

Петар Бошњаковић

*Специјална
електронска қола
збирка решених задатака*

Др Петар Бошњаковић
Специјална електронска кола, збирка решених задатака

Рецензенти

др Славица Маринковић,
мр Борислав Хаџибабић.

Обрада и припрема текста
др Петар Бошњаковић

Корице
Ненад Толић

Издавач

Висока школа електротехнике и рачунарства,
Војводе Степе 283, Београд

Наставно веће Високе школе електротехнике и рачунарства, на својој седници одржаној 15.09.2013. године одобрило је издавање и коришћење овог уџбеника у настави.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

621 . 38 (075 . 8) (076)

БОШЊАКОВИЋ, Петар, 1945-

Специјална електронска кола : збирка
решених задатака / Петар Бошњаковић . -
Београд : Висока школа електротехнике и
рачунарства , 2013 (Београд : Школски сервис
Гајић) . - 320 стр . : илустр . ; 24 cm

Тираж 30 .

ISBN 978 - 86 - 7982 - 177 - 5

а) Електроника - Задаци
COBISS . SR - ID 201896204

ПРЕДГОВОР

Ова збирка решених задатака из Специјалних електронских кола намењена је студентима Високе школе електротехнике и рачунарства, који овај предмет слушају на трећој години студија. Њен циљ је да студентима омогући ефикасније и темељитије савлађивање градива у складу са наставним програмом овог предмета, као и стицање знања која су потребна за даље успешно праћење стручних предмета специјалистичких струковних студија. У том смислу, она је намењена и студентима чије интересовање превазилази ниво програма основног образовања Високе школе струковних студија.

Аутор се захваљује рецензентима, Славици Маринковић и Бориславу Хаџибабићу на корисним саветима у погледу коначног обликовања ове збирке, од које се, надамо се не неоправдано, очекује да ће студентима олакшати савлађивање стручних знања која су предвиђена наставним програмом високе школе. Своју захвалност аутор дугује и Ненаду Толићу и Мијату Штимцу.

28.10.2013.

Аутор

САДРЖАЈ

ПРЕДГОВОР

1.	ОСНОВНА АНАЛОГНА ЕЛЕКТРОНСКА КОЛА	1
1.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	1
1.2.	ЗАДАЦИ	2
2.	ПРЕТВАРАЧИ ИМПЕДАНСЕ	51
2.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	51
2.2.	ЗАДАЦИ	54
3.	ЛОГАРИТАМСКИ И АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ	87
3.1	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	87
3.2.	ЗАДАЦИ	48
4.	МНОЖАЧИ И ДЕЛИТЕЉИ	95
4.1	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	95
4.2.	ЗАДАЦИ	63
5.	ИМПУЛСНА И ДИГИТАЛНА КОЛА	115
5.1	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	115
5.2	ЗАДАЦИ	97
6.	ОСЦИЛАТОРИ	153
6.1	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	153
6.2.	ЗАДАЦИ	130
7.	ПРЕТВАРАЧИ УЧЕСТАНОСТИ У НАПОН	187
7.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	187
7.2.	ЗАДАЦИ	169
8.	ПРЕТВАРАЧИ АНАЛОГНИХ ВЕЛИЧИНА У УЧЕСТАНОСТ	197
8.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	197
8.2.	ЗАДАЦИ	191
9.	ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ	213
9.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	213
9.2.	ЗАДАЦИ	210
10.	АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ ПРЕТВАРАЧИ	233
10.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	233
10.2.	ЗАДАЦИ	243
11.	СИСТЕМИ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ	253
11.1.	ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	253
11.2.	ЗАДАЦИ	271
12.	ТЕСТ	293

1. ОСНОВНА АНАЛОГНА ЕЛЕКТРОНСКА КОЛА

1.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Основну врсту електронских кола представљају она која могу да се сврстају у категорију линеарних система типа улаз-излаз. Математички модел линеарног елемента, представљен је у временском домену (у којем независно променљиву величину представља време) линеарном диференцијалном једначином са константним коефицијентима:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x,$$

у којој $x(t)$ представља улазну, а $y(t)$ излазну величину (сигнал). Овај математички модел може да се замени одговарајућом линеарном алгебарском једначином комплексне независне променљиве s тако што се оператор диференцирања замењује комплексном променљивом s , а зависно променљиве $x(t)$ и $y(t)$ њиховим комплексним представницима $X(s)$ и $Y(s)$:

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots a_0 Y(s) = b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \dots b_0 X(s).$$

На основу ове једначине одређује се однос комплексних ликова побуде и одзива, $X(s)$ и $Y(s)$. Тај однос је представљен количником:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_1 s + a_0},$$

који се назива **функција преноса** посматраног елемента. Сменом $s = j\omega$, добија се **фреквенцијска карактеристика** $W(j\omega)$:

$$W(j\omega) = W(s) \Big|_{s=j\omega},$$

чији модуло је реална величина која представља однос амплитуда одзива и побуде, а аргумент разлику њихових фаза.

Основно својство линеарних елемената је исказано принципом суперпозиције. Одзив на побуду која представља збир више побуда, једнак је збиру независних одзива на појединачне побуде. У општем

случају, ако улазни сигнал може да се представи као алгебарски збир два сигнала:

$$x(t) = k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t),$$

где су k_1 и k_2 сачиниоци размере, одзив линеарног елемента је једнак:

$$y[x(t)] = k_1 y[x_1(t)] + k_2 y[x_2(t)].$$

Одзив таквог елемента на побуду хармонијским сигналом:

$$x(t) = X \cos \omega t,$$

где је X амплитуда, $\theta = \omega t$ фаза, а ω кружна учестаност:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt},$$

такође представља хармонијску функцију, исте учестаности. У начелу, амплитуда и фаза сигнала на излазу линеарног елемента зависе од учестаности улазног сигнала:

$$y(t) = Y(\omega) \cos[\omega t + \varphi(\omega)].$$

Посебну врсту представљају појачавачи чија се карактеристика може представити у деловима линеарном функцијом (*piecewise-linear*).

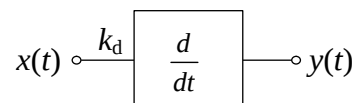
1.2. ЗАДАЦИ

- Доказати да је, ако улазни сигнал има сталну вредност, сигнал на излазу савршеног диференцијатора је једнак нули.

РЕШЕЊЕ

Карактеристика преноса савршеног диференцијатора дата је изразом:

$$y(t) = k_d \frac{dx}{dt},$$



у којем $x(t)$ и $y(t)$ представљају улазну односно излазну величину, а k_d сачинилац преноса.

Извод константе је једнак нули, па је и излазна величина савршеног диференцијатора једнака нули, ако улазни сигнал има сталну вредност:

$$x(t) = \text{const} \Rightarrow y(t) = 0.$$

2. Доказати да је, ако побуда савреног диференцијатора представља периодичну функцију времена, средња вредност сигнала на његовом излазу једнака је нули.

РЕШЕЊЕ

Ако улаз савреног диференцијатора, чија је карактеристика преноса дата изразом:

$$y(t) = k_d \frac{dx}{dt},$$

у којем $x(t)$ и $y(t)$ означавају улазну односно излазну величину, а k_d сачинилац преноса, представља периодичну функцију времена:

$$x(t + T) = x(t),$$

средња вредност сигнала на његовом излазу једнака је:

$$\begin{aligned} \overline{y(t)} &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) dt = \frac{k_d}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{dx}{dt} dt = \frac{k_d}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dx = \frac{k_d}{T} [x] \Big|_{t_0}^{t_0+T} \\ &= \frac{k_d}{T} [x(t_0 + T) - x(t_0)] = 0. \end{aligned}$$

3. Доказати да је вредност сигнала на излазу диференцијатора константна ако се вредност улазног сигнала мења сталном брзином.

РЕШЕЊЕ

Ако се улаз савреног диференцијатора мења сталном брзином:

$$\frac{dx}{dt} = \text{const},$$

за вредност сигнала на његовом излазу важи:

$$y(t) = k_d \frac{dx}{dt} = k_d \text{const}.$$

4. Доказати да при побуди хармонијском сигналом излазни сигнал савреног диференцијатора представља хармонијски сигнал исте учестаности, који предњачи у односу на улазни сигнал $x(t)$ за четвртину периоде.

РЕШЕЊЕ

Ако на улазу савршеног диференцијатора делује хармонијски сигнал:

$$x(t) = X \sin \omega t,$$

где је:

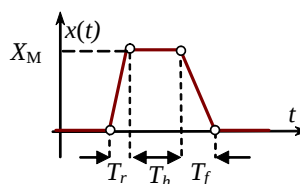
$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

угаона учестаност, а T период понављања, за вредност сигнала на његовом излазу важи:

$$y(t) = k_d \omega X \cos \omega t = k_d \omega X \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = k_d \omega X \sin \omega\left(t + \frac{T}{4}\right).$$

Излазни сигнал $y(t)$ предњачи у односу на улазни $x(t)$ за угао $\pi/2$, односно за четвртину периоде.

5. Одредити таласни облик сигнала на излазу савршеног диференцијатора, чији је сачинилац преноса k_d , ако на његовом улазу делује сигнал приказан на слици.



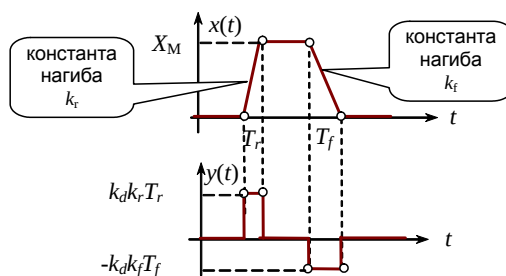
РЕШЕЊЕ

Константа нагиба улазне ивице побудног сигнала једнака је:

$$k_r = \frac{X_M}{T_r}.$$

Константа нагиба силазне ивице побудног сигнала једнака је:

$$k_f = \frac{X_M}{T_f}.$$

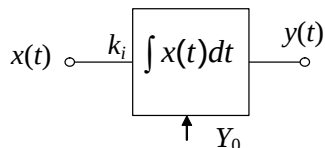


6. Доказати да, ако улазни сигнал има сталну вредност, сигнал на излазу савршеног интегратора представља линеарну функцију времена.

РЕШЕЊЕ

Карактеристика преноса савреног интегратора дата је изразом:

$$y(t) = k_i \int_0^t x(t) dt + Y_0,$$

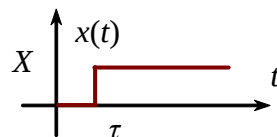


у којем $x(t)$ и $y(t)$ представљају улазну односно излазну величину, k_i је сачинилац преноса, а Y_0 је почетна вредност величине y .

Ако улазни сигнал има сталну вредност X , сигнал на излазу савреног интегратора одређен је изразом:

$$y(t) = k_i \int_0^t X dt + Y_0 = k_i X \cdot [t]_0^t + Y_0 = k_i X t + Y_0.$$

7. Одредити таласни облик сигнала на излазу савреног интегратора, чији је сачинилац преноса k_i , ако побуда на његовом улазу има облик одскочне функције.



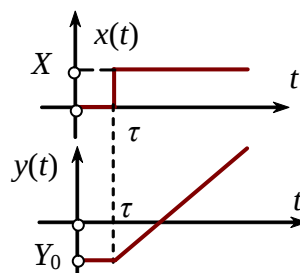
РЕШЕЊЕ

Одзив савреног интегратора на побуду одскочном функцијом која се појављује у тренутку τ одређен је изразом:

$$y(t) = \begin{cases} Y_0 & ; t < \tau \\ Y_0 + k_i X \cdot (t - \tau) & ; t \geq \tau \end{cases}$$

где је:

$$Y_0 = y(0).$$



8. Одредити одзив савреног интегратора на побуду синусним сигналом при почетним условима једнаким нули.

РЕШЕЊЕ

Ако на улазу савреног интегратора делује синусни сигнал:

$$x(t) = X \sin \omega t,$$

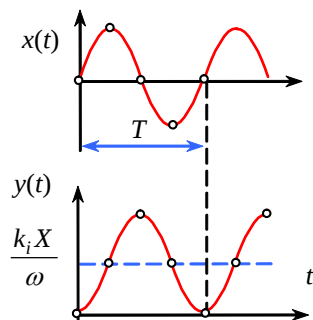
за вредност сигнала на његовом излазу, када је $y(0)=0$, важи:

$$y(t) = k_i X \int_0^t \sin \omega t dt = k_i \frac{X}{\omega} [-\cos \omega t]_0^t = \frac{k_i X}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

одакле следи:

$$y(t) = \frac{k_i X}{\omega} \left[1 - \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right].$$

Наизменична компонента одзива савршеног интегратора касни у односу на побуду за четвртину периоде, односно за угао $\pi/2$. Временски дијаграми улазног и излазног сигнала приказани су на слици.



9. Одредити одзив савршеног интегратора на побуду косинусним сигналом при почетним условима једнаким нули.

РЕШЕЊЕ

Ако на улазу савршеног интегратора делује сигнал:

$$x(t) = X \cos \omega t, \quad t \geq 0,$$

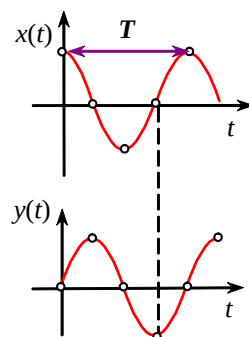
за вредност сигнала на његовом излазу, када је $y(0)=0$, важи:

$$y(t) = k_i X \int_0^t \cos \omega t dt = k_d \frac{X}{\omega} [\sin \omega t]_0^t = k_d \frac{X}{\omega} \sin \omega t$$

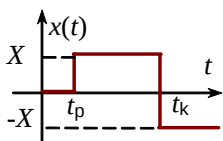
одакле следи:

$$y(t) = k_d \frac{X}{\omega} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Временски дијаграми улазног и излазног сигнала приказани су на слици.

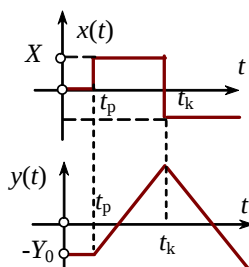


10. На слици је приказан таласни облик сигнала на улазу савршеног интегратора чији је сачинилац преноса једнак k_i . Нацртати таласни облик сигнала на излазу, $y(t)$, ако је $y(t_p) = -Y_0$.



$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{за } t < t_p \\ X & \text{за } t_p \leq t \leq t_k \\ -X & \text{за } t > t_k \end{cases}$$

РЕШЕЊЕ



11. Доказати да се логаритамска амплитудска фреквенцијска карактеристика диференцијатора промени за 20 децибела када се учестаност улазног сигнала промени десет пута.

РЕШЕЊЕ

Функција преноса савршеног диференцијатора, $W_D(s)$, дата је изразом:

$$W_D(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = T_D s,$$

где је T_D сачинилац преноса који има димензију времена, s је комплексана променљива Лапласове трансформације, а $Y(s)$ и $X(s)$ комплексни ликови излаза и улаза. Сменом $s = j\omega$ добија се фреквенцијски одзив диференцијатора:

$$W_D(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = j\omega T_D,$$

односно, у нормализованом облику:

$$W_D(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_0},$$

где је:

$$\omega_0 = \frac{1}{T_D},$$

учестаност при којој је амплитуда излазног сигнала једнака амплитуди улазног сигнала: $W_D(\omega_0) = 1$.

Амплитудска фреквенцијска карактеристика овог елемента, $W_D(\omega)$, сразмерна је учестаности побудног сигнала:

$$W_D(\omega) = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Логаритамска амплитудска фреквенцијска карактеристика једнака је:

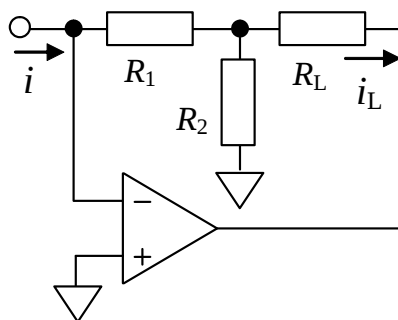
$$W_{DL}(\omega) = 20 \log W_D(\omega) = 20 \log \frac{\omega}{\omega_0} = 20 \log \omega - 20 \log \omega_0,$$

На основу израза за логаритамску амплитудску карактеристику савршеног диференцијатора следи да, када се учестаност улазног сигнала промени десет пута (декада), вредност $W_D(\omega)$ се повећа за 20 децибела:

$$\Delta W_{DL} \Big|_{\omega_2 = 10\omega_1} = 20 \log \omega_2 - 20 \log \omega_0 - 20 \log \omega_1 + 20 \log \omega_0 = 20 \log \frac{\omega_2}{\omega_1} = 20 \log 10 = 20$$

Односно, када се учестаност повећа два пута (октава), $W_D(\omega)$ се повећа за приближно 6 децибела.

12. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за вредност струје кроз отпорник R_L .



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, математички модел овог кола чине једначине:

$$u(t) = -R_1 i(t),$$

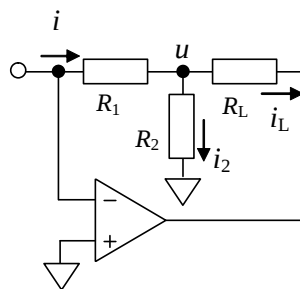
$$i_2(t) = \frac{u(t)}{R_2}, \text{ и}$$

$$i_L(t) = i(t) - i_2(t),$$

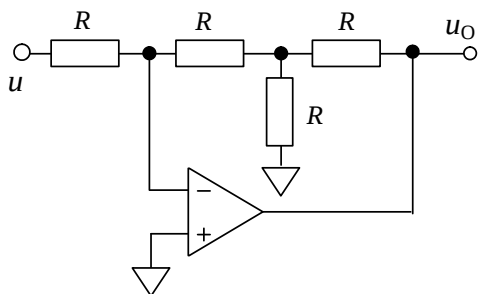
на основу којих следи:

$$i_L(t) = i(t) - \frac{u(t)}{R_2} = i(t) + \frac{R_1}{R_2} i(t) = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) i(t).$$

Коло делује као појачавач струје. Излазна струја $i_L(t)$ је већа од улазне струје $i(t)$.



13. Одредити општи израз за вредност излазног напона u_O у колу са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, математички модел овог кола чине једначине:

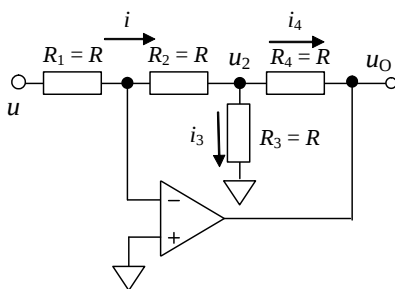
$$i = \frac{u}{R_1},$$

$$u_2 = -\frac{R_2}{R_1}u,$$

$$i_3 = \frac{u_2}{R_3},$$

$$i_4 = i - i_3, \text{ и}$$

$$u_O = u_2 - R_4 i_4,$$



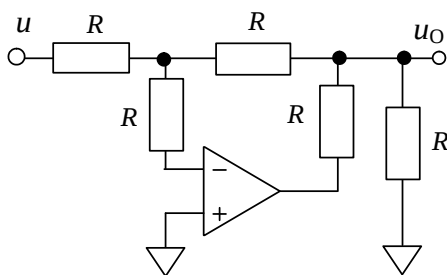
на основу којих следи:

$$u_O = -\frac{R_2}{R_1}u - R_4\left(\frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\right) = -\frac{R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_3}}{R_1}u, \text{ односно:}$$

$$u_O = -3u.$$

Т-мрежа омогућује остваривање великог појачања без коришћења отпорника велике отпорности. Ако би отпорник R_3 био десет пута мањи од отпорника $R_2 = R$ излазни напон би био једнак $u_O = -12u$.

14. Одредити општи израз за вредност излазног напона u_O у колу са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици.



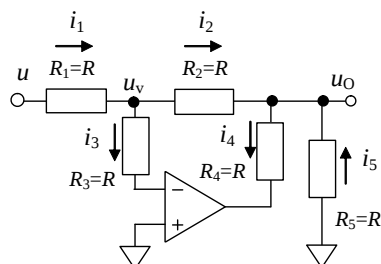
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, математички модел овог кола чине једначине:

$$i_2 = i_1 - i_3,$$

$$u_O = u - R_1 i_1 - R_2 i_2,$$

$$i_1 = \frac{u - u_v}{R_1},$$

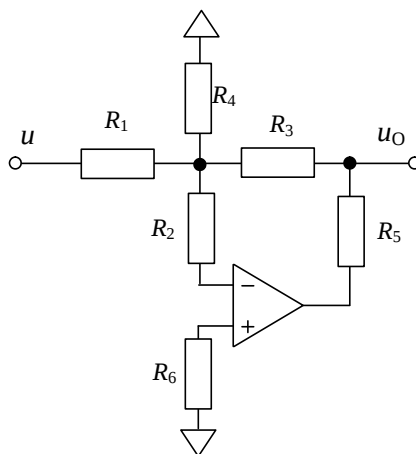


при чему за савршен операциони појачаваач важи $i_3 = 0$ (односно $i_2 = i_1$) и $u_v = 0$, одакле следи:

$$u_O = -\frac{R_2}{R_1} u.$$

Присуство отпорника R_4 утиче на вредност напона на излазу операционог појачаваача, али не утиче на вредност излазног напона. Отпорност оптерећења R_5 утиче на вредност струје коју појачаваач даје (а тиме и на вредност напона на излазу појачаваача ако отпорник R_4 постоји), али не утиче на вредност напона u_O на излазу кола.

15. Одредити општи израз за вредност излазног напона u_O у колу приказаном на слици, под претпоставком да је примењени операциони појачаваач савршен.

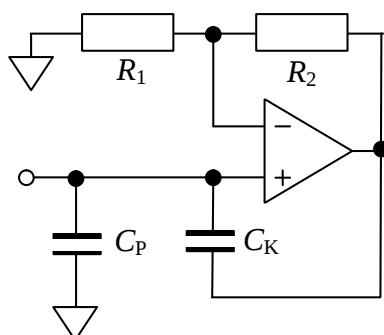


РЕШЕЊЕ

Ако је операциони појачаваач савршен, улазне су једнаке нули, па је и пад напона на отпорницима R_2 , R_4 и R_6 једнак нули:

$$u_O = -\frac{R_3}{R_1} u.$$

16. Под претпоставком да је операциони појачаваач савршен, одредити општи израз за улазну импедансу кола које је приказано на слици.



РЕШЕЊЕ

У складу са референтним смеровима назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$Z_{IN} = \frac{U}{I},$$

$$I = I_P - I_K,$$

$$I_P = \frac{U}{Z_P} = sC_P U,$$

$$I_K = \frac{U_K - U}{Z_K} = \frac{(1 + \frac{R_2}{R_1})U - U}{Z_K} = s \frac{R_2}{R_1} C_K U,$$

на основу којих следи:

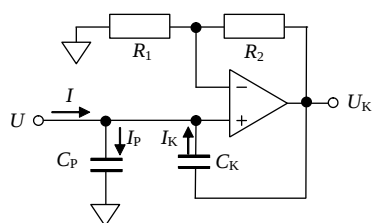
$$I = s(C_P - \frac{R_2}{R_1} C_K)U, \text{ односно:}$$

$$Z_{IN} = \frac{1}{s(C_P - \frac{R_2}{R_1} C_K)}.$$

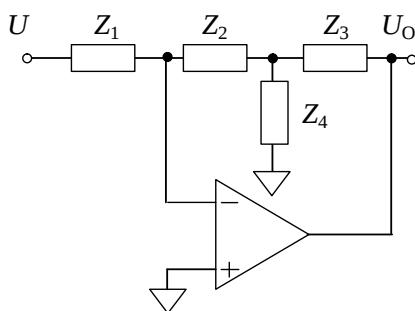
Ако је испуњен услов:

$$\frac{R_2}{R_1} C_K = C_P,$$

деловање улазне капацитивности кола, C_P , биће поништено деловањем капацитивности C_K .



17. За коло са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици, одредити општи израз за функцију преноса.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, математички модел овог кола чине једначине:

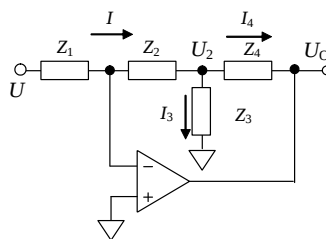
$$I = \frac{U}{Z_1},$$

$$U_2 = -\frac{Z_2}{Z_1} U,$$

$$I_3 = \frac{U_2}{Z_3},$$

$$I_4 = I - I_3, \text{ и}$$

$$U_O = U_2 - Z_4 I_4,$$



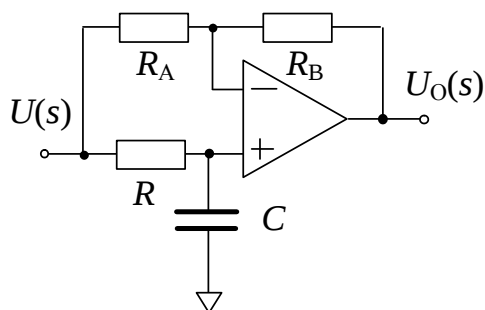
на основу којих следи израз за излазни напон:

$$U_O = -\frac{Z_2}{Z_1} U - Z_4 \left(\frac{U}{Z_1} + \frac{U}{Z_3} \frac{Z_2}{Z_1} \right) = -\frac{Z_2 + Z_4 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_3}}{Z_1} U,$$

односно израз за функцију преноса:

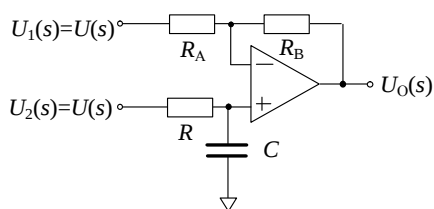
$$W(s) = \frac{U_O}{U} = -\frac{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4}{Z_1 Z_3}.$$

18. Написати диференцијалну једначину која представља математички модел кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се посматра као систем са два улаза на које је доведен исти сигнал. Такво коло, са савршеним операционим појачавачем, представља линеарни систем за који може да се примени принцип суперпозиције.



Одзив кола једнак је збиру одзива на појединачну побуду, када је други улаз прикључен на нулу:

$$U_{O1} = U_O \Big|_{U_2 = 0} = \frac{Z_C}{R + Z_C} \left(1 + \frac{R_B}{R_A} \right) U = U \frac{1}{1 + sRC} \left(1 + \frac{R_B}{R_A} \right),$$

$$U_{O2} = U_O \Big|_{U_1 = 0} = -\frac{R_B}{R_A} U,$$

$$U_O = U_{O1} + U_{O2} = U \frac{1 - sR \frac{R_B}{R_A}}{1 + sRC}.$$

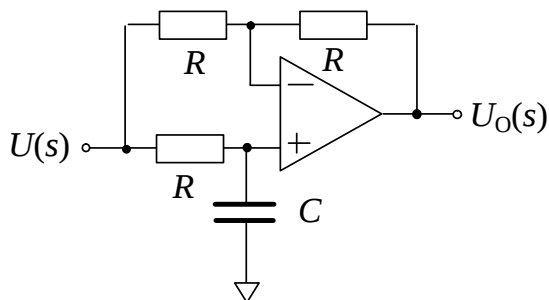
На основу чега следи:

$$RCsU_O(s) + U_O(s) = -R \frac{R_B}{R_A} CsU(s) + U(s).$$

Алгебарској једначини у комплексном домену одговара диференцијална једначина:

$$RC \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = -R \frac{R_B}{R_A} C \frac{du}{dt} + u(t).$$

19. Одредити функцију преноса, амплитудску и фазну фреквенцијску карактеристику кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

На основу принципа суперпозиције следи:

$$U_O = \frac{Z_C}{R + Z_C} 2U - U = U \frac{2}{1 + sRC} - U = U \frac{1 - sRC}{1 + sRC}, \text{ односно}$$

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{1 - sRC}{1 + sRC}.$$

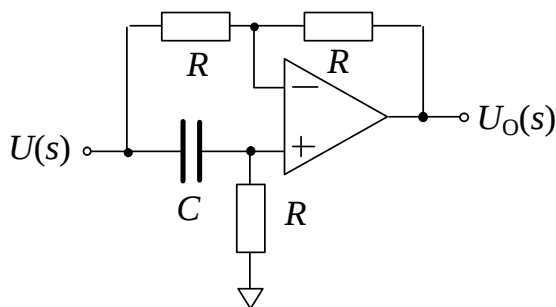
Амплитудска фреквенцијска карактеристика је једнака:

$$W(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{|1 - j\omega RC|}{|1 + j\omega RC|} = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = 1,$$

а фазна фреквенцијска карактеристика:

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arg W(j\omega) = \arg(1 - j\omega RC) - \arg(1 + j\omega RC) = \\ &= \arctg\left(-\frac{\omega RC}{1}\right) - \arctg\left(\frac{\omega RC}{1}\right) = -2\arctg \omega RC. \end{aligned}$$

20. Одредити функцију преноса, амплитудску и фазну фреквенцијску карактеристику кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

На основу принципа суперпозиције следи:

$$U_O = \frac{R}{R + Z_C} 2U - U = U \frac{2sRC}{1 + sRC} - U = -U \frac{1 - sRC}{1 + sRC}, \text{ односно}$$

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = -\frac{1 - sRC}{1 + sRC}.$$

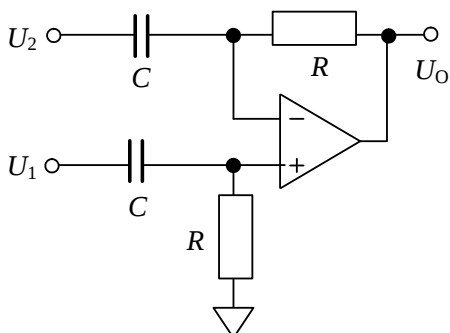
Амплитудска фреквенцијска карактеристика је једнака:

$$W(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{|1 - j\omega RC|}{|1 + j\omega RC|} = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = 1,$$

а фазна фреквенцијска карактеристика:

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \pi + \arg(1 - j\omega RC) - \arg(1 + j\omega RC) = \pi - 2\arctg \omega RC.$$

21. За коло са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици, одредити општи израз за излазни напон U_O .



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља систем са два улаза и једним излазом. Такво коло, са савршеним операционим појачавачем представља линеарни систем за који може да се примени принцип суперпозиције: одзив кола је једнак збиру одзива на појединачну побуду, када је други улаз прикључен на нулу:

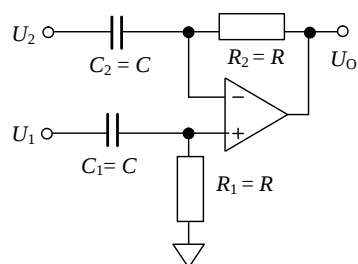
$$U_{O1} = U_O \Big|_{U_2 = 0} = \frac{R_1}{R_1 + Z_{C1}} \left(1 + \frac{R_2}{Z_{C2}} \right) U_1,$$

$$U_{O2} = U_O \Big|_{U_1 = 0} = -\frac{R_2}{Z_{C2}} U_2,$$

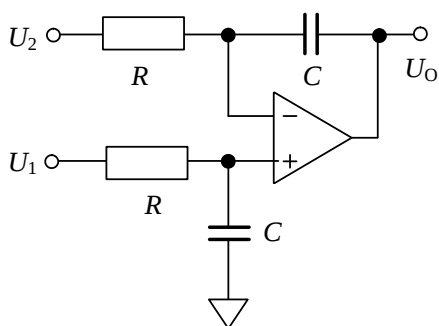
$$U_O = U_{O1} + U_{O2}.$$

На основу чега следи:

$$U_O = \frac{sRC}{1 + sRC} (1 + sRC) U_1 - sRC U_2 = sRC (U_1 - U_2).$$



22. За коло са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона u_O .



РЕШЕЊЕ

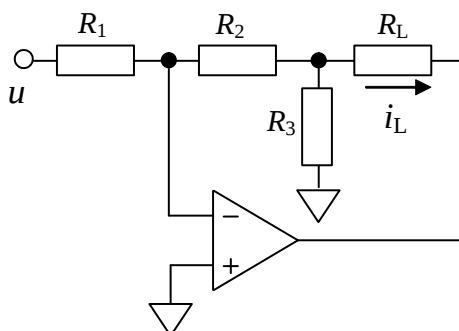
Применом принципа суперпозиције добија се:

$$U_{O1} = U_O \Big|_{U_2 = 0} = \frac{Z_C}{R + Z_C} \left(1 + \frac{Z_C}{R} \right) U_1 = \frac{1}{1 + sRC} \left(1 + \frac{1}{sRC} \right) U_1 = \frac{1}{sRC} U_1,$$

$$U_{O2} = U_O \Big|_{U_1 = 0} = -\frac{1}{sRC} U_2,$$

$$U_O = \frac{1}{sRC} (U_1 - U_2).$$

23. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за вредност струје i_L кроз отпорник R_L .



РЕШЕЊЕ

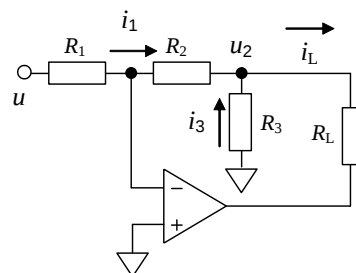
У складу са референтним смеровима назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$i_L = i_1 + i_3,$$

$$i_1 = \frac{u}{R_1}$$

$$i_3 = -\frac{u_2}{R_3} \text{ и}$$

$$u_2 = -\frac{R_2}{R_1} u,$$



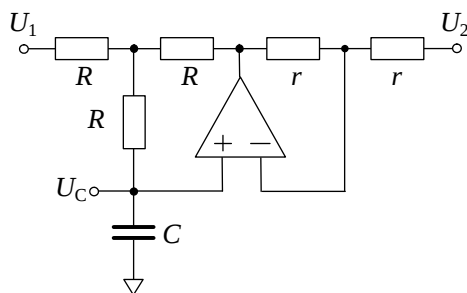
на основу којих следи:

$$i_L = \frac{u}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} u = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) \frac{u}{R_1} = Gu.$$

Посматрано коло представља u/i претварач чија је проводност преноса G . Оно делује као појачавач струје i_1 коју узима из извора напона u . Отпорнички делитељ у колу повратне спреге омогућује да струја i_L буде већа од улазне струје i_1 :

$$i_L = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) i_1.$$

24. За коло са савршеним операционим појачавачем, приказаном на слици, одредити општи израз за функцију која описује зависност излазног напона U_C од напона U_1 и U_2 .



РЕШЕЊЕ

За коло са савршеним операционим појачавачем у линеарном режиму рада, важе једначине:

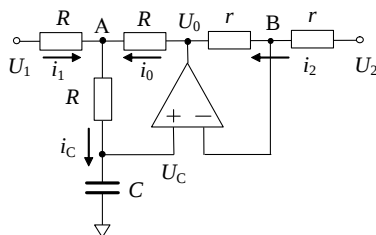
$$I_C = I_1 + I_0,$$

$$U_C = I_C Z_C, Z_C = \frac{1}{sC},$$

$$I_1 = \frac{U_1 - U_A}{R},$$

$$I_0 = \frac{U_0 - U_A}{R},$$

$$U_A = U_C \frac{R + Z_C}{Z_C} = U_C \left(1 + \frac{R}{Z_C} \right),$$



на основу којих следи:

$$I_C = \frac{U_1 - 2U_A + U_0}{R} = \frac{U_1 + U_0}{R} - 2U_C \frac{Z_C + R}{RZ_C}.$$

Сређивањем овог израза добија се веза између напона U_C и напона U_1 и U_0

$$RZ_C I_C = RU_C = (U_1 - 2U_A + U_0)Z_C = (U_1 + U_0)Z_C - 2U_C(Z_C + R),$$

односно:

$$U_C(3R + 2Z_C) = (U_1 + U_0)Z_C.$$

Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача обезбеђује:

$$U_B = U_C.$$

На основу једначина:

$$U_O = U_C - rI_2, \text{ и}$$

$$I_2 = \frac{U_2 - U_C}{r},$$

следи:

$$U_O = 2U_C - U_2.$$

Сређивањем се добија:

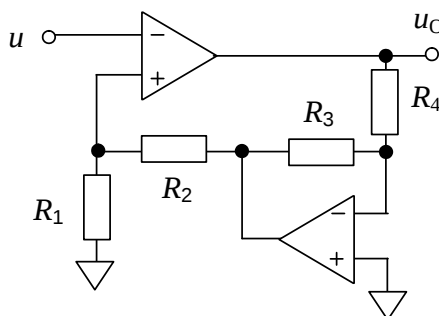
$$U_C = (U_1 - U_2) \frac{Z_C}{3R},$$

односно:

$$U_C(s) = \frac{U_1(s) - U_2(s)}{3sRC}.$$

Посматрано коло омогућује остваривање операције интеграљења разлике два сигнала (диференцијални интегратор) применом само једног операционог појачавача.

25. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.

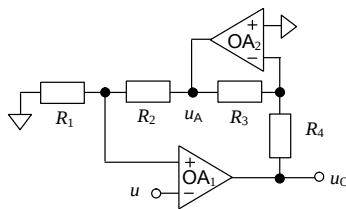


РЕШЕЊЕ

Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача OA_1 остварена је преко његовог неинвертујућег улаза посредством инвертујућег појачавача OA_2 . У складу са референтним смеровима назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$u_A \frac{R_1}{R_1 + R_2} = u,$$

$$u_A = -\frac{R_3}{R_4} u_O,$$

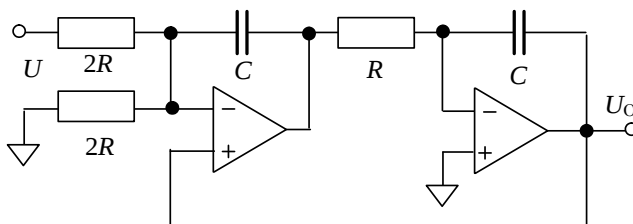


на основу којих следи:

$$u_O = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3} u.$$

Посматрано коло представља инвертујући појачавач чије појачање не може да буде мање од један.

26. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, математички модел овог кола чине једначине:

$$U_O = -\frac{1}{sRC} U_A \text{ и}$$

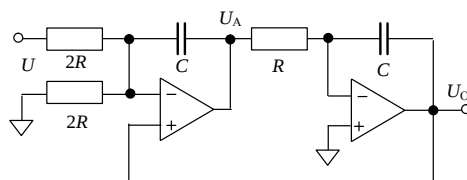
$$U_A = -\frac{1}{s2RC} U + \left(1 + \frac{1}{sRC}\right) U_O,$$

на основу којих следи:

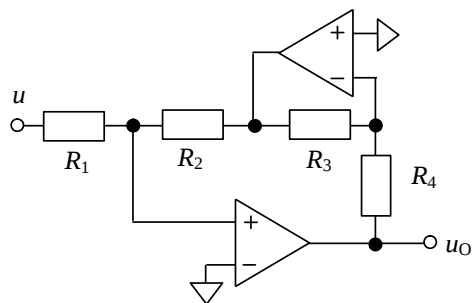
$$U_O (sRC + 1 + \frac{1}{sRC}) = \frac{1}{2} \frac{1}{sRC} U,$$

односно:

$$W(s) = \frac{U_O}{U} = \frac{1}{2} \frac{1}{(sRC)^2 + sRC + 1}.$$



27. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

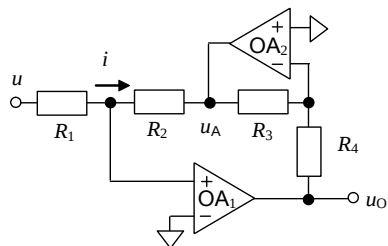
Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача OA_1 , остварена преко његовог неинвертујућег улаза посредством инвертујућег појачавача OA_2 , обезбеђује да неинвертујући улаз појачавача OA_1 буде на нултом потенцијалу. За посматрано коло важе релације:

$$u_A = -\frac{R_2}{R_1} u = -\frac{R_3}{R_4} u_O,$$

на основу којих следи:

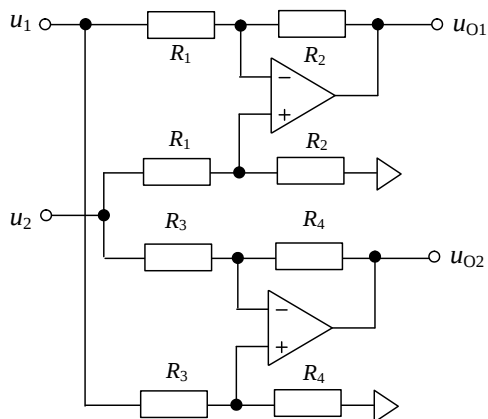
$$u_O = \frac{R_2}{R_1} \frac{R_4}{R_3} u.$$

Посматрано коло представља неинвертујући појачавач чије појачање може да буде мање од један.



28. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказаном на слици, одредити општи израз за вредност излазног диференцијалног напона:

$$u_{OD} = u_{O1} - u_{O2}.$$



РЕШЕЊЕ

На основу израза који важе за излазе појачавача разлике:

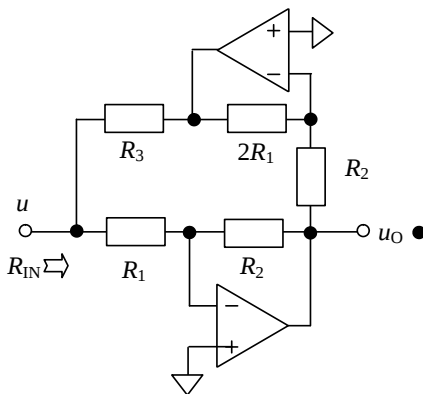
$$u_{O1} = \frac{R_2}{R_1} (u_2 - u_1), \text{ и}$$

$$u_{O2} = \frac{R_4}{R_3} (u_1 - u_2),$$

слиди:

$$u_{OD} = u_{O1} - u_{O2} = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_3}\right)(u_1 - u_2).$$

29. На слици је приказан инвертујући појачавач чија је улазна отпорност повећана применом повратне спреге. Одредити општи израз за вредност улазне отпорности кола оствареног са савршеним операционим појачавачима.



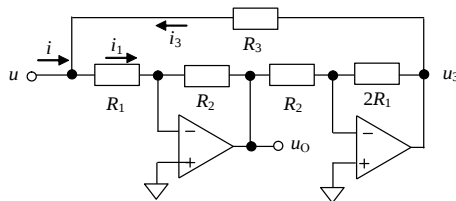
РЕШЕЊЕ

Према дефиницији улазна отпорност је једнака:

$$R_{IN} = \frac{u}{i}, \text{ где је:}$$

$$i = i_1 - i_3,$$

$$i_1 = \frac{u}{R_1},$$



$$i_3 = \frac{u_3 - u}{R_3} = \frac{-\frac{2R_1}{R_2}u_O - u}{R_3} = \frac{\frac{2R_1}{R_2} \frac{R_2}{R_1}u - u}{R_3} = \frac{u}{R_3},$$

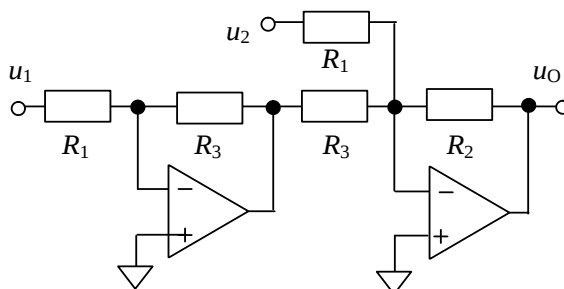
на основу којих слиди:

$$i = \frac{u}{R_1} - \frac{u}{R_3}, \text{ односно:}$$

$$R_{IN} = \frac{R_1 R_3}{R_3 - R_1}.$$

Ако је испуњен услов $R_3 = R_1$ улазна отпорност кола је бесконачна.

30. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.



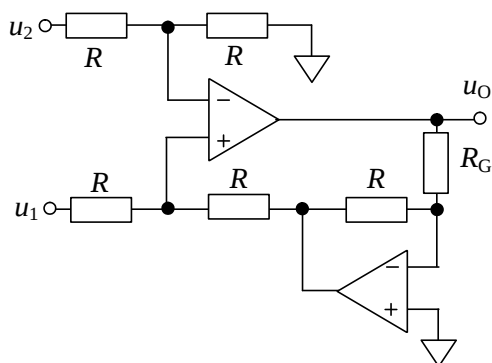
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама на слици, излазни напон је једнак:.

$$u_O = \frac{R_2}{R_1}(u_1 - u_2).$$

Посматрано коло представља појачавач разлике два напона (диференцијални појачавач). Појачање се може подесити само једним отпорником (R_2).

31. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Одзив кола може да се нађе као збир одзива на појединачну побуду, када је други улаз прикључен на нулу:

$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = u_O \Big|_{u_2=0} + u_O \Big|_{u_1=0}.$$

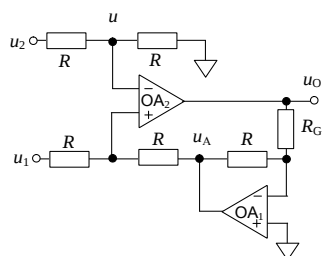
Када је напон u_2 једнак нули, инвертујући улаз појачавача OA_2 је на нултом потенцијалу. Негативна повратна спрега, остварена преко инвертујућег појачавача OA_1 , обезбеђује да је неинвертујући улаз појачавача OA_2 такође на нултом потенцијалу.

На основу релација:

$$u_A = -u_1 = -\frac{R}{R_G} u_{O1},$$

слиди:

$$u_{O1} = \frac{R_G}{R} u_1.$$



Када је напон u_1 једнак нули, инвертујући улаз појачавача OA_2 је на потенцијалу $u = \frac{1}{2} u_2$. На основу релација:

$$u_A = u_2 = -\frac{R}{R_G} u_{O2},$$

слиди:

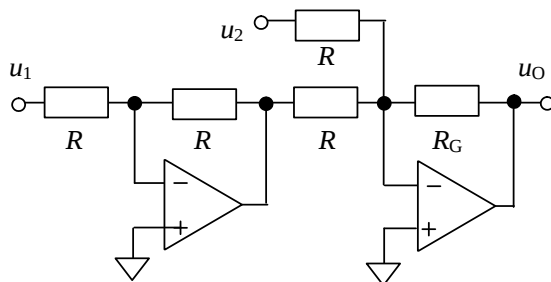
$$u_{O2} = -\frac{R_G}{R} u_2,$$

односно:

$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = \frac{R_G}{R} (u_1 - u_2).$$

Коло представља диференцијални појачавач подесивог појачања, чије појачање може да се мења само једним отпорником (R_G).

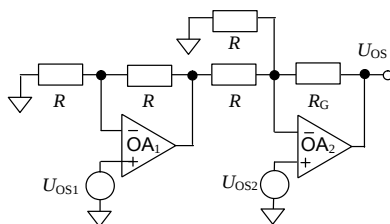
32. Одредити еквивалентни напон помераја нуле, U_{OS} , на излазу кола приказаног на слици, под претпоставком да су напони помераја нула појачавача познати.



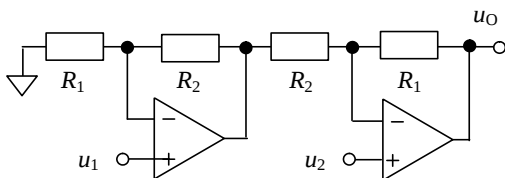
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама на слици, излазни напон је једнак:

$$U_{OS} = \left(1 + \frac{2R_G}{R}\right) U_{OS2} - \frac{R_G}{R} 2U_{OS1}.$$



33. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Према принципу суперпозиције, одзив линеарног кола са два улаза једнак је збиру одзива на појединачну побуду, када је други улаз прикључен на нулу:

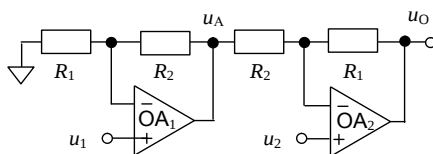
$$u_O = u_{O1} + u_{O2} = u_O \Big|_{u_2=0} + u_O \Big|_{u_1=0},$$

$$u_{O1} = -\frac{R_1}{R_2} u_A = -\frac{R_1}{R_2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_1,$$

$$u_{O2} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_2,$$

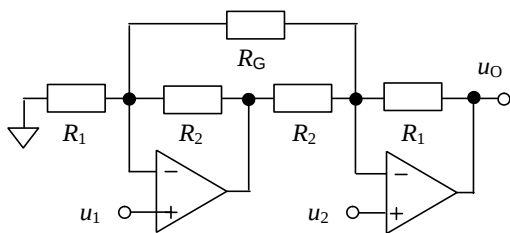
одакле следи:

$$u_O = -\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)(u_1 - u_2).$$



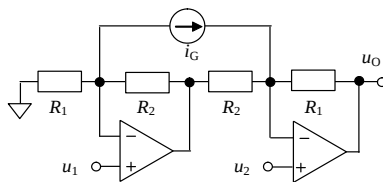
Коло представља диференцијални појачавач са бесконачно великим улазним отпорностима. Појачање је одређено односом отпорности у колу.

34. За коло са савршеним операционим појачавачима, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се представи као линеарни систем са три улаза, као што је то приказано на слици. Применом принципа суперпозиције добија се:



$$u_O = -\frac{R_1}{R_2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_1 + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) u_2 - i_G R_1 - i_G R_1 \frac{R_2}{R_2},$$

где је:

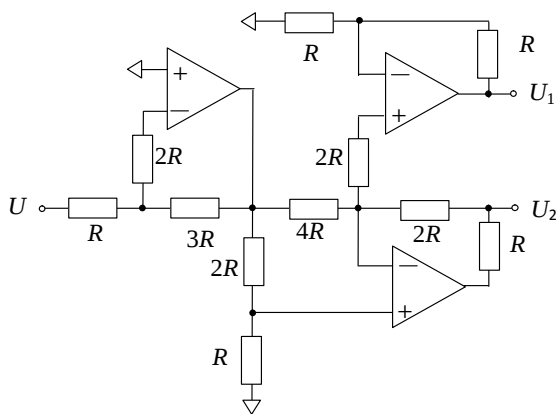
$$i_G = \frac{u_1 - u_2}{R_G}$$

Сређивањем се добија:

$$u_O = -\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + 2 \frac{R_1}{R_G}\right) (u_1 - u_2).$$

Коло представља диференцијални појачавач са бесконачно великом улазном отпорношћу и појачањем које може да се подеси само једним отпорником (R_G).

35. Под претпоставком да су у колу приказаном на слици примењени савршени операциони појачавачи, одредити опште изразе за излазне напоне U_1 и U_2 у зависности од улазног напона U .



РЕШЕЊЕ

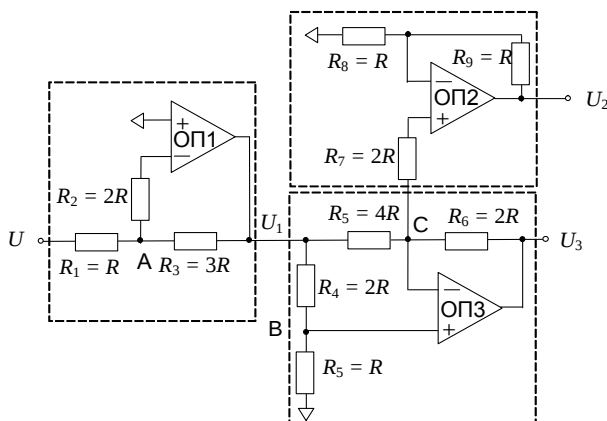
Савршени операциони појачавач ОП1 који се налази на улазу кола, делује као инвертујући појачавач. Његова улазна струја је једнака нули, а негативна повратна спрега обезбеђује да је потенцијал тачке А једнак потенцијалу његовог инвертујућег улаза (привидна нула).

Појачање улазног појачавача је једнако:

$$A_1 = -\frac{R_3}{R_1} = -3.$$

па је напон на његовом излазу једнак:

$$U_1 = -3U.$$



Отпорници $R_4 = 2R$ и $R_5 = R$ образују делитељ напона. Улазна отпорност савршеног операционог појачавача ОП3 је бесконачно велика, а његова улазна струја једнака нули. Напон U_B , који делује на неинвертујућем улазу појачавача ОП3 једнак је:

$$U_B = \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_1 = \frac{1}{3} U_1.$$

Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача ОП3 (остварена преко отпорника R_6) обезбеђује да се тачке В и С налазе на истом потенцијалу:

$$U_C = U_B = -U.$$

У односу на напон у тачки С, савршени операциони појачавач ОП2 делује као неинвертујући појачавач. Његова улазна струја је једнака нули, па је пад напона на отпорнику R_7 једнак нули. Напон на неинвертујућем улазу појачавача ОП2 једнак је напону U_C , а појачање једнако:

$$A_2 = 1 + \frac{R_9}{R_8} = 2.$$

Напон на излазу U_2 једнак је

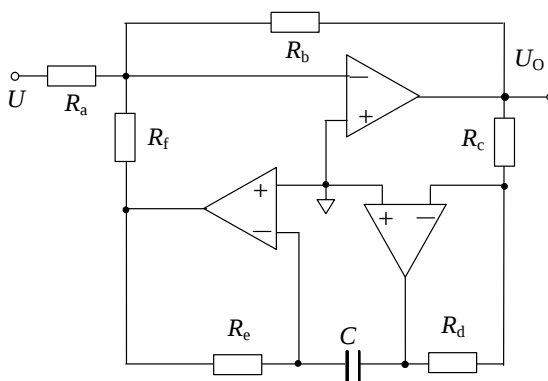
$$U_2 = 2U_B = -2U$$

Операциони појачавач ОП3 заправо представља појачавач разлике напона (диференцијални појачавач чије је појачање једнако 0,5) чији су улази краткоспојени:

$$U_3 = 0.$$

36. За коло приказано на слици, под претпоставком да су операциони појачавачи савршени:

- одредити општи израз за функцију преноса;
- нацртати логаритамску асимптотску фреквенцијску карактеристику.



РЕШЕЊЕ

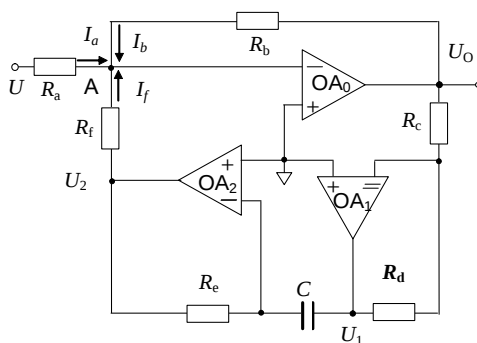
а) У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачима важе следеће једначине:

$$I_a + I_b + I_f = 0 \text{ (чвор A),}$$

$$U_1 = -U_O \frac{R_d}{R_c} \text{ (излаз појачавача OA}_1\text{),}$$

$$U_2 = -U_1 \frac{R_e}{Z_c} \text{ (излаз појачавача OA}_2\text{),}$$

на основу којих се може одредити веза између напона на улазу и излазу посматраног кола.



Напон U_2 на излазу операционог појачавача OA_2 једнозначно је одређен напонем U_O који представља излаз кола:

$$U_2 = -U_1 \frac{R_e}{Z_c} = U_O \frac{R_d R_e}{R_c Z_c}.$$

На основу једначине која проистиче из првог Кирхофовог правила примењеног на чвор A:

$$\frac{U}{R_a} + \frac{U_O}{R_b} + \frac{U_2}{R_f} = 0,$$

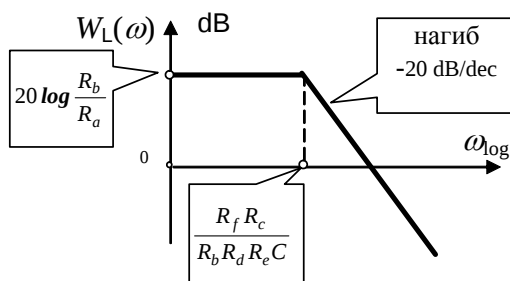
слиди:

$$\frac{U}{R_a} = -\frac{U_O}{R_b} - \frac{U_O}{R_f} \frac{R_d R_e}{R_c Z_c} = -\frac{U_O}{R_b} \left(1 + \frac{R_b R_d R_e}{R_f R_c Z_c} \right) = -\frac{U_O}{R_b} \left(1 + j\omega \frac{R_b R_d R_e}{R_f R_c} C \right).$$

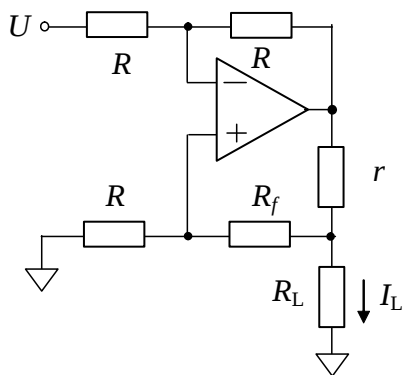
Функција преноса посматраног кола одређена је једначином:

$$W(s) = \frac{U_O}{U} = -\frac{R_b}{R_a} \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_b R_d R_e}{R_f R_c} C}.$$

Логаритамска асимптотска фреквенцијска карактеристика је приказана на слици.



37. За коло приказано на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити услов који треба да буде испуњен у погледу односа вредности отпорности у колу, тако да струја I_L не зависи од отпорности R_L .



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачем важе следеће једначине:

$$U_L = R_L I_L,$$

$$I_L = I_r - I_f,$$

$$I_r = \frac{U_A - U_L}{r},$$

$$I_f = \frac{U_L}{R + R_f},$$

на основу којих следи:

$$I_L = I_r - I_f = \frac{U_A - U_L}{r} - \frac{U_L}{R + R_f}.$$

Након сређивања, добија се израз за вредност струје I_L у зависности од вредности напона U_A :

$$I_L = \frac{U_A}{r} - \frac{U_L}{r} \left(1 + \frac{r}{R + R_f} \right).$$

За напон U_A важи:

$$U_A = U_- - RI,$$

$$I = \frac{U - U_-}{R}, \text{ где је:}$$

$$U_- = U_+ = U_L \frac{R}{R + R_f}.$$

На основу претходних једначина следи:

$$U_A = U_- - RI = U_L \frac{R}{R + R_f} - \left(U - U_L \frac{R}{R + R_f} \right) = -U + U_L \frac{2R}{R + R_f}.$$

Сређивањем израза за струју I_L добија се:

$$I_L = -\frac{U}{r} + \frac{U_L}{r} \left(\frac{2R}{R + R_f} - 1 - \frac{r}{R + R_f} \right) = -\frac{U}{r} + \frac{U_L}{r} \frac{1}{(R + R_f)} (2R - R - R_f - r),$$

односно:

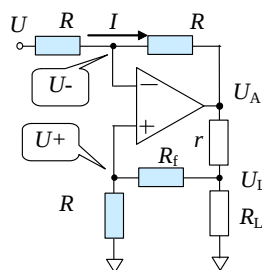
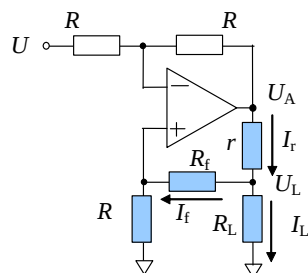
$$I_L \left(1 - \frac{R_L}{r} \frac{R - R_f - r}{(R + R_f)} \right) = -\frac{U}{r}.$$

Струја I_L кроз отпорник R_L неће зависити од његове отпорности ако је испуњен услов:

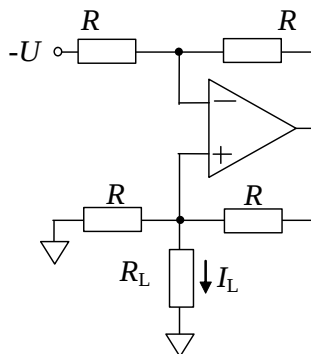
$$R - R_f - r = 0$$

односно:

$$R_f = R - r.$$



38. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за вредност струје I_L кроз отпорник R_L .



РЕШЕЊЕ

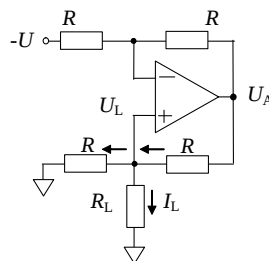
У складу са ознакама на слици, на основу релација:

$$I_L = \frac{U_A - U_L}{R} - \frac{U_L}{R}, \text{ и}$$

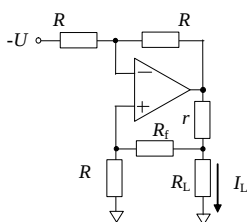
$$U_A = U + 2U_L,$$

следи:

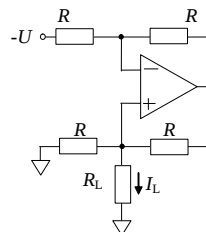
$$I_L = \frac{U}{R}.$$



Посматрано коло представља посебан случај кола из претходног задатка када је $r = R$ односно $R_f = 0$.



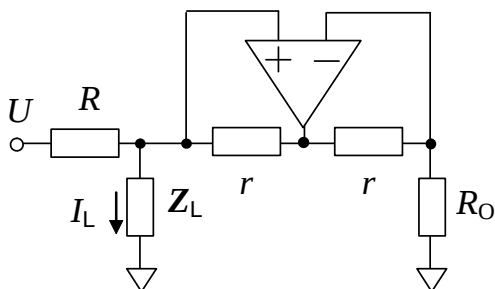
$$I_L = \frac{U}{r}, \quad R_f = R - r$$



$$I_L = \frac{U}{R}$$

Коло делује као извор струје управљан напонем.

39. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити вредност отпорности R_O тако да струја I_L не зависи од вредности импедансе Z_L .



РЕШЕЊЕ

У складу са референтним смеровима назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I_L = I + I_A,$$

$$I = \frac{U - U_L}{R},$$

$$I_A = \frac{U_A - U_L}{r},$$

$$U_A = U_L \left(1 + \frac{r}{R_O}\right) \text{ и}$$

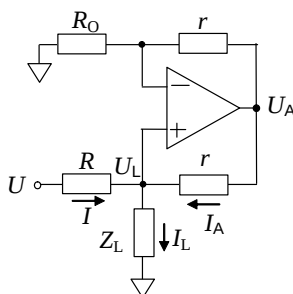
$$U_L = Z_L I_L,$$

на основу којих следи:

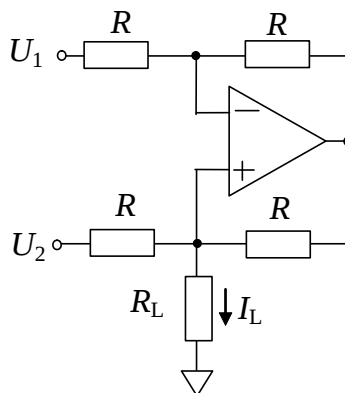
$$I_L = \frac{U}{R} - \frac{U_L}{R} + \frac{U_L}{R_O} = \frac{U}{R} - I_L Z_L \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_O}\right), \text{ односно:}$$

$$I_L = \frac{\frac{U}{R}}{1 + Z_L \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_O}\right)}.$$

Да струја I_L не би зависила од импедансе Z_L потребно је да отпорност R_O буде једнака отпорности R . Струју кроз импедансу Z_L даје извор улазног напона U . Операциони појачавач компензује смањивање ове струје које настаје због пада напона на оптерећењу Z_L . Коло представља извор струје управљан напонам (*voltage to current converter*).

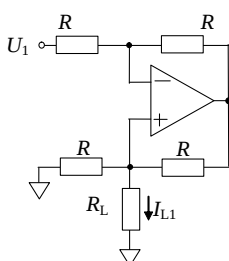


40. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за вредност струје I_L кроз отпорник R_L у зависности од напона U_1 и U_2 .



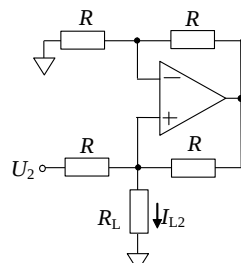
РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се посматра као резултат супепозиције кола из претходних задатака.



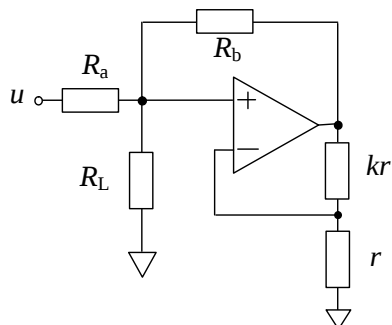
$$I_{L1} = -\frac{U_1}{R}$$

$$I_L = I_{L1} + I_{L2} = \frac{U_2 - U_1}{R}.$$



$$I_{L2} = \frac{U_2}{R}$$

41. За коло приказано на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити потребан услов у погледу односа отпорности у колу, да струја кроз отпорник R_L не зависи од његове отпорности.



РЕШЕЊЕ

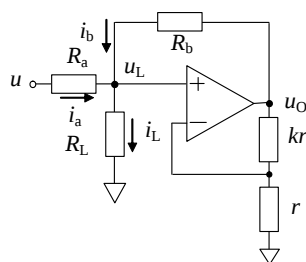
У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачима важи:

$$u_O = u_L \left(1 + \frac{kr}{r} \right) = u_L (1 + k)$$

$$i_L = i_a + i_b$$

$$i_a = \frac{u - u_L}{R_a},$$

$$i_b = \frac{u_O - u_L}{R_b} \text{ и}$$



$$i_L = \frac{u_L}{R_L}.$$

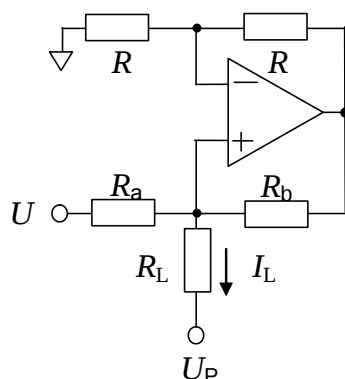
Сређивањем израза за вредност струје i_L :

$$i_L = \frac{u - u_L}{R_a} + \frac{u_O - u_L}{R_b} = \frac{u}{R_a} - \frac{u_L}{R_a} + \frac{ku_L}{R_b},$$

долази се до потребног услова да струја i_L не зависи од напона u_L , а то значи и од отпорности R_L :

$$R_b = kR_a.$$

42. За коло приказано на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити потребан услов у погледу односа отпорности у колу, да струја I_L не зависи од напона U_P нити од отпорности R_L .

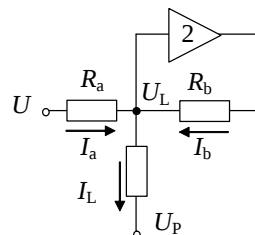


РЕШЕЊЕ

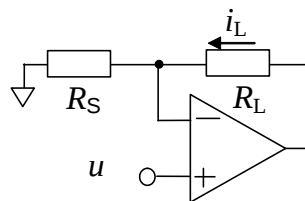
Посматрано коло може да се представи еквивалентном шемом приказаном на слици. У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачима важи:

$$I_L = I_a + I_b = \frac{U - U_L}{R_a} + \frac{2U_L - U_L}{R_b} = \frac{U}{R_a} - U_L \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right).$$

Ако је $R_b = R_a$ струја I_L не зависи од отпорности R_L , нити од напона U_P .



43. За коло приказано на слици, у којем је примењен савршени операциони појачавач, одредити вредност струје i_L .

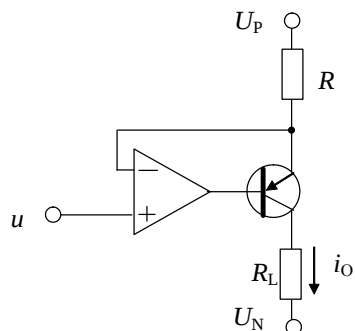


РЕШЕЊЕ

РЕШЕЊЕ

$$i_L = \frac{u}{R_S}.$$

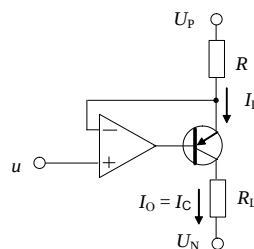
44. За коло приказано на слици, у којем је примењен савршени операциони појачаваач, одредити вредност струје i_L .



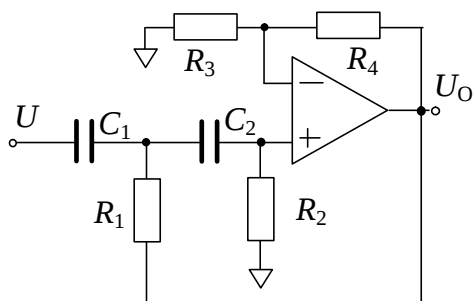
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важи:

$$i_O = i_C = i_E \frac{\beta - 1}{\beta} \cong i_E = \frac{U_P - u}{R}.$$



45. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици.

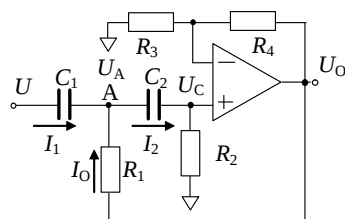


РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важи:

$$U_O = U_C \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = k U_C, \quad k = 1 + \frac{R_4}{R_3},$$

$$I_1 + I_O = I_2,$$



$$I_1 = \frac{U - U_A}{Z_1}, \quad Z_1 = \frac{1}{sC_1},$$

$$I_2 = \frac{U_A}{Z_2 + R_2}, \quad Z_2 = \frac{1}{sC_2},$$

$$I_O = \frac{U_O - U_A}{R_1} \text{ и}$$

$$U_C = I_2 R_2.$$

На основу ових једначина може да се одреди израз за вредност напона U_A у зависности од вредности излазног напона U_O :

$$U_A = I_2 (R_2 + Z_2) = \frac{U_C}{R_2} (R_2 + Z_2).$$

Применом првог Кирхофовог правила на чвор А добија се:

$$\frac{U - U_A}{Z_1} = \frac{U_A - U_O}{R_1} + \frac{U_C}{R_2},$$

$$\frac{U}{Z_1} = \frac{U_A}{Z_1} + \frac{U_A}{R_1} - k \frac{U_C}{R_1} + \frac{U_C}{R_2} =$$

$$= U_A \frac{R_1 + Z_1}{R_1 Z_1} + \frac{U_C}{R_1 R_2} (R_1 - k R_2) = \frac{U_C}{R_1 R_2 Z_1} [(R_1 + Z_1)(R_2 + Z_2) + Z_1 (R_1 - k R_2)].$$

Сређивањем последњег израза добија се једначина:

$$R_1 R_2 U = U_C \left[\frac{1 + s R_1 C_1}{s C_1} \frac{1 + s R_2 C_2}{s C_2} + \frac{R_1 - k R_1}{s C_1} \right],$$

односно:

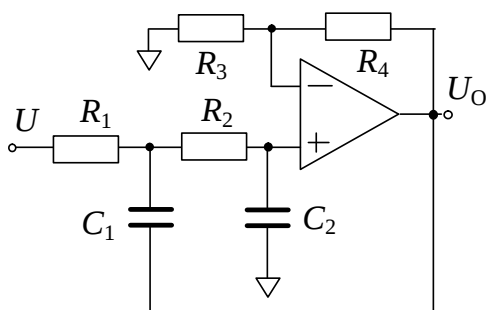
$$U s^2 R_1 C_1 R_2 C_2 = \frac{U_O}{k} \left[1 + s^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + s R_1 C_1 + s R_2 C_2 + s C_2 (R_1 - k R_2) \right],$$

на основу које следи израз за функцију преноса кола:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = k \frac{s^2 R_1 C_1 R_2 C_2}{s^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + s [R_1 (C_1 + C_2) + R_2 C_2 (1 - k)] + 1}.$$

Анализирано коло представља филтер другог реда, пропусник високих учестаности.

46. Одредити диференцијалну једначину којом је описано коло приказано на слици.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важи:

$$U_O = U_2 \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = k U_2, k = 1 + \frac{R_4}{R_3},$$

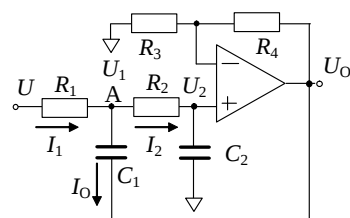
$$I_1 + I_O = I_2,$$

$$I_1 = \frac{U - U_1}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2}, Z_2 = \frac{1}{sC_2},$$

$$I_O = \frac{U_O - U_1}{Z_1}, Z_1 = \frac{1}{sC_1} \text{ и}$$

$$U_1 = \frac{R_2 + Z_2}{Z_2} U_2.$$



На основу ових једначина следи:

$$\frac{U - U_1}{R_1} = \frac{U_1 - U_O}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2}.$$

Сређивањем последњег израза добија се једначина:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1 - U_O}{Z_1} + \frac{U_2}{Z_2},$$

из које следи:

$$\begin{aligned} \frac{U}{R_1} &= U_2 \frac{R_2 + Z_2}{R_1 Z_2} + U_2 \frac{R_2 + Z_2}{Z_1 Z_2} - U_2 \frac{k}{Z_1} + U_2 \frac{1}{Z_2} = \\ &= \frac{U_2}{R_1} \left(\frac{R_2 + Z_2}{Z_2} + R_1 \frac{R_2 + Z_2}{Z_1 Z_2} - \frac{k R_1}{Z_1} + \frac{R_1}{Z_2} \right), \end{aligned}$$

односно:

$$U = U_2 \left(\frac{R_2 + Z_2}{Z_2} + R_1 \frac{R_2 + Z_2}{Z_1 Z_2} - \frac{kR_1}{Z_1} + \frac{R_1}{Z_2} \right),$$

Даљим сређивањем добија се једначина:

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_O}{k} \left(1 + \frac{R_2}{Z_2} + \frac{R_1 R_2}{Z_1 Z_2} + \frac{R_1}{Z_1} - \frac{kR_1}{Z_1} + \frac{R_1}{Z_2} \right) = \\ &= \frac{U_O}{k} (1 + sR_2 C_2 + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + sR_1 C_1 (1-k) + sR_1 C_2), \end{aligned}$$

на основу које следи израз за функцију преноса кола:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{k}{1 + s[R_1 C_1 (1-k) + C_2 (R_1 + R_2)] + s^2 R_1 C_1 R_2 C_2}.$$

Полазећи од израза за функцију преноса кола добија се једначина:

$$R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 U_O(s) + [R_1 C_1 (1-k) + C_2 (R_1 + R_2)] s U_O(s) + U_O(s) = k U(s).$$

Сменом оператора s оператором диференцирања по времену:

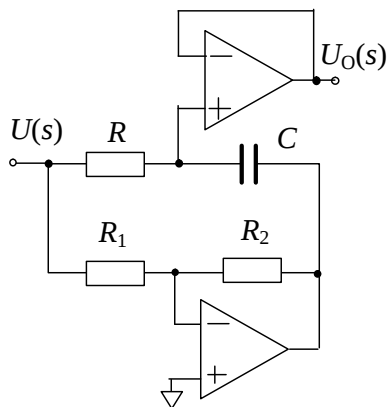
$$s \leftrightarrow \frac{d}{dt}, \quad U(s) \leftrightarrow u(t), \quad U_O(s) \leftrightarrow u_O(t),$$

добија се диференцијална једначина која описује однос улазног, $u(t)$, и излазног напона, $u_O(t)$:

$$R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 \frac{d^2 u_O}{dt^2} + [R_1 C_1 (1-k) + C_2 (R_1 + R_2)] \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = k u(t).$$

Анализирано коло представља филтер другог реда, пропусник ниских учестаности.

47. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици. Ако је $R_1 = R_2 = R$, и $C_1 = C_2 = C$: одредити општи израз за амплитудску фреквенцијску карактеристику.



