се исказује као релативна промена отпорности у одређеном временском интервалу при одређеним условима рада (на пример $0,1\%/1000 \text{ h} @ 70^{\circ}\text{C}$). Релативна промена њихове отпорности услед старења је реда величине десет милионитих делова годишње. Типичан облик дијаграма који приказује релативну промену отпорности у функцији времена дат је на слици 13.2. За примене у којима се захтева висока тачност отпорности елемента у тренутку примене (уградње) значајан параметар квалитета отпорника представља податак о могућој промени називне вредности у периоду складиштења (*shelf storage*).

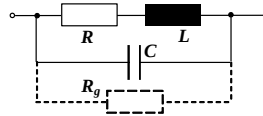
⁴ $1 \text{ ppm} = 10^{-6}$, од лат. *pars per milionem*.



Слика 13.2. Промена отпорности услед старења

Карактеристике отпорника зависе од својстава резистивног материјала који се користи. Мотани отпорници на носачу од керамике или стакленог влакна су некада по својим карактеристикама представљали најквалитетније отпорнике. Жичани отпорници имају најбоље карактеристике у погледу шума, израђују се за велике снаге и могу имати веома мале вредности. За њихову израду користе се легуре метала као што су константан⁵ и нихром⁶. Данас у примени преовлађују слојни (*film*), отпорници код којих се као проводни материјал користи угљеник, односно угљени прах, метали (хром, никал), племенити метали (злато, платина), и оксиди метала.

Претварање електричне енергије у топлоту је преовлађујући ефекат у отпорнику, али постоје и други. Еквивалентно коло физичког отпорника садржи и "паразитне" елементе (слика 13.3). Капацитивност прикључака, C , и индуктивност проводника од којег је елемент сачињен, L , зависе од механичке конструкције. Отпорност R_g потиче од диелектричних губитака и обрнуто је сразмерна учестаности. Код прецизних отпорника типичне вредности су: $L = 80 \text{ nH}$, $C = 0,5 \text{ pF}$, и $R_g = 3 \text{ M}\Omega @ 1 \text{ MHz}$. Утицај паразитних елемената се најчешће може да занемари, али се на високим учестаностима они морају узети у обзир.



Слика 13.3. Еквивалентно коло физичког отпорника

13.1.1 ПОДЕСИВИ ОТПОРНИЦИ

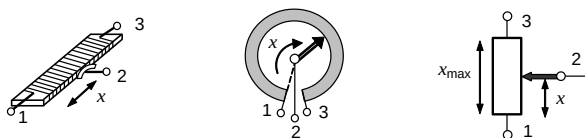
Велики број утицајних величина отежава пројектовање мерних кола од којих се захтева висока тачност. Отпорност отпорника са декларисаном толеранцијом вредности отпорности од 0,05 % може, у уобичајеним радним условима током употребе, да одступа од називне вредности за више од 1%. Овај проблем се превазилази коришћењем отпорника чија вредност може да се подеси при калибрацији мерног система.

Подесиви отпорник (потенциометар⁷) је електромеханички склоп који представља пасивни резистивни елемент са три краја, од којих је један клизни контакт (слика 13.4). Омогућује ручно подешавање отпорности у електричном колу.

⁵ Константан је легура бакра. Температурски коефицијент може бити позитиван или негативан ($10 \text{ ppm}/^\circ\text{C} \pm 30 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$).

⁶ Нихром је легура никла, хрома и гвожђа која има велику специфичну отпорност, али и велики температурски коефицијент (приближно $400 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$). Користи се (у погодној комбинацији са материјалима који имају негативни температурски коефицијент), за израду мерних отпорника велике отпорности.

⁷ У мерној техници, потенциометар је направа за мерење разлике потенцијала ("мерни потенциометар"). Напон који се мери уравнотежава се познатим напонам добијеним пропуштањем константне струје кроз подесиви отпорник, или подесиве струје кроз отпорник сталне отпорности (поглавље 11).



Слика 13.4. Потенциометар

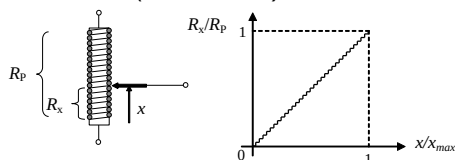
Вредност отпорности R између клизача и једног од крајева потенциометра функција је транслаторног или угаоног положаја клизног контакта, x .

$$R_{12} = aR_{13}, \quad 0 \leq a \leq 1, \quad (13.11)$$

где је a релативан положај клизача:

$$a = \frac{x}{x_{\max}}. \quad (13.12)$$

Потенциометри израђени технологијом филма обезбеђују непрекидност функције $R(x)$, док код мотаних (жичаних) потенциометара ова функција има степенаст облик (слика 13.5).



Слика 13.5. Карактеристика линеарног жичаног потенциометра

У лабораторијама се као подесиви отпорници користе слогови прецизних отпорника, погодно одабраних вредности, смештени у заједничку кутију, са чеповима или преклопницима помоћу којих се бира одговарајућа комбинација редне везе. Преклопници су једноставнији за употребу али је, у начелу, прелазна отпорност контакта оствареног помоћу преклопника за ред величине већа од отпорности контаката са чепом ($\approx 50 \mu\Omega$) [6], [7].

Декадне отпорничке кутије које су израђиване крајем деветнаестог и почетком двадесетог века представљале су креативан спој електротехничке струке и врхунског занатског умећа.



13.2. ЕТАЛОНИ ЕЛЕКТРИЧНЕ ОТПОРНОСТИ

Међународно прихваћена јединица електричне отпорности једнака је електричној отпорности између две тачке проводника у којем стална разлика потенцијала од једног волта, примењена између тих тачака, производи струју од једног ампера, при чему у проводнику нема никакве електромоторне силе⁸ [8]. Ова дефиниција, коју је 1946 године препоручио⁹ Међународни комитет за

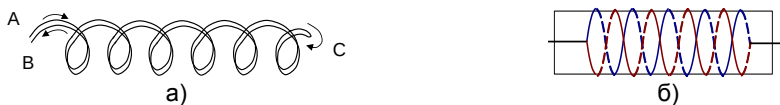
⁸ Током последњих година, у међународним документима, назив "електромоторна сила" се напушта.

⁹ Одлука о увођењу апсолутног система јединица је донета још 1935. године, али је планирани датум њеног спровођења померен из политичких разлога.

тегове и мере подразумева посредно мерење. Инжењери електротехнике сагледали су, много година пре тога, да је са становишта примене погодније да се електричне величине мере директно, поређењем са референтном величином исте природе¹⁰.

Већ на првом међународном конгресу инжењера електротехнике, који је одржан у Паризу 1881. године, закључено је да се, слично као за дужину и масу, уведе еталон отпорности у облику отпорника од изабраног материјала, изабраног облика и димензија, чија би отпорност на одређеној температури била једнака један ом, што би се утврдило најбрижљивије оствареним апсолутним мерењима. Образована је комисија чији је задатак био да одреди дужину стуба живе пресека 1 mm^2 чија је отпорност на температури 0°C једнака један ом. У складу са тим, 1884. године уведен је “легални ом” као отпорност живиног стуба дужине 106 центиметара а пресека 1 mm^2 . На конгресу одржаном 1893. године дата су тачнија правила и упутства за израду прамера. Интернационални ом је дефинисан као “отпорност коју при непроменљивој електричној струји има живин стуб на температури леда који се топи, масе 14,4521 грама, сталног пресека и дужине 106,300 центиметара”. Отпорник остварен помоћу живе коришћен је као примарни еталон у националним лабораторијама Немачке, Велике Британије и Сједињених Америчких Држава. Данас се користе еталон-отпорници израђени од легура метала као што су манганин¹¹ и еванон¹².

Еталонски отпорници израђују се од одговарајућег материјала који се у облику жице, траке или танког слоја (филма) поставља на одговарајући носач и, са циљем заштите од атмосферског утицаја, смешта у посебно двоструко кућиште. Да би се смањила сопствена индуктивност мотаних отпорника користе се посебне технике. Бифиларни намотај добија се тако што се два паралелна жичана проводника, чији је један крај спојен (тачка С на слици 13.6.а), заједно намотају на одговарајући носач. Струје кроз суседне жице теку у супротним смеровима па је самоиндуктивност отпорника у целини веома мала. Међутим, еквивалентна паразитна капацитивност је велика, јер напон између две жице расте од нуле на њиховом заједничком крају, до максималне вредности на улазном приступу елемента (тачке А и В)¹³. Због тога је овакав поступак неподесан за израду еталон-отпорника велике отпорности. Унакрсним мотањем на начин приказан на слици 13.6.б (метод *Ayrton-Perry*), којим се два паралелна проводника намотавају у супротном смеру, смањују се и индуктивност намотаја и еквивалентна паразитна капацитивност.



Слика 13.6. Начин израде еталон-отпорника

Отпорник познате отпорности се користи као сензор струје. Отпорници намењени за мерење великих струја израђују се са четири прикључка тако да представљају елемент са два приступа (слика 13.7). Струја која се мери

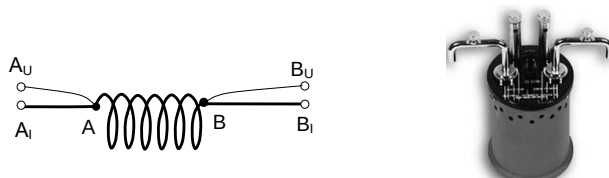
¹⁰ Мерне јединице су предмет теорије, али су еталони ствар праксе.

¹¹ Манганин је легура бакра, мангана и никла која се одликује малим температурским коефицијентом (приближно $10 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$), и малом термоелектромоторном силом према бакру и месингу (приближно $2 \text{ } \mu\text{V}/^\circ\text{C}$). Пронашао га је амерички научник Вестон (1892).

¹² Еванон је легура никла, хрома, бакра и алуминијума која се одликује веома малим температурским коефицијентом (приближно $1 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$), и великом специфичном отпорношћу.

¹³ Бифиларни намотај представља, заправо, двожични вод чији је други крај краткоспојен.

доводи се преко пара улазних проводника (“струјни прикључци”), док се информација о вредности напона на крајевима мерног отпорника узима преко посебног пара излазних водова (“напонски прикључци”). Уколико је улазна отпорност мерила напона довољно велика, струја која протиче кроз мерне водове “ $A_U A$ ” и “ $B_U B$ ” је мала, па је и пад напона на њима занемарљиво мали, без обзира на њихову релативно велику отпорност у односу на отпорност R_{AB} мерног отпорника.



Слика 13.7. Четворожична веза мерног отпорника

Температурски коефицијент савремених еталон-отпорника је реда величине $0,1 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$. Нестабилност отпорности је типично од $0,2 \text{ ppm}$ до 2 ppm у току једне године [9]. Упркос зависности од температуре и притиска, као и осетљивости на механички шок, вредност отпорности “добрих старих” жичаних отпорника, брижљиво чуваних, може да буде одржавана током године на нивоу од неколико $\text{p}\Omega/\Omega$ [10].



Слика 13.8. Еталон-отпорници

Развој дигиталних мерних инструмената унео је једну новину у мерење отпорности. Захваљујући великој осетљивости ($100 \text{ p}\Omega$ на опсегу 1Ω) и високој тачности (мерна несигурност реда $\mu\Omega/\Omega$), користе се као еталони електричне отпорности (слика 13.9) [11], [12].



Слика 13.9. Дигитални инструмент - еталон електричне отпорности

13.2.1 ЕТАЛОНИ ЕЛЕКТРИЧНЕ ОТПОРНОСТИ ЗАСНОВАНИ НА КВАНТНОМ ХОЛОВОМ ЕФЕКТУ

Као што је већ речено, Холов ефекат је појава која се испољава када се проводник у облику веома танке плочице, кроз који протиче електрична струја, налази у магнетском пољу. У проводном материјалу се успоставља електрично поље чији је интензитет сразмеран векторском производу вектора густине струје и вектора индукције магнетског поља (густине магнетског фулукса) у којем се плочица налази. Ако је вектор магнетске индукције управан на вектор густине струје, између попречних страна плочице успоставља се напон U_H који је сразмеран производу интензитета вектора густине струје и вектора магнетске индукције:

$$U_H = k_H \frac{IB}{d}, \quad (13.13)$$

где је I струја кроз плочицу, B је интензитет вектора магнетске индукције, d је дебљина плочице, а k_H Холова константа (*Hall coefficient*), која је одређена својствима материјала (врстом и концентрацијом носиоца наелектрисања).

Количник Холовог напона U_H и струје назива се Холова отпорност (*Hall resistance*):

$$R_H = \frac{U_H}{I} = k_H \frac{B}{d}. \quad (13.14)$$

Веома танка Холова плочица представља дводимензионални систем који на екстремно ниским температурама¹⁴ испољава необична својства, која се не могу објаснити законима класичне физике. Квантни Холов ефекат (*quantum Hall-effect*) је макроскопска квантна појава која се испољава у веома јаком магнетском пољу. Зависност $R_H(B)$ постаје изразито нелинеарна. Испољава се постојањем степенстих “платоа” сталне вредности :

$$R_H = \frac{U_H(n)}{I} = \frac{h}{ne^2}, \quad n=1, 2, 3, \dots; \quad (13.15)$$

где је $U_H(n)$ Холов напон n -тог нивоа, n је цео број, h је Планкова константа, а симбол e означава елементарно наелектрисање.

Откриће квантног Холовог ефекта омогућило је дефинисање еталона отпорности чија вредност зависи само од физичких константи. Количник h/e је назван фон Клицингова константа (R_K). Вредност коју међународни комитет CODATA препоручује за фон Клицингову константу је $25\,812,807\,557(18) \, \Omega$ [13]. При испуњеним условима репродуктивности, релативно стандардно одступање вредности еталона отпорности на бази квантног Холовог ефекта је мање од један према 10^9 [10].

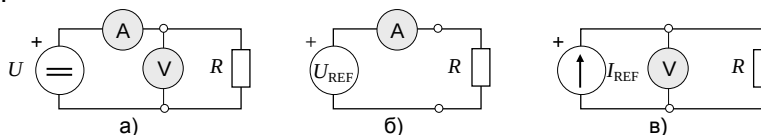
¹⁴ Током последње деценије развијена је технологија која омогућује испољавање квантног Холовог ефекта на знатно вишим температурама.

13.3. ОСНОВНЕ МЕТОДЕ МЕРЕЊА ЕЛЕКТРИЧНЕ ОТПОРНОСТИ

Са становишта мерне технике, електрична отпорност R дефинисана је везом која постоји између сталне електричне струје I која тече кроз елемент (коло), и сталног напона U , који делује између његових крајева:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (13.16)$$

Ова једначина представља математички модел мерења величине R које се остварује “по дефиницији”, посредно, мерењем напона U и струје I . Мерни систем се састоји од извора напона, који обезбеђује струју кроз елемент чија се отпорност мери, и два инструмента: волтметра и амперметра (слика 13.10.а).



Слика 13.10. Мерење електричне отпорности

Реализација мерног задатка се поједностављује ако се користи извор референтног напона, чија је вредност позната са прихватљивом мерном несигурношћу, и само један мерни инструмент – амперметар (слика 13.10.б). Мери се струја коју извор напона даје кроз елемент чија се отпорност мери. Ако се извор напона одликује дугвременом стабилношћу, инструмент за мерење струје може да се баждари као инструмент за мерење отпорности.

На основу еквивалентног приступа, могуће је користити извор референтне струје и само један мерни инструмент - волтметар. Мери се напон који постоји између крајева елемента када кроз њега протиче струја чија је вредност позната (слика 13.10.в). Ако је извор струје стабилан, волтметар може да се баждари као инструмент за мерење отпорности.

Упркос чињеници да одговарајућа материјализована мера може да се оствари са високом тачношћу, електрична отпорност не може да се мери методом директног поређења, као што је то могуће при мерењу електричног напона. Поређење отпорности два отпорника остварује се посредно¹⁵. Пореде се напони који постоје између крајева два отпорника кроз које протиче иста струја, или се пореде струје које кроз њих протичу, када између њихових прикључака делује исти напон.

Мерење отпорности остварује се у врло широком опсегу мерене величине: од 100 nΩ до 100 TΩ. Код прецизних инструмената, максимална грешка при мерењу отпорности у опсегу 10 Ω је мања од 0.001 %. Краткорочна нестабилност таквих инструмената није већа од 3 ppm на дан, а дугвремена нестабилност је мања од 10 ppm годишње [12].