РЕШЕЊЕ

За коло на слици, са савршеним операционим појачавачима у линеарном режиму рада, важе једначине:

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U,$$

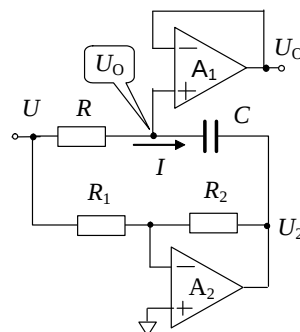
$$U_O = U - RI,$$

$$I = \frac{U - U_2}{R + Z_C},$$

$$Z_C = \frac{1}{sC},$$

на основу којих се добија:

$$U_O = U \frac{1 - sR \frac{R_2}{R_1} C}{1 + sRC}.$$



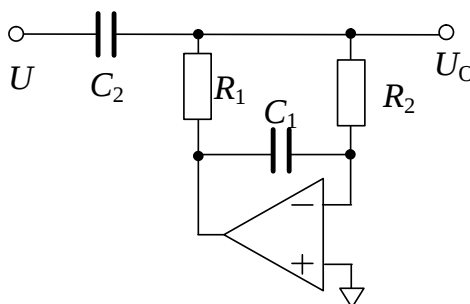
Функција преноса посматраног кола, $W(s)$, има облик:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{1 - sR \frac{R_2}{R_1} C}{1 + sRC}$$

Фреквенцијска карактеристика посматраног кола, $W(j\omega)$, је одређена једначином:

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U(j\omega)} = W(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1 - j\omega R \frac{R_2}{R_1} C}{1 + j\omega RC}.$$

48. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици. Ако је $R_1 = R_2 = R$, и $C_1 = C_2 = C$: одредити општи израз за амплитудску фреквенцијску карактеристику.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важи:

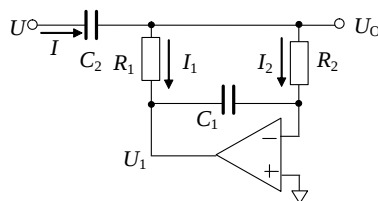
$$I = I_1 + I_2,$$

$$I_1 = \frac{U_O - U_1}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{U_O}{R_2},$$

$$U_1 = -U_O \frac{Z_{C1}}{R_2}, Z_{C1} = \frac{1}{sC_1},$$

$$U_O = U - Z_{C2}I, Z_{C2} = \frac{1}{sC_2},$$



на основу којих следи:

$$I = U_O \frac{R_1 + R_2 + Z_{C1}}{R_1 R_2}, \text{ односно}$$

$$U_O = U - U_O \frac{Z_{C2}}{R_1 R_2} (R_1 + R_2 + Z_{C1}) = U \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + Z_{C2} (R_1 + R_2) + Z_{C1} Z_{C2}}.$$

Сређивањем се добија:

$$U_O = U \frac{sR_1 C_1 sR_2 C_2}{sC_1 R_1 sC_2 R_2 + sC_1 (R_1 + R_2) + 1}.$$

Функција преноса посматраног кола је одређена једначином:

$$W(s) = \frac{sR_1 C_1 sR_2 C_2}{sC_1 R_1 sC_2 R_2 + sC_1 (R_1 + R_2) + 1}.$$

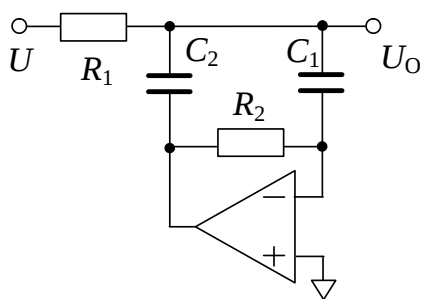
У посебном случају, када је $R_1 = R_2 = R$, и $C_1 = C_2 = C$:

$$W(s) = \frac{(sRC)^2}{(sRC)^2 + 2sRC + 1} = \left(\frac{sRC}{1 + sRC} \right)^2.$$

Посматрано коло представља динамички систем другог реда. Амплитудска фреквенцијска карактеристика је одређена изразом:

$$W(\omega) = \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}.$$

49. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици. Ако је $R_1 = R_2 = R$, и $C_1 = C_2 = C$, одредити општи израз за амплитудску фреквенцијску карактеристику.

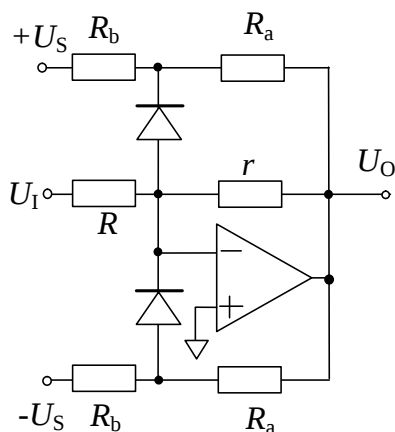


РЕШЕЊЕ

$$W(s) = \frac{1}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s R_1 (C_1 + C_2) + 1},$$

$$W(j\omega) = \left(\frac{1}{1 + j\omega RC} \right)^2.$$

50. Под претпоставком да је операциони појачавач, у колу приказаном на слици, савршен, одредити општи израз за карактеристику улаз-излаз.



РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач делује као инвертујући појачавач, при чему је негативна повратна спрега остварена преко отпорника r и нелинеарне, диодно-отпорничке мреже. Инвертујући улаз савреног операционог појачавача са негативном повратном спрегом налази се на истом потенцијалу као и неинвертујући улаз.

Када је улазни напон U_1 једнак нули, напон на излазу операционог појачавача U_O мора такође да буде једнак нули. Ако се претпостави да је напон U_O , на пример, позитиван, то значи да кроз отпорник r тече струја која има смер ка чвору А која, међутим, не може да "отиче" кроз отпорник R , јер су његови крајеви на истом

потенцијалу, не може да “прође” кроз савршену диоду D_2 у смеру катода-анода, а не може да “отиче” ни кроз савршену диоду D_1 јер је њена катода (тачка В), преко отпорника R_a и R_b доведена на виши потенцијал од потенцијала аноде (тачка А). Аналогним разматрањем показује се да при $U_I = 0$ напон U_O не може да буде ни негативан.

Претполаризација остварена преко отпорника R_b обезбеђује да су за мале вредности улазног напона обе диоде инверзно поларисане. Напон U_O на излазу опарационог појачавача је тада сразмеран улазном напону U_I :

$$U_O = -\frac{r}{R} U_I.$$

Карактеристика $U_O(U_I)$ пролази кроз координатни почетак. Константа нагиба карактеристике у околини координатног почетка је једнака:

$$k_1 = -\frac{r}{R}.$$

Да би диода D_1 доспела у проводно стање потребно је да, при повећању улазног напона U_I , напон U_O на излазу опарационог појачавача опадне до вредности $-U_{OG}$ при којој је напон у тачки В једнак нули:

$$\frac{U_{OG}}{R_a} = \frac{U}{R_b};$$

У овом стању кола важи:

$$U_{OG} = -\frac{r}{R} U_{IG},$$

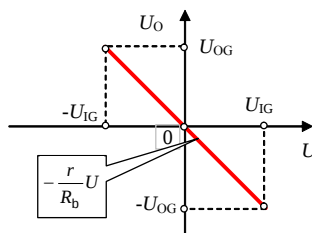
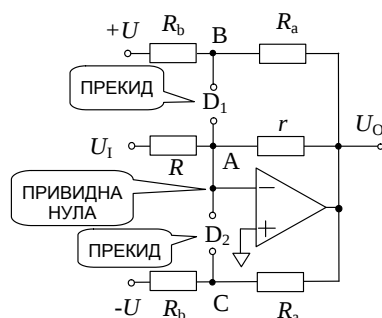
где је U_{IG} гранична вредност интензитета улазног напона, која одговара граници области пропорционалности карактеристике улаз-излаз.

На основу претходног разматрања може се одредити израз за граничну вредност улазног напона:

$$U_{IG} = \frac{R_a R}{R_b r} U,$$

односно израз за одговарајућу граничну вредност излазног напона:

$$U_{OG} = \frac{R_a}{R_b} U.$$



Коло је симетрично. Изведени закључци важе и када је улазни напон негативан.

При довољно великој позитивној вредности улазног напона диода D_1 је директно поларисана и представља кратак спој:

$$U_O = -\frac{r \parallel R_a}{R} U_I - \frac{r \parallel R_a}{R_b} U, \quad U \geq U_{IG}.$$

Константа нагиба улазно-излазне карактеристике за $U_I \geq U_{IG}$ једнака је:

$$k_2 = \frac{\Delta U_O}{\Delta U_I} = -\frac{r \parallel R_a}{R}.$$

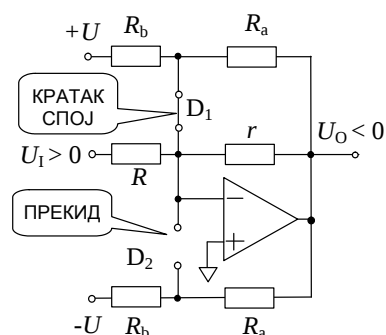
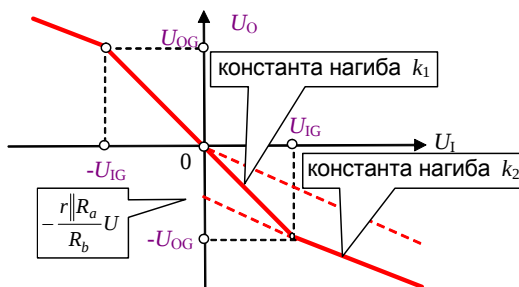
Коло је симетрично. Слично разматрање важи када је улазни напон негативан:

$$U_O = -\frac{r \parallel R_a}{R} U_I + \frac{r \parallel R_a}{R_b} U, \quad U \leq -U_{IG}.$$

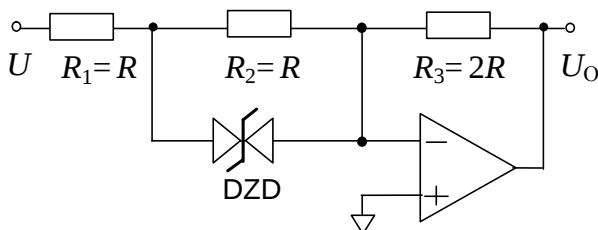
Карактеристика кола одређена је релацијама:

$$U_O = \begin{cases} -\frac{r \parallel R_a}{R} U_I - \frac{r \parallel R_a}{R_b} U, & \text{за } U_I > U_{IG} \\ -\frac{r}{R} U_I, & \text{за } |U_I| \leq U_{IG}, \quad U_{IG} = \frac{R_a R}{R_b r} U \\ -\frac{r \parallel R_a}{R} U_I + \frac{r \parallel R_a}{R_b} U, & \text{за } U_I < -U_{IG} \end{cases}$$

Графички приказ улазно-излазне карактеристике кола је дат на слици. Вредност улазног напона U_{IG} која одговара преломним тачкама карактеристике (границе области сразмерности) одређена је потребним условом да је напон на катоди диоде D_1 , односно аноди диоде D_2 , једнак нули, када је струја кроз одговарајућу диоду једнака нули.



51. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачавач савршен, одредити општи израз за функцију $U_o(U)$ и нацртати карактеристику преноса.

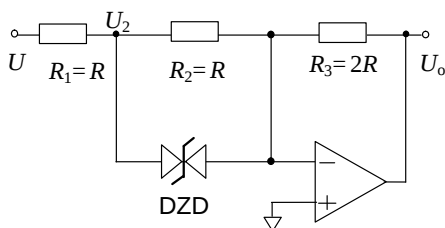


РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, зависно од стања двоструке симетричне Ценер-диоде DZD:

- диода DZD не води,
- диода DZD води.

Када је улазни напон једнак нули, излазни напон је такође једнак нули: карактеристика улаз-излаз пролази кроз координатни почетак.



Са становишта поларитета улазног напона U , структура кола је симетрична, па је и улазно-излазна карактеристика кола симетрична у односу на координатни почетак.

За мале вредности улазног напона U , струја кроз грану кола у којој се налазе Ценер-диоде је једнака нули. Коло се понаша као инвертујући појачавач :

$$A = -\frac{R_3}{R_1 + R_2} = -1.$$

Овакво стање постоји у колу све док је улазни напон мањи од вредности при којој је пад напона на отпорнику R_2 једнак напону пробоја двојне Ценер-диоде U_Z . Гранична вредност ове области, U_G , одређена је условом:

$$U_2(U_G) = \frac{U_G}{R_1 + R_2} R_2 = U_Z,$$

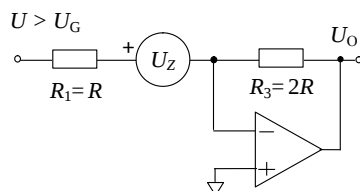
на основу којег следи:

$$U_G = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)U_Z = 2U_Z, \text{ и}$$

$$U_O = -U \text{ за } |U| \leq U_G.$$

Када је улазни напон позитиван и по интензитету већи од граничне вредности U_G улазна струја је једнака:

$$I = \frac{U - U_Z}{R_1},$$

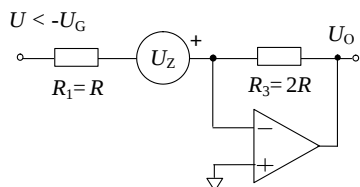


па је напон U_O на излазу појачавача једнак:

$$U_O = -R_3 I = -\frac{R_3}{R_1}(U - U_Z) = -2(U - U_Z).$$

Када је улазни напон негативан, а по интензитету већи од граничне вредности, U_G улазна струја је једнака:

$$I = \frac{U + U_Z}{R_1},$$



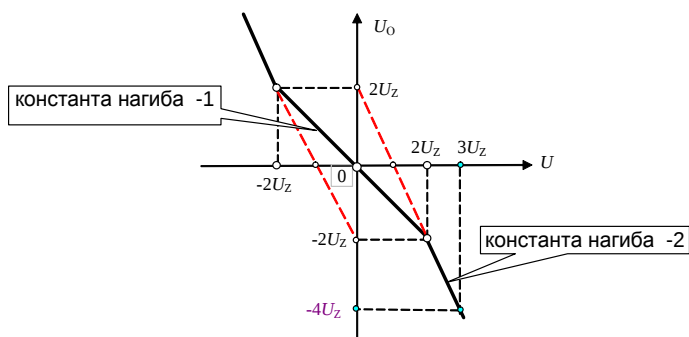
па је напон U_O на излазу појачавача једнак:

$$U_O = -R_3 I = -\frac{R_3}{R_1}(U + U_Z) = -2(U + U_Z).$$

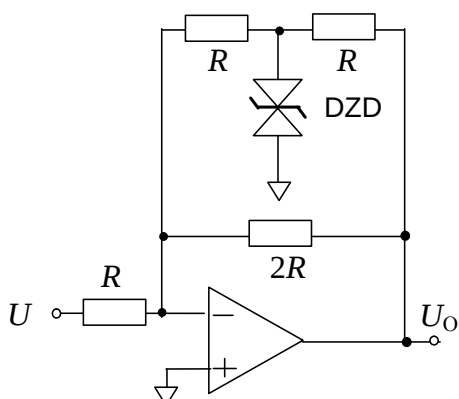
Карактеристика преноса $U_O(U)$ посматраног кола је одређена изразом:

$$U_O = \begin{cases} -2U + 2U_Z & \text{за } U > 2U_Z \\ -U & \text{за } |U| \leq U_G \\ -2U - 2U_Z & \text{за } U < -2U_Z \end{cases}.$$

Графички приказ улазно-излазне карактеристике кола је дат на слици.



52. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, операциони појачавач и двојна Ценер-диода савршени, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, зависно од стања двоструке симетричне Ценер-диоде DZD:

- диода DZD не води, и
- диода DZD води.

Са становишта поларитета улазног напона U , структура кола је симетрична, функција $U_O(U)$ је непарна:

$$U_O(-U) = -U_O(U).$$

За мале вредности улазног напона U , струја кроз грану кола у којој се налазе Ценер-диоде једнака је нули. Коло се понаша као инвертујући појачавач:

$$A_1 = -\frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_1} = -1.$$

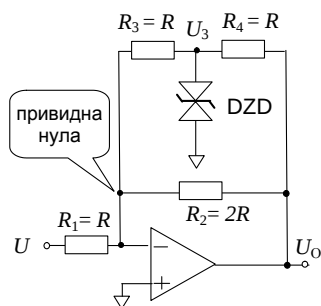
Овакво стање постоји у колу све док је улазни напон мањи од вредности при којој је пад напона на отпорнику R_3 једнак напону пробоја двојне Ценер-диоде U_Z . На основу услова:

$$|U_3(U_G)| = \left| \frac{U_O(U_G)}{R_3 + R_4} R_3 \right| = U_Z, \text{ следи:}$$

$$\frac{U_G}{R_1} = \frac{U_Z}{R_3} + \frac{\frac{U_Z}{R_3} (R_3 + R_4)}{R_2}, \text{ односно:}$$

$$U_G = (R_2 + R_3 + R_4) \frac{R_1}{R_2 R_3} U_Z = 2U_Z.$$

Ова област одређена је релацијом:

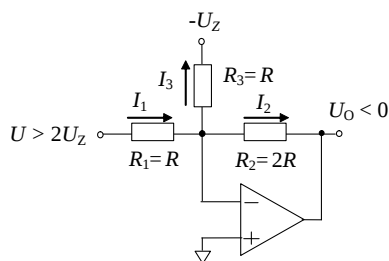


$$U_O = -U \text{ за } |U| \leq 2U_Z.$$

Стање у колу када је улазни напон позитиван и по интензитету већи од граничне вредности $2U_Z$ приказано је на слици. Применом првог Кирхофовог закона добија се:

$$\frac{U}{R_1} = \frac{U_Z}{R_3} - \frac{U_O}{R_2}, \text{ одакле следи:}$$

$$U_O = -\frac{R_2}{R_1}U + \frac{R_2}{R_3}U_Z = -2(U - U_Z), \quad U > 2U_Z.$$

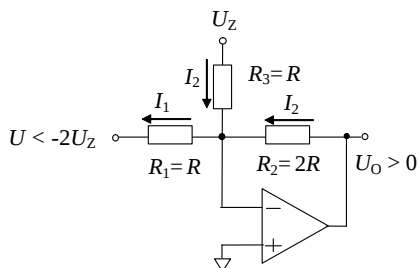


Стање у колу када је улазни напон негативан, а по интензитету већи од граничне вредности $2U_Z$, приказано је на слици. Применом првог Кирхофовог правила добија се:

$$\frac{U}{R_1} = -\frac{U_Z}{R_3} - \frac{U_O}{R_2},$$

одакле следи:

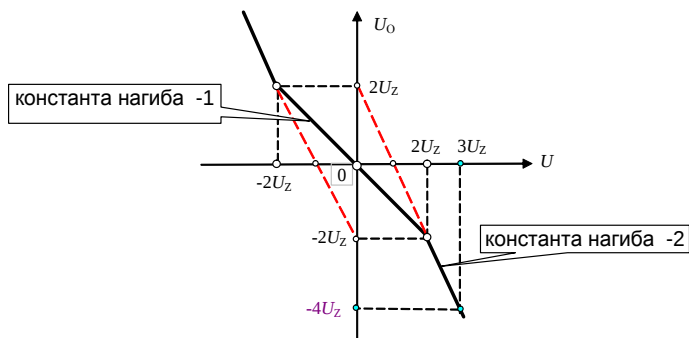
$$U_O = -\frac{R_2}{R_1}U - \frac{R_2}{R_3}U_Z = -2(U + U_Z), \quad U < -2U_Z.$$



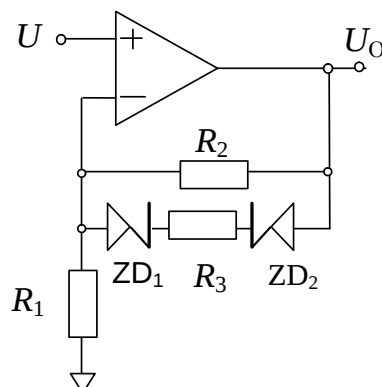
Карактеристика преноса $U_O(U)$ посматраног кола је одређена изразом:

$$U_O = \begin{cases} -2U + 2U_Z & \text{за } U > 2U_Z \\ -U & \text{за } |U| \leq U_G \\ -2U - 2U_Z & \text{за } U < -2U_Z \end{cases}.$$

Графички приказ улазно-излазне карактеристике кола је дат на слици.



53. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачаваач савршен, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

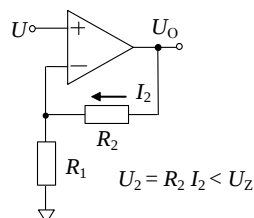
Са становишта поларитета улазног напона U , структура кола је симетрична, па је и улазно-излазна карактеристика кола симетрична у односу на координатни почетак. Функција $U_O(U)$ је непарна:

$$U_O(-U) = -U_O(U).$$

Довољно је анализирати одзив кола на побуду ненегативним напонам.

За мале вредности улазног напона U , струја кроз грану кола у којој се налазе Ценер-диоде је једнака нули. Коло се понаша као неинвертујући појачаваач:

$$U_O = U \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right).$$

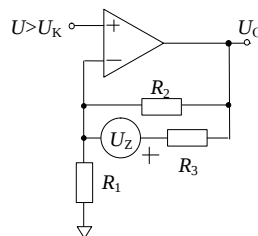


Овакав модел се може применити уколико је пад напона на отпорнику R_2 мањи од напона пробоја двојне Ценер-диоде, U_Z . Вредност улазног напона U_K која дефинише границу ове области одређена је условом:

$$U_2 = R_2 I_2 = R_2 \frac{U_K}{R_1} = U_Z, \text{ односно:}$$

$$U_K = U_Z \frac{R_1}{R_2}.$$

Еквивалентно коло које одговара стању када је улазни напон U већи од напона U_K је приказано на слици. Применом Тевененове теореме, добија се једноставнији модел, за који важи:

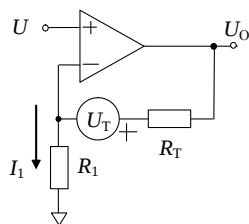


$$U_T = U_Z \frac{R_2}{R_2 + R_3},$$

$$R_T = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1},$$

$$U_O = U + U_T + R_T I_1.$$



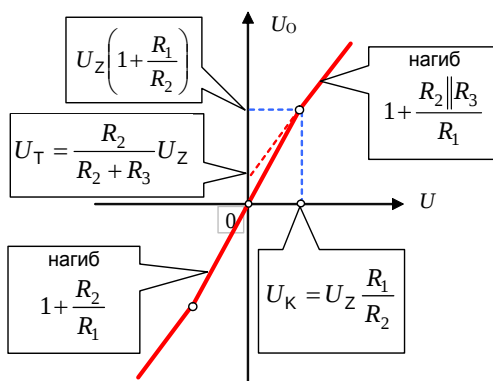
Према томе, за овај део карактеристике, $U \geq U_K$, важи:

$$U_O = U \left(1 + \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1} \right) + U_T; U \geq U_K.$$

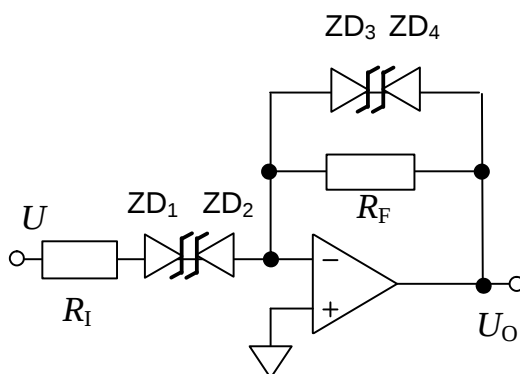
Карактеристика преноса кола одређена је релацијама:

$$U_O = \begin{cases} U \left(1 + \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1} \right) + U_T; U > U_K \\ U \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right); |U| \leq U_K \\ U \left(1 + \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1} \right) - U_T; U < -U_K \end{cases}, \quad U_T = U_Z \frac{R_2}{R_2 + R_3}, U_K = U_Z \frac{R_1}{R_2}$$

Графички приказ улазно-излазне карактеристике кола је дат на слици.



54. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачаваач савршен, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

Коло је нелинеарно и симетрично. Могућа су три стања:

- 1) ни једна ценерка не води:

$$|U| \leq U_{ZZ}; U_O = 0,$$

где је U_{ZZ} пробојни напон двојне ценерке;

- 2) ценерке $ZD1$ и $ZD2$ воде, у овом стању коло је линеарно:

$$U_O = -\frac{R_F}{R_I}(U - U_{ZZ});$$

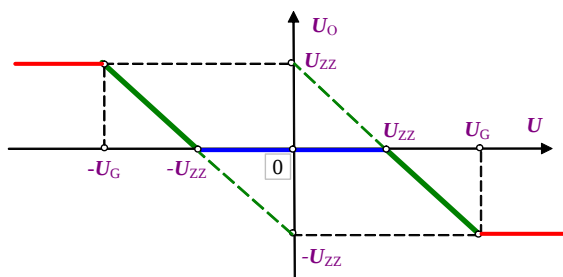
- 3) све ценерке воде:

$$|U| \geq U_G; |U_O| = U_{ZZ}, U_G = U_{ZZ}\left(1 + \frac{R_I}{R_F}\right).$$

Величина излазног напона одређена је изразом:

$$U_O = \begin{cases} -U_{ZZ} & \text{за } U > U_G \\ -\frac{R_F}{R_I}(U - U_{ZZ}) & \text{за } U_{ZZ} < U \leq U_G \\ 0 & \text{за } |U| \leq U_{ZZ} \\ -\frac{R_F}{R_I}(U + U_{ZZ}) & \text{за } -U_G \leq U < -U_{ZZ} \\ U_{ZZ} & \text{за } U < -U_G \end{cases}.$$

Карактеристика преноса је приказана на слици.



55. Кроз отпорник чија је отпорност $R = 250 \, \Omega$ протиче струја $I = 20 \, \text{mA}$. Температура околине је $T_a = -20 \, ^\circ\text{C}$. Одредити температуру отпорника ако је његова температурска отпорност $\theta = 200 \, ^\circ\text{C/W}$.

РЕШЕЊЕ

Температура резистивног елемента T израчунава се на основу израза:

$$T = T_a + \theta P,$$

где је T_a температура околине, а θ температурска отпорност елемента.

У посматраном случају, снага дисипације једнака је:

$$P = RI^2 = 250 \, \Omega (20 \, \text{mA})^2 = 250 \cdot 400 \cdot 10^{-6} \, \text{W} = 0,1 \, \text{W}.$$

Температура отпорника једнака је:

$$T = T_a + \theta P = -20 \, ^\circ\text{C} + 200 \, ^\circ\text{C/W} \cdot 0,1 \, \text{W} = 0 \, ^\circ\text{C}.$$

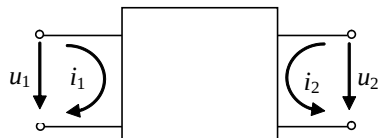
2.

ПРЕТВАРАЧИ ИМПЕДАНСЕ

2.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Елемент са два приступа је мрежа са два пара крајева преко којих су остварене све везе са другим елементима (мрежама).

Струје у оба краја једног приступа су једнаке по интензитету, а супротног смера. На слици је дат графички приказ са референтним смеровима за напоне и струје назначеним према *IEC* препорукама.

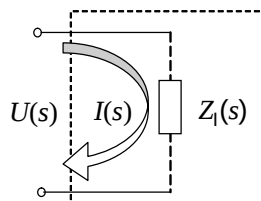


Улазна снага мреже, посматране као целина, једнака је збиру снага на њеним приступима. Према усвојеним референтним смеровима, важи:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2.$$

Улазна импеданса елемента дефинисана је као количник комплексних ликова улазног напона и улазне струје:

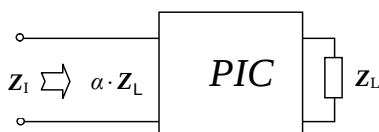
$$Z_1(s) = \frac{U(s)}{I(s)}.$$



Конвертори импедансе су елементи са два приступа типа улаз-излаз, за коју је улазна импеданса сразмерна импеданси Z_L којом је мрежа затворена. Модуо улазне импедансе Z_1 је сразмеран модулу импедансе Z_L .

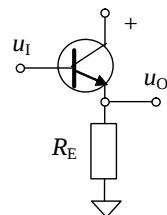
Позитивни конвертор импедансе (*positive impedance convertor, PIC*) је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса Z_1 реалан и позитиван умножак импедансе оптерећења Z_L :

$$Z_1 = \alpha \cdot Z_L.$$



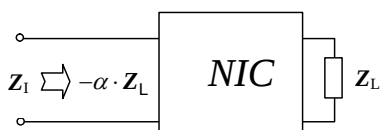
Пример позитивног конвертора импедансе је неинвертујући појачавач са биполарним транзистором (транзистор у споју са заједничким колектором). Његова улазна отпорност једнака је:

$$R_i = (\beta + 1)R_E.$$



Негативни конвертор импедансе (*negative impedance converter, NIC*) је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса Z_i реалан и негативан умножак импедансе оптерећења Z_L :

$$Z_i = -\alpha \cdot Z_L.$$



Инвертори импедансе су елементи са два приступа типа улаз-излаз, за коју је улазна импеданса обрнуто сразмерна импеданси којом је мрежа затворена. Модуо улазне импедансе Z_i је обрнуто сразмеран модулу импедансе Z_L .

Позитивни инвертор импедансе (*positive impedance inverter, PII*) је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса Z_i обрнуто сразмерна импеданси оптерећења Z_L :

$$Z_i = \frac{r^2}{Z_L},$$



где је r сачинилац сразмере који има димензију отпоруности:

$$r(=)R.$$

Веза између улазне и излазне импедансе позитивног инвертора импедансе може да се представи изразом:

$$Z_i Z_L = r^2.$$

Негативни инвертор импедансе (*negative impedance inverter, NII*) је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса Z_i са негативним предзнаком обрнуто сразмерна импеданси оптерећења Z_L :



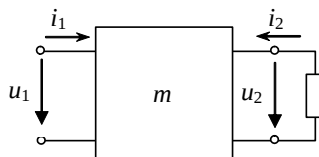
$$Z_1 = -\frac{r^2}{Z_L}$$

Савршени трансформатор је пасивна мрежа са два приступа без губитака, за коју је тренутна вредност напона (струје) на једном приступу сразмерна тренутној вредности напона (струје) на другом приступу. Разликују се два облика математичког модела савреног трансформатора:

$$u_1 = mu_2; i_1 = -\frac{1}{m}u_2 \text{ (тип 1),}$$

и

$$u_1 = -mu_2; i_1 = \frac{1}{m}u_2 \text{ (тип 2).}$$



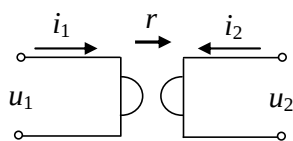
Сачинилац преноса m је бездимензиона величина.

Савршени трансформатор се одликује својством конвертовања импедансе (позитивни конвертор импедансе). При синусној побуди улазна импеданса савреног трансформатора одређена је изразом:

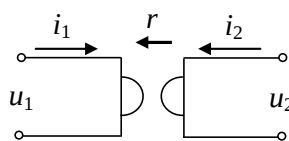
$$Z_1 = m^2 Z_L,$$

у којем Z_L представља импедансу оптерећења прикљученог на излаз.

Жиратор је пасивна мрежа са два приступа за коју је тренутна вредност напона на једном приступу сразмерна тренутној вредности струје на другом приступу. Могућа су два типа жиратора.



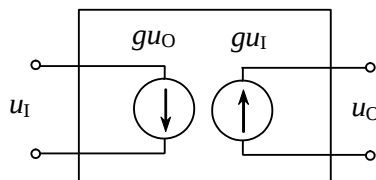
$$u_1 = -ri_2, u_2 = ri_1$$



$$u_1 = ri_2, u_2 = -ri_1$$

Таква мрежа представља позитивни инвертор импедансе.

Еквивалентно коло жиратора приказано је на слици.



2.2. ЗАДАЦИ

1. Доказати да је савршени трансформатор пасивна мрежа.

РЕШЕЊЕ

На основу израза који важе за савршени трансформатор тип 1:

$$u_1 = m \cdot u_O ; i_1 = -\frac{1}{m} \cdot i_O ,$$

слиди:

$$p = u_1 i_1 + u_O i_O = m u_O \left(-\frac{1}{m} i_O\right) + u_O i_O = 0 .$$

До истоветног закључка се долази полазећи од математичког модела за савршени трансформатор тип 2.

$$u_1 = -m \cdot u_O ; i_1 = \frac{1}{m} \cdot i_O ,$$

$$p = u_1 i_1 + u_O i_O = -m u_O \frac{1}{m} i_O + u_O i_O = 0 .$$

2. Доказати да савршени трансформатор представља позитивни конвертор импедансе.

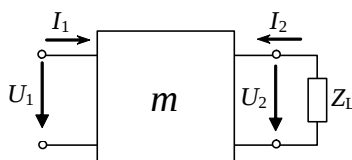
РЕШЕЊЕ

На основу математичког модела савреног трансформатора:

$$U_1 = m U_2 ,$$

$$I_1 = -\frac{1}{m} I_2 ,$$

$$U_2 = -Z_L I_2 ,$$



слиди израз за улазну импедансу савреног трансформатора:

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = m^2 Z_L .$$

3. Доказати да жиратор представља позитивни инвертор импедансе.

РЕШЕЊЕ

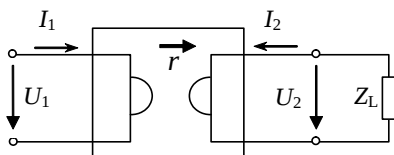
Жиратор је пасивна мрежа са два приступа за коју је тренутна вредност напона на једном приступу сразмерна тренутној вредности

струје на другом приступу. На основу математичког модела жиратора тип 1:

$$U_1 = -rI_2$$

$$U_2 = rI_1, \text{ и}$$

$$U_2 = -Z_L I_2$$



слиди:

$$Z_1 = Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{-rI_2}{I_1} = \frac{-r(-\frac{U_2}{Z_L})}{I_1} = \frac{-r(-\frac{rI_1}{Z_L})}{I_1} = \frac{r^2}{Z_L}.$$

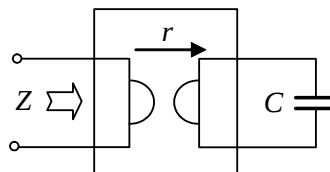
До истоветног резултата се долази и за жиратор типа 2:

$$U_1 = rI_2,$$

$$U_2 = -rI_1,$$

$$Z_1 = Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{rI_2}{I_1} = \frac{r(-\frac{U_2}{Z_L})}{I_1} = \frac{r(-\frac{-rI_1}{Z_L})}{I_1} = \frac{r^2}{Z_L}.$$

4. У колу, приказаном на слици, примењен је елемент са два приступа, типа улаз-излаз, који представља савршени жиратор. Одредити вредност улазне импедансе, ако је отпорност преноса жиратора једнака r .



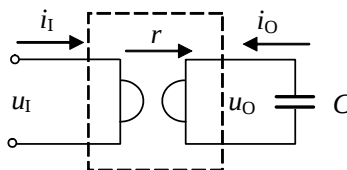
РЕШЕЊЕ

За задато коло важе изрази:

$$u_1 = -ri_O,$$

$$u_O = ri_I, \text{ и}$$

$$i_O = -C \frac{du_O}{dt}.$$



на основу којих важи:

$$u_1 = -ri_O = -r(-C \frac{du_O}{dt}) = rC \frac{du_O}{dt} = rC \frac{rdi_I}{dt},$$

односно:

$$u_1 = r^2 C \frac{di_1}{dt}.$$

Овој диференцијалној једначини одговара линеарна алгебарска једначина у комплексном облику:

$$U_1(s) = r^2 C s I_1(s),$$

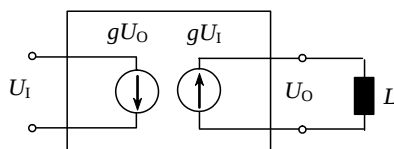
где су $U_1(s)$ и $I_1(s)$ комплексни ликови напона и струје. На основу ове једначине следи израз за улазну импедансу:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = sr^2 C$$

Посматрано са стране улаза, ово коло се понаша као активан калем чија је еквивалентна индуктивност:

$$L_e = r^2 C.$$

5. У колу, приказаном на слици, примењен је елемент са два приступа, типа улаз-излаз, који представља савршени жиратор. Одредити вредност улазне импедансе.



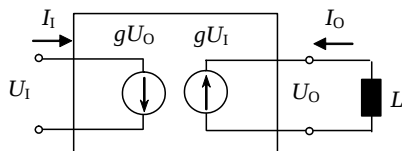
РЕШЕЊЕ

За посматрано коло важи:

$$I_1 = gU_O,$$

$$I_O = -gU_1,$$

$$U_O = -Z_L I_O.$$



Улазна импеданса кола једнака је:

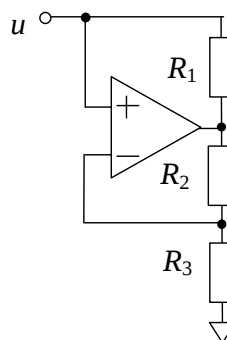
$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{-\frac{I_O}{g}}{gU_O} = \frac{-1}{g^2} \frac{I_O}{-Z_L I_O}, \text{ односно:}$$

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega L g^2} = \frac{1}{j\omega C_E}.$$

Посматрано са стране улаза, жиратор затворен калемом се понаша као кондензатор чија је еквивалентна капацитивност:

$$C_E = g^2 L.$$

6. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењени операциони појачавач савршен, извести израз за вредност улазне отпорности.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачем важе једначине:

$$R_1 = \frac{u}{i},$$

$$i = i_1,$$

$$i_1 = \frac{u - u_1}{R_1},$$

$$u_1 = R_3 i_3 + R_2 i_2,$$

$$i_2 = i_3,$$

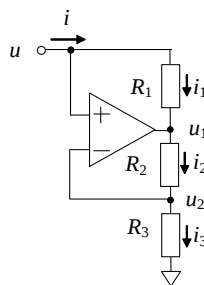
$$i_3 = \frac{u_2}{R_3}, \text{ и}$$

$$u_2 = u,$$

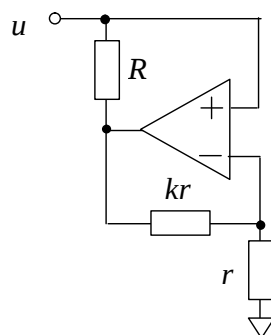
на основу којих следи:

$$R_1 = -\frac{R_1 R_3}{R_2}.$$

Посматрано са стране улаза, ово коло се понаша као активна негативна отпорност.



7. Извести општи израз за вредност улазне отпорности кола приказаног на слици, у којем је примењен савршени појачавач.



РЕШЕЊЕ

Савршени операциони појачавач у посматраном колу делује као неинвертујући појачавач чије је појачање једнако $k + 1$.

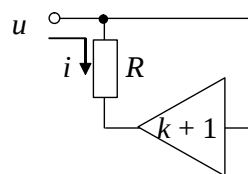
Улазна струја једнака је:

$$i = \frac{u - (1+k)u}{R} = -\frac{ku}{R}.$$

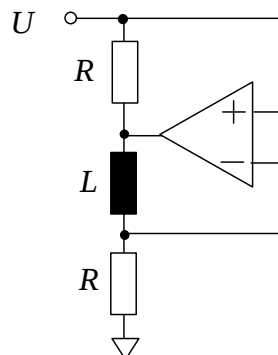
Улазна отпорност једнака је:

$$R_i = -\frac{R}{k}.$$

Коло представља активну негативну отпорност.



8. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити вредност улазне импедансе кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

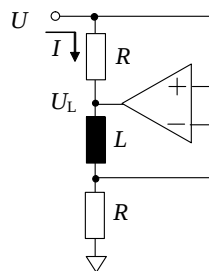
У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I = \frac{U - U_L}{R}, \text{ и}$$

$$U_L = U \left(1 + \frac{j\omega L}{R} \right),$$

на основу којих следи

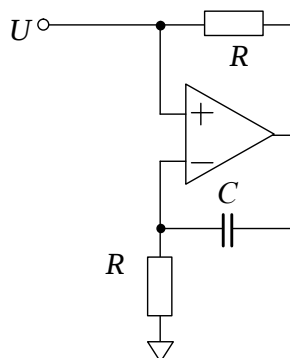
$$Z_I = \frac{U}{I} = -\frac{R^2}{j\omega L}.$$



Коло представља активну негативну капацитивност:

$$C_E = -\frac{L}{R^2}$$

9. Одредити вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

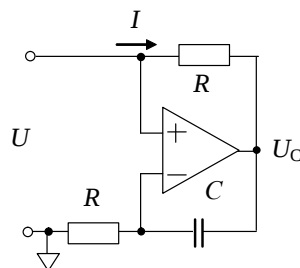
У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I = \frac{U - U_C}{R}, \text{ и}$$

$$U_C = U \left(1 + \frac{1}{j\omega RC} \right),$$

на основу којих следи:

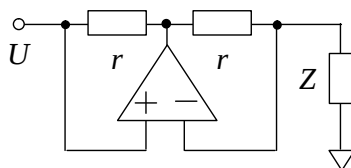
$$Z_I = \frac{U}{I} = -j\omega R^2 C.$$



Коло представља активну негативну индуктивност:

$$L_E = -R^2 C.$$

10. Извести општи израз за вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, под претпоставком да је у колу примењен савршени појачавач.



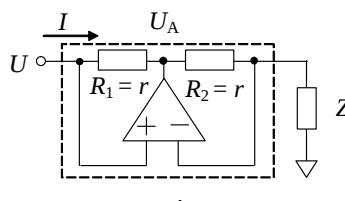
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I = \frac{U - U_A}{R_1},$$

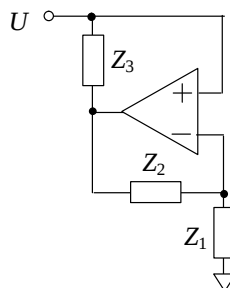
$$U_A = U \left(1 + \frac{R_2}{Z}\right),$$

$$Z_1 = \frac{U}{I} = -\frac{1}{\frac{R_2}{R_1 Z}} = -Z$$



Коло које чине операциони појачавач и отпорници $R_1 = r$, $R_2 = r$ делује као негативни конвертор импедансе.

11. Извести општи израз за вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, у којем је примењен савршени појачавач.



РЕШЕЊЕ

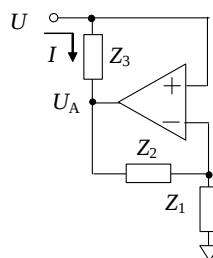
У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$Z_1 = \frac{U}{I},$$

$$I = \frac{U - U_A}{Z_3},$$

$$U_A = U \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

на основу којих следи:



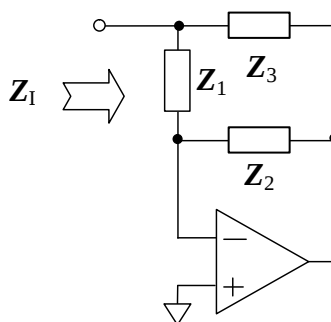
$$I = -U \frac{Z_2}{Z_1 Z_3}.$$

$$Z = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2}.$$

Коло представља активну импедансу чија вредност зависи од вредности пасивних елемената. Улазна адмитанса једнака је:

$$Y = \frac{I}{U} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_2}.$$

12. Извести општи израз за вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, у којем је примењен савршени појачавач.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

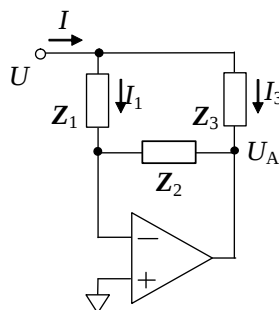
$$Z_1 = \frac{U}{I},$$

$$I = I_1 + I_3,$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1},$$

$$I_3 = \frac{U - U_A}{Z_3}$$

$$U_A = -\frac{Z_2}{Z_1} U$$



на основу којих следи:

$$I = U \frac{1}{Z_1} + U \frac{1}{Z_3} + U \frac{Z_2}{Z_1 Z_3}, \text{ односно;}$$

$$I = U \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_3}.$$

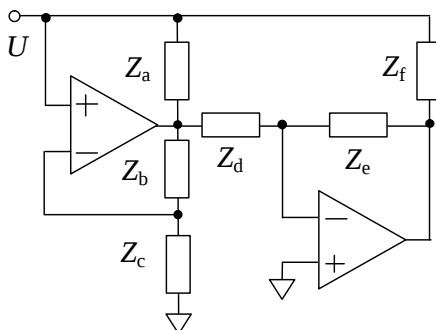
Улазна импеданса одређена је изразом:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3},$$

на основу којег може да се одреди и израз за улазну адмитансу:

$$Y_1 = \frac{I}{U} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_3} = Y_1 + Y_3 + \frac{Y_1 Y_3}{Y_2}.$$

13. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савršени операциони појачавачи, извести општи израз за вредност улазне импедансе.



РЕШЕЊЕ

Према ознакама на слици, за посматрано коло важи следећи систем једначина:

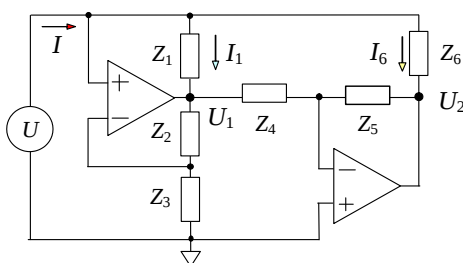
$$I(j\omega) = I_1(j\omega) + I_6(j\omega),$$

$$I_1(j\omega) = \frac{U(j\omega) - U_1(j\omega)}{Z_1(j\omega)},$$

$$I_6(j\omega) = \frac{U(j\omega) - U_2(j\omega)}{Z_6(j\omega)},$$

$$U_1(j\omega) = \left(1 + \frac{Z_2(j\omega)}{Z_3(j\omega)}\right) U(j\omega),$$

$$U_2(j\omega) = -\frac{Z_5(j\omega)}{Z_4(j\omega)} U_1(j\omega),$$



који представља математички модел којим је описано стање система при побуди хармонијским сигналом. Његовим решавањем добијају се изрази за струје I_1 и I_6 :

$$I_1 = -\frac{Z_2}{Z_1 Z_3} U,$$

$$I_6 = \frac{1 + \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right) \frac{Z_5}{Z_4}}{Z_6} U = \frac{Z_3 Z_4 + (Z_2 + Z_3) Z_5}{Z_3 Z_4 Z_6} U,$$

које образују улазну струју I . Сређивањем добија се израз за вредност улазне струје у зависности од улазног напона и параметара кола:

$$I = I_1 + I_6 = \frac{Z_1 Z_3 Z_4 + (Z_2 + Z_3) Z_1 Z_5 - Z_2 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_4 Z_6} U,$$

на основу којег следи општи израз за вредност улазне импедансе:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{Z_1 Z_3 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_4 + (Z_2 + Z_3) Z_1 Z_5 - Z_2 Z_4 Z_6}.$$

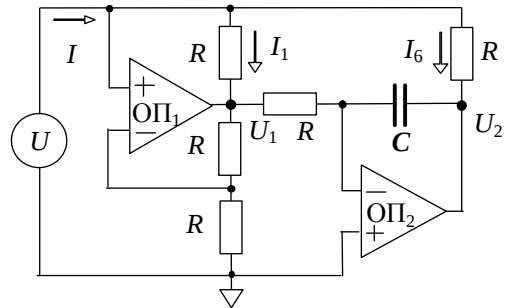
ПРОВЕРА

Када је $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_6 = R$, $Z_5 = 1/j\omega C$, на основу претходног израза добија се:

$$Z_1 = \frac{R^4}{R^3 + 2R^2 \frac{1}{j\omega C} - R^3} = \frac{1}{2} j\omega R^2 C.$$

У посматраном случају, када су отпорности у колу једнаке, операциони појачавач ОП₁ има улогу неинвертујућег појачавача чије је појачање једнако 2:

$$U_1 = 2U.$$



Операциони појачавач ОП₂, у чијој грани повратне спреге се налази кондензатор, делује као инвертујући интегратор:

$$U_2(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} U_1(j\omega) = -\frac{2}{j\omega RC} U(j\omega).$$

Дакле:

$$I_1 = -\frac{U}{R}, \text{ (за усвојене референтне смерове струја } I_1 \text{ је негативна),}$$

$$I_6 = \frac{U - U_2}{R} = \frac{U}{R} + \frac{2U}{j\omega R^2 C},$$

$$I = I_1 + I_6 = \frac{2}{j\omega R^2 C} U.$$

На основу израза за струју I следи општи израз за вредност улазне импедансе:

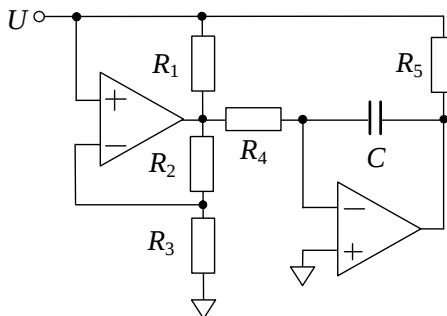
$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{2}{j\omega R^2 C}.$$

Посматрано коло представља активну индуктивност:

$$L_E = \frac{1}{2} R^2 C.$$

14. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

- извести општи израз за вредност улазне импедансе,
- одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”;
- одредити бројну вредност те индуктивности ако је:
 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 20 \text{ k}\Omega$,
 $C = 22 \text{ nF}$.



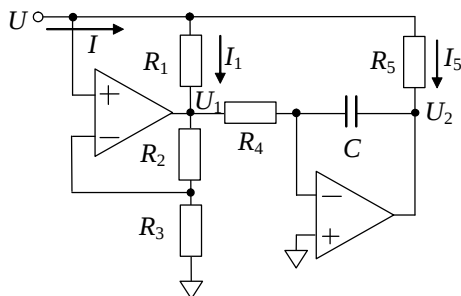
РЕШЕЊЕ

а) Према ознакама на слици, за посматрано коло важи следећи систем једначина:

$$I = I_1 + I_5,$$

$$I_1 = \frac{U - U_1}{R_1},$$

$$I_5 = \frac{U - U_2}{R_5},$$



$$U_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) U$$

$$U_2(j\omega) = -\frac{1}{j\omega R_4 C} U_1,$$

који представља математички модел којим је описано стање система при побуди хармонијским сигналом. Његовим решавањем добијају се изрази за струје I_1 и I_5 :

$$I_1 = -\frac{R_2}{R_1 R_3} U,$$

$$I_5 = \frac{1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) \frac{1}{j\omega R_4 C}}{R_5} U,$$

које образују улазну струју I , чија је вредност одређена изразом:

$$I = \frac{R_1 R_3 R_4 - R_2 R_4 R_5 + (R_2 + R_3) R_1 \frac{1}{j\omega C}}{R_1 R_3 R_4 R_5} U,$$

на основу којег следи општи израз за вредност улазне импедансе:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{R_1 R_3 R_4 R_5}{R_1 R_3 R_4 - R_2 R_4 R_5 + (R_2 + R_3) R_1 \frac{1}{j\omega C}}.$$

б) На основу претходног израза следи да је потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност” да важи:

$$R_1 R_3 - R_2 R_5 = 0.$$

Када је овај услов испуњен важи:

$$Z_1 = j\omega \frac{R_3 R_4 R_5}{(R_2 + R_3)} C.$$

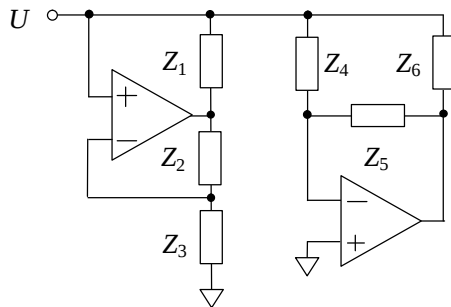
Ако је $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$ коло представља активну индуктивност:

$$L_E = \frac{1}{2} R^2 C.$$

в) Ако је $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 20 \text{ k}\Omega$, $C = 22 \text{ nF}$, биће:

$$L_E = \frac{1}{2} (20 \cdot 10^3)^2 \cdot 22 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 4,4 \text{ H}.$$

15. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савršени, извести општи израз за улазну импедансу, ако су импедансе Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 и Z_5 познате.



РЕШЕЊЕ

Према ознакама на слици, за коло са савршеним операционим појачавачима у линеарном режиму рада, важе једначине:

$$I = I_1 + I_4 + I_6,$$

$$I_1 = \frac{U - U_1}{Z_1},$$

$$I_4 = \frac{U}{Z_4},$$

$$I_6 = \frac{U - U_2}{Z_6},$$

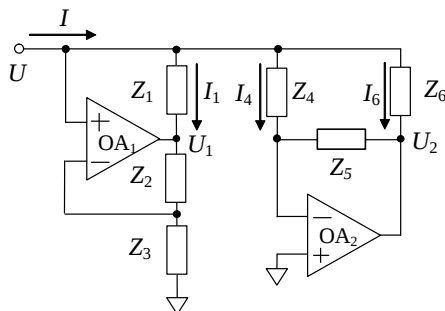
$$U_1 = U \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3} \right),$$

$$U_2 = -U \frac{Z_5}{Z_4},$$

на основу којих следи:

$$I_1 = \frac{U - U - U \frac{Z_2}{Z_3}}{Z_1} = \frac{U}{Z_1} \frac{Z_2}{Z_3},$$

$$I_6 = \frac{U + U \frac{Z_5}{Z_4}}{Z_6},$$



односно:

$$I = -\frac{U}{Z_1} \frac{Z_2}{Z_3} + \frac{U}{Z_4} + \frac{U}{Z_6} + \frac{U}{Z_6} \frac{Z_5}{Z_4}.$$

Сређивањем ове једначине добија се израз за вредност улазне струје у зависности од улазног напона и импеданси Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 и Z_6 :

$$I = U \frac{Z_1 Z_3 Z_6 + Z_1 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_4 Z_6},$$

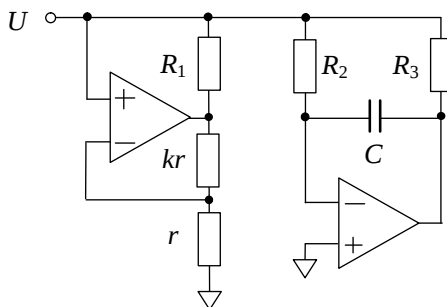
на основу којег следи општи израз за вредност улазне импедансе Z :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{Z_1 Z_3 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_6 + Z_1 Z_3 Z_4 + Z_1 Z_3 Z_5 - Z_2 Z_4 Z_6}.$$

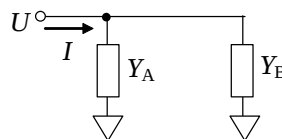
16. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

а) извести општи израз за вредност улазне адмитансе;

б) одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”



Посматрано коло може да се представи као паралелна веза две активне адмитансе чије су вредности одређене изразима датим у задацима 11 и 12.



- а) На основу претходно изведених образаца следи:

$$Y_A = -\frac{k}{R_1},$$

$$Y_B = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega C R_2 R_3},$$

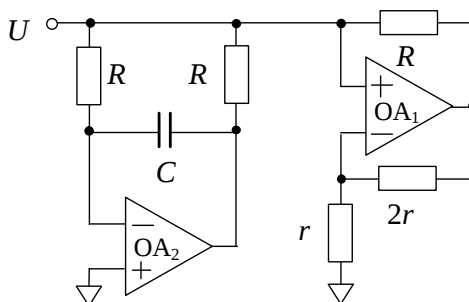
$$Y_I = \frac{I}{U} = Y_A + Y_B = -\frac{k}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega C R_2 R_3}.$$

б) Да би обо коло представљало активну индуктивност потребно је да буде задовољен услов:

$$\frac{k}{R_1} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

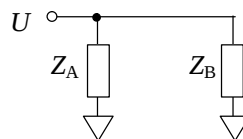
17. Доказати да коло приказано на слици, у којем су примењени савршени операциони појачавачи, представља активну индуктивност.

Одредити вредност ове индуктивности ако је $R = 10 \text{ k}\Omega$ и $C = 10 \text{ nF}$.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се представи као паралелна веза две активне импедансе чије су вредности одређене изразима датим у задацима 11 и 12.



На основу претходно изведених образаца следи:

$$Z_A = \frac{R^2}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega R^2 C}{1 + j\omega 2RC},$$

$$Z_B = -\frac{R}{2},$$

$$Z_I = Z_A \parallel Z_B = \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B}.$$

$$Z_I = Z_A \parallel Z_B = \frac{\frac{j\omega R^2 C}{1 + j\omega 2RC} \left(-\frac{R}{2}\right)}{\frac{j\omega R^2 C}{1 + j\omega 2RC} - \frac{R}{2}} = \frac{j\omega R^2 C \left(-\frac{R}{2}\right)}{j\omega R^2 C - \frac{R}{2} - j\omega R^2 C} = j\omega R^2 C.$$

Вредност еквивалентне индуктивности једнака је:

$$L_E = (10 \cdot 10^3)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 1 \text{ H}.$$

ПРОВЕРА

У посматраном случају операциони појачавач OA_1 , у чијој грани повратне спреге се налази кондензатор, делује као инвертујући интегратор:

$$U_1(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}U(j\omega).$$

Операциони појачавач OA_2 има улогу неинвертујућег појачавача чије је појачање једнако 3:

$$U_1 = 3U.$$

Улазна струја је једнака:

$$I = I_0 + I_1 + I_2,$$

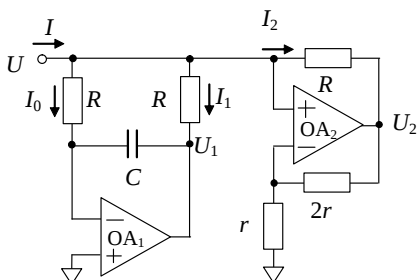
где је:

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

$$I_1 = \frac{U - U_1}{R} = \frac{U}{R} + \frac{U}{j\omega R^2 C},$$

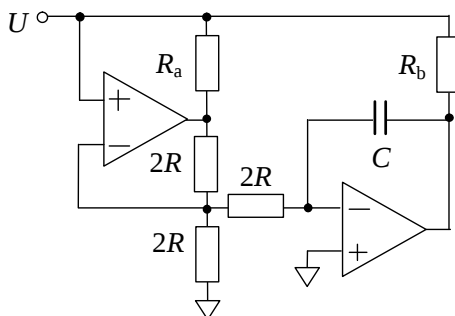
$I_2 = \frac{U - U_2}{R} = -\frac{2U}{R}$ (за усвојене референтне смерове струја I_2 је негативна. Сређивањем се добија:

$$Z = \frac{U}{I} = j\omega R^2 C$$



18. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

- извести општи израз за вредност улазне адмитансе;
- одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”;
- одредити бројну вредност те индуктивности ако је:
 $R_b = R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 47 \text{ nF}$.



РЕШЕЊЕ

а) Улазна струја овог кола једнака је збиру струја које теку кроз отпорнике R_A и R_B :

$$I = I_A + I_B$$

Операциони појачавач OA_1 делује као појачавач на чијем излазу се добија напон:

$$U_1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2 \parallel R_3}\right)U = \left(1 + \frac{2R}{R}\right)U = 3U$$

Струја I_A једнака је:

$$I_A = \frac{U - U_1}{R_A} = -\frac{2U}{R_A}.$$

Операциони појачавач OA_2 , у чијој грани повратне спреге се налази кондензатор, делује као инвертујући интегратор:

$$U_2 = -\frac{1}{j\omega 2RC}U.$$

Струја I_B једнака је:

$$I_B = \frac{U - U_2}{R_B} = \frac{U}{R_B} + \frac{U}{j\omega 2RR_B C}.$$

Улазна струја I једнака је:

$$I = I_A + I_B = -\frac{2U}{R_A} + \frac{U}{R_B} + \frac{U}{j\omega 2RR_B C}.$$

одакле следи:

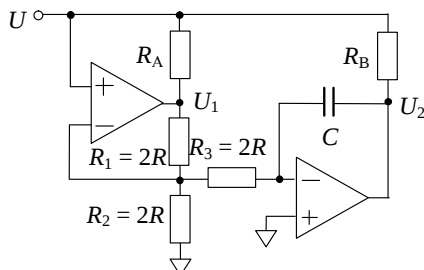
$$Y = \frac{I}{U} = -\frac{2}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{j\omega 2RR_B C}$$

б) Потребан услов да коло представља активну индуктивност је:

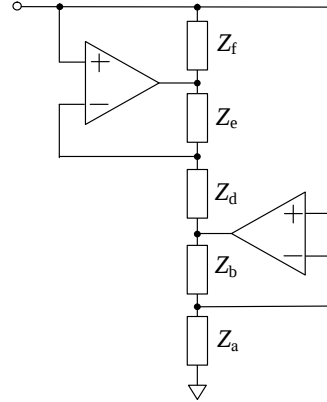
$$R_A = 2R_B.$$

в) Вредност еквивалентне индуктивности једнака је:

$$L_E = 2RR_B C = 2(10 \cdot 10^3)^2 \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 9,4 \text{ H}.$$



19. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени, извести општи израз за вредност улазне импедансе.



РЕШЕЊЕ

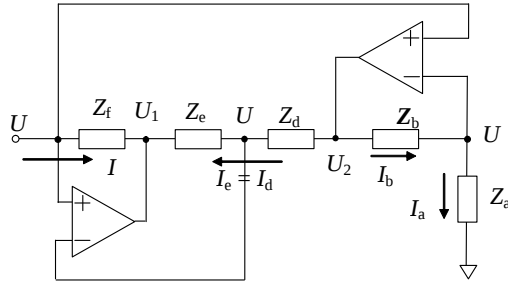
У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, за коло са савршеним операционим појачавачима важе следеће једначине:

$$I_e = I_d = \frac{U_2 - U}{Z_d},$$

$$I_b = I_a = \frac{U}{Z_a},$$

$$U_1 = U - Z_e I_d,$$

$$I = I_f = \frac{U - U_1}{Z_f},$$



на основу којих следи:

$$U_2 = \frac{Z_b + Z_a}{Z_a} U.$$

Сменом израза за струју I_d у једначини за напон U_1 добија се:

$$U_1 = U - Z_e \frac{U_2 - U}{Z_d} = U - Z_e \frac{\left(1 + \frac{Z_b}{Z_a}\right) U - U}{Z_d} = U \left(1 - \frac{Z_e Z_b}{Z_d Z_a}\right).$$

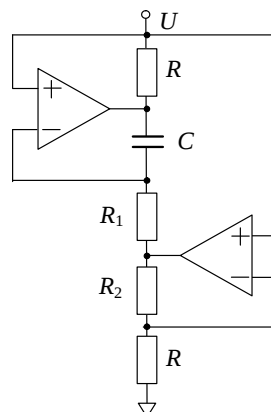
За вредност улазне струје I важи:

$$I = \frac{U - U_1}{Z_f} = U_1 \frac{Z_b Z_e}{Z_a Z_d Z_f},$$

одакле следи:

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{Z_a Z_d Z_f}{Z_b Z_e}.$$

20. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени одредити потребан услов у погледу односа вредности отпорности R_1 и R_2 тако да, посматрано са улаза, коло делује као “активна индуктивност” која не зависи од њихове отпорности.



РЕШЕЊЕ

На основу општег обрасца изведеног у претходном задатку следи:

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{RR_1R}{R_2Z_C}.$$

Потребан услов да еквивалентна индуктивност не зависи од вредности отпорности R_1 и R_2 је да су ове отпорности једнаке. Тада је

$$Z(j\omega) = j\omega R^2 C.$$

ПРОВЕРА

Операциони појачавач OA_1 у овом колу делује као поларисани неинвертујући појачавач. Операциони појачавач OA_2 делује као неинвертујући појачавач.

За напон U_2 на излазу појачавача OA_2 важи:

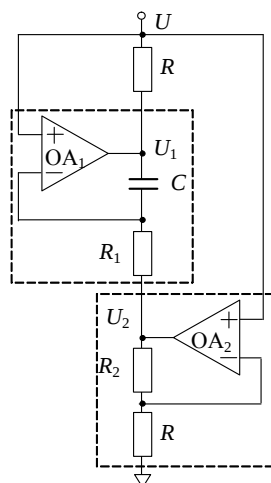
$$U_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R}\right)U.$$

Према принципу суперпозиције, за напон U_1 на излазу појачавача OA_1 важи:

$$U_1 = \left(1 + \frac{Z_C}{R_1}\right)U - \frac{Z_C}{R_1}U_2 = U\left(1 + \frac{Z_C}{R_1} - \frac{Z_C}{R_1} - \frac{Z_C}{R_1} \frac{R_2}{R}\right)$$

одакле следи:

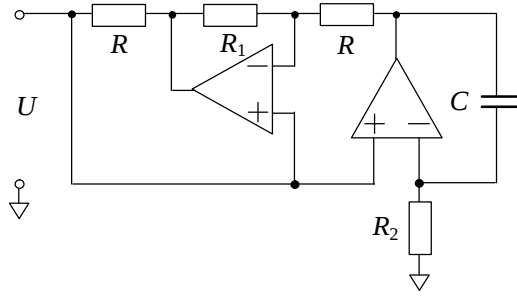
$$U_1 = U\left(1 - \frac{Z_C}{R_1} \frac{R_2}{R}\right)$$



Улазна импеданса кола једнака је:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{U - U_1}{R}} = \frac{U}{U - U_1} R = \frac{U}{U \frac{Z_C R_2}{R_1 R}} R = \frac{R^2 R_1}{Z_C R_2}.$$

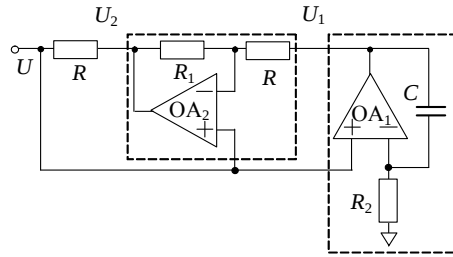
21. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени одредити потребан услов у погледу односа вредности отпорности R_1 и R_2 да коло делује као позитивни инвертор импедансе којим се симулира “активна индуктивност” која не зависи од њихове отпорности.



РЕШЕЊЕ

Математички модел овог кола чине једначине:

$$\begin{aligned} U_2 &= \left(1 + \frac{1}{j\omega R_2 C}\right) U, \\ U_1 &= \left(1 + \frac{R_1}{R}\right) U - \frac{R_1}{R} U_2 = \\ &= U \left(1 + \frac{R_1}{R} - \frac{R_1}{R} - \frac{R_1}{R} \frac{1}{j\omega R_2 C}\right) = \\ &= U \left(1 - \frac{R_1}{R} \frac{1}{j\omega R_2 C}\right). \end{aligned}$$



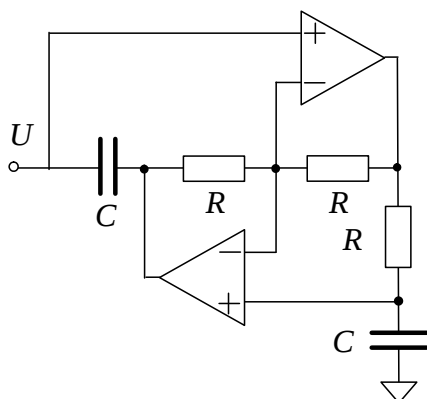
Улазна импеданса кола једнака је:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{\frac{U - U_1}{R}} = \frac{U}{U - U_1} R = \frac{U}{U \frac{R_1}{R} \frac{1}{j\omega R_2 C}} R = \frac{R_2}{R_1} j\omega R^2 C.$$

Потребан услов да еквивалентна индуктивност не зависи од отпорности R_1 и R_2 је да су ове отпорности једнаке. Тада је:

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= j\omega R^2 C = j\omega L_E, \\ L_E &= R^2 C. \end{aligned}$$

22. Под претпоставком да су операциони појачавачи, примењени у колу приказаном на слици, савршени, доказати да ово коло представља “негативну отпорност” обрнуто сразмерну квадрату учестаности (“суперкондензатор”).



РЕШЕЊЕ

За коло са савршеним операционим појачавачима у линеарним условима рада, важе једначине:

$$U_b = U, \quad U_b = U_e,$$

$$U_1 = \frac{R_d + Z_e}{Z_e} U_e, \quad Z_e = \frac{1}{sC_e},$$

$$I_c = \frac{U_1 - U_b}{R_c},$$

$$I_b = I_c,$$

$$U_2 = U_b - R_b I_b,$$

$$I = \frac{U - U_2}{Z_a}, \quad Z_a = \frac{1}{sC_a},$$

$$Z_1 = \frac{U}{I}.$$

Сређивањем се добија:

$$U_2 = U + U \frac{R_b}{R_c} \left(1 - \frac{R_d + Z_e}{Z_e} \right) = U \left(1 - \frac{R_b R_d}{R_c Z_e} \right).$$

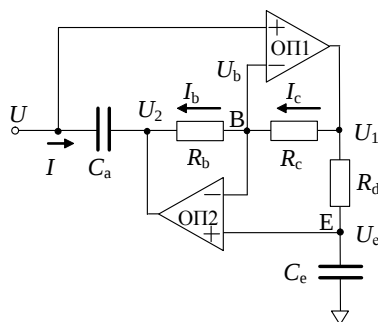
Улазна струја I једнака је:

$$I = \frac{U - U_2}{Z_a} = \frac{R_b R_d}{Z_a R_c Z_e} U,$$

одакле следи:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{R_c}{C_a R_b R_d C_e s^2}.$$

Ако је $R_b = R_c = R_d = R$ и $C_a = C_e = C$ еквивалентна активна негативна отпорност једнака је:



$$Z_1 = \frac{1}{R(sC)^2},$$

односно:

$$R_E = -\frac{1}{R\omega^2 C^2}.$$

ПРОВЕРА

Појачавач ОП1 представља поларисани инвертујући појачавач на чијем улазу делује напон U_2 (излазни напон појачавача ОП2) док је на неинвертујући улаз појачавача делује улазни сигнал кола - напон U . На основу принципа суперпозиције, напон U_1 на излазу појачавача ОП1 једнак је:

$$U_1 = \left(1 + \frac{R_c}{R_b}\right)U - \frac{R_c}{R_b}U_2.$$

Појачавач ОП2 делује као “комплексни” диференцијални појачавач чији су улази краткоспојени и прикључени на излаз појачавача ОП1. На основу принципа суперпозиције, напон U_2 на излазу појачавача ОП2 једнак је:

$$\begin{aligned} U_2 &= U_1 \frac{Z_e}{R_d + Z_e} \left(1 + \frac{R_b}{R_c}\right) - \frac{R_b}{R_c} U_1 = \\ &= U_1 \left[\frac{Z_e}{R_d + Z_e} \left(1 + \frac{R_b}{R_c}\right) - \frac{R_b}{R_c} \right]. \end{aligned}$$

За задате вредности елемената важи:

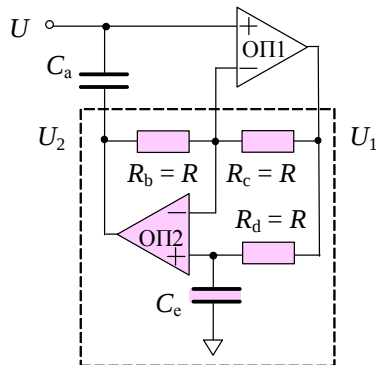
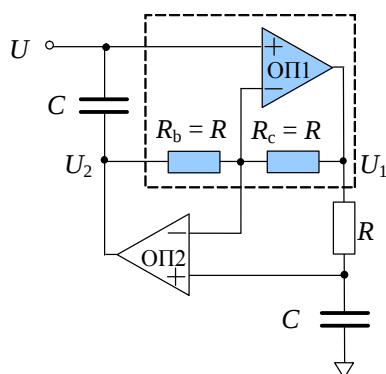
$$U_1 = 2U - U_2,$$

$$U_2 = U_1 \frac{1 - sRC}{1 + sRC}.$$

Сређивањем се добија:

$$U_2 = U(1 - sRC).$$

Улазна струја I једнака је:



$$I = \frac{U - U_2}{Z_a} = s^2 C^2 R U ,$$

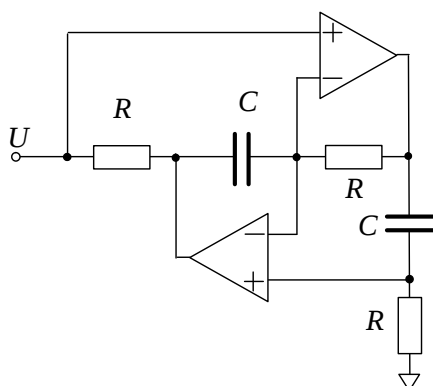
одакле следи:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{1}{s^2 C^2 R} ,$$

односно:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = -\frac{1}{\omega^2 C^2 R} .$$

23. Под претпоставком да су операциони појачавачи, примењени у колу приказаном на слици, савршени, доказати да посматрано коло делује као активна “негативна отпорност” чија је вредност пропорционална квадрату учестаности (“супериндуктивност”).



РЕШЕЊЕ

За коло са савршеним операционим појачавачима у линеарним условима рада, важе једначине:

$$U_b = U , \quad U_e = U_b ,$$

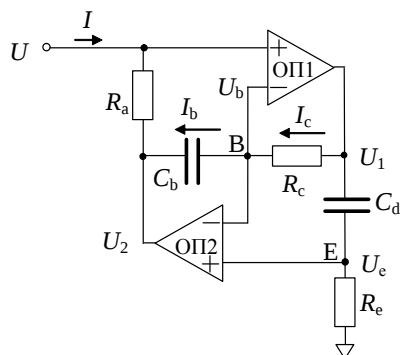
$$U_1 = \frac{Z_d + R_e}{R_e} U_e , \quad Z_d = \frac{1}{sC_d}$$

$$I_c = \frac{U_1 - U_b}{R_c} ,$$

$$I_b = I_c ,$$

$$U_2 = U_b - Z_b I_b , \quad Z_b = \frac{1}{sC_b}$$

$$I = \frac{U - U_2}{R_a} ,$$



Сређивањем се добија:

$$U_2 = U + U \frac{Z_b}{R_c} \left(1 - \frac{Z_d + R_e}{R_e} \right) = U \left(1 - \frac{Z_b Z_d}{R_c R_e} \right)$$

Улазна струја I је једнака:

$$I = \frac{U - U_2}{R_a} = \frac{Z_b Z_d}{R_a R_c R_e} U,$$

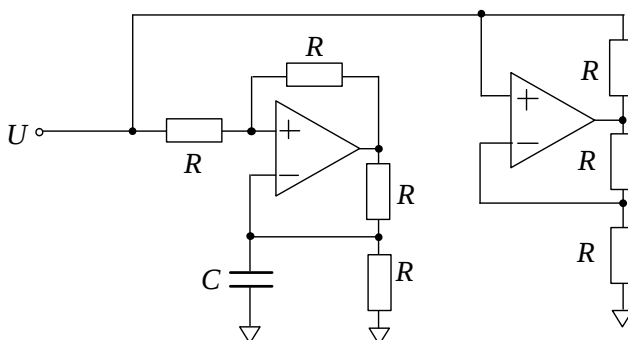
одакле следи:

$$Z_I = \frac{U}{I} = \frac{R_a R_c R_e}{Z_b Z_d} = R_a R_c R_e C_b C_d s^2.$$

За задате вредности елемената важи:

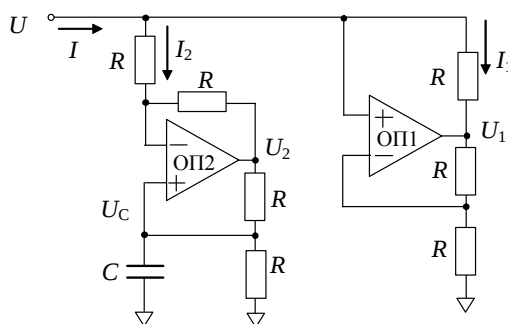
$$R_E = -R^3 \omega^2 C^2.$$

24. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени, одредити израз за вредност улазне импедансе Z_I .



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се представи као паралелна веза две активне импедансе. Струја I једнака је збиру струја I_1 и I_2 . Да би се одредила њена вредност потребно је одредити зависност струја I_1 и I_2 од улазног напона U .



За коло операционог појачавача ОП1 важе следеће једначине:

$$I_1 = \frac{U - U_1}{R},$$

$$U_1 = U \left(1 + \frac{R}{R} \right) = 2U,$$

на основу којих следи:

$$I_1 = -\frac{U}{R}.$$

За коло операционог појачавача ОП2 важе следеће релације:

$$I_2 = \frac{U - U_{RC}}{R} = \frac{U_{RC} - U_2}{R},$$

$$U_2 = U_{RC} \left(1 + \frac{R}{Z_{RC}} \right),$$

где Z_{RC} означава импедансу паралелне везе кондензатора C и отпорника R :

$$Z_{RC} = Z_C \parallel R = \frac{R}{1 + sRC}.$$

На основу претходних једначина следи:

$$U - U_{RC} = U_{RC} - U_2 = U_{RC} - U_{RC} \left(1 + \frac{R}{Z_C} \right)$$

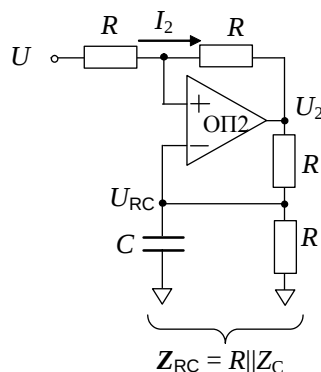
Сређивањем добија се израз за вредност напона на неинвертујућем улазу појачавача ОП2:

$$U_{RC} = U \frac{Z_{RC}}{Z_{RC} - R},$$

на основу којег се одређује зависност струје I_2 од улазног напона U :

$$I_2 = \frac{U - U_{RC}}{R} = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{\frac{R}{1 + sRC} - R} = \frac{U}{R} - \frac{U}{R - R - sRC} = \frac{U}{R} + \frac{U}{sR^2C}.$$

На основу изведених израза за струје I_1 и I_2 добија се израз који описује зависност струје I од улазног напона U :

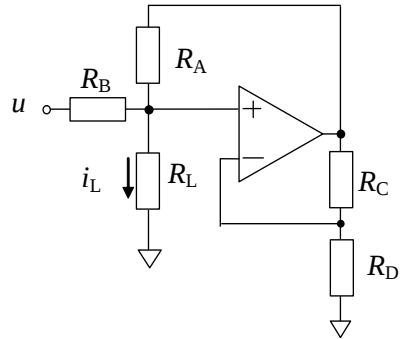


$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{sR^2C},$$

на основу којег следи:

$$Z(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)} = j\omega R^2C.$$

25. За коло приказано на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити услов који треба да буде испуњен у погледу односа вредности отпорности у колу, тако да струја i_L кроз отпорник R_L не зависи од његове отпорности.

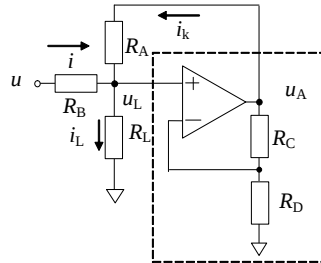


РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач има улогу неинвертујућег појачавача чије је појачање веће од јединице:

$$A = 1 + \frac{R_C}{R_D} = 1 + k.$$

Напон на његовом излазу u_A даје кроз отпорник R_A струју i_k која допуњује струју i коју даје извор напона u .

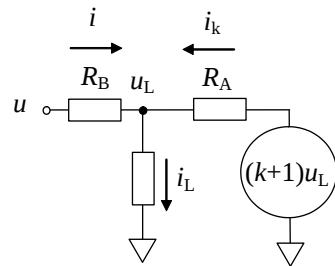


Струја која тече кроз отпорник R_L једнака је:

$$i_L = i + i_k = \frac{u - u_L}{R_B} + \frac{u_A - u_L}{R_A}.$$

На основу предходних једначина следи:

$$i_L = \frac{u}{R_B} - \frac{u_L}{R_B} + \frac{k u_L}{R_A} = \frac{u}{R_B} + u_L \frac{k R_B - R_A}{R_A R_B}.$$

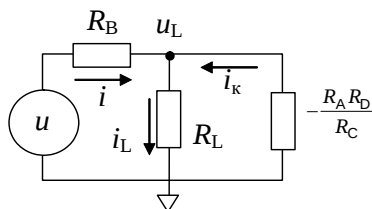
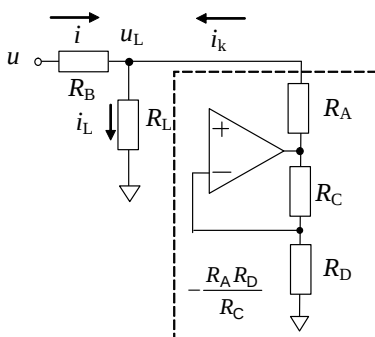


Услов да струја i_L кроз отпорник R_L не зависи од његове отпорности значи да струја кроз њега тече не зависи од напона u_L на његовим крајевима. То ће бити испуњено ако је задовољен услов:

$$R_A = kR_B, \text{ односно:}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = k = \frac{R_C}{R_D}.$$

До истоветног закључка се долази ако се операциони појачавач са отпорницима R_A , R_C и R_D посматра као активна негативна отпорност.



Напон u_L једнак је:

$$u_L = u \frac{R_L \left(-\frac{R_A R_D}{R_C} \right)}{R_B + R_L \left(-\frac{R_A R_D}{R_C} \right)} = u \frac{-R_L \frac{R_A R_D}{R_C}}{R_B \left(R_L - \frac{R_A R_D}{R_C} \right) - R_L \frac{R_A R_D}{R_C}},$$

одакле следи израз за струју i_L :

$$i_L = \frac{u_L}{R_L} = u \frac{\frac{R_A R_D}{R_C}}{-R_B R_L + R_L \frac{R_A R_D}{R_C} + R_B \frac{R_A R_D}{R_C}}.$$

Да струја i_L не зависи од отпорности отпорника R_L треба да буде испуњен услов:

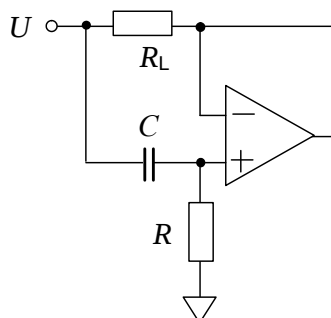
$$R_B = \frac{R_A R_D}{R_C}, \text{ односно}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D}.$$

Тада је:

$$i_L = \frac{u_L}{R_L} = \frac{u}{R_B}.$$

26. Одредити вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

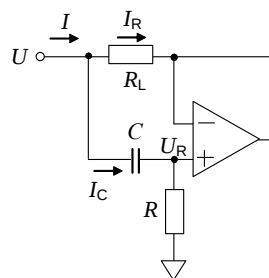
У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I = I_R + I_C,$$

$$I_C = \frac{U}{R + Z_C},$$

$$I_R = \frac{U - U_R}{R_L}, \text{ и}$$

$$U_R = U \frac{R}{R + Z_C},$$



на основу којих следи:

$$I = \frac{U}{R + Z_C} + \frac{U - U \frac{R}{R + Z_C}}{R_L} = \frac{U}{R + Z_C} \left(1 + \frac{Z_C}{R_L}\right), \text{ односно:}$$

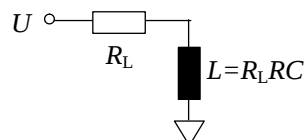
$$Z = \frac{U}{I} = R_L \frac{R + Z_C}{R_L + Z_C} = R_L \frac{sRC + 1}{sR_L C + 1}.$$

Ако је испуњен услов $sR_L C \ll 1$ биће

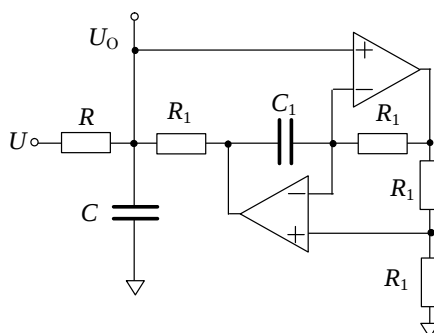
$$Z = R_L + sR_L RC.$$

Коло може да се моделује редном везом отпоруности R_L и активне индуктивности:

$$L = R_L RC.$$



27. Под претпоставком да су операциони појачавачи савршени, одредити функцију преноса кола приказаног на слици.



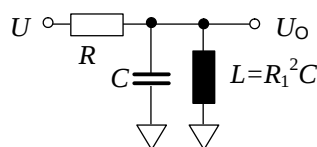
РЕШЕЊЕ

На основу задатка 20. следи да операциони појачавачи и мрежа коју чине отпорници R_1 и кондензатор C_1 делују као активна индуктивност:

$$L = -R_1^2 C_1.$$

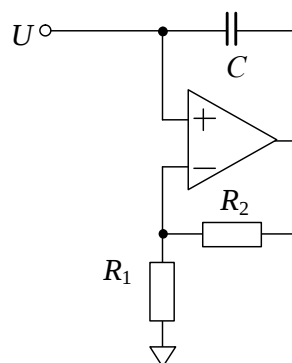
Коло представља филтер пропусник опсега учестаности (*band-pass filter*):

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{Z_{L\parallel C}}{R + Z_{L\parallel C}} = \frac{s \frac{L}{R}}{s^2 RLC + s \frac{L}{R} + 1},$$



где је $Z_{L\parallel C}$ импеданса паралелне везе кондензатора C и активног индуктивног калема.

28. Одредити вредност улазне импедансе кола приказаног на слици, под претпоставком да је операциони појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важе једначине:

$$I = \frac{U - U_A}{\frac{1}{sC}} = (U - U_A)sC, \text{ и}$$

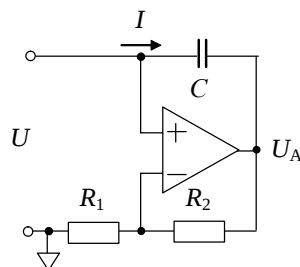
$$U_A = U \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right),$$

на основу којих следи:

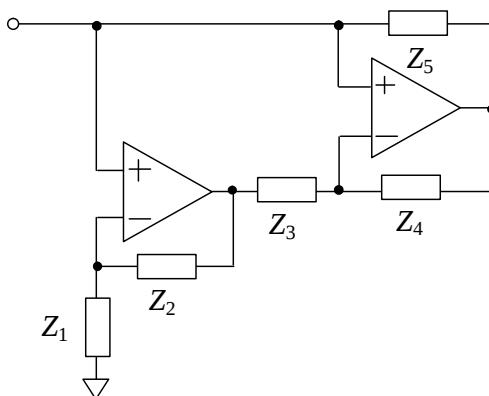
$$Z_1 = \frac{U}{I} = -\frac{R_1}{j\omega R_2 C}.$$

Коло представља активну негативну капацитивност:

$$C_E = -\frac{R_2}{R_1} C.$$



29. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени, одредити израз за вредност улазне импедансе Z_1 .

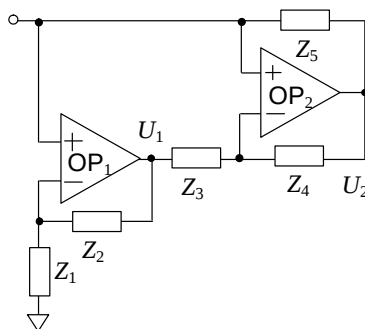


РЕШЕЊЕ

Појачавач OP_1 делује као неинвертујући појачавач чија је функција преноса једнака:

$$W_1(s) = \frac{U_1(s)}{U(s)} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1},$$

где је U напон на улазу кола, а U_1 напон на излазу појачавача OP_1 . На основу ове једначине следи:



$$U_1(s) = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) U(s).$$

Појачавач OP_2 делује као поларисани појачавач за који важи:

$$U_2(s) = \left(1 + \frac{Z_4}{Z_3}\right) U - \frac{Z_4}{Z_3} U_1.$$

где је U_1 напон на излазу појачавача OP_1 . На основу претходних једначина следи:

$$U_2(s) = \left(1 - \frac{Z_4 Z_2}{Z_3 Z_1}\right) U.$$

С обзиром да су појачавачи савршени, улазна струја I једнака је струји I_5 која протиче кроз импедансу Z_5 :

$$I(s) = I_5(s) = \frac{U(s) - U_2(s)}{Z_5},$$

одакле следи општи израз за вредност улазне импедансе:

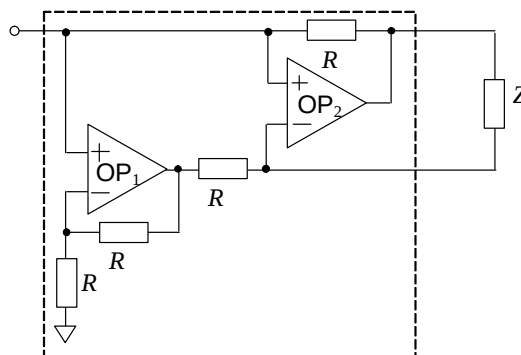
$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}.$$

У случају када је $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_5 = R$, $Z_4 = Z = 1/sC$, важи:

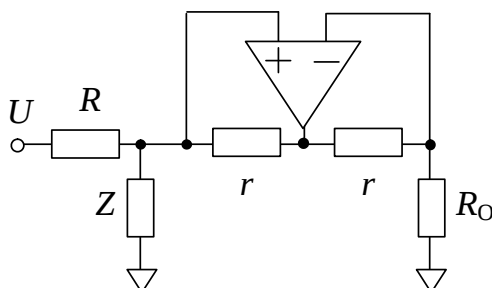
$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = sCR^2.$$

У односу на импедансу Z_4 коло делује као позитивни инвертор импедансе:

$$Z(s) = \frac{R^2}{Z_4(s)}.$$

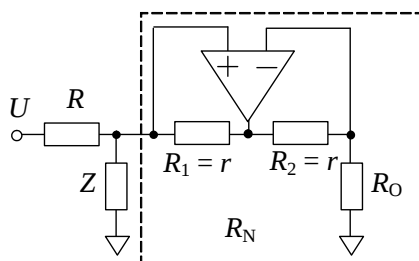


30. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити вредност отпорности R_O тако да струја I не зависи од вредности импедансе Z .



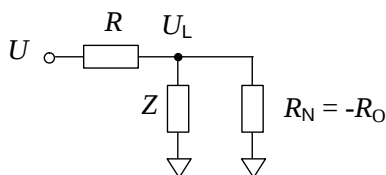
РЕШЕЊЕ

У посматраном колу, активна мрежа коју чине операциони појачавач, отпорници $R_1 = r$, $R_2 = r$ и R_O делује као активни отпорник R_N чија је отпорност негативна:



$$R_N = -\frac{R_1 R_O}{R_2}.$$

Еквивалентно коло је приказано на слици.



Струја I_L кроз импедансу Z одређена је изразом:

$$I_L = \frac{U - U_L}{R} - \frac{U_L}{R_N}.$$

на основу којег следи:

$$I_L = \frac{U}{R} - U_L \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_O} \right) = \frac{U}{R} - I_L Z \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_O} \right).$$

Да струја I_L не зависи од вредности импедансе Z потребно је да буде испуњен услов:

$$R_O = R.$$

31. Класификација претварача импедансе.

ОДГОВОР

Претварач импедансе је електрична мрежа код које улазна импеданса Z_I представља “лик” импедансе оптерећења Z_L . Разликују се четири типа претварача импедансе:

- позитивни конвертор импедансе: $Z_I = \alpha Z_L$,
- негативни конвертор импедансе: $Z_I = -\alpha Z_L$,
- позитивни инвертор импедансе: $Z_I = \frac{r^2}{Z_L}$, и
- негативни инвертор импедансе: $Z_I = -\frac{r^2}{Z_L}$.

3.

ЛОГАРИТАМСКИ И АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ

3.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Под називом “логаритамски појачавач” подразумева се нелинеарни елемент којим се физички остварује математичка операција логаритмовања. Излазна величина, зависно променљива y , сразмерна је логаритму вредности независно променљиве величине x :

$$y \propto \log_b x ; x > 0 ,$$

где је b основа логаритма.

Према дефиницији, операција логаритмовања је инверзна операција операцији степеновања:

$$\log_b (b^x) = x .$$

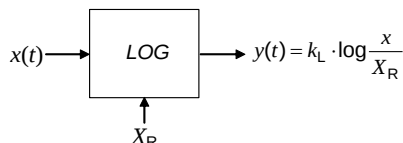
Појачавач чија се излазна величина мења као степен улазне величине назива се “антилогаритамски појачавач”, односно “антилог-појачавач”.

Логаритмовање је аритметичка операција која се обавља над бројевима. Елемент који обавља ову операцију заправо генерише излазни сигнал чији је интензитет сразмеран логаритму броја који представља количник улазне величине x и погодно одабране референтне величине исте физичке природе, X_R :

$$y = k_L \log \frac{x}{X_R} ,$$

где је X_R референтна величина са којом се улазна величина x пореди. Величина k_L представља сачинилац преноса који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине:

$$k_L (=) y .$$



Физички, логаритамски појачавач остварује пресликавање односа x/X_R на однос y/Y_R , при чему Y_R има улогу референтне величине у односу на коју се исказује великост излазне величине:

$$\frac{y}{Y_R} = \log \frac{x}{X_R}.$$

Другим речима, логаритамски појачавач је аналогни мерни систем који мери великост улазне величине x (у односу на величину X_R) а резултат мерења показује у логаритамској размери. На тај начин се остварује сабијање (компресија) скале улазне величине. Знак референтне величине X_R бира се тако да подинтегрална величина x/X_R буде позитивна (логаритам негативног аргумента није реалан број).

Практична остварења елемента који обавља ову операцију заснована су на природном логаритмовању са основом e . Пише се:

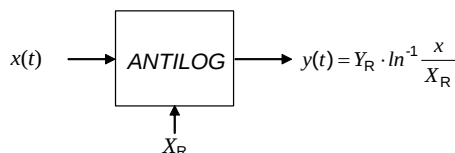
$$\log_e x = \ln x.$$

То у електроници не представља проблем јер се прерачунавање природних логаритама у логаритме са основом b своди се на множење констатом:

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}.$$

Математички модел антилог-појачавача је једначина:

$$y = k_E e^{\frac{x}{X_R}} = k_E \ln^{-1} \frac{x}{X_R},$$



где је k_E сачинилац преноса.

Функционално, антилогаритамски појачавач остварује пресликавање односа x/X_R на однос y/Y_R према релацији:

$$\frac{y}{Y_R} = \ln^{-1} \frac{x}{X_R},$$

у којој Y_R има улогу референтне излазне величине.

Физичку основу за остваривање електронских логаритамских и антилогаритамских појачавача представљају својства PN -споја, односно полупроводничке диоде. У првој апроксимацији, карактеристика $i(u)$ описује се једначином:

$$i = I_S \left(e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{u}{U_T}},$$

где је u напон између прикључака за P и N -област, I_S је инверзна струја засићења, а U_T термички напон (електрични еквивалент температуре), дефинисан формулом:

$$U_T = \frac{kT}{q},$$

у којој симбол q представља елементарно наелектрисање, k Болцманову константу, а T апсолутну температуру. Напон U_T је на собној температури приближно 26 mV.

На основу ове зависности следи да, ако струја i представља улазну а напон u излазну величину, важи:

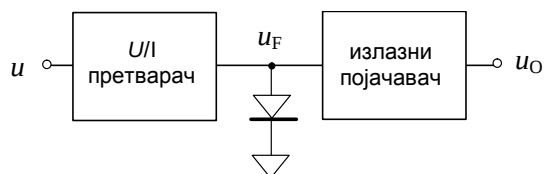
$$u = U_T \ln \frac{i}{I_S},$$

односно:

$$\frac{u}{U_T} = \ln \frac{i}{I_S}.$$

Принципска шема приказана је на слици. Струја кроз диоду једнака је:

$$i = Gu,$$



где је G сачинилац преноса U/I претварача. Излазни напон u_O једнак је:

$$u_O = ku_F = kU_T \ln \frac{i}{I_S} = kU_T \ln \frac{Gu}{I_S} = U_L \ln \frac{u}{U_R},$$

где је U_L референтни излазни, а U_R референтни напон који се пореди са улазним напоном.

За остваривање експоненцијалне функције одређује се струја која тече кроз PN -спој поларисан напоном u , мерењем пада напона u_O који та струја прави на отпорнику познате отпорности:

$$u_O = Ri = RI_S e^{\frac{u}{U_T}}.$$

Ако се уместо диоде као елемент са логаритамском карактеристиком користи транзистор важи релација:

$$u_{BE} = U_T \ln \frac{i_C}{I_{ES}},$$

где је u_{BE} напон база-емитор, i_C струја колектора, а I_{ES} инверзна струја засићења емиторског споја.

3.2. ЗАДАЦИ

1. Нацртати принципску електричну шему логаритамског појачавача са операционим појачавачем и диодом. Написати изразе који представљају математички модел таквог појачавача.

РЕШЕЊЕ

Логаритамски појачавач остварен помоћу операционог појачавача и диоде приказан је на слици.

Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, математички модел посматраног кола чине једначине:

$$i = \frac{u}{R},$$

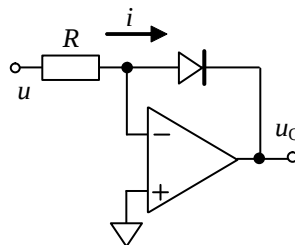
$$u_O = -u_{AK},$$

$$i = I_S \left(e^{\frac{u_{AK}}{U_T}} - 1 \right) \cong I_S e^{\frac{u_{AK}}{U_T}},$$

на основу којих следи:

$$u_O = -U_T \ln \frac{u}{RI_S},$$

где је I_S је инверзна струја засићења диоде, а U_T термички напон.

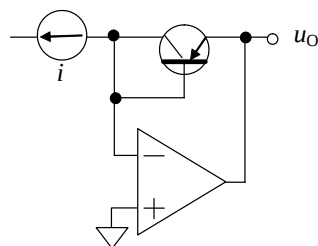


2. Нацртати принципску електричну шему логаритамског појачавача са операционим појачавачем и транзистором у диодном споју.

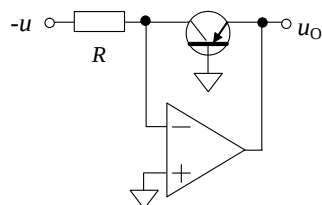
РЕШЕЊЕ

Логаритамски појачавач остварен помоћу операционог појачавача и транзистора повезаног као диода приказан је на слици:

$$u_O = U_T \ln \frac{i}{I_S}.$$



3. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити општи израз за вредност напона на излазу кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Транзистор са уземљеном базом, повезан на начин приказан на слици, назива се “трансдиода” или “Патерсонова диода”. Однос између напона емитор-база, u_{EB} , и струје колектора i_C дат је једначином:

$$u_{EB} = U_T \ln \frac{i_C}{I_{ES}},$$

где је I_{ES} инверзна струја засићења емиторског споја, а струја i_C улазној струји. Излазни напон u_O је једнак напону u_{EB} :

$$i_C = \frac{u}{R},$$

$$u_O = u_{EB} = U_T \ln \frac{u}{RI_S}.$$

Овакав начин повезивања пружа шири радни опсег него у случају када је транзистор повезан као диода (задатак 2).

4. Нацртати принципску електричну шему *antilog*-појачавача са операционим појачавачем и диодом. Написати изразе који представљају математички модел таквог појачавача.

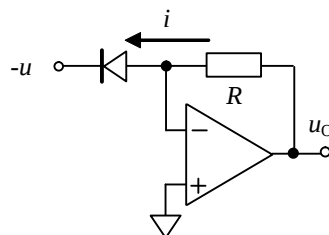
РЕШЕЊЕ

Антилогаритамски појачавач остварен помоћу операционог појачавача и диоде приказан је на слици.

Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, математички модел посматраног кола чине једначине:

$$i = I_S e^{\frac{u}{U_T}},$$

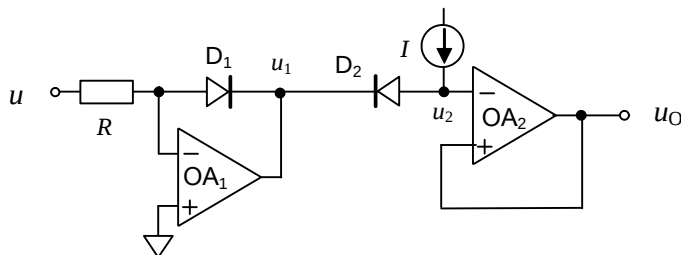
$$u_O = Ri = RI_S e^{\frac{u}{U_T}}.$$



5. Нацртати принципску електричну шему логаритамског појачавача оствареног помоћу диоде, код којег је извршена компензација зависности излазног напона од инверзне струје засићења диоде.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема је приказана на слици.



Помоћу појачавача OA_1 остварује се логаритамска функција. Диоде D_1 и D_2 су упарене, тако да напон u_2 , који делује на инвертујућем улазу појачавача OA_2 , не зависи од струје I_S :

$$u_2 = U_{F2} - U_T \ln \frac{u}{RI_S} = U_T \ln \frac{I}{I_S} - U_T \ln \frac{u}{RI_S}.$$

Сређивањем се добија:

$$u_O = u_2 = U_T (\ln I - \ln I_S - \ln u + \ln R + \ln I_S) = -U_T \ln \frac{u}{RI}.$$

6. Нацртати принципску електричну шему логаритамског појачавача са транзисторима код којег је извршена компензација зависности излазног напона од инверзне струје засићења емиторског споја.

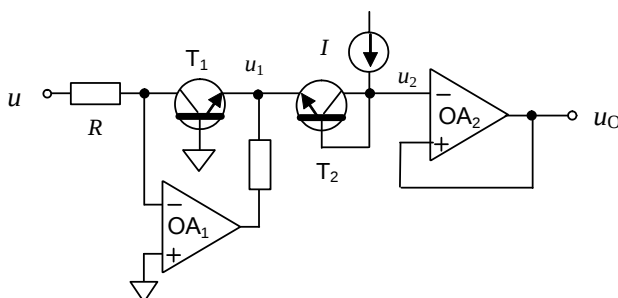
РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема је приказана на слици. Излазни напон u_O одређен је изразом:

$$u_O = u_2 = U_{CE2} - U_T \ln \frac{u}{RI_{ES1}} = U_T \ln \frac{I}{I_{ES2}} - U_T \ln \frac{u}{RI_{ES1}},$$

одакле следи:

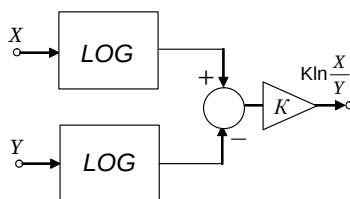
$$u_O = -U_T \ln \frac{u}{RI} \frac{I_{ES2}}{I_{ES1}}.$$



Ако су транзистори T_1 и T_2 упарени, њихове инверзне струје засићења емиторског споја су једнаке ($I_{ES1} = I_{ES2}$), тако да важи:

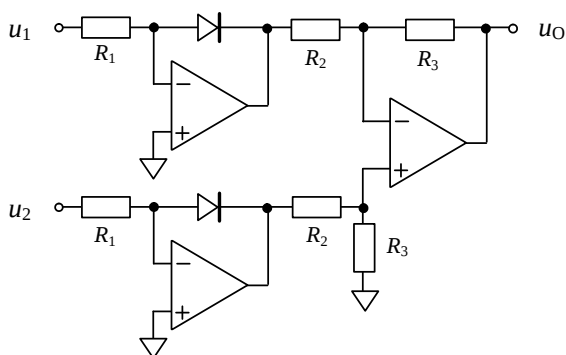
$$u_O = -U_T \ln \frac{u}{RI}.$$

7. Нацртати принципску електричну шему појачавача логаритамског односа, чији је општи структурни блок-дијаграм приказан на слици.



РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема је приказана на слици.



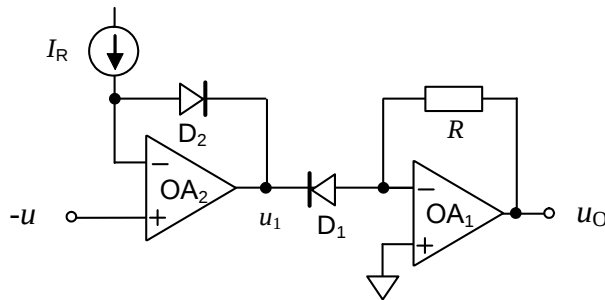
Излазни напон u_O одређен је изразом:

$$u_O = \frac{R_3}{R_2} U_T \ln \frac{u_1}{u_2}.$$

8. Нацртати принципску електричну шему антилогаритамског појачавача са диодом код којег је извршена компензација зависности излазног напона од инверзне струје засићења диоде.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема је приказана на слици.



Излазни напон u_O одређен је изразом:

$$u_O = R I_{S1} e^{\frac{-u_1}{U_T}} = R I_{S1} e^{\frac{u}{U_T} + \frac{I_R}{I_{S2}}} = R I_{S1} e^{\frac{u}{U_T}} e^{\frac{I_R}{I_{S2}}} = R I_{S1} \frac{I_R}{I_{S2}} e^{\frac{u}{U_T}}.$$

Ако су диоде D_1 и D_2 упарене следи:

$$u_O = R I_R e^{\frac{u}{U_T}}.$$

4.

МНОЖАЧИ И ДЕЛИТЕЉИ

4.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Електронски множач је елемент типа улаз-излаз који на свом излазу даје сигнал чији је информациони параметар сразмеран производу вредности информационих параметара два или више независних улазних сигнала. Према својствима улазних и излазних величина, множачи могу да се поделе на аналогне, дигиталне и хибридне. Аналогни множач је елемент којим се физички остварује операција множења аналогних величина.

Дигитални множачи обрађују дигиталне величине. Обрада аналогних сигнала тада подразумева и претварање облика представљања информације из аналогног у дигитални. Хибридни множачи спадају у мешовита кола у којима постоје и аналогни и дигитални сигнали.

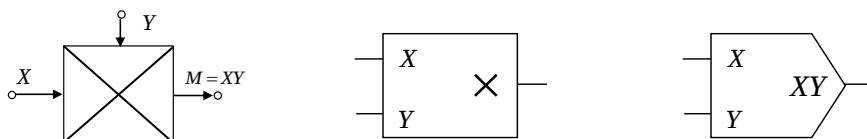
У основном облику, математички модел савршеног множача аналогних величина представља израз:

$$M = k_M XY,$$

где X и Y означавају улазне, а M излазну величину. Сачинилац преноса обезбеђује димензионалну једнакост леве и десне стране једначине:

$$k_M(=) \frac{M}{XY}.$$

Множач је нелинеарни елемент са два (или више) улаза и једним излазом. Графички симболи множача приказани су на слици.



Основни типови множача аналогних величина су:

- множачи на бази квадратора,
- логаритамски множачи,
- множачи на бази транскондуктансе,
- множачи на бази Холовог ефекта,
- множачи на бази модулације.

Посебну групу представљају множачи аналогних величина засновани на претварању информација из аналогног у неки други облик. Овде спадају и импулсни множачи.

Рад импулсног множача почива на пресликавању сигнала из аналогног у импулсни домен. Општи структурни блок-сијаграм ове класе множача аналогних величина приказан је на слици.



Импулсни претварач је управљани генератор импулса којим се улазна величина, представљена напоном $u_X(t)$, пресликава у величину представљену временским параметрима поворке импулса $u_P(t)$. Модулацијом амплитуде ових импулса, улазним напоном $u_Y(t)$, добијају се импулси правоугаоног таласног облика, амплитудски и временски модулисани тако да је њихова средња вредност сразмерна производу улазних величина:

$$u_O = \overline{u_M(t)} = \frac{u_X u_Y}{u_Z}.$$

У најједноставнијем случају информациони параметар импулсног претварача је релативна ширина правоугаоних импулса:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = k_\theta u_X,$$

где је k_θ сачинилац сразмере, T_H је трајање, а T период појављивања импулса.

Амплитудска модулација се остварује помоћу аналогног прекидача који на свом излазу даје напон $u_M(t)$ који је једнак напону u_Y за време трајања импулса, односно напон једнак нули за време паузе између импулса:

$$u_M(t) = \begin{cases} u_Y & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_H \\ 0 & \text{за } t_m + T_H \leq t < t_{m+1} \end{cases},$$

где је t_m тренутак појављивања m -тог импулса.



За одређивање средње вредности напона $u_M(t)$ обично се промењује филтер пропусник ниских учестаности који омогућује екстракцију једносмерне компоненте пулсирајућег сигнала. Ако су напони u_X и u_Y стални током интервала посматрања, важи:

$$u_O = k_{LPF} \overline{u_M(t)} = k_{LPF} u_Y \theta = k_{LPF} k_\theta u_X u_Y = k_M u_X u_Y,$$

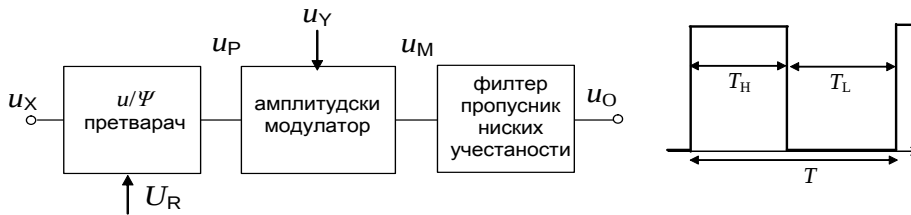
где је k_{LPF} сачинилац преноса филтра пропусника ниских учестаности, а k_M сачинилац преноса множача у целини:

$$k_M = k_{LPF} k_\theta.$$

Амплитуда импулса на излазу амплитудског модулятора може да има оба знака, али је величина θ , по својој дефиницији, ненегативна величина, па је ова врста множача инхерентно двоквадрантна. Множење у четири квадранта може да се оствари ако се као информациони параметар, уместо “сачиниоца испуне” импулсног низа (величина θ), користи биполарна величина Ψ , дефинисана као количник временских односа разлике и збира трајања једног и другог бинарног стања, тако да важи:

$$\Psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = k_\Psi \frac{u_X}{U_R},$$

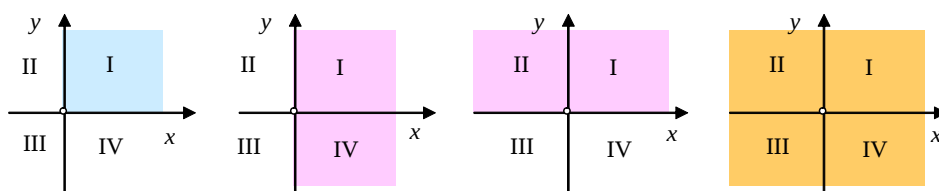
где је k_Ψ бездимензиона константа. Структурни блок дијаграм таквог множача приказан је на слици.



Ова врста импулсног множача се назива “time-division multiplier”. Излазни напон u_O одређен је изразом:

$$u_O = \overline{u_M} = k_A u_Y \Psi = k_\Psi k_A \frac{u_X u_Y}{U_R}.$$

Према области дефинисаности множачи могу да буду једноквадрантни, двоквадрантни или четвороквадрантни. Једноквадрантни могу да обрађују сигнале који припадају само једном квадранту у XY -равни. Радна област двоквадрантног множача обухвата два квадранта, што значи да је једна од улазних величина биполарна. Четвороквадрантни множач обухвата сва четири квадранта. Такав множач може да прихвати (обрађује) сигнале за све четири комбинације знака улазних величина и обезбеди излаз одговарајућег знака.



У општем случају математички модел множача може да се представи у облику:

$$M = k_M XY + \Delta M(X, Y),$$

где ΔM означава грешку остваривања операције множења, која зависи од вредности улазних величина. Најзначајније изворе грешке представљају одступања сачиниоца преноса (константе појачања) k_M од називне вредности (Δk_M), помераји нуле на улазима (X_0 и Y_0), померај нуле на излазу (ΔM_0), као и грешка оператора множења (грешка којом се моделује операција множења). Множач може да се моделује изразом:

$$M = (k_M + \Delta k) \{ (X + X_0)(Y + Y_0) + \Delta M_0 + f(X, Y) \}.$$

Грешка која потиче од помераја нуле на улазима (X_0 и Y_0) испољава се на два начина: као пресликавање улаза на излаз без множења и као додатни померај нуле на излазу:

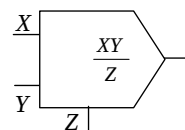
$$M_{X_0 Y_0} = k_M (XY + YX_0 + XY_0 + X_0 Y_0).$$

Компонента грешке која потиче од пресликавања улаза на излаз без множења назива се “цурење” (*leakage*).

У интегрисаној технологији производе се вишенаменски аналогни рачунски елементи чији математички модел има облик:

$$MZ = kXY,$$

односно:



$$M = k \frac{XY}{Z}$$

где је M излазна величина, X , Y , и Z , су улазне величине, а k сачинилац преноса. Ако све величине имају исту физичку природу:

$$k(=)1.$$

4.2. ЗАДАЦИ

1. Нацртати принципску шему множача аналогних величина оствареног применом логаритамског појачавача. Написати изразе који представљају математички модел таквог множача.

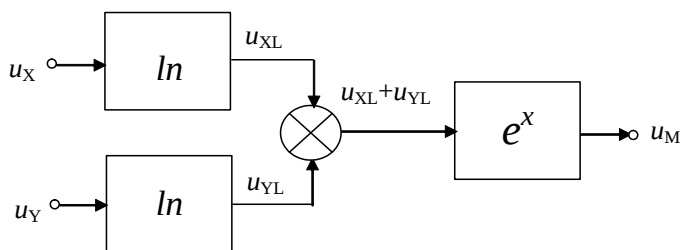
РЕШЕЊЕ

Рад ове врсте множача заснива се на идентитету који важи за операцију логаритмовања:

$$\ln XY = \ln(X) + \ln(Y), \text{ односно:}$$

$$XY = \ln^{-1}[\ln(X) + \ln(Y)] = e^{\ln(X) + \ln(Y)}.$$

Принципска блок-шема множача аналогних величина оствареног применом ове релације приказана је на слици.



Математички модел кола чине једначине:

$$u_{XL} = U_T \ln \frac{u_X}{U_R},$$

$$u_{YL} = U_T \ln \frac{u_Y}{U_R},$$

$$u_M = U_R e^{\frac{u_{XL} + u_{YL}}{U_T}},$$

где су U_R и U_T сачиниоци преноса који обезбеђују димензиону једнакост леве и десне стране једначине. На основу ових једначина следи:

$$u_M = U_R e^{\left(\ln \frac{u_X}{U_R} + \ln \frac{u_Y}{U_R} \right)} = U_R e^{\ln \frac{u_X}{U_R}} \cdot e^{\ln \frac{u_Y}{U_R}} = \frac{u_X u_Y}{U_R}.$$

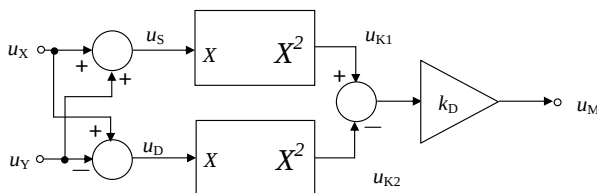
2. Нацртати принципску шему множача аналогних величина оствареног применом квадратора. Написати изразе којима је дефинисан математички модел таквог множача.

РЕШЕЊЕ

Рад ове врсте множача аналогних величина заснован је на идентитету:

$$XY = \frac{(X + Y)^2 - (X - Y)^2}{4}.$$

Принципска блок шема приказана је на слици:



Математички модел система чине једначине:

$$u_S = u_X + u_Y,$$

$$u_D = u_X - u_Y,$$

$$u_{K1} = k_K u_S^2,$$

$$u_{K2} = k_K u_D^2,$$

$$u_M = k_D (u_{K1} - u_{K2}),$$

где је k_K сачинилац преноса квадратора, а k_D појачање излазног појачавача. На основу претходних једначина следи:

$$u_M = k_K k_D (u_S^2 - u_D^2) = k_K k_D [(u_X + u_Y)^2 - (u_X - u_Y)^2] = 4k_K k_D u_X u_Y = k_M u_X u_Y.$$

3. Нацртати принципску шему кола које омогућује остваривање операције израчунавања квадрата вредности улазног напона применом множача аналогних величина. Написати израз који представља математички модел таквог кола.

РЕШЕЊЕ

На слици је приказана принципска шема квадратора оствареног помоћу множача аналогних величина чија је карактеристика преноса:

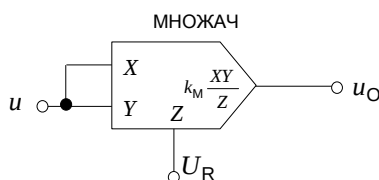
$$u_M = k_M \frac{u_X u_Y}{u_Z},$$

где је u_M излазни напон, k_M је сачинилац размере, а u_X , u_Y и u_Z представљају вредности улазних напона множача.

Вредност излазног напона у овом случају једнака је:

$$u_O = k_M \frac{u^2}{U_R},$$

где је U_R референтни напон.



4. Нацртати принципску шему кола које омогућује остваривање операције израчунавања трећег степена улазног напона применом множача аналогних величина. Написати израз за вредност излазног напона.

РЕШЕЊЕ

На слици је приказана принципска шема кола за одређивање трећег степена, оствареног помоћу множача аналогних величина чија је карактеристика преноса:

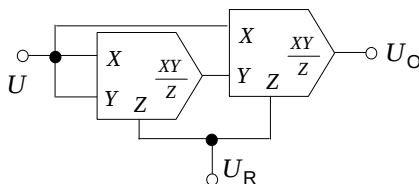
$$U_M = k_M \frac{U_X U_X}{U_Z}$$

где је U_M излазни напон, k_M је сачинилац преноса, а U_X , U_Y и U_Z представљају улазне напоне множача.

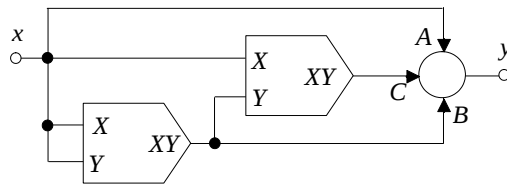
Вредност излазног напона у овом случају једнака је:

$$U_O = k_M \frac{U^3}{U_R^2},$$

где је U_R референтни напон.



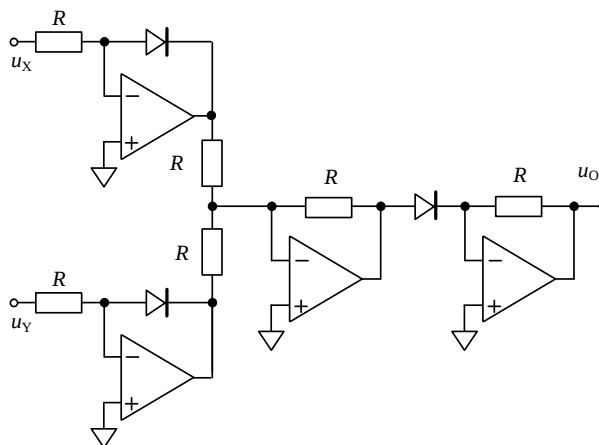
5. Одредити израз за вредност излазне величине кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

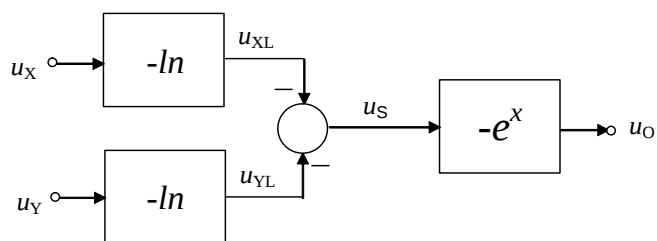
$$y = Ax + By^2 + Cx^3$$

6. Одредити израз за вредност напона на излазу кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се прикаже еквивалентним блок-дијаграмом датим на слици.



Математички модел овог кола чине једначине:

$$u_{XL} = -U_T \ln \frac{u_X}{RI_S},$$

$$u_{YL} = -U_T \ln \frac{u_Y}{RI_S},$$

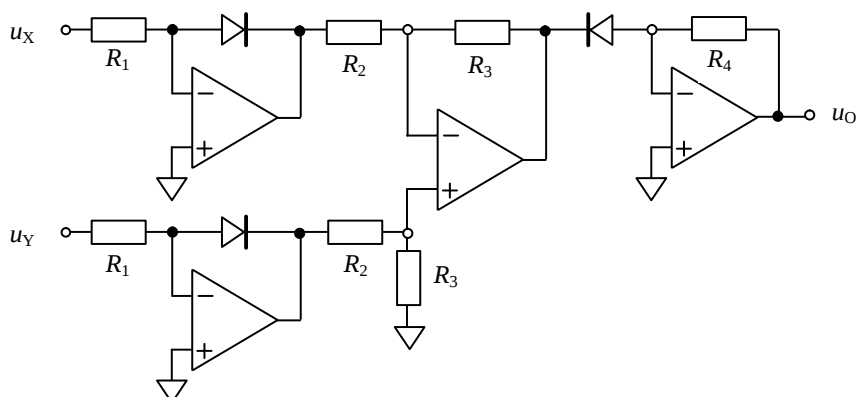
$$u_S = -u_{XL} - u_{YL}, \text{ и}$$

$$u_O = -RI_S e^{\frac{u_{XL} + u_{YL}}{U_T}},$$

на основу којих следи:

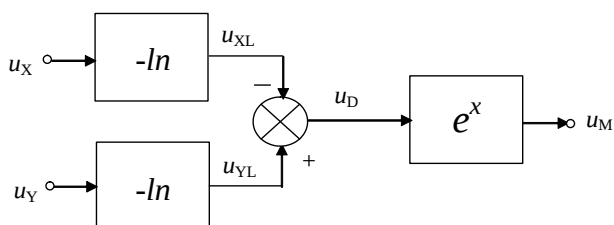
$$u_O = -RI_S e^{\left(\ln \frac{u_X}{RI_S} + \ln \frac{u_Y}{RI_S} \right)} = -RI_S e^{\ln \frac{u_X}{RI_S}} \cdot e^{\ln \frac{u_Y}{RI_S}} = -\frac{u_X u_Y}{RI_S}.$$

7. Одредити израз за вредност напона на излазу кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Еквивалентни блок-дијаграм посматраног кола приказан је на слици.



Математички модел овог кола чине једначине:

$$u_{XL} = -U_T \ln \frac{u_X}{RI_S},$$

$$u_{YL} = -U_T \ln \frac{u_Y}{RI_S},$$

$$u_D = -u_{XL} + u_{YL}, \text{ и}$$

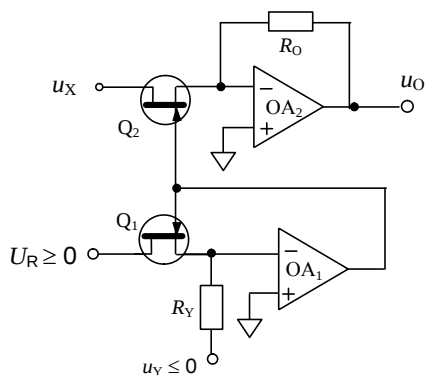
$$u_M = RI_S e^{\frac{u_{XL} + u_{YL}}{U_T}},$$

на основу којих следи:

$$u_M = RI_S e^{\left(\ln \frac{u_X}{RI_S} - \ln \frac{u_Y}{RI_S} \right)} = RI_S \frac{e^{\ln \frac{u_X}{RI_S}}}{e^{\ln \frac{u_Y}{RI_S}}} = RI_S \frac{u_X}{u_Y}.$$

Посматрано коло представља делитељ напона u_X и u_Y .

8. Под претпоставком да су у колу са савршеним операционим појачавачима, приказаном на слици, примењени упарени (идентични) транзистори, одредити, општи израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

N -канални транзистори са ефектом поља у овом колу имају улогу напонски контролисаних отпроника. Излазни сигнал u_O узима се са излаза операционог појачавача OA_2 на чијем улазу, преко транзистора Q_2 , делује улазни напон u_X . Излазни сигнал u_O једнак је:

$$u_O = -\frac{u_X}{R_{F2}} R_O,$$

где је R_{F2} отпорност канала транзистора Q_2 која је одређена напоном који делује на његовом гејту.

Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача OA_1 обезбеђује да струја која протиче кроз транзистор Q_1 буде једнака улазној струји коју узима извор напона прикључен на у-улазу кола:

$$\frac{U_R}{R_{F1}} + \frac{u_Y}{R_Y} = 0,$$

где је R_{F1} отпорност канала транзистора Q_1 која одговара овом стању, а U_R референтни напон, чији је поларитет супротан од поларитета улазног напона u_Y .

На основу претходних једначина следи:

$$u_O = -\frac{u_X u_Y}{U_R} \frac{R_O}{R_Y} \frac{R_{F1}}{R_{F2}}, \quad u_Y \leq 0.$$

Ако су транзистори упарени биће:

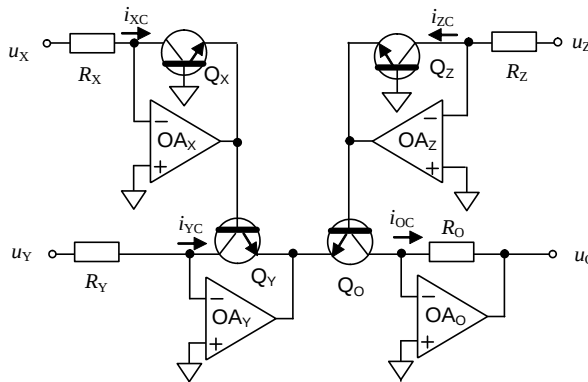
$$R_{F2} = R_{F21},$$

односно:

$$u_O = -\frac{u_X u_Y}{U_R} \frac{R_O}{R_Y}.$$

Карактеристика преноса овог кола не зависи од нелинеарности функције која представља зависност отпорности канала од напона гејт-сорс.

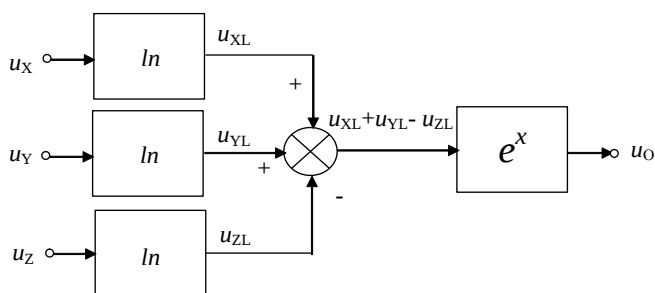
9. На слици је приказан је вишенаменски аналогни рачунски елемент са три улаза и једним излазом, чији је рад заснован на примени *log*- и *antilog*-појачавача. Под претпоставком да су операциони појачавачи савршени, одредити општи израз за вредност излазног напона u_O .



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се представи еквивалентним блок-дијаграмом приказаним на слици. Излазни напон је сразмеран односу напона u_X , u_Y и u_Z :

$$u_O \propto \frac{u_X u_Y}{u_Z}.$$



Комбинације појачавача OA_X и транзистора Q_X , односно OA_Z/Q_Z , представљају основну структуру логаритамског појачавача. Сличан спој је примењен за појачавач OA_Y/Q_Y при чему је транзистор Q_Y повезан са Q_X тако да омогући сабирање одговарајућих логаритамских сигнала.

Антилогаритамски транзистор Q_O је повезан са Q_Y и Q_Z тако да се постигне:

$$u_{BEO} = u_{BEX} + u_{BEY} - u_{BEZ},$$

односно:

$$i_{CO} = \frac{i_{CX} i_{CY}}{i_{CZ}},$$

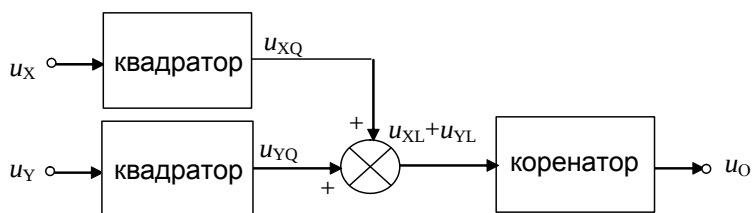
што даје:

$$u_O = R_O i_{CO} = \frac{R_O R_Z}{R_X R_Y} \frac{u_X u_Y}{u_Z}.$$

10. Нацртати принципску шему кола за израчунавање модула дводимензионалног вектора чије су компоненте напони u_X и u_Y .

РЕШЕЊЕ

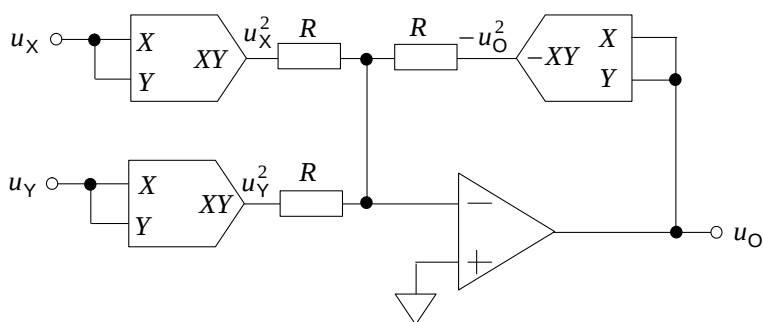
Еквивалентни блок-дијаграм кола приказан је на слици.



Математички модел овог кола чини једначина:

$$u_O = \sqrt{u_X^2 + u_Y^2}.$$

Принципска електрична шема остварена помоћу аналогних множача приказана је на слици.



На основу једнакости:

$$\frac{u_X^2}{R} + \frac{u_Y^2}{R} - \frac{u_O^2}{R} = 0, \text{ односно:}$$

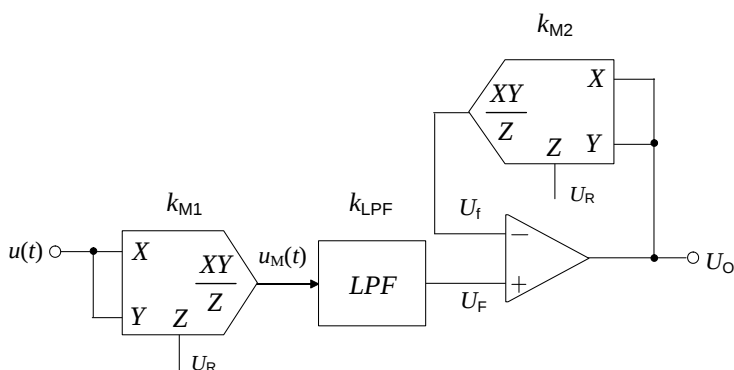
$$u_O^2 = u_X^2 + u_Y^2,$$

слиди тражена зависност.

11. Нацртати принципску шему кола за одређивање ефективне вредности напона према дефиницији ове величине.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема за израчунавање ефективне вредности напона приказана је на слици.



Математички модел система чине једначине:

$$u_{M1}(t) = k_{M1} \frac{u^2(t)}{U_R},$$

$$U_F = k_{LPF} u_{M1}(t),$$

$$U_f = U_F, \text{ и}$$

$$U_f = k_{M2} \frac{U_O^2}{U_R},$$

у којима k_{M1} и k_{M2} представљају сачиниоце преноса множача, а k_{LPF} сачинилац преноса филтра. На основу ових једначина следи:

$$U_O = \sqrt{\frac{U_f U_R}{k_{M2}}} = \sqrt{\frac{U_F U_R}{k_{M2}}} = \sqrt{\frac{k_{LPF} u_M(t) U_R}{k_{M2}}} = \sqrt{k_{LPF} \frac{k_{M1}}{k_{M2}} u^2(t)} = \sqrt{k_{LPF} \frac{k_{M1}}{k_{M2}}} U_{ef}.$$

Ако је $k_{M1} = k_{M2}$ сачинилац преноса система зависи само од сачиниоца преноса филтра.

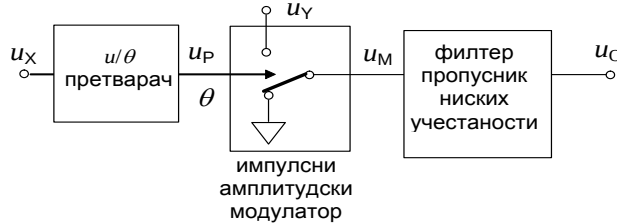
12. Нацртати принципску шему двоквадрантног импулсног множача заснованог на принципу константне ширине импулса. Објаснити принцип рада.

РЕШЕЊЕ

Принципска блок шема импулсног множача оствареног применом ширинске модулације приказана је на слици. Улазна величина, представљена напоном $u_X(t)$, пресликава се у поворку правоугаоних импулса чији информациони параметар је релативна ширина правоугаоних импулса:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = k_\theta u_X,$$

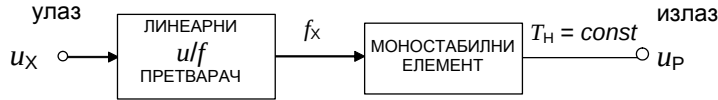
где је k_θ сачинилац сразмере, T_H је трајање, а T период појављивања импулса.



Напон u_O на излазу кола сразмеран је средњој вредности напона $u_M(t)$:

$$u_O(t) = \overline{u_M(t)} = u_Y \theta \propto u_Y u_X.$$

Линеарно пресликавање $u \rightarrow \theta$ остварује се применом линеарног u/f претварача, којим се информација садржана у вредности напона пресликава на информацију представљену учестаношћу појављивања импулса. Помоћу моностабилног елемента обезбеђује се да ширина излазних импулса, T_H , буде константна. Блок-дијаграм u/θ претварача заснованог на оваком приступу приказан је на слици.



Учестаност импулса на излазу u/f претварача сразмерна је вредности напона u_X :

$$f = k_F u_X,$$

при чему је сачинилац сразмере, k_F , тако одређен да период импулса на излазу u/θ претварача не може да буде краћи од њихове ширине T_H :

$$k_F \leq \frac{1}{T_H \max u_X}.$$

Другим речима, учестаност излазног сигнала не може да буде већа од максималне вредности која је једнака $1/T_H$.

Вредност параметра θ једнака је:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = T_H f = k_\theta u_X.$$

Сачинилац преноса u/θ претварача k_θ једнак је:

$$k_\theta = k_F T_H \leq \frac{1}{\max u_X}.$$

За излазни напон важи:

$$u_O = k_{LPF} \overline{u_M(t)} = k_{LPF} u_Y \theta = k_{LPF} k_\theta u_X u_Y = k_M u_X u_Y,$$

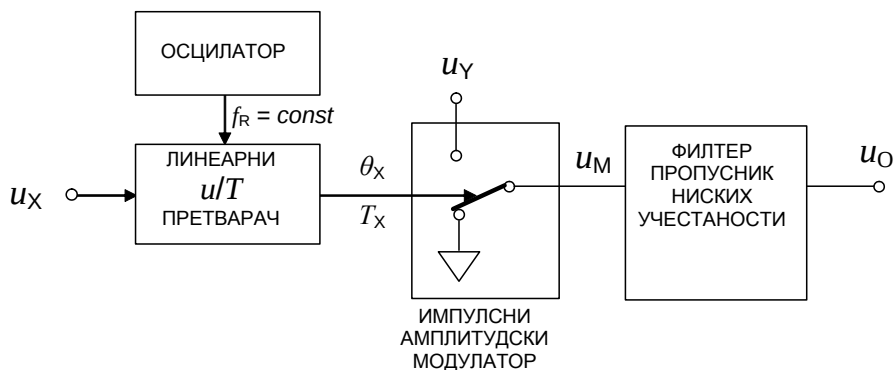
где је k_{LPF} сачинилац преноса филтра пропусника ниских учестаности, а k_M сачинилац преноса множача у целини:

$$k_M = k_{LPF} k_F T_H.$$

13. Нацртати принципску шему двоквадрантног импулсног множача заснованог на методу константне учестаности. Објаснити принцип рада.

РЕШЕЊЕ

Импулсни множач заснован на принципу ширинске модулације може да буде на остварен применом претварача којим се информација, садржана у вредности улазног напона, пресликава на информацију представљену трајањем временског интервала. Принципска блок-шема таквог u/θ претварача приказана је на слици.



Осцилатор сталне учестаности f_R побуђује линеарни u/T претварач који на свом излазу даје импулс чије је трајање сразмерно вредности напона u_X :

$$T_X = k_T u_X,$$

где је k_T сачинилац сразмере. У овом случају модулисана величина је трајање импулса (*pulse-duration modulation*).

Вредност параметра θ одређена је изразом:

$$\theta = T_X f_R = k_T f_R u_X,$$

при чему је сачинилац сразмере, k_T , тако одређен да трајање импулса на излазу u/T претварача не може да буде дуже од периода њиховог појављивања. Другим речима, ширина импулса не може да буде већа од максималне вредности која је једнака $1/f_R$.

Почетак одмеравања временског интервала T_X одређен је импулсима тактног осцилатора. Трајање је одређено временом потребним да се напон $u_R(t)$, који линеарно расте са временом, промени од почетне вредности једнаке нули до вредности коју има напон u_X . За напон $u_R(t)$ важи:

$$u_R(t) = k_U(t - t_0),$$

где је t_0 тренутак појављивања импулса референтног осцилатора, а k_U константа, која представља брзину промене напона $u_R(t)$:

$$k_U = \frac{du_R}{dt} = \frac{\max u_R}{\max T_H} = f_R \max u_R.$$

На основу једначине којом је дефинисана вредност напона $u_R(t)$ следи:

$$T_X = \frac{u_X}{f_R \max u_R},$$

односно:

$$\theta = \frac{u_X}{\max u_R}.$$

Напон $u_R(t)$ добија се помоћу интегратора на чијем улазу делује стална побуда. Као интеграциони елемент користи се кондензатор, а подинтегралну (референтну) величину представља струја. Временски интервал T_X потребан да напон на кондензатору достигне вредност напона u_X једнак је:

$$T_X = C \frac{u_X}{I_R}.$$

где је C капацитивност кондензатора, а I_R струја која се интегрира.

Вредност параметра θ одређена је изразом:

$$\theta = \frac{T_X}{T_R} = \frac{f_R C}{I_R} u_X.$$

Средња вредност поворке импулса чија је амплитуда једнака u_Y а трајање T_X једнака је:

$$u_O = u_Y \theta = k_M u_X u_Y ,$$

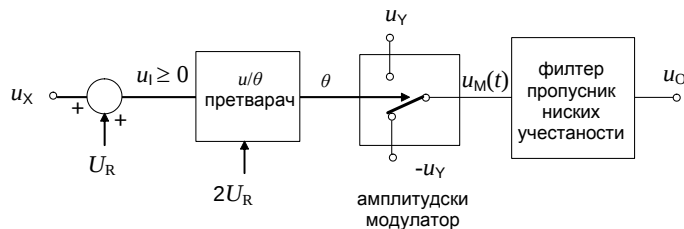
где је k_M сачинилац преноса множача у целини:

$$k_M = \frac{k_T f_R C}{I_R} .$$

14. Нацртати принципску шему четвороквадрантног импулсног множача оствареног поларизацијом u/θ претварача. Објаснити принцип рада.

РЕШЕЊЕ

Основни недостатак импулсних множача заснованих на ширинској модулацији огледа се у чињеници да величина θ не може да буде негативна, што имплицира да је операција множења изводљива само у два квадранта. Множење у четири квадранта може да се оствари одговарајућом претполаризацијом улаза u/θ претварача и одговарајућом модификацијом амплитудског модулятора, као што је приказано на слици.



Улазни напон u_X сабира се са референтним напоном U_R тако да на улазу u/θ претварача делује напон u_I који је увек позитиван ако је улазни напон већи од $-U_R$. Вредност параметра θ на његовом излазу једнака је:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{u_X + U_{REF}}{2U_{REF}} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_X}{U_{REF}} + 1 \right) \geq 0 ,$$

где је T_H трајање (ширина) излазних импулса, а T_L трајање “паузе” између импулса.

Амплитудски модулатор је преклопни аналогни прекидач који даје биполарне импулсе:

$$u_M(t) = \begin{cases} u_Y & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_H \\ -u_Y & \text{за } t_m + T_H \leq t < t_{m+1} \end{cases},$$

где је t_m тренутак појављивања m -тог импулса. Средња вредност овако добијеног низа правоугаоних импулса једнака је:

$$\overline{u_M} = \frac{u_Y T_H - u_Y T_L}{T_H + T_L} = u_Y \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = u_Y \left(\theta - \frac{T_L}{T_H + T_L} \right).$$

На основу дефиниције параметра θ следи:

$$\frac{T_L}{T_H + T_L} = \frac{T_H + T_L - T_H}{T_H + T_L} = 1 - \theta,$$

па се за излазни напон u_O обија:

$$u_O = \overline{u_M} = u_Y (2\theta - 1),$$

односно, када су узме у обзир и једначина за θ :

$$u_O = \frac{u_X u_Y}{u_R}.$$

15. Нацртати принципску шему четвороквадрантног импулсног множача “time-division” типа.

РЕШЕЊЕ

Импулсни множач “time-division” типа заснован је на пресликавању улазног напона u_X у поворку правоугаоних импулса чији је информациони параметар биполарна величина Ψ , дефинисана као количник временских односа разлике и збира трајања једног и другог бинарног стања, тако да важи:

$$\Psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = k_\Psi \frac{u_X}{U_R},$$

где је T_H трајање (ширина) излазних импулса, T_L је трајање “паузе” између импулса, а k_Ψ бездимензиона константа.

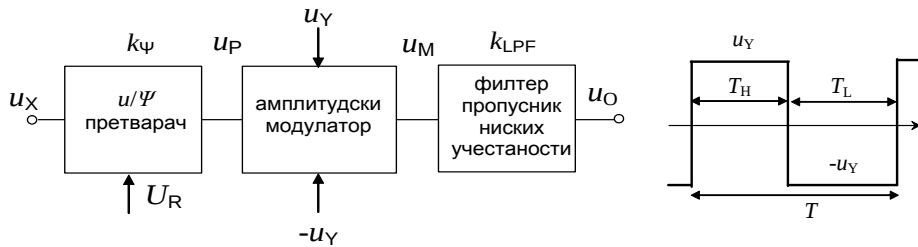
Модулацијом амплитуде ових импулса напоном u_Y добија се пулсирајући напон $u_M(t)$ за који важи:

$$u_M(t) = \begin{cases} u_Y & \text{за } t_m \leq t \leq t_m + T_H \\ -u_Y & \text{за } t_m + T_H < t < t_{m+1} \end{cases},$$

где је t_m тренутак појављивања m -тог импулса. Средња вредност овако добијеног низа правоугаоних импулса једнака је:

$$\overline{u_M} = \frac{u_Y T_H - u_Y T_L}{T_H + T_L} = u_Y \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = u_Y \psi = k_\psi \frac{u_X u_Y}{U_R}.$$

Структурни блок дијаграм таквог множача приказан је на слици.



Излазни напон u_O одређен је изразом:

$$u_O = k_{LPF} \overline{u_M} = k_{LPF} u_Y \psi = k_\psi k_{LPF} \frac{u_X u_Y}{U_R},$$

где је k_{LPF} сачинилац преноса филтра пропусника ниских учестаности.

ИМПУЛСНА И ДИГИТАЛНА КОЛА

5.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

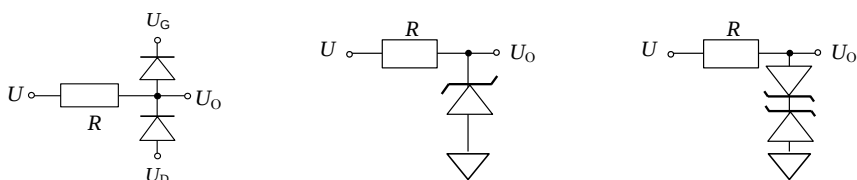
Под називом импулс у електротехници се подразумева нагла промена кратког трајања неке физичке величине, праћена брзим повратком на почетно стање. У ужем смислу, овај назив означава појединачни пролазни поремећај у низу који се појављује у правилним временским размацима, али и кратак низ таласа високе учестаности. Строго посматрано, импулсни сигнали представљају аналогне сигнале, јер дефиниција аналогних сигнала не садржи ограничења у погледу брзине промене посматране величине. Импулсни сигнали су непрекидни по времену, али се њихова вредност мења нагло, скоковито.

Основну операцију при раду са импулсним сигналимa представља њихово обликовање у складу са потребама даље обраде. Под уобличавањем сигнала у ужем смислу се подразумева њихово ограничавање и усмеравање, као и њихово обликовање у импулсе одређеног, најчешће правоугаоног таласног облика. Посебан вид уобличавања представља детектовање узлазне (“предње”) односно силазне (“задње”) ивице сигнала.

У основном облику, **ограничавач** је елемент који “не дозвољава” да вредност сигнала, који прослеђује на свој излаз, буде већа од неке горње граничне вредности U_G , односно мања од доње граничне вредности U_D . Математички модел таквог елемента је израз:

$$u_o(t) = \begin{cases} U_G; u_o(t) \geq U_G \\ U; U_D < U < U_G \\ U_D; u_o(t) \leq U_D \end{cases},$$

а његова реализација помоћу полупроводничких диода приказана је на слици.



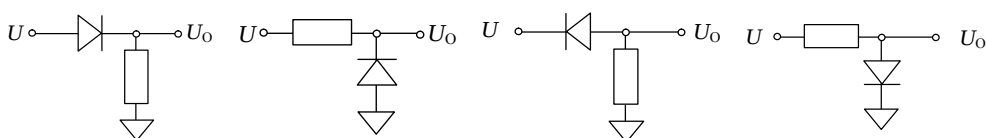
Усмерач је елемент који на излаз “пропушта” само сигнал једног одређеног поларитета, позитивног или негативног, тако да излазна величина може да има само један знак. Разликују се два типа усмерача, једнострани и двострани. При побуди наизменичним сигналом, једнострани (полуталасни) усмерач пропушта на излаз само једну његову “страну”, позитивну или негативну. Такав елемент је описан карактеристиком:

$$u_o(t) = \begin{cases} u(t) & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ 0 & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases},$$

ако пропушта само позитиван сигнал, односно:

$$u_o(t) = \begin{cases} 0 & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ u(t) & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases},$$

ако пропушта само негативан сигнал. Основни облици једностраних усмерача приказани су на слици.



Двострани (“пуноталасни”) усмерач је описан карактеристиком:

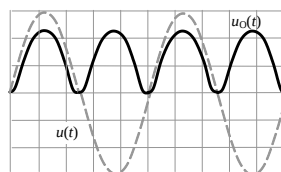
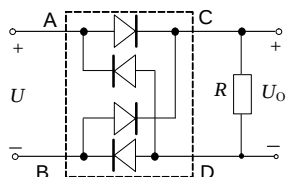
$$u_o(t) = \begin{cases} u(t) & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ -u(t) & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases},$$

за неинвертујући, односно:

$$u_o(t) = \begin{cases} -u(t) & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ u(t) & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases},$$

за инвертујући усмерач.

Двострано усмеравање се најједноставније остварује помоћу четири диоде повезане на начин приказан на слици. Треба уочити да у овом случају улазни и излазни приступ немају заједнички прикључак. На слици је приказан одзив двостраног усмерача на побуду наизменичним напонам.



Четири усмерачке диоде у овој мрежи образују структуру која се назива “мост”. Извор улазног сигнала се прикључује на “главну” (улазну) дијагоналу AB , а излаз се узима “мерне” (излазне) дијагонале CD . Струја кроз спољашње коло (оптерећење R) може да протиче само у смеру од прикључка C ка прикључку D . Карактеристика улаз-излаз кола са савршеним диодама описана је изразом:

$$U_O = \begin{cases} U & \text{ако је } U > 0 \\ 0 & \text{ако је } U = 0 \\ -U & \text{ако је } U < 0 \end{cases} = |U|.$$

Основни недостатак једноставних решења ограничаваача и усмерача остварених помоћу пасивних диодних кола представља пад напона на диоди у стању вођења, као што је то назначено на слици која приказује одзив мостовског усмерача. Амплитуда излазног напона двостраног усмерача је за пад напона на двема диодама мања од амплитуде улазног напона. Овај проблем се превазилази помоћу активних кола која садрже операционе појачаваче.

Компаратор је мешовити елемент на чијем улазу делује аналогни сигнал, док излазни сигнал представља бинарну величину. У основном облику, компаратор остварује функцију знака:

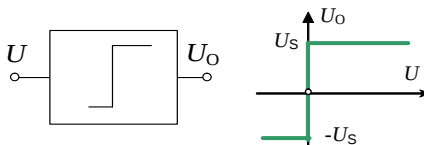
$$\text{sgn } x = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & \text{за } x > 0 \\ -1 & \text{за } x < 0 \end{cases}.$$

Вредност улазне величине пореди се са нулом. Карактеристика напонског компаратора може да се представи изразом:

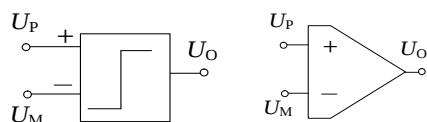
$$u_O(u) = U_S \text{sgn } u,$$

где је U_S сачинилац преноса који има димензију напона. Позитиван напон ($+U_S$) на излазу компаратора означава да је улазни напон већи од нуле. Излаз компаратора је негативан ($-U_S$), ако је напон на улазу мањи од нуле. Овакав компаратор се назива “компаратор нуле”. Инвертујући компаратор даје комплементарни излаз.

На структурном блок дијаграму компаратор се обично приказује правоугаоником у којем је назначена сигнум-функција.



Функционално, компаратор је појачавач великог појачања, са израженим ефектом засићења. Појачање може да буде позитивно или негативно. Диференцијални компаратор омогућује поређење два сигнала. Улазну величину заправо представља разлика два сигнала:

$$U_O(U_D) = \begin{cases} U_H & \text{за } U_D > 0 \\ U_L & \text{за } U_D < 0 \end{cases}$$


где су U_H и U_L виши и нижи ниво напона на излазу компаратора, U_D представља диференцијални улазни напон:

$$U_D = U_P - U_M.$$

Ако се излаз компаратора посматра као бинарна величина, компаратор је заправо једнобитни аналого-дигитални претварач:

$$b(t) = \begin{cases} H & \text{за } a(t) \geq 0 \\ L & \text{за } a(t) < 0 \end{cases},$$

где је $a(t)$ улазна аналогна, а $b(t)$ излазна бинарна величина, чије су логичке вредности H (*high*) и L (*low*).

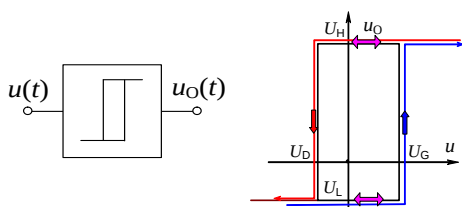
Компаратор са хистерезисом је елемент чије стање зависи не само од вредности улазне величине, већ и од “предисторије” кола. Његово понашање исказује се на карактеристици улаз-излаз постојањем одвојених грана за растуће и опадајуће вредности улазне величине. Математички модел таквог елемента је израз:

$$u_O(t) = \begin{cases} U_H & \text{за } u(t) \geq U_G \\ u_O(t-0) & \text{за } U_D < u(t) < U_G, \\ U_L & \text{за } u(t) \leq U_D \end{cases}$$

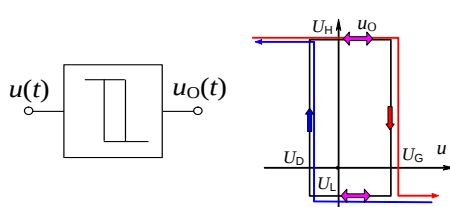
за неинвертујући, односно:

$$u_O(t) = \begin{cases} U_L & \text{за } u(t) \geq U_G \\ u_O(t-0) & \text{за } U_D < u(t) < U_G, \\ U_H & \text{за } u(t) \leq U_D \end{cases}$$

за инвертујући компаратор са хистерезисом. Величине U_D и U_G представљају доњу и горњу границу хистерезисне петље. Улазни, U_D и U_G , односно излазни нивои, U_H и U_L , могу да буду униполарни.



неинвертујући компаратор са хистерезисом



инвертујући компаратор са хистерезисом

Дигитална техника се превасходно бави бинарним величинама које могу да имају само једну од две могуће различите вредности. Називају се и логичке променљиве, јер се вредност зависно променљиве бинарне величине може да одреди на основу правила формалне (математичке) логике. Дигитална електроника је, у почетку, обрађивана као подобласт импусне технике. Након појаве интегрисаних електронских кола дигитална електроника је, оправдано, добила статус посебне области. Дигиталне променљиве су величине које могу да имају само оне вредности које припадају скупу који садржи низ дискретних вредности.

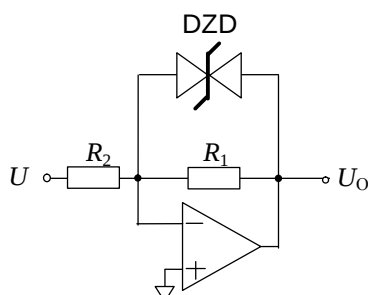
Целокупна дигитална техника у основи може да се сведе на само две елементарне операције. Полазећи од ставова математичке логике, произилази да је за градњу било ког дигиталног уређаја довољна само једна врста логичког кола са два улаза: НИЛИ односно НИ. Одговарајућим повезивањем основних логичких кола могу да се остваре сложене операције којима се неки скуп независно променљивих логичких величина пресликава на скуп других, зависно променљивих величина. Стање на излазу логичког кола са више улаза једнозначно зависи од вредности улазних променљивих у тренутку посматрања. Ако се улазне величине не мењају у времену, стање такве мреже се такође не мења. Мреже које се могу описати не узимајући време као независно променљиву величину називају се комбинационе мреже. Комбинациона мрежа је логичка мрежа чије стање зависи само од логичких стања улазних сигнала.

Важно својство логичких кола је могућност остваривања функције чувања (памћења) вредности бинарних променљивих. Бинарни меморијски елемент има два изразито различита (супротна) стања. Прелазак из једног стања у друго остварује се одговарајућим спољашњим деловањем. Логичке мреже чије стање зависи не само од комбинације логичких стања улазних сигнала у тренутку посматрања, него и од стања која су постојала у мрежи током њене “предисторије”, називају се секвенцијалне мреже. Такве мреже у себи садрже меморијске елементе који памте претходна стања.

Моностабилно коло је елемент који има једно стабилно и једно квазистабилно стање. Ако се спољашњим деловањем доведе у квазистабилно стање, такав систем, препуштен себи, спонтано се, након неког времена, враћа у стабилно стање. Трајање квазистабилног стања, T_R , може да буде одређено временом које је потребно да се напон између крајева кондензатора промени за неку одређену вредност. Помоћу моностабилног кола остварује се индикација промене логичког стања сигнала.

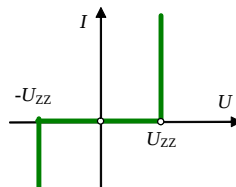
5.2. ЗАДАЦИ

1. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици операциони појачавач савршен, одредити општи израз за карактеристику улаз-излаз ако се може сматрати да је двојна Ценер-диода савршена.



РЕШЕЊЕ

Карактеристика савршене двојне Ценер-диоде је приказана на слици. За мале вредности улазног напона напон на излазу кола је сразмеран улазном напону:



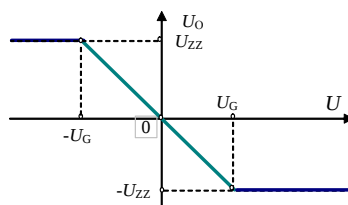
$$U_O = -\frac{R_1}{R_2} U, -U_{ZZ} \leq U_O \leq U_{ZZ},$$

где је U_{ZZ} напон пробоја двојне Ценер диоде.

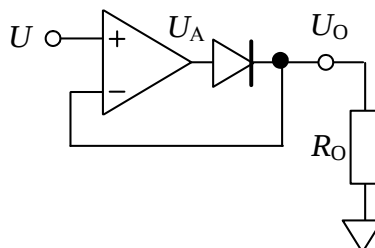
Када улазни напон порасте толико да двојна Ценер-диода доспе у област пробоја, излазни напон U_O задржава своју вредност (одређену напонам пробоја) независно од вредности улазног напона. Карактеристика преноса $U_O(U)$ приказана је на слици.

$$U_O = \begin{cases} -\frac{R_1}{R_2} U & \text{за } |U| < U_G \\ -U_{ZZ} \operatorname{sgn} U & \text{за } |U| \geq U_G \end{cases},$$

$$U_G = U_{ZZ} \frac{R_2}{R_1}.$$



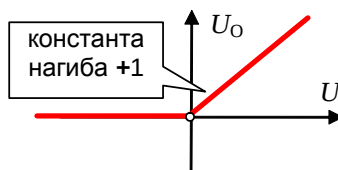
2. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачавач савршен, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$, и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

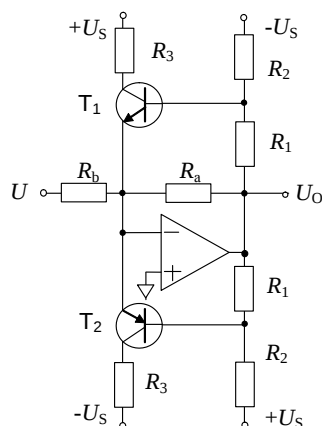
За позитивне вредности улазног напона негативна повратна спрега је успостављена преко директно поларисане диоде. Напон U_O на излазу кола је једнак улазном напону. Када је улазни напон негативан, излазни напон је једнак нули. Карактеристика преноса је приказана на слици.