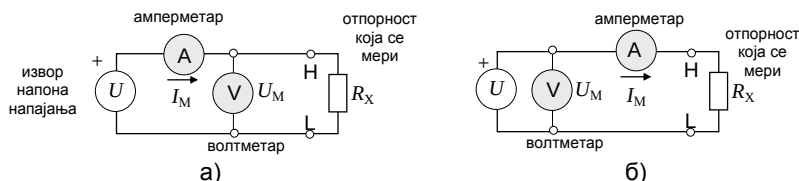
¹⁵ У том погледу, постоји сличност између мерења електричне отпорности и мерења масе.

13.3.1 МЕРЕЊЕ ПО ДЕФИНИЦИЈИ

Непосредна примена Омовог закона, као дефиниционог израза, подразумева мерење електричне отпорности посредним путем: помоћу волтметра мери се напон U_M који на елементу непознате отпорности, R_X , ствара струја, која кроз њега протиче, а чија се вредност, I_M , одређује мерењем помоћу амперметра. На основу резултата ових мерења израчунава се вредност мерене величине:

$$R_X = \frac{U_M}{I_M}. \quad (13.17)$$

Уобичајено је у стручној литератури да се овакав поступак назива “метод волтметра и амперметра” [14] или “ U - I метод” [15]. Зависно од начина повезивања елемената у колу, могуће су две структуре мерног система, приказане на слици 13.11.



Слика 13.11. Мерење електричне отпорности “по дефиницији”

У колу приказаном на слици 13.11.а волтметар мери напон на отпорнику, али амперметар мери струју која протиче кроз отпорник R_X увећану за струју која протиче кроз волтметар. То значи да је измерена вредност R_M (израчуната на основу једначине 13.17) мања од стварне вредности R_X .

$$R_M = \frac{U_M}{I_M} = R_X \parallel R_V, \quad (13.18)$$

где је R_V унутрашња (сопствена) отпорност волтметра. Међутим, ако је отпорност R_V позната, могуће је израчунати вредност мерене отпорности R_X на основу израза:

$$R_X = \frac{R_M R_V}{R_V - R_M} = R_M + \Delta R = \frac{U_M}{I_M} + \Delta R, \quad (13.19)$$

где је ΔR поправка¹⁶ коју треба унети да би се грешка компензовала:

$$\Delta R = R_X - R_M = \frac{R_M^2}{R_V - R_M}. \quad (13.20)$$

Релативна грешка мерења, δ_c , одређена је односом отпорности која се мери, R_X , и унутрашње отпорности волтметра, R_V :

$$\delta_c = \frac{R_M - R_X}{R_X} = -\frac{R_X}{R_V - R_X} \approx -\frac{R_X}{R_V}. \quad (13.21)$$

У колу приказаном на слици 13.11.б амперметар мери струју I_M која протиче кроз отпорник, али волтметар мери напон на отпорнику увећан за

¹⁶ Величина ΔR је бројно једнака, али има супротан знак од грешке мерења која је, при оваквој структури мерног кола, увек негативна.

напон који мерена струја прави на амперметру. У овом случају важи:

$$R_X = \frac{U_M}{I_M} - R_A, \quad (13.22)$$

где је R_A унутрашња отпорност амперметра, која одређује поправку коју треба унети да би се грешка компензовала. Релативна грешка мерења једнака је:

$$\delta_v = \frac{R_A}{R_X}. \quad (13.23)$$

У оба случаја, дакле, коришћење израза 13.22 доводи до систематске грешке. У колу на слици 13.11.а присуство волтметра “уноси” грешку при одређивању струје кроз отпорник¹⁷. У колу на слици 13.11.б присуство амперметра “уноси” грешку при одређивању напона на отпорнику¹⁸. У оба случаја, ако је сопствена (унутрашња) отпорност инструмента “извора” грешке позната, могуће је извршити одговарајућу поправку.

По природи ствари, унутрашња отпорност волтметра је велика, а отпорност амперметра мала. То значи да је мерно коло приказано на слици 13.11.а погодније ако је мерена отпорност мала, тако да се струја кроз волтметар може да занемари у односу на струју која протиче кроз отпорник чија се отпорност мери. Коло на слици 13.11.б је подесније када је мерена отпорност велика у односу на унутрашњу отпорност амперметра, тако да пад напона на амперметру може да се занемари у односу на напон на крајевима отпорника чија се отпорност мери.

Мерна несигурност израчунате вредности отпорности зависи од мерне несигурности којом су одређене вредности напона и струје. При одређивању релативне грешка мерења отпорности UI -методом примењује се израз:

$$\frac{\delta R_X}{R_X} \cong \frac{\delta U}{U} - \frac{\delta I}{I}, \quad (13.24)$$

у којем $\delta U/U$ представља релативну грешку мерења напона, а $\delta I/I$ релативну грешку мерења струје.

Да би се извор напона и амперметар заштитили од преоптерећења када су прикључци H и L у кратком споју, у практичним решењима на ред са извором напона везује се одговарајући отпорник.

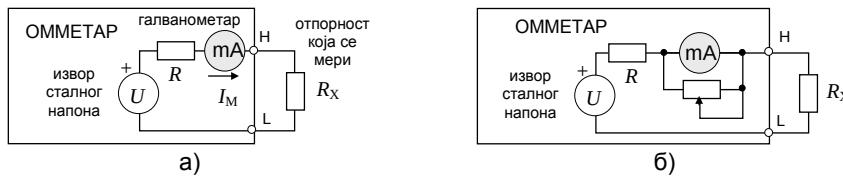
13.3.2 МЕРЕЊЕ ОТПОРНОСТИ МЕРЕЊЕМ СТРУЈЕ

Пре појаве комерцијално доступних интегрисаних АД претварача, електромеханички инструменти са кретним калемом су коришћени за израду инструмената за мерење отпорности. Разликују се две основне структуре мерила отпорности заснованог на мерењу струје. На слици 13.12.а приказано

¹⁷ У литератури се, понекад, назива “струјна грешка” (*current error*). Она је увек негативна и утолико је мања уколико је мања отпорност која се мери.

¹⁸ Ова компонента грешке мерења отпорности назива се “напонска грешка” (*voltage error*). Она је увек позитивна и утолико је мања уколико је већа отпорност која се мери.

је коло у којем је милиамперметар везан на ред са отпорником чија се отпорност мери (*serial-type ohmmeter*).



Слика 13.12. Мерење електричне отпорности помоћу инструмента са кретним калемом – серијска веза

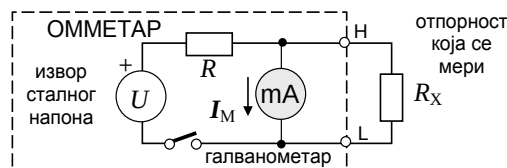
Угао закретања казаљке на инструменту одређен је изразом:

$$\alpha = s_I \frac{U}{R_X + R_A + R}, \quad (13.25)$$

где је R_A унутрашња отпорност, а s_I показатељ осетљивости кретног система галванометра (једначина 6.9). Функција $\alpha(R_X)$ је нелинеарна. Максимални отклон казаљке се добија када је мерена отпорност једнака нули. Напон U представља константу овог мерног система¹⁹.

Показни инструмент (галванометар) може да се баждари тако да се очитавањем добије резултат мерења у јединицама отпорности (слика 13.12.б). Скала је неравномерна. При краткоспојеним улазним прикључцима ($R_X = 0$), вредност отпорности R се бира тако да се оствари максимални отклон казаљке. Када се као извор напона користи батерија, отпорник променљиве отпорности везан паралелно са галванометром омогућује фино подешавање којим се компензује промена напона U током употребе [16].

На слици 13.13 приказано је мерно коло у којем је галванометар везан паралелно са отпорником чија се отпорност мери (*shunt-type ohmmeter*). У преносивим инструментима неопходно је да постоји прекидач којим се, када инструмент није у употреби, прекида грана у којој се налази батерија која представља извор напона U .



Слика 13.13. Мерење електричне отпорности помоћу инструмента са кретним калемом – паралелна веза

Када су прикључци H и L краткоспојени ($R_X = 0$) струја I_M , која тече кроз галванометар, једнака је нули. Када су прикључци H и L отворени ($R_X = \infty$) струја I_M има максималну вредност. Одговарајућим избором отпорности R постиже се да таквом стању одговара максимални отклон казаљке.

¹⁹ Описани поступак може се назвати "метод сталног напона".

Прикључивање отпорника чија се отпорност мери омогућује да део струје, коју даје извор напона U , пролази кроз галванометар. Угао закретања казаљке на инструменту одређен је изразом:

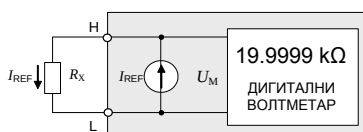
$$\alpha = s_1 \frac{UR_X}{R_A R_X + R(R_A + R_X)} = s_1 \frac{U}{R} \frac{R_A \| R_X \| R}{R_A} . \quad (13.26)$$

Скала инструмента се баждари тако да омогућује директно читавање вредности мерене отпорности.

Редна веза мерене отпорности и главнометра је погоднија за мерење великих отпорности (у односу на које се унутрашња отпорност показног инструмента може да занемари). Паралелна веза се примењује за мерење малих отпорности.

13.3.3 МЕРЕЊЕ ОТПОРНОСТИ МЕРЕЊЕМ НАПОНА

У вишенаменим дигиталним мерним уређајима, принцип мерења електричне отпорности заснива се на мерењу напона U_M који на елементу непознате отпорности, R_X , ствара стална струја чија је вредност I_{REF} позната²⁰. Извор референтне струје се налази у самом инструменту (слика 13.14).



Слика 13.14. Метод сталне струје

$$U_M = I_{REF} R_X . \quad (13.27)$$

Интензитет струје I_{REF} се тако подешава да се резултат мерења напона између улазних прикључака, L и H, приказује у одговарајућим јединицама отпорности. Притом се вредност референтне струје I_{REF} усаглашава и са називном вредношћу опсега мерења отпорности, тако да се постигне компромис у погледу тачности мерења напона и промене мерене отпорности R_X која настаје као последица услед загревања Џуловим ефектом. Наиме, напон U_M , који волтметар мери, сразмеран је струји која протиче кроз отпорник чија се отпорност мери. Са повећањем ове струје смањује се релативна грешка мерења напона, али се загревање отпорника повећава са квадратом струје.

Ако се занемари грешка квантовања која настаје при пресликавању из аналогног у дигитални домен, резултат мерења, број N који представља показивање (излаз) дигиталног волтметра, одређен је изразом:

$$N = \frac{U_M}{\Delta U} , \quad (13.28)$$

где је ΔU корак квантовања А/Д претварача:

²⁰ Овакав поступак може се назвати "метод сталне струје".

$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{N_{MAX} + 1}. \quad (13.29)$$

Сачинилац N_{MAX} представља највећу вредност броја који се приказује на дисплеју дигиталног волтметра. На основу претходних једначина следи:

$$N = \frac{R_X I_{REF}}{U_{REF}} (N_{MAX} + 1). \quad (13.30)$$

Ако се референтна струја I_{REF} дефинише помоћу референтног напона волтметра U_{REF} :

$$I = \frac{U_{REF}}{R_{REF}}, \quad (13.31)$$

где је R_{REF} отпорност референтног отпорника, резултат мерења, број N не зависи од напона U_{REF} :

$$N = \frac{R_X}{R_{REF}} (N_{MAX} + 1). \quad (13.32)$$

Такав дигитални инструмент представља мерило односа отпорности. Његова карактеристика преноса може да се представи изразом:

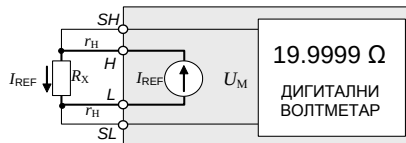
$$N = \left[\frac{R_X}{\Delta R} \right]. \quad (13.33)$$

где је:

$$\Delta R = \frac{R_{REF}}{N_{MAX} + 1}, \quad (13.34)$$

корак квантовања.

Резултат мерења оствареног на описан начин представља збир мерене отпорности R_X и отпорности проводника којима је мерни инструмент повезан са отпорником чију отпорност мери. Због тога инструменти високе тачности омогућују да се отпорност мери четворожичном спрегом (Келвинов спој). На тај начин се одстрањује утицај пада напона на проводницима преко којих се мерна струја I_{REF} доводи до отпорника чија се отпорност мери (слика 13.15). Улазна отпорност дигиталног волтметра је веома велика (односно његова улазна струја је веома мала), тако да се може сматрати да је напон између прикључака SH и SL и једнак напону на отпорнику чија се отпорност мери.

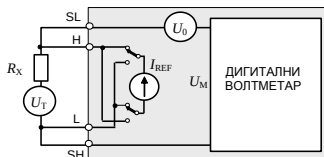


Слика 13.15. Четворожична мерна спрега

13.3.3.1 МЕРЕЊЕ МАЛИХ ОТПОРНОСТИ

Напон U_M је низак (реда величине 0,1 V), па се за веома тачна мерења примењује посебан поступак који омогућује компензацију грешака које уносе термоелектрични ефект и померај нуле улазног кола дигиталног волтметра. На слици 13.16 ови извори грешке су моделовани изворима напона U_T и U_0 .

Напон U_T представља термоелектрични напон²¹ који се појављује на местима спајања проводника који повезују елементе у мерном колу. Напон U_0 представља еквивалентни напон помераја нуле дигиталног волтметра сведен на његов улаз.



Слика 13.16. Комутациони метод мерења електричне отпорности

Мерење отпорности остварује се у два корака. У првом кораку извор референтне струје се прикључује тако да струја у спољашњем колу протиче у смеру од прикључка H ка прикључку L. За напон U_M , који се тада мери, важи:

$$U_M = U_{MP} = R_X I_{REF} + U_T + U_0. \quad (13.35)$$

У другом кораку мерење се понавља, али са промењеним смером струје кроз спољашње коло:

$$U_M = U_{MN} = -R_X I_{REF} + U_T + U_0. \quad (13.36)$$

На основу вредности напона U_{MP} и U_{MN} израчунава се вредност мерене отпорности:

$$R_X = \frac{U_{MP} - U_{MN}}{2I_{REF}}. \quad (13.37)$$

У мерним уређајима који садрже микропроцесор, целокупни поступак промене смера струје, мерење и израчунавање може да се изведе аутоматски.

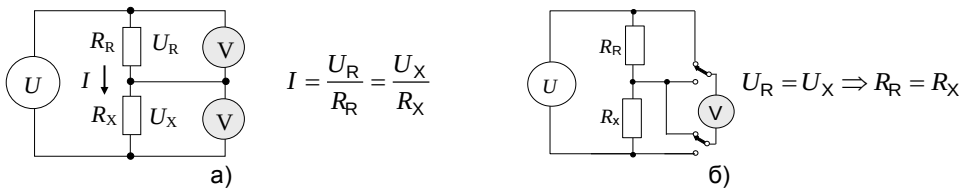
13.3.4 МЕРЕЊЕ ОДНОСА ОТПОРНОСТИ

На основу Омовог закона следи да, када кроз два отпорника протиче иста струја, однос одговарајућих напона је сразмеран односу њихових отпорности. Ако су отпорници прикључени на исти напон, однос струја у њима обрнуто је сразмеран односу њихових отпорности. Другим речима, поређење електричних отпорности може да се оствари мерењем две величине исте врсте.

У колу приказаном на слици 13.17.а однос напона U_X и U_R зависи само од односа отпорности R_X и R , а не зависи од вредности струје I нити од напона U , извора који ствара струју у овом колу. На овај начин одстрањује се потреба да извор напона у мерном колу буде стабилан²².

²¹ Разлика потенцијала (*contact potential difference*) која настаје услед разлике температуре две тачке у колу назива се "термоелектромоторна сила" (*thermal electromotive force*).

²² У колу на слици 13.17.б потребна је само кратковремена стабилност, тако да напон извора има исту вредност током мерења напона U_X и U_R .