$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U \geq 0 \\ 0 & \text{за } U < 0 \end{cases}$$



Коло делује као савршена диода (пад напона на савршеној диоди је једнак нули).

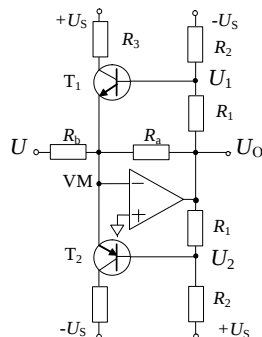
3. Под претпоставком да је операциони појачавач, у колу приказаном на слици, савршен, одредити општи израз за карактеристику улаз-излаз, под претпоставком да су вредности отпорности и напона напајања U_S познате.



РЕШЕЊЕ

Негативна повратна спрега у колу савреног операционог појачавача, остварена преко отпорника R_a , обезбеђује да је потенцијал инвертујућег улаза операционог појачавача једнак нули (привидна нула, виртуелна маса – VM).

Када је улазни напон U једнак нули струја кроз отпорник R_b је једнака нули, па излазни напон U_O мора бити једнак нули.



Наиме, да би напон U_O био позитиван када је $U = 0$, потребно је да транзистор T_2 води. То би значило да је напон U_2 негативан (по интензитету једнак напону U_{EB} директно поларисаног споја емитор-база транзистора T_2), што је немогуће, јер је база транзистора T_2 преко отпорника R_2 повезана на извор позитивног напона $+U_S$, а преко отпорника R_1 повезана на излаз појачавача, који је према учињеној претпоставци такође на позитивном потенцијалу. Аналогним

разматрањем се доказује да напон U_O при $U = 0$, не може бити ни негативан.

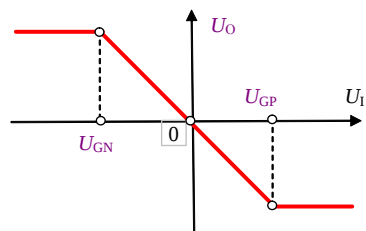
Дакле, када је улазни напон U једнак нули, напон U_1 је негативан, а напон U_2 позитиван, оба транзистора су закочена. За мале вредности улазног напона, док један од транзистора не доспе у проводно стање, коло се понаша као инвертујући појачавач.

Да би PNP транзистор T_2 доспео у проводно стање, с обзиром на позитивну поларизацију његове базе (напоном U_S преко отпорника R_2), потребно је да, при повећању интензитета позитивног улазног напона U , напон U_2 постане негативан и достигне вредност напона прага вођења транзистора T_2 , $-U_{EBT2}$.

Да би NPN транзистор T_1 доспео у проводно стање, с обзиром на негативну поларизацију његове базе (напоном $-U_S$ преко отпорника R_2), потребно је да, при промени улазног напона U у негативном смеру, напон U_1 постане позитиван и достигне вредност напона прага вођења транзистора T_1 , U_{BET1} .

Када један од транзистора проводи напон на излазу кола се не мења, без обзира на повећање интензитета улазног напона, јер су промене напона U_O (услед промена напона база емитор одговарајућег транзистора при повећању струје колектора) занемарујуће мале.

На основу претходног разматрања, може се закључити да посматрано коло представља инвертујући појачавач – ограничавач. Одговарајући облик карактеристике улаз-излаз је приказан на слици. Ако се може сматрати да транзистори имају једнака својства, функција $U_O(U)$ је непарна:



$$U_O(-U) = -U_O(U).$$

Вредност граничног напона при којој настаје прелом карактеристике одређује се следећим разматрањем. За мале вредности интензитета улазног напона важи:

$$U_1 = \frac{-R_1 U_S + R_2 U_O}{R_1 + R_2} < U_{BET1} \quad (\text{транзистор } T_1 \text{ је закочен}),$$

$$U_2 = \frac{R_1 U_S + R_2 U_O}{R_1 + R_2} > -U_{EBT2} \quad (\text{транзистор } T_2 \text{ је закочен}),$$

$$U_O = -\frac{R_a}{R_b} U \quad (\text{инвертујући појачавач}),$$

где је U_{BET1} напон прага вођења NPN -транзистора T_1 (напон база-емитор при којем се радна тачка транзистора T_1 налази на граници области закочења и активне области), а U_{EBT2} је напон емитор-база који одговара прагу вођења PNP -транзистора T_2 (напон емитор-база при којем радна тачка транзистора T_2 доспева у активну област - транзистор почиње да проводи струју у смеру емитор-колектор).

При повећању улазног напона U транзистор T_2 почиње да проводи струју у смеру емитор-колектор. Гранична вредност позитивног улазног напона, U_{GP} , одређена је условом:

$$U_2(U_{\text{GP}}) = -U_{\text{EBT2}},$$

односно:

$$\frac{R_1 U_S - R_2 \frac{R_a}{R_b} U_{\text{GP}}}{R_1 + R_2} = -U_{\text{EBT2}},$$

на основу којег следи:

$$U_{\text{GP}} = -\frac{R_b}{R_a} \frac{R_1 U_S + (R_1 + R_2) U_{\text{EBT2}}}{R_2} = -\frac{R_b}{R_a} \frac{R_1}{R_2} \left[U_S + \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_{\text{EBT2}} \right].$$

При повећању интензитета негативног улазног напона U транзистор T_1 почиње да проводи струју у смеру колектор-емитор. Гранична вредност негативног улазног напона, U_{GN} , одређена је условом:

$$U_1(U_{\text{GN}}) = U_{\text{BET1}},$$

односно:

$$\frac{-R_1 U_S - R_2 \frac{R_a}{R_b} U_{\text{GN}}}{R_1 + R_2} = U_{\text{BET1}},$$

на основу којег следи:

$$U_{\text{GN}} = -\frac{R_b}{R_a} \frac{R_1}{R_2} \left[U_S + \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) U_{\text{BET1}} \right].$$

Према томе, за напон на излазу кола важи израз:

$$U_O = \begin{cases} -U_{ON} & \text{за } U > U_{GP} \\ -\frac{R_a}{R_b} U & \text{за } U_{GN} \leq U \leq U_{GP} \\ U_{OP} & \text{за } U < U_{GN} \end{cases}$$

у којем $-U_{ON}$ представља доњи (негативни) ниво ограничавања, који одговара напону U_{GP} :

$$U_{ON} = \frac{R_1}{R_2} U_S + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) U_{EBT2},$$

а U_{OP} горњи (позитивни), који одговара напону U_{GN} :

$$U_{OP} = \frac{R_1}{R_2} U_S + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) U_{EBT1}.$$

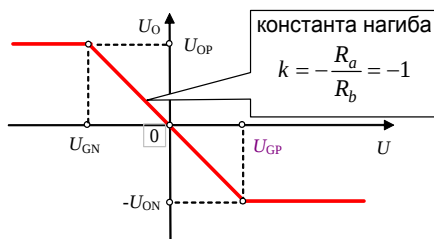
Када су све отпорности у колу једнаке важи:

$$U_O = \begin{cases} -U_{OG} & \text{за } U > U_{GP} \\ -U & \text{за } U_{GN} \leq U \leq U_{GP} \\ U_{OG} & \text{за } U < U_{GN} \end{cases}$$

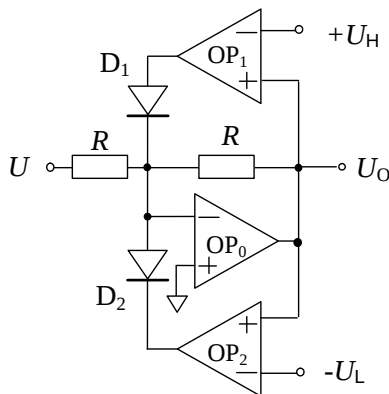
$$U_{GP} = U_{OG} = U_S + 2U_{EBT},$$

$$U_{GN} = -U_S - 2U_{EBT}.$$

Одговарајући облик карактеристике улаз-излаз је приказан на слици.



4. Под претпоставком да су операциони појачавачи, у колу приказаном на слици, савршени, одредити општи израз за функцију $U_O(U, U_L, U_H)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

За мале вредности улазног напона обе диоде су заковане. Напон на излазу кола је сразмеран улазном напону:

$$U_O = -\frac{R_1}{R_2}U, -U_L \leq U_O \leq U_H.$$

Да би диода D_1 доспела у проводно стање, потребно је да излаз појачавача OP_1 буде позитиван, односно да улаз U буде негативан, и да излазни напон U_O достигне вредност напона U_H . Доња гранична вредност улазног напона, U_{GN} , једнака је:

$$U_{GN} = \frac{R_2}{R_1}U_H.$$

Даље смањивање улазног напона (испод вредности $-U_{GN}$) доводи до повећање струје кроз диоду D_1 чиме се надокнађује повећање улазне струје кроз отпорник R_2 . Бесконечно појачање савршеног операционог појачавача обезбеђује да струја кроз отпорник R_1 буде константна, тако да напон U_O задржава вредност U_H .

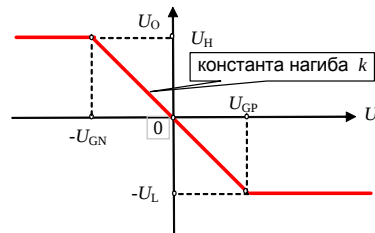
Да би диода D_2 доспела у проводно стање, потребно је да излаз појачавача OP_2 буде негативан (односно да улаз U буде позитиван), и да излазни напон U_O достигне вредност напона $-U_L$. Горња гранична вредност улазног напона, U_{GP} , једнака је:

$$U_{GP} = \frac{R_2}{R_1}U_L.$$

Карактеристика преноса $U_O(U, U_D, U_G)$ приказана је на слици:

$$U_O = \begin{cases} -U_L & \text{за } U > U_{GP} \\ kU & \text{за } -U_{GN} < U < U_{GP} \\ U_H & \text{за } U \leq -U_{GN} \end{cases},$$

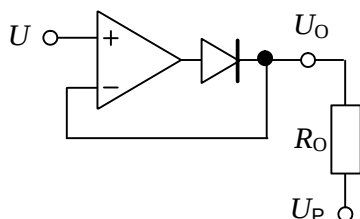
$$k = -\frac{R_1}{R_2}.$$



За $R_1 = R_2 = R$ следи:

$$U_O = \begin{cases} -U_L & \text{за } U > U_L \\ U & \text{за } -U_{GN} < U < U_{GP} \\ U_H & \text{за } U \leq -U_H \end{cases}.$$

5. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачавач савршен, одредити општи израз за функцију $U_O(U, U_P)$, и нацртати карактеристику преноса $U_O(U)$.



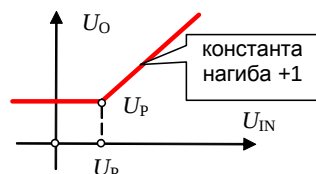
РЕШЕЊЕ

Када је вредност улазног напона напон већа од напона U_P негативна повратна спрега је успостављена преко директно поларисане диоде која обезбеђује струју кроз отпорност R_O . Напон на излазу кола је једнак улазном напону.

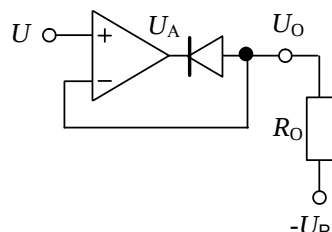
Када је улазни напон мањи од напона U_P , диода је инверзно поларисана и петља повратне спреге је прекинута. Излазни напон је тада једнак U_P . Карактеристика улаз-излаз је дата релацијом:

$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U \geq U_P \\ U_P & \text{за } U < U_P \end{cases}$$

Карактеристика преноса је приказана на слици. Напон U_P може да буде позитиван или негативан.



6. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачавач савршен, одредити опште изразе за функције $U_A(U, U_P)$ и $U_O(U, U_P)$, и нацртати карактеристику преноса $U_O(U)$.

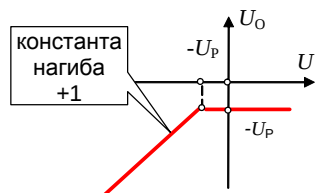


РЕШЕЊЕ

Када је вредност улазног напона напон већа од напона $-U_P$, диода не води. Излаз појачавача је у стању позитивног засићења. Напон на излазу кола је једнак $-U_P$. Када је улазни напон мањи од напона $-U_P$, негативна повратна спрега је успостављена преко диоде која води. Излазни напон је тада једнак улазном напону:

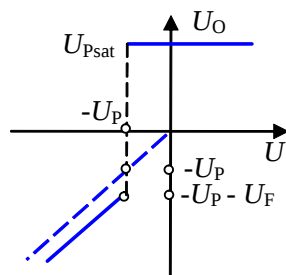
$$U_O = \begin{cases} -U_P & \text{за } U > -U_P \\ U & \text{за } U \leq -U_P \end{cases}$$

Карактеристика преноса је приказана на слици. Напон U_P може да буде позитиван или негативан.

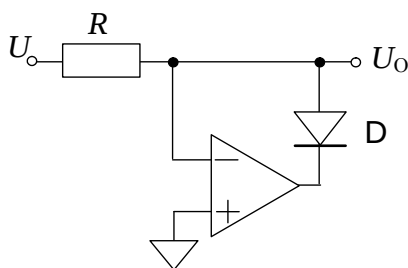


Напон U_A на излазу операционог појачавача је за пад напона на диоди која води нижи од напона U_O када је коло повратне спреге затворено ($U < -U_P$) и излаз прати улаз. Када је улазни напон већи од напона $-U_P$ коло повратне спреге је прекинуто, а излаз операционог појачавача се налази у позитивном засићењу:

$$U_A = \begin{cases} +U_{Psat} & \text{за } U > U_P \\ U - U_F & \text{за } U \leq U_P \end{cases}.$$



7. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, операциони појачавач савршен, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$, и нацртати карактеристику преноса.

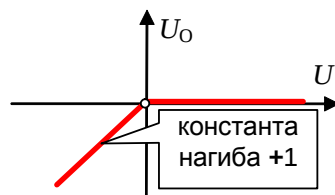


РЕШЕЊЕ

Када је вредност улазног напона већа од нуле, негативна повратна спрега је успостављена преко директно поларисане диоде. Напон на излазу кола је једнак нули.

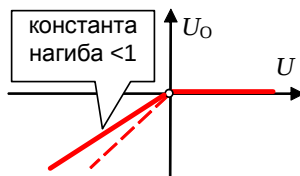
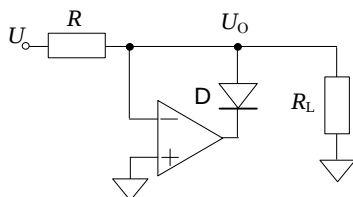
Када је улазни напон мањи од нуле, диода је инверзно поларисана и петља повратне спреге је прекинута. Излазни напон неоптерећеног кола је једнак улазном напону.

$$U_O = \begin{cases} 0 & \text{за } U \geq 0 \\ U & \text{за } U < 0 \end{cases}$$

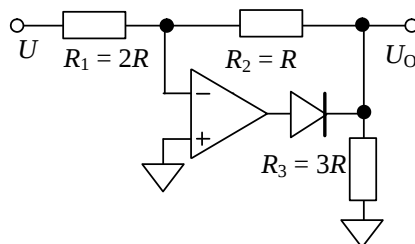


Када је коло оптерећено, константа нагиба је мања од један:

$$k = \frac{R_L}{R + R_L}, \text{ где је } R_L \text{ отпорност оптерећења.}$$



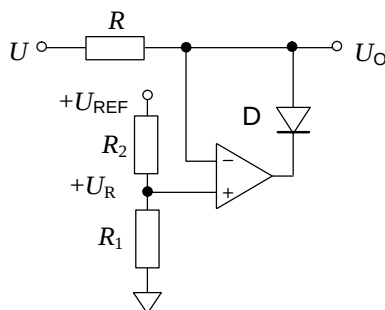
8. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$.



РЕШЕЊЕ

$$U_O = \begin{cases} \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} U & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_2}{R_1} U & \text{за } U < 0 \end{cases} = \left| \frac{U}{2} \right|.$$

9. Одредити карактеристику преноса кола приказаног на слици.

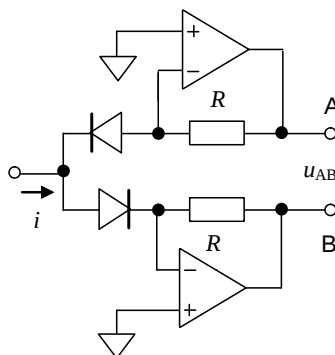


РЕШЕЊЕ

Приказано коло представља подесиви ограничавач напона. Позитиван гранични напон задаје се помоћу разделника који чине отпорници R_1 и R_2 .

$$U_O = \begin{cases} U_R & \text{за } U \geq U_R \\ U & \text{за } U < U_R \end{cases}.$$

10. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $u_{AB}(i)$.

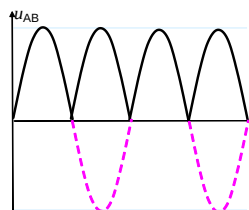


РЕШЕЊЕ

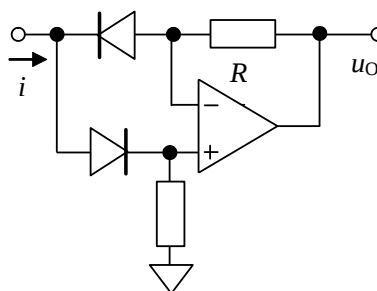
$$u_A = \begin{cases} 0 & \text{за } i \geq 0 \\ -Ri & \text{за } i < 0 \end{cases},$$

$$u_B = \begin{cases} -Ri & \text{за } i \geq 0 \\ 0 & \text{за } i < 0 \end{cases},$$

$$u_{AB} = |i|R.$$

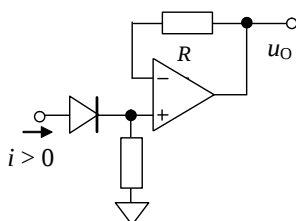


11. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за функцију $U_O(I)$.

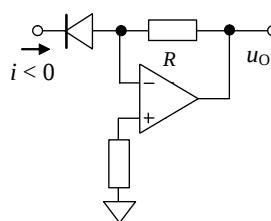


РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, у зависности од поларитета улазне струје.



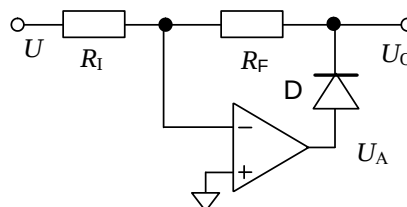
$$u_O = iR, \quad i > 0$$



$$u_O = -iR, \quad i < 0$$

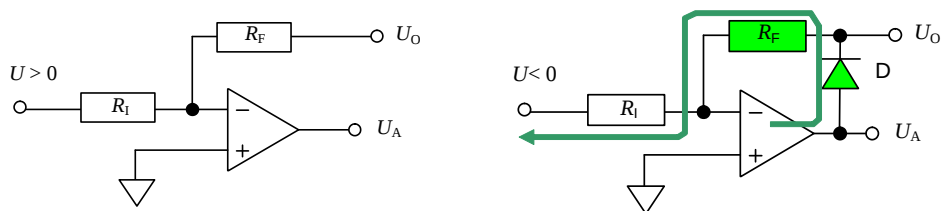
$$u_O = |i|R.$$

12. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршен операциони појачавач, одредити општи израз за карактеристику преноса и нацртати функције $U_O(U)$ и $U_A(U)$.



РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, у зависности од поларитета улазног напона. Када је улазни напон позитиван, повратна спрега је раскинута. Када је улазни напон негативан напон U_O је позитиван.



Посматрано коло представља модуо-коло. Ако није оптерећено, излазни напон је једнак:

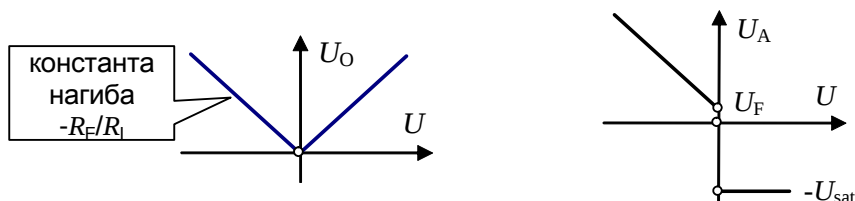
$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_F}{R_I} U & \text{за } U < 0 \end{cases}$$

За напон U_A на излазу операционог појачавача важи:

$$U_A = \begin{cases} -U_{\text{sat}} & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_F}{R_I} U + U_F & \text{за } U < 0 \end{cases}$$

где је U_F пад напона на диоди у проводном стању.

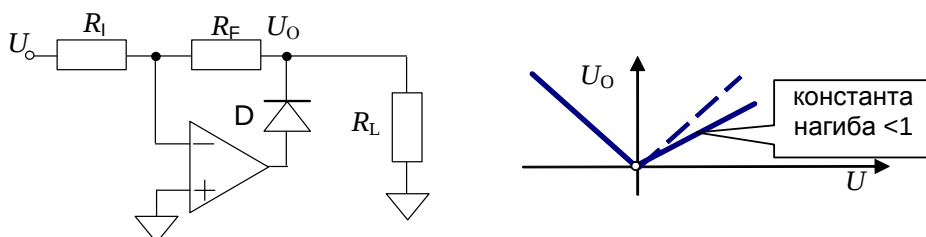
Функције $U_O(U)$ и $U_A(U)$ приказане су на слици.



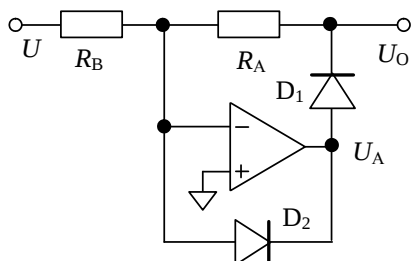
Када је коло оптерећено, за $U > 0$ константа нагиба је мања од један и једнака:

$$k = \frac{R_L}{R_I + R_F + R_L},$$

где је R_L отпорност оптерећења.

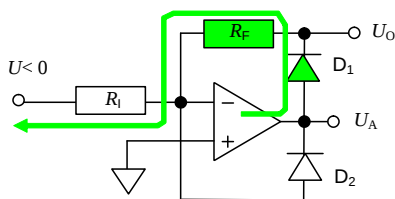
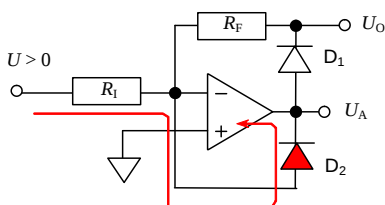


13. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршен операциони појачавач, одредити општи израз за карактеристику преноса и нацртати функције $U_O(U)$ и $U_A(U)$.



РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, у зависности од поларитета улазног напона U . Када је улазни напон позитиван, негативна повратна спрега се затвара преко диоде D_2 . Излаз кола је преко отпорника R_F прикључен на привидну нулу појачавача.



Када је улазни напон негативан, негативна повратна спрега се затвара преко диоде D_1 . Излазни напон је једнак инвертованом улазном напону, а сачинилац преноса је сразмеран односу отпорности R_F и R_1 .

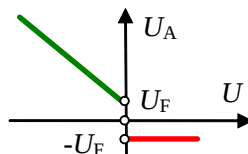
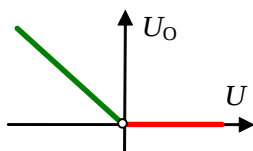
Коло представља савршени инвертујући негативни усмерач. Коло пропушта улазни сигнал када је негативан, али га притом инвертује. Излазни напон неоптерећеног кола је једнак:

$$U_O = \begin{cases} 0 & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_F}{R_1} U & \text{за } U < 0 \end{cases}$$

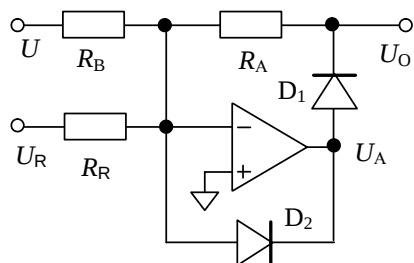
За напон на излазу операционог појачавача важи:

$$U_A = \begin{cases} -U_F & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_F}{R_1} U_1 + U_F & \text{за } U < 0 \end{cases}$$

где је U_F пад напона на диоди у проводном стању. Функције $U_O(U)$ и $U_A(U)$ приказане су на слици.

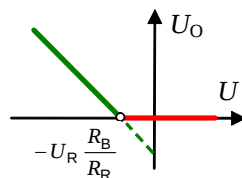


14. Под претпоставком да је у колу, приказаном на слици, примењен савршен операциони појачавач, одредити општи израз за функцију $U_O(U, U_R)$, и нацртати карактеристику преноса.



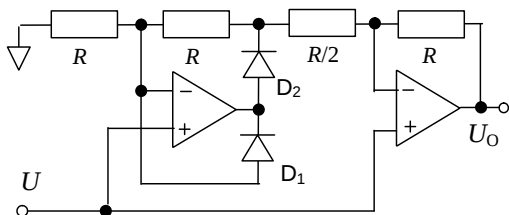
РЕШЕЊЕ

$$U_O = \begin{cases} 0 & \text{за } U \geq -U_R \frac{R_B}{R_R} \\ -\frac{R_A}{R_B}U - \frac{R_B}{R_R}U_R & \text{за } U < -U_R \frac{R_B}{R_R} \end{cases}$$



Напон U_R може да буде позитиван или негативан.

15. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

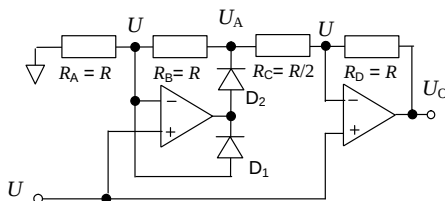
У складу са ознакама на слици, на основу принципа суперпозиције, излазни напон одређен је следећим изразима:

$$U_O = -\frac{R_D}{R_C}U_A + (1 + \frac{R_D}{R_C})U = -2U_A + 3U, \text{ и}$$

$$U_A = \begin{cases} (1 + \frac{R_B}{R_A})U & \text{за } U \geq 0 \\ U & \text{за } U < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2U & \text{за } U \geq 0 \\ U & \text{за } U < 0 \end{cases},$$

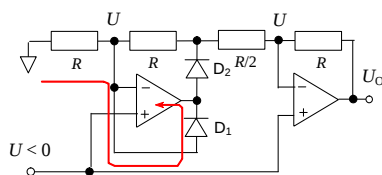
на основу којих следи:

$$U_O = \begin{cases} -\frac{R_D}{R_C}U(1 + \frac{R_B}{R_A}) + (1 + \frac{R_D}{R_C})U & \text{за } U \geq 0 \\ -\frac{R_D}{R_C}U + (1 + \frac{R_D}{R_C})U & \text{за } U < 0 \end{cases} = \begin{cases} -2U \cdot 2 + 3U & \text{за } U \geq 0 \\ -U + 2U & \text{за } U < 0 \end{cases} = \begin{cases} -U & \text{за } U \geq 0 \\ +U & \text{за } U < 0 \end{cases} = -|U|.$$



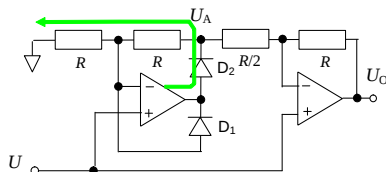
До истоветног резултата се долази следећим разматрањем.

Када је улазни напон негативан проводи диода D_1 , а диода D_2 не води. Струја протиче само кроз отпорник који је повезан са масом. Излазни напон је једнак улазном напону U .

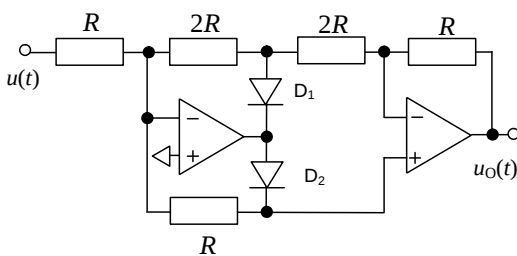


Када је улазни напон позитиван проводи диода D_2 , а диода D_1 не води. Напон U_A је једнак $2U$. Излазни напон је тада једнак:

$$U_O = 3U - 2U_A = 3U - 4U = -U.$$

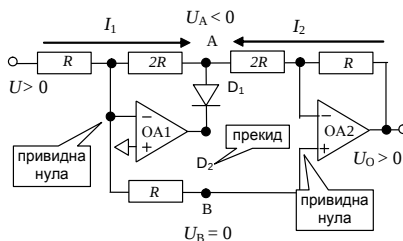


16. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

Када је улазни напон позитиван, расподела струја и потенцијала у колу је приказана на слици. Инвертујући улаз операционог појачавача ОА1 је на референтном потенцијалу нуле (масе).



Потенцијал тачке В је такође једнак потенцијалу масе (кроз отпорник не протиче никаква струја, па је и пад напона између његових крајева једнак нули). Операциони појачавач ОА2 има улогу инвертујућег појачавача. У складу са ознакама и референтним смеровима назначеним на слици, важе следеће једначине:

$$I_1 = \frac{U}{R},$$

$$U_A = -\frac{2R}{R}U = -2U,$$

$$I_B = 0,$$

$$U_B = 0, \text{ и:}$$

$$U_O = -\frac{R}{2R}U_A = -\frac{U_A}{2}$$

Дакле, када је улазни напон U позитиван, излазни напон U_O је такође позитиван, једнак улазном напону:

$$U_O = U \text{ за } U \geq 0.$$

Када је улазни напон негативан, расподела струја и потенцијала у колу је приказана на слици. За коло важе следеће једначине:

$$I_1 = \frac{U}{R},$$

$$I_A = \frac{U_B}{4R},$$

$$I_B = \frac{U_B}{R},$$

$$I_1 = I_A + I_B.$$

на основу којих следи:

$$I_1 = +\frac{U_B}{R} + \frac{U_B}{4R} = +\frac{5}{4} \frac{U_B}{R},$$

односно:

$$U_B = -U \frac{4}{5}.$$

Вредност напона U_O се може одредити из једначине:

$U_O = U_B + RI_A$ на основу које следи:

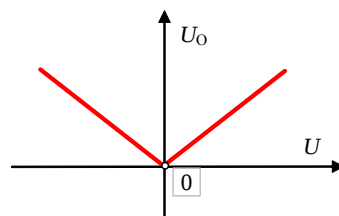
$$U_O = U_B + U_B \frac{1}{4} = U_B \frac{5}{4} = -U.$$

Дакле, када је улазни напон U негативан, излазни напон U_O је позитиван, једнак по величини (интензитету) улазном напону:

$$U_O = -U \text{ за } U < 0.$$

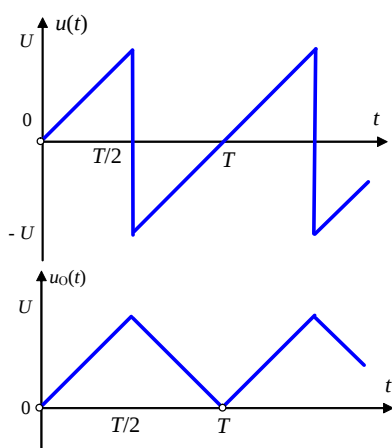
Посматрано коло омогућује добијање апсолутне вредности улазног напона.

$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U \geq 0 \\ -U & \text{за } U < 0 \end{cases}$$



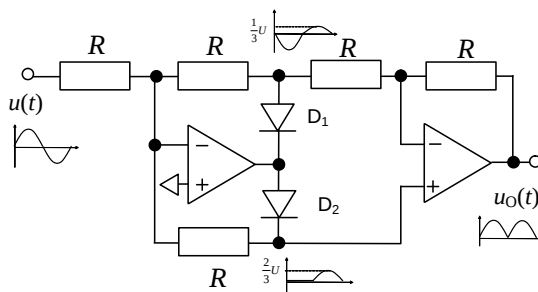
Карактеристика преноса приказана је на слици.

Дијаграм таласних облика напона $u_O(t)$ при побуди кола биполарним напонам тестерастог таласног облика амплитуде U је приказан на слици.

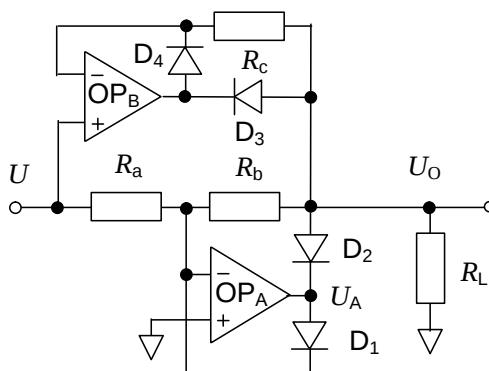


Истоветан резултат даје и коло приказано на слици.

Променом смера диода добија се инвертујуће модуло коло.



17. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.



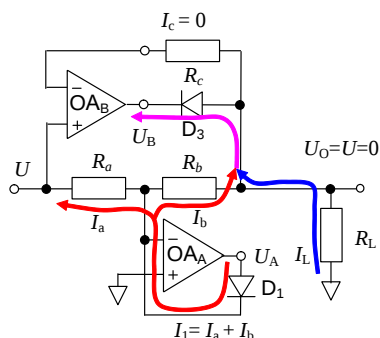
РЕШЕЊЕ

Када је улазни напон U негативан, расподела струја и потенцијала у колу је приказана на слици. Повратна спрега у колу операционог појачавача OA_A остварује се преко диоде D_1 . Диода D_2 је у непроводном стању.

Инвертујући улаз операционог појачавача OA_B је на потенцијалу улаза. Негативна повратна спрега се остварује преко диоде D_3 . Диода D_4 је у непроводном стању.

Према претпоставци, операциони појачавачи су савршени, струја I_c кроз отпорник R_c је једнака нули, па је потенцијал на излазу посматраног кола једнак потенцијалу улаза. Дакле, када је улазни напон U негативан, излазни напон U_O је једнак улазном напону:

$$U_O = U \text{ за } U < 0.$$



Напон на излазу операционог појачавача OA_A једнак је напону U_F диоде D_1 поларисане у пропусном смеру:

$$U_A = U_F.$$

Струја коју операциони појачавач OA_A даје кроз диоду D_1 је једнака:

$$I_1 = I_a + I_b, \text{ где је:}$$

$$I_a = -\frac{U}{R_a},$$

$$I_b = -\frac{U}{R_b}, \text{ одакле следи:}$$

$$I_1 = -\frac{U}{R_a \parallel R_b}.$$

Напон на излазу операционог појачавача OA_B је једнак:

$$U_B = U - U_F.$$

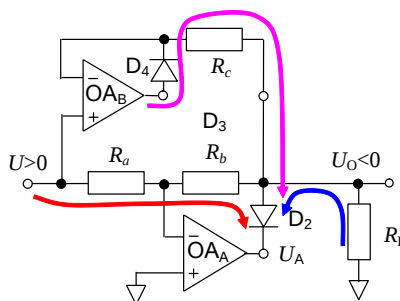
Струја коју операциони појачавач OA_B узима кроз диоду D_3 је једнака:

$$I_3 = I_b + I_L, \text{ где је:}$$

$$I_L = -\frac{U}{R_L}, \text{ одакле следи:}$$

$$I_3 = -\frac{U}{R_b \parallel R_L}.$$

Када је улазни напон U позитиван, расподела струја и потенцијала у колу је приказана на слици. Инвертујући улаз операционог појачавача OA_B је на потенцијалу улаза (негативна повратна спрега се остварује преко диоде D_4). Диода D_3 је у непроводном стању.



Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача OA_A остварује се преко диоде D_2 . Диода D_1 је у непроводном стању. Операциони појачавач OA_A има улогу инвертујућег појачавача. Дакле, када је улазни напон U позитиван, излазни напон U_O је једнак:

$$U_O = -\frac{R_b}{R_a}U \text{ за } U > 0.$$

Напон на излазу операционог појачавача OA_A је једнак:

$$U_A = U_O - U_F \text{ за } U > 0.$$

Карактеристика преноса $U_O(U)$ анализираних кола је одређена изразом:

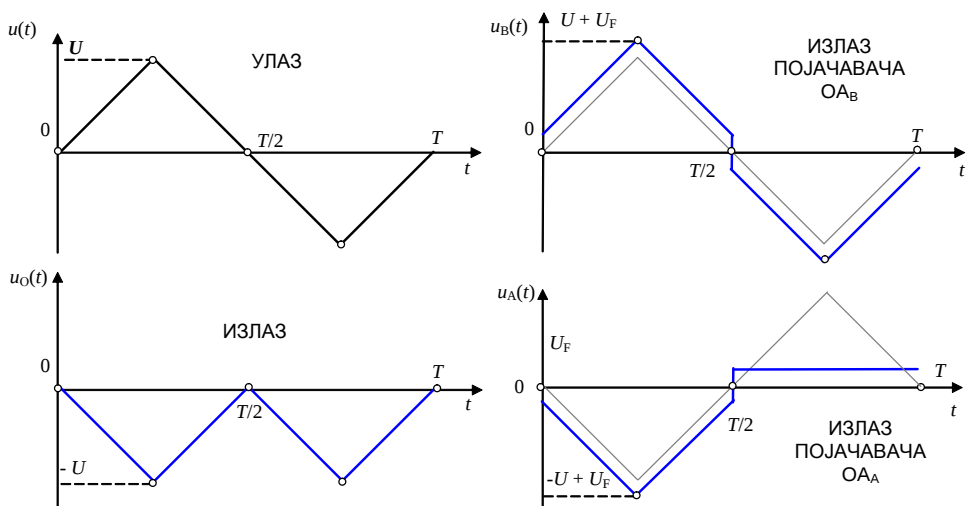
$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U < 0 \\ -\frac{R_b}{R_a}U & \text{за } U \geq 0 \end{cases},$$

$$U_A = \begin{cases} U_F & \text{за } U < 0 \\ -\frac{R_b}{R_a}U - U_F & \text{за } U \geq 0 \end{cases}.$$

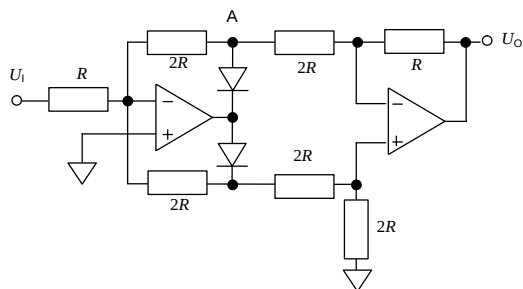
Ако је $R_a = R_b$ важи:

$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U < 0 \\ -U & \text{за } U \geq 0 \end{cases} = -|U|$$

Дијаграми таласних облика напона $U_O(t)$, U_A и U_B , при побуди кола наизменичним напонам симетричног троугаоног таласног облика, приказани су на слици.



18. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$.



РЕШЕЊЕ

Када је улазни напон позитиван важе следеће једначине:

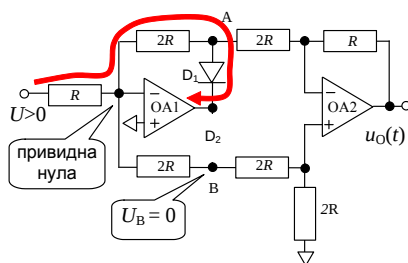
$$U_A = -\frac{2R}{R}U = -2U,$$

$$U_B = 0, \text{ и}$$

$$U_O = -\frac{R}{2R}U_A = -\frac{U_A}{2},$$

на основу којих следи:

$$U_O = U \text{ за } U \geq 0.$$



Када је улазни напон негативан важе следеће једначине:

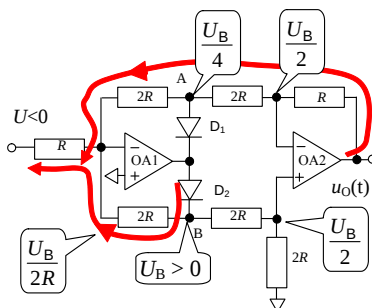
$$\frac{U_B}{2R} + \frac{U_B}{8R} = -\frac{U}{R},$$

$$U_B = -\frac{8}{5}U, \text{ и}$$

$$U_O = \frac{U_B}{2} \left(1 + \frac{R}{4R}\right) = \frac{5}{8}U_B,$$

на основу којих следи:

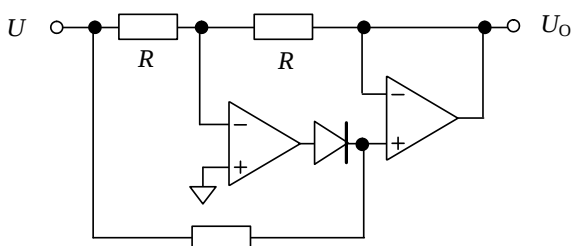
$$U_O = -U \text{ за } U < 0.$$



Карактеристика преноса $U_O(U)$ анализираниог кола је одређена изразом:

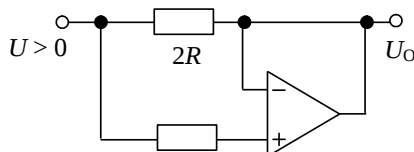
$$U_O = \begin{cases} U & \text{за } U \geq 0 \\ -U & \text{за } U < 0 \end{cases} = |U|.$$

19. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за карактеристику преноса $U_O(U)$.

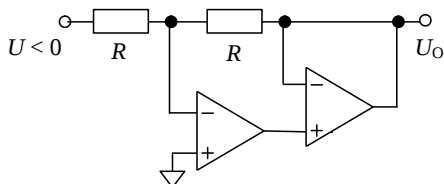


РЕШЕЊЕ

Могућа су два стања у колу, у зависности од поларитета улазног напона. Када је напон U позитиван коло делује као неинвертујући јединични појачавач.



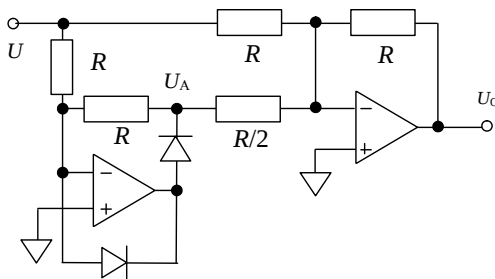
Када је улазни напон негативан, коло делује као јединични инвертујући појачавач са баферизованим излазом приказан на слици.



Карактеристика преноса $U_O(U)$ одређена је изразом:

$$U_O = |U|.$$

20. Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савršени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију $U_O(U)$ и нацртати карактеристику преноса.

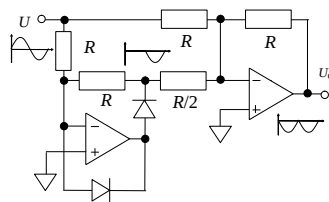


РЕШЕЊЕ

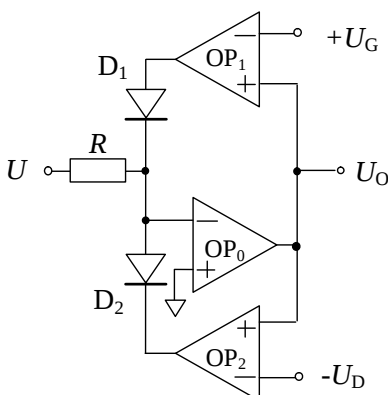
$$U_O = -U - 2U_A,$$

$$U_A = \begin{cases} 0 & \text{за } U \geq 0 \\ -U & \text{за } U < 0 \end{cases},$$

$$U_O = \begin{cases} -U & \text{за } U \geq 0 \\ -U + 2U & \text{за } U < 0 \end{cases} = \begin{cases} -U & \text{за } U \geq 0 \\ +U & \text{за } U < 0 \end{cases} = -|U|.$$



21. Под претпоставком да су у колу приказаном на слици операциони појачавачи савршени, одредити општи израз за функцију $U_O(U, U_D, U_G)$ и нацртати карактеристику преноса.

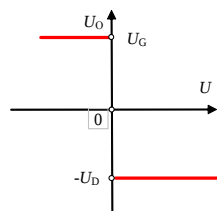


РЕШЕЊЕ

Ако је улазни напон позитиван, негативна повратна спрега у колу појачавача OP_0 затвара се преко диоде D_2 и појачавача OP_2 тако да диода D_2 преузима сву улазну струју. Инвертујући улаз појачавача OP_0 је на потенцијалу нуле. Бесконечно велико појачање појачавача OP_2 обезбеђује да је излазни напон U_O једнак напону $-U_D$.

Ако је улазни напон негативан повратна спрега у колу појачавача OP_0 затвара се преко диоде D_1 и појачавача OP_1 тако да диода D_1 даје улазну струју. Инвертујући улаз појачавача OP_0 је на потенцијалу нуле. Бесконечно велико појачање појачавача OP_1 обезбеђује да је излазни напон U_O једнак напону $+U_G$.

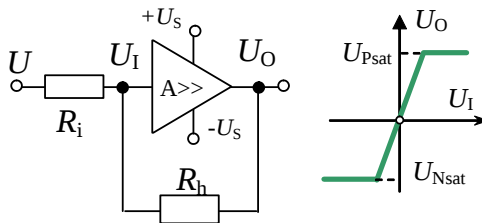
Коло делује као прецизни инвертујући компаратор нуле чији су излазни нивои дефинисани напонима U_D и U_G .



22. Нацртати компаратор са хистерезисом остварен применом неинвертујућег појачавача великог појачања. Одредити изразе за нивое поређења и нацртати карактеристику улаз-излаз.

РЕШЕЊЕ

Неинвертујући појачавач се може, применом позитивне повратне спреге, применити као неинвертујући компаратор са хистерезисом. Начин везивања приказан је на слици.



Компаратор мења стање из негативног у позитивно засићење на излазу када напон U_I на улазу појачавача достигне нулти напонски ниво, односно када улазни напон достигне ниво U_P тако да буде испуњен услов:

$$\frac{U_P}{R_i} = \frac{-U_{Nsat}}{R_h},$$

где је U_{Nsat} негативни напон засићења појачавача. Одавде следи:

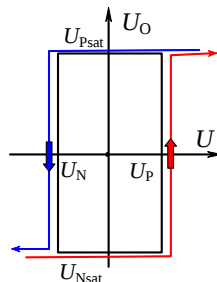
$$U_P = -U_{Nsat} \frac{R_i}{R_h} > 0.$$

Компаратор мења стање из позитивног у негативно засићење када улазни напон опадне до нивоа:

$$U_N = -U_{Psat} \frac{R_i}{R_h} < 0,$$

где је U_{Psat} позитиван напон засићења појачавача.

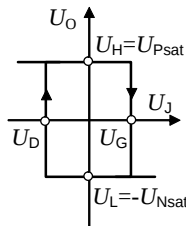
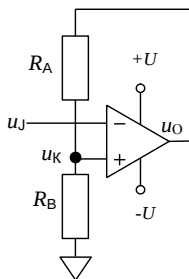
Карактеристика улаз-излаз је приказана на слици.



23. Нацртати инвертујући компаратор са хистерезисом остварен применом операционог појачавача. Одредити изразе за нивое поређења и нацртати карактеристику улаз-излаз.

РЕШЕЊЕ

Инвертујући компаратор са хистерезисом, остварен помоћу операционог појачавача са позитивном повратном спрегом, приказан је на слици. У савременој стручној литератури је уобичајено да се компаратор са хистерезисом назива Шмитов тригер.



Нивои поређења, U_G и U_D , којима је дефинисана ширина петље хистерезиса:

$$\Delta U_K = U_G - U_D,$$

одређени су позитивним и негативним напоном засићења на излазу операционог појачавача, U_{Psat} и $-U_{Nsat}$.

$$U_G = \beta U_{Psat},$$

$$U_D = -\beta U_{Nsat},$$

где је β сачинилац делитеља напона који чине отпорници R_A и R_B :

$$\beta = \frac{R_B}{R_A + R_B}.$$

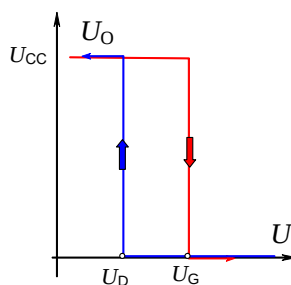
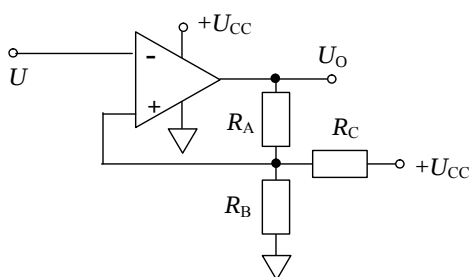
Карактеристика улаз-излаз је приказана на слици.

24. Нацртати инвертујући компаратор са хистерезисом остварен применом операционог појачавача који се напаја униполарно. Одредити изразе за нивое поређења и нацртати карактеристику улаз-излаз.

РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач који се напаја униполарно може да се примени као инвертујући компаратор са хистерезисом одговарајућом поларизацијом неинвертујућег улаза, као што је то приказано на слици.

Прагови поређења одређени су колом позитивне повратне спреге и напонима засићења на излазу појачавача.



Ако се претпостави да су напони засићења једнаки напонима напајања појачавача (нула и $+U_{CC}$), доњи праг поређења, U_D , одређен је изразом:

$$U_D = U_{CC} \frac{R_A \parallel R_B}{R_C + R_A \parallel R_B},$$

а горњи, U_G , изразом:

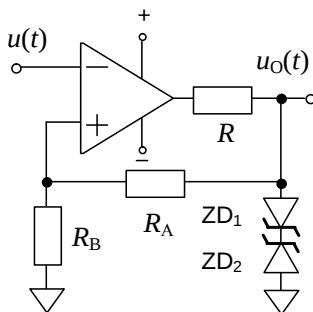
$$U_G = U_{CC} \frac{R_B}{R_B + R_A \parallel R_C}.$$

Ако су отпорности R_A , R_B и R_D једнаке, важи:

$$U_D = U_{CC} \frac{1}{3}, \text{ и:}$$

$$U_G = U_{CC} \frac{2}{3}.$$

25. За коло приказано на слици, под претпоставком да је примењени операциони појачавач савршен, као и да се напаја симетричним напонем $\pm U_S$, одредити изразе за граничне вредности хистерезисне петље у зависности од вредности отпорности у колу и еквивалентног напона пробоја двојне Ценер диоде U_{ZZ} . Нацртати дијаграм који приказује таласни облик сигнала на излазу при побуди кола наизменичним напонем синусног таласног облика, амплитуде U_{ZZ} .

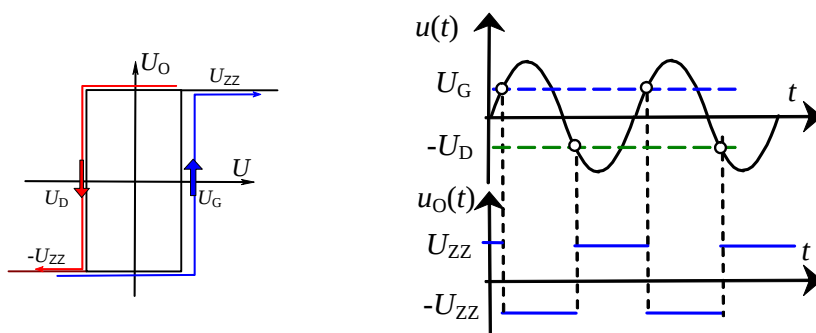


РЕШЕЊЕ

Помоћу Ценер-диоде постигнуто је да ширина хистерезисне петље не зависи од напона напајања операционог појачавача. Ако се примењене идентичне диоде, карактеристика улаз-излаз је симетрична. Прагови поређења су одређени напонем пробоја двојне Ценер-диоде, U_{ZZ} , и односом отпорности у колу позитивне повратне спреге (R_A и R_B):

$$U_G = U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B} = -U_D.$$

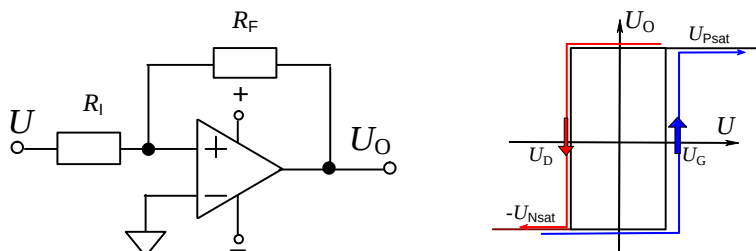
Таласни облик сигнала на излазу при побуди кола наизменичним напонем синусног таласног облика приказан је на слици.



26. Нацртати неинвертујући компаратор са хистерезисом остварен применом операционог појачавача. Одредити изразе за нивое поређења и нацртати карактеристику улаз-излаз.

РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач може да се примени као неинвертујући компаратор са хистерезисом. Принципска електрична шема кола, оствареног помоћу операционог појачавача који се напаја симетричним напонима напајања, приказана је на слици.



Карактеристика преноса улаз-излаз одређена је изразом:

$$U_O = \begin{cases} U_{Psat} & \text{за } U \geq U_G \\ U_O(t_-) & \text{за } U_D < U < U_G \\ -U_{Nsat} & \text{за } U \leq U_D \end{cases},$$

у којем U_D и U_G представљају доњи и горњи праг поређења:

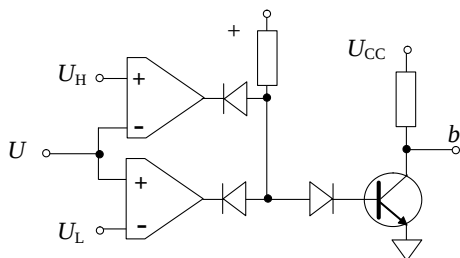
$$U_D = -U_{Psat} \frac{R_I}{R_F} < 0, \text{ и}$$

$$U_G = U_{Nsat} \frac{R_I}{R_F} > 0.$$

Ако су напони U_{Nsat} и U_{Psat} једнаки, нивои U_D и U_G су симетрични.

27. Одредити општи израз за излазни напон кола које садржи два компаратора и транзистор који су повезани као што је то приказано на слици.

Нацртати карактеристику преноса ако је $U_H > U_L$.

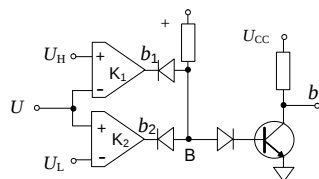


РЕШЕЊЕ

Ако је улазни напон U виши од напона U_H важи:

$$U > U_H \rightarrow b_1 = \text{LOW}, b_2 = \text{HIGH},$$

тачка В је на ниском потенцијалу па је излазни транзистор закочен: $b = \text{HIGH}$.



Ако је улазни напон U нижи од напона U_H , а виши од напона U_L важи:

$$U_L < U < U_H \rightarrow b_1 = \text{HIGH}, b_2 = \text{HIGH},$$

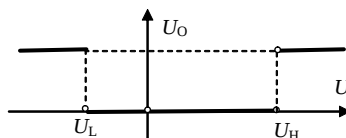
излазни транзистор води: $b = \text{LOW}$.

Ако је улазни напон U нижи од напона U_L важи:

$$U < U_L \rightarrow b_1 = \text{HIGH}, b_2 = \text{LOW},$$

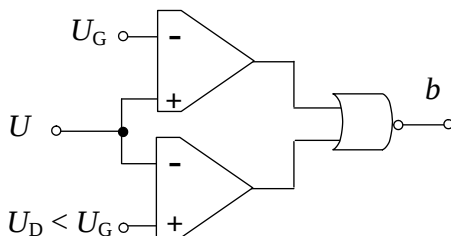
излазни транзистор је закочен: $b = \text{HIGH}$.

$$U_O = \begin{cases} U_{CC} & \text{за } U > U_H \\ 0 & \text{за } U_L \leq U \leq U_H \\ U_{CC} & \text{за } U < U_L \end{cases}$$



Посматрано коло представља инвертујући “прозорски компаратор” чије су границе одређене напонима U_L и U_H .

28. Одредити општи израз за функцију $b(U, U_D, U_G)$ кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

За сигнал на излазу кола важи:

$$b = \overline{b_1 + b_2}.$$

Ако је улазни напон U виши од напона U_G важи:

$$U > U_G \rightarrow b_1 = \text{HIGH}, b_2 = \text{LOW} \rightarrow b = \text{LOW}.$$

Ако је улазни напон U нижи од напона U_G , а виши од напона U_D важи:

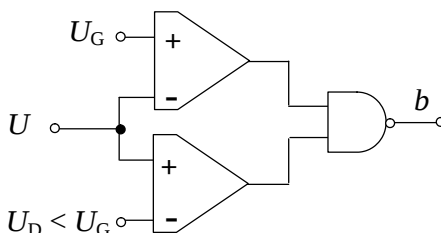
$$U_D < U < U_G \rightarrow b_1 = \text{LOW}, b_2 = \text{LOW} \rightarrow b = \text{HIGH}$$

Ако је улазни напон U нижи од напона U_D важи:

$$U < U_D < U_G \rightarrow b_1 = \text{LOW}, b_2 = \text{HIGH} \rightarrow b = \text{LOW}.$$

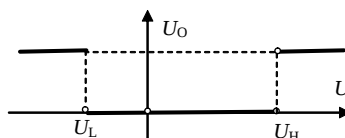
Посматрано коло представља неинвертујући “прозорски компаратор” чије су границе одређене напонима U_D и U_G .

29. Одредити општи израз за функцију $b(U, U_D, U_G)$ кола приказаног на слици и нацртати карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

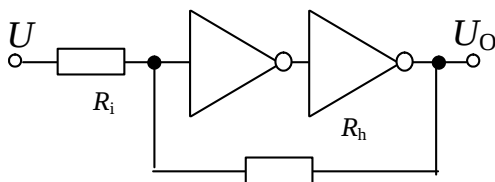
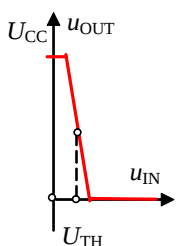
$$b = \begin{cases} 1 & \text{ако је } U > U_G \\ 0 & \text{ако је } U_D < U < U_G \\ 1 & \text{ако је } U < U_D \end{cases}$$



30. Нацртати компаратор са хистерезисом остварен применом логичких кола. Одредити изразе за нивое поређења и нацртати карактеристику улаз-излаз.

РЕШЕЊЕ

CMOS логичка кола делују као појачавачи када се улазни напон налази у близини прага пребацивања U_{TH} . Карактеристика улаз-излаз логичког инвертора је приказана на слици. Серијска веза два CMOS логичка инвертора делује као неинвертујући појачавач који се може применити за остваривање компаратора са хистерезисом (Шмитовог тригера).



Горњи праг пребацавања, U_G , одређен је условом:

$$U_G \frac{R_h}{R_i + R_h} = U_{TH},$$

где је U_{TH} напон прага пребацавања. На основу овог услова следи:

$$U_G = U_{TH} \left(1 + \frac{R_i}{R_h}\right) > U_{TH}.$$

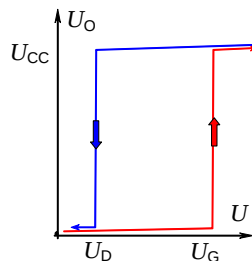
Доњи праг поређења, U_D , одређен је условом:

$$U_D \frac{R_h}{R_i + R_h} + U_{CC} \frac{R_i}{R_i + R_h} = U_{TH},$$

на основу којег следи:

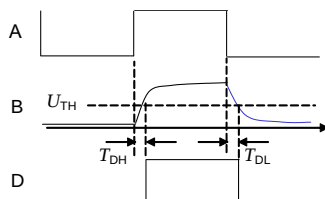
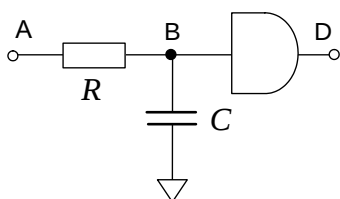
$$U_D = U_{TH} \left(1 + \frac{R_i}{R_h}\right) - U_{CC} \frac{R_i}{R_h} = U_{TH} - (U_{CC} - U_{TH}) \frac{R_i}{R_h} < U_{TH}.$$

Карактеристика улаз-излаз приказана је на слици.



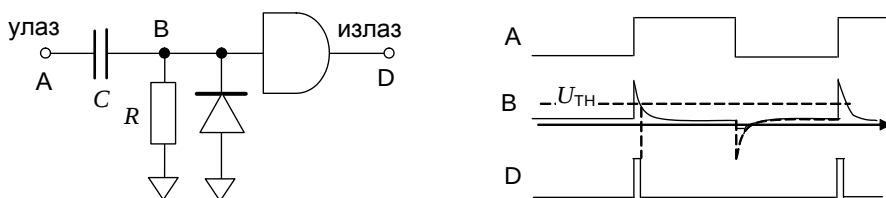
31. Нацртати коло за кашњење остварено помоћу логичког кола.

РЕШЕЊЕ



32. Нацртати коло за детекцију предње ивице импулсног низа.

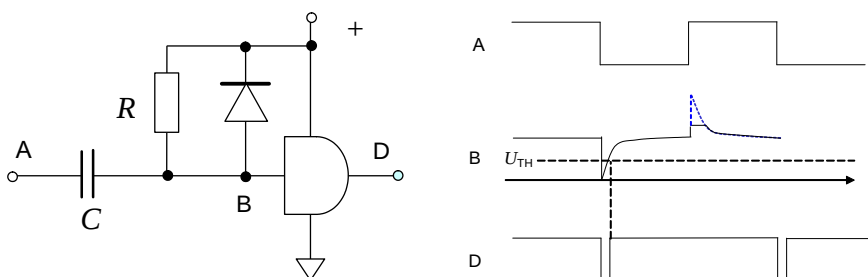
РЕШЕЊЕ



Диода штити коло од негативних премашења сигнала у тачки В.

33. Нацртати коло за детекцију задње ивице импулса.

РЕШЕЊЕ

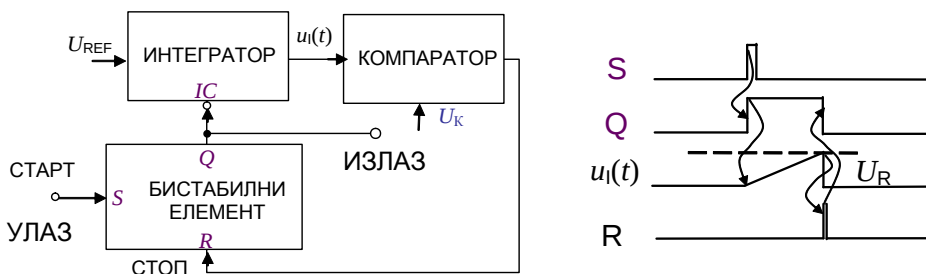


Диода штити коло од позитивних премашења сигнала у тачки В.

34. Нацртати општи структурни блок-дијаграм моностабилног кола. Објаснити принцип рада

РЕШЕЊЕ

Моностабилно кола садржи бистабилни елемент (флипфлоп) интеграциони елемент и компаратор.



Бистабилни елемент региструје захтев за иницирањем квазистабилног стања. Одмеравање времена се врши помоћу интегратора који на свом излазу даје линеарно растући напон. Компаратор одређује тренутак у којем са завршава трајање квазистабилног стања.

У основном стању кола бистабилни елемент је ресетован. Његов излаз је у стању логичке нуле чиме је интегратор постављен у почетно стање. Напон на његовом излазу је мањи од напона поређења U_K .

Појава окидног импулса на улазу за окидање (тригер) пребацује флипфлоп и ослобађа интегратор. Интеграција референтног напона U_{REF} се врши до тренутка када напон на излазу интегратора достигне вредност прага поређења U_K што се детектује компаратором. Систем се враћа у основно стање. Флипфлоп се ресетује, а интегратор поставља у почетно стање.

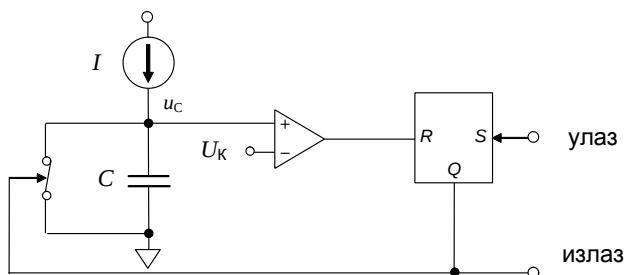
Временски интервал T потребан да напон на излазу интегратора достигне вредност U_K одређен је условом:

$$U_K = k_I U_{REF} T,$$

где је k_I сачинилац преноса интегратора. На основу ове једначине следи израз за трајање моностабилног стања:

$$T = \frac{U_K}{U_{REF}} \frac{1}{k_I}.$$

35. На слици је приказана принципска електрична шема моностабилног кола. Одредити израз за трајање моностабилног стања.



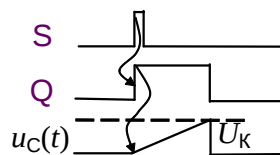
РЕШЕЊЕ

Трајање моностабилног стања одређено је временом потребним да се кондензатор напуни од нуле до вредности U_K :

$$\frac{I}{C}T = U_K,$$

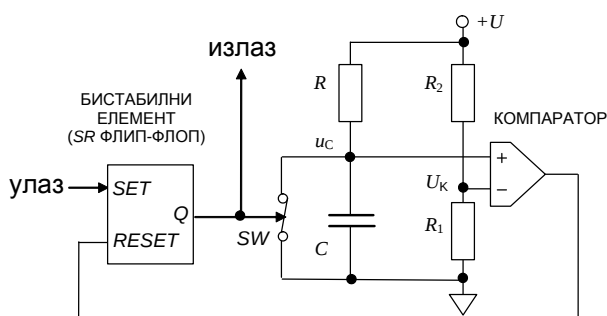
одакле следи:

$$T = \frac{U_K}{I}C.$$



36. Нацртати принципску електричну шему моностабилног кола оствареног помоћу RC -кола и објаснити начин рада.

РЕШЕЊЕ



У основном стању кола бистабилни елемент је ресетован, $Q = 0$, прекидач SW је затворен, а напон на кондензатору једнак нули. Излаз компаратора је у стању логичке нуле. Иницирање моностабилног стања и започињање процеса одмеравања трајања моностабилног стања T_R започиње појавом кратког улазног импулса, чему одговара успостављање логичке јединице на сет-улазу флип-флопа, који тада прелази у стање $Q = 1$. Прекидач SW се отвара и започиње пуњење кондензатора кроз отпорник R . Овакво стање се задржава у колу и након нестанка улазног импулса, и траје све док напон на кондензатору не достигне напон U_K :

$$U_K = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

На излазу компаратора се тада појављује логичка јединица која, преко ресет-улаза враћа флип-флоп у стање $Q = 0$. Прекидач SW се затвара, кондензатор C се празни, а компаратор враћа у основно стање и “ослобађа” флип-флоп (на ресет-улазу се успоставља логичка нула).

Ако је пуњење кондензатора започело у тренутку $t = 0$, важи:

$$u_C(t) = U_{C0} + U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Овај процес се одвија све до тренутка $t = T_R$ када је испуњен услов:

$$u(T_R) = U_K.$$

На основу једнакости:

$$U_K = U(1 - e^{-\frac{T_R}{RC}}),$$

добива се израз којим је одређено трајање квазистабилног стања:

$$T_R = RC \ln \frac{R_1 + R_2}{R_2}.$$

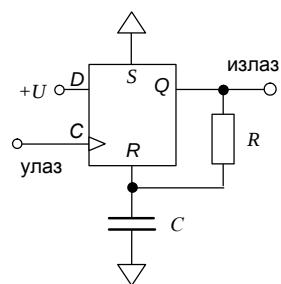
37. Нацртати принципску електричну шему моностабилног кола оствареног помоћу D -флипфлопа.

РЕШЕЊЕ

Интегрисани D -флипфлоп може да се примени као моностабилно коло успостављањем повратне спреге са излаза на улаз за ресетовање, као што је то приказано на слици.

У основном стању флипфлоп је ресетован ($Q = 0$). Предња ивица улазног импулса уписује логичку јединицу у флипфлоп.

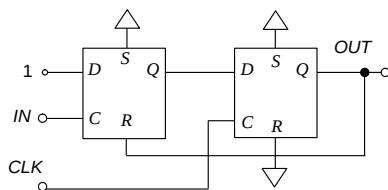
Трајање моностабилног стања одређено је временском константом RC -кола и прагом пребацивања на ресет-улазу.



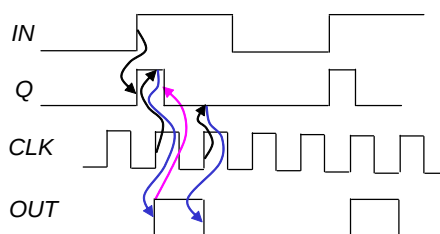
38. Нацртати принципску електричну шему кола за дигитално диференцирање предње ивице импулса.

РЕШЕЊЕ

Синхрона детекција предње ивице импулса може да се оствари помоћу D -флипфлопова повезаних на начин приказан на слици. Ширина излазног импулса једнака је једном такту синхронизационих импулса.



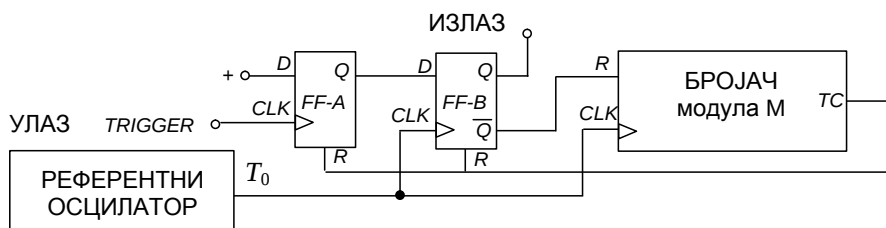
Таласни облик сигнала у колу приказан је на слици. После сваке узлазне ивице побудног сигнала IN на излазу кола OUT појављује се један импулс чије је трајање одређено периодом појављивања тактних импулса CLK .



39. Нацртати принципску електричну шему дигиталног моностабилног кола.

РЕШЕЊЕ

Дигитално моностабилно коло чије је трајање једнако умношку периода импулса референтног осцилатора приказано је на слици.



Трајање моностабилног стања одређује се бројањем импулса референтног осцилатора. Предња (растућа/узлазна) ивица сигнала на улазу кола успоставља логичку јединицу на излазу флипфлопа $FF-A$. Први следећи импулс из референтног осцилатора уписује логичку јединицу у флипфlop $FF-B$. Тиме започиње одмеравање интервала T_R , чије је трајање одређено периодом појављивања импулса на излазу референтног осцилатора, T_0 , и програмираним модулом бројача. Након одбројаног задатог броја импулса појављује се сигнал којим се флипфлопови, преко ресет-улаза враћају у основно стање.

6. ОСЦИЛАТОРИ

6.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Електрични осцилатор је коло у којем постоји промена електричног напона, односно струје, у односу на неку референтну вредност, тако да је осцилујућа величина (разлика потенцијала између две тачке, или струја у некој грани) наизменично већа и мања од неке референтне вредности. Осциловање може да буде резултат деловања спољашње побуде (принудне осцилације) или процеса који се, под одређеним условима, успоставља у самом систему (сопствене осцилације).

Појаве које се понављају карактеришу се временском величином која се назива период. За такве појаве (збивања) каже се да су периодичне. Период је време потребно да се у потпуности обави један циклус догађаја који се правилно понављају. Периодични сигнали се карактеришу величином која преставља брзину понављања карактеристичног таласног облика. Ова величина се назива “учестаност”, а дефинисана је као величина обрнуто сразмерна периоду:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Осцилаторни процес је размена енергије између елемената који имају способност њеног нагомилавања. То су реактивни елементи. Осцилатор у којем осцилујућа величина представља периодичну функцију времена синусног облика назива се синусни или хармонијски осцилатор.

Стање хармонијског осцилатора је описано простопериодичном аналогном величином $x(t)$, чија је амплитуда X , а угаона брзина (кружна учестаност) ω :

$$x(t) = X \sin \omega t, \quad \omega \neq 0 \wedge Y \neq 0.$$

Математички модел елемента који представља хармонијски осцилатор добија се узастопним диференцирањем леве и десне стране ове једначине:

$$\frac{dx}{dt} = \omega X \cos \omega t, \text{ односно:}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 X \sin \omega t.$$

На основу претходних једначина следи да математички модел хармонијског осцилатора може да се напише у облику хомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда, са константним коефицијентима:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0.$$

Почетни услови одређују почетну фазу величине $x(t)$. Косинусна функција, на пример, добија се за почетне услове:

$$x(0) = X, \text{ и}$$

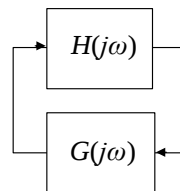
$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0.$$

Сопствене (слободне) осцилације су произведене једино енергијом која је претходно акумулисана у систему. Баркхаузенев критеријум дефинише потребан услов за успостављање осцилација у затвореном систему.

За постојање непригушених осцилација у затвореном систему, приказаном на слици, потребно је да постоји таква вредност кружне учестаности ω_0 при којој је појачање петље (*loop gain*) једнако јединици:

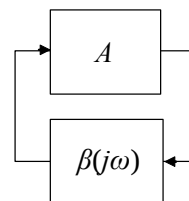
$$H(j\omega_0)G(j\omega_0) = 1.$$

Учестаност ω_0 је учестаност сопствених осцилација.



Ако се у директној грани налази појачавач, чије је појачање једнако A , а у грани повратне спреге је коло чија је фреквенцијска карактеристика $\beta(j\omega)$, овај услов се своди на:

$$A \cdot \beta(j\omega_0) = 1 + j0.$$



Када се преслика у домен реалних величина, добијају се два услова за постојање осцилација:

$$|\beta A| = 1,$$

и:

$$\arg \beta A = 2k\pi, k = 0, 1, 2, \dots$$

Ако појачање појачавача не зависи од учестаности (A је реалан број, позитиван или негативан, различит од нуле) потребан услов за постојање непригушених осцилација у систему може да се напише у облику:

$$\beta(j\omega_0) = \frac{1}{A} + j0,$$

односно:

$$\beta(\omega_0) = \frac{1}{A}.$$

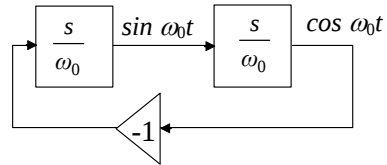
Математички модел хармонијског осцилатора:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0.$$

пружа различите могућности за његову реализацију. Применом комплексног оператора s диференцијална једначина може да се замени алгебарском једначином:

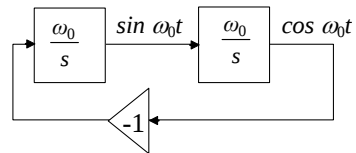
$$\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 = -1,$$

којој одговара структурни блок-дијаграм заснован на примени диференцијатора, или једначином:



$$\left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2 = -1,$$

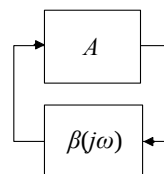
којој одговара структурни блок-дијаграм заснован на примени интегратора.



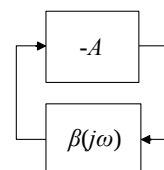
У оба случаја, систем садржи два идентична динамичка елемента и инвертујући појачавач. Сигнали на излазима су у квадратури. Ако се један излаз посматра као синусна функција времена, други представља косинусну функцију.

Посебну врсту хармонијских осцилатора чине кола са повратном спрегом која делује као филтер који пропушта само одређену учестаност која је једнака учестаности осциловања. Појачавач може да буде неинвертујући или инвертујући.

У првом случају, фреквенцијска карактеристика кола у грани повратне спреге треба да буде таква да не уноси померај фазе на учестаности осциловања. То су осцилатори са нултим померајем фазе (*zero phase shift*).



У другом случају (када се користи инвертујући појачавач), потребно је да се у грани повратне спреге оствари померај фазе од 180° . То су осцилатори са померањем фазе (*phase shift oscillator*) за које важи:



$$\beta(j\omega_0) = -\frac{1}{A} + j0; A < 0,$$

односно:

$$\beta(\omega_0) = -\frac{1}{A}.$$

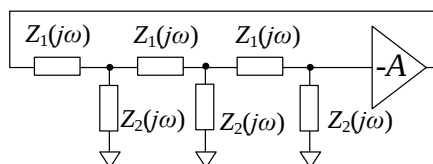
Коло повратне спреге, на учестаности осциловања ω_0 остварује померај фазе од 180° :

$$\arg \beta(\omega_0) = \pi.$$

То се може постићи помоћу пасивних померача фазе који садрже идентичне ћелије првог реда.

Фреквенцијска карактеристика мреже која садржи три ћелије одређена је изразом:

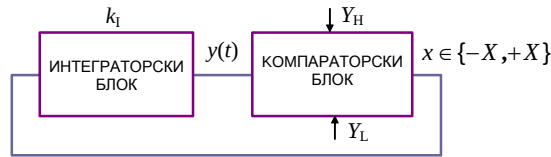
$$\beta(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1}.$$



Осцилатори у којима осцилујућа величина представља функцију времена правоугаоног, троугаоног или неког другог облика називају се несинусни. Електронски несинусни осцилатори су нелинеарни системи са јаком негативном повратном спрегом у којима постоје квазистабилна стања. Систем спонтано, без спољашње побуде, прелази из једног квазистабилног стања у друго.