Слика 13.17. Мерење односа отпорности мерењем напона

Заправо, мерењем напона који струја, коју даје извор напона, ствара на отпорнику познате отпорности R_R , одређује се вредност струје кроз отпорник R_X , чија се отпорност утврђује мерењем напона између његових крајева:

$$I = \frac{U}{R_R + R_X} = \frac{U_R}{R_R}. \quad (13.38)$$

Ако је ова струја позната, важи:

$$U_X = R_X I = R_X \frac{U_R}{R_R}. \quad (13.39)$$

Дакле, податак о вредности непознате отпорности може да се добије на основу резултата мерења два напона, U_X и U_R :

$$R_X = \frac{U_X}{U_R} R_R. \quad (13.40)$$

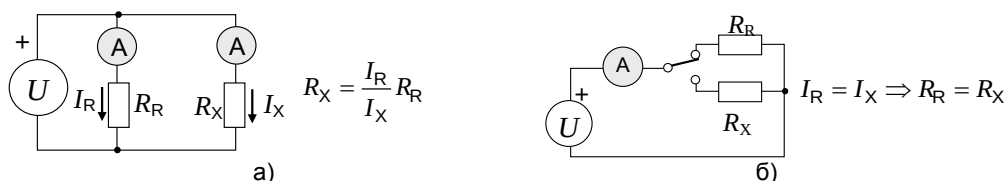
Тачност мерења ограничена је тачноћу са којим су одређене вредности напона U_X и U_R , и тачношћу са којом је позната (одређена) вредност референтне отпорности R_R :

$$\frac{\Delta R_X}{R_X} \cong \frac{\Delta U_X}{U_X} - \frac{\Delta U_R}{U_R} + \frac{\Delta R_R}{R_R}. \quad (13.41)$$

Ако су напони U_X и U_R једнаки, једнаке су и отпорности R_X и R_R . Ово даје могућност да се референтна отпорност изабере тако да буде блиска вредности мерене отпорности. Тада се за мерење напона U_X и U_R може да користи исти инструмент (слика 13.17.б). Грешке мерења напона U_X и U_R узајамно се поништавају. Ако се вредност отпорности R_R може да подеси тако да је $U_X = U_R$, отпорности R_X и R_R су једнаке без обзира на грешку волтметра. То значи да инструмент којим се мери напон не мора да буде тачан, већ само осетљив и постојан, тако да када у једном експерименту мери два једнака напона, показује исту вредност²³.

У колу приказаном на слици 13.18.а однос струја I_X и I_R зависи само од односа отпорности R_X и R . Као и у претходном случају, на овај начин одстрањује се потреба да извор напона у мерном колу буде дугоремено стабилан. За мерење струје може да се користи исти инструмент (слика 13.18.б).

²³ Описани поступак мерења електричне отпорности заснива се на, хиљадама година усавршавањем, техници мерења масе (тежине) која се данас назива "метод замене".

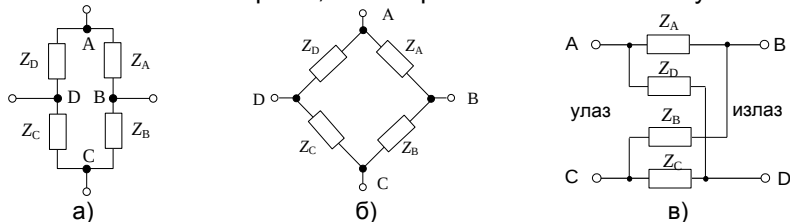


Слика 13.18. Мерење односа отпорности мерењем струја

У оба описана случаја, резултат мерења не зависи од вредности напона U .

13.4. МЕРНИ МОСТОВИ

Електрична мрежа састављена од четири елемента са два прикључка, који су повезани на начин приказан на слици 13.19, назива се “мост” (*bridge*). Има широку примену у електротехници, а посебно у мерној техници. Користи се као елемент са два приступа (слика 13.19.в). Наспрамни чворови мреже служе за повезивање са другим мрежама. Чворови А и С представљају улаз, а чворови В и D излаз ове мреже, посматране као систем типа улаз-излаз.

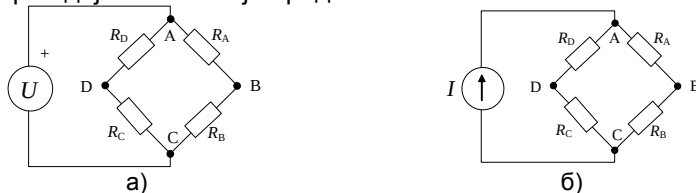


Слика 13.19. Електрични мост

У најопштијем случају, и сами елементи моста могу да представљају електричне мреже које садрже активне и пасивне, линеарне или нелинеарне елементе.

13.4.1 ВИТСТОНОВ МОСТ

Електрична мрежа састављена од четири отпорника повезана у мост, слика 13.20, представља основни облик електричног моста који се обично назива “Витстонов мост”. Чворови А и С, који одређују “главну дијагоналу” моста представљају улаз на који се прикључује извор сталног напона U (слика 13.20.а), или извор сталне струје (слика 13.20.б). Чворови В и D су крајеви “мерне дијагонале” која представља излаз.



Слика 13.20. Витстонов мост

Када се мост напаја напонам, напон мерне дијагонале, U_{BD} , одређен је једначином:

$$U_{BD} = \frac{R_B R_D - R_A R_C}{R_A R_D + R_B R_D + R_A R_C + R_B R_C} U. \quad (13.42)$$

Када је напон U_{BD} једнак нули каже се да је мост уравнотежен. На основу израза 13.46 следи да ће мост бити уравнотежен ако је испуњен услов:

$$R_A R_C = R_B R_D. \quad (13.43)$$

Када се мост напаја струјом, напон мерне дијагонале, U_{BD} , одређен је једначином:

$$U_{BD} = \frac{R_B R_D - R_A R_C}{R_A + R_B + R_C + R_D} I. \quad (13.44)$$

Услов равнотеже је исти (13.47).

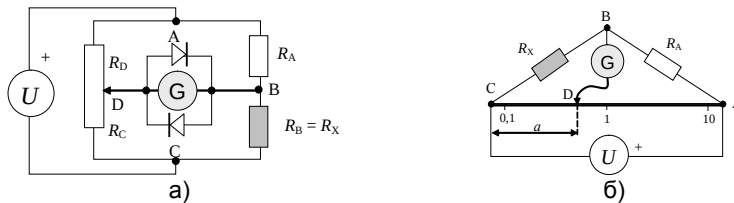
Поступак рада са Витстоновим мостом је истоветан као приликом мерења масе помоћу теразија²⁴. Стање равнотеже се детектује осетљивим инструментом који се поставља у мерну дијагоналу моста. Најчешће се као детектор равнотежног стања користи галванометар. Када је мост у равнотежи струја кроз галванометар је једнака нули (нулта метода мерења²⁵).

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{R_C}{R_D}, \quad (13.45)$$

односно:

$$R_X = R_B = R_A \frac{R_C}{R_D}. \quad (13.46)$$

При лабораторијским мерењима, као ручно подесиви отпорник R_A користи се “декадна кутија” са еталон-отпорницима и прекидачима. У аутоматизованим мерним системима примењује се N/R претварач²⁶. Отпорници R_C и R_D образују делитељ напона који одређује размер отпорности R_A и R_X . Подешавање овог односа остварује се одговарајућом мрежом еталон-отпорника и прекидача, или помоћу потенциометра (слика 13.21.а). Диоде штите галванометар од преоптерећења у почетном тренутку, пре него што се успостави равнотежа моста²⁷. У случајевима када се не захтева висока тачност може да се користи мост са калиброваном жицом²⁸ и клизачем (слика 13.21.б).



Слика 13.21. Витстонов мост са потенциометром

²⁴ Витстон је ову структуру мерног кола назвао “теразије отпорности” [6].

²⁵ У литератури на енглеском језику, мерење помоћу отпорничког моста се сврстава у “рациометарско” мерење (*ratio*, однос, размера, количник).

²⁶ Видети поглавље 11.

²⁷ Галванометар је осетљиво мерило, па су мере заштите неопходне.

²⁸ Жица која има строго сталан пресек целом дужином.

У оба случаја, непозната отпорност R_X се пореди са познатом отпорношћу R_A тако што се њихов однос одређује читавањем положаја клизача. Скала је нелинеарна.

$$R_X = \frac{a}{l-a} R_A = k R_A. \quad (13.47)$$

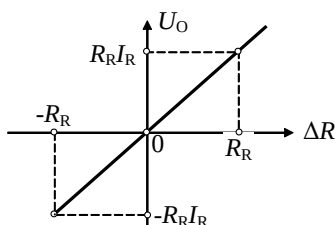
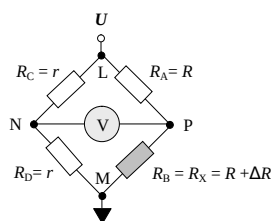
Енглески физичар, професор експерименталне физике на краљевском колеџу у Лондону, Чарлс Витстон (*Charles Wheatstone*, 1802-1875) описао²⁹ је једноставну структуру за мерење отпорности ("*Differential Resistance Measurer*", 1843). Витстон је конструисао реостат, подесиви отпорник који је применио за довођење моста у равнотежно стање, и дао једноставне изразе за израчунавање дужине жичаног проводника на основу мерења отпорности. Он је творац првог еталон-отпорника (1840).



13.4.1.1 ДИФЕРЕНЦИЈАЛНО МЕРЕЊЕ ОТПОРНОСТИ

Уколико услов 13.47 није испуњен, мост је неуравнотежен. Витстонов мост омогућује мерење релативног одступања вредности отпорности која се мери у односу на отпорност чија је вредност позната. За коло приказано на слици 13.22 важи:

$$\frac{U_{PN}}{U} = \frac{\Delta R}{4R} \frac{1}{1 + \frac{\Delta R}{2R}}. \quad (13.48)$$



Слика 13.22. Диференцијално мерење отпорности

Зависност $U_{PN}(\Delta R/R)$ је нелинеарна. Међутим, ако је релативно одступање $\Delta R/R$ мало ($\Delta R \ll 2R$), може да се користи линеаризовани израз:

$$U_{PN} \cong \frac{\Delta R}{4R} U. \quad (13.49)$$

који, када се вредност мерене отпорности R_X налази у довољно малој околини вредности R , са задовољавајућом тачношћу одређује величину ΔR .

13.4.2 КЕЛВИНОВ МОСТ

За мерење малих отпорности, испод једног ома, Витстонов мост није погодан јер се отпорност R_B , односи на отпорност читаве гране BC која

²⁹ Сматра се да је "дијамантску структуру" отпорничке мреже први применио Кристи (*Samuel Hunter Christie*, 1833).

обухвата и отпорност свих веза којима је отпорник R_X повезан са чворовима B и C (слика 13.23.а). Равнотежа моста се постиже успостављањем одређеног односа отпорности целих грана, од чвора до чвора (једначина 13.47). При мерењу малих отпорности, велики утицај имају везе у гранама AB и BC које припадају "главном колу" кроз које тече велика струја³⁰. Овај проблем решио је лорд Келвин, раздвајањем крајева за које се везују гране моста, на начин приказан на слици 13.23.б.

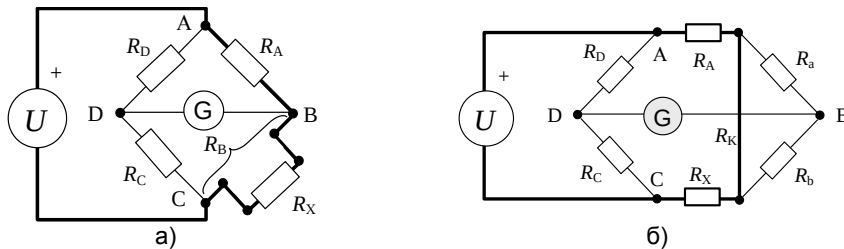
У стању равнотеже ($U_{BD} = 0$) важи [15]:

$$R_X = R_A \frac{R_C}{R_D} + \frac{R_K R_A}{R_A + R_b + R_K} \left(\frac{R_C}{R_D} - \frac{R_b}{R_a} \right), \quad (13.50)$$

где је R_K отпорност проводника који повезује отпорник R_X , чија се отпорност мери, са референтним отпорником R_A , са чијом отпорношћу се непозната отпорност пореди. Ако је испуњен услов:

$$R_a R_C = R_b R_D, \quad (13.51)$$

отпорност веза R_K не утиче на резултат мерења. Захваљујући томе, Келвинов мост омогућује мерење отпорности реда величине микроома [7].



Слика 13.23. Келвинов мост

13.5. МЕРНИ ПРЕТВАРАЧИ ОТПОРНОСТИ У НАПОН

Претварач отпорности у напон (R/U претварач) представља електронско коло које на свом излазу даје једносмеран напон сразмеран вредности отпорности екстерног отпорника прикљученог на његов улаз.

$$U_O = k R_X \quad (13.52)$$

Сачинилац преноса, k , има димензију електричне струје. Обично се изражава у V/Ω или $V/k\Omega$.

Према начину повезивања разликују се два типа R/U претварача. Претварач са четири прикључка (слика 13.24.а) у основи представља

³⁰ На слици 13.23 ова петља је приказана дебљом линијом. Отпорници R_C и R_D , који одређују размер отпорности R_A и R_X , могу да имају довољно велику вредност да отпорности веза, у односу на њих, буду занемарљиве.

појачавач чије је појачање одређено вредношћу мерене отпорности. Оба краја отпорника чија се отпорност мери прикључују се на одговарајуће улазе кола. Овакав начин прикључивања назива се “пливајући” (*floating*).

Слика 13.24. R/U претварачи

Претварач са три прикључка (слика 13.24.б) омогућује да отпорник чија се отпорност мери буде једним крајем повезан са нулом (масом) мерног система. Овакав начин повезивања је потребан у индустријским мерењима, када је један крај отпорничког сензора, из конструктивних или безбедоносних разлога, прикључен на масу. Такав R/U претварач се у основи своди на извор сталне струје којом се побуђује (екситује) сензор чија се отпорност мери.

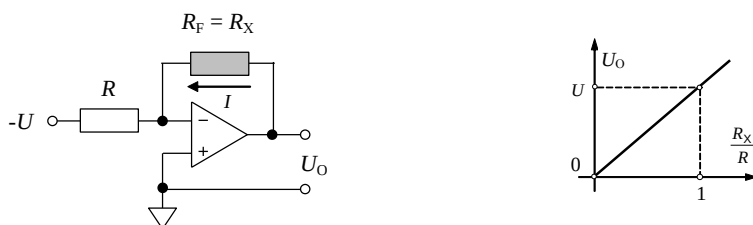
13.5.1 R/U ПРЕТВАРАЧ СА ПЛИВАЈУЋИМ УЛАЗОМ

13.5.1.1 ПРИНЦИП РАДА

Када је савршени операциони појачавач повезан као инвертујући појачавач (слика 13.25), напон на његовом излазу, U_O , сразмеран је вредности отпорности R_F отпорника у грани повратне спреге:

$$U_O = kR_F, \quad (13.53)$$

$$k = \frac{U}{R}. \quad (13.54)$$

Слика 13.25. Инвертујући појачавач као R/U претварач

У односу на оптерећење, које представља отпорник R_F у грани повратне спреге, коло које чине операциони појачавач, извор сталног напона U и отпорник R , делује као извор сталне струје I . То омогућује да се мерење непознате отпорности R_X , отпорника који је прикључен као отпорник R_F , оствари мерењем напона U_O , ако су вредности напона U и отпорности R познате:

$$R_X = \frac{U_O}{U} R. \quad (13.55)$$

Вредности напона U и отпорности R могу да се изаберу(подесе) тако да резултат добијен мерењем напона U_O представља вредност мерене

отпорности, R_x , изражене одговарајућом јединицом. Ако је струја I једнака један милиампер, осетљивост претварача једнака је $1 \text{ V/k}\Omega$.

Горња граница мерног опсега ($\max R_x/R$) одређена је условом да се излаз операционог појачавача не налази у стању засићења.

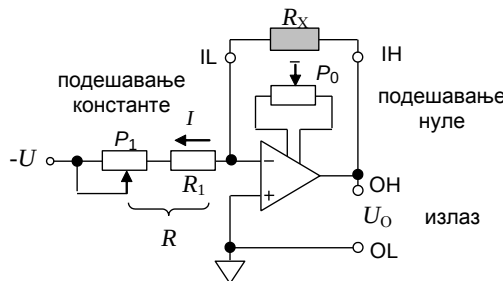
13.5.1.2 ПОДЕШАВАЊЕ

Подешавање (калибрација, еталонирање) мерног претварача са линеарном карактеристиком улаз-излаз остварује се у два корака (слика 13.26). Прво се подешава нула претварача. За то се користи потенциометар P_0 , који омогућује подешавање помераја нуле операционог појачавача. Када су прикључци IH и IL краткоспојени ($R_x = 0$), подеси се да напон U_O буде једнак нули.

Затим се подешава константа претварача, која је, у овом случају, одређена вредношћу струје I која протиче кроз отпорник чија се отпорност мери:

$$U_O = IR_x. \quad (13.56)$$

$$I = \frac{U}{R}. \quad (13.57)$$

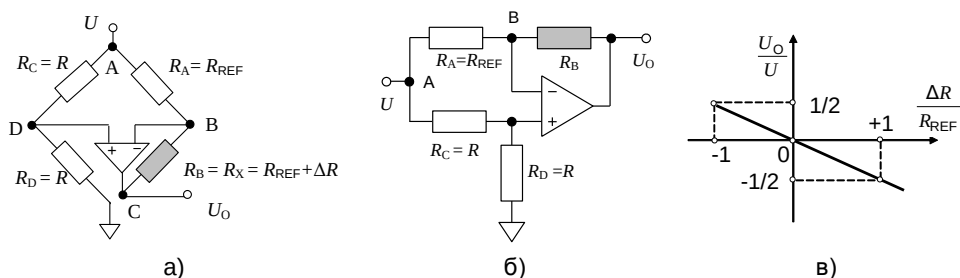


Слика 13.26. Подешавање R/U претварача

Константа претварача задаје се избором вредности отпорности R_1 , а фино подешава помоћу потенциометра P_1 , када је у грани повратне спреге операционог појачавача прикључен отпорник чија је отпорност R_{REF} позната (са прихватљивом мерном несигурношћу). Отпорност се подешава тако да бројна вредност напона U_O на излазу претварача, изражена у волтима, буде једнака бројној вредности отпорности R_{REF} , израженој у $k\Omega$.

13.5.2 ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ R/U ПРЕТВАРАЧ

Коло са операционим појачавачем, приказано на слици 13.27.а, садржи мрежу отпорника која одговара структури Витстоновог моста, а омогућује добијање напона U_O чија је вредност сразмерна релативном одступању вредности отпорности R_B од вредности отпорности $R_A = R_{REF}$.



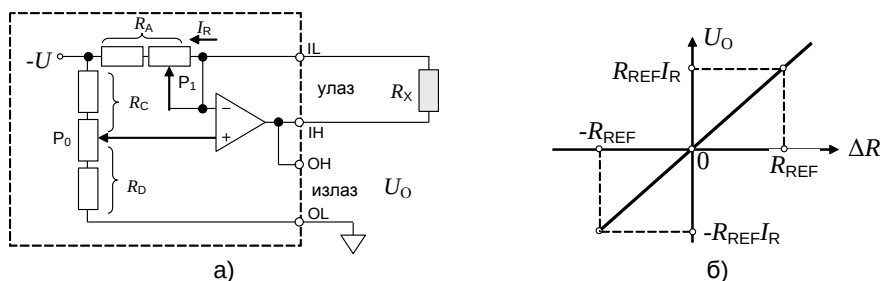
Слика 13.27. Мерни мост са операционим појачавачем

Када је $R_A = R_B$, “активни мост” је уравнотежен. Коло делује као појачавач разлике напона чији су улази краткоспојени (слика 13.27.б). Напон U_O на излазу операционог појачавача је тада једнак нули независно од вредности напона U . Када услов равнотеже није испуњен, излазни напон је одређен изразом:

$$U_O = -\frac{\Delta R}{2R_{REF}} U. \quad (13.58)$$

Ако је $R_B = 0$, напон U_O је једнак $U/2$. Када је $R_B = 2R_A$, напон U_O је једнак $-U/2$. Карактеристика $U_O(\Delta R/R_{REF})$ је линеарна, а при истим осталим условима, осетљивост је двоструко већа од осетљивости неуравнотеженог Витстоновог моста.

На слици 13.28.а приказана је електрична шема диференцијалног R/U претварача који омогућује мерење одступања вредности непознате отпорности R_X од одабране референтне вредности R_{REF} . Излазни напон је позитиван ако је $R_X > R_{REF}$, односно негативан ако је $R_X < R_{REF}$ (слика 13.28.б).

Слика 13.28. Диференцијални R/U претварач

Карактеристика преноса овог кола одређена је изразом:

$$U_O = I_R(R_X - R_{REF}), \quad (13.59)$$

где је I_R референтна струја која тече кроз отпорник R_X и одређује осетљивост претварача. Величине R_{REF} и I_R представљају константе претварача које се задају помоћу потенциометара P_0 и P_1 . Ако је струја I_R једнака један милиампер, осетљивост је једнака један волт по килоому. Бројна вредност напона U_O на излазу претварача, изражена у волтима, једнака је бројној вредности одступања мерене отпорности R_X од отпорности R_{REF} , израженог у килоомима.

Доња граница опсега отпорности R_X једнака је нули. Тада је $\Delta R = -R_{REF}$, а излазни напон је једнак доњој граничној вредности (слика 13.28.б). Горња граница мерног опсега одређена је условом да се излаз операционог појачавача не налази у стању засићења.

13.5.2.1 ПОДЕШАВАЊЕ

Посматрано коло са операционим појачавачем представља систем са негативном повратном спрегом која обезбеђује линеарну зависност напона U_O од вредности отпорности R_X :

$$U_O = \min U_O + I_R R_X, \quad (13.60)$$

где је $\min U_O$ доња гранична вредност излазног напона. Њена вредност је једнозначно одређена одабраним параметрима претварача. То су референтна вредност R_{REF} , у односу на коју се исказује одступање мерене отпорности, и жељена осетљивост, којом је дефинисана вредност струје I_R :

$$\min U_O = -I_R R_{REF}. \quad (13.61)$$

Вредност овог напона одређена је вредношћу напона U и делитељем напона који чине отпорници R_C и R_D .

$$\min U_O = \frac{U}{R_C + R_D} R_D. \quad (13.62)$$

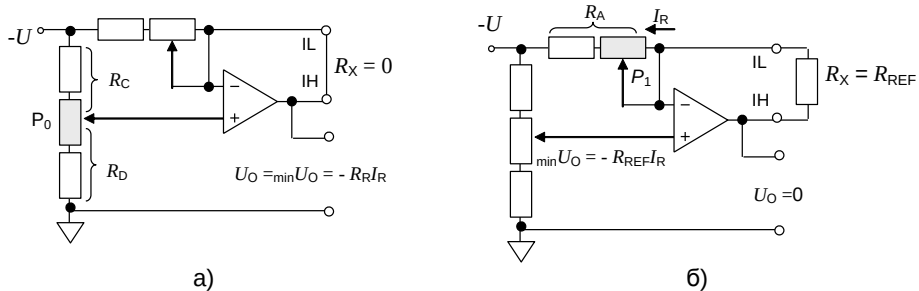
Карактеристика $U_O(\Delta R)$ је такође линеарна и треба да пролази кроз координатни почетак. Нагиб те карактеристике представља осетљивост претварача коју, физички одређује струја I_R :

$$U_O = \min U_O + I_R \Delta R, \quad (13.63)$$

при чему важи:

$$I_R = \frac{U - \min U_O}{R_A}. \quad (13.64)$$

Подешавање диференцијалног R/U претварача остварује се у два корака чији се редослед мора поштовати. У првом кораку се, при краткоспојеним улазним крајевима ($R_X = 0$, слика 13.29.а), помоћу потенциометра P_0 подешава вредност напона $\min U_O$ тако да буде испуњен услов 13.65.



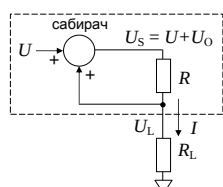
Слика 13.29. Подешавање диференцијалног R/U претварача

У другом кораку, када је на улаз претварача прикључен отпорник чија је отпорност једнака R_{REF} (слика 13.29.б). потенциометром P_1 се подешава да излазни напон буде једнак нули³¹.

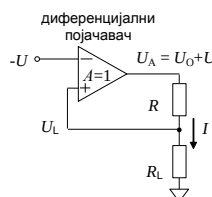
13.5.3 R/U ПРЕТВАРАЧ СА УЗЕМЉЕНИМ УЛАЗОМ

У аналогној електроници развијена су кола која, у односу на оптерећење чији је један крај уземљен, делују као извор сталне струје. На слици 13.30.а приказана је принципска шема кола које остварује такву функцију. Пад напона на референтном отпорнику R једнак је напону U независно од вредности напона U_L на отпорнику R_L , чија се отпорност мери. Вредност излазне струје не зависи од вредности отпорности оптерећења R_L :

$$I = \frac{(U + U_O) - U_O}{R} = \frac{U}{R}. \quad (13.65)$$



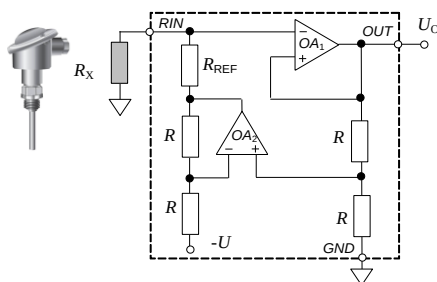
а)



б)

Слика 13.30. Извор струје са уземљеним оптерећењем

На слици 13.30.б приказано је коло остварено помоћу диференцијалног појачавача јединичног појачања. Ако је улазна отпорност на неинвертујућем улазу диференцијалног појачавача бесконачно велика, струја I , која протиче кроз оптерећење R_L једнака је струји која тече кроз отпорник чија је отпорност R . Њена вредност је одређена само односом вредности референтног напона U и референтне отпорности R , а не зависи од вредности отпорности R_L , нити од потенцијала тачке на коју је оптерећење “ослоњено”. Смер излазне струје одређен је поларитетом напона U .



Слика 13.31. R/U претварач са уземљеним улазом

$$U_O = IR_X,$$

$$I = \frac{U}{R_{REF}},$$

$$U_O = \frac{R_X}{R_{REF}} U.$$

³¹ Строго посматрано, није неопходно да вредност отпорности отпорника R_{REF} , који се користи као еталон овој калибрацији претварача, буде једнака R_R . Довољно је да његова отпорност буде позната са прихватљивом мерном несигурношћу. У том случају потенциометром P_1 се подешава да излазни напон буде једнак $I_R (R_{REF} - R_R)$. Ако је, на пример, $R_{REF} - R_R$, излазни напон треба подесити да буде једнак $-\min U_O = I_R R_R$.

Електрична шема R/U претвараача са уземљеним улазом приказана је на слици 13.31. Операциони појачавач OA_2 остварује функцију диференцијалног појачавача. Операциони појачавач OA_1 је јединични појачавач који раздваја улаз претвараача од излаза и коло повратне спреге, тако да је струја, која тече кроз отпорник чија се отпорност R_x мери, једнака струји која тече кроз отпорник чија је отпорност R . Подешавање константе преноса остварује се подешавањем отпорности R .

13.6. МЕРЕЊЕ ИЗЛАЗНЕ ОТПОРНОСТИ ИЗВОРА МЕРНОГ СИГНАЛА

У савременом мерном ланцу, мерни сигнал је, бар у једном његовом делу, представљен вредношћу електричног напона или струје. У односу на следећи сегмент мерног ланца извор таквог мерног сигнала треба да представља савршен извор напона (струје)³². То значи да вредност излазне величине не зависи од вредности отпорности којом је извор оптерећен. Стварни извори, међутим, су несавршени. Еквивалентно коло којим се они моделују садржи пасивни елемент који представља његову излазну отпорност³³ (слика 13.32). Последица ове несавршености је слабљење мерног сигнала које зависи од отпорности оптерећења.



Слика 13.32. Еквивалентна кола несавршених извора мерног сигнала

У колу приказаном на слици 13.32.а, излазни напон U_O је мањи од напона U који је носилац информације. Ово одступање је утолико веће уколико је већа струја коју извор даје, односно, зависи од унутрашње отпорности извора мерног сигнала, R_O , и отпорности оптерећења R_L :

$$U_O(R_L) = U \frac{R_L}{R_O + R_L}. \quad (13.66)$$

Напон U може да се одреди на основу измерене вредности напона $U_O(R_L)$, ако су вредности R_O и R_L познате.

За извор струјног мерног сигнала (слика 13.32.б) важи еквивалентан израз:

$$I_O(R_L) = I \frac{R_O}{R_O + R_L}. \quad (13.67)$$

Струја I може да се израчуна на основу измерене вредности струје

³² Дефиниције савреног извора напона и савреног извора струје дате су у поглављу које је посвећено аналогној мерној техници.

³³ У општем случају то је импеданса.

$I_O(R_L)$, ако су вредности R_O и R_L познате.

Анализа кола са слике 13.32 показује да вредност излазне отпорности извора мерног сигнала може да се одреди посредно, помоћу два експеримента: мерењем напона када излазно кола извора није “затворено” (*open-circuit potential difference*):

$$U_{\infty} = U_O \Big|_{R_L = \infty}, \quad (13.68)$$

и струје коју извор даје када су његови излазни прикључци краткоспојени (*short-circuit output current*):

$$I_{OS} = I_O \Big|_{R_L = 0}. \quad (13.69)$$

Излазна отпорност одређена је једначином:

$$R_O = \frac{U_{\infty}}{I_{OS}}. \quad (13.70)$$

Треба, међутим, имати у виду да израз 13.74 представља закључак једног мисаоног експеримента који занемарује својства стварних електронских кола. Када је мерни сигнал представљен напонем, излазна отпорност извора сигнала треба да буде што је могуће мања, како би се смањио утицај отпорности оптерећења на вредност излазног напона (једначина 13.70). Због тога кратак спој на излазу извора напона, по правилу, представља преоптерећење које доводи коло у нерегуларно стање³⁴, тако да је стварна струја кратког споја мања од оне која одговара математичкој анализи на основу слике 13.32.а.

$$I_{OS} = \frac{U}{R_O} \Big|_{U_O = 0}. \quad (13.71)$$

Када је мерни сигнал представљен струјом, излазна отпорност извора сигнала треба да буде што је могуће већа, како би се смањио утицај отпорности оптерећења на вредност излазне величине (једначина 13.71). Међутим, “отворени” излазни прикључци представљају нерегуларно стање извора струје, тако да је стварни “напон празног хода” мањи од оног који одговара математичкој анализи на основу слике 13.32.б.

$$U_{\infty} = R_O I \Big|_{I_O = 0}. \quad (13.72)$$

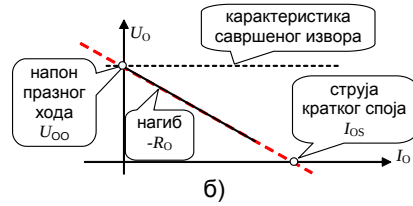
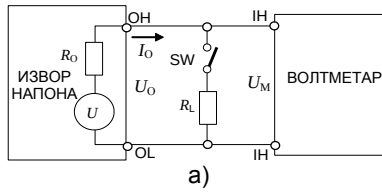
Због тога се за одређивање излазне отпорности извора примењују другачији поступци.

13.6.1 МЕРЕЊЕ ИЗЛАЗНЕ ОТПОРНОСТИ ИЗВОРА НАПОНА

Да би се одредила вредност излазне отпорности извора напона довољно је измерити вредност излазног напона у два стања (слика 13.33.а):

³⁴ Кратак спој на излазу извора напона може да, услед прекомерне дисипације, доведе до оштећења елемената у електронском колу.

- 1) када је извор неоптерећен (напон празног хода) и
- 2) када је на извор напона прикључен потрошач чија је отпорност R_L позната.