Најзначајнију класу несинусних осцилатора чине кола чији општи структурни блок-дијаграм може да се представи као затворен систем који се састоји из интеграторског и компараторског блока. Квазистабилна стања су једнозначно одређена сигналом x на излазу компараторског блока који може да има два стања:

$$x \in \{-X, +X\}.$$



Излаз интегратора је растућа или опадајућа нагибна функција, у зависности од сигнала на улазу интегратора односно стања компараторског блока. Ако је остварен услов:

$$k_I X < 0,$$

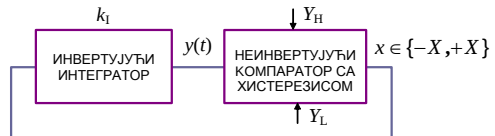
где је k_I сачинилац преноса интегратора, повратна спрега је негативна и обезбеђује да сигнал на излазу интегратора остаје у задатим границама:

$$Y_L \leq y(t) \leq Y_H.$$

То се постиже успостављањем осцилација, тако да је средња вредност сигнала на улазу интегратора једнака нули. У начелу постоје две могућности за остваривање негативне повратне спреге:

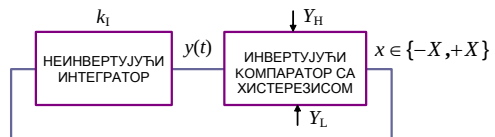
$$(k_I < 0) \wedge (X > 0) \text{ или } (k_I > 0) \wedge (X < 0).$$

У првом случају, систем се састоји из инвертујућег интегратора и неинвертујућег компаратора са хистерезисом.



Начин рада је следећи. Ако је $y > Y_H$ то значи да је $x = +X$, због чега y опада. Када вредност y достигне доњи гранични ниво Y_L долази до промене стања у колу. Сигнал на излазу компаратора мења знак, $x = -X$, па y почиње да расте. Такво стање остаје све док вредност y не достигне горњи гранични ниво Y_H . Стање компаратора се тада мења, x постаје једнако $+X$, због чега y почиње да опада и цео процес се понавља. Нивои поређења, Y_L и Y_H могу бити произвољни ($Y_L < Y_H$).

У другом случају, систем се састоји из неинвертујућег интегратора и инвертујућег компаратора са хистерезисом.



Заједничко за обе структуре је да је учестаност осциловања одређена константом интегратора, k_I , ширином хистерезисне петље, $\Delta Y = Y_H - Y_L$, и вредношћу нивоа X на излазу компаратора.

$$f = \frac{k_I}{2} \frac{X}{\Delta Y}.$$

6.2. ЗАДАЦИ

1. Нацртати општи структурни блок-дијаграм хармонијског осцилатора.

РЕШЕЊЕ

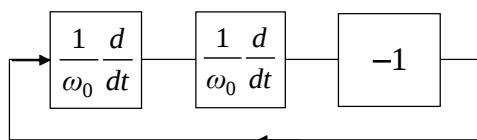
Полазећи од математичког модела хармонијског осцилатора:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_0^2 u(t) = 0,$$

који се може написати у облику:

$$u(t) = (-1) \left[\frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\omega_0} \frac{du}{dt} \right) \right],$$

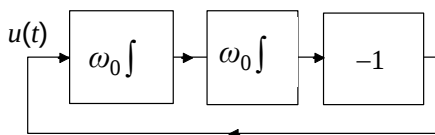
долази се до блок дијаграма приказаног на слици.



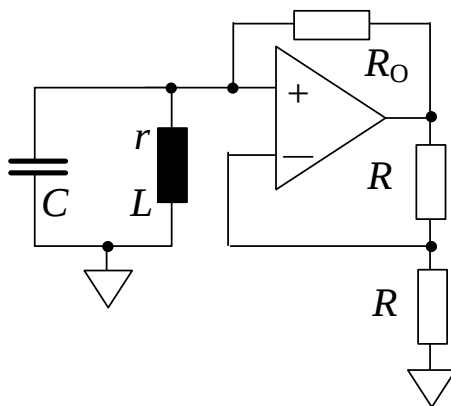
Математички модел написан у интегралном облику:

$$u(t) = -\omega_0 \int [\omega_0 \int u(t) dt] dt,$$

представља основу за дијаграм који садржи интеграторе.



2. За коло LC -осцилатора, реализованог применом операционог појачавача, одредити учестаност сопствених осцилација под претпоставком да је примењени појачавач савршен.

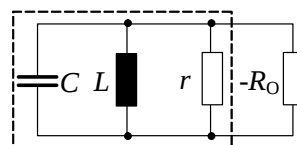


РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач у овом колу остварује улогу активне негативне отпорности.

Посматрани осцилатор може да се представи еквивалентним колом приказаним на слици. Ако је остварен услов:

$$R_O = r$$



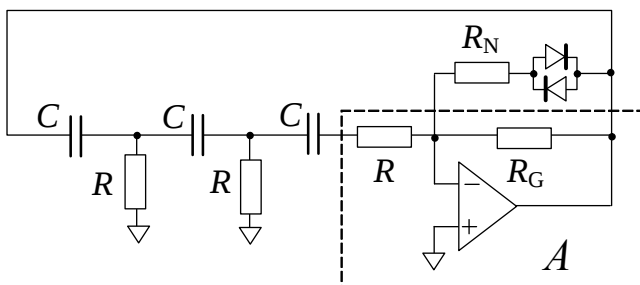
коло се понаша као LC -резонантно коло чији је математички модел:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i(t) = 0,$$

а учестаност осциловања:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

3. На слици је приказан RC -осцилатор са померањем фазе реализован применом операционог појачавача. Одредити учестаност осциловања под претпоставком да је примењени појачавач савршен.

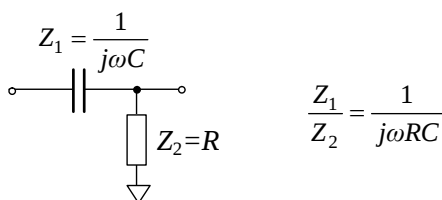


РЕШЕЊЕ

Посматрани осцилатор представља инвертујући појачавач појачања:

$$A = -\frac{R_G}{R},$$

у чијој повратној спрези се налази мрежа која садржи три идентичне ћелије које представљају филтер пропусник високих учестаности.



Фреквенцијска карактеристика ове мреже је:

$$\beta(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1}.$$

Потребан услов за постојање непригушених осцилација на учестаности ω_0 је:

$$A \cdot \beta(j\omega_0) = 1.$$

На основу претходне једначине следи:

$$\text{Im}\{\beta(j\omega_0)\} = 0.$$

Када се узме у обзир израз за β добија се:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 6\frac{Z_1}{Z_2} = 0, \text{ одакле следи:}$$

$$\left(\frac{Z_1(j\omega_0)}{Z_2(j\omega_0)}\right)^2 = -6.$$

С обзиром да је:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{j\omega RC}, \text{ важи:}$$

$$\left[\frac{Z_1(j\omega_0)}{Z_2(j\omega_0)}\right]^2 = \left[\frac{1}{j\omega_0 RC}\right]^2 = -6,$$

одакле следи:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}RC}.$$

На основу услова који се односи на реални део:

$$A \cdot \text{Re}\{\beta(j\omega_0)\} = 1, \text{ следи:}$$

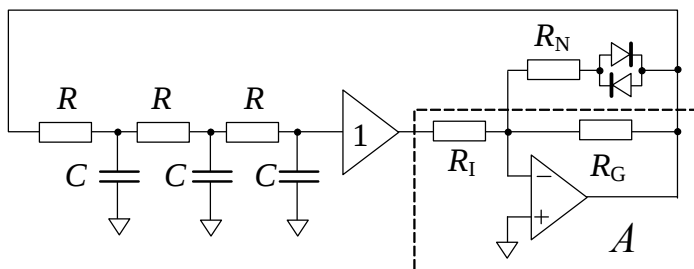
$$A = \frac{1}{\text{Re}\{\beta(j\omega_0)\}}.$$

За троделну CR -мрежу важи:

$$\text{Re}\{\beta(j\omega_0)\} = \frac{1}{5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 1} = \frac{1}{5(-6)^2 + 1} = -\frac{1}{29}, \text{ одакле следи:}$$

$$\frac{R_G}{R} = 29.$$

4. На слици је приказан осцилатор са померањем фазе реализован применом RC -филтерских ћелија. Одредити учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

Мрежа за померање фазе у колу повратне спреге садржи три идентичне ћелије. На основу услова да имагинарни део израза за фреквенцијску карактеристику ове мреже:

$$\beta(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1},$$

$$Z_1 = R$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = j\omega RC$$

мора да буде једнак нули, следи:

$$\frac{Z_1(j\omega_0)}{Z_2(j\omega_0)} = j\omega_0 RC = j\sqrt{6}, \text{ односно:}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}.$$

На основу услова који важи за реални део појачања петље:

$A \cdot \operatorname{Re}\{\beta(j\omega_0)\} = 1$, следи:

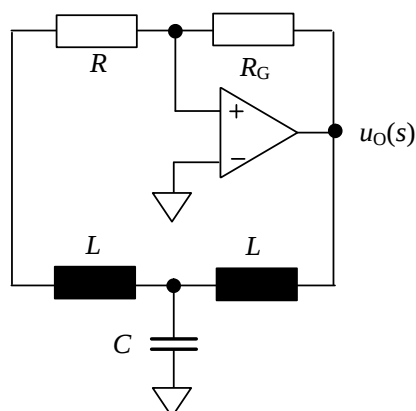
$$A = \frac{1}{\operatorname{Re}\{\beta(j\omega_0)\}} = 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 1 = 5(-6)^2 + 1 = -29,$$

односно:

$$R_G = 29 R_I.$$

Диоде у колу појачавача омогућују стабилизацију амплитуде осцилација.

5. На слици је приказан осцилатор реализован применом операционог појачавача. Одредити учестаност осциловања под претпоставком да је примењени појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља појачавач са повратном спрегом која је остварена помоћу реактивног филтра пропусника ниских учестаности (затвореног отпорношћу R). Фреквенцијска карактеристика кола повратне спреге одређена је изразом:

$$\beta(j\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j \frac{2\omega L - \omega^3 L^2 C}{R_1}}.$$

На основу Баркхаузеновог критеријума, на учестаности осциловања ω_0 имагинарни део мора да буде једнак нули, односно:

$$\omega_0^2 LC = 2,$$

одакле следи:

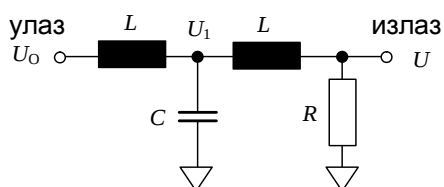
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC/2}}.$$

За посматрану мрежу важи:

$$\beta(j\omega) = \frac{U}{U_O} = \frac{U}{U_1} \frac{U_1}{U_O},$$

где је:

$$\frac{U}{U_1} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}, \text{ и}$$



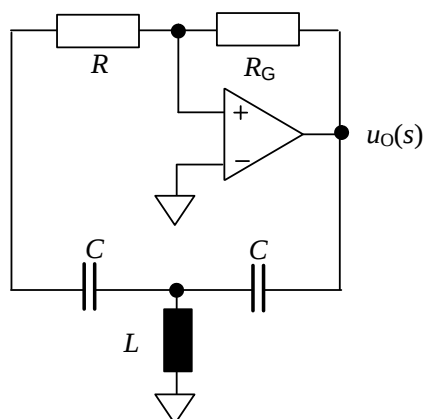
$$\frac{U_1}{U_O} = \frac{Z_C \parallel (R + j\omega L)}{j\omega L + Z_C \parallel (R + j\omega L)} = R \frac{\frac{1 + j\omega \frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}}{j\omega L + \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}} = \frac{1 + j\omega \frac{L}{R}}{j\omega \frac{L}{R} (1 - \omega^2 LC + j\omega RC) + 1 + j\omega \frac{L}{R}}.$$

Сређивањем добија се наведени израз за $\beta(j\omega)$.

На учестаности осциловања је:

$$\beta(j\omega_0) = \frac{1}{1 - \omega_0^2 LC} = -1.$$

6. На слици је приказан осцилатор реализован применом операционог појачавача. Одредити учестаност осциловања под претпоставком да је примењени појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља појачавач са повратном спрегом која је остварена помоћу реактивног филтра пропусника високих учестаности (затвореног отпорношћу R). Фреквенцијска карактеристика кола повратне спреге одређена је изразом:

$$\beta(j\omega) = - \frac{\omega^2 LC}{(1 - \omega^2 LC) + j(2\omega \frac{L}{R} - \frac{1}{\omega RC})}.$$

На основу Баркхаузеновог критеријума, на учестаности осциловања ω_0 имагинарни део мора да буде једнак нули:

$$\omega_0^2 2LC = 1,$$

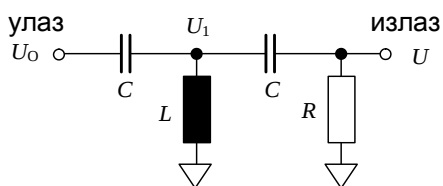
одакле следи:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{2LC}}.$$

За посматрану мрежу важи:

$$\beta(j\omega) = \frac{U}{U_O} = \frac{U}{U_1} \frac{U_1}{U_O},$$

где је:

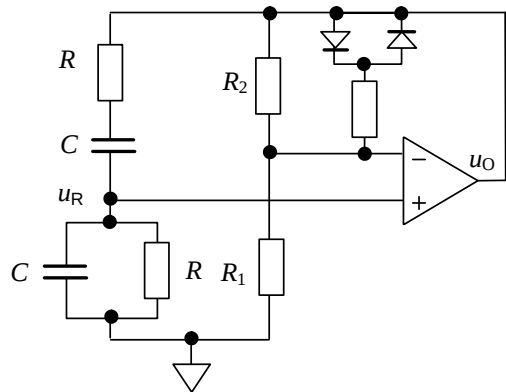


$$\frac{U}{U_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}, \text{ и}$$

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{j\omega L \parallel \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L \parallel \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{\frac{j\omega L(R + \frac{1}{j\omega C})}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}}{\frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega L(R + \frac{1}{j\omega C})}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{j\omega L(R + \frac{1}{j\omega C})}{\frac{1}{j\omega C}(j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}) + j\omega L(R + \frac{1}{j\omega C})}.$$

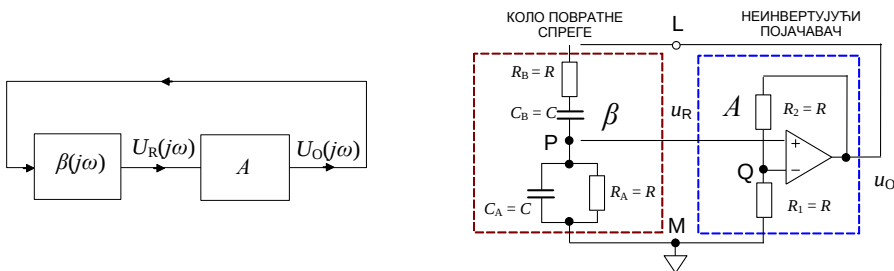
Сређивањем добија се наведени израз за $\beta(j\omega)$.

7. На слици је приказан RC-осцилатор са Виновим мостом реализован применом операционог појачавача. Одредити учестаност осциловања под претпоставком да је примењени појачавач савршен.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља хармонијски осцилатор остварен помоћу Виновог моста и операционог појачавача. Мост се напаја са излаза операционог појачавача, а сигнал повратне спреге се узима са мерне дијагонале моста. Овај систем може да се посматра као неинвертујући појачавач, чије је појачање коначно и једнако A , са фреквенцијски зависном пасивном RC-мрежом у колу позитивне повратне спреге.



Неинвертујући појачавач је остварен помоћу операционог појачавача и отпорничког делитеља напона који образују отпорници R_1 и R_2 .

$$A = \frac{u_O}{u_R} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

Функција преноса мреже у колу повратне спреге појачавача одређена је изразом:

$$\beta(s) = \frac{U_R(s)}{U_O(s)} = \frac{Z_A(s)}{Z_A(s) + Z_B(s)},$$

у којем $Z_A(s)$ представља импедансу паралелног RC -кола:

$$Z_A(s) = R_A \parallel \frac{1}{sC_A} = \frac{R_A}{1 + sR_A C_A},$$

а $Z_B(s)$ импедансу редног RC -кола:

$$Z_B(s) = R_B + \frac{1}{sC_B}.$$

Посматраном колу је $R_A = R_B = R$ и $C_A = C_B = C$. Сређивањем се добија:

$$\beta(s) = \frac{sRc}{(sRC)^2 + 3sRC + 1}.$$

Да би се у затвореном систему успоставиле осцилације потребно је да буде испуњен услов (Баркхаузенев критеријум):

$$1 - \beta(s)A = 0.$$

У овом случају, услов осциловања своди се на једначину:

$$(sRC)^2 + sRC(3 - A) + 1 = 0,$$

односно, у фреквенцијском домену ($s = j\omega_0$):

$$1 - (\omega_0 RC)^2 + j\omega_0 RC(3 - A) = 0.$$

Изједначавањем са нулом реалног и имагинарног дела израза на левој страни ове једначине, добија се израз за вредност учестаности:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC},$$

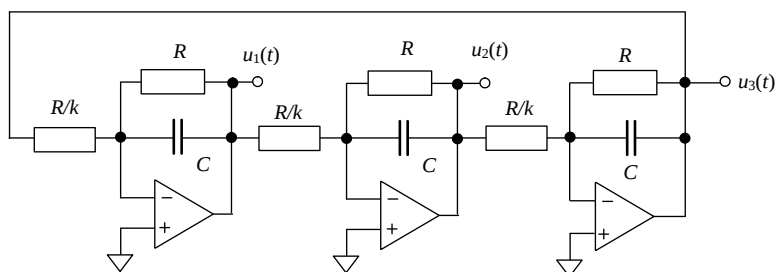
и појачања:

$$A = 3,$$

одакле следи:

$$R_2 = 2R_1.$$

8. На слици је приказан RC -осцилатор реализован применом савршених операционих појачавача. Одредити учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

Осцилатор који се састоји од три идентичне ћелије, од којих свака представља активни инвертујући филтер пропусник ниских учестаности:

$$W(s) = -\frac{k}{1+sRC}.$$

Појачање у петљи је негативно. Осцилације се успостављају на учестаности ω_0 која је одређена Баркхаузовим условом:

$$\left(\frac{-k}{1+sRC} \right)^3 = 1,$$

који се своди на једначину ($s = j\omega_0$):

$$(1 + j\omega_0 RC)^3 + k^3 = 0.$$

Изједначавањем имагинарног дела са нулом добија се:

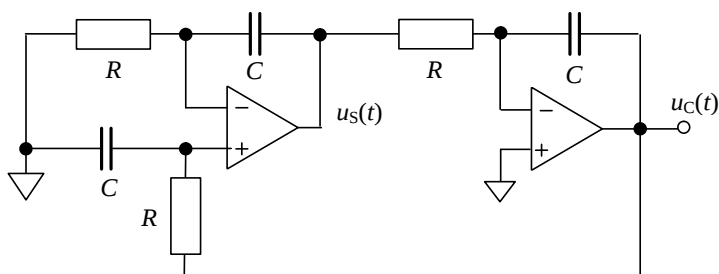
$$3 - (\omega_0 RC)^2 = 0.$$

одакле следи:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{RC}.$$

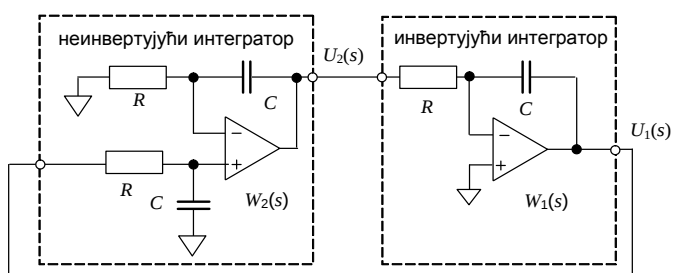
Свака филтерска ћелија помера фазу за 60° .

9. На слици је приказан осцилатор реализован применом савршених операционих појачавача који на својим излазима дају хармонијске сигнале фазно померене за $\pi/2$. Одредити учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

Еквивалентно коло посматраног осцилатора приказано је на слици.



Његов математички модел чине једначине:

$$W_1(s) = -\frac{1}{sRC} \quad \text{и}$$

$$W_2(s) = \frac{1}{sRC}.$$

На основу услова потребног за успостављање осцилација:

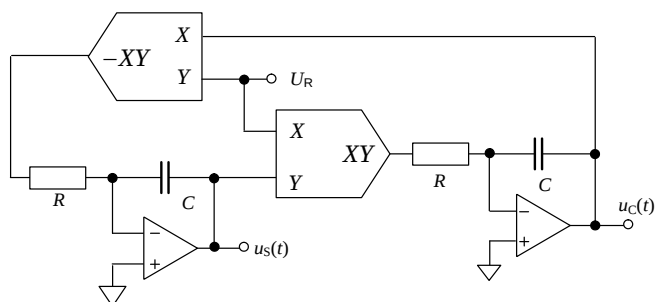
$$W_2(s)W_1(s) = 1,$$

слиди:

$$s^2 RC = -1, \quad \text{односно за } s = j\omega:$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{RC}.$$

10. Одредити учестаност осциловања синусног осцилатора приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Математички модел овог система чине једначине:

$$U_S(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}(-k_M U_R)U_C(j\omega),$$

$$U_C(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}k_M U_R U_S(j\omega),$$

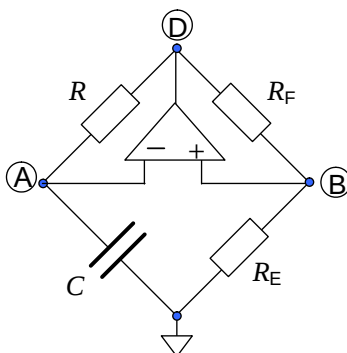
где је k_M сачинилац преноса множача, а U_R представља стални напон. На основу ових једначина следи:

$$1 = -\frac{1}{j\omega_0 RC}(-k_M U_R)\frac{1}{j\omega_0 RC}(-k_M U_R) = \left(\frac{k_M U_R}{\omega_0 RC}\right)^2, \text{ односно:}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}k_M U_R.$$

Коло представља хармонијски осцилатор чија се учестаност може подешавати напоном U_R .

11. За коло приказано на слици, у којем је примењен савршен операциони појачавач који се напаја симетричним напонима, објаснити рад кола, нацртати таласне облике са назначеним параметрима сигнала у тачкама означеним са А, В и D, и извести општи израз за период осциловања.

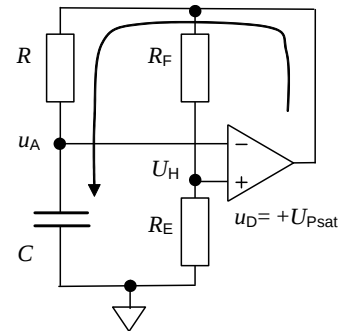


РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља несинусни осцилатор остварен применом диференцијалног појачавача великог појачања. Акумулациони елемент, кондензатор C , смештен је у једну грану моста, који се налази у грани негативне повратне спреге појачавача. Друга грана моста, остварена преко отпорника R_E и R_F , обезбеђује позитивну повратну спрегу. На излазу појачавача постоје два квазистабилна стања: позитивно и негативно засићење. Када је напон u_O позитиван, кондензатор се пуни, а када је напон u_O негативан, кондензатор се празни. У општем случају трајање квазистабилних стања зависи од вредности напона засићења.

Процес пуњења траје све док напон на кондензатору не достигне вредност напона који представља горњи гранични ниво U_H који је одређен разделником напона, који чине отпорници R_E и R_F , и напона на излазу појачавача у стању позитивног засићења, U_{Psat} :

$$U_H = \frac{R_E}{R_E + R_F} U_{Psat} = \beta U_{Psat}.$$

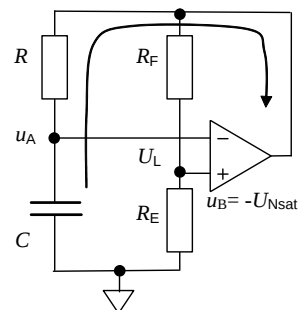


У тренутку када напон на кондензатору достигне горњи гранични ниво U_H долази до скоковите промене стања у колу. Појачавач делује као компаратор. Посредством позитивне повратне спреге која делује преко отпорника R_E и R_F у колу се успоставља регенеративни процес који траје све док се на излазу појачавача не успостави напон негативног засићења чији је поларитет супротан од поларитета напона U_{Psat} . Кондензатор почиње да се празни струјом коју узима појачавач.

Празњење траје све док напон на кондензатору не опадне до вредности напона који представља доњи гранични ниво U_L :

$$U_L = -\frac{R_E}{R_E + R_F} U_{Nsat} = -\beta U_{Nsat}.$$

Након тога долази до нове скоковите промена стања у колу када се на излазу појачавача појављује напон позитивног засићења и цео циклус се понавља.



Таласни облик напона у карактеристичним тачкама кола приказан је на слици. Размак нивоа U_H и U_L одређује распон напона на кондензатору:

$$\Delta u_A = U_H - U_L = \beta(U_{Psat} + U_{Nsat}).$$

Када је напон u_D на излазу појачавача позитиван, напон на кондензатору експоненцијално расте од почетне вредности U_L ка вредности напона позитивног засићења U_{Psat} . Ако је овај процес започео у тренутку $t = 0$, важи:

$$u_A(t) = U_L + (U_{Psat} - U_L)(1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Трајање одговарајућег квазистабилног стања T_1 одређено је условом $u_A(T_1) = U_H$ на основу којег следи:

$$e^{\frac{T_1}{RC}} = \frac{U_{Psat} - U_L}{U_{Psat} - U_H}, \text{ односно:}$$

$$T_1 = RC \ln \frac{U_{Psat} - U_L}{U_{Psat} - U_H}.$$

Када је напон u_D негативан, важи:

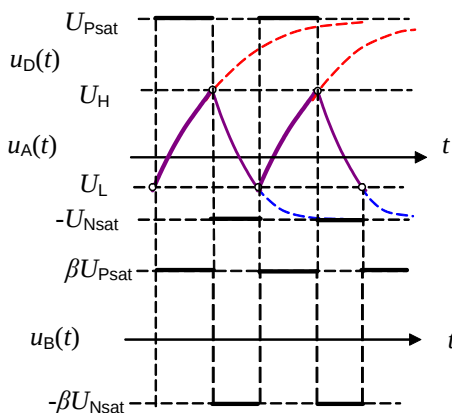
$$u_A(t) = U_H - (U_{Nsat} + U_H)(1 - e^{-\frac{t}{RC}}), \text{ и}$$

$$T_2 = RC \ln \frac{U_{Nsat} + U_H}{U_{Nsat} + U_L}.$$

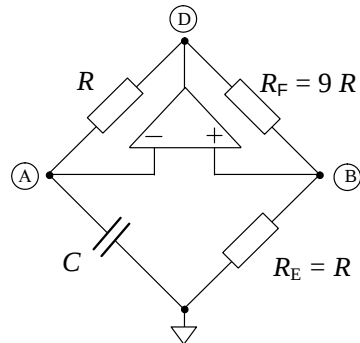
Ако је систем симетричан ($U_{Psat} = U_{Nsat} = U_S$, $U_H = -U_L = \beta U_S$) квазистабилна стања имају једнако трајање. Период осциловања, T , одређен је изразом:

$$T = 2RC \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_E}{R_F}\right).$$

Учестаност осциловања не зависи од напона засићења, односно од напона којим се појачавач напаја. Споре промене овог напона не утичу на вредност учестаности, јер су промене интеграционе струје компензоване одговарајућим променама прага са којим се напон на кондензатору пореди.



12. За коло приказано на слици, под претпоставком да се операциони појачавач напаја симетричним напоном:
- нацртати таласне облике и назначити параметре сигнала у тачкама означеним са А и В;
 - одредити општи израз којим је приближно одређена учестаност осциловања.



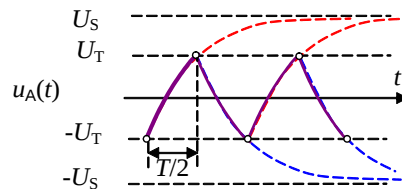
РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља RC -осцилатор мостовског типа. У сваком квазистабилном стању, напон u_A се мења по експоненцијалном закону, од почетне вредности, која представља један од нивоа поређења, U_H или U_L , ка напону засићења супротног поларитета. Временска константа кола пуњења и пражњења кондензатора је иста у оба стања:

$$\tau = RC.$$

Под претпоставком да су напони засићења на излазу појачавача једнаки по интензитету, гранични нивои су симетрични и важи:

$$\beta = \frac{U_{TH}}{U_S} = \frac{R_E}{R_E + R_F} = \frac{1}{10},$$



где је U_S напон засићења на излазу појачавача, а U_T напон прага када се врши промена стања. Таласни облик напона на кондензатору приказан је на слици. На основу анализе, спроведене у преходном задатку, добија се формула за период осциловања:

$$T = 2RC \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} = 2RC \ln \left(1 + 2 \frac{R_E}{R_F} \right) = RC \ln \frac{11}{9} \cong 0,40134 RC.$$

У посматраном колу, операциони појачавач са позитивном повратном спрегом, оствареном преко отпорника R_E и R_F , може да се посматра као инвертујући компаратор са хистерезисом. Друга половина моста, која садржи акумулациони елемент, представља пасивни RC -интегратор.

Овај осцилатор може да се представи структурним блок дијаграмом приказаним на слици. Јака негативна повратна спрега обезбеђује да напон u_A на излазу интегратора (односно на улазу компаратора) буде увек унутар граница хистерезисне петље:

$$U_D \leq u_A \leq U_G.$$

Када је, на пример, напон u_O на излазу компаратора позитиван, напон u_A на излазу RC -кола расте све док достигне горњи ниво поређења, U_G . Тада напон u_O постаје негативан, па напон u_A почиње да опада према доњој граничној вредности U_D . На излазу компаратора добија се сигнал правоугаоног таласног облика. Примена пасивног интегратора има за последицу да струја кроз интеграциони кондензатор зависи од напона на њему:

$$i_C = \frac{U_S - u_A}{R},$$

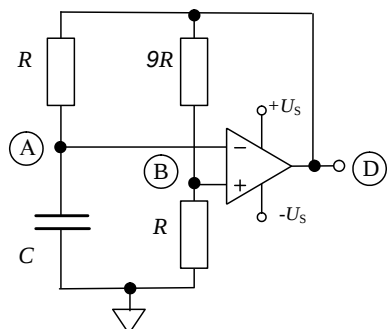
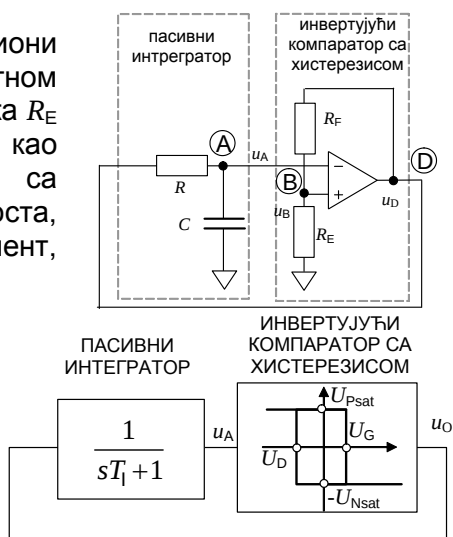
што даје експоненцијални облик сигнала на улазу компаратора.

У посматраном колу, међутим, прагови поређења су мали у односу на напон којим се кондензатор пуни односно празни:

$$U_T = \beta U_S = \frac{1}{10} U_S \ll U_S.$$

Због тога струја кроз кондензатор практично не зависи од напона u_A :

$$i_C = \frac{U_S - u_A}{R} \cong \frac{U_S}{R} = I_C = \text{const}$$

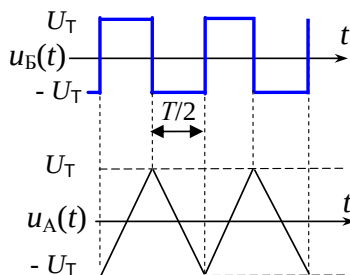


Може се сматрати да напон u_A представља линеарну функцију времена тако да важи:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta U} = \frac{I_C \cdot \frac{T}{2}}{2U_T},$$

одакле следи:

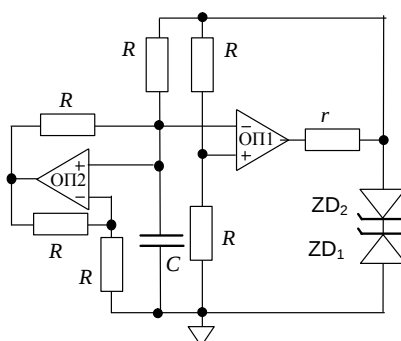
$$T = 4RC\beta = 0,4 RC.$$



Резулт добијен на основу линеаризованог модела осцилаторног процеса је за само око 0,3 % мањи од резултата који се добија применом тачније формуле, сложеније за израчунавање.

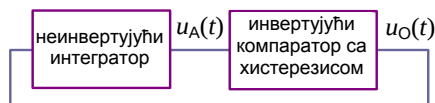
13. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени, као и да се напајају напонам $\pm 12\text{ V}$:

- нацртати одговарајући блок дијаграм и одредити општи израз за учестаност осциловања;
- ако је еквивалентни напон пробоја двојне Ценер диоде једнак 6 V , одредити амплитуду сигнала на излазу појачавача ОП2.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља нелинеаран систем који може да се прикаже структурним блок дијаграмом датим на слици. Јака негативна повратна спрега обезбеђује успостављање осцилација.

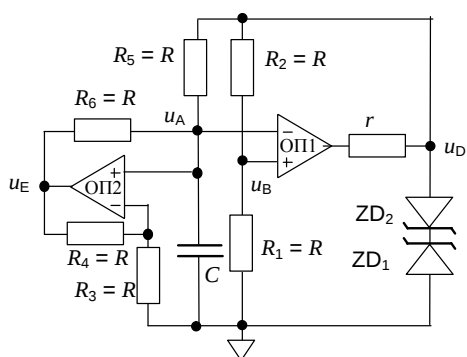


Операциони појачавач ОП1 има улогу компаратора. Позитивна повратна спрега, остварена преко двојне ценер диоде и делитеља напона који чине два једнака отпорника, обезбеђује карактеристику хистерезиса. Напон u_O на излазу компаратора има две вредности: $+U_{ZZ}$ и $-U_{ZZ}$. Напон u_B има две вредности: $+U_{ZZ}/2$ и $-U_{ZZ}/2$. Ширина хистерезисне петље Δu_B једнака је U_{ZZ} .

Напони u_O и u_B имају симетрични правоугаони таласни облик:

$$u_B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_O = \pm \frac{U_{ZZ}}{2}.$$

Операциони појачавач ОП2 са отпорницима R_3 , R_4 , R_5 и R_6 остварује улогу неинвертујућег интегратора (бутстреп интегратор).



Струја кроз кондензатор не зависи од вредности напона u_A већ само од напона u_O :

$$i_C = \frac{u_O}{R_5} = \pm \frac{U_{ZZ}}{R}.$$

Промена напона u_A током трајања једног квазистабилног стања:

$$\Delta u_A = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{i_C \frac{T}{2}}{C},$$

једнака је размаку од једног до другог прага компарације које дефинише напон u_B :

$$\Delta u_A = \Delta u_B = U_{ZZ},$$

одакле следи:

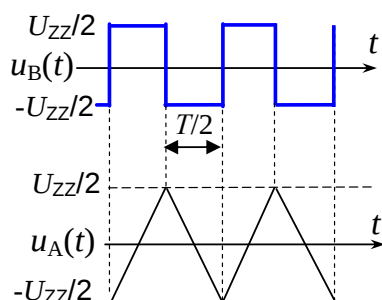
$$U_{ZZ} = \frac{U_{ZZ}}{2RC} T, \text{ односно:}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RC}.$$

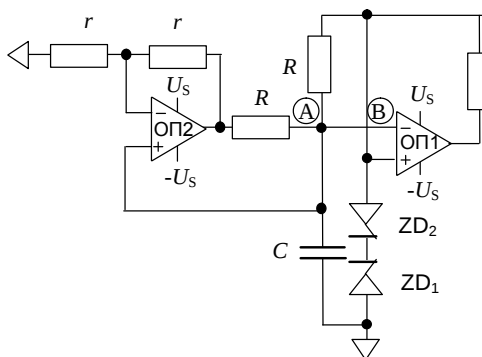
Напон u_E је двоструко већи од напона u_A :

$$u_E = u_A \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 2u_A.$$

Напони u_A и u_E имају симетрични троугаони таласни облик. Амплитуда сигнала u_A једнака је $U_{ZZ}/2$. Амплитуда сигнала u_E једнака је $U_{ZZ} = 6 \text{ V}$.



14. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени, а напајају се симетричним напонам, објаснити рад кола, и одредити општи израз за учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач ОП1 има улогу инвертујућег компаратора са хистерезисом. Ширина хистерезисне петље Δu_B једнака је $2U_{ZZ}$ где је U_{ZZ} напон пробоја двојне Ценер-диоде. Операциони појачавач ОП2 делује у саставу неинвертујућег интегратора чији је сачинилац преноса k_I једнак:

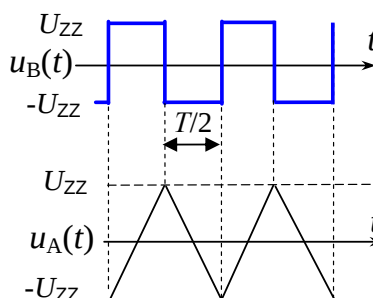
$$k_I = \frac{1}{RC}$$

Таласни облик напона u_A и u_B приказан је на слици. Полупериод осциловања одређен је једначином:

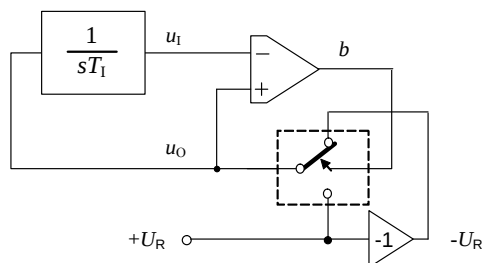
$$k_I U_{ZZ} \frac{T}{2} = 2U_{ZZ},$$

на основу које следи:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4RC}$$



15. Одредити општи израз за учестаност осциловања кола приказаног на слици, под претпоставком да су константа интегратора T_I и референтни напон U_R познати.



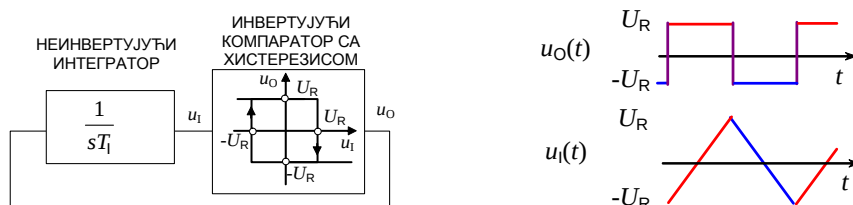
$u_O - u_I$	b
> 0	1
< 0	0

C	NO	SW	C
	NC	0	NC
	NO	1	NO

Електронски прекидач је приказан у стању када је бинарни сигнал на његовом управљачком улазу једнак логичкој нули (нижем напонском нивоу).

РЕШЕЊЕ

Посматрано коло је генератор периодичних сигнала $u_O(t)$ и $u_I(t)$ који представљају импулсе симетричног правоугаоног односно троугаоног таласног облика. Структурни блок-дијаграм кола и одговарајући временски дијаграми приказани су на слици.



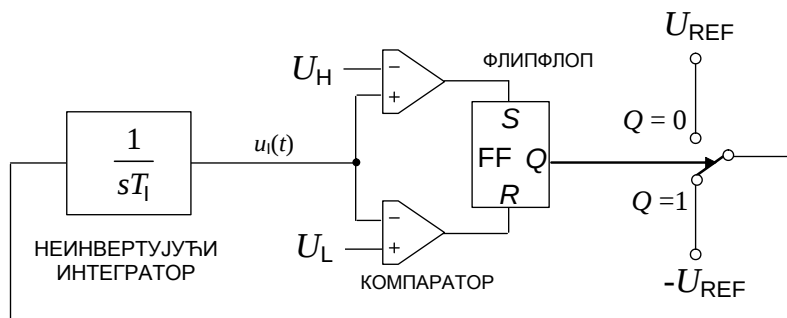
Сигнал на улазу интегратора представља поворку правоугаоних импулса амплитуде U_R . Напон на његовом излазу има симетричан троугаони таласни облик исте амплитуде. На основу једначине:

$$\frac{1}{T_I} \frac{T}{2} U_R = \Delta u_I = 2U_R, \text{ следи:}$$

$$f = \frac{1}{4T_I}.$$

Учестаност осциловања не зависи од вредности напон U_R већ само од константе интегратора T_I . Напон U_R дефинише амплитуду импулса.

16. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени функционални блокови савршени, нацртати таласне облике и назначити параметре сигнала у карактеристичним тачкама и извести општи израз за учестаност осциловања.

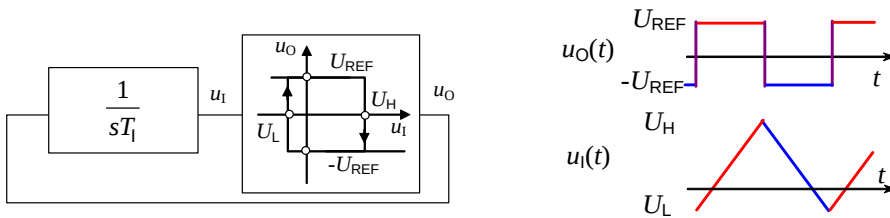


РЕШЕЊЕ

Компаратори, флипфлоп и преклопни прекидач образују компаратор са хистерезисом. Посматрано коло представља генератор периодичних сигнала $u_O(t)$ и $u_I(t)$, правоугаоног односно троугаоног таласног облика. Јака негативна повратна спрега обезбеђује да напон u_I на излазу интегратора (односно на улазу компаратора) буде увек унутар граница хистерезисне петље:

$$U_L \leq u_I \leq U_H.$$

Структурни блок.дијаграм кола и одговарајући временски дијаграми приказани су на слици.

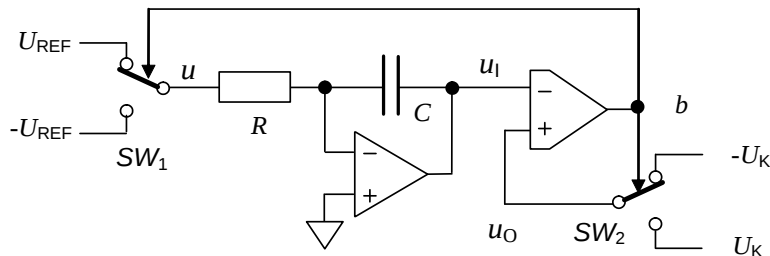


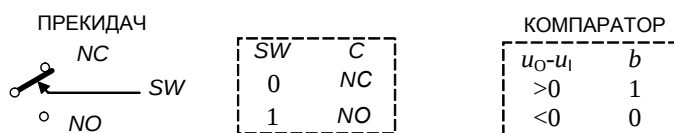
Напон на излазу интегратора има троугаони таласни облик. На основу једначине:

$$\frac{1}{T_I} U_{REF} \frac{T}{2} = \Delta u_I = U_H - U_L, \text{ следи:}$$

$$f = \frac{1}{2T_I} \frac{U_{REF}}{U_H - U_L}.$$

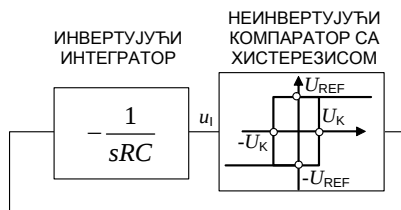
17. За коло приказано на слици, под претпоставком да су операциони појачавач и компаратор савршени, као и да је напон на излазу операционог појачавача у стању засићења, U_S , по интензитету већи од напона U_K , $|U_S| > U_K$, одредити учестаност осциловања.



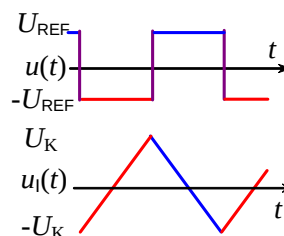


РЕШЕЊЕ

Посматрано коло представља генератор периодичних сигнала $u_O(t)$, $u(t)$ и $u_I(t)$, правоугаоног односно троугаоног таласног облика чији је структурни блок-дијаграм представљен на слици. Напони u_O и u су у противфази.



Амплитуде сигнала $u(t)$ и $u_I(t)$ могу независно да се подешавају. Учестаност осциловања зависи од вредности референтног напона, U_{REF} , ширине хистерезисне петље, $\Delta u_I = 2U_K$, и временске константе интегратора RC .



Напон на излазу интегратора, $u_I(t)$, има троугаони таласни облик. На основу једначине:

$$\frac{1}{RC} U_{REF} \frac{T}{2} = \Delta u_I = 2U_K, \text{ следи:}$$

$$f = \frac{1}{4RC} \frac{U_{REF}}{U_K}.$$

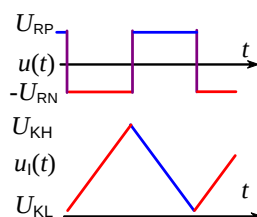
Ако је $U_{REF} = U_K$, учестаност осциловања зависи само од константе интегратора RC :

$$f = \frac{1}{4RC}.$$

Напони који дефинишу границе хистерезисне петље, U_{KH} и U_{KL} могу бити произвољни ($U_{KL} < U_{KH}$). Сигнал $u(t)$ на улазу интегратора представља бинарну величину која може да има једну од две вредности супротног знака, $+U_{RP}$ и $-U_{RN}$. Ако су ове вредности једнаке по интензитету, трајање квазистабилних стања је једнако.

Напон на излазу интегратора има троугаони таласни облик. Доња и горња гранична вредност овог напона може да буде истог поларитета, зависно од постављених граничних вредности U_{KL} и U_{KH} које одређују ширину хистерезисне петље:

$$\Delta u_O = \Delta u_I = U_{KH} - U_{KL}.$$



Трајање квазистабилног стања је одређено релацијама:

$$\frac{1}{RC} U_{RN} T_1 = \Delta u_I = \frac{1}{RC} U_{RL} T_2, \text{ на основу којих следи:}$$

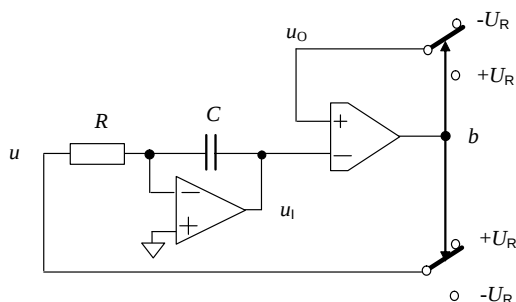
$$T_1 = RC \frac{\Delta u_I}{U_{RN}},$$

$$T_2 = RC \frac{\Delta u_I}{U_{RP}}.$$

Општи израз за учестаност осциловања има облик:

$$f = \frac{1}{RC(U_{KH} - U_{KL})} \frac{U_{RP} U_{RN}}{U_{RP} + U_{RN}}.$$

18. За коло приказано на слици, под претпоставком да су операциони појачавач и компаратор савршени, одредити учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

На основу једначине:

$$\frac{1}{RC} U_R \frac{T}{2} = \Delta u_O = 2U_R, \text{ следи:}$$

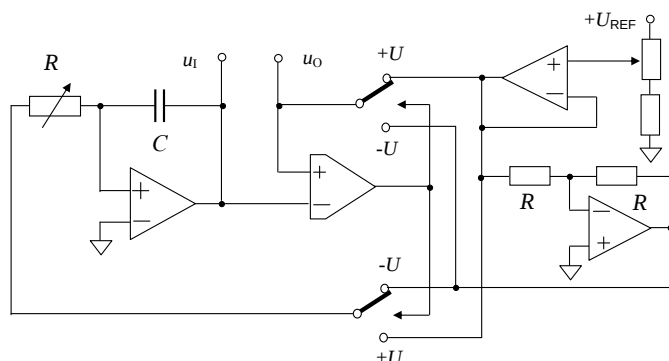
$$f = \frac{1}{4RC}.$$

Учестаност осциловања не зависи од вредности напона U_R . То омогућује да се учестаност подешава (задаје) независно од амплитуде сигнала правоугаоног и троугаоног облика, подешавањем константе преноса интегратора.

19. Нацртати принципску електричну шему генератора периодичних сигнала симетричног троугаоног и правоугаоног таласног облика чија се учестаност осциловања може мењати без утицаја на амплитуду сигнала. Написати израз за учестаност осциловања.

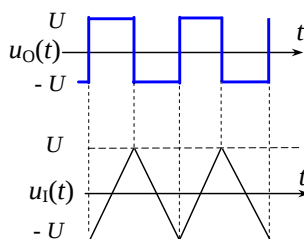
РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема кола приказана је на слици.

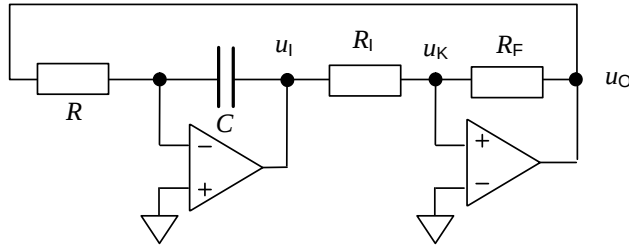


Временски дијаграми напона $u_O(t)$ и $u_I(t)$ приказани су на слици. Учестаност осциловања једнака је:

$$f = \frac{1}{4RC}.$$

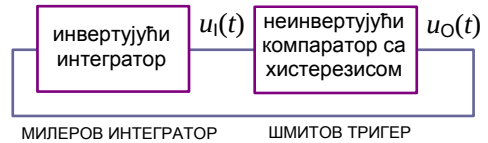


20. За коло приказано на слици, под претпоставком да су операциони појачавачи савршени, одредити учестаност осциловања.



РЕШЕЊЕ

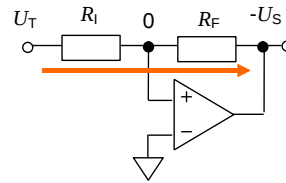
Посматрано коло представља нелинеаран систем који може да се представи структурним блок дијаграмом приказаним на слици. Састоји се од инвертујућег интегратора и неинвертујућег компаратора са хистерезисом.



Јака негативна повратна спрега обезбеђује успостављање осцилација. Под претпоставком да су напони засићења на излазу операционог појачавача једнаки по интензитету, гранични нивои хистерезисне петље су симетрични, $-U_T$ и U_T .

Вредност напона прага U_T одређена је условом:

$$\frac{U_T}{R_I} = \frac{U_S}{R_F},$$

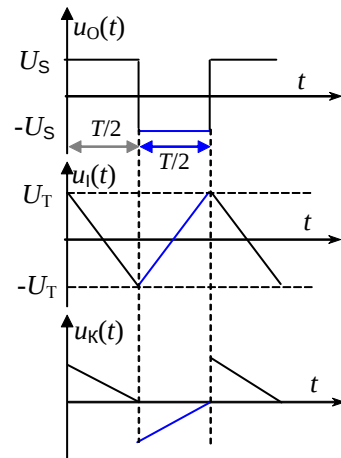


где је U_S напон засићења на излазу појачавача који остварује улогу компаратора.

Таласни облици напона у колу су приказани на слици. Напон на излазу компаратора, u_o , је бинарна величина. На излазу интегратора се добија напон u_i симетричног троугаоног таласног облика чија је средња вредност нула, а амплитуда једнака напону прага U_T .

Сигнал u_K на неинвертујућем улазу компаратора представља суперпозицију напона u_o и u_i у одговарајућој сразмери:

$$u_K = u_i(t) \frac{R_F}{R_I + R_F} + u_o(t) \frac{R_I}{R_I + R_F}.$$



Промена квазистабилног стања се врши када напон u_K достигне вредност нуле. За трајање квазистабилног стања важи:

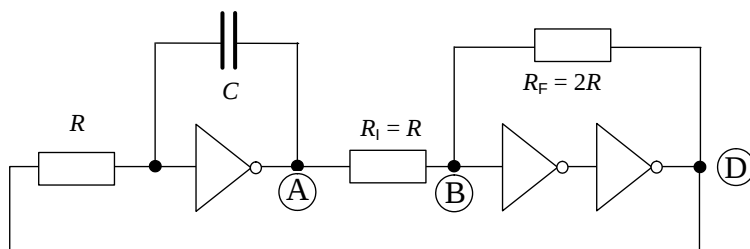
$$\frac{1}{RC} \frac{T}{2} U_S = 2U_T, \text{ одакле следи:}$$

$$T = 4RC \frac{R_I}{R_F}, \text{ односно:}$$

$$f = \frac{1}{4RC} \frac{R_F}{R_I}.$$

Учестаност осциловања не зависи од напона напајања кола. Напон засићења U_S одређује амплитуду напона $u_O(t)$ и $u_I(t)$.

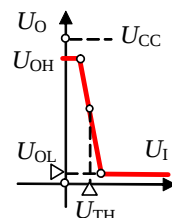
21. За коло приказано на слици нацртати таласне облике и назначити параметре сигнала у тачкама означеним са А, В и D. Објаснити рад кола и одредити општи израз за учестаност осциловања. Примењено коло је *Hex-inverter CD 4049 CMOS*, напајање је +12V.



РЕШЕЊЕ

Приказано коло представља несинусни осцилатор остварен помоћу логичких инвертора у CMOS-техници.

Логички инвертор је основно коло дигиталне технике. У основи, то је инвертујући појачавач са јако израженим ефектом засићења. Његова карактеристика улаз-излаз може да се моделује линеарним сегментима, као што је то приказано на слици. За мале сигнале, у околини преломне тачке, коло представља инвертујући појачавач. Код интегрисаних кола серије CD 4000 преломна тачка је приближно на половини напона напајања.

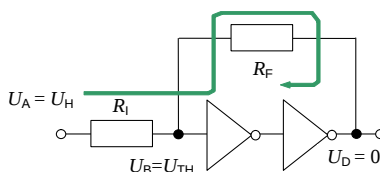


Неинвертујући појачавач остварен редном везом два инвертора има улогу неинвертујућег компаратора са хистерезисом.

Горњи праг поређења, U_H , одређен је изразом:

$$U_H = U_{TH} \left(1 + \frac{R_I}{R_F}\right) > U_{TH},$$

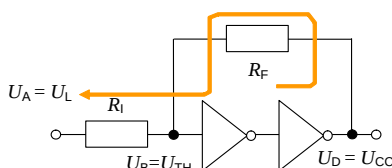
где је U_{TH} вредност напона прага логичког инвертора.



Доњи праг поређења, U_L , одређен је изразом:

$$U_L = U_{TH} \left(1 + \frac{R_I}{R_F}\right) - U_{CC} \frac{R_I}{R_F} < U_G,$$

где је U_{CC} напон напајања логичког кола (који представља вредност логичке јединице).

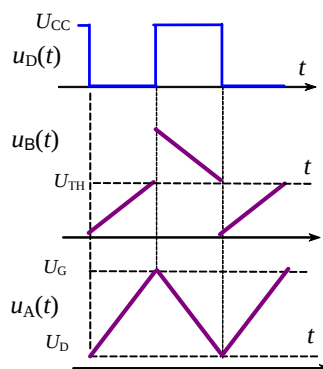
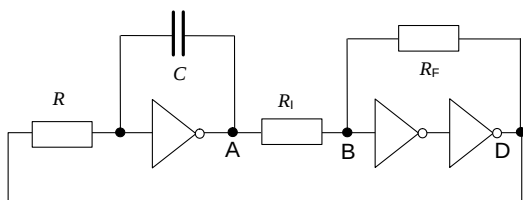


Ширина хистерезисне петље једнака је:

$$\Delta U = U_{CC} \frac{R_I}{R_F}.$$

У посматраном колу, логички инвертор се користи као инвертујући појачавач са негативном повратном спрегом који ради као инвертујући (Милеров) интегратор. На његовом улазу делује сигнал са излаза компаратора, u_D , а на излазу се добија пулсирајући напон u_A троугаоног таласног облика, који се мења између доњег и горњег прага поређења. Средња вредност напона u_A налази се на средини између доњег и горњег прага хистерезисне петље.

Сигнал u_B на неинвертујућем улазу компаратора представља суперпозицију напона u_A и u_D у одговарајућој сразмери. Његова средња вредност једнака је напону прага логичког инвертора. Таласни облици напона у колу су приказани на слици.



За трајање квазистабилног стања важи:

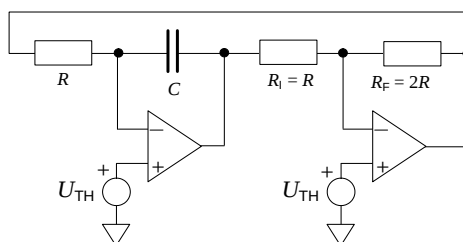
$$\frac{1}{RC} \frac{T}{2} U_{CC} = U_G - U_D = U_{CC} \frac{R_I}{R_F}, \text{ одакле следи:}$$

$$T = 2RC \frac{R_I}{R_F}, \text{ односно:}$$

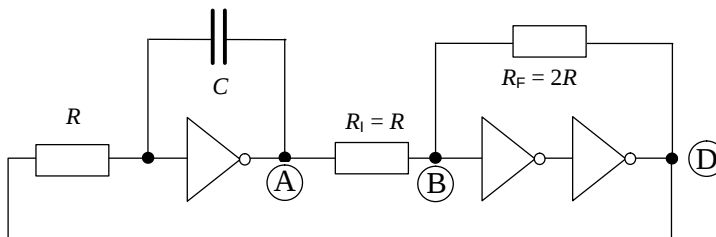
$$f = \frac{1}{2RC} \frac{R_F}{R_I}.$$

Учестаност осциловања не зависи од напона напајања кола. Напон U_{CC} одређује амплитуду напона $u_A(t)$ и $u_D(t)$.

Посматрани несинусни осцилатор, остварен помоћу логичких кола у CMOS-техници, може да се представи електричном шемом приказаном на слици.



22. За коло приказано на слици нацртати таласне облике и назначити параметре сигнала у тачкама означеним са А, В и D. Објаснити рад кола и одредити општи израз за учестаност осциловања. Примењено коло је *Hex-inverter CD 4049 CMOS*, напајање је +6V и -6V.



РЕШЕЊЕ

Дигитална кола могу да се напајају позитивним и негативним напонем напајања. При симетричном напајању ($+U$ и $-U$) напон прага, U_{TH} , за логичка кола серије CD 4000 је приближно једнак нули. Напон логичке нуле је приближно једнак $-U$, а напон логичке јединице $+U$.

Напон u_D на излазу компаратора има симетрични правоугаони таласни облик који има две вредности:

$$u_D \in \{-U, +U\}.$$

Овај напон представља улазни сигнал инвертујућег интегратора. На његовом излазу се добија пулсирајући сигнал симетричног троугаоног таласног облика чија је средња вредност једнака нули.

Промена стања компаратора врши се када напон u_D достигне вредност напона прага логичког кола, који је у овом случају једнак нули:

$$U_B = U_{TH} = 0.$$

За доњи (нижи) праг пребацивања (када се излаз компаратора мења из стања логичке јединице у стање логичке нуле) важи:

$$U \frac{R_l}{R_l + R_F} + U_L \frac{R_F}{R_l + R_F} = 0, \text{ односно:}$$

$$U_L = -U \frac{R_l}{R_F}.$$

У посматраном случају је:

$$U \frac{1}{3} + U_L \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow U_L = -\frac{U}{2}.$$

За горњи (виши) праг пребацивања (када се излаз компаратора мења из стања логичке нуле у стање логичке јединице) важи:

$$-U \frac{R_l}{R_l + R_F} + U_H \frac{R_F}{R_l + R_F} = 0, \text{ односно:}$$

$$U_H = U \frac{R_l}{R_F}.$$

У посматраном случају је:

$$-U \frac{1}{3} + U_H \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow U_H = \frac{U}{2}.$$

Трајање једног квазистабилног стања одређено је једначином:

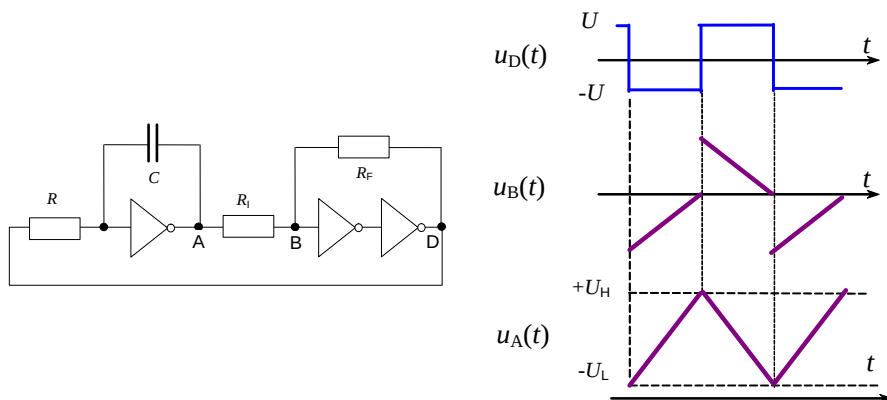
$$\frac{1}{RC} U \frac{T}{2} = \Delta U_l = U_H - U_L.$$

Учестаност осциловања је једнака:

$f = \frac{1}{2RC} \frac{U}{\Delta U_1}$, односно, у посматраном случају:

$$f = \frac{1}{2RC}.$$

Таласни облици напона у колу су приказани на слици.

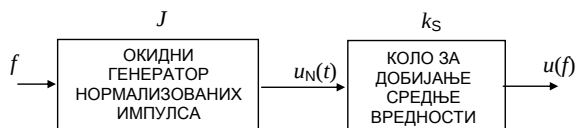


7. f/u ПРЕТВАРАЧИ

7.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Линеарни f/u претварач је елемент који остварује линеарно пресликавање $f \rightarrow u$, независно од таласног облика улазног сигнала. На његов улаз доводи се поворка импулса, у општем случају произвољног таласног облика и амплитуде. Ако се учестаност ових импулса не мења, напон на излазу претварача је сталан.

Уобичајени поступак за остваривање линеарног f/u пресликавања заснован је на уобичавању импулса. Принцип рада приказан је на слици.



Помоћу окидног генератора нормализованих импулса добија се импулсни сигнал $u_N(t)$ који има исту учестаност као и улазни, $u(t)$, али чији таласни облик задовољава интегрални критеријум:

$$\int_{t_0}^{t_0+\tau} u_N(t) dt = J = \text{const},$$

где је t_0 тренутак појављивања импулса, а τ његово трајање, које мора да буде краће од најкраћег интервала понављања улазних импулса.

Средња вредност напона $u_N(t)$ сразмерна је средњој вредности учестаности f :

$$\overline{u_N(t)} = \frac{1}{t_M - t_0} \int_{t_0}^{t_M} u_N(t) dt = \frac{M}{t_M - t_0} J = Jf,$$

где је M број импулса који се појавио у временском интервалу од t_0 до t_M , који је изабран тако да започиње и завршава се у тренутку наиласка новог улазног импулса. Напон u на излазу $f \rightarrow u$ претварача једнак је:

$$u = k_S \overline{u_N(t)} = k_S Jf,$$

где је k_S сачинилац преноса кола за добијање средње вредности.

Ако је улазни сигнал периодична функција времена, може се формално, математички, приказати као збир бесконачног броја чланова који представљају простопериодичне сигнале чија је учестаност целобројни умножак улазне учестаности f :

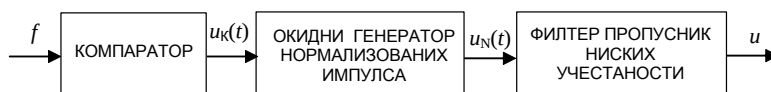
$$u_N(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi n f t + \varphi_n).$$

Први члан овог реда (који се назива Фуријеов ред), A_0 , једнак је средњој вредност величине $u_N(t)$ током временског интервала чије је трајање једнако периоду T понављања улазних импулса:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_N(t) dt = \overline{u_N}, T = \frac{1}{f}.$$

Напон сразмеран средњој вредности импулсног низа може да се добије применом филтра пропусника ниских учестаности (*low-pass filter*, *LPF*), чија је гранична учестаност нижа од учестаности f улазног сигнала.

Блок-дијаграм $f \rightarrow u$ претвараача заснованог на уобличавању и усредњавању импулса приказан је на слици. Помоћу компаратора на улазу обезбеђује се поуздано окидање (*trigger*) генератора нормализованих импулса. На излазу кола за усредњавање добија се напон сразмеран учестаности.



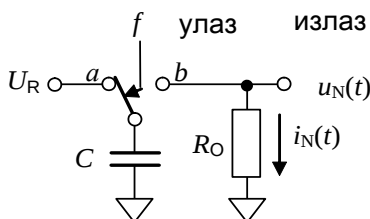
Ако $u_N(t)$ представља пад напона који на неком отпорнику ствара поворка нормализованих импулса струје, тада сваки од ових струјних импулса носи исту количину наелектрисања Q :

$$Q = \frac{J}{R}.$$

Примењују се два основна начина генерисања нормализованих струјних импулса константног наелектрисања:

- пражњењем кондензатора познате капацитивности, претходно напуњеног на напон познате вредности,
- генерисањем пулсирајуће струје правоугаоног таласног облика, дефинисане амплитуде и дефинисаног трајања.

У првом случају генеришу се струјни импулси експоненцијалног облика. Нормализовани напонски импулс добија се на крајевима отпорника кроз који протиче струја којом се празни кондензатор познате капацитивности, који је претходно био напуњен на напон познате вредности. Такав поступак може да се оствари на начин приказан на слици, помоћу извора референтног напона U_R , кондензатора C , отпорника R_O и двоструког (преклопног) прекидача S који се пребацује у ритму учестаности улазног сигнала $u(t)$.



Улазни сигнал се уобличава у логички сигнал који управља стањем преклопног прекидача. За време када је прекидач у положају “a” кондензатор се пуни струјом из извора референтног напона U_R . С обзиром на малу унутрашњу отпорност прекидача, временска константа кола пуњења је мала, па напон на кондензатору веома брзо достиже вредност U_R .

У тренутку наиласка улазног импулса прекидач се пребацује у положај “b” тако да се кондензатор празни кроз отпорник R_O . После истека времена довољног да се кондензатор испразни, прекидач се враћа у положај “a” и цео процес се понавља.

Струја која протиче кроз излазни отпорник R_O представља пулсирајућу величину чија је амплитуда одређена вредношћу напона U_R и отпорности R_O . Ако је временска константа кола пражњења довољно мала у односу на период понављања улазног сигнала, може да се сматра да су процеси пражњења и поновног пуњења кондензатора завршени до тренутка појаве следећег импулса у низу. Површина импулса, који представљају струју пражњења $i_N(t)$, једнака је количини наелектрисања Q која је у кондензатор унета током претходног пуњења:

$$Q = \int_{t_m}^{t_m + \tau} i_N(t) dt = C U_R,$$

где је t_m тренутак појављивања m -тог импулса, а τ трајање струјног импулса. Коло делује као пумпа којом се потискује “електрични флуид” (*charge pump, charge dispenser*).

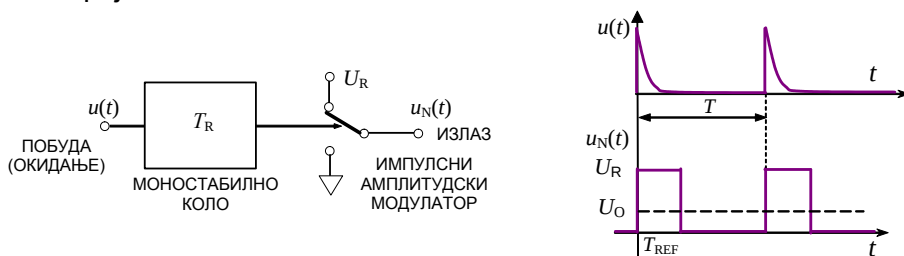
Ако је временски интервал у току којег се прекидач налази у положају “b”, довољно дуг у односу на временску константу кола пражњења кондензатора ($R_O C$), биће испуњен услов:

$$\int_{t_m}^{t_m+\tau} u_N(t) dt = J = \text{const}.$$

Вредност константе J (површина напонских импулса) једнака је:

$$J = \int_{t_m}^{t_{m+1}} u_N(t) dt = R_O \int_{t_m}^{t_{m+1}} i_N(t) dt = R_O Q = R_O C U_R.$$

Константна површина импулса може да се оствари и прецизним дефинисањем њиховог облика, амплитуде и трајања. Као генератор нормализованих импулса може, на пример, да се примени моностабилно коло које на свом излазу даје правоугаоне импулсе увек истог трајања T_R .



Помоћу преклопног прекидача добијају се правоугаони импулси сталне амплитуде U_R и предефинисаног трајања T_R :

$$u_N(t) = \begin{cases} U_R & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_R \\ 0 & \text{за } t_m + T_R \leq t < t_{m+1} \end{cases}.$$

Површина ових импулса једнака је:

$$J = U_R T_R,$$

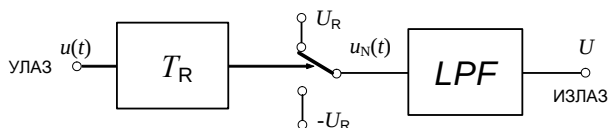
а њихова средња вредност:

$$\overline{u_N(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u_N(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_R} U_R dt = T_R U_R f.$$

Метод заснован на примени моностабилног кола омогућује да се на једноставан начин добије информација о одступању учестаности f улазног сигнала од неке референтне вредности f_0 . Принцип рада диференцијалног f/u претварача приказан је на слици. Напон u_N представља поворку биполарних правоугаоних импулса константног трајања за коју важи:

$$u_N(t) = \begin{cases} U_R & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_R \\ -U_R & \text{за } t_m + T_R \leq t < t_{m+1} \end{cases},$$

где је T_R трајање квазистабилног стања, а t_m тренутак појављивања m -тог импулса.



Ако је учестаност побудних импулса стална, средња вредност напона $u_N(t)$ једнака је:

$$\overline{u_N(t)} = \frac{U_R T_R - U_R (T - T_R)}{T} = 2T_R U_R (f - f_0),$$

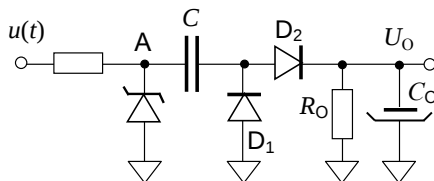
где је f_0 референтна учестаност (у односу на коју се мери одступање улазне учестаности) одређена изразом:

$$f_0 = \frac{1}{2T_R}.$$

Највећа тачност се постиже помоћу дигиталних моностабилних кола, код којих је трајање квазистабилног стања одређено импулсима референтног осцилатора чија је учестаност стабилисана кристалом кварца.

7.2. ЗАДАЦИ

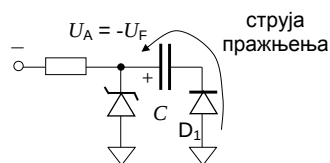
1. Анализирати рад кола приказаног на слици и одредити израз за вредност излазног напона.



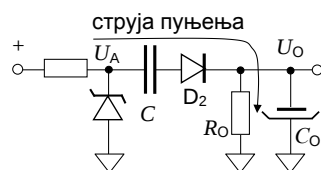
РЕШЕЊЕ

Коло представља једноставни f/u претварач. Када на улазу делује наизменични напон, чија је амплитуда већа од пробног напона Ценер-диоде, U_Z , кондензатор C се наизменично пуни и празни. Гранични напони у тачки А одређени су напонима вођења Ценер-диоде. Диоде D_1 и D_2 делују као скретница која усмерава носиоце наелектрисања, тако да кроз излазни $R_O C_O$ филтер могу да пролазе само импулси струје који имају одговарајући смер.

Када је улазни напон негативан Ценер-диода је поларисана директно ($u_A = -U_F$), диода D_2 је инверзно поларисана, а кондензатор C се празни кроз диоду D_1 .



Када улазни напон довољно порасте, кондензатор C се пуни кроз диоду D_2 . Струја пуњења протиче кроз излазни $R_O C_O$ филтер. Пуњење траје док напон U_A не достигне вредност U_Z .

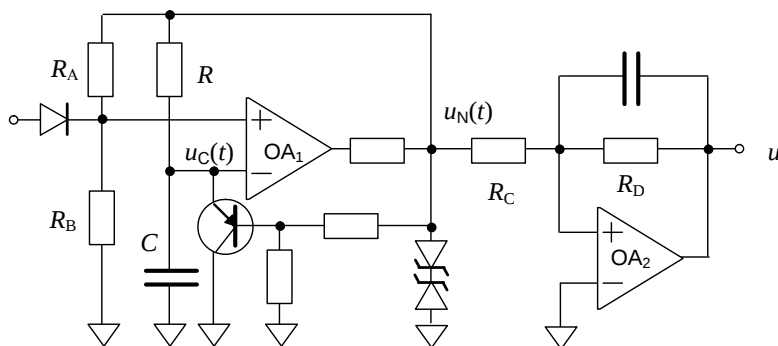


Ако је при импулсној побуди опсег промене напона на Ценер-диоди много већи од излазног напона U_O важи:

$$U_O = Jf = R_O Qf \approx R_O C \Delta U_Z f.$$

Капацитивност кондензатора C_O утиче на вредност заостале наизменичне компоненте напона на излазу.

2. Анализирати рад кола приказаног на слици и одредити израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач OA_1 остварује функцију моностабилног кола. У одсуству улазног сигнала, коло се налази у стабилном стању. Излаз појачавача OA_1 је тада на потенцијалу негативног засићења, напон u_N је једнак $-U_{ZZ}$, а на неинвертујућем улазу појачавача OA_1 делује негативан напон U_D :

$$U_D = -U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B}.$$

Транзистор води и налази се у стању засићења, па је напон на инвертујућем улазу појачавача, u_C , приближно једнак нули. Притом,

транзистор ради у “инверзном споју” (када је у стању вођења спој база-колектор директно поларисан), јер је тада напон између емитора и колектора транзистора у стању засићења мањи него напон засићења колектор-емитор транзистора у “нормалном споју” (када је у стању вођења спој база-емитор директно поларисан).

Краткотрајан позитиван импулс на улазу кола доводи излаз појачавача OA_1 у област позитивног засићења. Напон u_N постаје једнак $+U_{ZZ}$, а на неинвертујућем улазу појачавача делује позитиван напон U_P :

$$U_P = U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B}.$$

Транзистор доспева у стање заклочења и започиње процес пуњењења кондензатора C кроз отпорник R . Напон $u_C(t)$ се мења експоненцијално:

$$u_C(t) = U_{ZZ} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right).$$

Када напон $u_C(t)$ на инвертујућем улазу појачавача достигне вредност напона на неинвертујућем улазу (U_P), операциони појачавач делује као диференцијални компаратор на чијем излазу се успоставља напон позитивног засићења ($+U_{ZZ}$), а транзистор доспева у проводно стање. Брзим пражњењем кондензатора C у колу се успоставља стабилно стање, које остаје до појаве следећег импулса на улазу.

Трајање квазистабилног стања одређено је изразом:

$$T_R = RC \ln\left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right).$$

Након истека временског интервала T_R на излазу моностабилног кола поново се успоставља напон $-U_{ZZ}$.

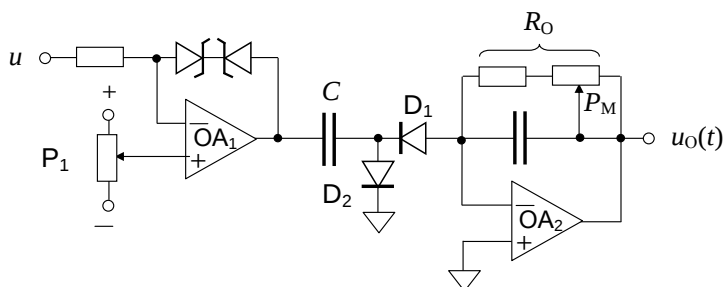
Појачавач OA_2 делује као филтер пропусник ниских учестаности (LPF). Једносмерна компонента напона на његовом излазу једнака је:

$$u = \frac{R_D}{R_C} U_{ZZ} (1 - 2T_R f).$$

Биполарни импулси на излазу моностабилног кола омогућују биполаран напон на излазу. Овакав претварач мери одступање учестаности од називне вредности:

$$f_0 = \frac{1}{2T_R}.$$

3. Анализирати рад кола приказаног на слици и одредити израз за вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Приказано коло представља комплетан $f \rightarrow u$ претварач реализован са операционим појачавачима. Уобличавање улазног сигнала остварује се помоћу операционог појачавача OA_1 , у чијој грани повратне спреге се налазе две редно везане Ценер-диоде. На тај начин, појачавач делује као инвертујући компаратор који, при побуди пулсирајућим напонам, на свом излазу даје биполарне правоугаоне импулсе чија је амплитуда једнака напону двојне Ценер-диоде: $U_{ZZ} = U_Z + U_F$. Помоћу потенциометра P_1 подешава се праг пребацивања.