Слика 13.33. Мерења излазне отпорности извора напона

Струја која тече кроз извор напона када је прекидач SW отворен занемарљиво је мала, ако је улазна отпорност волтметра довољно велика. Напон између мерних тачака IH и IL једнак је напону празног хода извора:

$$U_{M1} = U_{OO} = U. \quad (13.73)$$

Када је прекидач SW затворен, волтметар мери излазни напон оптерећеног извора:

$$U_{M2} = U_O(R_L) = U - R_O I_O, \quad (13.74)$$

при чему је вредност струје I_O одређена вредношћу отпорности оптерећења:

$$I_O = \frac{U_{M2}}{R_L}. \quad (13.75)$$

На основу претходних једначина следи:

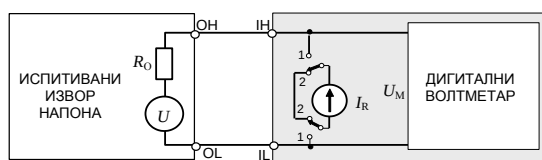
$$R_O = \frac{U_{M1} - U_{M2}}{U_{M2}} R_L = \frac{\delta U_O}{U_O(R_L)} R_L. \quad (13.76)$$

На слици 13.33.б приказана је карактеристика $U_O(I_O)$ несавреног извора напона. Функција $U_O(I_O)$ је линеарна, а њен нагиб представља отпорност R_O . Да би се одредио, довољне су било које две тачке које одговарају различитим оптерећењима. Дакле, да би се одредила вредност излазне отпорности извора напона довољно је измерити вредност напона у два стања која одговарају различитим оптерећењима, односно различитим вредностима струје коју извор даје:

$$R_O = -\frac{\delta U_O}{\delta I_O} = \frac{U_{O1} - U_{O2}}{I_{O2} - I_{O1}} = \frac{U_{O1} - U_{O2}}{\frac{U_{O2}}{R_{L2}} - \frac{U_{O1}}{R_{L1}}}. \quad (13.77)$$

Дигитални мерни системи са микропроцесором омогућују да се поступак којим се остварује мерење излазне отпорности извора напона оствари аутоматски [17]. У првом кораку инструмент је прикључен као “обично” мерило отпорности (слика 13.34). Мери се напон U_{M1} који постоји између прикључака IH и IL када је у мерно коло прикључен извор сталне (референтне) струје I_R који постоји у саставу мерног инструмента:

$$U_{M1} = U + R_O I_R. \quad (13.78)$$



Слика 13.34. Мерења излазне отпорности извора напона

Резултат мерења смешта се у сопствену меморију инструмента. У другом кораку посматра се стање када је испитивани извор напона неоптерећен. Мери се разлика потенцијала која постоји између излазних прикључака извора напона (OH и OL) када је извор струје I_R искључен. Улазна отпорност дигиталног волтметра је веома велика, па струја која тече кроз извор напона при овом мерењу може да се занемари. Напон између мерних тачака IH и IL једнак је напону празног хода извора:

$$U_{M2} = U. \quad (13.79)$$

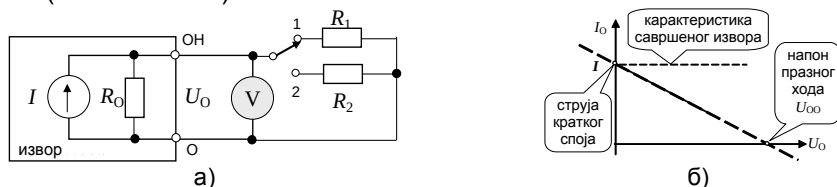
На основу претходних једначина следи:

$$R_O = \frac{U_{M1} - U_{M2}}{I_R}. \quad (13.80)$$

Треба имати у виду да у овом експерименту референтна струја протиче кроз извор напона у смеру супротном од “нормалног” смера, када је на његов излаз прикључено резистивно оптерећење. У општем случају извори напонског мерног сигнала не морају бити предвиђени (подесни) за такав начин рада.

13.6.2 МЕРЕЊЕ ИЗЛАЗНЕ ОТПОРНОСТИ ИЗВОРА СТРУЈЕ

Теоријски, претходно описан поступак мерења излазне отпорности може да се примени и када је у питању извор струје. Практично, такав је поступак неодговарајући. У стању празног хода стварни извор струје “понаша” се сасвим другачије у односу на регуларно стање, када између његових излазних прикључака постоји проводна веза, таква да је напон између њих мањи од “теоријске” вредности³⁵. Да би се одредила вредност излазне отпорности извора напона довољно је измерити вредност излазног напона у два стања која одговарају различитим оптерећењима чија је отпорност позната (слика 13.35.а).



Слика 13.35. Мерење излазне отпорности извора сталне струје

³⁵ Најповољнији радни режим за извор струје је када су излазни прикључци краткоспојени.

Ако је улазна отпорност волтметра довољно велика да се њен утицај на вредност отпорности оптерећења извора струје може да занемари, када се прекидач налази у положају 1 важи:

$$U_{O1} = I \frac{R_O R_1}{R_O + R_1}, \quad (13.81)$$

односно, када се налази у положају 2:

$$U_{O2} = I \frac{R_O R_2}{R_O + R_2}. \quad (13.82)$$

На основу ових једначина следи:

$$R = \frac{U_{O2} - U_{O1}}{R_2 U_{O1} - R_1 U_{O2}} R_1 R_2. \quad (13.83)$$

На слици 13.35.б приказана је карактеристика $I_O(U_O)$ несавршеног извора струје. Функција $I_O(U_O)$ је линеарна:

$$I_O = I - \frac{U_O}{R_O}. \quad (13.84)$$

Њен нагиб је обрнуто сразмеран вредности отпорности R_O . Да би се одредио, довољне су било које две тачке које одговарају различитим оптерећењима. Другим речима, да би се одредила вредност излазне отпорности извора струје довољно је одредити промену вредности излазног напона, која настаје услед промене вредности струје коју извор даје при промени оптерећења:

$$R_O = - \frac{\delta U_O}{\delta I_O}, \quad (13.85)$$

$$\delta U_O = U_{O2} - U_{O1}, \quad \delta I_O = I_{O1} - I_{O2} = \frac{U_{O1}}{R_1} - \frac{U_{O2}}{R_2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

-
1. Међународни електротехнички речник, Савезни завод за стандардизацију, 1996.
 2. В. Reljin, *Теорија електричних кола 1*, решавање кола у временском домену, Наука, 1992, стр 3.
 3. П. Бошњакловић, *Основи електронике*, ВЕТШ, 2006.
 4. *Електромагнетизам, Термини и дефиниције*, ЈУС Н. А0. 121, 1990, (*Electromagnetism, Terms and definitions, IEC 121, 1978*), 121-02-04.
 5. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 131, Circuit theory, Circuit elements nad their characteristics.*
 6. Ђ. Јовановић, *Електрична мерења*, Научна књига, 1967.
 7. V. Bego, *Мјерења у електротехници*, Техничка књига, 1990.
 8. *The International System of Units (SI), BIPM, 8.th edition, 2006.*
 9. *SR-102, Transportable Resistance Standard, IET Labs, Inc.*

-
10. *W. Porer, F. Schopfer, Resistance metrology based on Quantum Hall effect, The European Physical Journal, Special Topics, 172, 2009.*
 11. *Agilent, NanoVolt-Micro-Ohm Meter 3442A, Data sheet.*
 12. *Agilent, Digital voltmeter 3458, Data sheet.*
 13. *P. Mohr, B. Taylor, and D. Newell, CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2006, Rev. Mod. Phys. 80, 633-730, 2008.*
 14. *И. М. Соркин, Основы радиоизмерительной техники, ЭНЕРГИЯ, 1976.*
 15. *W. Schmush, Elektronische Meßtechnik, Vogel, 1993.*
 16. *A. Helfrick, W. Cooper, Modern Electronic Instrumentation and Measurement Techniques, 1993.*
 17. *Digital voltmeter 3456, Operating and service manual, Hewlet Packard Co, 1980.*

Ја ништа не стављах на тас
и не кварих тегове на ваги.

Велика египатска књига мртвих,
исповест чедности



14.

ЗАКОНСКА МЕТРОЛОГИЈА

Метрологија је чврсто спрегнута са законодавством, и по томе она представља јединствену науку. Правни аспект мерења огледа се већ у чињеници да се резултат мерења исказује у мерним јединицама чија се законитост у једној држави утврђује одговарајућим правним актом. Законска метрологија је онај део метрологије који се бави мерним јединицама, методама мерења и мерним средствима са становишта техничких захтева и правних прописа који имају за циљ да обезбеде јавну гаранцију у смислу сигурности и тачности мерења. Одговарајућим документима утврђују се правила, техничка средства и неопходне мере за обезбеђење потребног квалитета мерења, спречавање злоупотреба у мерењима или продаји робе односно услуга.

У овом поглављу разматрају се основни појмови законске метрологије, њени задаци и начин на који се они остварују. Закон о метрологији Републике Србије је приказан у сажетом облику. Дат је преглед најважнијих међународних организација које се баве питањима законске метрологије. Разматра се проблематика програмабилности мерила која се користе у вези са обрачуном трошкова при промету роба и услуга. Дат је кратак преглед развоја законске метрологије у Србији.

14.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Законска метрологија (*legal metrology*) је део метрологије који обухвата активности које проистичу из законом прописаних захтева, а односе се на мерења, мерне јединице, мерна средства и мерне поступке, које обављају надлежна тела¹ [1]. Делокруг законске метрологије може да буде различит од земље до земље. Као инструмент државне политике она је од изузетне важности у областима као што су трговина, здравство, безбедност и заштита животне средине. Осим тога, законска метрологија је основа за деловање неких јавних служби (*public service*), као што је, на пример, случај при одређивању таксе, премеравању земљишта (*surveying*) или спровођењу метролошког надзора. У начелу, подручја државне управе која се ослањају на законску метрологију спадају у надлежност различитих министарства. Због тога се намеће потреба за успостављањем националног метролошког система.

¹ У терминологији законске метрологије на међународном нивоу, надлежна тела одговорна за спровођење активности у области метрологије називају се службе законске метрологије (*legal metrology services*).

Мерно средство има улогу објективног посредника између купца и продавца робе или услуге, где, по природи ствари, могу да постоје сукоби интереса. То се односи не само на малопродају, где мерила која су под надзором државе, треба да обезбеде заштиту потрошача, него и на великопродају. Посебну улогу законска метрологија има у области међународне трговине, где треба да штити привреду целе земље. Она је та која омогућује развијеним земљама да вредност производа и услуга, које увозе или извозе, буде утврђена објективно на основу јасно дефинисаних квалитативних и квантитативних одредница. У неразвијеним земљама, чија је привреда често заснована на производњи ограниченог броја пољопривредних производа, минерала, сирове нафте и слично (због чега морају да увозе много индустријских производа и услуга), законска метрологија има посебан значај. Предузећа развијених земаља, која искоришћавају или купују њихове ресурсе, врло добро знају како да спроведу одговарајућа мерења, и како да обезбеде да мерна несигурност резултата не буде штетна по њих, а то значи да може да буде штетна за привреду земље која нема одговарајућу метролошку подршку. Због тога законска метрологија земаља у развоју мора да буде сврсисходно дефинисана тако да, посредно, доприноси привредном развоју земље.

Све већи број мерних уређаја се користи у медицинској дијагностици и лечењу. Треба имати у виду да у здравству некад није лако остварити тачно мерење, а да корисници мерних уређаја најчешће нису познаваоци савремене мерне технике, нити су довољно метролошки образовани. Зато је потреба да се обезбеде веродостојни резултати мерења, дословно од животног значаја за пацијенте. Конструисани су посебни уређаји за мерење теласне температуре, крвног притиска, анализу крви и потребе ергометрије². Развијени су специјализовани мерни системи као што су кардиографи, електроенцефалографи и други. Веродостојност мерења у здравственој дијагностици и лечењу подразумева да мерна средства која се користе имају одговарајућа метролошка својства. Та се својства прописују и проверавају пре првог стављања мерила на тржиште односно употребу, а потом периодично, у складу са одговарајућим прописом.

Обезбеђење безбедности у саобраћају обухвата мерење брзине возила, оптерећења осовине камиона, ниво алкохола у крви. На радним местима мере се интензитет светлости и ниво буке. Разлог да се развије одговарајућа законска метролошка контрола је двојак: заштита људи и спречавање сукоба интереса.

Тачна и веродостојна мерења су потребна не само у погледу заштите човека, стокe и пољопривреде, већ и да се разреши сукоби који могу да постоје са свима онима који изазивају загађење, нарочито у областима индустријских процеса, производње енергије, у рударству и транспорту. При сагледавању решења проблема заштите животне средине подједнако се разматрају трошкови чишћења загађења и трошкови за производњу без загађења. У оба случаја подразумева се и одговарајућа метролошка експертиза.

² Ергономија је наука која проучава однос између човека и средстава за производњу.

Законска метрологија је најефикасније средство за заштиту појединаца и друштва у целини, када нетачни резултати мерења могу да утичу на њихов привредни и друштвени статус или када су сукоби интереса повезани са резултатима мерења. Због важности резултата мерења за друштвени и привредни развој, држава има потребу и одговорност да обезбеди основе за исправна и поуздана мерења.

Законска метрологија је област која се уређује не само државним законодавством, већ и међународним документима. Приликом регулисања ове области на државном нивоу полази се, пре свега, од докумената усвојених на међународном нивоу, евентуално регионалном, а затим од сопствених потреба и интереса. Поред основних аката у овој области: Метарске конвенције и Конвенције о установљењу Међународне организације за законску метрологију, бројне међународне организације доносе и нека друга акта и документе у облику препорука, резолуција или стандарда у области метрологије.

У свакој модерној држави законском метрологијом управља посебан државни орган. Организација ове државне службе³ разликује се од државе до државе, али су основне функције исте. То су, пре свега [2]:

- обезбеђивање чувања државних еталона и гарантовање њихове тачности на основу поређења са међународним еталонима;
- обављање научних и развојних истраживања у областима метрологије,
- припрема нацрта закона који се односи на законску метрологију и објављивање одговарајућих прописа;
- прописивање услова које треба да испуњавају законски контролисана мерила, као и начина на који се спроводи надгледање и контролисање производње и поправке мерних средстава;
- метролошки надзор;
- представљање државе у међународним институцијама за законску метрологију.

Национални институт за законску метрологију (*national institute of legal metrology*) је орган националне службе за законску метрологију, надлежан за научни и истраживачки рад из области ове службе.

У Републици Србији, функције државне службе за метрологију обавља Дирекција за мере и драгоцене метале.

14.2.ЗАКОН О МЕТРОЛОГИЈИ

Првобитно, законска метрологија је представљала целину коју су сачињавали правно регулисани технички и административни поступци установљени од стране одговарајуће јавне службе са циљем да се осигура квалитет мерења у трговини и јавној управи. Током времена подручје надлежности је проширено на здравство, безбедност и заштиту животне средине.

³ Национална служба законске метрологије (*National service of legale metrology*) [2].

Организација послова метрологије, законске мерне јединице и еталони једне државе уређују се посебним законом (*law on metrology*) или декретом, чија је сврха да утврде мерне јединице, установи и организује одговарајућу државну службу и пропише обавезу контроле мерила. На основу њега доносе се одговарајући (подзаконски) метролошки прописи (наредбе, одлуке, уредбе и правилници) којима се уређују поједина питања од важности за метрологију.

Свеукупност прописа, техничких средстава и послова којима се осигурава веродостојност резултата мерења у законској метрологији представља “метролошко обезбеђење” (*metrological assurance*). Законска метролошка контрола (*legal metrological control*) обухвата све активности које доприносе метролошком обезбеђењу. Она обухвата законску контролу мерила, метролошки надзор и метролошку експертизу.

Законска контрола мерила (*legal control of measuring instruments*), у најопштијем смислу, обухвата законске радње (*legal operation*), којима могу да подлежу мерила, као што су, на пример, одобрење типа⁴ и оверавање.

Одобрење типа (*type approval*) је одлука од законске важности којом се одобрава стављање у промет и употреба одређене врсте мерила одређеног произвођача. Мерило може да се стави на тржиште само ако је усаглашено са прописаним захтевима, што се утврђује прописаним поступком. Документ којим се потврђује да је одобрење типа додељено назива се “**уверење о одобрењу типа**” (*type approval certificate*). **Оцењивање усаглашености** мерила (*conformity assesment of a measuring instrument*) обухвата испитивање (*testing*) и процењивање (*evaluation*) мерила која се обављају са циљем да се утврди да ли је појединачно мерило, партија или серија мерила усклађена са свим законским захтевима који се односе на тај тип мерила.

Оверавање мерила (*verification of a measuring instrument*) је поступак који обухвата преглед и жигосање (*marking*) и/или издавање уверења о оверавању (*verification certificate*), којим се утврђује и потврђује да је мерило усклађено са законским захтевима. Може да се овери само мерило за које постоји одобрење типа.

Са становишта система квалитета, под појмом надзор подразумева се низ активности, изузев поновног оцењивања, ради праћења да ли акредитоване организације за оцењивање усаглашености и даље испуњавају захтеве за акредитацију [3]. Под појмом “метролошки надзор” (*metrological supervision*) подразумева се надзор која се спроводи над производњом, увозом, уградњом, употребом, одржавањем и поправком мерних средстава са циљем да се провери да ли се она употребљавају у складу са законом о метрологији и одговарајућим подзаконским актима.

⁴ Под појмом “тип мерила” подразумева се коначна реализација мерила чији су сви делови, који утичу на метролошка својства, потпуно одређени. У начелу, мерила истог типа су међусобно једнака у погледу намене и начина израде (принцип рада, материјал, технологија) и метролошким својствима (границама утврђених одступања), а могу се међусобно разликовати по мерном опсегу и називним вредностима.

Овим законом је уређен и метролошки надзор који обухвата проверу ваљаности назначене количине коју садржи претходно упаковани производ⁵. У те сврхе користе се одговарајући еталони запремине и мерне боце.

Метролошка експертиза (*metrological assessment*) обухвата радње које имају за циљ да се установи или докаже стање мерила и утврде његова метролошка својства⁶.

Законска метрологија је, по природи ствари, обележје државности и представља домен деловања државне управе. То, међутим, не значи да у савременом свету “државна метрологија” неке земље може да постоји и опстаје без спреге са окружењем. Током последњих деценија, много пажње је посвећено развијању регионалне сарадње и успостављању односа поверења у резултате испитивања. У складу са тим дате су и смернице Европске уније, усвојене од стране Европског парламента и Европског савета, које се односе на мерила (*Measuring Instruments Directive, MID*). Коначни циљ, чијем остваривању овај документ треба да допринесе, је стварање заједничког тржишта за мерна средства полазећи од начела да било које мерило које је добило *MID*-одобрење може да буде употребљено у земљама ЕУ [4].

Законом о метрологији Републике Србије, који је донет 2010. године, је резултат настојања да се законодавство ове земље усагласи са политиком Европске уније [5]. Овим законом уређени су:

- организација послова метрологије,
- законске мерне јединице и еталони,
- стављање у промет и употреба мерила,
- оцењивање усаглашености мерила са прописаним захтевима,
- метролошки захтеви за претходно упаковане производе,
- законска метролошка контрола.

Послове који се односе на стратегију развоја метрологије у Републици Србији обавља Министарство надлежно за послове метрологије. Стручне и са њима повезане извршне послове у области метрологије обавља Дирекција за мере и драгоцене метале.

Законом о метрологији је прописано да се као законске мерне јединице у Републици Србији употребљавају јединице Међународног система јединица, као и неке јединице које нису обухваћене овим системом, што се ближе уређује пратећим документима на основу овог закона. Законом су прописане и казне за физичка и правна лица која не употребљавају законске мерне јединице.

Посебном уредбом на основу овог закона утврђује се начин употребе законских мерних јединица, и озакоњују мерне јединице које нису обухваћене *SI*-системом. Међу њима се налазе јединице које Међународни систем

⁵ Претходно упаковани производи (*pre-packaged products*) су производи који су упаковани без присуства купца, тако да се количина производа у паковању не може да промени без отварања паковања, при чему настаје видно оштећење.

⁶ На пример за потребе вештачења на суду (лат. *expertus*, зналац, стручњак, вештак).

јединица допушта за примену са јединицама *SI*, као и јединице чија је употреба дозвољена само у специфичним областима [6]. Овде, на пример, спадају диоптрија (оптичка моћ, $1 \text{ dpt} = 1/\text{m}$) и карат ($1 \text{ Kt} = 0,2 \text{ g}$).

Међународни систем јединица допушта употребу неких јединица које нису у складу са декадним системом системом бројева који је прихваћен као основа система. То су, на пример, јединице за време: минут, час и дан. Допуштене су и јединице литар и тона, које су у свакодневној употреби широм света. Јединица за површину ар ($1 \text{ ар} = 100 \text{ m}^2$), постојала је у петом издању брошуре о Међународном систему јединица⁷ [7], али је изостављена у осмом издању из 2006. године [8]. Хектар је и даље јединица прихваћена за примену са јединицама *SI*. Овде спада и милиметар живиног стуба, као јединица за мерење крвног притиска ($1 \text{ mmHg} = 133,322 \text{ Pa}$). [9]

Закон о метрологији обухвата мерила која се користе у областима:

- заштите здравља и опште безбедности;
- заштите животне средине;
- контроле и безбедности саобраћаја
- промета роба и услуга.

Њиме се уређују услови за стављање мерила у промет и њихову употребу, независно од њиховог порекла.

14.3. ЗАКОНСКА КОНТРОЛА МЕРИЛА

Мерила која се употребљавају за мерења у областима заштите здравља и опште безбедности, заштите животне околине, контроле и безбедности саобраћаја, као и у промету роба и услуга, могу да се ставе на тржиште само ако су усаглашена са прописаним захтевима, ако су означена у складу са прописима и ако свако мерило прати прописана документација. Одговарајућим подзаконским актима прописују се захтеви које мерила одређене врсте морају да испуне, поступак оцењивања усаглашености, означавање, исправе и документација које “прате” мерило.

У Републици Србији послове оверавања мерила могу да обављају привредни субјекти и друга правна лица која су овлашћена за обављање тих послова. **Овлашћена тела** морају да имају одговарајући акт о акредитацији⁸, као и да испуњавају прописане услове који се односе на стручну оспособљеност запослених, на квалитет просторија и опреме за рад, на захтеве у погледу независности и непристрасности у односу на лица повезана са мерилом које је предмет оверавања, као и на захтеве у погледу поверљивости, односно чувања пословне тајне [3].

⁷ Јединице “ар” (*are*) и “хектар” (*hectare*) као законске мерне јединице увела је француска скупштина 1795. године [7]. Одлуком Међународног комитета за тегове и мере 1879. године прихваћене су као међународне јединице за изражавање аграрне површине [5].

⁸ Акредитовање је поступак којим државна служба надлежна за акредитацију (акредитационо тело) на прописан начин утврђује оспособљеност и компетентност организације за оцењивање усаглашености, при чему се званично потврђује њихова способност да обављају одређене послове оцењивања усаглашености.

Оверавање мерила обухвата преглед и жигосање мерила, односно издавање уверења о оверавању чиме се потврђује да је мерило у складу са одобреним типом мерила, односно да испуњава прописане метролошке захтеве. Оверавање мерила може да буде прво, редовно или ванредно. Првом оверавању подлежу нова мерила, као и мерила која нису раније оверавана. Мерило на прво оверавање може да поднесе домаћи произвођач, овлашћени увозник односно овлашћени дистрибутер. Редовном оверавању подлежу мерила која су у употреби. Спроводи се периодично, у временским интервалима који су прописани за одређену врсту мерила [10]. Мерило на оверавање подноси власник, односно корисник.

Оцењивање усаглашености мерила са прописаним условима обављају привредни субјекти и друга правна лица која су именована за обављање тих послова. **Именована тела** морају да испуњавају прописане услове који се односе на стручну оспособљеност запослених, на квалитет просторија и опреме за рад, на захтеве у погледу независности и непристрасности у односу на лица повезана са мерилом које је предмет оцењивања усаглашености, као и захтеве у погледу поверљивости, односно чувања пословне тајне.

Оцењивање усаглашености не односи се само на метролошке захтеве, већ и на захтеве у вези са жигосањем, безбедношћу, електромагнетском компатибилношћу, идентификацијом софтвера, погодношћу употребе, итд.

14.4. МЕЂУНАРОДНЕ ОРГАНИЗАЦИЈЕ ЗА ЗАКОНСКУ МЕТРОЛОГИЈУ

Може се сматрати да је координирана међународна сарадња у области законске метрологије започела Метарском конвенцијом, коју су потписали дипломатски представници седамнаест држава 1875. године. Кнежевина Србија је била прва држава која је приступила Метарској конвенцији (1879). У међувремену су се повећали и број земаља потписница и број међународних организација чија је делатност повезана са мерењима.

Већ у доба оснивања Међународног бироа за тегове и мере (*BIPM*) разматрала су се питања везана за рад националних служби за тегове и мере. Чинило се да је довољно да се изврши усклађивање (*harmonisation*) националних еталона килограма и метра да би се уклониле препреке трговини које су настајале услед одступања резултата мерења. Убрзо се показало да је то само потребан, али не и довољан услов. Одступања постоје не само када су примарни еталони различити, већ и када су шеме следивости између примарних еталона и мерила различите, или када се захтевана тачност мерила или методе и поступци прегледа мерила разликују. Због тога је Генерална конференција за тегове и мере разматрала могућност повећања надлежности *BIPM* са циљем да се обухвате аспекти практичне и законске метрологије који се односе на калибрацију (*calibration*), одобрење (*approval*) и преглед (*verification*) мерила. Ипак, Генерална конференција за тегове и мере је одлучила да очува научне аспекте активности *BIPM*-а и да проблематика

законске метрологије оставе изван домена његове надлежности. Прва Међународна конференција за практичну и законску метрологију одржана је 1937. године у Паризу. Друга конференција, која је требало да буде оснивачка конференција међународне организације за законску метрологију, планирана је за 1939. годину у Берлину, није одржана из политичких разлога.

Тек након другог светског рата, настојање да се олакша решавање техничких и правних проблема који се на међународном плану јављају при употреби мерила уродило је плодом. Основана је Међународна организација за законску метрологију (*International Organisation of Legal Metrology, OIML*). Државе уговорнице, са циљем усклађивања својих активности, потписале су Конвенцију о установљењу Међународне организације за законску метрологију (1955). Међу 24 државе-потписнице била је и Југославија. На почетку друге деценије трећег миленијума, ова међувладина организација има 116 чланица, од којих су 59 државе-чланице а 57 дописне чланице. Државе-чланице (*Member States*) су потписнице Конвенције и имају право гласања у вези одлука које се односе на циљеве организације⁹. Дописне чланице (*Corresponding Member*) су земље или привреде које су заинтересоване да буду редовно обавештаване о активностима *OIML*, као и да учествују у неким активностима [11]. Органи *OIML* су Међународна конференција за законску метрологију, Међународни комитет за законску метрологију, Међународно биро за законску метрологију, технички комитети и поткомитети. Посебно тело под контролом Међународног комитета за законску метрологију представља Савет за земље у развоју (*OIML Development Council*).

Међународна конференција за законску метрологију (*International Conference of Legal Metrology*) је дипломатско тело и врховни управни орган организације. Чине га делегације држава-чланица. Састанцима овог тела, који се одржавају сваке четири године, присуствују и посматрачи из дописних чланица као и међународних и регионалних организација са којима је *OIML* у контакту.

Међународни комитет за законску метрологију (*International Committee of Legal Metrology, CML*) је управљачко тело које чине по један представник сваке државе-чланице. Спроводи одлуке Конференције и извршава задатке који проистичу из Конвенције. Надгледа активност Савета за земље у развоју, техничких комитета и подкомитета, као и Међународног бироа за законску метрологију. Комитет одобрава коначно објављивање међународних препорука и других докумената. Бројни документи *OIML*-а су доступни преко Интернета [12].

Технички комитети и подкомитети су стручна тела чији је задатак израда међународних препорука и међународних докумената. Ови документи могу да се односе на:

- опште метролошке ствари, као што су терминологија, мерне јединице, закони и прописи, опрема за преглед...;

⁹ Република Србија је држава-чланица *OIML*.

- специфичне области мерења, као што су маса, дужина, запремина...;
- специфичне области примене, као што су медицина, животна средина...;

Међународни документи (*International Documents, OIML-D*) се односе на опште елементе законске метрологије као што су закон о метрологији [13], или општи захтеви за електронске мерне инструменте [14]. Међународне препоруке (*International Recommendations, OIML-R*) обично обухватају мерила која подлежу законској контроли и прописују метролошке услове које мерила морају да испуњавају, као и опрему и поступак испитивања и прегледа мерила, уз стандардизован образац за саопштавање резултата испитивања. Пример таквог документа су препоруке *OIML R 76-1* које се односе на ваге са неаутоматским функционисањем [15].

Међународни биро за законску метрологију (*International Bureau of Legal Metrology, BLM*) је административни центар организације.

Значајне облике међународне сарадње у области законске метрологије представљају:

- Европска сарадња у законској метрологији (*European cooperation in legal metrology, WELMEC*), установљена са циљем да се успостави усаглашен и доследан приступ законској метрологији у Европи¹⁰
- Аранжман о међусобном признавању националних еталона и уверења о еталонирању и мерењу која издају национални метролошки институти (*Mutual recognition arrangement, MRA*)
- Аранжман о међусобном прихватању испитивања типа (*Mutual Acceptance Arrangement MAA*) који је установила Међународна организација за законску метрологију.

14.5. ПРОГРАМАБИЛНОСТ И ЗАКОНСКА МЕТРОЛОГИЈА

Мерење у сврхе обрачуна, надзора и управљања представља мултидисциплинарну област. Не само због тога што се при решавању појединих проблема обједињују разноврсне мерне технике (аналогна, импулсна и дигитална) и технологије (од електромеханичких склопова до електронских кола високог степена интеграције), и користе методе и средства других области савремене технике (телекомуникације, даљински надзор и управљање, рачунарска техника), него и зато што се, због практичног значаја које има, ова проблематика са подједнаком, врло интензивном пажњом разматра са гледишта метрологије, законодавства и стандардизације.

¹⁰ Република Србија је придружен члан *WELMEC*-а.

Мерила која се користе у вези са обрачуном при промету роба и услуга, под сталним су надзором државне службе за законску метрологију, што подразумева да њихове мерно-техничке карактеристике, као и начин њихове верификације, морају бити прецизно дефинисани одговарајућим прописима. Неопходно је да пренос података из бројила електричне енергије, на пример, буде остварен тако да су испуњени захтеви метрологије (функција преноса података не сме да наруши метролошка својства мерила), законодавства (мора бити онемогућена злоупотреба) и стандардизације (усаглашеност са међународним стандардима).

Мерење у сврху обрачуна представља посебну, веома специфичну област у којој се методологија и техника добијања мерних података подједнако брижљиво посматрају са метролошког гледишта, као и са гледишта коришћења тих података. Све чешће и све више, мерна опрема обавља и обраду података добијених мерењем. Управо је због тога динамичан развој ове области током последњих деценија у непосредној вези са развојем електронике. Флексибилан систем обрачуна, контрола потрошње, а посебно могућност програмског управљања, значајне су функције које се електронским путем остварују на ефикасан начин. Нове функције, међутим, стварају нове тешкоће. Не ради се само о економичној техничкој реализацији мерних уређаја и система, већ и о законодавству. Појавио се проблем гаранције метролошких својстава мерила чија се мерна функција и параметри карактеристике могу програмски мењати током употребе, интервенцијом на месту мерења или даљинском наредбом. Са друге стране, осим потпуне аутоматизације читавања, које се у Србији још увек врши непосредним увиђајем и записивањем (и стога у великој мери оптерећује предузећа која се баве дистрибуцијом енергената), електронски уређаји нуде не само даљинско читавање и богату локалну обраду, него и могућност издвајања електронског дела мерног блока, као посебног модула који је на одговарајући, лако раскидив начин, повезан са осталим делом система чије карактеристике, односно њихове промене у току рада, не утичу на метролошка својства мерила. То отвара могућност за бржу проверу сагласности са прописаним спецификацијама и једноставније одржавање.

Проблематици програмабилних мерних уређаја и система посвећени су не само бројни чланци, [16], [17], [18], већ и одговарајући међународни документи [19], [20].

14.6.РАЗВОЈ ЗАКОНСКЕ МЕТРОЛОГИЈЕ У СРБИЈИ

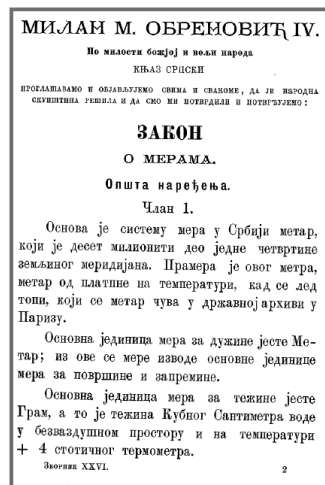
Потреба за завођењем реда у области мера као основе за напредовање младе државе схваћена је у слободној Србији релативно рано. Убрзо након поновног ступања на власт, кнез Милош Обреновић, иако необразован, настојао је да се заведе метролошки ред у Кнежевини Србији. Прописао је метролошки надзор и наредио да се еталони израђују у земљи (1859) [21]. Својим указом наложио је да се у тополивници израде обрасци (ђулад) којима ће се проверавати кантари и мере [22]. Уважио је предлог Одбора Светоандрејске скупштине да се предузму кораки да се у земљи

уведу јединствене мере које би власт контролисала.

У време владавине кнеза Михајла Обреновића (1865) формирана је стручна комисија са задатком да предложи систем мера као и одговарајућу терминологију. Комисија је закључила да нови систем мере у Србији треба да буде декадни метрички систем “познат васцелом просвећеном свету”. На основу метра као мере за дужину изводе се јединице за површину и запремину, а затим и “тежину”. На истом принципу изводе се и новчане јединице. Припреме закона трајале су осам година¹¹.

На основу одлуке Скупштине Кнежевине Србије, кнез Милан Обреновић је прогласио Закон о мерама (1873), којим је уведен “десетични систем” мера и уведена јединица за дужину метар, заснована на француској прамери која је установљена 1799. године (архивски метар). За јединицу тежине (масе) уведен је грам, у складу са дефиницијом коју је усвојила Француска народна скупштина 1791. године¹². Тиме се настојало да се избегну трошкови набавке одговарајуће прамере у иностранству.

Решење проблема остваривања прамера сагледано је у приступању Србије Метарској конвенцији (1879) и куповини еталона “првог реда” за дужину (метар) и тежину (тег).