Кондензатор C са диодама D_1 и D_2 образује диодну пумпу која генерише нормализоване струјне импулсе. Свака промена улазног сигнала од вредности која је мања од задатог прага на вредност која је већа њега, генерише струјни импулс чије је наелектрисање:

$$Q = C\Delta U_Z = 2CU_{ZZ},$$

који се кроз диоду D_1 прослеђује на излаз кола. Супротна промена улазног сигнала генерише струјни импулс који се кроз диоду D_2 одводи на масу.

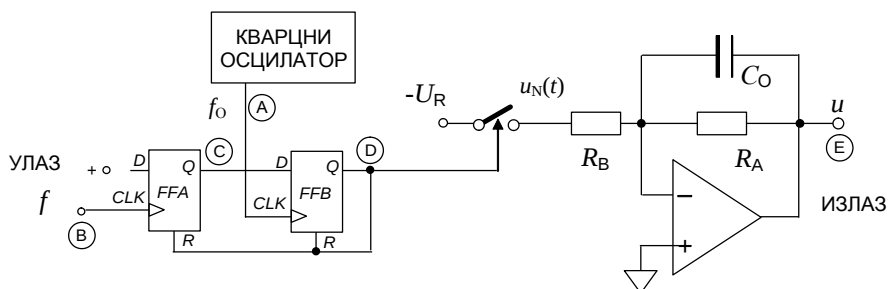
На излазу кола налази се активни инвертујући филтер првог реда, пропусник ниских учестаности, који на свом излазу даје позитиван напон који је сразмеран учестаности улазног сигнала:

$$u_O = R_O Q f = R_O C \Delta U_Z f = 2R_O C U_{ZZ} f.$$

Помоћу потенциометра P_M подешава се максимална вредност излазног напона која одговара максималној учестаности претварача.

4. На слици је приказан претварач учестаности у напон остварен помоћу осцилатора са кристалом кварца. Објаснити рад овог

кола и нацртати таласни облик сигнала у карактеристичним тачкама А, В, С и D.



РЕШЕЊЕ

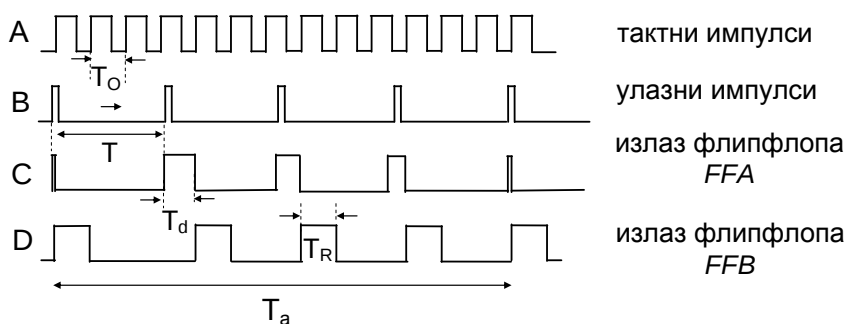
Рад кола заснован је на примени окидног генератора импулса константне амплитуде и константног трајања. Амплитуда излазних импулса је дефинисана референтним напоном U_R . Њихово трајање је једнако периоду осциловања референтног осцилатора:

$$T_R = T_O = \frac{1}{f_O}.$$

Средња вредност излазног напона једнака је:

$$U_O = U_R \frac{R_A}{R_B} \frac{f}{f_O}.$$

Дијаграми напона у карактеристичним тачкама овог кола приказани су на слици.



Тренутна вредност учестаности на излазу моностабилног кола није једнака тренутној учестаности побудних импулса. Због асинхронизма који, у општем случају неизбежно постоји између тренутака појављивања импулса улазног сигнала и импулса слободноосцилујућег кварцног осцилатора, после сваке узлазне ивице улазног сигнала на излазу флипфлопа FFB (у тачки D) појављује се,

након извесног кашњења T_d , један импулс чије је трајање једнако периоду осциловања референтног осцилатора. Опсег могућих вредности интервала кашњења T_d је:

$$0 \leq T_d \leq T_O.$$

Трајање интервала кашњења T_d мења се током времена, у зависности од односа учестаности f и f_O . То значи да се мења и тренутна вредност учестаности импулса на излазу флипфлопа B . Међутим, ако се улазна учестаност не мења у току интервала посматрања, промене трајања интервала кашњења су такве да је средња вредност учестаности сигнала $u_N(t)$ једнака учестаности улазних импулса.

За исправан рад кола мора да буде задовољен услов:

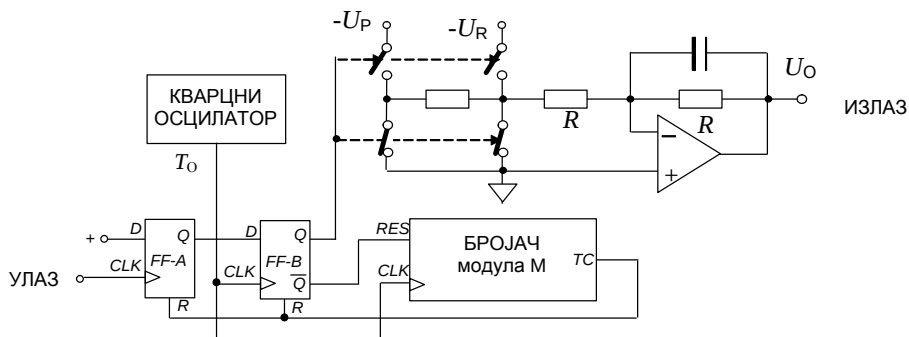
$$T > \max T_d + T_O.$$

Учестаност референтног осцилатора, f_O , треба бар два пута да буде већа од максималне учестаности улазног сигнала.

5. Нацртати претварач учестаности у напон чији је сачинилац преноса одређен умношком периода понављања импулса осцилатора са кристалом кварца.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема кола приказана је на слици.



Излазни напон одређен је изразом:

$$U_O = U_R M T_O f.$$

Двоструки преклопни прекидач обезбеђује тачност дефинисања амплитуде импулса на улазу кола за филтрирање.

8. U/f ПРЕТВАРАЧИ

8.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Претварач аналогне вечине у учестаност је управљани осцилатор чија учестаност осциловања зависи од вредности улазне аналогне величине. Најзначајнију врсту претварача аналогних вечина у учестаност чине кола која пресликавање $a \rightarrow f$ остварују интеграцијом улазне величине. Период појављивања излазних импулса (у општем случају произвољног таласног облика) представља временски интервал потребан да се интеграл улазне величине промени за унапред одређену вредност:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = \text{const}, \text{ односно:}$$

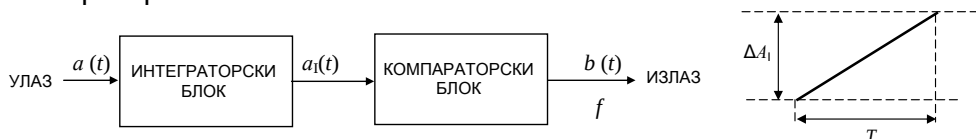
$$\overline{a(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = \frac{\text{const}}{T} = \text{const} \cdot f$$

Ако се улазна аналогна величина a мења током посматрања важи:

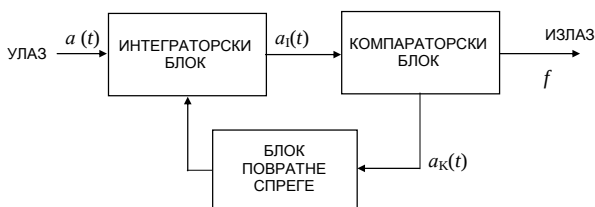
$$\overline{f} = k_f \overline{a(t)},$$

где је k_f сачинилац сразмере излазне учестаности f и улазне величине a . Број импулса генерисаних током неког интервала посматрања представља меру средње вредности улазне величине током тог интервала.

Задатак пресликавања аналогне величине у учестаност се у овом случају своди на задатак одмеравања интеграла улазне величине, односно на одређивање времена потребног да се интеграл улазне величине промени за одређену вредност. Сваки a/f претварач интеграционог типа садржи бар један интегратор и бар један компаратор.



Општи структурни блок-дијаграм интеграционог alf претварача приказан је на слици. То је нелинеаран систем са јаком повратном спрегом, која има за циљ да, променом услова рада интегратора, одржава његов излаз унутар одређених граница.

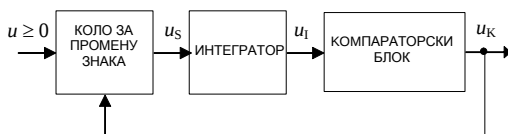


Да би се то постигло, у систему се успостављају осцилације чији је период одређен временом потребним да се интеграл улазне величине промени за увек исту, константну вредност. Утицај појединих блокова, односно појединих њихових карактеристика, на вредност учестаности осциловања зависи од начина на који повратна спрега делује на интегратор.

Најједноставније решење проблема реализације alf претварача пружа метод једностране интеграције. Функционално, претварач овог типа је интегратор који одмерава временски интервал потребан да се интеграл улазне величине промени од једне до друге граничне вредности. Затим се врши брзо враћање интегратора на почетну вредност и цео процес се понавља.

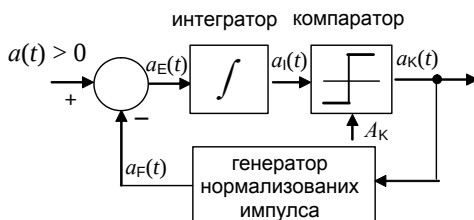
Коначно време потребно да се интегратор врати на почетну вредност представља основни недостатак метода једностране интеграције. Испољава се као нелинеарност alf карактеристике. Њен нагиб се смањује са порастом улазног напона (односно излазне учестаности). Овај проблем се превазилази методом двостране интеграције (*dual-slope voltage-to-frequency converter*). Неограничено трајање процеса интеграције обезбеђује је наизменичном интеграцијом улазног сигнала са промењеним знаком. На тај начин се и процес враћања на почетну вредност користи за добијање информације о улазној величини.

Промена смера величине која се интеграл може да оствари брже од процеса успостављања почетног стања. Нелинеарност карактеристике је мање изражена.



Посебна врста *alf* претварача заснована је на уравнотежавању улазног напона нормализованим импулсима који се генеришу у самом претварачу. То је метод динамичке равнотеже, приказан на слици.

Јака негативна повратна спрега обезбеђује да тачност $a \rightarrow f$ пресликавања првенствено зависи од тачности генератора нормализованих импулса у повратној грани система.



Најширу примену имају *alf* претварачи са линеарном карактеристиком пресликавања:

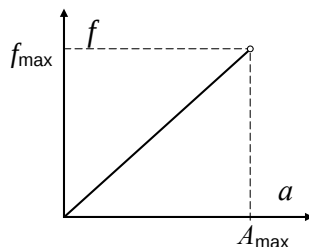
$$\frac{df}{da} = \text{const}.$$

Изразна величина може да буде сразмерна улазној:

$$f = ka,$$

где је сачинилац преноса k одређен изразом:

$$k = \frac{f_{\max}}{A_{\max}},$$

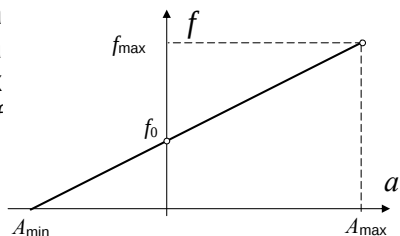


где је $A_{\max}$ горња граница радног опсега претварача.

Однос сразмерности подразумева да је улазна аналогна величина ненегативна. Обрада биполарних величина постиже се поларизацијом *alf* претварача тако да важи:

$$f = ka + f_0,$$

где је f_0 померај нуле на излазу.



Улазна величина припада опсегу:

$$A_{\min} \leq a \leq A_{\max},$$

који може да обухвата и негативне величине:

$$A_{\min} \geq -\frac{f_0}{k}.$$

Сачинилац преноса k одређен је тада изразом:

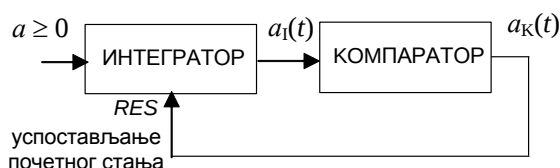
$$k = \frac{f_{\max}}{A_{\max} - A_{\min}}.$$

8.2. ЗАДАЦИ

1. Нацртати општи структурни блок-дијаграм u/f претварача на бази једностране интеграције. Објаснити начин рада. Која су основна обележја овог метода?

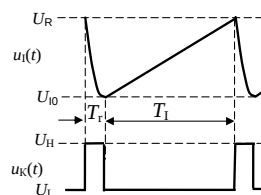
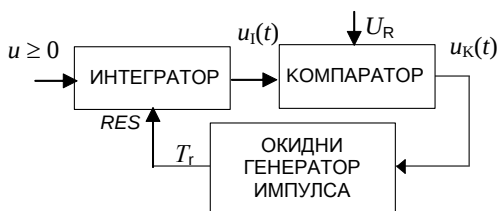
РЕШЕЊЕ

Претварач аналогне величине у учестаност методом једностране интеграције улазне величине је заправо осцилатор у којем постоје два квазистабилна стања. У једном од њих систем је само под дејством улаза. Трајање овог стања је обрнуто сразмерно вредности улазне величине. Након достизања граничне вредности напона на излазу интегратора, систем прелази у друго квазистабилно стање, када јака повратна спрега враћа интегратор на почетну вредност.



Основно обележје претварача овог типа је изразита несиметрија у трајању квазистабилних стања у колу. Када улазна величина има сталну вредност U , сигнал на излазу интегратора има карактеристичан “тестераст” таласни облик. Временски интервал T_r у току којег се врши враћање излаза интегратора на почетну вредност многоструко је краћи од трајања периода осциловања система и практично не зависи од вредности улазне величине.

Успостављање почетног стања може да се оствари коришћењем окидног генератора импулса, као што је то приказано на слици.



Када генератор импулса није побуђен, напон на излазу интегратора, $u_1(t)$, одређен је једначином:

$$u_1(t) = k_1 \int_0^t u(t) dt + U_{10},$$

где је k_1 сачинилац преноса интегратора, а U_{10} почетна вредност напона на излазу његовом излазу.

Овакво стање траје до тренутка када напон $u_1(t)$ достигне референтну вредност U_R . Промена стања компаратора побуђује генератор импулса којим се интегратор враћа у почетно стање, када је напон на његовом излазу једнак U_{10} . Ова фаза рада представља “интервал релаксације”. Након истека времена T_r , започиње нови интервал интеграције и цео циклус се понавља.

Трајање интервала интеграције, T_i , одређено је временом потребним да се напон на излазу интегратора промени од почетне вредности U_{10} до прага поређења U_R :

$$T_i = \frac{U_R - U_{10}}{k_1 U}.$$

Ако се трајање интервала релаксације, T_r , може да занемари у односу на трајање “радног интервала”, T_i , учестаност осциловања једнака је:

$$f \cong f_i = \frac{1}{T_i} = k_1 \frac{U}{\Delta U_1},$$

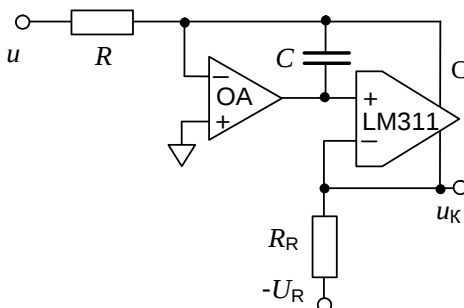
где је ΔU_1 опсег промене напона на излазу интегратора. Уколико се улазни напон мења, тренутна вредност учестаности осциловања сразмерна је средњој вредности улазне величине током интервала интеграције:

$$f = k_1 \frac{\overline{u(t)}}{\Delta U_1}.$$

Основна обележја метода једностране интеграције су:

- једноставност;
- инхерентна нелинеарност карактеристике преноса, због утицаја коначног времена потребног за успостављање почетног стања, која долази до изражаја на вишим учестаностима;
- зависност учестаности од вредности сачиниоца преноса интегратора и прага поређења компаратора.

2. На слици је приказана принципска електрична шема једноставног *ulf* претварача заснованог на методу једностране интеграције. Објаснити начин рада и одредити израз за вредност излазне учестаности.

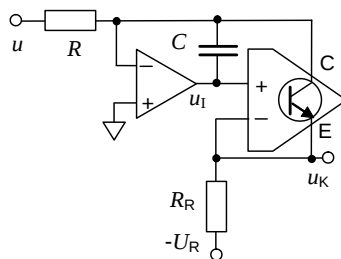


РЕШЕЊЕ

Операциони појачавач остварује улогу интегратора улазног напона. Компаратор се користи у овом колу двојачко, као компаратор, али и као прекидач који такође обавља две функције: омогућује пражњење интеграторског кондензатора и истовремено обезбеђује позитивну повратну спрегу у колу компараторског блока. На тај начин обезбеђен је хистерезис који, када је улазни напон позитиван, доводи коло у осцилаторни режим рада.

Употреба компаратора као прекидача постигнута је коришћењем прикључака за колектор и емитор излазног транзистора интегрисаног компаратора LM311. Транзистор Q је закочен када је неинвертујући улаз компаратора на вишем потенцијалу од инвертујућег улаза:

$$Q = \begin{cases} OFF & \text{за } u_1 > u_K \\ ON & \text{за } u_1 < u_K \end{cases}.$$



Када је излазни транзистор закочен врши се интеграција улазног напона и излаз интегратора опада. Неинвертујући улаз компаратора је једнак референтном напону $-U_R$ (транзистор је закочен).

Када напон на излазу интегратора достигне напон $-U_R$ транзистор постаје проводан и спаја инвертујући улаз појачавача, преко отпорника R_R , са напонам $-U_R$. Овакво стање траје све док се напон на излазу интегратора не промени до вредности напона инвертујућег улаза појачавача (привидна нула). Када напон на излазу интегратора достигне вредност напона на инвертујућем улазу компаратора транзистор се кочи и цео процес се понавља.

Карактеристика преноса овог u/f претварача има облик:

$$f = \frac{1}{T_l + T_r} = \frac{1}{T_l} \frac{1}{1 + \frac{T_r}{T_l}},$$

где је T_l време потребно да се напон на излазу интегратора промени од почетне вредности блиске нули до прага поређења U_R , а T_r трајање временског интервала у току којег се излаз интегратора враћа на почетну вредност.

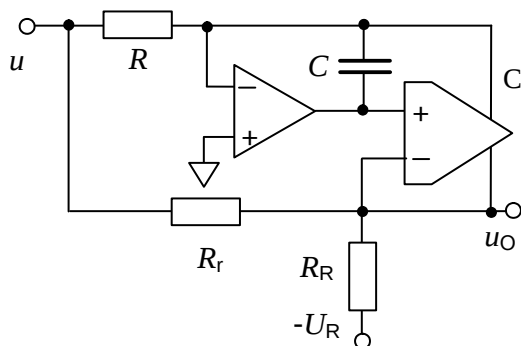
Ако се трајање интервала T_r може да занемари у односу на трајање интервала T_l , учестаност осциловања једнака је:

$$f \cong \frac{1}{T_l} = k_1 \frac{U}{U_R},$$

где је k_1 сачинилац преноса интегратора који има димензију учестаности:

$$k_1 = \frac{1}{RC}.$$

3. На слици је приказана принципска електрична шема u/f претварача на бази једностране интеграције код којег је извршена компензација нелинеарности која настаје због коначног времена потребног за пражњење интеграционог кондензатора. Објаснити поступак линеаризације.



РЕШЕЊЕ

Принцип компензације заснован је корекцији трајања перида интеграције, тако да збир:

$$T = T_l + T_r,$$

који представља период осциловања u/f претварача, буде обрнуто сразмеран вредности улазног напона.

Трајање интервала интеграције, једнако је:

$$T_I = \frac{\Delta U_I}{k_I U}.$$

Ако се ширина опсега промена напона на излазу интегратора представи у облику:

$$\Delta U_{IK} = \Delta U_I - k U,$$

где је k погодно одабрана константа, израз за период осциловања садржаће још један члан независан од U :

$$T = T_{IK} + T_r = \frac{\Delta U_{IK}}{k_I U} + T_r = \frac{\Delta U_I}{k_I U} - \frac{k}{k_I} + T_r.$$

Вредност константе k се бира тако да буде испуњен услов;

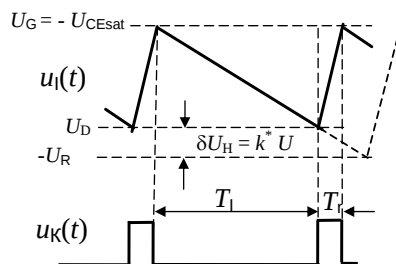
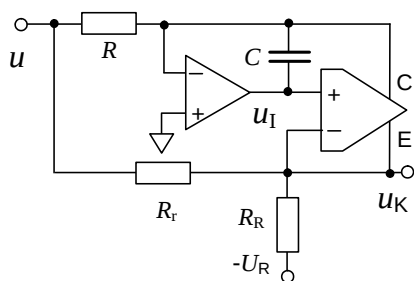
$$k = T_r k_I.$$

Период излазног сигнала T , а тиме и вредност учестаности f је тада независан од вредности T_r :

$$T = T_{IK} + T_r = \frac{\Delta U_I}{k_I U}.$$

Ефекат компензације се остварује преко отпорника R_r којим се доњи праг поређења U_D мења сразмерно улазном напону тако да буде:

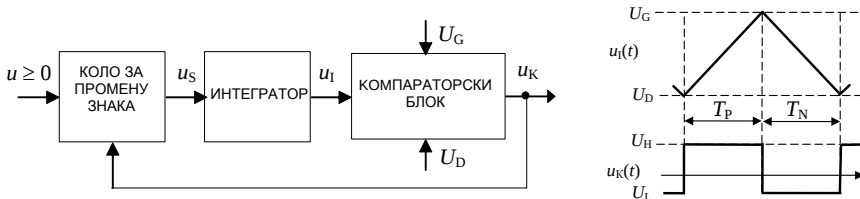
$$\Delta U_I = \frac{R_r}{R_r + R_R} (U_R - \frac{R_R}{R_r} U).$$



- Нацртати општи структурни блок-дијаграм u/f претварача на бази двостране интеграције. Објаснити начин рада. Која су основна обележја овог метода?

РЕШЕЊЕ

Структурни блок дијаграм претварача на бази метода двостране интеграције приказан је на слици. Ако је улазни напон већи од нуле, у овом систему постоје два квазистабилна стања, једнозначно одређена стањем компараторског блока. У једном од њих, коло за промену знака даје на свом излазу напон $u_s(t)$ који је једнак $u(t)$. У другом, напон који делује на улазу интегратора једнак је $-u(t)$.



Када напон на излазу интегратора (улазу компараторског блока), u_i , достигне вредност напона U_G , излазни напон u_K постаје једнак U_L . Када напон u_i достигне вредност напона U_D излазни напон постаје једнак U_H . Ако је вредност улазног напона у границама од U_D до U_G , компаратор задржава претходно стање.

Када се компараторски блок налазу у стању у којем је напон на излазу једнак U_H , да би се ово стање променило, потребно је да улазни напон u_i порасте до вредности U_G . Тада излазни напон постаје једнак U_L . Да би се ово ново стање променило, потребно је да се улазни напон u_i смањи до вредности U_D . Оваква карактеристика, при $u(t) > 0$, обезбеђује успостављање осцилација чија је учестаност сразмерна вредности улазног напона. Промена напона $u_i(t)$ од вредности U_D до вредности U_G остварује се интеграцијом напона $u(t)$. Промена напона $u_i(t)$ од вредности U_G до вредности U_D остварује се интеграцијом напона $-u(t)$. На тај начин, оба квазистабилна стања се користе за добијање информације о улазној величини.

Учестаност осциловања одређена је изразом:

$$f = \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U, \quad \Delta U_I = U_G - U_D.$$

Трајање квазистабилних стања је једнако. То омогућује да се, без утицаја на тачност, на једноставан начин, диференцирањем сигнала $u_K(t)$, добију импулси чија је учестаност појављивања двоструко виша.

Пресликавање напона у учестаност двостраном интеграцијом обезбеђује симетричан таласни облик излазног сигнала. Осим тога, у поређењу са методом једносмере интеграције, овај поступак се одликује и бољим метролошким својствима. Промена знака

подинтегралне величине може да се оствари знатно брже од успостављања почетног стања, па је нелинеарност карактеристике $f(u)$ знатно мање изражена. Посебно обележје ове методе је да се кроз механизам измене знака подинтегралне величине смањује утицај помераја нуле на улазу интегратора и тако побољшава тачност.

5. Доказати да је релативна грешка, која настаје услед утицаја напона помераја нуле интегратора код претвараача на бази метода двостране интеграције, одређена изразом:

$$\varepsilon_B = \left(\frac{U_B}{U} \right)^2$$

РЕШЕЊЕ

Еквивалентни напон помераја нуле на улазу, U_B , који се, као резултат несавршености интеграторског појачавача, суперпонира улазном напону, одражава се различито на трајање квазистабилних стања T_P и T_N :

$$T_P = \frac{\Delta U_I}{k_I(U + U_B)},$$

$$T_N = \frac{\Delta U_I}{k_I(U - U_B)}.$$

Учестаност осциловања једнака је:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{\Delta U_I} \frac{1}{\frac{1}{U + U_B} + \frac{1}{U - U_B}} = \frac{k_I}{\Delta U_I} \frac{(U + U_B)(U - U_B)}{2U} = \frac{k_I}{\Delta U_I} \frac{U^2 - U_B^2}{2U} = \\ &= \frac{k_I U}{\Delta U_I} \left[1 - \left(\frac{U_B}{U} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Вредност излазне учестаности може да се представи изразом:

$$f = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U (1 - \varepsilon_B),$$

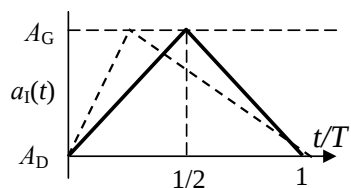
где је ε_B релативна грешка која настаје услед утицаја напона U_B , за коју важи:

$$\varepsilon_B = \left(\frac{U_B}{U} \right)^2.$$

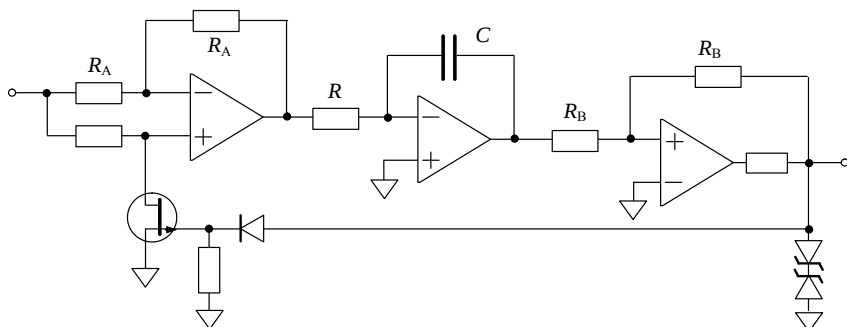
У претварачу са једностраном интеграцијом ова грешка је одређена изразом:

$$\varepsilon_B = \frac{U_B}{U}.$$

Напон U_B се првенствено одражава на несиметрију таласног облика напона $u_1(t)$ (приказано испрекиданом линијом на слици), док је, у поређењу са методом једностране интеграције, утицај на вредност учестаности смањен.



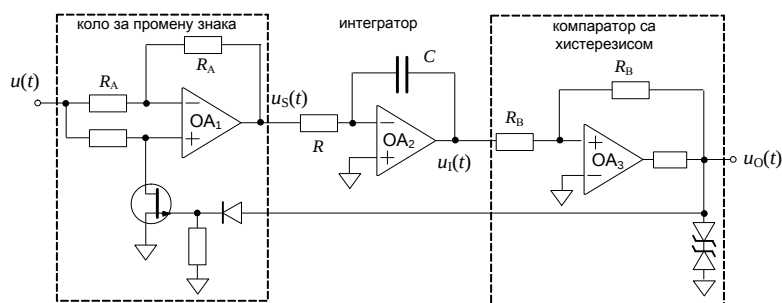
6. На слици је приказана принципска електрична шема *ulf* претварача на бази метода двостране интеграције. Објаснити начин рада и одредити израз за карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

Претварач се састоји из три функционалне целине:

- кола за промену знака,
- интегратора и
- компаратора са хистерезисом.



Ако је улазни напон већи од нуле у систему постоје два квазистабилна стања, једнозначно одређена стањем компаратора. У једном од њих, када је излазни напон једнак U_{ZZ} , Р-канални фет је закочен, а коло за промену знака даје на свом излазу напон $u_S(t)$ који је

једнак улазном напону. У другом, када је излазни напон једнак $-U_{ZZ}$, транзистор води и спаја неинвертујући улаз операционог појачавача OA_1 на масу, па је напон на улазу интегратора једнак је инвертованом улазном напону.

Уколико је улазни напон сталан, сигнал на излазу интегратора има “зубаст” таласни облик. Опсег његове промене (распон) не зависи од вредности улазног напона. На основу једначине која важи за полупериод осциловања:

$$\frac{1}{RC} \frac{T}{2} u = 2U_{ZZ},$$

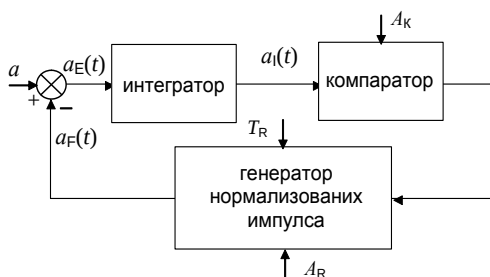
где је U_{ZZ} напон пробоја двојне Ценер-диоде, следи израз за карактеристику преноса:

$$f = \frac{1}{4RC} \frac{U}{U_{ZZ}}.$$

7. Нацртати општи структурни блок-дијаграм U/f претварача на бази метода динамичке равнотеже. Објаснити начин рада и извести израз за карактеристику преноса. Која су основна обележја овог метода?

РЕШЕЊЕ

Структурни блок-дијаграм U/f претварача приказан је на слици.



Ако је вредност улазне величине већи од нуле, сигнал $a_I(t)$ на излазу интегратора расте. Када достигне вредност прага поређења A_K , промена стања на излазу компаратора побуђује генератор нормализованих импулса константне површине J :

$$\int_0^{\tau} a_F(t) dt = \text{const} = J$$

где је τ трајање импулса, које мора да буде краће од најкраћег периода осциловања система (да не би дошло до преклапања импулса).

Ови импулси се одузимају од улазног сигнала тако да сигнал на улазу интегратора постаје негативан, услед чега се $a_I(t)$ смањује испод вредности A_K . Након престанка деловања импулса, излаз интегратора поново расте док не достигне вредност A_K , што се детектује компаратором и цео циклус се понавља. Ако напон на улазу има сталну вредност, у оваквом систему се успостављају осцилације тако да сигнали у њему представљају периодичне величине. У свакој периоди осцилација успоставља се равнотежа сигнала на улазу интегратора:

$$\int_0^T a_E(t) dt = 0, \text{ односно:}$$

$$\int_0^T [a(t) - a_F(t)] dt = 0.$$

На основу претходне једначине важи интегрална једнакост улазног сигнала и сигнала повратне спреге:

$$\int_0^T a(t) dt = \int_0^T a_F(t) dt$$

одакле следи:

$$\overline{a(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt = \frac{\int_0^T a_F(t) dt}{T} = \frac{J}{T} = Jf.$$

Учестаност осциловања је сразмерна средњој вредности улазне величине:

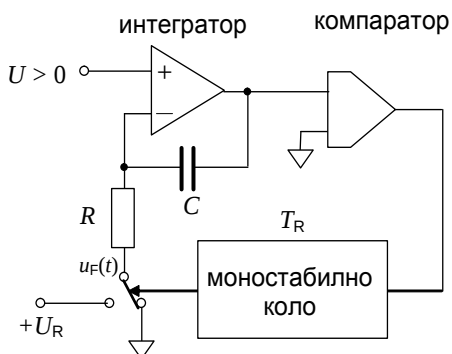
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\overline{a}}{J}.$$

Принцип динамичке равнотеже обезбеђује непрекидност интеграције улазне величине избегавајући измену радног режима интегратора која постоји код метода једностране и двостране интеграције. Претварач заправо представља систем са јаком негативном повратном спрегом, чије је понашање одређено карактеристикама кола у грани повратне спреге. Тачност пресликавања $a \rightarrow f$ зависи само од тачности којом је дефинисана "површина" нормализованих импулса који се генеришу у грани повратне спреге. У општем случају, таласни облик сигнала повратне спреге је произвољан, јер интегрални критеријум (који нормализовани импулси морају да испуне) не поставља ограничење у погледу облика импулса. Штавише, параметри који дефинишу облик импулса могу да

се мењају без утицаја на квалитет пресликавања, уколико су промене такве да “површина” импулса има увек исту, унапред одређену вредност.

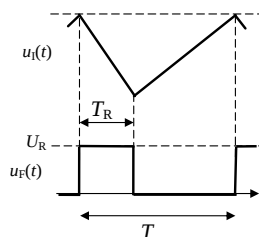
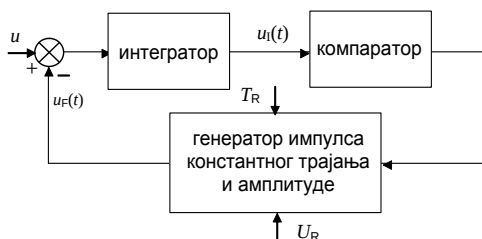
Учестаност не зависи од сачиниоца преноса интегратора и вредности нивоа компарације. То значи да метод динамичке равнотеже омогућује постизање високе тачности. Могуће је у потпуности избећи утицај капацитивности кондензатора на тачност.

8. На слици је приказана принципска електрична шема u/f претварача на бази метода динамичке равнотеже заснованог на примени моностабилног кола. Објаснити начин рада и одредити израз за карактеристику претварача.



РЕШЕЊЕ

Општи структурни блок-дијаграм U/f претварача приказан је на слици. Када је моностабилно коло побуђено напон на излазу интегратора опада брзином која зависи од односа референтног напона U_R и улазног напона $u < U_R$. Након тога напон на кондензатору расте брзином која је сразмерна величини улазног напона. Када достигне вредност нуле, компаратор поново побуђује моностабилно коло и цео процес се понавља.



Приказано коло је реализовано са операционим појачавачем као неинвертујућим интегратором са великом улазном отпорношћу. Период осциловања одређен је балансом наелектрисања, односно интегралним балансом струја:

$$T_R I_R - (T - T_R) I = 0,$$

где је I_R струја која тече кроз интеграциони кондензатор када је моностабилно коло у побуђеном стању, а I струја која тече кроз интеграциони кондензатор када моностабилно коло није побуђено. На основу претходне једначине следи:

$$T_R \frac{U_R - U}{R} - (T - T_R) \frac{U}{R} = 0$$

односно:

$$TU - T_R U_R = 0,$$

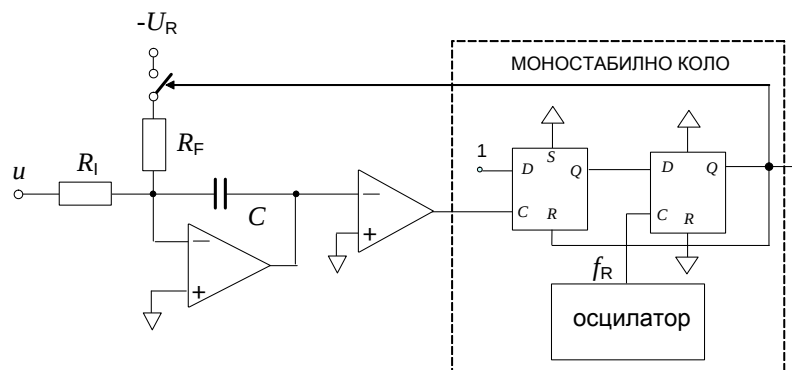
одакле следи:

$$f = \frac{1}{T_R U_R} U.$$

9. Нацртати општи структурни блок-дијаграм u/f претварача на бази методе динамичке равнотеже који је остварен помоћу осцилатора са кристалом кварца. Објаснити начин рада и извести израз за карактеристику преноса.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема претварача приказана је на слици.



Рад кола заснован је на примени генератора импулса константне амплитуде и константног трајања. Амплитуда импулса је дефинисана

референтним напонам U_R . Њихово је трајање једнако периоду осциловања референтног осцилатора:

$$T_R = T_O = \frac{1}{f_O}.$$

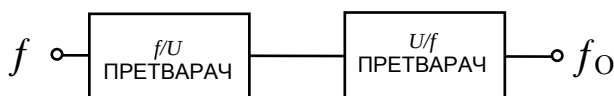
На основу услова:

$$\frac{U}{R_I} T = \frac{U_R}{R_F} T_R,$$

слиди да је учестаност осциловања једнака:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{R_F}{R_I} \frac{1}{T_R} \frac{U}{U_R}.$$

10. На слици је приказана општи структурни блок-дијаграм множача учестаности који је остварен сукцесивним $f \rightarrow u$ и $u \rightarrow f$ пресликавањем. Одредити карактеристику преноса.



РЕШЕЊЕ

Карактеристика преноса одређена је изразом:

$$f_O = k_f k_u f,$$

где су k_u и k_f сачиниоци преноса f/u и u/f претварача. Њихов производ представља фактор множења који може да буде било који реалан број.

Ако се $f \rightarrow u$ и $u \rightarrow f$ пресликавање остварују помоћу дигиталног моностабилног кола, математички модел система чине једначине:

$$u = f T_U U_R = f N T_O U_R, \text{ и}$$

$$f_O = \frac{u}{T_F U_R} = \frac{u}{M T_O U_R},$$

где је U_R референтни напон, а T_U и T_F су трајање моностабилног стања f/u и u/f претварача. Она су дефинисана као умножак периода основног генератора такта T_0 . На основу ових једначина слиди:

$$f_O = \frac{T_U}{T_F} f = \frac{N}{M} f.$$

Улазна учестаност се множи рационалним бројем, при чему тачност множења не зависи од тачности осцилатора који се користи.

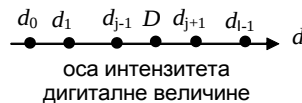
9. D/A ПРЕТВАРАЧИ

9.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Дигитално-аналогни претварач остварује промену облика представљања информације из дигиталног у аналогни. **Дигиталне величине** су величине које могу да имају само неку из низа одвојених (дискретних) вредности. Скуп $\mathcal{D}$ могућих вредности дигиталне величине d може да се представи низом неповезаних тачака на бројевној правој:

$$\mathcal{D} = \{d_i\}; i=0, \dots, I-1,$$

где је I број тачака тог низа.



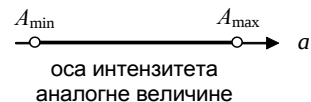
Формално, ове тачке могу да се представе са једнаким размаком и нумеришу по реду низом природних бројева. Дигиталној величини тада одговара низ сукцесивних бројева:

$$\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots, N_{\max}\}.$$

Аналогне величине су величине чији интензитет може имати било коју вредност која припада одређеном опсегу. То значи да њихова вредност може да се мења у неограничено малим корацима. Скуп $\mathcal{A}$, којим су дефинисане вредности аналогне величине a , може да се представи као одсечак праве чије су границе $A_{\min}$ и $A_{\max}$:

$$\mathcal{A} = \{a \mid a \in [a_{\min}, a_{\max}]\}.$$

Скуп $\mathcal{A}$ је густ. Између сваке две различите вредности аналогне величине постоји вредност која такође припада скупу $\mathcal{A}$.



Дигитално-аналогни претварач омогућује да се дигитална величина, број N , представи вредношћу физичке величине a која је по својој природи аналогна. Строго посматрано, величина a , која се добија на излазу Д/А претварача, и даље је дигитална величина, чији је скуп могућих вредности дискретан, али представља сигнал непрекидан по времену, који се у даљој обради третира као аналогна величина.

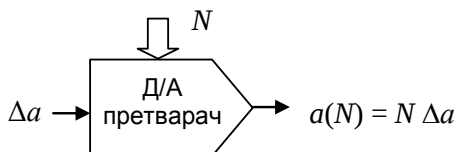
Дигитално-аналогни претварач је мешовити елемент који на свом излазу даје аналогни сигнал чији је интензитет једнозначно одређен нумеричком вредношћу улазне дигиталне величине. Најширу примену имају линеарни претварачи, који на свом излазу дају аналогну величину a , чија је вредност сразмерна задатом броју N :

$$a = N \Delta a ,$$

где је N цео природни број, а Δa представља елементарни прираштај (квант) излазне аналогне величине којем одговара прираштај бројне вредности N за један (корак промене излазне величине):

$$\Delta a = a \Big|_{N=1} .$$

Величина Δa је јединична вредност излазне аналогне величине. Она има улогу јединице мере излазне величине. Општи графички симбол Д/А претварача приказан је на слици.



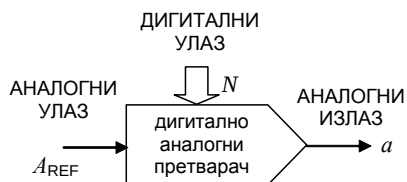
Претварач је униполаран ако за све могуће вредности улазне дигиталне величине (броја N), величина a има исти знак (позитиван или негативан, зависно од поларитета елементарног прираштаја Δa).

У општем случају, излазна величина a представља производ нумеричке функције $\mathcal{F}(N)$ и референтне аналогне величине A_{REF} :

$$a = k \mathcal{F}(N) A_{\text{REF}} .$$

где је k сачинилац преноса који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине. Функција $\mathcal{F}(N)$ остварује жељени облик пресликавања вредности дигиталне величине N на вредност аналогне величине a . У општем случају, величине A_{REF} и a не морају да имају исту физичку природу. Димензија величине k једнака је количнику димензија излазне и улазне аналогне величине.

Одговарајући графички симбол линеарног Д/А претварача приказан је на слици. Вредност излазне величине, a , сразмерна је вредности референтне величине A_{REF} , доведене на аналогни улаз Д/А претварача, и броја N , који представља његов дигитални улаз:



$$a = kN A_{\text{REF}}.$$

Најмања могућа вредност целог природног броја N једнака је нули. Ако је највећа бројна вредност дигиталног улаза једнака N_{max} , постоји $N_{\text{max}} + 1$ могућих вредности излазног напона (нивоа квантовања излазне величине, од 0 до N_{max}). За излазну величину a важи:

$$a = \frac{N}{N_{\text{max}} + 1} A_{\text{REF}} = N \Delta a, N \in (0, 1, 2, \dots, N_{\text{max}}).$$

Елементарни прираштај излазне величине, Δa , једнак је:

$$\Delta a = \frac{A_{\text{REF}}}{N_{\text{max}} + 1},$$

одакле следи:

$$k = \frac{\Delta a}{A_{\text{REF}}} = \frac{1}{N_{\text{max}} + 1}.$$

Када је улазни податак представљен природним бинарним кодом:

$$N = b_{n-1} 2^{n-1} + b_{n-2} 2^{n-2} + \dots + b_1 2 + b_0 = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \cdot 2^i,$$

највећа вредност броја N , када су сви битови представљени логичком јединицом, једнака је:

$$\max N = N_{\text{max}} = 2^n - 1,$$

одакле следи:

$$a_{\text{max}} = \frac{2^n - 1}{2^n} A_{\text{REF}}.$$

Елементарни прираштај излазне величине n -битног D/A претварача једнак је:

$$\Delta a = \frac{A_{\text{REF}}}{2^n}.$$

Према томе, вредност излазне величине одређена је изразом:

$$a = N \frac{A_{\text{REF}}}{2^n}.$$

Са становишта електронске технике, најзначајнији су D/A претварачи код којих излазну величину представља струја (N/I претварачи) или напон (N/U претварачи). Производе се и као

комерцијално доступна интегрисана кола. У начелу, пресликавање се остварује посредно: вредност броја N се преслика на вредност неког од електричних параметра којим је одређена вредност излазног напона односно струје.

Дигитално-аналогно пресликавање се најлакше остварује применом прекидачке мреже са тежински одмереним (*binary-weighted*) резистивним или капацитивним елементима:

$R, 2R, 4R, \dots$

Посебну врсту представља лествичаста отпорничко-прекидачка мрежа у којој се користе само две вредности отпорности R и $2R$ (*R-2R ladder network*).

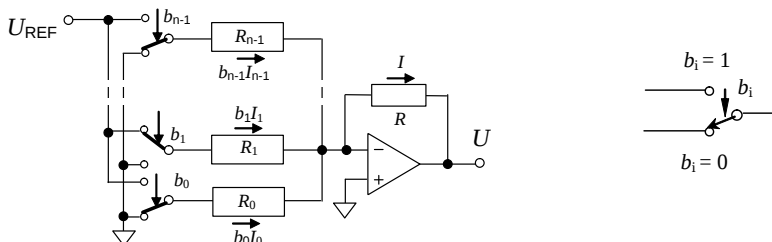
9.2. ЗАДАЦИ

1. Нацртати принципску шему дигитално-аналогног претварача са тежинском отпорничком мрежом. Описати начин рада и написати изразе који одређују вредност излаза у зависности од вредности бинарног броја који представља улазни податак.

РЕШЕЊЕ

Принципска шема дигитално-аналогног претварача са тежинском отпорничком мрежом приказана је на слици. Улазну величину представља n -битни бинарни број $N = b_{n-1} b_{n-2} \dots b_1 b_0$, представљен природним бинарним кодом:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i, \quad b_i \in (0, 1).$$



Излазни напон U једнак је паду напона који на отпорнику R (који се налази у грани повратне спреге операционог појачавача) прави струја I образована сабирањем бинарно одмерених струја, I_i :

$$U = -RI ,$$

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i ,$$

где је b_i вредност i -тог бита бинарног броја N .

Струје I_i се добијају помоћу извора референтног напона U_{REF} и бинарно одмерених отпорника R_i у улазном колу појачавача. Када је прекидач у положају означеном са “1” струја I_i је једнака:

$$I_i = \frac{U_{\text{REF}}}{R_i}; i = 0, 1, \dots, n-1; \text{ где је}$$

$$R_i = \frac{R_0}{2^i}; i = 0, 1, \dots, n-1,$$

отпорност одговарајућег отпорника. Отпорност R_0 је отпорност највеће вредности која одговара биту најмање тежине.

Вредност излазног напона одређена је изразом:

$$U = -N \frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} .$$

Овај израз може да се представи у облику:

$$U = -N \Delta U ,$$

где је ΔU јединични прираштај (корак вредности) излазног напона:

$$\Delta U = \frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} .$$

Ако је референтни напон U_{REF} позитиван, напон U на излазу операционог појачавача представља непозитивну величину.

Највећу вредност по интензитету излазни напон U има када су сви битови, који образују бинарну реч која представља број N , једнаки логичкој јединици ($b_{n-1} = b_{n-2} = \dots = b_1 = b_0 = 1$):

$$\max|U| = N_{\text{max}} \frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} = (2^n - 1) \frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} .$$

Ако је $R_0 = 2^n R$, важи:

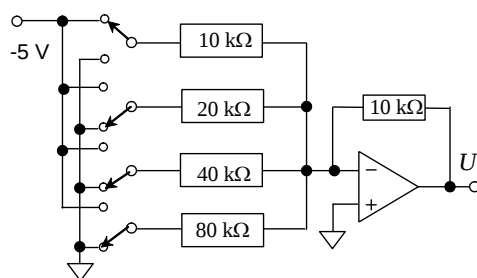
$$\Delta U = \frac{U_{\text{REF}}}{2^n} ,$$

$$U = -N \frac{U_{REF}}{2^n}, \text{ односно:}$$

$$\max|U| = \frac{2^n - 1}{2^n} U_{REF}.$$

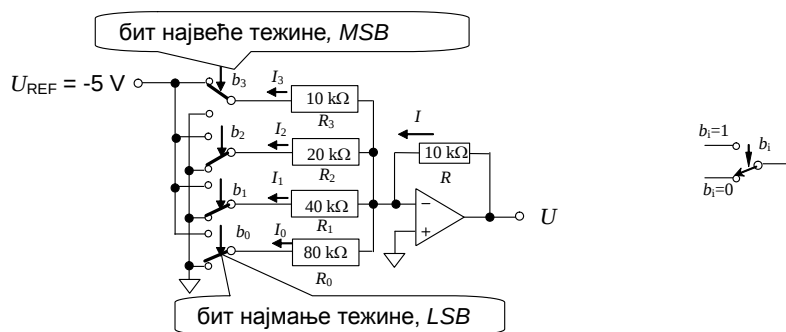
2. За четворобитни Д/А претварач приказан на слици, под претпоставком да се унутрашња отпорност прекидача може да занемари, одредити:

- корак квантовања напона на излазу кола,
- максималну вредност напона на излазу,
- декадну вредност бинарног броја N који одговара положајима прекидача назначеним на слици,
- вредност излазног напона.



РЕШЕЊЕ

Електрично коло приказано на слици представља Д/А претварач са тежинском отпорничком мрежом.



Карактеристика таквог Д/А претварача одређена је изразом:

$$U = N \Delta U,$$

где је U излазни напон, N представља улазну величину:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \cdot 2^i,$$

а ΔU корак квантовања - елементарну промену излазног напона која одговара прираштају броја N за један.

Вредност ΔU одређена је вредношћу референтног напона U_{REF} и односом отпорности R , у грани повратне спреге операционог појачавача, према отпорности која одговара биту најмање тежине, R_0 . За ово коло важи $R_0 = 2^{n-1} R = 2^3 R$:

$$\Delta U = -\frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} = -\frac{1}{2^{n-1}} U_{\text{REF}} = -\frac{1}{2^3} (-5) \text{ V} = 0,625 \text{ V}.$$

У посматраном случају, N је 4-битни број представљен природним бинарним кодом:

$$N = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2 + b_0 = \sum_{i=0}^3 b_i \cdot 2^i.$$

Максимална вредност броја N (када су сви битови једнаки јединици) једнака је: $2^4 - 1 = 15$.

За излазни напон важи:

$$U = -N \frac{U_{\text{REF}}}{2^3} = N \cdot 0,625 \text{ V}.$$

Максимална вредност излазног напона једнака је:

$$\max U = -\max N \frac{U_{\text{REF}}}{2^{n-1}} = \max N \cdot 0,625 \text{ V} = 9,375 \text{ V}.$$

Задатим положајима прекидача одговарају вредности:

$$b_3 = 1; b_0 = b_1 = b_2 = 0 \Rightarrow N = 8_{10},$$

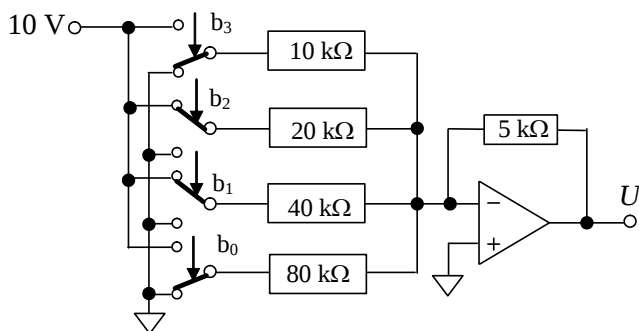
одакле следи:

$$U_8 = U_{\text{REF}} = 8 \cdot 0,625 \text{ V} = 5,000 \text{ V}.$$

Када је отпорник који одговара биту највеће тежине (*MSB*) једнак отпорнику у грани повратне спреге, напон који одговара биту највеће тежине једнак је по интензитету референтном напону.

3. За четворобитни дигитално-аналогни претварач приказан на слици:

- написати општи израз за вредност излазног напона, U , изражену у волтима, у зависности од вредности бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$ који је представљен природним бинарним кодом;
- одредити вредност излазног напона која одговара биту најмање тежине (LSB);
- одредити вредност излазног напона која одговара положајима прекидача назначеним на слици.
- написати табелу вредности излазног напона у зависности од декадне вредности бинарног броја N .



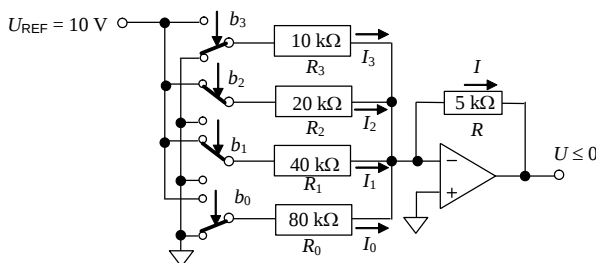
РЕШЕЊЕ

Према ознакама на слици, за напон U на излазу операционог појачавача важи:

$$U = -RI = -R \sum_{n=0}^3 I_i = -R \left(\frac{U_{REF}}{R_3} b_3 + \frac{U_{REF}}{R_2} b_2 + \frac{U_{REF}}{R_1} b_1 + \frac{U_{REF}}{R_0} b_0 \right),$$

ОДНОСНО:

$$U = - \left(\frac{R}{R_3} b_3 + \frac{R}{R_2} b_2 + \frac{R}{R_1} b_1 + \frac{R}{R_0} b_0 \right) U_{REF}.$$



С обзиром да је:

$$R_i = \frac{R_0}{2^i}; i = 0, 1, 2, 3$$

слиди:

$$U = -(b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2 + b_0) \frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} = -\frac{N}{2^4} U_{\text{REF}}$$

За задату вредност напона U_{REF} добија се:

$$U = -\frac{N}{2^4} 10 \text{ V} = -0,625 N \text{ V}.$$

Вредност излазног напона која одговара биту најмање тежине (LSB) једнака је:

$$U_1 = -0,625 \text{ V}.$$

Задатим положајима прекидача одговарају вредности:

$$b_0 = b_3 = 0; b_1 = b_2 = 1 \Rightarrow N_2 = 0110_2 = 6_{10},$$

одакле слиди:

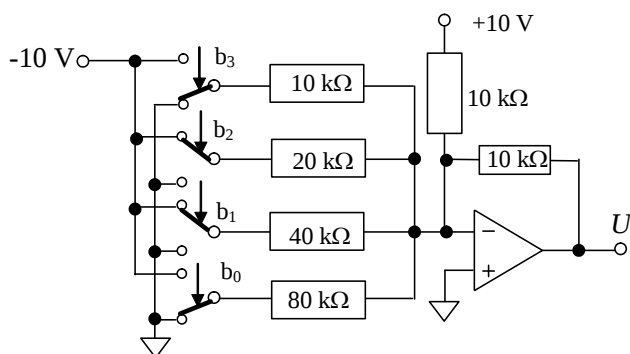
$$U = -6 \cdot 0,625 \text{ V} = -3,75 \text{ V}.$$

Табела вредности излазног напона у зависности од вредности бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$ дата је на слици.

N_{10}	N_2	$U_o \text{ (V)}$
0	0000	0,000
1	0001	-0,625
2	0010	-1,250
3	0011	-1,875
4	0100	-2,500
5	0101	-3,125
6	0110	-3,750
7	0111	-4,375
8	1000	-5,000
9	1001	-5,625
10	1010	-6,250
11	1011	-6,875
12	1100	-7,500
13	1101	-8,125
14	1110	-8,850
15	1111	-9,375

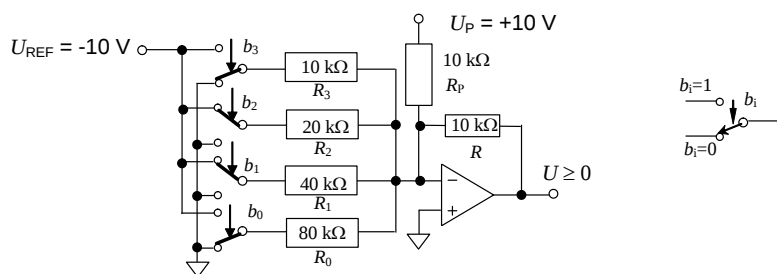
4. За четворобитни дигитално-аналогни претварач, приказан на слици:

- написати општи израз за вредност излазног напона, U , изражену у волтима, у зависности од вредности бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$ који је представљен природним бинарним кодом;
- одредити вредност излазног напона која одговара положајима прекидача назначеним на слици.



РЕШЕЊЕ

Електрично коло приказано на слици представља Д/А претварач са поларизованим излазом. Напон U на његовом излазу може да буде позитиван или негативан, зависно од вредности броја N који представља улазни податак.



Карактеристика овог претварача је одређена изразом:

$$U = N \Delta U - \frac{R}{R_P} U_P,$$

N је улазна величина, 4-битни број представљен природним бинарним кодом:

$$N = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2 + b_0 = \sum_{i=0}^3 b_i \cdot 2^i;$$

U је излазни напон;

ΔU је промена излазног напона која одговара промени броја N за један;

U_P је напон поларизације.

Вредност ΔU (елементарни квант) одређена је вредношћу референтног напона U_{REF} и односом отпорности R и R_0 :

$$\Delta U = -\frac{R}{R_0} U_{\text{REF}};$$

Општи израз за вредност излазног напона у зависности од вредности отпорности у колу, референтног напона U_{REF} , напона поларизације U_P и бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$, има облик:

$$U = -\frac{R}{R_0} U_{\text{REF}} N - \frac{R}{R_P} U_P.$$

За задате вредности је:

$$U = N \frac{10}{8} \text{ V} - 10 \text{ V} = \left(\frac{N}{8} - 1\right) \cdot 10 \text{ V} \text{ и}$$

$$\Delta U = -\frac{1}{8} U_{\text{REF}} = 1,25 \text{ V}.$$

Задатим положајима прекидача одговарају вредности:

$$b_0 = b_3 = 0; b_1 = b_2 = 1 \Rightarrow N_2 = 0110_2 = 6_{10},$$

одакле следи:

$$U = \left(\frac{6}{8} - 1\right) \cdot 10 \text{ V} = -2,5 \text{ V}.$$

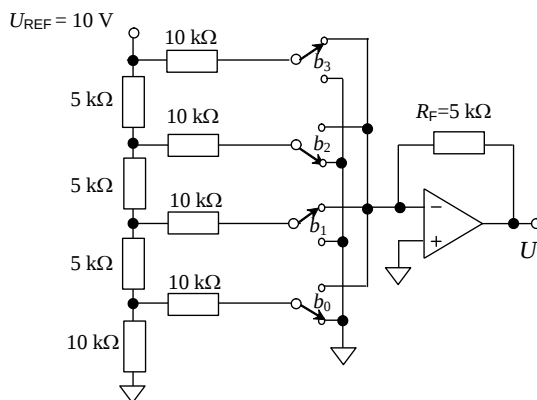
Табела вредности излазног напона у зависности од вредности бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$ приказана је не слици.

N_{10}	N_2	$U_O \text{ (V)}$
0	0000	-10,000
1	0001	-8,750
2	0010	-7,500
3	0011	-6,250
4	0100	-5,000
5	0101	-3,750
6	0110	-2,500
7	0111	-1,250
8	1000	0,000
9	1001	1,250
10	1010	2,500
11	1011	3,750
12	1100	5,000
13	1101	6,250
14	1110	7,500
15	1111	8,750

Опсег вредности излазног напона је од -10 V (за $N = 0$) до $+8,75\text{ V}$ (за $N = 15_{10}$).

5. За четворобитни Д/А претварач са лествичастом отпорничком мрежом, приказан на слици, под претпоставком да се унутрашња отпорност прекидача може да занемари, одредити:

- вредности напона у чворовима лествичасте мреже;
- вредности референтних струја;
- вредност излазног напона која одговара положајима прекидача назначеним на слици,
- табелу вредности излазног напона у зависности од декадне вредности бинарног броја $N = b_3 b_2 b_1 b_0$.



РЕШЕЊЕ

Излазни напон U представља пад напона који на отпорнику R_F у грани повратне спреге операционог појачавача прави струја I :

$$U = -R_F I,$$

образована сабирањем струја, I_i :

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i.$$

где је b_i вредност која одговара i -том биту бинарног броја N .

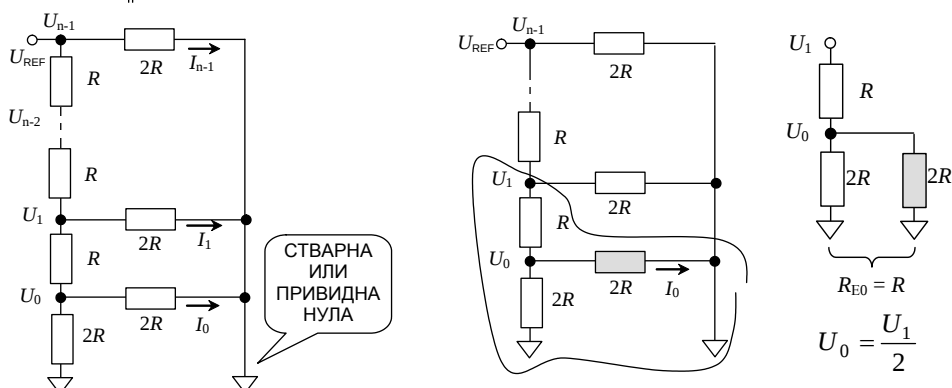
Струје I_i се добијају помоћу отпорничке мреже која се састоји од две групе једнаких отпорника, чија је отпорност R и $2R$, преклопних прекидача чији је положај одређен битовима бинарног броја N , и извора референтног напона U_{REF} . Мрежа је тако остварена да су отпорници $2R$ једним својим крајем увек на потенцијалу нуле, без

обзира на положај прекидача. Струја кроз отпорник $2R$ је увек иста, одређена вредношћу напона чвора U_i са којим је фиксно повезан:

$$I_i = \frac{U_i}{2R}.$$

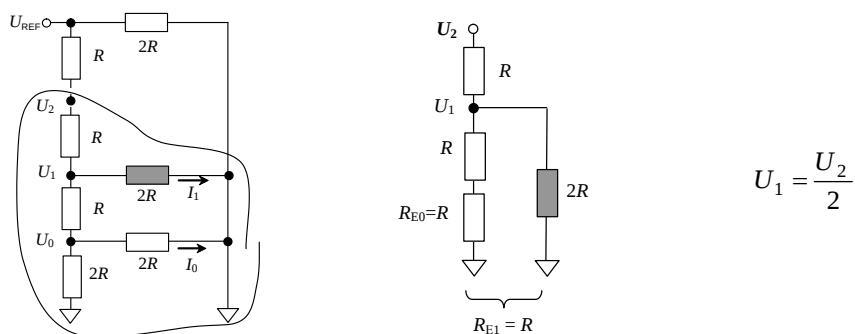
Анализа показује да је напон U_0 упола мањи од напона U_1 .

$$U_0 = \frac{2R \parallel 2R}{R + 2R \parallel 2R} = \frac{U_1}{2}.$$



Овај однос важи и за напон U_1 , који је упола мањи од напона U_2 :

$$U_1 = \frac{U_2}{2}.$$



И тако редом:

$$U_i = \frac{U_{i+1}}{2}; i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Напони U_i образују бинарно одмерени низ:

$$U_i = 2^i U_0,$$

$$U_0 = \frac{U_{REF}}{2^{n-1}};$$

$$i = 0, 1, \dots, n-1.$$

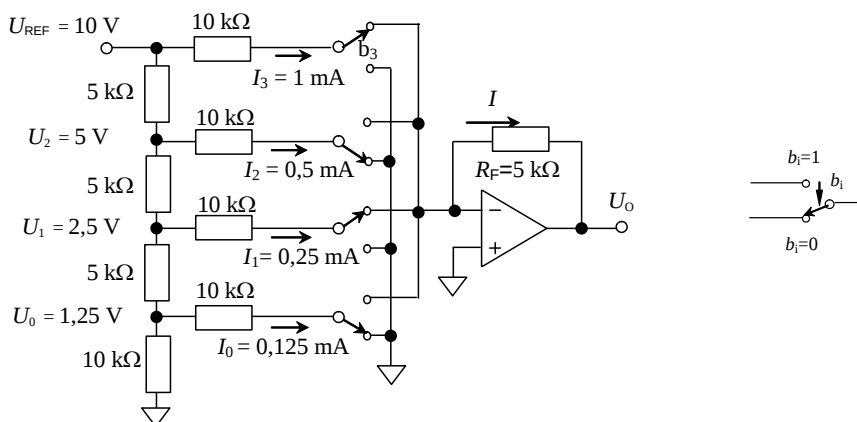
Помоћу ових напона образује се низ бинарно одмерених струја I_i :

$$I_i = 2^i I_0; I_0 = \frac{U_{REF}}{2^n R},$$

које се сабирају у зависности од положаја прекидача (који је одређен битовима којима је представљен бинарни број N). На основу претходне анализе следи израз за излазну струју I :

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i = I_0 \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = N I_0.$$

Расподела потенцијала и вредности струја у R - $2R$ мрежи која одговара 4-битном претварачу приказани су на слици.



Вредност излазног напона одређена је изразом:

$$U = -RI = -\frac{N}{2^n} U_{REF} = -N\Delta U, \text{ где је:}$$

$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n} = 0,625\text{ V},$$

јединични прираштај (корак) излазног напона. Ако је референтни напон U_{REF} позитиван, напон на излазу операционог појачавача представља непозитивну величину. Највећу вредност по интензитету излазни напон U добија када сви битови, који образују бинарну реч која представља број N , имају вредност која је једнака логичкој јединици ($b_{n-1} = b_{n-2} = \dots = b_1 = b_0 = 1$):

$$\max|U| = \frac{2^n - 1}{2^n} U_{\text{REF}}.$$

Задатим положајима прекидача одговарају вредности:

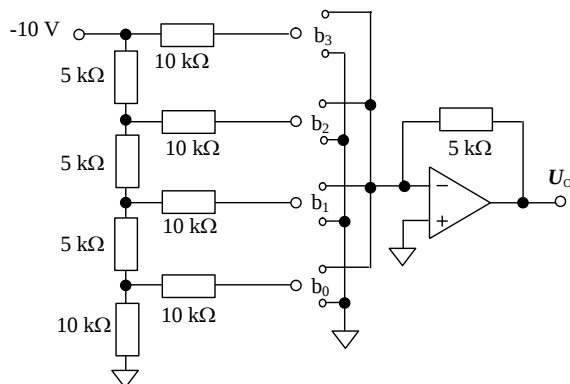
$$b_0 = b_2 = 0; b_1 = b_3 = 1 \Rightarrow N_2 = 1010_2 = 10_{10},$$

$$U = -10 \cdot 0,625 \text{ V} = -6,25 \text{ V}.$$

Табела вредности излазног напона приказана је на слици.

N ₁₀	N ₂	U _O (V)
0	0000	0,000
1	0001	-0,625
2	0010	-1,250
3	0011	-1,875
4	0100	-2,500
5	0101	-3,125
6	0110	-3,750
7	0111	-4,375
8	1000	-5,000
9	1001	-5,625
10	1010	-6,250
11	1011	-6,875
12	1100	-7,500
13	1101	-8,125
14	1110	-8,850
15	1111	-9,375

6. За четворобитни D/A претварач са лествичастом отпорничком мрежом, приказан на слици, излазни напон је једнак 5,625 V. Одредити вредност броја N и нацртати положај прекидача.

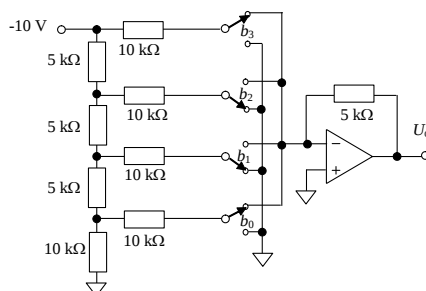


РЕШЕЊЕ

За четворобитни Д/А претварач важи:

$$U = -\frac{N}{2^n} U_{\text{REF}} = \frac{10}{16} N \text{ V} = 5,625 \text{ V},$$

одакле следи $N = 9_{10}$.

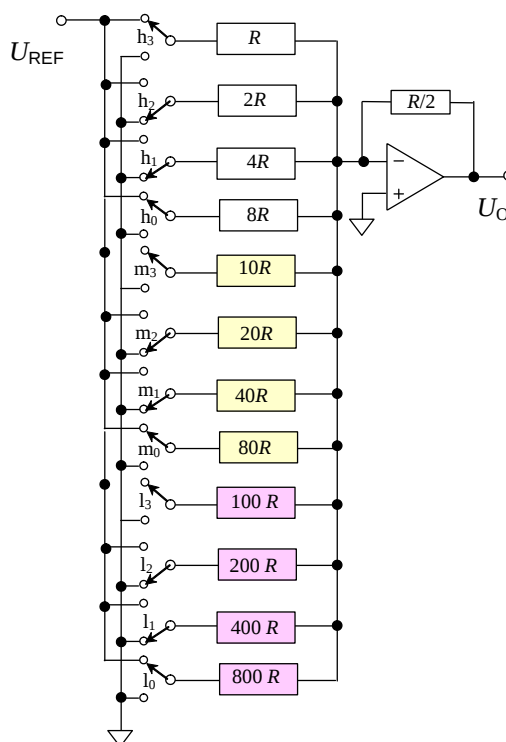


7. Нацртати принципску електричну шему Д/А претварача са тежинском отпорничком мрежом чији улазни податак је представљен са три бинарно кодоване декадне цифре (3-digit BCD).

РЕШЕЊЕ

Изразни напон је једнак:

$$U_O = -\frac{N}{10^3} U_{\text{REF}}.$$

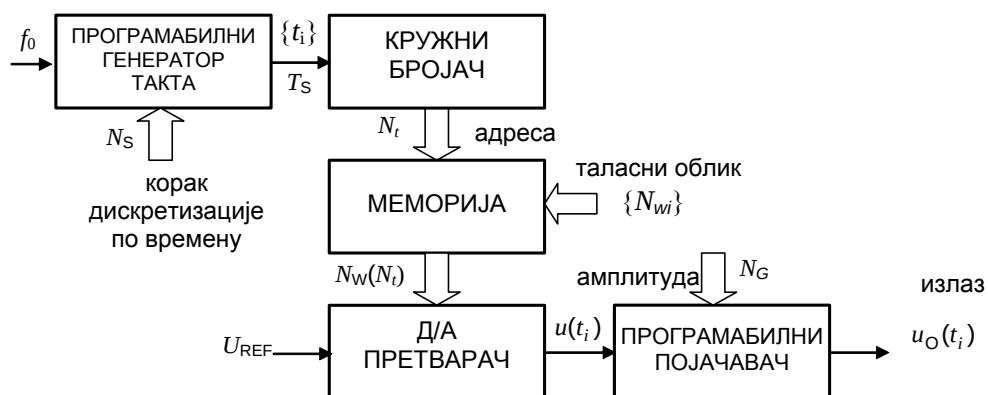


РЕШЕЊЕ

Генератор сигнала, приказан на слици, омогућује издавање периодичних сигнала изабране учестаности, произвољног таласног облика и амплитуде. Такав уређај представља програмабилну материјализовану меру временски променљиве величине.

Састоји се из следећих функционалних целина:

- генератор такта, који одређује корак дискретизације по времену излазног сигнала,
- кружни бројач, чија дужина одређује број тачака у којима је дефинисан таласни облик сигнала,
- меморија, у којој се налази табела вредности функције која дефинише нормализовани таласни облик (*pattern*) сигнала,
- Д/А претварач, помоћу којег се формира аналогни сигнал изабраног таласног облика и учестаности,
- програмабилни појачавач, помоћу којег се одређује амплитуда излазног сигнала.



Временски интервал T_S одређује учестаност “узорковања” таласног облика сигнала који треба генерисати (*sampling frequency*):

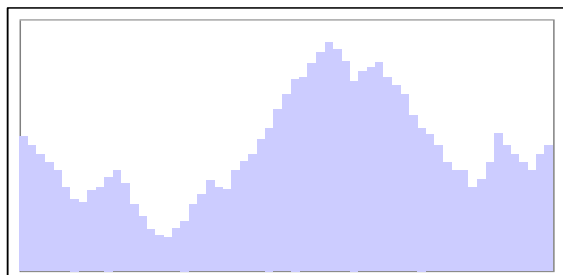
$$f_S = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{N_S T_0} = \frac{f_0}{N_S},$$

где је f_0 основна учестаност на улазу делитеља учестаности који остварује функцију програмабилног генератора такта. Сачинилац дељења се програмира (задаје) вредношћу броја N_S .

На излазу Д/А претварача добија се степенаст сигнал чија је вредност у сваком тренутку одређена бинарним бројем, N_W , која се

налази у меморији на “текућој” адреси, N_t , одређеној садржајем кружног бројача који броји импулсе чији је интервал појављивања T_S :

$$u(t) = u(t_i) \text{ за } t_i \leq t < t_i + T_S.$$



N_t	N_w
0	00000000
1	00000001
2	00000010
3	00000011
252	11111100
253	11111101
254	11111110
255	11111111

Вредност напона u одређена је изразом:

$$u(t_i) = \frac{N_w(N_t)}{2^m} \cdot U_{REF},$$

где је m дужина меморијске речи којом је представљен број N_w . Максимална вредност овог броја једнака је $2^m - 1$.

Програмабилни појачавач остварује “амплитудску модулацију” сигнала тако да максимална вредност одговара задатој вредности. У основи представља “хибридни” множач који на свом излазу даје аналогни сигнал сразмеран производу вредности аналогне величине, $u(t)$, која одређује таласни облик, и дигиталне величине, N_G , која одређује интензитет (амплитуду) излазне величине:

$$u_O(t) = U(N_G) \cdot u(t),$$

односно:

$$u_O(t) = \frac{N_G}{2^n} \cdot u(t)$$

где је N_G бројна вредност кодне речи дужине n којом се задаје појачање:

$$N_G = \frac{U}{U_{REF}} \frac{2^{n+m}}{2^n - 1},$$

где је U жељена (задата) вредност амплитуде.

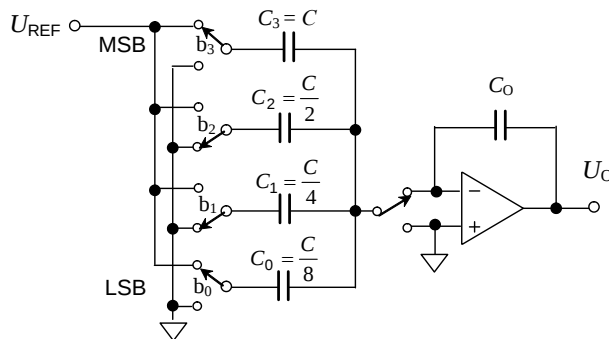
Тренутна вредност излазног напона једнака је:

$$u_O(t_i) = \frac{N_W(N_t)}{2^m} \cdot \frac{N_G}{2^n} \cdot U_{REF}.$$

У излазном колу оваког генератора налази се, по правилу, и филтер који “глача” облик сигнала тако да добијени сигнал представља глатку функцију времена.

10. Нацртати принципску електричну шему Д/А претварача са тежинском капацитивном мрежом.

РЕШЕЊЕ

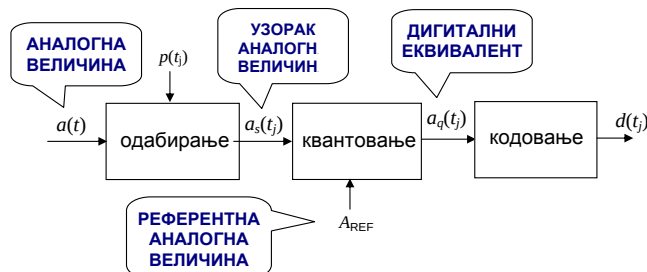


Кондензатори, чија капацитивност одговара бинарном низу, прикључени су на масу када је одговарајући бит једнак нули, односно на извор референтног напона када је одговарајући бит једнак јединици. Струје пуњења кондензатора у мрежи сабирају се у излазном кондензатору. Пре новог одмеравања потребно је да се кондензатори испразне.

10. A/D ПРЕТВАРАЧИ

10.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Аналого-дигитални претварач остварује промену облика представљања информације из аналогног у дигитални. Овај процес преображаја обухвата одабирање, квантовање и кодовање. Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача приказан је на слици.



Одабирање (узорковање, одмеравање, *sampling*) је процес дискретизације "по времену". Непрекидна по времену величина $a(t)$ пресликава се на величину $a_s(t_i)$ која може да се мења само у дискретним тренуцима времена.

Импулсни сигнал $p(t_i)$ одређује тренутак узимања "узорка" вредности аналогне величине $a(t)$, непрекидне по времену. Сигнал чији је спектар ограничен највишом учестаношћу f_{max} јединствено је одређен низом својих вредности који представљају одбирке узете са учестаношћу узорковања f_s која испуњава услов:

$$f_s > 2f_{max}$$

Овај став се назива теорема одабирања, Шенонова теорема или теорема Котелњикова.

Квантовање је поступак којим се аналогна величина a , чији опсег могућих вредности представља одсечак $[A_{min}, A_{max}]$, пресликава на дигиталну величину a_Q чији је скуп могућих вредности $\mathcal{A}_Q = \{a_j\}$ дискретан. Овај поступак се назива дискретизација "по вредности".

Кодовање је начин представљања информација помоћу симбола одређеног скупа који чине азбуку.

По својој суштини пресликавање из аналогног у дигитални домен представља мерење аналогне величине. Резултат мерења приказан је у виду броја одређене дужине, којим је исказан однос улазне и референтне величине A_{REF} , која у процесу мерења има улогу јединице мере:

$$N = \frac{a(t_i)}{A_{REF}}.$$

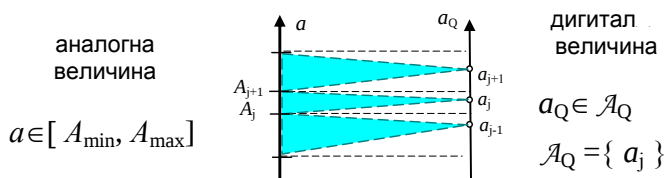
Број могућих вредности броја N је увек коначан, ограничен дужином записа којим се представља.