На заседању Прве генералне конференције за тегове и мере (1889) Краљевини Србији су додељени прототип¹³ Килограм N°11, чија је маса била једнака $1 \text{ kg} + 0,008 \text{ mg}$ и прототип Метар N°30, чија је дужина била једнака $1 \text{ m} + 2,60 \text{ }\mu\text{m}$. Еталони су преузети 1891. године и чувани у трезору Министарства финансија Краљевине Србије.

На првој периодичној провери прототипова килограма, обављеној током 1910. и 1911. године констатовано је да је већина прототипова задржала своју масу у границама поређења. Прототип у власништву Србије имао је највеће одступање ($1\,117 \text{ }\mu\text{g}$) што је приписано оштећењима која су настала због неприкладног транспортавања.

Након бомбардовања Београда од стране аустроугарске артиљерије, еталони су пренети у Ниш. После Бугарског напада на Србију (у јесен 1915.), воловским колима транспортовани су до Пећи, а одатле коњском запрегом преко Чакора до Подгорице и даље до Скадра. Касније су бродом пренесени на Крф. Након победоносног похода српске војске, враћени су у Београд.

¹¹ Током припреме закона разматрале су се и могућности да се задрже стари називи јединица чија би великост била усаглашена са декадним системом (на пример “ока” би уместо 1282,8 грама имала 1000 грама. За сам метар је предлаган назив “мерац”, а за његове мање јединице десетац, стотац и тисућац.

¹² Јединица масе је била дефинисана у првом члану првог српског закона о мерама. Грам је “тежина кубног сантиметра воде у вакуму и на температури +4 стотична степена”.

¹³ Назив прототип килограма резервисан је само за цилиндричне израђене од легуре платине (90%) и иридијума (10 %) [7].

Због великог одступања вредности прототипа Килограм N°11 у односу на првобитну вредност извршена је замена и Краљевини Срба, Хрвата и Словенаца 1925. године додељен нови прототип Килограм N°29. Приликом провере враћеног прототипа утврђено је да је његова маса промењена само за 2 μg у односно на вредност утврђену на првој периодичној провери петнаест година раније.

Све до напада на Југославију, у априлу 1941. године, еталони су чувани у тадашњој Средишњој управи за мере и драгоцене метале у Београду. Зграда је уништена бомбардовањем, а прототип Килограм N°29, који је био пренет на чување у Народну банку, опљачкан.

Значајан корак развоју законске метрологије на овим просторима представљао је Законом о мерним јединицама и мерилима из 1961. године. Овим законом је прописано да се “у јавном саобраћају могу употребљавати само мерне јединице Међународног система јединица” који је усвојен на једанаестој Генералној конференцији за тегове и мере 1960. године. Старање о националним прамерама (еталонима) поверено је Управи за мере и драгоцене метале која је основана 1956. године. Када је 1964. године Управа смештена у нову зграду¹⁴, започео је и процес снабдевања еталонском и мерном опремом потребном за испитивање типа мерила. Образоване су лабораторије за дужину, масу, термометрију и физички-техничка мерења. Нешто касније установљене су лабораторија за електрична мерења и лабораторија за бројила¹⁵.

Еталон јединице масе у Републици Србији је тег израђен од нерђајућег челика, купљен 1956. године, који је оверен у *BIPM*-у. У складу са “светлосном” дефиницијом метра која је усвојена на 17. генералној конференцији за тегове и мере 1983. године, “штапни” еталон јединице дужине, прототип метра од легуре платине и иридијума, замењен је еталоном који чине два идентична хелијум-неонска ласера таласне дужине 633 nm. Овај еталон је развијен у земљи 1989. године и оверен у *BIPM*-у.

14.6.1 ДИРЕКЦИЈА ЗА МЕРЕ И ДРАГОЦЕНЕ МЕТАЛЕ

На основу важећег Закона о метрологији, Дирекција за мере и драгоцене метале (ДМДМ) је орган државне управе надлежан за послове из области метрологије који обавља стручне и са њима повезане извршне послове у делокругу својих надлежности. Дирекција је основана са задатком да одговори потребама привреде и друштва за еталонирањем, испитивањем типа и оверавањем мерила. Као национална метролошка служба Републике Србије, ДМДМ се стара о обезбеђењу метролошког јединства и следивости резултата мерења до Међународног система јединица (*SI*).

¹⁴ У тој згради налази се садашња Дирекција за мере и драгоцене метале.

¹⁵ Лабораторија за бројила је почетком 1966. године пресељена из улице Пролетерских бригада, бр. 4. где се до тада налазила Контрола струјомера Београд.

Законом је уређено да ДМДМ обавља следеће послове: стара се о систему законских мерних јединица у Србији; остварује, чува, одржава и усавршава српске еталоне и обезбеђује њихово учешће у међународним активностима; обезбеђује метролошку следивост за лабораторије за еталонирање, контролне и испитне лабораторије; организује делатност еталонирања; врши испитивање типа и оверавање мерила; даје стручно мишљење за овлашћивање лабораторија за оверавање мерила; представља Србију у међународним и регионалним метролошким организацијама и успоставља сарадњу у области метрологије; спроводи метролошку контролу; сарађује са одговарајућим инспекцијским органима и обезбеђује стручне основе за мерила и претходно упаковане производе; обезбеђује метролошке информације и издаје службено гласило.

Као јединствена државна метролошка институција, ДМДМ је одговорна за остваривање српских еталона и доношење метролошких прописа на основу препорука међународне организације за законску метрологију (OIML). То су правилници о метролошким условима за мерила и метролошка упутства за оверавање мерила.

Периодичним поређењем српских еталона са еталонима националних метролошких института који су потписници Аранжмана о међусобном признавању националних еталона и уверења о еталонирању и мерењу (MRA), ДМДМ обезбеђује следивост до међународног нивоа. Поред тога, ДМДМ организује делатност еталонирања у земљи и обезбеђује метролошку следивост свим метролошким лабораторијама, лабораторијама за оверавање мерила и лабораторијама за еталонирање. Могућности мерења и еталонирања за електричне величине објављене су у бази података Међународног бироа за тегове и мере [23].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux, OIML, 2000.*
2. *Vocabulaire de metrologie legale, termes fondamentaux, OIML, 1978, prevod: Rečnik zakonske metrologije, Savezni zavod za mere i dragocene metale, 1983.*
3. Правила акредитације, АТС ПА-01, 2010.
4. *The Measuring Instruments Directive, 2004/22/EC, Official Journal of the EU.*
5. Закон о метрологији, "Гласник Републике Србије 30/2010".
6. Уредба о законским мерним јединицама, "Службени лист СЦГ 10/2006".
7. *The International System of Units (SI), BIPM, 5th edition, 1985, p 76.*
8. *The International System of Units (SI), BIPM, 8th edition, 2006.*
9. М. Brezinšćak, Мерење и računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga, 1971.
10. Наедба о мерилима за која је обавезан преглед, "Службени лист СЦГ 32/2003".
11. В. Athane, *Trends in legal metrology and relevant activities of the International Organisation of Legal Metrology (OIML)*, Симпозијум о мерењима и мерној опреми, 1998.
12. <http://www.oiml.org>
13. *Elements for a Law on Metrology, OIML, D 1, 2004.*

-
14. *General requirements for electronic measuring instruments, OIML, D 11, 2004.*
 15. *Non- automatic weighing instruments, Part 1, metrological and technical requirements-Test, OIML, R76-1, 2006.*
 16. *R. Schwartz, Software interfaces and requirements for freeprogrammable nonautomatic weighing instruments, OIML Bulletin, Vol XXXVII, No 1, 1996, pp 10-14.*
 17. *U. Grottke, et al, Software verification for measuring instruments: a European approach, OIML Bulletin, Vol XXXVII, No 4, 1996, pp 5-13.*
 18. *J.F.Magana, Security of computerized instruments, OIML Bulletin, Vol XL, No 3, 1999, pp 16-23.*
 19. *Software Requirements on the Basis of the Measuring Instruments Directive, Welmec 7.1, 1999.*
 20. *Software Guide (Measuring Instruments Directive 2004/22/EC), WELMEC 7.2, 2008.*
 21. *Ј. Петковић, Сто двадесет пет година законске метрологије Југославије, СЗМДМ, 1998.*
 22. *М. Пешаљевић, Г. Данковић, С.Спиридоновић, Савезни завод за мере и драгоцене метале 1873-1998, СЗМДМ, 1998, с.144.*
 23. *http://kcdb.bipm.org/AppendixC/EM/RS/EM_RS.pdf.*

ПРИЛОЗИ

МЕЂУНАРОДНИ СИСТЕМ ЈЕДИНИЦА SI

Величина	Назив	Ознака	Изражено другим јединицама	Изражено основним јединицама SI
угао у равни	радијан	rad	1	mm^{-1}
просторни угао	стерадијан	sr	1	m^2m^{-2}
учестаност	херц	Hz		s^{-1}
сила	њутн	N		$\text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
енергија, рад, количина топлоте	џул	J	Nm	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
снага, флукс зрачења	ват	W	J/s	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}$
притисак, напрезање	паскал	Pa	N/m^2	$\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
Целзијусова температура	степен Целзијуса	$^{\circ}\text{C}$		K
светлосни флукс	лумен	lm		$\text{cd}\cdot\text{sr}$
осветљеност	лукс	lx	lm/m^2	$\text{m}^{-2}\cdot\text{cd}\cdot\text{sr}$
активност радиоактивног извора	бекерел	Bq		s^{-1}
апсорбована доза (јонизујућег зрачења)	греј	Gy	J/kg	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$
еквивалентна доза (јонизујућег зрачења)	сиверт	Sv	J/kg	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$
каталитичка активност	катал	kat		s^{-1}mol

Табела П.1.1. Изведене неелектричне јединице које имају посебне називе

Величина	Назив	Ознака	Изражено другим јединицама	Изражено основним јединицама SI
наелектрисање	кулон	C	J/V	sA
потенцијал, разлика потенцијала (напон),	волт	V	W/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-1}$
електрична отпорност	ом	Ω	V/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-2}$
електрична проводност	сименс	S	A/V	$\text{m}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}\text{s}^3\cdot\text{A}^2$
капацитивност	фарад	F	C/V	$\text{m}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}\text{s}^4\cdot\text{A}^2$
индуктивност	хенри	H	Wb/A	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$
магнетски флукс	вебер	Wb	Vs	$\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$
магнетска индукција	тесла	T	Wb/m^2	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-1}$

Табела П.1.2. Изведене електричне јединице које имају посебне називе

Посебну групу у категорији допуштених јединица чине јединице чија се вредност, изражена SI јединицама, одређује експериментално. Неке од њих дате су у табели П.1.4.

Величина	Назив	Ознака	Вредност
време	минут	min	1 min = 60 s
	сат	h	1 h = 60 min = 3600 s
	дан	d	1 d = 24 h = 86 400 s
угао у равни	степен	°	1° = ($\pi/180$) rad
	минут	'	1' = (1/60)° = ($\pi/10800$) rad
	секунд	"	1" = (1/60)' = ($\pi/648000$) rad
површина	хектар	ha	1 ha = 1 hm ² = 10 ⁴ m ²
запремина	литар	l, L	1 L = 1 l = 1 hm ³ = 10 ⁻³ m ³
маса	тона	t	1 t = 10 ³ kg

Табела П.1.3. Јединице ван система SI
прихваћене за коришћење са SI јединицама

Величина	Назив	Ознака	Вредност
енергија	електронволт ¹	eV	1 eV = 1,602 176 53(14) J
маса	Далтон	Da	1 Da = 1,660 538 86(28) x10 ⁻²⁷ kg
дужина	астрономска јединица	ua	1 ua = 1,495 978 706 91(6) x10 ⁻¹¹ m

Табела П.1.4. Јединице прихваћене за коришћење са SI

Осим ових, допуштена је употреба и неких других јединица у специфичним областима примене (табела П.1.5).

Величина	Назив	Ознака	Вредност
притисак	бар	bar	1 bar = 100 kPa
	милиметар живиног стуба	mmHg	1 mmHg = 133,322 Pa
дужина	ангстрем	Å	1 Å = 10 pm
	наутичка (морска) миља	M	1 M = 1852 m
површина	барн	b	1 b = 1 hm ² = 10 ⁻⁴ m ²
брзина	кнот	kn	1 kn = 10 ⁻²⁸ m ²
однос	непер	Np	
	бел	B	
	децибел	dB	1 dB = 10 ⁻¹ B

Табела П.1.5. Јединице ван система SI
прихваћене за коришћење у специфичним областима

Непер, бел и децибел су јединице којима се квантитативно приказује однос две величине исте природе², представљен на логаритамској скали. Исказ: $L_X = m \text{ dB}$, којим је квантитативно одређен однос вредности величина X и X_0 , значи да постоји однос:

$$m = 10 \lg \frac{X}{X_0}.$$

Међународни система јединица SI је заснован на декадном систему бројева. Предмети (префикси) којима се означавају декадни и бинарни умношци (мултипли) мерних јединица дати су у табелама П.1.6 и П.1.7. Предмети којима се означавају

¹ Електронволт је једнак кинетичкој енергији коју добије електрон при проласку потенцијалне разлике од 1 V у вакууму.

² Однос две величине исте врсте је величина чија је димензија једнака један (бездимензиона величина).

децимални³ делови мерних јединица дати су у табели П.1.8. У англоамеричкој литератури називају се “субмултипли” (*submultiple prefix*). Њихове ознаке се увек пишу малим словом.

Назив	Ознака	Вредност
дека (<i>deca</i>)	da	$10 = 10^1$
хекто (<i>centi</i>)	h	$100 = 10^2$
кило (<i>milli</i>)	m	$1\,000 = 10^3$
мега (<i>micro</i>)	M	$1\,000\,000 = 10^6$
гига (<i>nano</i>)	G	$1\,000\,000\,000 = 10^9$
тера (<i>tera</i>)	T	$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$
пета (<i>peta</i>)	P	$1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$
екса (<i>exa</i>)	E	$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{18}$
зета (<i>zetta</i>)	Z	$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{21}$
јота (<i>yotta</i>)	Y	$1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{24}$

Табела П.1.6. Декадни умношци мерних јединица

Вредност	Назив	Ознака	Декадна вредност
$(2^{10})^1$	киби (<i>kibi</i>)	Ki	1 024
$(2^{10})^2$	меби (<i>mebi</i>)	Mi	1 048 576
$(2^{10})^3$	гиби (<i>gibi</i>)	Gi	1 073 741 824
$(2^{10})^4$	теби (<i>kibi</i>)	Ti	1 099 511 627 776
$(2^{10})^5$	пеби (<i>kibi</i>)	Pi	1 125 899 906 842 624
$(2^{10})^6$	ексби (<i>exbi</i>)	Ei	1 152 921 504 606 846 976
$(2^{10})^7$	зеби (<i>zebi</i>)	Zi	1 180 591 620 717 411 303 424
$(2^{10})^8$	јоби (<i>yobi</i>)	Yi	1 208 925 819 614 629 174 706 176

Табела П.1.7. Бинарни умношци

Назив	Ознака	Вредност
деци (<i>deci</i>)	d	$0,1 = 10^{-1}$
центи (<i>centi</i>)	c	$0,01 = 10^{-2}$
мили (<i>milli</i>)	m	$0,001 = 10^{-3}$
микро (<i>micro</i>)	μ	$0,000\,001 = 10^{-6}$
нано (<i>nano</i>)	n	$0,000\,000\,001 = 10^{-9}$
пико (<i>pico</i>)	p	$0,000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$
фемто (<i>femto</i>)	f	$0,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-15}$
ато (<i>atto</i>)	a	$0,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-18}$
zepto (<i>zepto</i>)	z	$0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-21}$
јокто (<i>yocto</i>)	y	$0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-24}$

Табела П.1.8. Децимални делови мерних јединица

³ Предметак деци- (од лат. *decem*) у сложеницама означава десети део нечега. Децимала је десетно место (десетни разломак), а назив “децимални рачун” се односи на рачун са децималним разломцима. У декадном систему, децимални делови су разломљени делови бројева. Број децимала је број цифара десно од децималног зареза у запису броја.

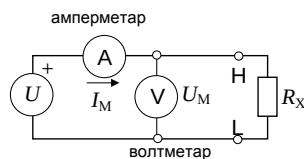
ПРОБЛЕМИ

- Одредити димензиони израз за електрични напон.
- Одредити димензиони израз за електричну отпорност.
- Доказати димензиону исправност израза за електричну снагу $P=UI$.
- Доказати да је израз за укупну механичку енергију тела:

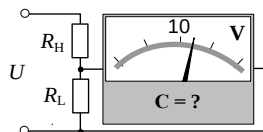
$$W_M = mgh + \frac{mv^2}{2}$$
, димензионо исправан.
- Доказати да је израз за енергију кондензатора:

$$W_C = \frac{CU^2}{2}$$
, димензионо исправан.
- Практична јединица за електричну енергију је kWh. Јединица за енергију у SI је џул (J). Одредити однос између ове две јединице.
- Извести једначину која представља теоријску основу за дефиницију јединице електричне струје.

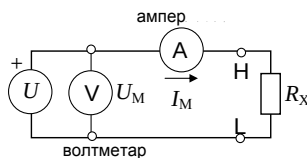
- Одредити општи израз за релативну грешку при мерењу отпорности методом волтметра и амперметра, на начин приказан на слици, под претпоставком да су вредности унутрашње отпорности амперметра и волтметра познате.



- Одредити општи израз за константу показивања у колу приказаном ба слици, под претпоставком да је унутрашња отпорност волтметра позната.

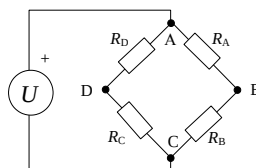


- Одредити општи израз за релативну грешку при мерењу отпорности методом волтметра и амперметра, на начин приказан на слици, под претпоставком да су вредности унутрашње отпорности амперметра и волтметра познате.



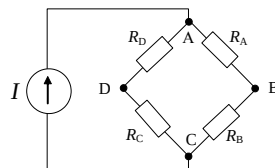
- Доказати да је услов за равнотежу Витстоновог моста приказаног на слици ($U_{BD}=0$) одређен једначином:

$$R_A R_C = R_B R_D.$$



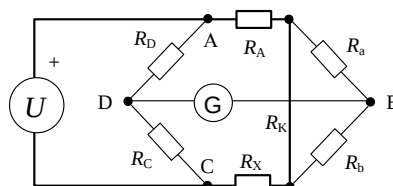
- Доказати да је услов за равнотежу Витстоновог моста приказаног на слици ($U_{BD} = 0$) одређен једначином:

$$R_A R_C = R_B R_D.$$

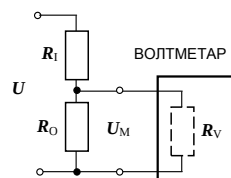


13. Доказати да је за Келвинов мост, приказан на слици, потребан услов да отпорност веза R_K не утиче на резултат мерења исказан једначином:

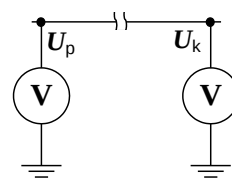
$$R_a R_C = R_b R_D.$$



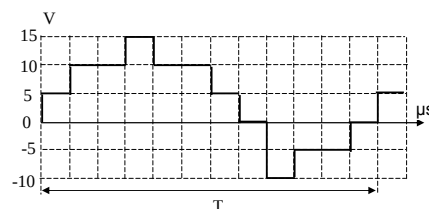
14. Ако је R_V улазна отпорност примењеног волтметра, извести општи израз $U(U_M)$, којим се вредност напона U одређује на основу показивања волтметра U_M .



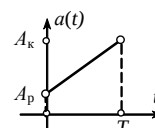
15. Напон на крајевима далековода мери се волтметрима који су постављени на његовом почетку и крају. Измерене вредности напона су: $U_p = 218 \text{ kV}$, $U_k = 209 \text{ kV}$, респективно. Одредити границе грешке мерења пада напона на проводнику, $U_p - U_k$, ако се зна да је граница релативне грешке употребљених волтметара 1 %.



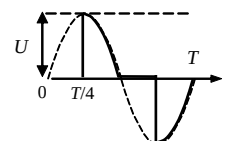
16. Одредити средњу вредност периодичног напона чији је временски дијаграм приказан на слици.



17. Одредити општи израз за средњу вредност периодичног напона чији је временски дијаграм приказан на слици.



18. Одредити општи израз за средњу вредност периодичног напона чији је временски дијаграм приказан на слици.



19. Доказати да је средња вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака:

$$\bar{q} = -\frac{\Delta A}{2}.$$

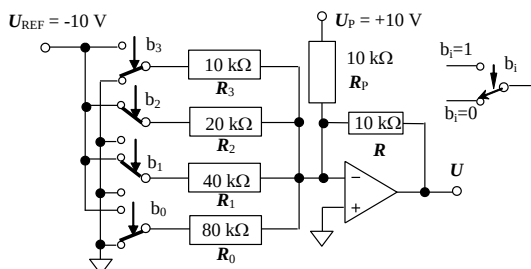
20. Доказати да је средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака:

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{3}.$$

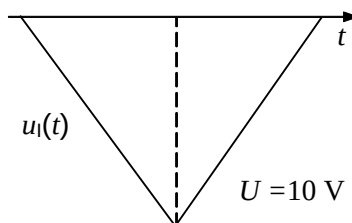
21. Доказати да је средња вредност грешке равномерног квантовања са апроксимацијом заокругљивањем једнака нули.
22. Доказати да је средња вредност квадрата грешке равномерног квантовања са апроксимацијом одсецањем једнака:

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{12}.$$

23. Колика је резолуција Д/А претварача приказаног на слици? Одредити општи израз за напон на његовом излазу зависности од вредности четворобитног бинарног броја који представља улаз овог претварача.



24. Дијаграм на слици приказује таласни облик напона на кондензатору у U/N претварачу са двојним нагибом, када је улазни напон једнак 10 V. Уцртати таласне облике напона када је улазни напон једнак: а) 5 V; б) 1 V.



25. Капацитивности четири кондензатора су 36,3 μF ; 3,85 μF ; 34,002 μF и 850 nF; са несигурношћу једне цифре на последњем месту. Колика је укупна капацитивност, када су кондензатори повезани паралелно, ако резултат садржи само значајне цифре.
26. Измерена вредност напона помоћу волтметра, чији је мерни опсег 150 V, једнака је 83 V. Одредити границе релативне грешке мерења, ако се за употребљено мерило гарантује да грешка није већа од 1% вредности пуне скале.
27. Струја која протиче кроз отпорник чија је отпорност $100 \Omega \pm 0,2 \Omega$ је $2,00 \text{ mA} \pm 0,01 \text{ mA}$. Одредити границе релативне грешке при израчунавању снаге дисипације.

СКРАЋЕНИЦЕ

ac, AC	alternating current	IUPAC	International Union of Pure and Applied Chemistry
AGC	automatic gain control	in	inch
ADC	Analog-To-Digital Converter	IR	infrared
AM	amplitude modulation	IMEKO	International Measurement Confederation
ANSI	American National Standards Institute	lb	pound
avg, AVG	average	LF	low frequency
BCD	Binary Coded Decimal	JVC	Josephson voltage standard
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures	LED	Light-Emitting Diode
BJT	Bipolar Junction Transistor	LSB	Least Significant Bit
CEN	European Committee for Standardization	LSD	Least Significant Digit
CENELEC	European Committee for Electrotechnical Standardization	LSI	Large-Scale Integration
CGPM	Conference Generale des Poids et Mesures	MAA	Mutual Acceptance Arrangement
CIPM	Comitee International des Poids et Mesures	MID	Measuring Instruments Directive
CODATA	Committee on Data for Science and Technology	MMI	Man Mashine Interface
CRT	cathode-ray tube	MOS	metal-oxide semiconductor
DAC	Digital-To-Analog Converter	MRA	Mutual recognition arrangement
dc, DC	direct current	NBS	National Byreau of Standards
DPO	digital-phosphor-oscilloscope	NMI	National Metrology Institute
DSP	Digital Signal Processing	NIST	National Institute of Standards and Technology
ECG	electrocardiograph	NPL	National Physical Laboratory, UK
EEG	electroencephalograph	NRC	National Research Council, Canada
EMC	electromagnetic compatibility	OIML	Organisation Internationale de Métrologie Légale
EMF	electromotive force	PAM	Pulse Amplitude Modulation
EURAMET	European Association of National Metrology Institutes	PCM	Pulse Code Modulation
EUROMET	European Collaboration in Measurement Syandards	PDM	Pulse Duration Modulation
ETSI	European Telecommunications Standards Institute	ppm	pars per milionen
FET	Field-Effect Transistor	PRR	Pulse Repetition Rate
FF	flip-flop	PRT	platinum resistance thermometer
FM	frequency modulation	PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
FSR	full-scale range	QHE	quantum Hall effect
ft	foot	QHR	quantum Hall resistance
GPIB	General Purpose Interface Bus	rms, RMS	root-mean square
GUM	Guide to the expression of uncertainty in measurement	RTD	resistive thermal device, resistance temperature detector
HF	high frequency	SCADA	Supervisory Control And Data Acquisition
HV	high voltage	SET	single electron tunneling
IC	Integrated Circuit	SI	International System of Units
IEC	International Electrotechnical Commission	SNR, S/N	signal-to-noise ratio
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers	sps	samples per second
IEV	International Electrotechnical Vocabularu	SSB	single sideband
IFCC	International Federation of Clinical Chemistry	TAI	International Atomic Time
ILAC	International Laboratory Accreditation Cooperation	TC	Temperature Coefficient
ISO	International Organisation for Standardization	UHF	ultrafigh frequency
ISQ	International System of Quantities	UTC	coordinated universal time
ITU	International Telecommunication Union	UV	ultraviolet
IUPAP	International Union of Pure and Applied Physics	VFC	voltage to frequency converter
		VHF	very high frequency
		VCO	voltage controlled oscillator
		VIM	International vocabulary of metrology

ИНДЕКС

А					
А/Д претварач	199	детекција	52		
АВО-метар	121	дигит	42		
Авогадро	35	дигитална величина	4, 42		
азбука	151	дигитални сигнал	55		
Ајнхovens	262	димензија	23		
Ампер	33, 152	Дирекција за мере	295		
Акредитационо тело Србије	19	и драгоцене метале			
аксиом	28	дисипација	47		
аналогни сигнал	55	дискретан	42		
аналогна величина	4, 42	дисперзија	82		
апсолутна грешка	83			Ђ	
апсолутна нула	37	Ђорђи	46		
апсолутни ампер	254			Е	
Аристотел	157	еванон	273		
АТС	19	експеримент	12, 59		
аутоматски	13	електрична			
		отпорност	45		
Б		проводност	46		
баждарење	65	струја	44, 248		
бајт	151	електрични напон	43, 248		
бинарна азбука	151	електромоторна сила	34, 47, 270		
бинарни сигнал	55	електрон	247, 274		
бинарно-кодovани декадни запис	153	енкодер	152, 162		
Био-Цаваров закон	33	ентитет	60		
бифиларни намотај	273	Ерстед	116		
Бул	159	еталон	8		
		ефемериди	182		
В				З	
величина	22	закон о метрологији	16		
аналогна	41	закон о стандардизацији	17		
бинарна	42	запис бројева	148		
дигитална	42			И	
Витстон	296	избијање	68		
Витстонов мост	71, 294	извор електричног напона	189		
Волта	29	извор електричне струје	190		
временски интервал	180	изотропна средина	29		
временска скала	181	Институт за стандардизацију	19		
Г		интегрисано коло	3		
Галвани	120	интензитет	21		
Гаус	46	интернационални ампер	252		
Гаусов систем	46	интернационални ом	273		
генератор	31	интерфејс	227		
генерички	22	информација	55		
геометрија	24			К	
градуисање	65	калем	33		
грешка мерења	82, 96	кантар	22		
апсолутна	83	капацитивност	34		
груба	90	карактеристика			
интерполације	86	излаза	69		
квантовања	170	одзива	73		
константе	87	преноса	71		
паралаксе	86	статичка	70		
посматрања	86	квант	169		
релативна	84	квантизер	175, 200		
систематска	86,	квантитет	7		
случајна	86, 89	квантовање	169		
густина електричне струје	222	додавањем	174, 176		
Д		заокруглавањем	174, 177		
Д/А претварач	209, 227	корак	177		
Д'Арсонвал	120	одсецањем	174		
декодер	162				

равномерно	171	микропроцесор	4, 145
квантована величина	153	модел мерења	65, 68
квантована вредност	152	модул	16
Келвин	37	моностабилно коло	191,
Келвинов мост	278	Н	
Келвинов спој	245	напон	248
клевсидра	180	нибл	151
код	152	нихром	271
бинарни	153	носиоци наелектрисања	201, 204
Грејев	154	Њ	
директни	154	Њутн	26
померени бинарни	155	О	
природни бинарни	153	оверавање мерила	308
количина електрицитета	28	овлашћено тело	247
Колрауш	118	одабирање	201
компаратор	67	одобрење типа	308
кондензатор	30	Ом	31
константан	271	Омов закон	31
корак квантовања	177	осцилација	179
коригован резултат мерења	85	отпорник	202, 274
Кулон	29	отпорност	65, 107, 274
М		оцењивање усаглашености	308
магнитуда	54	П	
Максвел	35	Паскал	153
манганин	273	период	182
Међународна електротехничка	14	Планк	47
комисија		Погендорф	123,
Међународна организација за	18	појачавач	127
стандардизацију		показивање	57
мерење	59	поларизација	242
апсолутно	45	полупроводник	250
модел	56	померај нуле	87, 269
непосредно	58	поновљивост мерења	82
прецизност	77	поправка	66
резултат	41	посредно мерење	63
репродуктивност	78	поступак мерења	69
тачност	77	потенцијал	248
мерило	8	потенцијална енергија	29, 247
мерна		потенциометар	271
јединица	7, 8,	процењена мерна несигурност	73
несигурност	72	права вредност величине	76
функција	73	прамера	8
мерни		прекидачка алгебра	159
инструмент	101	претварач	
ланац	104	аналогно/дигитални	33
претварач	103	дигитално/аналогни	34
систем	101	напона у струју	122
методи (мерења)	12, 62	напона у учестаност	65
диференцијални	71	струје у напон	122
замене	70	прецизност	81
избијања	72	принцип мерења	62
клизања	193	проводник	31, 250
комплементарни	70	процес	211
непосредни	62	пулсирајућа величина	121
нулти	71, 266	Р	
поређења	63	равнокрака вага	61
посредни	62	равномерно квантовање	171
резонансе	72	раципање резултата мерења	82
слагања осцилација	193	распон	106
метрологија	7	реално време	227
врсте	11	репродуктивност мерења	82
фундаментална	13	референтни материјал	15
метролошка следивост	9	референтни услови	107
микроконтролер	233, 246		

резолюција	42, 107, 193	шупљина	274
резонанса	68		
резултат мерења	67	<i>ANSI</i>	154
С		<i>BCD</i>	153
сензор	68, 103, 273	<i>BIPM</i>	10
сервосистем	203	<i>CEN</i>	19
сертификат	19	<i>CENELEC</i>	19
слободни електрон	248	<i>CGPM</i>	10
сигнал	44	<i>CIPM</i>	10, 183, 252
аналогни	55	<i>CODATA</i>	72
бинарни	55	<i>EURAMET</i>	10, 15
детерминистички	52	<i>EUROMET</i>	10
дигитални	55	<i>ETSI</i>	19
случајни	52	<i>FET</i>	258
синхрон	165, 188	<i>flash ADC</i>	207, 213
систем	72	<i>IEC</i>	18
бројева	146	<i>IMEKO</i>	11
декадни	147	<i>ISO</i>	18
дуални	147	<i>ISQ</i>	39
систем јединица	45	<i>Kelvin-Varley voltage divider</i>	261
апсолутни	45, 253	<i>pipeline</i>	214
међународни	46, 47, 313	<i>RMS</i>	118
практични	46, 253, 254	<i>SCADA</i>	14
скала	36, 67	<i>sampling</i>	201
Келвинова	38, 43, 49	<i>shunt</i>	263
стотична	36	<i>SI</i>	47
термометарска	203	<i>PN-свој</i>	256
Фаренхајтова	43	<i>ppm</i>	276
Целзијусова	36, 43, 49		
специфична проводност	249		
слободни носиоци наелектрисања	202, 204		
стандард	17		
стандардизација	17		
Стевин	147		
Т			
тачност	81		
температура	36		
температурски коефицијент	222		
теразије	61		
термоелектрични ефекат	269		
термометарска скала	203		
тројна тачка воде	37		
У			
уверење о одобрењу типа	308		
утицајна величина	74		
Ф			
Фарадеј	34		
Фарадејев закон индукције	34		
фонон	259		
Фурије	35		
Х			
Херц	35		
Хол	266		
Холов ефекат	265, 274, 281		
Хуков закон	27		
Џ			
Џозефсонов ефект	258		
Џул	32		
Џулов ефекат	32, 251		
Ш			
Швајгер	117		
Шенон	151		