Квантовање омогућује да се аналогна величина замени квантованом величином, односно бројем који представља њену вредност. У ширем смислу, квантовање је пресликавање аналогне величине на дигиталну величину. У ужем смислу, квантовање је апроксимација вредности аналогне величине вредношћу дигиталне величине исте врсте. Аналогна величина a , која може да поприми било коју вредност која припада одређеном опсегу од A_{min} до A_{max} , пресликава се на дигиталну величину a_Q чији је скуп могућих вредности $\mathcal{A}_Q = \{a_j\}$ дискретан:

$$a \in [A_{min}, A_{max}] \rightarrow a_Q \in \{a_j\} \quad j = 0, 1, \dots, J-1;$$

где је J укупан број чланова скупа $\mathcal{A}_Q$. Дигитална величина има само коначан број дискретних вредности.

У основном облику, поступак квантовања се своди на поступак апроксимације. Опсег могућих вредности аналогне величине $a \in [A_{min}, A_{max}]$, дели се на коначан број посебних подопсега, од којих је сваки представљен додељеном вредношћу која се назива квантована вредност.



Подопсези не морају бити једнаки. Квантовање је равномерно ако сви подопсези имају једнаку ширину ΔA :

$$\Delta A = \frac{A_{max} - A_{min}}{J}.$$

где је J укупан број подопсега (нивоа квантовања). Границе подопсега су тада одређене изразом:

$$a_j = A_j = A_{\min} + j\Delta A; \quad j = 0, 1, \dots, J-1.$$

Скуп $\{A_j\}$ представља подскуп скупа вредности величине a .

Разлика квантоване и праве вредности посматране величине:

$$q = a_Q - a,$$

је грешка квантовања (*quantization error*) која настаје када се величина a замени величином a_Q .

Разликују се три основна поступка апроксимације:

- одсецањем (квантована величина је мања или једнака посматраној аналогној величини),
- додавањем (квантована величина је једнака или већа од посматране аналогне величине), и
- заокругљивањем (аналогна величина се апроксимира најближом по вредности квантованом величином).

Независно од тога који се начин апроксимације примењује, да би се посматрана аналогна величина заменила одговарајућим дигиталним представником потребно је да се одреди којем подопсегу њена вредност припада. То може да се уради на два основна начина:

- истовременим поређењем мерене величине са свим референтним величинама које припадају скупу граничних вредности подопсега;
- уравнотежавањем мерене величине са изабраном референтном величином из скупа граничних величина, која се бира (подешава у корацима) тако да, унутар граница грешке квантовања, буде једнака величини која се мери.

Аналогно/дигитални претварач, који аутоматски остварује квантовање аналогне величине a при којем се примењује **метод истовременог поређења**, садржи материјализовану скалу, која дефинише J могућих вредности квантоване величине $a_Q \in \{a_j\}$, и $J-1$ компаратора. Сваки компаратор пореди улазну величину a са једном од референтних вредности која припада скупу A_j ; $j = 1, 2, \dots, J$. Скуп стања компаратора једнозначно одређују којем подопсегу вредности припада појединачна величина која се у датом тренутку посматра. Скала вредности не мора да буде равномерна.

Уравнотежавање подесиве референтне величине са мереном величином је процес који се састоји из низа операција којима се “налази” квантована величина која је, унутар граница апроксимације, једнака улазној величини. У општем случају могу да разликују се два

основна алгоритма одређивања дигиталног еквивалента мерене аналогне величине методом уравнотежавања:

- **метод јединичних прираштаја,**
- **метод сукцесивне апроксимације.**

Код метода јединичних прираштаја дискретна вредност која представља квантовану величину се подешава сабирањем једнаких прираштаја који представљају корак квантовања. Квантовање је равномерно. Резултат је једнак броју корака потребних да дискретна величина са којом се улазна величина пореди достигне, почевши од нуле, вредност улазне величине.

У другом случају реализује се алгоритам са променљивим кораком промене дискретне величине, што омогућује да се равнотежа успостави много брже. Квантовање је равномерно. Квантована вредност, која одговара посматраној аналогој величини, налази се бинарним одлучивањем.

Сва три поступка А/Д претварања остварују се директним поређењем улазне (мерене) и дискретне величине исте врсте, а међусобно се разликују по броју референтних вредности које се користе, броју компаратора, као и броју корака којима се долази до резултата.

Истовремено поређење захтева онолико дискретних вредности колико дигитални представник аналогне величине има вредности различитих од нуле, као и исто толико компаратора. Ако је број N представљен n -битним природним бинарним кодом, потребно је $2^n - 1$ компаратора. Пресликавање $A \rightarrow N$ остварује се у једном кораку, обрлом излаза свих компаратора у систему.

Метод бројања захтева један компаратор и једну подесиву дискретну величину чија вредност се добија узастопним сабирањем јединичне вредности (еталон-мере) ΔA . Потребан број корака (трајање поступка квантовања) зависи од вредности мерене величине.

Метод сукцесивне апроксимације захтева један компаратор и n различитих еталон-мера чијом се комбинацијом, на основу низа узастопних поређења, налази вредност величине $a_Q(A)$. Пресликавање се остварује у n корака, независно од вредности улазне величине A .

Посебну врсту А/Д претварања чине они код којих се пресликавање $A \rightarrow N$ заснива на посредном пресликавању вредности полазне аналогне величине временски домен (у трајање временског интервала или у учестаност).

10.2.ЗАДАЦИ

- Објаснити операцију равномерног квантовања одсецањем. Написати општи израз за карактеристику преноса квантизера и нацртати одговарајући дијаграм грешке. Одредити средњу вредност грешке и средњу вредност квадрата грешке квантовања одсецањем.

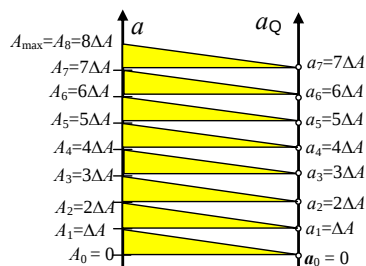
РЕШЕЊЕ

При квантовању са апроксимацијом одсецањем вредности квантоване величине једнаке су доњој граничној вредности подопсега:

$$A_j \leq a < A_{j+1} \rightarrow a_j = A_j; \quad j = 0, 1, \dots, J-1;$$

где је J укупан број подопсега (нивоа квантовања), а A_j представља доњу граничну вредност j -тог подопсега.

Аналогна величина a апроксимира се најближом по вредности дигиталном величином a_Q , која је једнака или мања од посматране аналогне величине. На слици је дат геометријски приказ равномерног квантовања одсецањем, када квантована величина има осам вредности, од A_0 до A_7 .



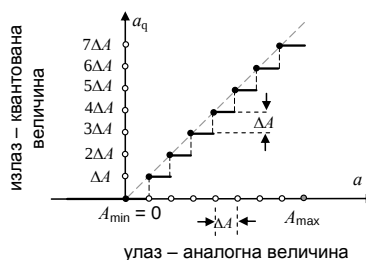
Карактеристика преноса квантизера, којим се остварује равномерно квантовање аналогне величине $a \in [0, A_{\max}]$ апроксимацијом одсецањем, одређена је изразом:

$$a_Q = \left\lfloor \frac{a}{\Delta A} \right\rfloor \cdot \Delta A,$$

у којем a представља улазну аналогу величину, a_Q је квантована величина, а ΔA је корак квантовања:

$$\Delta A = \frac{A_{\max}}{J}.$$

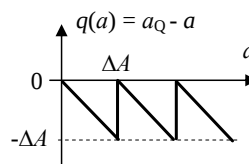
Угласте заграде у овом изразу означавају највећи цео број, који је једнак или мањи од вредности израза који се налази у заградама ("највећи цели"). Графички приказ зависности улаз-излаз при равномерном квантовању одсецањем дат је на слици.



Вредност грешке припада опсегу:

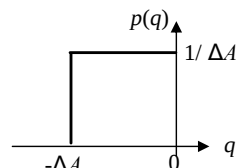
$$-\Delta A < q \leq 0.$$

Дијаграм грешке равномерног квантовања одсецањем приказан је на слици.



При квантовању вредност променљиве a представља случајну величину. То значи да су све могуће вредности грешке квантовања једнако вероватне.

Расподела вероватноће $p(a)$ има константну вредност у интервалу, $q \in (-\Delta A, 0]$, а једнака је нули изван тог интервала. Таква расподела се назива правоугаона расподела.



Средња вредност грешке квантовања одсецањем једнака је:

$$\overline{q} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a) da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (-a) da = \frac{1}{\Delta A} \left(-\frac{a^2}{2} \Big|_0^{\Delta A} \right) = -\frac{(\Delta A)^2}{2\Delta A} = -\frac{\Delta A}{2}.$$

Средња вредност квадрата грешке квантовања одсецањем једнака је:

$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q^2(a) da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} (-a)^2 da = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} a^2 da = \frac{1}{\Delta A} \frac{a^3}{3} \Big|_0^{\Delta A} = \frac{1}{\Delta A} \frac{(\Delta A)^3}{3} = \frac{(\Delta A)^2}{3}.$$

- Објаснити операцију равномерног квантовања заокругљивањем. Написати општи израз за карактеристику преноса квантизера и нацртати одговарајући дијаграм грешке. Одредити средњу вредност грешке и средњу вредност квадрата грешке квантовања заокругљивањем.

РЕШЕЊЕ

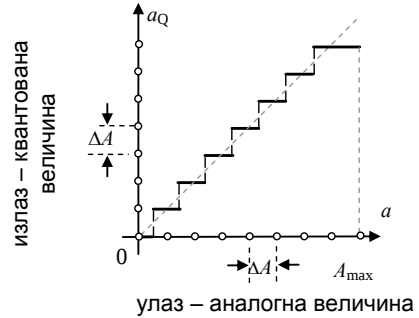
Када је примењена апроксимација заокругљивањем квантована вредност представља ближу границу подопсега којем квантована вредност припада. При равномерном квантовању аналогне величине $a \in [0, A_{\max}]$ ширина подопсега једнака је:

$$\Delta A = \frac{A_{\max}}{J}.$$

Границе подопсега одређене су изразом:

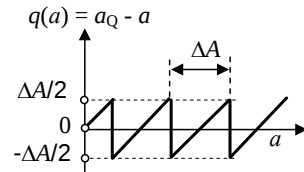
$$A_j = j\Delta A; j = 0, 1, \dots, J-1.$$

Графички приказ карактеристике улаз-излаз при равномерном квантовању величине $a \in [0, A_{\max}]$ заокругљивањем, када квантована величина има осам вредности, дат је на слици. Одступање од линеарне апроксимације је двоструко мање него у случају квантовања одсецањем.

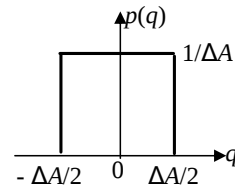


Дијаграм грешке равномерног квантовања заокругљивањем приказан је на слици:

$$-\frac{1}{2}\Delta A \leq q < \frac{1}{2}\Delta A.$$



Расподела вероватноће $p(a)$ има константну вредност у датом интервалу, $q \in [-\Delta A/2, \Delta A/2)$, а једнака је нули изван тог интервала (правоугаона расподела).



Средња вредност грешке квантовања заокругљивањем једнака је:

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a) da = \frac{1}{\Delta A} \left[\int_0^{\frac{\Delta A}{2}} a da + \int_{\frac{\Delta A}{2}}^{\Delta A} (a - \Delta A) da \right] = \frac{1}{\Delta A} \left[\frac{(\Delta A)^2}{2} - \frac{(\Delta A)^2}{2} \right] = 0.$$

Средња вредност квадрата грешке квантовања заокругљивањем једнака је:

$$\overline{q^2} = \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} q(a)^2 da = \frac{2}{\Delta A} \int_0^{\frac{\Delta A}{2}} a^2 da = \frac{2}{\Delta A} \frac{a^3}{3} \Big|_0^{\frac{\Delta A}{2}} = \frac{(\frac{\Delta A}{2})^2}{3} = \frac{(\Delta A)^2}{12}.$$

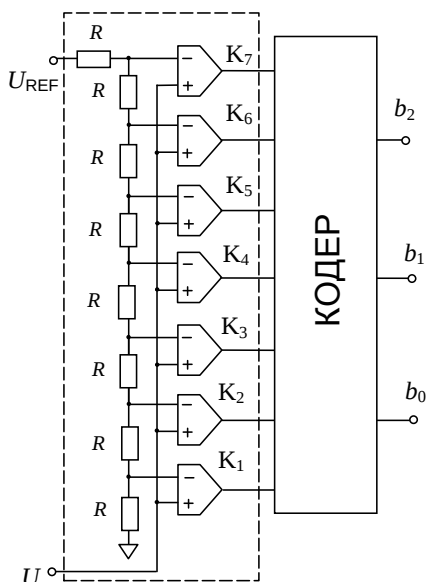
- Нацртати тробитни паралелни (FLASH) аналого-дигитални претварач који остварује равномерно квантовање напона одсецањем. Написати општи израз којим су одређени нивои поређења n -битног претварача.

РЕШЕЊЕ

FLASH аналого-дигитални претварач, дужине n -бита, који остварује равномерно квантовање напона одсецањем састоји се од извора референтног напона U_{REF} , отпорничког делитеља напона (који садржи 2^n једнаких отпорника) и 2^n-1 компаратора. Нивои поређења одређени су изразом:

$$U_i = \frac{U_{REF}}{2^n} i ; i = 1, 2, \dots, 2^n - 1.$$

Тробитни *FLASH* претварач који остварује равномерно квантовање напона одсецањем приказан је на слици. Кодер претвара податак у јединичном коду у податак у природном бинарном коду.



улаз	излаз		
	декадни код	јединични бинарни код	природни бинарни код
$U < \frac{1}{8} U_{REF}$	0	0000000	000
$\frac{1}{8} U_{REF} \leq U < \frac{2}{8} U_{REF}$	1	0000001	001
$\frac{2}{8} U_{REF} \leq U < \frac{3}{8} U_{REF}$	2	0000011	010
$\frac{3}{8} U_{REF} \leq U < \frac{4}{8} U_{REF}$	3	0000111	011
$\frac{4}{8} U_{REF} \leq U < \frac{5}{8} U_{REF}$	4	0001111	100
$\frac{5}{8} U_{REF} \leq U < \frac{6}{8} U_{REF}$	5	0011111	101
$\frac{6}{8} U_{REF} \leq U < \frac{7}{8} U_{REF}$	6	0111111	110
$\frac{7}{8} U_{REF} \leq U$	7	1111111	111

4. Нацртати тробитни паралелни (*FLASH*) аналого-дигитални претварач који остварује равномерно квантовање напона заокружљивањем. Написати општи израз којим су одређени нивои поређења n -битног претварача.

РЕШЕЊЕ

FLASH аналого-дигитални претварач, дужине n -бита, који остварује равномерно квантовање напона заокружљивањем састоји се од извора референтног напона U_{REF} , отпорничког делитеља напона (који садржи 2^n отпорника) и 2^n-1 компаратора. Однос отпорности отпорника у мрежи који представља делитељ напона је тако подешен

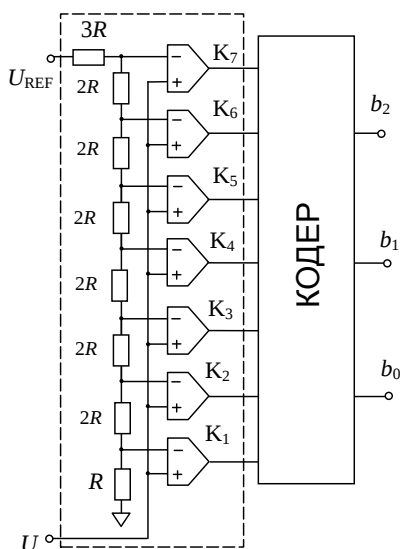
да је вредност најнижег референтног напона једнака половини корака квантовања ΔU :

$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n}.$$

Нивои поређења n -битног претварача који остварује равномерно квантовање заокруглавањем одређени су изразом:

$$U_i = \frac{U_{REF}}{2^n} (i - 0,5) ; i = 1, 2, \dots, 2^n - 1.$$

Тробитни *FLASH* аналого-дигитални претварач који остварује равномерно квантовање напона заокруглавањем приказан је на слици.

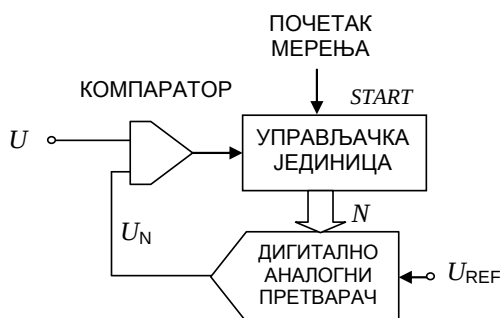


улаз	декадни код	јединични бинарни код	природни бинарни код
$U < \frac{1}{16} U_{REF}$	0	0000000	000
$\frac{1}{16} U_{REF} \leq U < \frac{3}{16} U_{REF}$	1	0000001	001
$\frac{3}{16} U_{REF} \leq U < \frac{5}{16} U_{REF}$	2	0000011	010
$\frac{5}{16} U_{REF} \leq U < \frac{7}{16} U_{REF}$	3	0000111	011
$\frac{7}{16} U_{REF} \leq U < \frac{9}{16} U_{REF}$	4	0001111	100
$\frac{9}{16} U_{REF} \leq U < \frac{11}{16} U_{REF}$	5	0011111	101
$\frac{11}{16} U_{REF} \leq U < \frac{13}{16} U_{REF}$	6	0111111	110
$\frac{13}{16} U_{REF} \leq U$	7	1111111	111

5. Нацртати принципску шему аналого-дигиталног претварача са Д/А претварачем у грани повратне спреге. Објаснити начин рада и навести основна својства ове врсте А/Д претварача.

РЕШЕЊЕ

Аналого-дигитални претварач са Д/А претварачем у повратној спрези се заснива на примени метода уравнотежавања улазне величине подесивом референтном величином. Састоји се од извора референтног напона U_{REF} , дигитално-аналогног претварача, компаратора и управљачке логике. Принциуска шема таквог претварача приказана је на слици.



Након добијања команде за почетак мерења (*START*) управљачка јединица, на основу логичког стања на излазу компаратора, мења вредност броја N , који представља улаз Д/А претварача, све док се не постигне да је разлика вредности улазног напона U и напона повратне спреге U_N мања од вредности која одговара елементарном прираштају напона на излазу Д/А претварача ΔU . Начин рада одређен је начином рада управљачке јединице.

Ако се занемари грешка квантовања, на основу једнакости:

$$U = U_N = N \cdot \Delta U,$$

следи:

$$N = \frac{U}{\Delta U}.$$

Ако N представља n -битни бинарни број:

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i,$$

корак квантовања је одређен изразом:

$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n},$$

где је U_{REF} напон на аналогном улазу Д/А претварача. Унутар граница грешке квантовања важи:

$$N = \frac{U}{U_{REF}} 2^n.$$

Време одзива зависи од алгоритма рада управљачке јединице. Два основна типа претварача заснована на примени метода уравнотежавања су:

- А/Д претварач бројачког типа и
- А/Д претварач са сукцесивном апроксимацијом.

У првом случају вредност величине U_N се подешава једнаким прираштајима који представљају корак квантовања. Резултат је једнак броју корака потребних да напон U_N , почевши од нуле, достигне вредност улазне величине.

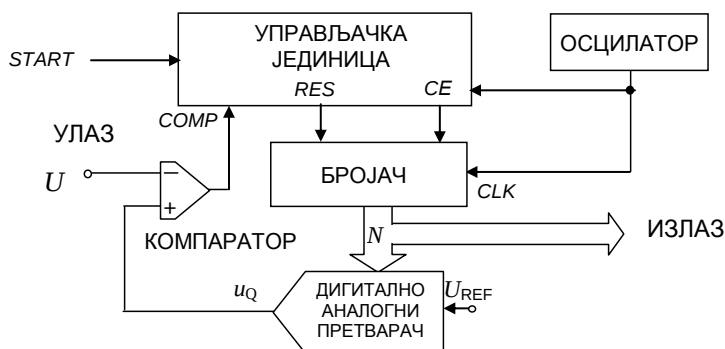
У другом случају реализује се алгоритам бинарног одлучивања. Поступак је следећи. У првом кораку, улазни напон се пореди са напоном који је једнак половини референтног напона U_{REF} . Ако је улазни напон већи од напона $U_{REF}/2$, на месту које одговара биту највеће тежине уписује се јединица. У противном се уписује нула, а поређење се затим врши са напоном који је једнак четвртини референтног напона. Бинарно одмерене вредности мање тежине се sukcesивно додају напону U_N . Притом, ако је он већи од улазног напона вредност одговарајућег бита је једнака јединици. У противном је једнака нули. Пресликавање $U \rightarrow N$ се остварује у n корака, независно од вредности улазног напона.

Аналого-дигитални претварачи са Д/А претварачем у повратној спрези садрже само један компаратор. Тачност пресликавања $U \rightarrow N$ зависи од тачности компаратора и Д/А претварача.

6. Нацртати принципску шему бројачког А/Д претварача са повратном спрегом оствареном преко дигитално-аналогног претварача. Објаснити начин рада, навести основна својства и нацртати временски дијаграм који приказује напон на излазу Д/А претварача.

РЕШЕЊЕ

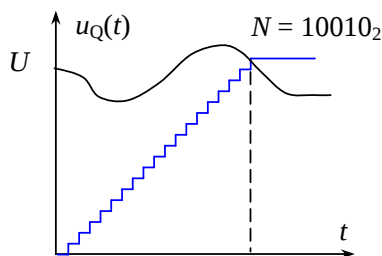
Принципска шема А/Д претварача са повратном спрегом оствареном преко дигитално-аналогног претварача, чији је рад заснован на примени бројачког поступка (*counter-ramp ADC*, *digital-ramp ADC*), приказана је на слици.



Након добијања захтева за обављање мерења (сигнал *START*), управљачка јединица поставља бројач у почетно (нулто) стање сигналом *RES* (*reset*). Ако је улазни напон већи од нуле, излаз компаратора је у стању логичке нуле (*COMP* = 0). Управљачка јединица поставља сигнал *CE* на логичку јединицу, чиме се дозвољава одбројавање импулса из интерног осцилатора (*counter enable*). Сваки импулс из осцилатора повећава садржај бројача за један, а тиме се и напон u_Q на излазу Д/А претварача повећава за корак ΔU , који представља корак квантовања.

Када напон u_Q постане већи од улазног напона U , на излазу компаратора појављује се логичка јединица и бројање се прекида (*CE* = 0). Садржај бројача (укупан број импулса генерисаних до тренутка када је напон u_Q повратне спреге достигао вредност улазног напона U), представља дигитални еквивалент улазне величине.

Временски дијаграм, који приказује напон на излазу Д/А претварача, $u_Q(t)$, приказан је на слици. Тачност пресликавања не зависи од тачности осцилатора, већ само од тачности компаратора и Д/А претварача.



Време одзива је сразмерно вредности улазне величине. Вредност броја N представља вредност напона U у тренутку заустављања бројача.

7. Нацртати принципску шему “пратећег” аналогоно-дигиталног претварача са дигитално-аналогним претварачем у повратној спрези. Описати основна својства и нацртати временски дијаграм који приказује начин рада ове врсте А/Д претварача.

РЕШЕЊЕ

Принципска шема “пратећег” аналогоно-дигиталног претварача са повратном спрегом, оствареном преко дигитално-аналогног претварача, приказана је на слици. Састоји се од осцилатора, двосмерног (реверзибилног) бројача, извора референтног напона U_{REF} , Д/А претварача и компаратора који образују нелинеаран систем са јаком негативном повратном спрегом.



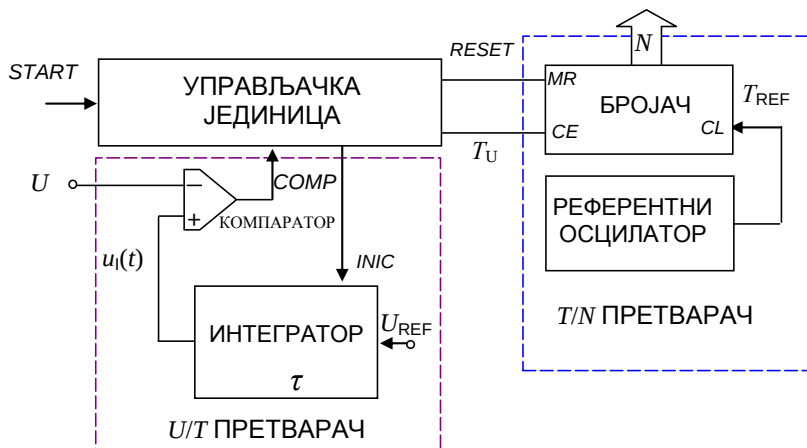
Ако је $U_N < U$, садржај бројача се повећава за један. Ако је $U_N > U$, садржај бројача се смањује за један. За споре промене улазног напона напон U_N верно (унутар грешке квантовања) прати напон U . Време одзива је једнако периоду тактних импулса осцилатора. Максимална брзина праћења одређена је учестаношћу тактних импулса.

Тачност пресликавања не зависи од тачности осцилатора, већ само од тачности компаратора и Д/А претварача.

8. Нацртати принципску шему аналого-дигиталног претварача заснованог на примени пресликавања напона у трајање временског интервала. Нацртати временске дијаграме који приказују начин рада и навести основна својства ове врсте А/Д претварача.

РЕШЕЊЕ

Принципска шема аналого-дигиталног претварача на бази $U/T/N$ метода (*single-slope ADC*) приказана је на слици.



Састоји се из три целине:

- U/T претварач омогућује пресликавање информације садржане у вредности улазног напона U у информацију садржану у трајању временског интервала T_U ;
- T/N претварач омогућује дигитално мерење временског интервала T_U ;
- Управљачка јединица управља радом U/T и T/N претварача.

Пресликавање $U \rightarrow T$ остварује се одмеравањем временског интервала потребног да напон $u_1(t)$, који представља линеарно растућу функцију времена:

$$u_1(t) = kt,$$

достигне вредност улазног напона U , што се детектује компаратором. Као генератор успонске функције (рампе) користи се интегратор на чијем улазу делује сталан напон U_{REF} .

Трајање временског интервала T мери се дигитално, помоћу бројача и референтног осцилатора. Период појављивања импулса референтног осцилатора, T_{REF} , одређује резолуцију мерења. Капацитет (дужина) бројача одређује мерни опсег.

Управљачка јединица на основу улазних сигнала генерише управљачке сигнале којима координира рад U/T и T/N претварача. Поступак $U \rightarrow T \rightarrow N$ пресликавања се одвија на следећи начин:

- након добијања захтева за обављање мерења (сигнал *START*), управљачка јединица, сигнаlima *INIC* и *RESET* доводи у почетно стање генератор успонске функције и бројач:

$$u_1(0) = 0; N(0) = 0;$$

- након тога започиње интеграција референтног напона U_{REF} , тако да је тренутна вредност напона на излазу интегратора одређен изразом:

$$u_1(t) = \frac{t}{\tau} U_{REF},$$

где је τ сачинилац преноса интегратора, $\tau (=) t$;

- током генерисања успонске функције врши се одбројавање импулса интерног осцилатора које се зауставља у тренутку када напон $u_1(t)$ достигне вредност улазног напона U .

На основу једнакости:

$$u_1(T) = U,$$

слиди:

$$T = \tau \frac{U}{U_{REF}}.$$

Ако се занемари грешка квантовања, коначан садржај бројача, број N , једнак је:

$$N = \frac{T}{T_{REF}} = \frac{\tau}{T_{REF}} \frac{U}{U_{REF}}.$$

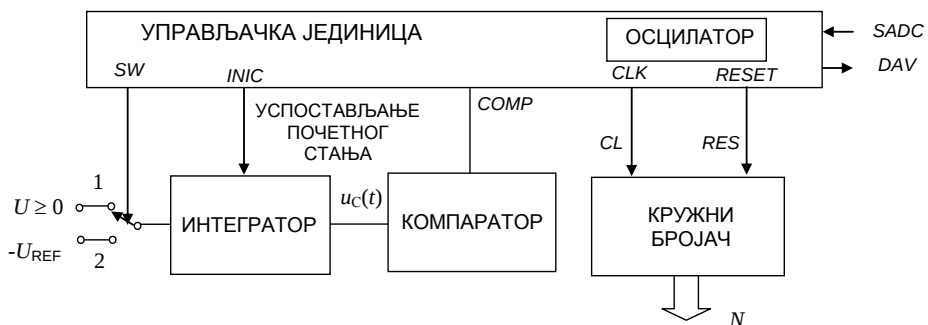
Осим једноставности реализације, основна својства ове врсте А/Д претварача су:

- тачност зависи од тачности осцилатора, генератора успонске функције (интегратора) и компаратора;
- време одзива зависи од вредности улазне величине;
- резултат пресликавања (број N) представља вредност улазне величине у тренутку када је мерење завршено.

9. Нацртати општи структурни блок-дијаграм А/Д претварача заснованог на примени метода двоструког нагиба. Објаснити начин рада. Нацртати временски дијаграм који приказује начин рада и навести основна својства ове врсте претварача.

РЕШЕЊЕ

Блок-дијаграм аналого-дигиталног претварача на бази поступка двоструког нагиба (*dual-slope ADC*) приказан је на слици.



Пресликавање $U \rightarrow N$ остварује се у два корака. У првом кораку се одређује интеграл улазног напона остварен током временског интервала унапред дефинисаног трајања. Вредност овог интеграла се одмерава у другом кораку, мерењем временског интервала потребног да се деловањем референтног напона излаз интегратора врати на почетну вредност.

Пре почетка мерења кружни бројач се доводи на нулу, а на излазу интегратора се успоставља почетно (нулто) стање. Прекидач се поставља у положај 1, у којем је на улаз интегратора прослеђен улазни напон U . Након пријема захтева за обављање мерења (SADC) започиње интеграција током које се врши одбројавање импулса интерног осцилатора. Трајање интеграције одређено је временом потребним да кружни бројач, бројањем унапред, поново дође до нуле.

Након истека интервала интеграције $T_1 = MT_C$, где је M дужина бројача, а T_C период импулса који се одбројавају, прекидач се поставља у положај 2, у којем је на улаз интегратора прослеђен референтни напон чији је поларитет супротан од поларитета улазног напона. Напон на излазу интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала T_2 потребног да се напон на излазу интегратора врати на почетну вредност. Сигнал DAV означава да садржај бројача представља валидан податак.

На основу једнакости интеграла улазног и референтног напона:

$$k_1 \int_0^{MT_C} U dt = k_1 \int_0^{NT_C} U_{REF} dt ,$$

где је k_1 сачинилац преноса интегратора, а N садржај бројача на крају интервала T_2 следи:

$$UM = U_{REF} N .$$

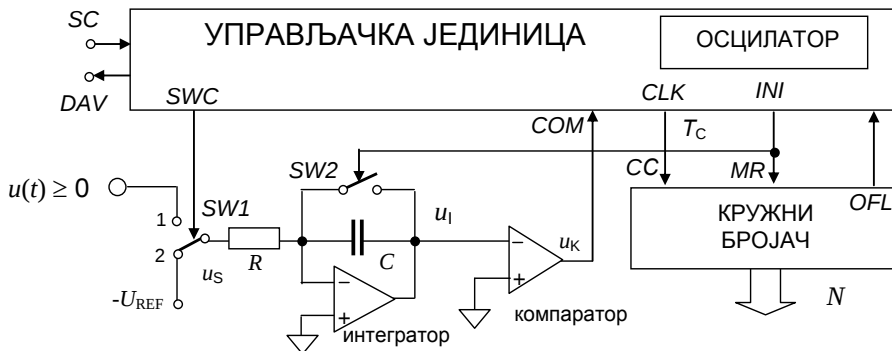
Ако се занемари грешка квантовања, број N је једнак:

$$N = \frac{U}{U_{REF}} M .$$

Резултат мерења зависи само од односа улазног и референтног напона. Сачинилац преноса интегратора, k_1 , и период осцилатора T_C не утичу на тачност. То значи да ни њихове промене услед старења или утицаја околине, као што су промене температуре и влажности, немају утицаја на резултат, уколико се одвијају довољно споро да се

могу занемарити током трајања једног пресликавања $U \rightarrow N$. То је основно обележје метода двојног нагиба.

10. Одредити општи израз којим је одређен излаз аналого-дигиталног претварача са двоструким нагибом чија је принципска електрична шема приказана на слици.



РЕШЕЊЕ

Пресликавање $U \rightarrow N$ остварује се у два корака. У првом кораку се врши се интеграција улазног напона током временског интервала унапред дефинисаног трајања. У другом кораку се одређује вредност овог интеграла одмеравањем времена потребног да се интеграцијом референтног напона U_{REF} интегратор врати у почетно стање.

Трајање интеграције T_1 улазног напона је једнако:

$$T_1 = MT_C,$$

где је T_C период појављивања импулса на излазу осцилатора, а M капацитет (дужина) кружног бројача. Ако је улазни напон константан и једнак U , напон на излазу интегратора током прве фазе мерења представља линеарно растућу функцију времена:

$$u_{I1}(t) = \frac{U}{\tau} t,$$

где је τ временска константа интегратора. Почетна вредност напона $u_{I1}(t)$ једнака је нули.

На крају прве фазе мерења (интеграција улазног напона), напон на излазу интегратора једнак је:

$$u_{I1}(T_1) = \frac{U}{\tau} T_1 = \frac{U}{\tau} MT_C.$$

Након истека временског интервала T_1 на улаз интегратора се прикључује референтни напон чији је поларитет супротан поларитету улазног (мереног) напона. Напон на излазу интегратора се тако враћа према почетној вредности:

$$u_{i2}(t) = u_{i1}(T_1) - \frac{U}{\tau} t, \quad t > T_1.$$

Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала T_2 потребног да се напон на излазу интегратора врати на почетну вредност, $u_{i2}(T_2) = 0$.

Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача на крају овог временског интервала, број N , једнак је:

$$N = \frac{T_2}{T_C}.$$

На крају временског интервала T_2 , током којег се интеграл референтни напон U_{REF} , напон на излазу интегратора једнак је нули. Трајање овог временског интервала одређено је вредношћу у напона $u_i(T_1)$, напонам U_{REF} , који се интеграл у овој фази, и временском константом интегратора. На основу једначине:

$$\frac{U_{REF}}{\tau} T_2 = u_i(T_1),$$

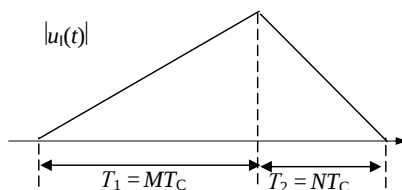
слиеди:

$$T_2 = \frac{u_i(T_1)}{U_{REF}} \tau,$$

односно:

$$T_2 = \frac{U}{U_{REF}} M T_C.$$

Временски дијаграм који приказује напон на излазу интегратора, када се улазни напон не мења током интервала интеграције, дат је на слици.



На основу претходних једначина добија се:

$$N = \frac{U}{U_{REF}} M.$$

Уколико се улазни напон мења током интервала интеграције, важи

$$u_1(T_1) = \frac{1}{\tau} \int_0^{T_1} u(t) dt = \frac{T_1}{\tau} \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u(t) dt = \frac{T_1}{\tau} \overline{u(t)} \Big|_{T_1}$$

одакле следи:

$$\frac{U_{REF}}{\tau} T_2 = \frac{T_1}{\tau} \overline{u(t)} \Big|_{T_1},$$

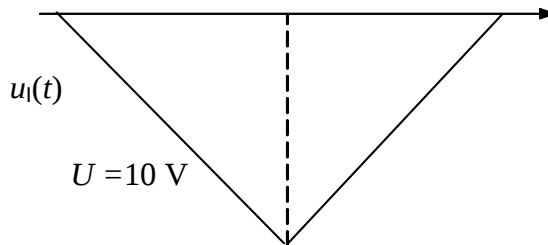
односно:

$$T_2 = T_1 \frac{\overline{u(t)} \Big|_{T_1}}{U_{REF}}.$$

Вредност броја N је сразмерна средњој вредности улазног напона током фазе интеграције:

$$N = \frac{\overline{u(t)} \Big|_{T_1}}{U_{REF}} M.$$

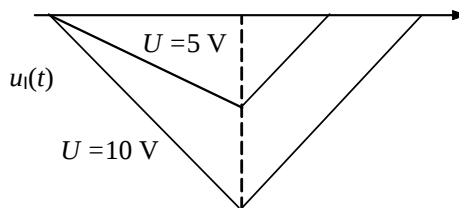
11. Дијаграм на слици приказује таласни облик напона на излазу интегратора у U/N претварачу са двоструким нагибом, када је улазни напон једнак 10 V. Уцртати таласни облик напона када је улазни напон једнак 5 V.



РЕШЕЊЕ

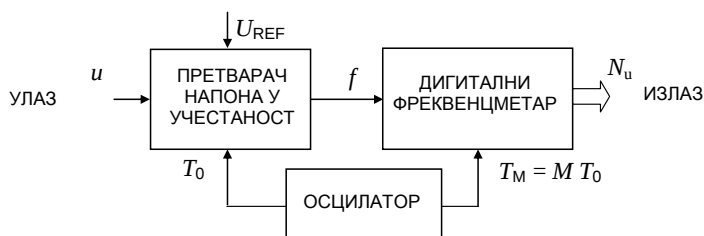
Ако је улазни напон константан, напон на излазу интегратора током прве фазе мерења линеарно расте са временом сразмерно вредности улазног напона:

$$u_1(t) = \frac{U}{\tau} t.$$



У другој фази интеграције напон на излазу интегратора опада истом брзином (сразмерно напону U_{REF}).

12. На слици је приказан општи структурни блок-дијаграм А/Д претварача на бази $u \rightarrow f \rightarrow N$ пресликавања у којем је примењен u/f претварач заснован на примени дигиталног моностабилног кола. Одредити општи израз за резултат мерења.



РЕШЕЊЕ

Информација садржана у вредности улазне величине u пресликава се, помоћу u/f претварача, у информацију садржану у учестаности импулса на његовом излазу, f , која се мери дигиталним фреквенцметром. Математички модел система чине једначине:

$$f = \frac{1}{T_0 U_{REF}} u, \text{ и}$$

$$N = \bar{f} T_M = \bar{f} M T_0,$$

где је $\bar{f}$ средња вредност учестаности током мерног интервала T_M . На основу ових једначина следи:

$$N = M \frac{\bar{u}}{U_{REF}}.$$

Резултат (број N) не зависи од периода појављивања импулса на излазу осцилатора T_0 .

11.

ПОВРАТНА СПРЕГА

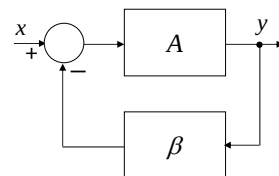
11.1. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Методологија анализе и синтезе система са повратном спрегом користи се као општа теоријска основа за развој електронских уређаја. Повратна спрега омогућује побољшање својстава система као целине, али и појединих његових делова.

У свом најједноставнијем облику, систем са повратном спрегом састоји се од појачавача, који омогућује жељено пресликавање $x \rightarrow y$, и мерног елемента који има задатак да омогући добијање информације о стварној вредности излазне (управљане) величине. Карактеристика преноса система са негативном повратном спрегом, A_F , дефинисана је изразом:

$$A_F = \frac{y}{x} = \frac{A}{1 + \beta A}.$$

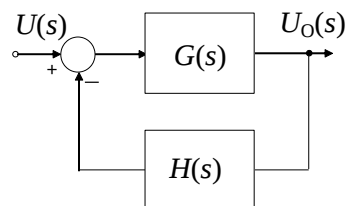
Величина A је сачинилац преноса сигнала дуж директне путање. Величина β представља сачинилац преноса путање повратне спреге.



Функција преноса линеарног система са повратном спрегом дефинисана је изразом:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s)G(s)},$$

у којем s представља оператор диференцирања у комплексном s -домену, $G(s)$ је функција преноса директне путање, а $H(s)$ функција преноса путање повратне спреге.



Производ $H(s)G(s)$ се назива “појачање петље” (*loop gain*). У стручној литератури на српском језику користи се и назив “кружно појачање”. Ако је испуњен услов:

$$|H(s)G(s)| \gg 1,$$

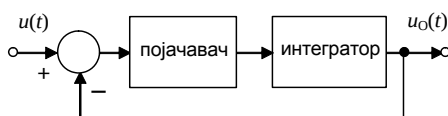
функција преноса линеарног система са повратном спрегом једнака је:

$$W(s) = \frac{1}{H(s)}.$$

Појам повратне спреге је применљив и ако улазна и излазна величина немају исту физичку природу или исти облик представљања. Повратна спрега омогућује побољшање својстава појединих функционалних јединица, па се методологија анализе и синтезе система са повратном спрегом користи као општа теоријска основа за развој електронских уређаја. У појачавачима, на пример, она омогућује стабилизацију појачања, побољшање фреквенцијског одзива и смањивање изобличења. Позитивна повратна спрега се користи у осцилаторима, U/I претварачима и претварачима импедансе, компараторима и уобличавачима сигнала.

11.2.3 АДАЦИ

1. Написати диференцијалну једначину која представља математички модел система приказаног на слици. Одредити општи израз за фреквенцијску карактеристику и нацртати електрично коло које одговара оваквом моделу.



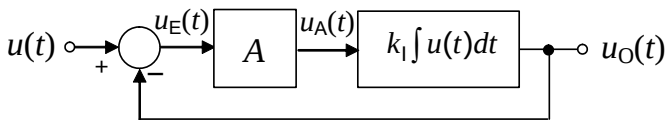
РЕШЕЊЕ

Према ознакама на слици, за посматрани систем важе следеће једначине:

$$u_E(t) = u(t) - u_O(t),$$

$$u_A(t) = A u_E(t),$$

$$u_O = k_I \int_0^t u_A(t) dt + U_0,$$



у којима A означава појачање појачавача, k_I је сачинилац преноса савршеног интегратора, а U_0 вредност напона u_O у почетном тренутку $t = 0$. Диференцирањем последње једначине добија се:

$$\frac{du_O}{dt} = k_I A [u(t) - u_O(t)],$$

односно:

$$\tau \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = u(t),$$

где је τ временска константа система:

$$\tau = \frac{1}{k_1 A}.$$

Сменом оператора диференцирања по времену оператором s у комплексном домену:

$$\frac{du_O}{dt} \leftrightarrow sU_O(s), \quad u_O(t) \leftrightarrow U_O(s), \quad U(s) \leftrightarrow u(t),$$

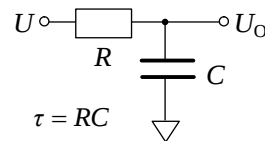
добија се израз за функцију преноса кола:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U_I(s)} = \frac{1}{1 + s\tau},$$

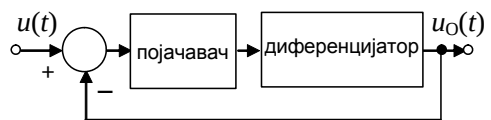
односно израз за фреквенцијску карактеристику:

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U_I(j\omega)} = W(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}.$$

Електрични еквивалент посматраног система је RC -коло приказано на слици.



2. Написати диференцијалну једначину која представља математички модел система приказаног на слици. Одредити општи израз за фреквенцијску карактеристику и нацртати електрично коло које одговара оваквом моделу.



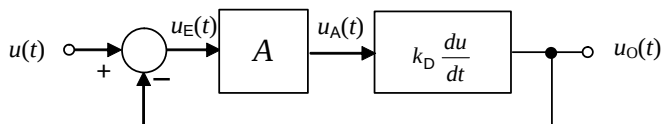
РЕШЕЊЕ

Према ознакама на слици, за посматрани систем важе следеће једначине:

$$u_E(t) = u(t) - u_O(t),$$

$$u_A(t) = A u_E(t),$$

$$u_O = k_D \frac{du_A}{dt},$$



у којима A означава појачање појачавача, а k_D је сачинилац преноса савршеног диференцијатора. Сређивањем се добија диференцијална једначина:

$$u_O(t) + \tau \frac{du_O}{dt} = \tau \frac{du}{dt},$$

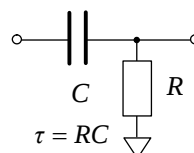
где је τ временска константа система:

$$\tau = k_D A.$$

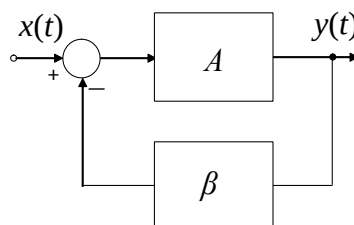
На основу ове диференцијалне једначине следи израз за фреквенцијску карактеристику:

$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{U_I(j\omega)} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}.$$

Електрични еквивалент посматраног система је CR -коло приказано на слици.



3. Извести општи израз који показује утицај негативне повратне спреге на осетљивост функције преноса система са повратном спрегом у односу на промене појачања појачавача у директној грани система.



РЕШЕЊЕ

Промене појачања појачавача без повратне спреге, до којих долази услед утицаја старења и промена услова околине на својства елемената, доводе до сразмерних промена излазне величине и када се вредност улазне величине не мења.

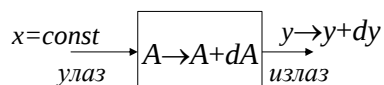
За систем без повратне спреге важи:

$$y = Ax,$$

где је A појачање без повратне спреге. Диференцирањем се добија:

$$dy = x dA, \text{ односно:}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dA}{A}.$$



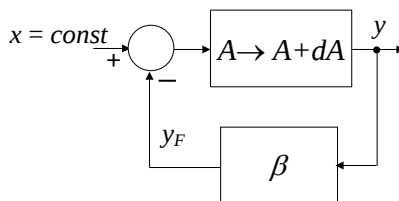
Релативна промена излаза појачавача (система без повратне спреге) једнака је релативној промени појачања.

Ако је A_F појачање система са повратном спрегом:

$$A_F = \frac{y}{x} = \frac{A}{1 + \beta A},$$

тада важи:

$$dA_F = \frac{dA}{1 + \beta A} - \frac{\beta A dA}{(1 + \beta A)^2} = \frac{dA}{(1 + \beta A)^2}.$$

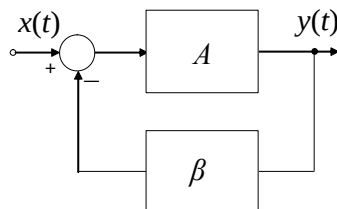


Релативна промена излаза система са повратном спрегом једнака је:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dA_F}{A_F} = \frac{1}{1 + \beta A} \frac{dA}{A}.$$

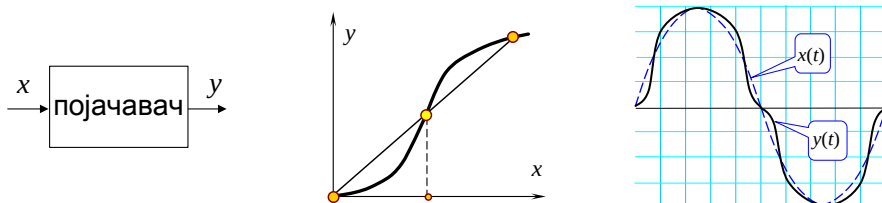
На основу претходног израза следи да повратна спрега смањује осетљивост функције преноса система у односу на промене појачања појачавача који се налази у директној грани система.

4. Извести општи израз и анализирати утицај негативне повратне спреге на нелинеарност карактеристике преноса која представља последицу нелинеарности карактеристике преноса у директној грани система.

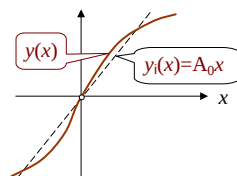


РЕШЕЊЕ

Нелинеарност карактеристике појачавача без повратне спреге, која неизбежно постоји због нелинеарности карактеристике преноса појачавачких елемената, доводи до појаве изобличења сигнала који се преноси (појачава). На слици је приказан ефект изобличења који настаје као последица карактеристике S-облика.



Појачавач са изобличењем може да се представи редном везом савшеног (линеарног) појачавача, чије је појачање A_0 , и нелинеарног елемента чија карактеристика преноса $\mathcal{N}$ представља одступање карактеристике стварног појачавача од линеарне функције:



$$A = A_0 \mathcal{N}; |\mathcal{N}| < 1.$$

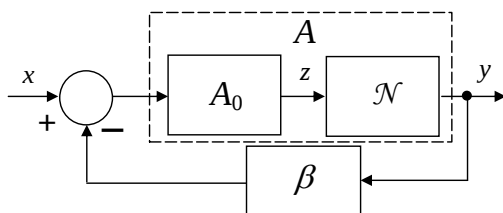
За систем са повратном спрегом важи:

$$y = \frac{A_0 \mathcal{N}}{1 + \beta A_0 \mathcal{N}} x.$$

Ако је $\beta A_0 \mathcal{N} \gg 1$,

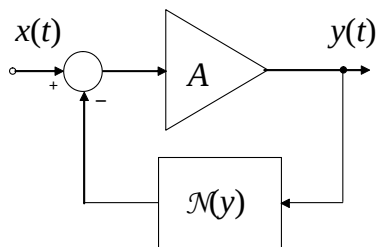
добива се:

$$y \approx \frac{1}{\beta} x.$$



Негативна повратна спрега смањује утицај нелинеарности карактеристике преноса елемента у директној грани система на нелинеарност карактеристике преноса система у целини, сразмерно величини појачања A_0 .

5. Одредити израз који представља математички модел система приказаног на слици, под претпоставком да су појачање A и нелинеарна функција $\mathcal{N}(y)$, којом је описана карактеристика преноса елемента у грани повратне спреге, познати.



РЕШЕЊЕ

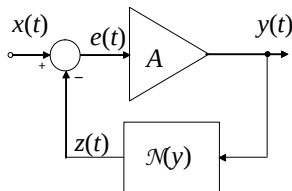
Математички модел система са повратном спрегом, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, чине једначине:

$$y = A \cdot e,$$

$$e = x - z \text{ и}$$

$$z = \mathcal{N}(y),$$

на основу којих следи:



$\mathcal{N}(y) = x - \frac{y}{A}$, односно:

$$y = \mathcal{N}^{-1}\left(x - \frac{y}{A}\right),$$

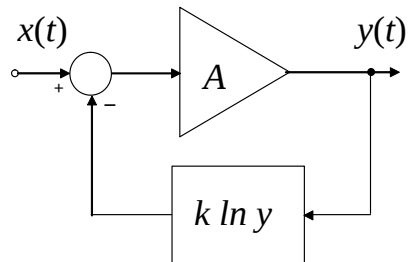
где је $\mathcal{N}^{-1}$ инверзна функција функције $\mathcal{N}(y)$. Када је појачање A довољно велико:

$$\frac{y}{A} \ll x,$$

приказан систем реализује инверзну функцију у односу на функцију која је остварена у грани повратне спреге.

$$y = \mathcal{N}^{-1}(x).$$

6. Под предпоставком да је појачање појачавача бесконачно, одредити израз који представља математички модел система приказаног на слици.



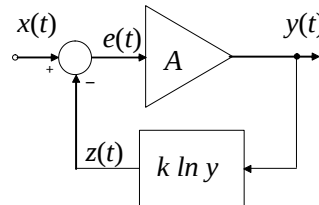
РЕШЕЊЕ

Ако је појачање A бесконачно велико, сигнал на улазу појачавача једнак је нули. На основу једнакости $z = x$ следи:

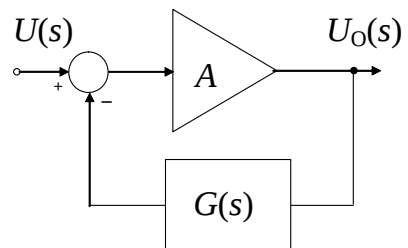
$$k \ln y = x,$$

односно:

$$y = e^{\frac{x}{k}}.$$



7. Одредити функцију преноса, $W(s) = U_o(s)/U(s)$, система чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, под предпоставком да су појачање A и функција преноса $G(s)$ познати.



РЕШЕЊЕ

Математички модел система са повратном спрегом, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, чине једначине:

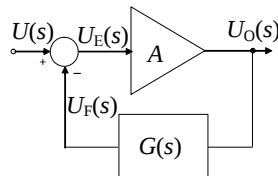
$$U_O(s) = AU_E(s),$$

$$U_E(s) = U(s) - U_F(s) \text{ и}$$

$$U_F(s) = G(s)U_O(s),$$

на основу којих следи израз за функцију преноса система:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{A}{1 + A \cdot G(s)}.$$



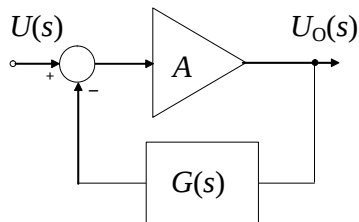
Ако је појачање појачавача довољно велико, тако да важи:

$$A \cdot G(s) \gg 1,$$

функција преноса система са повратном спрегом је реципрочна функцији преноса елемента у грани повратне спреге:

$$W(s) = \frac{1}{G(s)}.$$

8. Одредити функцију преноса, $W(s) = U_O(s)/U(s)$, система чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, под претпоставком да је појачање појачавача бесконачно велико, а да се у грани повратне спреге налази савршен интегратор чија је константа преноса једнака k_i .



РЕШЕЊЕ

Функција преноса система са повратном спрегом, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, једнака је:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{A}{1 + A \cdot G(s)}.$$

Ако је појачање појачавача бесконачно велико:

$$A \cdot G(s) \gg 1$$

функција преноса система са повратном спрегом је реципрочна функцији преноса елемента у грани повратне спреге:

$$W(s) = \frac{1}{G(s)}.$$

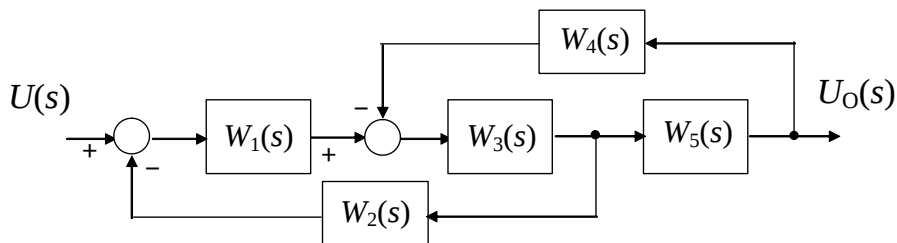
Ако се у грани повратне спреге налази савршен интегратор:

$$G(s) = \frac{k_I}{s},$$

где је k_I константа интегратора, посматрани систем са повратном спрегом представља савршен диференцијатор:

$$W(s) = \frac{1}{k_I} s.$$

9. Одредити функцију преноса, $W(s) = U_O(s)/U(s)$, система приказаног на слици.



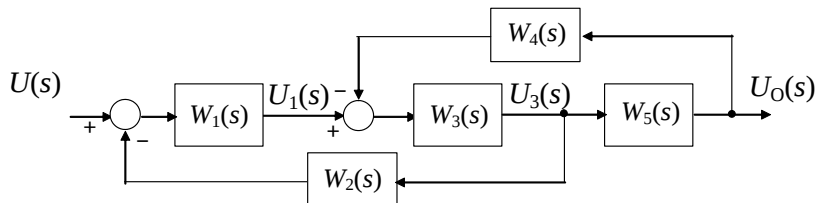
РЕШЕЊЕ

У складу са ознакама на слици, математички модел посматраног система представљају једначине:

$$U_O = W_5 U_3,$$

$$U_3 = W_3 (U_1 - W_4 U_O), \text{ и}$$

$$U_1 = W_1 (U - W_2 U_3).$$



Сређивањем прве две једначине добија се:

$$U_O = W_5 W_3 U_1 - W_5 W_3 W_4 U_O, \text{ односно:}$$

$$U_O (1 + W_3 W_4 W_5) = W_3 W_5 U_1.$$

На основу друге и треће једначине следи:

$$U_1 = W_1 \left(U - \frac{W_2}{W_5} U_O \right).$$

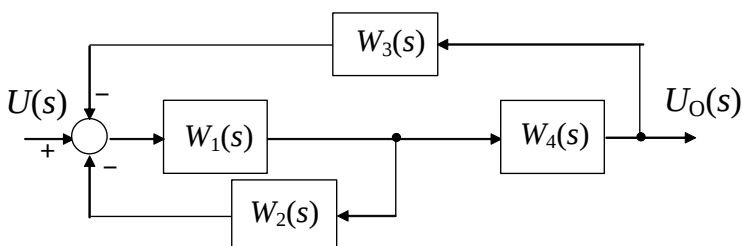
Даљим сређивањем добија се:

$$U_O (1 + W_1 W_2 W_3 + W_3 W_4 W_5) = W_1 W_3 W_5 U,$$

односно:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{W_1(s) W_3(s) W_5(s)}{1 + W_1(s) W_2(s) W_3(s) + W_3(s) W_4(s) W_5(s)}.$$

10. Одредити функцију преноса, $W(s) = U_O(s)/U(s)$, система приказаног на слици.

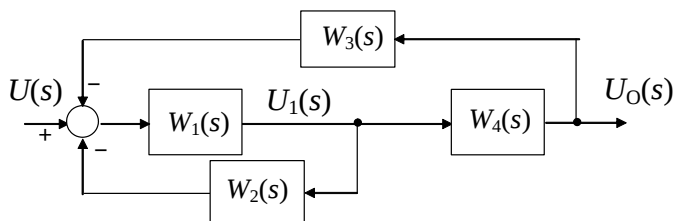


РЕШЕЊЕ

У аналитичком имплицитном облику, математички модел посматраног система представљају једначине:

$$U_O = W_4 U_1, \text{ и}$$

$$U_1 = W_1 (U - W_2 U_1 - W_3 U_O).$$



На основу друге једначине следи:

$$U_1 (1 + W_1 W_2) = W_1 U - W_1 W_3 U_O.$$

Сменом U_1 из прве једначине, добија се једначина у којој фигуришу само улазни и излазни сигнал:

$$U_O(1 + W_1W_2) = W_1W_4U - W_1W_3W_4U_O.$$

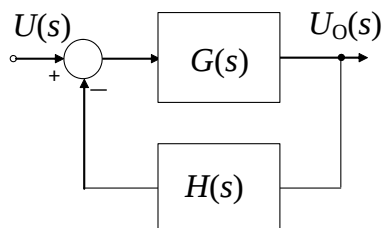
Сређивањем се добија:

$$U_O(1 + W_1W_2 + W_1W_3W_4) = W_1W_4U,$$

односно:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{W_1(s)W_4(s)}{1 + W_1(s)W_2(s) + W_1(s)W_3(s)W_4(s)}.$$

11. Анализирати утицај негативне повратне спреге на осетљивост функције преноса система са повратном спрегом у односу на промене параметара функције преноса у директној грани система, $G(s)$.



РЕШЕЊЕ

Показатељ осетљивости система на промене параметара његових елемената дефинише се као количник релативне промене функције преноса система са повратном спрегом, S_W , и релативне промене функције преноса у директној грани S_G :

$$S = \frac{S_W}{S_G} = \frac{\frac{\partial W(s)}{W(s)}}{\frac{\partial G(s)}{G(s)}},$$

где је $W(s)$ функција преноса система у целини:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s)G(s)},$$

где су $G(s)$ и $H(s)$ функција преноса у директној и повратној грани система.

Диференцирањем израза за $W(s)$ добија се:

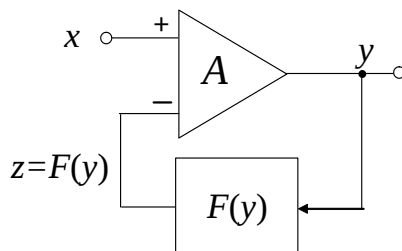
$$dW = \frac{dG}{1+HG} - \frac{HGdG}{(1+HG)^2} = \frac{dG}{(1+HG)^2},$$

одакле следи:

$$\frac{\frac{dG}{G}}{\frac{dW}{W}} = \frac{\frac{dG}{1+HG}}{(1+HG)^2} = \frac{dG}{G} \frac{1}{1+HG}, \text{ односно:}$$

$$S = \frac{\frac{dW(s)}{W(s)}}{\frac{dG(s)}{G(s)}} = \frac{1}{1+H(s)G(s)}.$$

12. Под предпоставком да су појачање A диференцијалног појачавача и функција $F(y)$, којом је описана карактеристика преноса елемента у грани повратне спреге, познати, одредити израз који представља математички модел система приказаног на слици. Написати израз за карактеристику преноса, $y(x)$, који се добија када $A \rightarrow \infty$.



РЕШЕЊЕ

За приказан систем, који се састоји од диференцијалног појачавача и генератора функције $F(y)$, важи:

$$y = A \cdot [x - F(y)],$$

где је A појачање диференцијалног појачавача. На основу ове једначине следи:

$$F(y) = x - \frac{y}{A}, \text{ односно:}$$

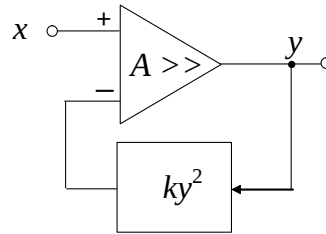
$$y = F^{-1}\left(x - \frac{y}{A}\right),$$

где је F^{-1} инверзна функција функције $F(y)$.

Када је појачање A довољно велико, приказан систем у односу на величину y реализује инверзну функцију у односу на функцију која је остварена у грани повратне спреге:

$$y = F^{-1}(x).$$

13. Под предпоставком да је појачање диференцијалног појачавача бесконачно велико, одредити израз који представља математички модел система приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Ако је појачање операционог појачавача у посматраном систему бесконачно велико, сигнал на његовом инвертујућем улазу једнак је сигналу који је доведен на неинвертујући улаз. На основу једначине:

$$x - ky^2 = \frac{y}{A},$$

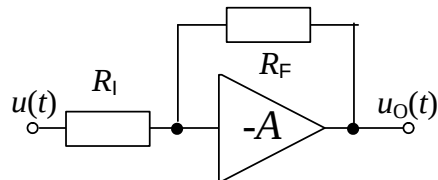
где је A појачање диференцијалног појачавача, следи за $A \rightarrow \infty$:

$$x = ky^2,$$

односно:

$$y = \sqrt{\frac{x}{k}}.$$

14. За коло са инвертујућим појачавачем, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона у зависности од вредности појачања A и отпорности у колу.



РЕШЕЊЕ

За посматрано коло важе следеће једначине:

$$u_O = -A u_A,$$

$$u - R_1 i - R_F i = u_O \text{ и}$$

$$i = \frac{u - u_A}{R_I},$$

на основу којих следи:

$$u - (R_I + R_F) \frac{u - u_A}{R_I} = u_O, \text{ односно:}$$

$$-\frac{R_F}{R_I} u - \left(1 + \frac{R_F}{R_I}\right) \frac{u_O}{A} = u_O.$$

Сређивањем се добија:

$$u_O = -\frac{R_F}{R_I} \frac{A}{1 + A + \frac{R_F}{R_I}} u.$$

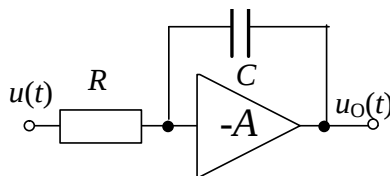
Ако је појачање A довољно велико тако да је задовољен услов:

$$A \gg 1 + \frac{R_F}{R_I},$$

посматрано коло представља инвертујући појачавач чији сачинилац преноса не зависи од вредности појачања A :

$$A_F = \frac{u_O}{u} = 1 + \frac{R_I}{R_F}.$$

15. За коло са инвертујућим појачавачем, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона у зависности од вредности појачања A , капацитивности C и отпорности R .



РЕШЕЊЕ

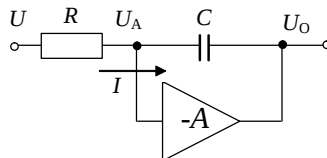
За посматрано коло важе следеће једначине:

$$U_O(s) = -A U_A(s)$$

$$U(s) - R I(s) - Z_C(s) I(s) = U_O(s), \quad Z_C(s) = \frac{1}{sC},$$

и

$$I(s) = \frac{U(s) - U_A(s)}{R},$$



на основу којих следи:

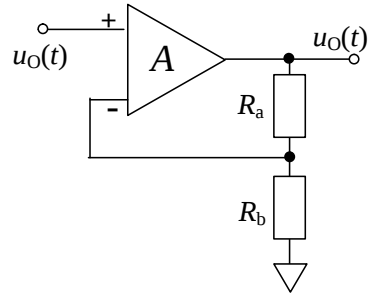
$$U_O = -\frac{1}{sRC} U \frac{A}{1 + A + \frac{1}{sRC}}, \text{ односно:}$$

$$U_O = -A \frac{1}{1 + sRC(1 + A)} U.$$

Ако је појачање A довољно велико, посматрано коло представља савршени интегратор:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{1}{sRC}.$$

16. За коло са диференцијалним појачавачем, приказано на слици, одредити општи израз за вредност излазног напона у зависности од вредности појачања A и отпорности у колу.



РЕШЕЊЕ

За посматрано коло важе следеће једначине:

$$u_O = A(u - u_F) \text{ и:}$$

$$u_F = u_O \frac{R_b}{R_a + R_b},$$

на основу којих следи:

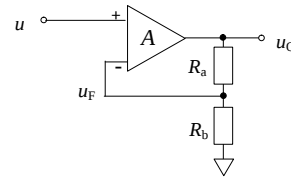
$$u_O = Au - u_O \frac{AR_b}{R_a + R_b}.$$

Сређивањем се добија:

$$u_O [R_a + R_b(1 + A)] = A(R_a + R_b)u,$$

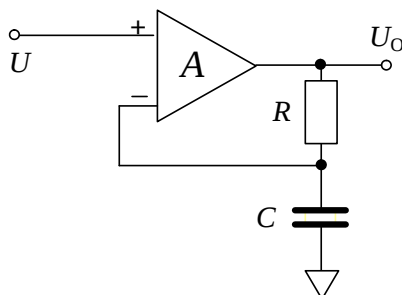
односно

$$u_O = \left(1 + \frac{R_a}{R_b}\right) \frac{A}{1 + \frac{R_a}{R_b} + A} u.$$



Ако је појачање A довољно велико, посматрано коло представља неинвертујући појачавач чије појачање не може да буде мање од један.

17. За коло са диференцијалним појачавачем, приказано на слици, одредити општи израз за функцију преноса у зависности од вредности појачања A и пасивних елемената у колу.



РЕШЕЊЕ

Математички модел система приказаног на слици чине једначине:

$$U_O = A(U - U_F),$$

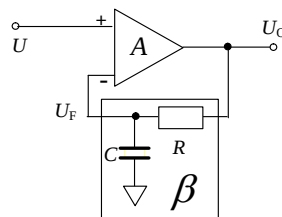
$$U_F = \beta U_O, \text{ и}$$

$$\beta = \frac{Z_c}{R + Z_c} = \frac{1}{1 + sRC},$$

на основу којих следи:

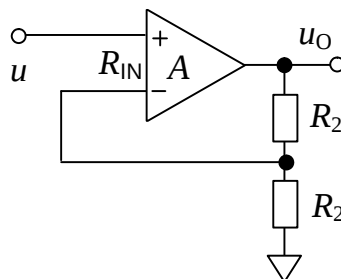
$$U_O(1 + \beta A) = AU, \text{ односно:}$$

$$A_F = \frac{U_O}{U} = \frac{A}{1 + \beta A} = (1 + sRC) \frac{A}{1 + A + sRC}.$$



Ако је појачање A довољно велико, посматрано коло представља савршени PD регулатор.

18. Одредити општи израз за улазну отпорност R_{IF} неинвертујућег појачавача напона који је остварен помоћу диференцијалног појачавача чије је појачање A , а улазна диференцијална отпорност R_{IN} . Напон помераја нуле појачавача и улазне струје поларизације неинвертујућег и инвертујућег улаза могу да се занемаре.



РЕШЕЊЕ

За посматрано коло важе следеће једначине:

$$u = u_D + \beta u_O, \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

$$u_O = A u_D \text{ и:}$$

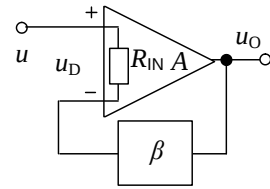
$$i = \frac{u_D}{R_{IN}},$$

на основу којих следи:

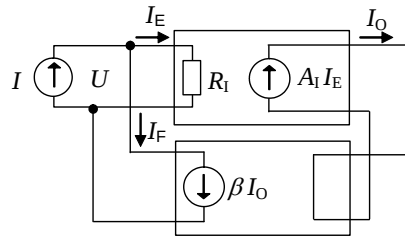
$$u = u_D (1 + \beta A),$$

$$i = \frac{u}{(1 + \beta A) R_{IN}},$$

$$R_{IF} = \frac{u}{i} = (1 + \beta A) R_{IN}.$$



19. Одредити општи израз за улазну отпорност R_{IF} појачавача струје са повратном спрегом, чија је улазна отпорност R_I .



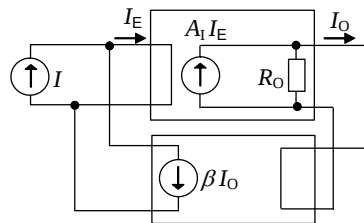
РЕШЕЊЕ

Према дефиницији, улазна отпорност једнака је количнику улазног напона и улазне струје:

$$R_{IF} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_E + I_F} = \frac{U}{I_E + \beta A_I I_E} = \frac{1}{(1 + \beta A_I)} \frac{U}{I_E} = \frac{R_I}{(1 + \beta A_I)},$$

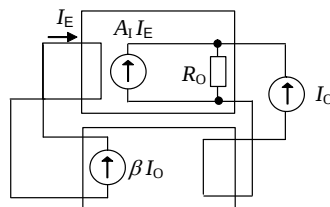
где је A_I појачање струје. При појачању струјног сигнала, негативна повратна спрега смањује улазну отпорност.

20. Одредити општи израз за излазну отпорност R_{OF} појачавача струје са повратном спрегом, чија је излазна отпорност R_O .



РЕШЕЊЕ

Излазна отпорност система са струјном повратном спрегом може да се одреди анализом стања у одсуству побуде на улазу, када је на излазне крајеве система прикључен спољашни извор струје I_O .



На основу једначине која важи у овим условима:

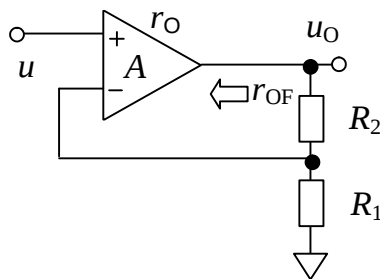
$$U_O = R_O(I_O + A_1 I_E) = R_O I_O (1 + \beta A_1).$$

добиа се израз за излазну отпорност појачавача са струјном повратном спрегом:

$$R_{OF} = R_O (1 + \beta A_1).$$

Негативна повратна спрега повећава излазну отпорност појачавача са струјним излазом.

21. Одредити општи израз за излазну отпорност r_{OF} неинвертујућег појачавача напона који је остварен помоћу диференцијалног појачавача чије је појачање A , а излазна отпорност r_O . Напон помераја нуле појачавача и улазне струје поларизације неинвертујућег и инвертујућег улаза могу да се занемаре.



РЕШЕЊЕ

Излазна отпорност система са напонском повратном спрегом може, математички, да се одреди анализом стања које би се успоставило у систему када би, у одсуству побуде на улазу ($u = 0$), на излазне крајеве система био прикључен спољашни извор напона u_O . За посматрано коло важе следеће једначине:

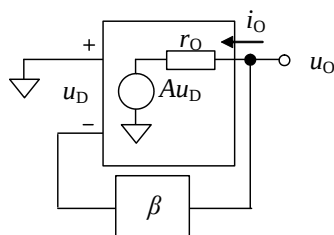
$$u_D = -\beta u_O,$$

$$i_O = \frac{u_O - A u_D}{r_O} \text{ и:}$$

$$r_{OF} = \frac{u_O}{i_O},$$

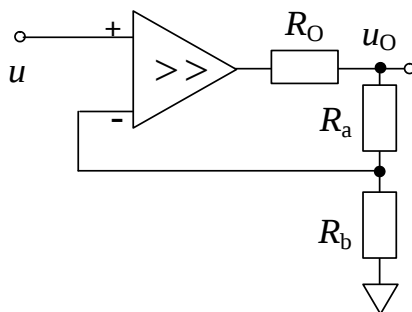
на основу којих следи:

$$r_{OF} = \frac{r_O}{1 + \beta A}.$$



Негативна повратна спрега смањује излазну отпорност појачавача напона. Ако је појачање A довољно велико излазна отпорност појачавача са повратном спрегом, r_{OF} , је довољно мала да се њен утицај може занемарити.

22. Под претпоставком да је појачање диференцијалног појачавача напона бесконачно велико, као и да његове улазне струје могу да се занемаре, а да су вредности отпорности познате, одредити општи израз за излазну отпорност и укупно појачање кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Отпорност R_O може да се посматра као излазна отпорност самог појачавача. Посматрано са стране излазног прикључка (напон u_O) њен утицај се може занемарити: $r_{OF} = 0$.

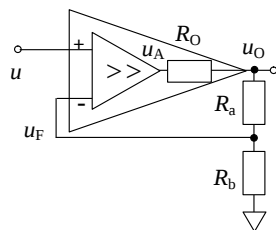
За коло важе следеће једначине:

$$u_F = u \text{ и:}$$

$$u_F = u_O \frac{R_b}{R_a + R_b},$$

на основу којих следи:

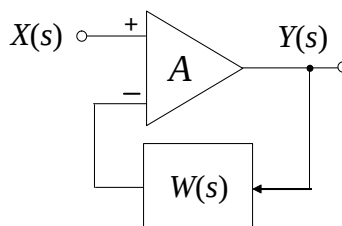
$$A_F = \frac{u_O}{u} = 1 + \frac{R_a}{R_b}.$$



Отпорност R_O не утиче на вредност излазног напона.

23. Под претпоставком да су вредност појачања A и функција преноса $W(s)$ познати, одредити општи израз за функцију преноса овог система $W_F(s)$:

$$W_F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}.$$



РЕШЕЊЕ

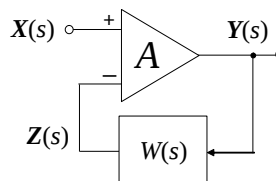
За посматрано коло важе следеће једначине:

$$Y(s) = A[X(s) - Z(s)] \text{ и:}$$

$$Z(s) = W(s)Y(s),$$

на основу којих следи:

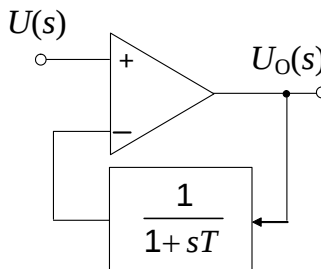
$$W_F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{A}{1 + AW(s)}.$$



Ако је појачање A довољно велико, важи:

$$W_F(s) = \frac{1}{W(s)}.$$

24. У колу приказаном на слици употребљен је савршени операциони појачавач. Одредити функцију преноса овог система, $W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)}$.



РЕШЕЊЕ

Савршени операциони појачавач је диференцијални појачавач бесконачно великог појачања. У посматраном систему, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, постоји јака негативна повратна спрега која обезбеђује да се инвертујући и неинвертујући улаз операционог појачавача налазе на истом потенцијалу. На основу једначина:

$$U_F(s) = U(s) \text{ и}$$

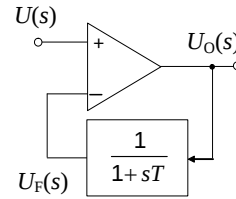
$$U_F(s) = \frac{1}{1+sT} U_O(s),$$

следи:

$$U_O(s) = (1 + sT)U(s),$$

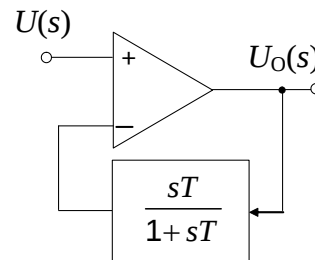
односно:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = 1 + sT.$$



Посматрани систем делује као пропорционално-диференцијални регулатор. Негативна повратна спрега трансформише филтер пропусник ниских учестаности у *PD* регулатор.

25. У колу приказаном на слици употребљен је савршени операциони појачавач. Одредити функцију преноса овог система,
- $$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)}.$$

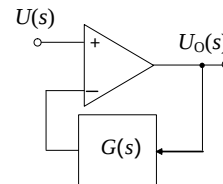


РЕШЕЊЕ

Ако је појачање сигнала у директној грани система са повратном спрегом бесконачно, функција преноса система у целини је реципрочна функцији преноса елемента у грани повратне спреге:

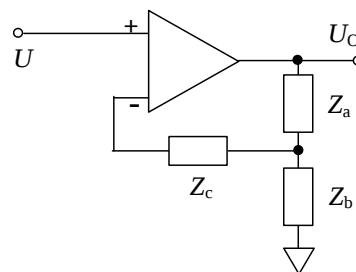
$$W(s) = \frac{1}{G(s)}$$

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{1+sT}{sT} = 1 + \frac{1}{sT}.$$



Систем делује као пропорционално-интегрални регулатор. Негативна повратна спрега трансформише филтер пропусник високих учестаности у *PI* регулатор.

26. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени операциони појачавач, одредити израз за функцију преноса кола.



РЕШЕЊЕ

Математички модел система чине једначине:

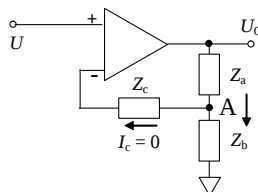
$$U_O = I(Z_a + Z_b),$$

$$I = \frac{U_A}{Z_b},$$

$$U_A = U,$$

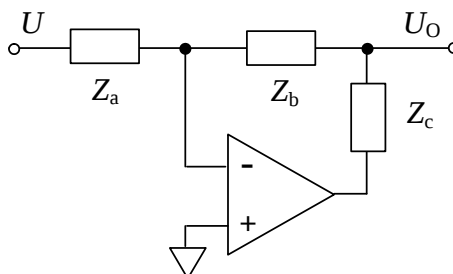
на основу којих следи:

$$U_O = \left(1 + \frac{Z_a}{Z_b}\right)U.$$



Ако је операциони појачаваач савршен, импеданса Z_c нема утицај на функцију преноса система.

27. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени операциони појачаваач, одредити израз за функцију преноса кола.



РЕШЕЊЕ

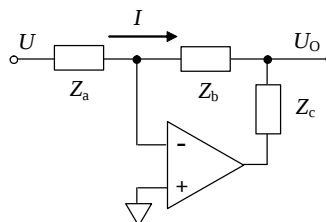
За посматрано коло важе следеће једначине:

$$U_O = U - I(Z_a + Z_b) \text{ и}$$

$$I = \frac{U}{Z_a},$$

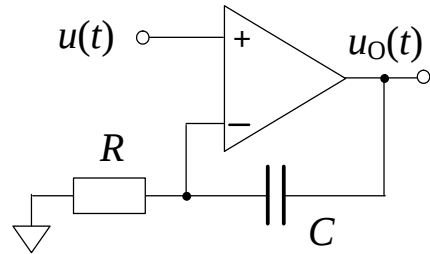
на основу којих следи:

$$U_O = -\frac{Z_b}{Z_a}U.$$



Ако је појачање операционог појачаваача довољно велико, импеданса Z_c делује као излазна импеданса појачаваача која нема утицај на вредност излазног напона. Посматрано са стране излаза, импеданаса излаза који је обухваћен повратном спрегом савршеног операционог појачаваача једнака је нули.

28. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени операциони појачавач, одредити општи израз за функцију преноса овог система $W(s) = U_o(s)/U(s)$.



РЕШЕЊЕ

Математички модел система приказаног на слици чине једначине:

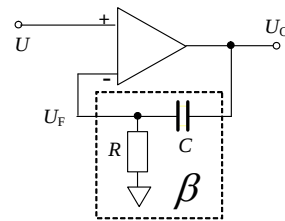
$$U = U_F,$$

$$U_F = \beta U_O, \text{ и}$$

$$\beta = \frac{R}{R + Z_c} = \frac{sRC}{1 + sRC},$$

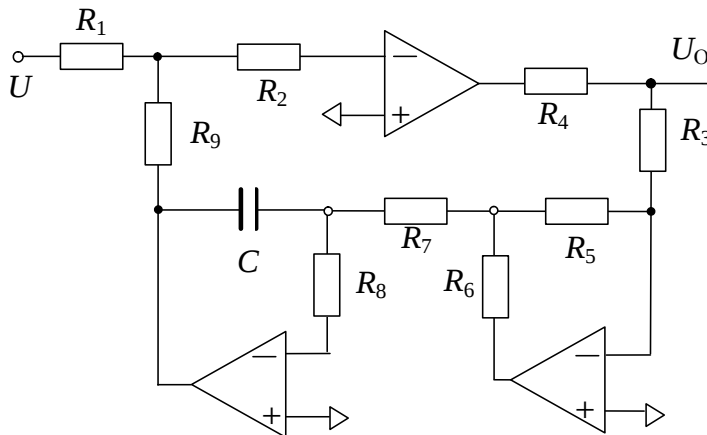
на основу којих следи:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = 1 + \frac{1}{sRC}.$$



Посматрано коло представља пропорционално – интеграциони регулатор (*PI*-елемент).

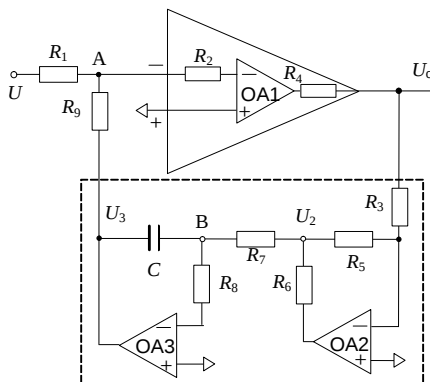
29. Под претпоставком да су у колу приказаном на слици примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију преноса.



РЕШЕЊЕ

Приказано коло може да се представи као операциони појачавач великог појачања (OA_1) са негативном повратном спрегом оствареном преко мреже која садржи појачаваче OA_2 и OA_3 .

Улазна струја савреног појачавача је једнака нули па се може занемарити пад напона на отпорности R_2 . Тачка А се налази на нултом потенцијалу. Отпорност R_4 делује као излазна отпорност појачавача са негативном повратном спрегом. Бесконечно велико појачање савреног операционог појачавача обезбеђује да се присуство отпорности R_4 може да занемари при одређивању излазног напона.



Коло повратне спреге се састоји од редне (каскадне) везе инвертујућег појачавача (OA_2) и инвертујућег интегратора (OA_3). Отпорност R_6 делује као излазна отпорност појачавача OA_2 . Појачање појачавача је бесконачно велико (савршени појачавач) па је еквивалентна излазна отпорност у колу са негативном повратном спрегом једнака нули. За напон U_2 важи:

$$U_2 = -\frac{R_5}{R_3} U_O.$$

Улазна струја савреног операционог појачавача OA_3 је једнака нули па се тачка В налази се на нултом потенцијалу. Одатле следи:

$$U_3 = -\frac{1}{sR_7C} U_2.$$

Када се овај део кола посматра као мрежа са два приступа за коју важе правила алгебре преноса:

$$U_3 = W_{12}(s) U_O,$$

$$W_{12}(s) = W_1(s) \cdot W_2(s),$$

$$W_1(s) = -\frac{R_5}{R_3}, \quad W_2(s) = -\frac{1}{sR_7C},$$

функција преноса ове мреже је једнака:

$$W_{12}(s) = \frac{R_5}{sR_3R_7C}.$$

Анализирано коло се своди на систем приказан на слици, за који важи ($U_A=0$):

$$\frac{U(s)}{R_1} + \frac{U_3(s)}{R_9} = 0,$$

односно:

$$\frac{U(s)}{R_1} + \frac{W_{12}(s)U_O(s)}{R_9} = 0,$$

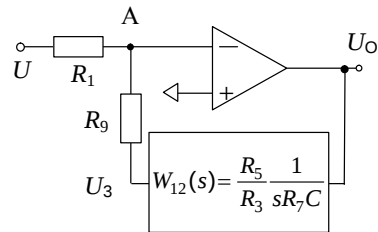
одакле следи:

$$U_O(s) = -\frac{R_9}{W_{12}(s)R_1}U(s).$$

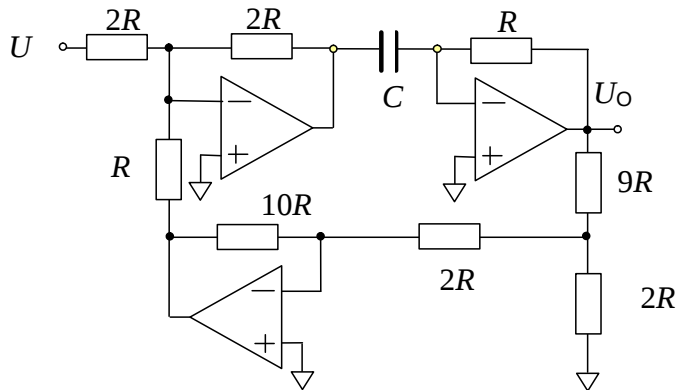
Функција преноса система у целини је:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = -s \frac{R_3 R_7 R_9}{R_1 R_5} C.$$

Коло делује као савршени инвертујући диференцијатор.



30. Под претпоставком да су у колу приказаном на слици примењени савршени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију преноса.

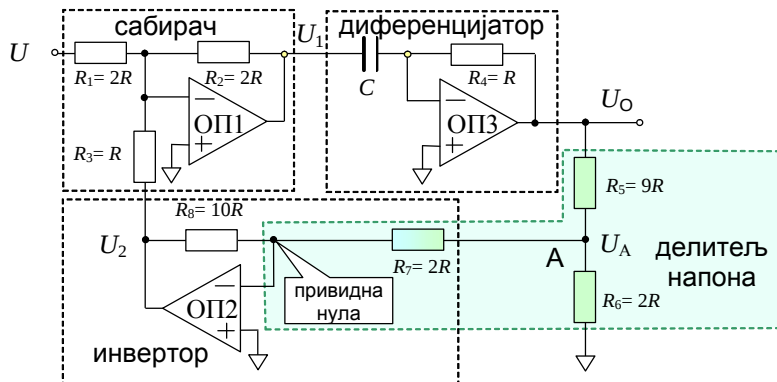


РЕШЕЊЕ

Приказано коло представља систем са повратном спрегом који се састоји од четири функционалне целине. Операциони појачавач

ОП1, са отпорницима R_1 , R_2 и R_3 , представља сабирач-инвертор, чија је карактеристика улаз-излаз одређена једначином:

$$U_1 = -U - 2U_2.$$



Операциони појачавач ОП2 са отпорницима R_7 и R_8 представља инвертор за који важи:

$$U_2 = -5U_A.$$

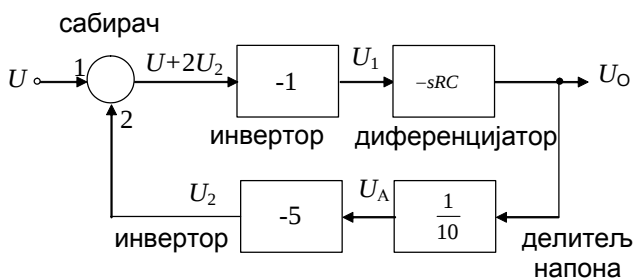
Отпорници R_5 , R_6 и R_7 образују делитељ напона којим се на улаз инвертујућег појачавача (тачка А) доводи напон за који важи:

$$U_A = \frac{R_6 \parallel R_7}{R_5 + R_6 \parallel R_7} U_O = \frac{1}{10} U_O.$$

Операциони појачавач ОП3 представља диференцијатор чија је функција преноса:

$$W_3(s) = \frac{U_O(s)}{U_1(s)} = -sRC.$$

Еквивалентна блок-шема кола приказана је на слици.



Излазна величина U_O одређена је једначином:

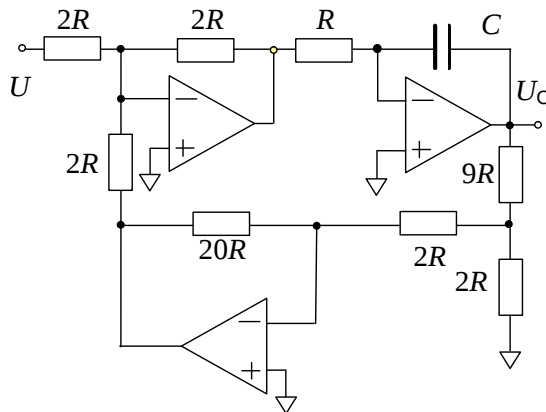
$$U_O = -sRCU_1 = sRCU + 2sRCU_2 = sRCU - sRCU_O,$$

на основу које следи израз за функцију преноса:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{sRC}{1 + sRC}.$$

Коло делује као филтер пропусник високих учестаности.

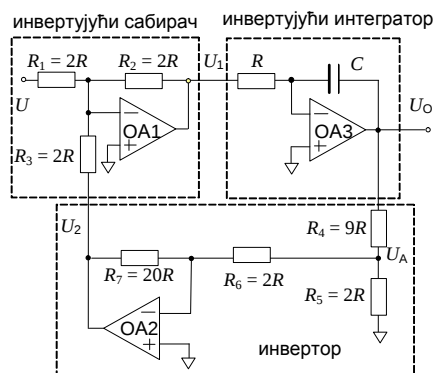
31. Под претпоставком да су у колу приказаном на слици примењени савršени операциони појачавачи, одредити општи израз за функцију преноса.



РЕШЕЊЕ

Посматрано коло може да се анализира као систем са повратном спрегом који садржи:

- инвертујући сабирач (OA1),
- инвертујући интегратор (OA3),
- инвертујући појачавач јединичног појачања (OA2).



Коло се своди на систем са јединичном негативном повратном спрегом за који важи:

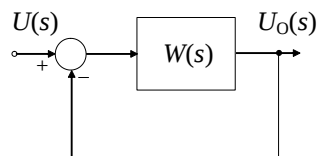
$$W_F(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{W(s)}{1 + W(s)},$$

где је:

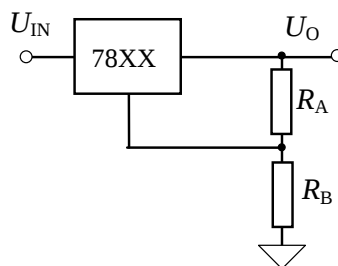
$$W(s) = \frac{1}{sRC}.$$

одакле следи:

$$W_F(s) = \frac{1}{1 + sRC}.$$



32. На слици је приказана поједностављена електрична шема извора стабилсаног позитивног напона оствареног помоћу интегрисаног трополног регулатора чији је називни напон U_S . Одредити општи израз за вредност напона на излазу, U_O .



РЕШЕЊЕ

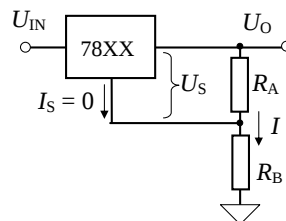
Ако се сопствена струја стабилизатора занемари, за посматрано коло важи:

$$U_O = I(R_A + R_B),$$

$$I = \frac{U_S}{R_A},$$

на основу чега следи:

$$U_O = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) U_S.$$



33. Нацртати принципску електричну шему кола које применом повратне спреге омогућује остваривање операције дељења аналогних напона коришћењем множака аналогних величина. Написати изразе који представљају математички модел таквог кола.

РЕШЕЊЕ

Рад ове врсте делитеља аналогних величина заснован је на примени повратне спреге. Принциуска шема приказана је на слици.

Негативна повратна спрега у колу савшеног операционог појачавача обезбеђује да се његов инвертујући и неинвертујући улаз налазе на истом потенцијалу. Математички модел овог кола чине једначине:

$$u_M = k_M u_O u_2, \text{ и}$$

$$u_M = u_1,$$

где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ових једначина следи:

$$u_O = \frac{1}{k_M} \frac{u_1}{u_2}.$$

Да би постојала негативна повратна спрега мора да буде испуњен услов $u_2 > 0$. Напон u_2 не сме да буде једнак нули, јер је тада коло повратне спреге прекинуто.

Ако је множач једноквадрантан, мора да буде испуњен и услов $u_1 > 0$. Следи:

$$(u_1 > 0) \wedge (u_2 > 0) \Rightarrow u_O > 0.$$

У односу на напон u_1 коло делује као систем са аутоматском регулацијом појачања која се остварује преко напона u_2 .

34. Нацртати принципску шему двоквадрантног делитеља напона оствареног применом множача аналогних величина. Написати изразе који представљају математички модел таквог кола и извести израз за вредност излазног напона.

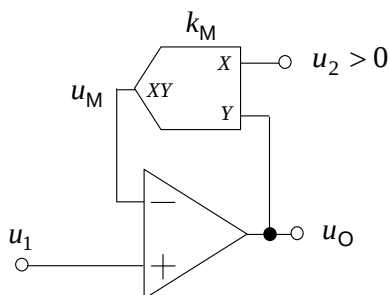
РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема приказана је на слици. Математички модел чине једначине:

$$U_M = k_M U_O U_2, \text{ и}$$

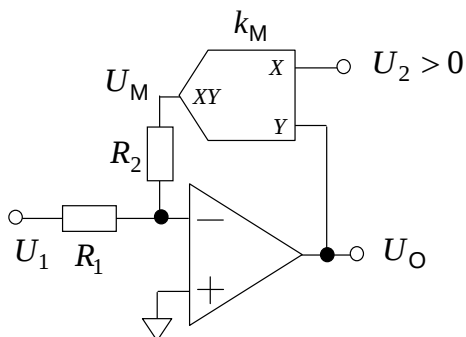
$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_M}{R_2} = 0 \text{ (правило струја),}$$

где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ових једначина следи:



$$U_O = -\frac{R_2}{k_M R_1} \frac{U_1}{U_2}.$$

Да би постојала негативна повратна спрега мора да буде испуњен услов $U_2 > 0$. Напон U_1 може да има било који знак: позитиван, негативан или да буде једнак нули.



35. Нацртати принципску шему кола која применом повратне спреге омогућује остваривање операције израчунавања квадратног корена ненегативног напона коришћењем множача аналогних величина. Написати изразе који представљају математички модел таквог кола и извести израз за вредност излазног напона.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема приказана је на слици. Негативна повратна спрега у колу савршеног операционог појачавача обезбеђује да се његов инвертујући и неинвертујући улаз налазе на истом потенцијалу. На основу једначина:

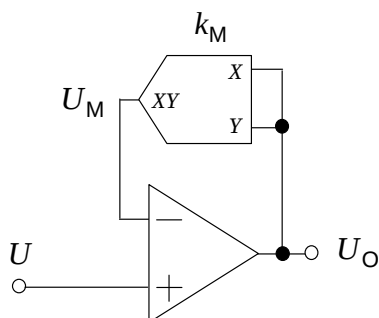
$$U_M = U \text{ (правило напона) , и}$$

$$U_M = k_M U_O^2,$$

где је k_M сачинилац преноса множача, следи:

$$U_O = \sqrt{\frac{U}{k_M}}.$$

Да би упосматраном колу деловала негативна повратна спрега потребно је да буде испуњен услов: $U \geq 0$.



36. Нацртати принципску шему кола које омогућује остваривање операције израчунавања квадратног корена непозитивног напона применом множача аналогних величина. Написати изразе који представљају математички модел таквог кола.

РЕШЕЊЕ

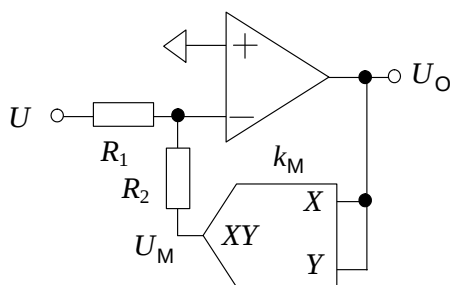
Рад кола које омогућује израчунавање квадратног корена вредности улазног напона заснован је примени повратне спреге. Принциуска шема приказана је на слици. Под претпоставком да је операциони појачаваач савршен, за коло важе следеће једначине:

$$U_M = k_M U_O^2,$$

$$\frac{U_M}{R_2} + \frac{U}{R_1} = 0,$$

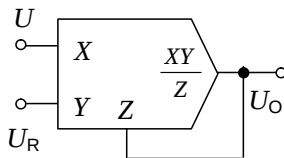
где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ових једначина следи:

$$U_O = \sqrt{-\frac{R_2}{k_M R_1} U}.$$



Да би у посматраном колу постојала негативна повратна спрега потребно је да буде испуњен услов: $U \leq 0$.

37. Одредити израз за вредност излазне величине кола приказаног на слици.



РЕШЕЊЕ

Математички модел овог кола чини једначина:

$$U_O = k_M \frac{U U_R}{U_O}, k_M (=) 1,$$

где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ове једначине следи:

$$U_O = \sqrt{k_M U U_R}.$$

38. Нацртати принципску шему кола које омогућује остваривање операције израчунавања трећег корена применом множача аналогних величина. Написати изразе који представљају

математички модел таквог кола и одредити израз за вредност излазног напона.

РЕШЕЊЕ

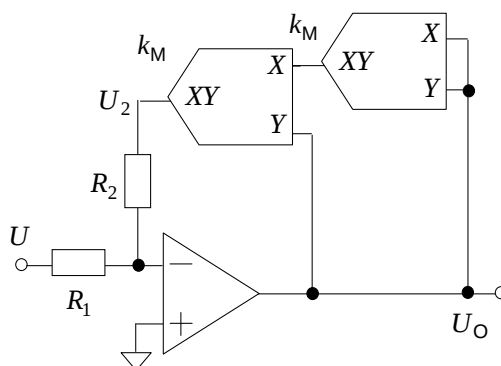
Принципска електрична шема приказана је на слици. За коло важе једначине:

$$U_2 = k_M^2 U_O^3,$$

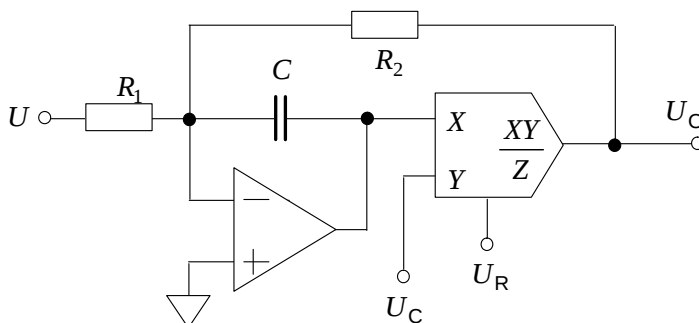
$$\frac{U_2}{R_2} + \frac{U}{R_1} = 0,$$

где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ових једначина следи:

$$U_O = \sqrt[3]{-\frac{R_2}{k_M R_1} U}.$$



39. Одредити функцију преноса кола приказаног на слици у којем U_R представља референтни напон множача а U_C контролни напон.



РЕШЕЊЕ

Приказано коло може да се представи еквивалентним дијаграмом датим на слици. Математички модел овог кола чине једначине:

$$I = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_O}{R_2},$$

$$U_O = \frac{U_A U_C}{U_R}, \text{ и}$$

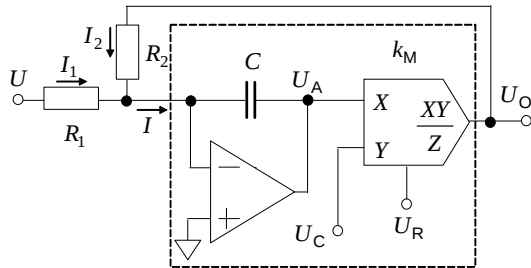
$$U_A = -\frac{1}{sC} I,$$

где је k_M сачинилац преноса множача. На основу ових једначина следи:

$$U_O = -\frac{U_C}{U_R} \frac{\frac{U}{R_1} + \frac{U_O}{sC}}{sC}.$$

Сређивањем се добија:

$$U_O = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + sR_2C \frac{U_R}{U_C}} U.$$



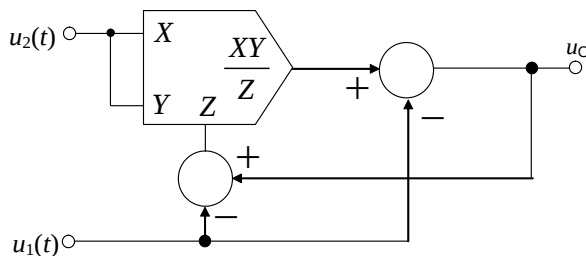
Посматрано коло представља напонски подесиви филтер пропусник ниских учестаности чија је функција преноса:

$$W(s) = \frac{U_O}{U} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + sR_2C \frac{U_R}{U_C}}.$$

40. Нацртати принципску шему кола, оствареног применом само једног множача, које омогућује израчунавање модула дводимензионалног вектора, чије су компоненте напони u_X и u_Y .

РЕШЕЊЕ

Имплицитни поступак израчунавања модула вектора приказан је на слици.



За коло важи:

$$u_O = \frac{u_2^2}{u_O - u_1} - u_1.$$

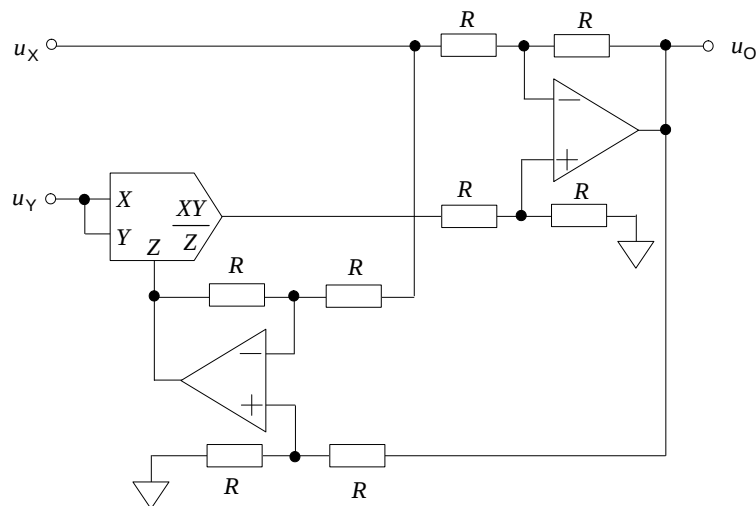
Сређивањем се добија:

$$u_O = \frac{u_O^2 - u_1 u_O - u_1^2}{u_O - u_1}, \text{ одакле следи:}$$

$$u_O^2 - u_O u_1 = u_2^2 + u_1^2 - u_O u_1, \text{ односно:}$$

$$u_O = \sqrt{u_X^2 + u_Y^2}.$$

Принципска електрична шема је приказана на слици.

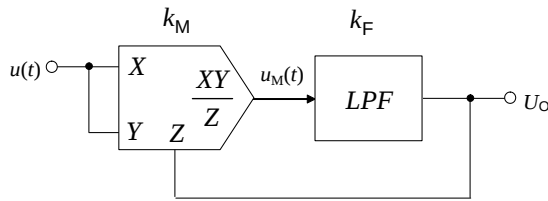


41. Нацртати принципску шему кола за одређивање ефективне вредности напона применом само једног множача.

РЕШЕЊЕ

Имплицитни метод израчунавања је заправо метод повратне спреге. Принципка електрична шема за израчунавање ефективне вредности напона приказана је на слици.

Математички модел овог система чине једначине:



$$u_M(t) = k_M \frac{u^2(t)}{U_O}, \text{ и}$$

$$U_O = k_F \overline{u_M(t)},$$

где су k_M и k_F сачиниоци преноса множача и филтра пропусника ниских учестаности. На основу ових једначина следи:

$$\overline{u_M(t)} = \frac{k_M}{U_O} \overline{u^2(t)},$$

односно:

$$\frac{U_O}{k_F} = \overline{u_M(t)} = \frac{k_M}{U_O} \overline{u^2(t)}.$$

Последња једначина написана у облику:

$$U_O^2 = k_M k_F \overline{u^2(t)}.$$

одређује вредност излазног напона:

$$U_O = k \sqrt{\overline{u^2(t)}},$$

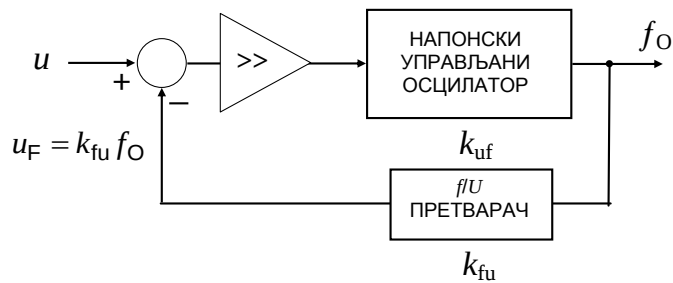
где је k сачинилац преноса мерног претварача ефективне вредности:

$$k = \sqrt{k_F k_M}.$$

42. Нацртати принципску шему u/f претварача са повратном спрегом оствареном преко f/u претварача.

РЕШЕЊЕ

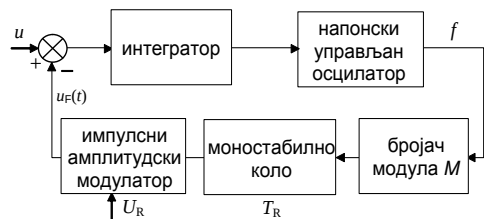
Општи структурни блок-дијаграм u/f претварача заснованог на примени повратне спреге остварене преко f/u претварача приказан је на слици.



Напонски управљани осцилатор (*voltage controlled oscillator, VCO*) има улогу u/f претварача од којег се захтева да на свом излазу да импулсе високе учестаности f . Тачност пресликавања $u \rightarrow f$ обезбеђује повратна спрега остварена преко претварача учестаности у напон. Ако је појачање појачавача довољно велико биће:

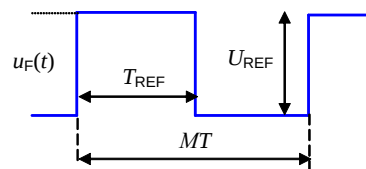
$$f_O = \frac{u}{k_{fu}}.$$

На слици је приказана структура код које је појачавач замењен интегратором који обавља улогу кола за добијање средње вредности. Повратна спрега се остварује мерењем излазне учестаности.



То се постиже прецизним уобличавањем бинарног сигнала добијеног на излазу бројача модула M као делитеља учестаности. На овај начин се обезбеђује висока учестаност на излазу.

Сигнал $u_F(t)$ на излазу импулсног амплитудског модулатора представља низ правоугаоних импулса чија је амплитуда U_R , трајање T_R , а учестаност M пута нижа од излазне учестаности f .



Средња вредност сигнала $u_F(t)$ једнака је:

$$\overline{u_F} = \frac{U_R \cdot T_R}{M} f.$$

У стању равнотеже је:

$$\overline{u_F(t)} = \overline{u(t)},$$

одакле следи:

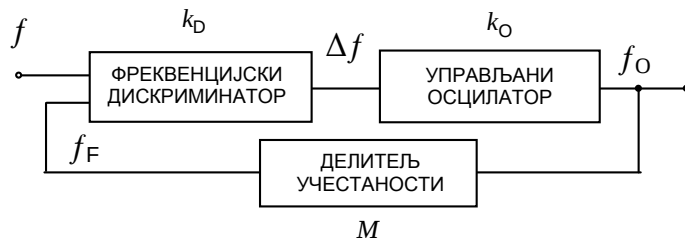
$$f = \frac{M}{U_R \cdot T_R} \overline{u}.$$

Карактеристика преноса система у целини зависи само од амплитуде U_R и трајања T_R импулса повратне спреге, а не зависи од сачиниоца преноса интегратора и напонски управљаног осцилатора.

43. Нацртати општи структурни блок-дијаграм множача учестаности оствареног применом фреквенцијске повратне спреге.

РЕШЕЊЕ

Структурни блок-дијаграм множача учестаности приказан је на слици.



Фреквенцијски дискриминатор има улогу диференцијалног појачавача у систему са повратном спрегом образованом око осцилатора чијом учестаношћу се може управљати. Информациони параметар је учестаност сигнала на улазу односно излазу система чији математички модел чине једначине:

$$f_F = \frac{f_O}{M},$$

$$\Delta f = k_D(f - f_F), \text{ и}$$

$$f_O = k_O \Delta f,$$

где је M цео број којим се дели излазна учестаност пре поређења са улазном учестаношћу, а k_D и k_O су сачиниоци преноса фреквенцијског дискриминатора и управљаног осцилатора. На основу ових једначина следи:

$$f_O = \frac{k_O k_D}{1 + \frac{k_O k_D}{M}} f.$$

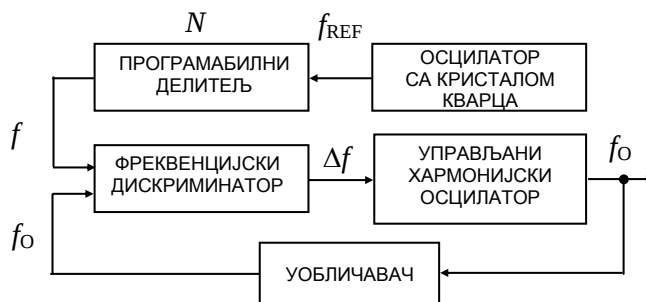
Да учестаност излазног сигнала не зависи од k_D и k_O потребно је да појачање у петљи буде много веће од јединице. Ако је испуњен услов $k_D k_O \gg M$, биће:

$$f_O \cong Mf.$$

44. Нацртати општи структурни-блок дијаграм генератора хармонијског сигнала чија је учестаност, применом фреквенцијске повратне спреге, одређена учестаношћу осцилатора са кристалом кварца.

РЕШЕЊЕ

Блок дијаграм система са фреквенцијском повратном спрегом приказан је на слици.



Математички модел овог система чине једначине:

$$f = \frac{f_{\text{REF}}}{N},$$

$$\Delta f = k_D(f - f_O), \text{ и}$$

$$f_O = k_O \Delta f.$$

На основу једначина које описују систем следи:

$$f_O = \frac{k_O k_D}{1 + k_O k_D} f.$$

Ако је испуњен услов да постоји јака негативна повратна спрега:

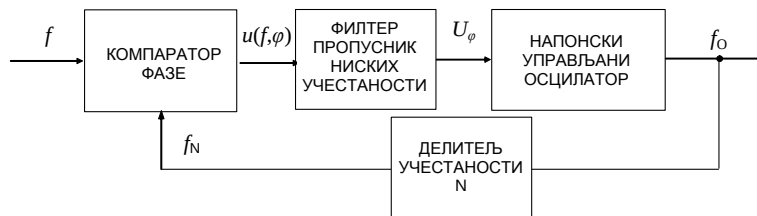
$k_D k_O \gg 1$, биће:

$$f_O \cong f = \frac{f_{\text{REF}}}{N}.$$

45. Нацртати принципску шему множача учестаности оствареног применом повратне спреге засноване на фазно затвореној петљи.

РЕШЕЊЕ

Принципска електрична шема множача учестаности са повратном спрегом оствареном применом фазно затворене петље приказана је на слици.



Компаратор фазе има улогу дискриминатора у систему са повратном спрегом. На свом излазу даје сигнал који представља меру разлике фаза (*phase difference*) сигнала доведених на његове улазе. Када је разлика учестаности f и f_0 мала, напон на излазу филтра пропусника ниских учестаности се споро мења, што доводи до промене излазне учестаности f_0 напонски управљаног осцилатора. У тренутку када се учестаност f_N изједначи са учестаношћу улазног сигнала, f , петља се затвара (*lock*), и од тог тренутка учестаност f_N прати улазни сигнал. Негативна повратна спрега обезбеђује да разлика фаза сигнала на улазу детектора фазе има вредност потребну да осцилатор ради на учестаности f_0 која представља мултипл учестаности улазног сигнала f . Средња вредност грешке одступања учестаности f_N од учестаности f једнака је нули.

Када је петља затворена, математички модел овог система чине једначине:

$$f_N = f, \text{ и}$$

$$f_N = \frac{f_0}{N},$$

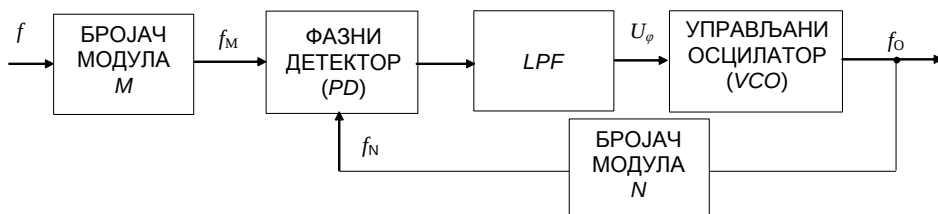
на основу којих следи:

$$f_0 = Nf.$$

46. Нацртати општи структурни блок-дијаграм система са фазном повратном спрегом који омогућује множење учестаности константом која представља рационалан број.

РЕШЕЊЕ

Множач учестаности са фазном повратном спрегом приказан је на слици.



У складу са ознакама на слици важе следећи односи:

$$f_M = \frac{f}{M}, \text{ и}$$

$$f_N = \frac{f_O}{N}.$$

Када је петља затворена важи:

$$f_N = f_M,$$

одакле следи:

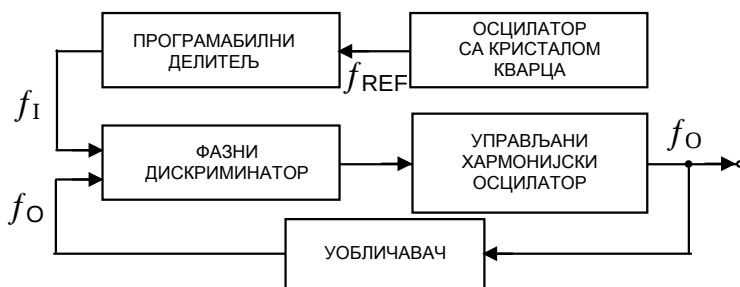
$$f_O = \frac{N}{M} f.$$

Повратна спрега, остварена на основу односа фаза сигнала, обезбеђује да однос излазне и улазне учестаности зависи само од сачиониоца M и N , којим се улазна односно излазна учестаност деле пре поређења, а не зависи од карактеристика компаратора фазе, филтра и напонски управљаног осцилатора.

47. Нацртати општи структурни-блок дијаграм генератора хармонијског сигнала чија је учестаност, применом фазне повратне спреге, одређена учестаношћу осцилатора са кристалом кварца.

РЕШЕЊЕ

Хармонијски осцилатор чија је учестаност контролисана осцилатором са кристалом кварца приказана је на слици.



Уобличаваач у петљи повратне спреге обезбеђује прилагођење хармонијског таласног облика излазног сигнала правоугаоном облику који се добија на излазу програмабилног делитеља којим се задаје жељена излазна учестаност f_O . Фазна повратна спрега обезбеђује да

хармонијски осцилатор прати учестаност f_i која је изведена из учестаности кварцног осцилатора. Када је петља затворена важи:

$$\Delta f = f_o - f_i = 0,$$

одакле следи:

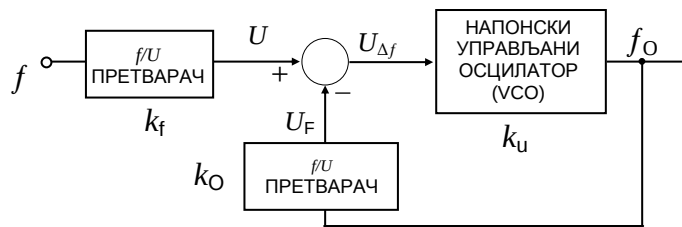
$$f_o = f_i = \frac{f_{REFI}}{M},$$

где је M сачинилац дељења програмабилног делитеља.

48. Нацртати општи структурни-блок дијаграм множача учестаности оствареног применом f/u претварача и повратне спреге.

РЕШЕЊЕ

Множач учестаности остварен применом f/u претварача приказан је на слици.



У складу са ознакама на слици важе следећи односи:

$$U = k_f f,$$

$$U_F = k_o f_o,$$

$$U_{\Delta f} = U - U_F, \text{ и}$$

$$f_o = k_u U_{\Delta f},$$

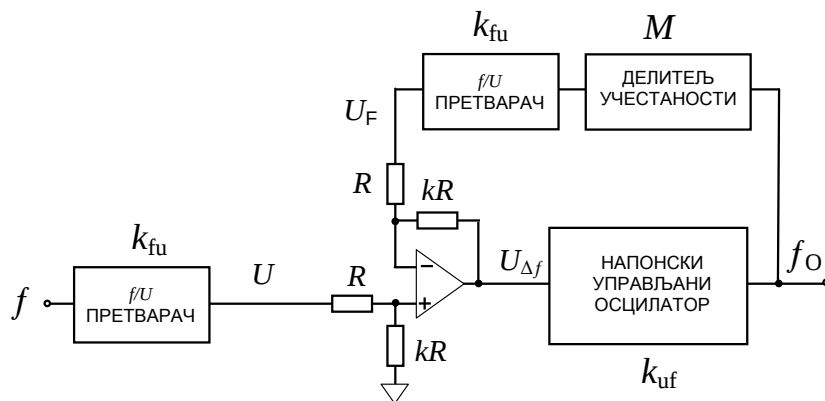
на основу којих следи:

$$f_o = \frac{k_f k_u}{1 + k_u k_o} f.$$

Ако је испуњен услов $k_u k_o \gg 1$ следи:

$$f_o = \frac{k_f}{k_o} f.$$

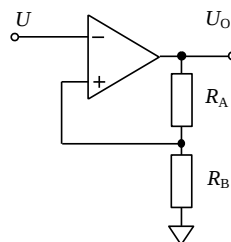
Сачинилац размере одређен је односом сачиниоца размере f/u претвараача у директној и повратној грани система. Њихов утицај се може компензовати применом делитеља учестаности, као што је то приказано на слици.



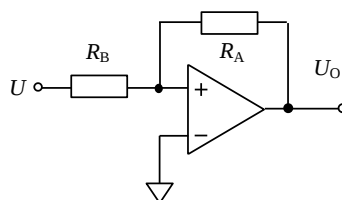
$$f_O = \frac{k_{fu} k_{uf} k}{1 + \frac{k_{fu} k_{uf} k}{M}} f \cong Mf .$$

12. ТЕСТ

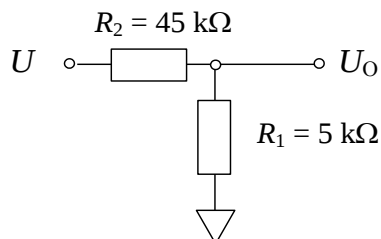
1. Коло са операционим појачавачем, приказано на слици, представља:
 а) инвертујући појачавач,
 б) неинвертујући појачавач,
 в) **инвертујући компаратор са хистерезисом**,
 г) неинвертујући компаратор са хистерезисом.



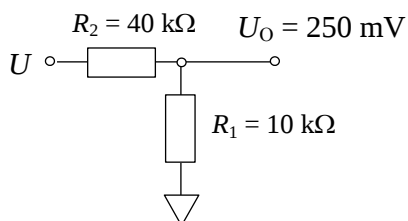
2. Коло са операционим појачавачем, приказано на слици, представља:
 а) инвертујући појачавач,
 б) неинвертујући појачавач,
 в) инвертујући компаратор са хистерезисом,
 г) **неинвертујући компаратор са хистерезисом**.



3. Константа преноса неоптерећеног отпорничког делитеља напона, приказаног на слици, једнака је:
 а) 111 mV/V;
 б) **100 mV/V**;
 в) 90,9 mV/V;
 г) није понуђен тачан одговор.

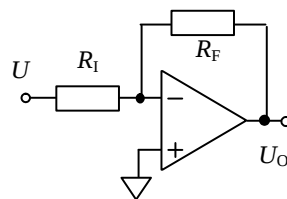


4. Напон који делује на улазу неоптерећеног отпорничког делитеља напона, приказаног на слици, једнак је:
 а) 1,50 V;
 б) **1,25 V**;
 в) 1,00 V;
 г) није понуђен тачан одговор.



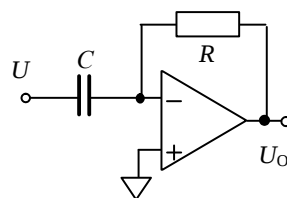
5. Коло са савршеним елементима, приказано на слици, представља:

а) инвертујући појачавач,
 б) неинвертујући појачавач,
 в) инвертујући компаратор са хистерезисом,
 г) неинвертујући компаратор са хистерезисом.



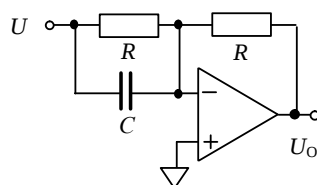
6. Коло са савршеним елементима, приказано на слици, представља:

а) савршен интегратор,
 б) савршен диференцијатор,
 в) савршен инвертујући интегратор,
 г) савршен инвертујући диференцијатор.



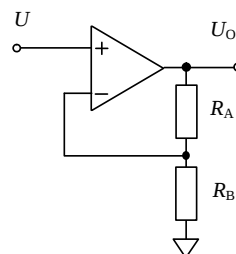
7. Коло са савршеним елементима, приказано на слици, представља:

а) интегратор,
 б) диференцијатор,
 в) инвертујући PD-регулатор,
 г) није понуђен тачан одговор.



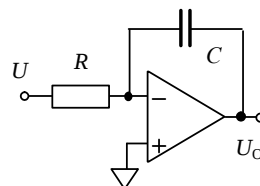
8. Коло са савршеним елементима, приказано на слици, представља:

а) инвертујући појачавач,
 б) неинвертујући појачавач,
 в) инвертујући компаратор,
 г) неинвертујући компаратор.



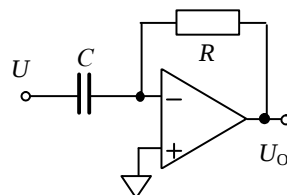
9. Коло са савршеним елементима, приказано на слици, представља:

а) савршен интегратор,
 б) савршен диференцијатор,
 в) савршен инвертујући интегратор,
 г) савршен инвертујући диференцијатор.



10. Функција преноса кола са савршеним елементима, приказаног на слици, је:

а) $j\omega RC$,
 б) $1 + j\omega RC$,
 в) $\frac{1}{j\omega RC}$,
 г) $-j\omega RC$.



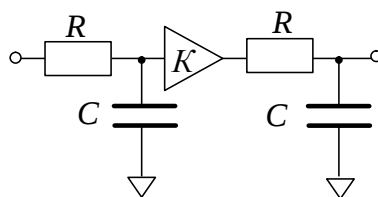
11. Амплитудска фреквенцијска карактеристика кола приказаног на слици једнака је:

а) $\frac{K}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$,

б) $\frac{1 + (\omega RC)^2}{K}$,

в) $\frac{K}{1 + (\omega RC)^2}$,

г) $\frac{1 + (\omega RC)^2}{K}$.



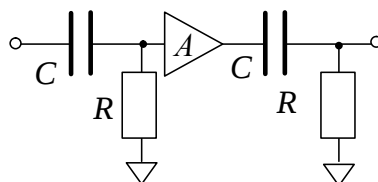
12. Амплитудска фреквенцијска карактеристика кола приказаног на слици једнака је:

а) $A \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}$,

б) $A \frac{1 + (\omega RC)^2}{(\omega RC)^2}$,

в) $\frac{A}{1 + (\omega RC)^2}$,

г) $\frac{1 + (\omega RC)^2}{A}$.



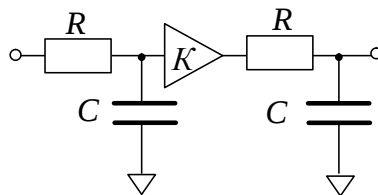
13. Гранична учестаност ω_g филтра пропусника ниских учестаности приказаног на слици једнака је:

а) $\frac{\sqrt{2} - 1}{RC}$,

б) $\frac{RC}{\sqrt{2} - 1}$,

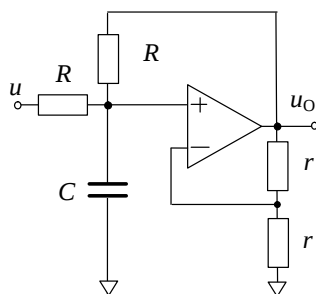
в) $\frac{RC}{\sqrt{2}}$,

г) $\frac{\sqrt{\sqrt{2} - 1}}{RC}$.



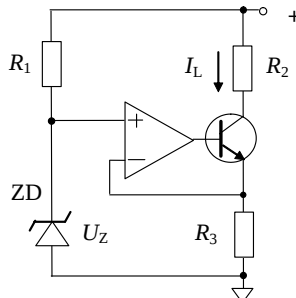
14. Функција преноса кола са савршеним елементима, приказаног на слици, је:

- а) $j\omega RC$,
 б) $1 + j\omega RC$,
 в) $\frac{2}{j\omega RC}$,
 г) $\frac{1}{j\omega RC}$.



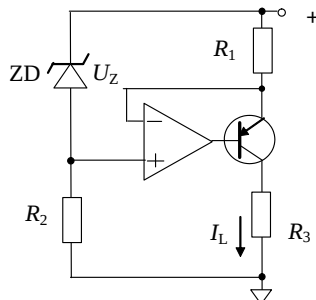
15. Струја I_L кроз оптерећење R_L једнака је:

- а) $\frac{U_Z}{R_1}$,
 б) $\frac{U_Z}{R_2}$,
 в) $\frac{U_Z}{R_3}$,
 г) $U_Z \frac{R_1 R_2}{R_3}$.



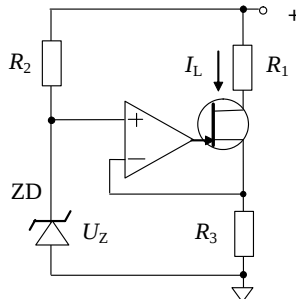
16. Струја I_L једнака је:

- а) $\frac{U_Z}{R_1}$,
 б) $\frac{U_Z}{R_2}$,
 в) $\frac{U_Z}{R_3}$,
 г) $U_Z \frac{R_1 R_2}{R_3}$.



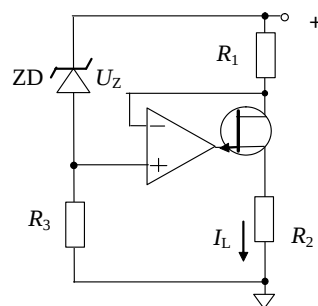
17. Струја I_L једнака је:

- а) $\frac{U_Z}{R_1}$,
 б) $\frac{U_Z}{R_2}$,
 в) $\frac{U_Z}{R_3}$,
 г) $U_Z \frac{R_1 R_2}{R_3}$.



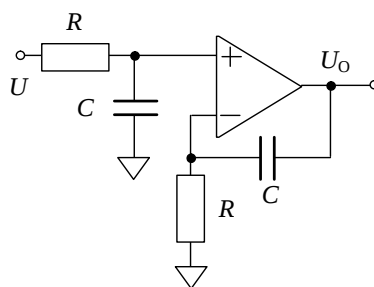
18. Струја I_L једнака је:

- а) $\frac{U_Z}{R_1}$,
 б) $\frac{U_Z}{R_2}$,
 в) $\frac{U_Z}{R_3}$,
 г) $U_Z \frac{R_1 R_2}{R_3}$.



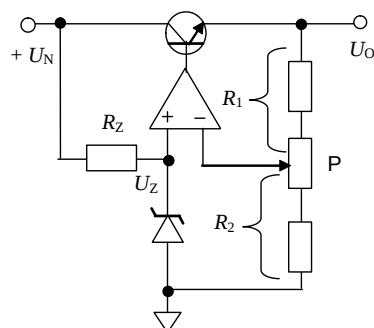
19. Функција преноса кола приказаног на слици једнака је:

- а) $\frac{1}{sRC}$,
 б) $\frac{1}{(sRC)^2}$,
 в) sRC ,
 г) $(sRC)^2$.



20. Напон U_O на излазу кола приказаног на слици је:

- а) $U_Z \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$,
 б) $U_Z \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$,
 в) $\frac{U_Z}{1 + \frac{R_1}{R_2}}$,
 г) није понуђен тачан одговор.



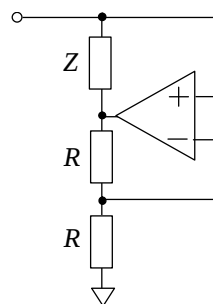
21. Позитивни инвертор импедансе је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса:

- а) реалан и позитиван умножак импедансе оптерећења;
 б) реалан и негативан умножак импедансе оптерећења;
 в) обрнуто сразмерна импеданси оптерећења;
 г) није понуђен тачан одговор.

22. Негативни конвертор импедансе је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса:
- а) реалан и позитивни умножак импедансе оптерећења;
 - б) реалан и негативни умножак импедансе оптерећења;
 - в) обрнуто сразмерна импеданси оптерећења;
 - г) није понуђен тачан одговор.
23. Позитивни конвертор импедансе је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса:
- а) реалан и позитивни умножак импедансе оптерећења;
 - б) реалан и негативни умножак импедансе оптерећења;
 - в) обрнуто сразмерна импеданси оптерећења;
 - г) није понуђен тачан одговор.
24. Жиратор је:
- а) позитивни конвертор импедансе;
 - б) негативни конвертор импедансе;
 - в) позитивни инвертор импедансе;
 - г) негативни инвертор импедансе.
25. Савршени трансформатор је:
- а) позитивни конвертор импедансе;
 - б) негативни конвертор импедансе;
 - в) позитивни инвертор импедансе;
 - г) негативни инвертор импедансе.
26. Ако мрежа са два приступа, затворена импедансом Z_L , представља негативни инвертор импедансе, њена улазна импеданса је одређена изразом:
- а) αZ_L ;
 - б) $\frac{r^2}{Z_L}$;
 - в) $-\alpha Z_L$;
 - г) $-\frac{r^2}{Z_L}$.

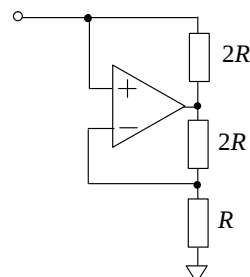
27. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља:

- а) позитивни конвертор импедансе Z ,
- б) негативни конвертор импедансе Z ,
- в) позитивни инвертор импедансе Z ,
- г) негативни инвертор импедансе Z .



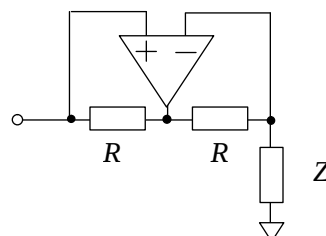
28. Улазна отпорност кола са савршеним операционим појачавачем, приказаног на слици једнака је:

- а) $-2R$,
- б) $-R$,
- в) $2R$,
- г) $5R$.



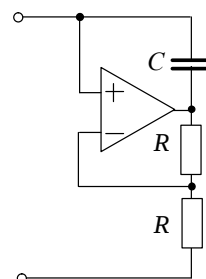
29. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља:

- а) позитивни конвертор импедансе Z ,
- б) негативни конвертор импедансе Z ,
- в) позитивни инвертор импедансе Z ,
- г) негативни инвертор импедансе Z .



30. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља:

- а) sC ;
- б) $\frac{1}{sC}$;
- в) $-sC$;
- г) $-\frac{1}{sC}$.



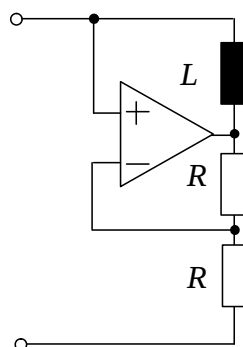
31. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља:

а) sL ;

б) $\frac{1}{sL}$;

в) $-sL$;

г) $-\frac{1}{sL}$.



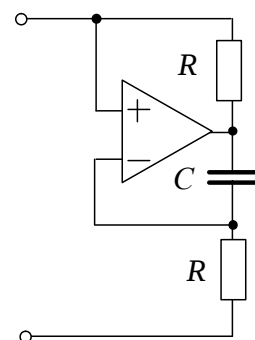
32. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља:

а) sC ;

б) $\frac{1}{sC}$;

в) $-sC$;

г) $-\frac{1}{sC}$.



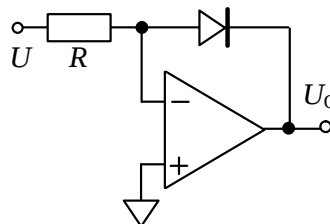
33. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља појачавач чија је карактеристика улаз-излаз, за $U_O \gg U_T$, приближно одређена изразом:

а) $U_O = -U_T \ln \frac{U}{RI_S}$,

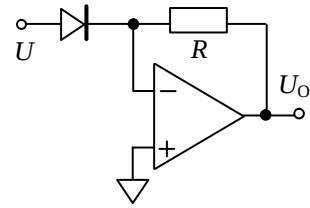
б) $U_O = -U_T \ln \frac{RI_S}{U}$,

в) $RI_S e^{\frac{U}{U_T}}$,

г) $U_O = U_T \ln \frac{RI_S}{U}$.



34. Коло са савршеним операционим појачавачем, приказано на слици представља појачавач чија је карактеристика улаз-излаз, за $U \gg U_T$, приближно одређена изразом:



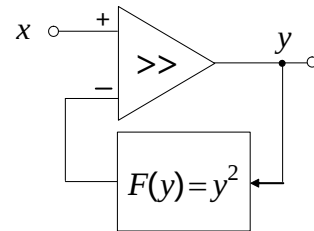
a) $U_O = -U_T \ln \frac{U}{RI_S}$,

б) $-RI_S e^{\frac{U}{U_T}}$,

в) $U_O = U_T \ln \frac{RI_S}{U}$,

г) $RI_S e^{\frac{U}{U_T}}$.

35. Ако је појачање диференцијалног појачавача, у колу приказаном на слици, бесконачно велико, карактеристика преноса овог система, $y(x)$, једнака је:



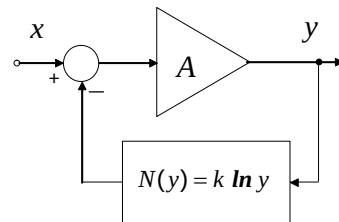
a) $y = \frac{1}{x^2}$,

б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$,

в) $y = \sqrt{x}$,

г) није понуђен тачан одговор.

36. Ако је појачање A појачавача у колу приказаном на слици бесконачно велико, карактеристика преноса система приказаног на слици, $y(x)$, је:



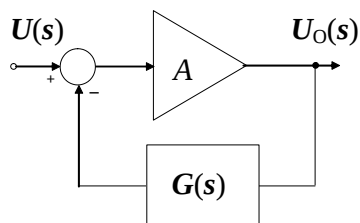
a) $y = \frac{1}{k \ln x}$,

б) $y = k \ln x$,

в) $y = e^{\frac{x}{k}}$,

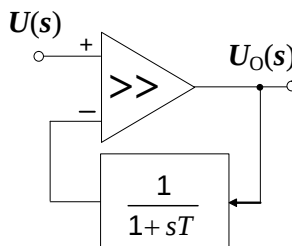
г) $y = \ln x - \ln k$.

37. Ако је појачање појачавача у колу приказаном на слици бесконачно велико, функција преноса овог система, $W(s)=U_O(s)/U(s)$, једнака је:



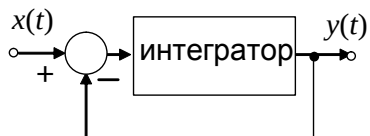
- а) $G(s)$,
 б) $\frac{1}{G(s)}$,
 в) $\frac{1}{1+G(s)}$,
 г) $\frac{G(s)}{1+G(s)}$.

38. Ако је појачање диференцијалног појачавача, у колу приказаном на слици, бесконачно велико, функција преноса овог система, $W(s)=U_O(s)/U(s)$, једнака је:



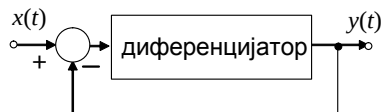
- а) $1+sT$,
 б) $\frac{1}{1+sT}$,
 в) $\frac{sT}{1+sT}$,
 г) $\frac{1}{sT}+1$.

39. Функција преноса система приказаног на слици, $W(s) = Y(s)/X(s)$, једнака је:



- а) $\frac{sT}{1+sT}$,
 б) sT ,
 в) $1+sT$,
 г) $\frac{1}{1+sT}$.

40. Функција преноса система приказаног на слици, $W(s) = Y(s)/X(s)$, једнака је:



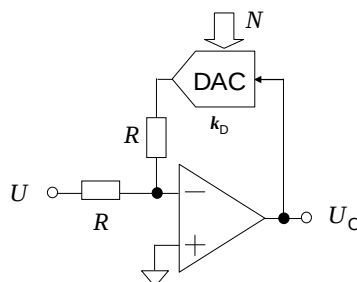
а) $\frac{sT}{1+sT}$,

б) sT ,

в) $1+sT$,

г) $\frac{1}{1+sT}$.

41. Систем приказан на слици, у којем су примењени савршени операциони појачавач и Д/А претвараач, представља:



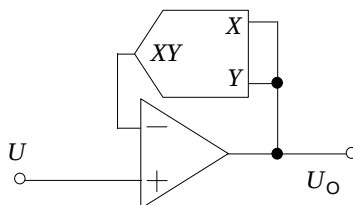
а) хибридни множач,

б) хибридни делитељ,

в) хибридни квадратор,

г) није понуђен тачан одговор.

42. У колу приказаном на слици примењени су савршени операциони појачавач и множач чија је карактеристика преноса $U_M = k_M U_X U_Y$. Напон U_O на излазу кола једнак је:



а) $\sqrt{\frac{U}{k_M}}; U > 0$,

б) $k_M U^2$,

в) $\sqrt{k_M U^3}; U > 0$,

г) $\sqrt{k_M U}; U > 0$.

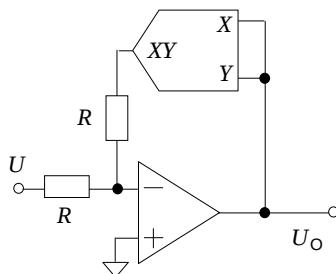
43. У колу приказаном на слици примењени су савршени операциони појачавач и множач чија је карактеристика преноса $U_Z = k_M U_X U_Y$. Напон U_O на излазу кола једнак је:

а) $\sqrt{-k_M U}; U \leq 0,$

б) $-k_M U^2,$

в) $-\sqrt{\frac{U}{k_M}}; U > 0,$

г) $\sqrt{\frac{-U}{k_M}}; U \leq 0.$



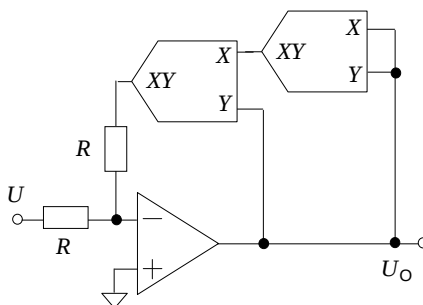
44. У колу приказаном на слици примењени су савршени појачавач и множачи чија је карактеристика преноса $U_Z = k_M U_X U_Y$. Напон U_O на излазу кола једнак је:

а) $-3\sqrt{\frac{U}{k_M^2}};$

б) $-k_M^2 U^3,$

в) $-\sqrt[3]{k_M^2 U};$

г) није понуђен тачан одговор.



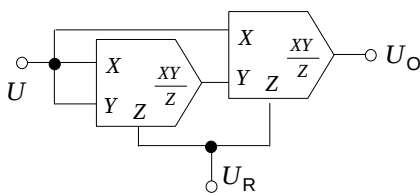
45. У колу приказаном на слици примењен је множач чија је карактеристика преноса $U_M = k_M \frac{U_X U_Y}{U_Z}$. Напон U_O на излазу кола једнак је:

а) $\frac{U^3 U_R^2}{k_M^2},$

б) $\left(\frac{U U_R}{k_M}\right)^2,$

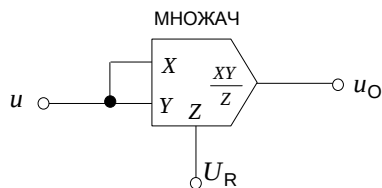
в) $k_M^2 \frac{U^3}{U_R^2},$

г) није понуђен тачан одговор.



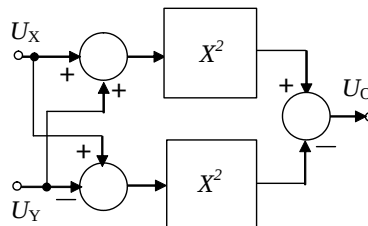
46. Коло приказано на слици остварује операцију:

- а) множења,
- б) кореновања,
- в) дизања на квадрат,
- г) није понуђен тачан одговор.



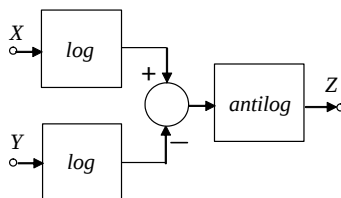
47. Коло са два улаза и једним излазом, приказано на слици, остварује операцију:

- а) множења,
- б) дељења,
- в) степеновања разлике улазних напона,
- г) кореновања.



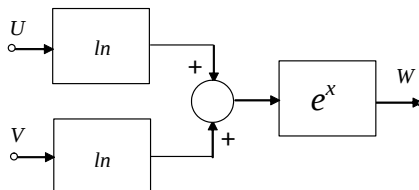
48. Коло са два улаза и једним излазом, приказано на слици, остварује операцију:

- а) множења,
- б) дељења,
- в) логаритмовања разлике улазних напона,
- г) није понуђен тачан одговор.



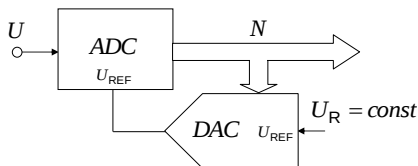
49. Коло са два улаза и једним излазом, приказано на слици, остварује операцију:

- а) множења,
- б) дељења,
- в) логаритмовања збира улазних напона,
- г) није понуђен тачан одговор.

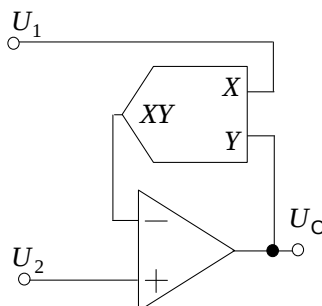


50. Систем приказан на слици представља хибридни:

- а) множац,
- б) делитељ,
- в) квадратор,
- г) коренатор.

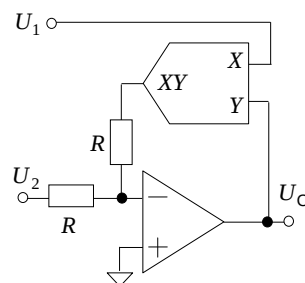


51. Под претпоставком да су у колу са два улаза и једним излазом, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавач и множач чија је карактеристика преноса $U_Z = k_M U_X U_Y$, ово коло остварује операцију:



- а) дељења два напона,
- б) множења два напона,
- в) степеновања разлике два напона,
- г) није понуђен тачан одговор.

52. У колу приказаном на слици примењени су савршени операциони појачавач и множач чија је карактеристика преноса: $U_Z = k_M U_X U_Y$. Напон U_O на излазу кола једнак је:



- а) $-\frac{U_2}{k_M U_1}$,
- б) $-k_M U_1 U_2$,
- в) $-\frac{U_1}{k_M U_2}$,

- г) није понуђен тачан одговор.

53. Назив *buck converter* означава:

- а) *DC/DC* конвертор који омогућује повећање напона,
- б) *DC/DC* конвертор за смањивање напона,
- в) *DC/DC* конвертор са инвертовањем напона,
- г) није понуђен тачан одговор.

54. Назив *boost converter* означава:

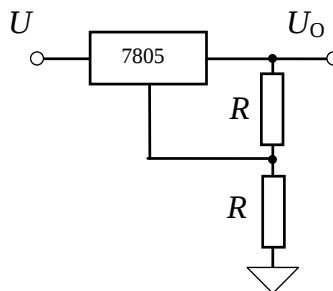
- а) *DC/DC* конвертор који омогућује повећање напона,
- б) *DC/DC* конвертор за смањивање напона,
- в) *DC/DC* конвертор са инвертовањем напона,
- г) није понуђен тачан одговор.

55. Назив *buck/boost converter* означава:

- а) *DC/DC* конвертор који омогућује повећање напона,
- б) *DC/DC* конвертор за смањивање напона,
- в) *DC/DC* конвертор са инвертовањем напона,
- г) није понуђен тачан одговор.

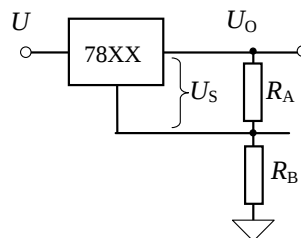
56. На слици је приказана електрична шема извора стабилисаног позитивног напона оствареног помоћу интегрисаног трополног регулатора чији је називни напон 5 V. Напон на излазу, U_O , једнак је:

- а) 7,5 V,
- б) 10 V,
- в) 15 V,
- г) није понуђен тачан одговор.



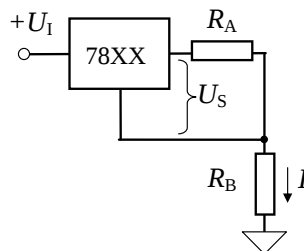
57. На слици је приказана електрична шема извора стабилисаног позитивног напона оствареног помоћу трополног регулатора чији је називни напон U_S . Напон на излазу, U_O , одређен је изразом:

- а) $U_S \frac{R_A}{R_B}$,
- б) $U_S(1 + \frac{R_A}{R_B})$,
- в) $U_S \frac{R_B}{R_A}$,
- г) $U_S(1 + \frac{R_B}{R_A})$.

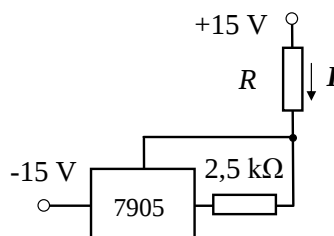


58. На слици је приказана поједностављена електрична шема стабилизатора струје оствареног помоћу интегрисаног трополног регулатора позитивног напона, чији је називни напон U_S . Струја I одређена је изразом:

- а) $\frac{U_S}{R_A}$,
- б) $\frac{U_S}{R_B}$,
- в) $\frac{U_S}{R_A + R_B}$,
- г) није понуђен тачан одговор.

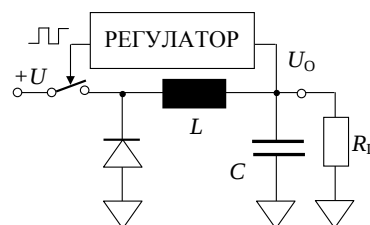


59. На слици је приказана поједностављена електрична шема стабилизатора струје оствареног помоћу интегрисаног трополног регулатора негативног напона чији је називни напон 5 V. Струја I једнака је:



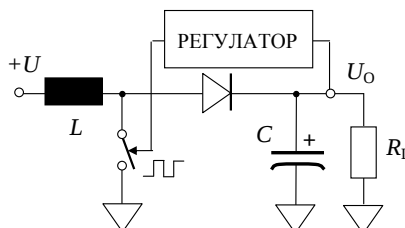
- а) 1 mA,
 б) 2 mA,
 в) 4 mA,
 г) није понуђен тачан одговор.

60. Прекидачки извор напона напајања, чија је принципска електрична шема приказана на слици, представља:



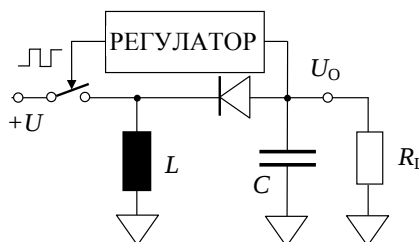
- а) buck converter,
 б) boost converter,
 в) buck/boost converter,
 г) није понуђен тачан одговор.

61. Прекидачки извор напона напајања, чија је принципска електрична шема приказана на слици, представља:



- а) buck converter,
 б) boost converter,
 в) buck/boost converter,
 г) није понуђен тачан одговор.

62. Прекидачки извор напона напајања, чија је принципска електрична шема приказана на слици, представља:



- а) buck converter,
 б) boost converter,
 в) buck/boost converter,
 г) није понуђен тачан одговор.

63. Осетљивост функције преноса система са повратном спрегом на промене појачања појачавача у директној грани се увођењем негативне повратне спреге:

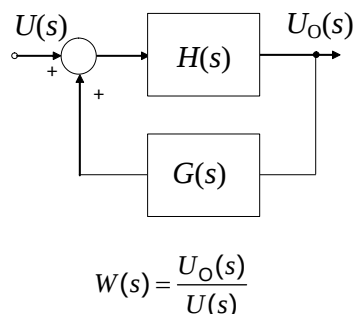
- а) повећава;
б) смањује;
в) не мења,
г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.
64. Утицај нелинеарности карактеристике преноса појачавача се увођењем негативне повратне спреге:
а) повећава;
б) смањује;
в) не мења,
г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.
65. Увођењем негативне повратне спреге, улазна отпорност појачавача напона се:
а) повећава;
б) смањује;
в) не мења,
г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.
66. Увођењем негативне повратне спреге улазна отпорност појачавача струје се:
а) повећава;
б) смањује;
в) не мења,
г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.
67. Увођењем негативне повратне спреге излазна отпорност појачавача напона се:
а) повећава;
б) смањује;
в) не мења,
г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.

68. Увођењем негативне повратне спреге излазна отпорност појачавача струје се:

- а) повећава;
 б) смањује;
 в) не мења,
 г) повећава или смањује, зависно од интензитета повратне спреге.

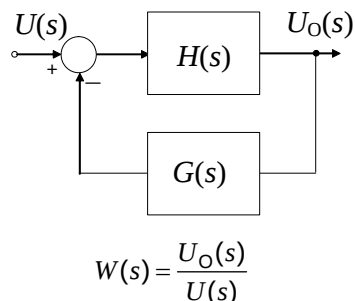
69. Функција преноса система са повратном спрегом, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, једнака је:

- а) $H(s)$,
 б) $H(s) + G(s)$,
 в) $\frac{1}{1 - H(s)G(s)}$,
 г) $\frac{H(s)}{1 - H(s)G(s)}$.



70. Функција преноса система са повратном спрегом, чији је структурни блок-дијаграм приказан на слици, једнака је:

- а) $H(s)G(s)$,
 б) $H(s) - G(s)$,
 в) $\frac{1}{1 + H(s)G(s)}$,
 г) $\frac{H(s)}{1 + H(s)G(s)}$.

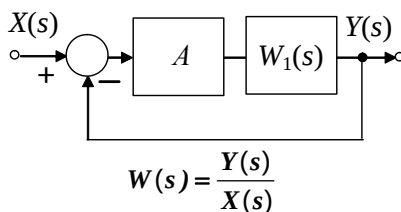


71. Ако је појачање појачавача A бесконачно, функција преноса $W(s)$, система приказаног на слици једнака је:

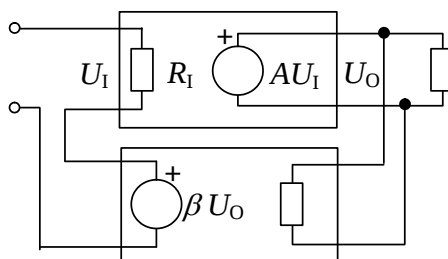
- а) $\frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)}$,
 б) $\frac{W_1(s)}{1 - W_1(s)}$,

в) 1,

г) није понуђен тачан одговор.

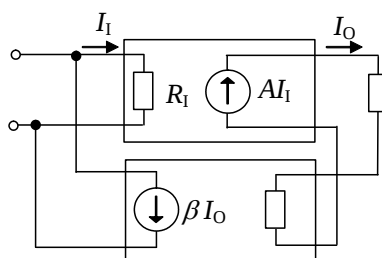


72. На слици је приказан појачавач напона са повратном спрегом. Улазна отпорност једнака је:



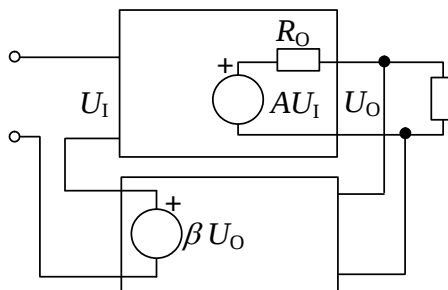
- а) βR_I ,
 б) $(1 + \beta A) R_I$,
 в) $\frac{R_I}{\beta}$,
 г) $\frac{R_I}{1 + \beta A}$.

73. На слици је приказан појачавач струје са повратном спрегом. Улазна отпорност једнака је:



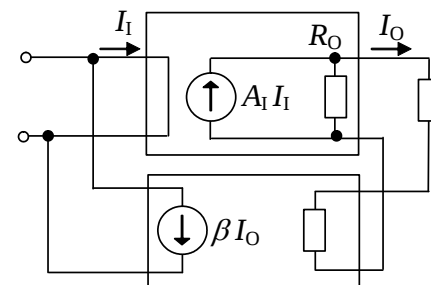
- а) βR_I ,
 б) $(1 + \beta A) R_I$,
 в) $\frac{R_I}{\beta}$,
 г) $\frac{R_I}{1 + \beta A}$.

74. На слици је приказан појачавач напона са повратном спрегом. Излазна отпорност једнака је:



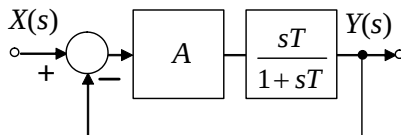
- а) βR_O ,
 б) $(1 + \beta A) R_O$,
 в) $\frac{R_O}{\beta}$,
 г) $\frac{R_O}{1 + \beta A}$.

75. На слици је приказан појачавач струје са повратном спрегом. Излазна отпорност једнака је:



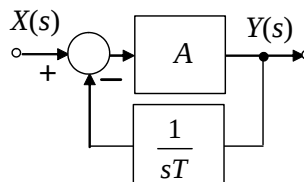
- а) βR_O ,
 б) $(1 + \beta A) R_O$,
 в) $\frac{R_O}{\beta}$,
 г) $\frac{R_O}{1 + \beta A}$.

76. Ако је појачање појачавача A бесконачно, функција преноса система приказаног на слици,
 $W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$, једнака је:



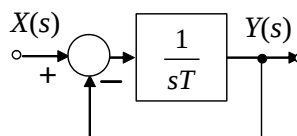
- а) 1,
 б) sT ,
 в) $\frac{sT}{1 + 2sT}$,
 г) није понуђен тачан одговор.

77. Ако је појачање појачавача A бесконачно, функција преноса система приказаног на слици,
 $W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$, једнака је:



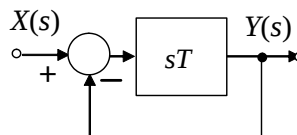
- а) 1,
 б) sT ,
 в) $\frac{sT}{1 + sT}$,
 г) $\frac{1}{1 + sT}$.

78. Функција преноса система приказаног на слици, једнака је:



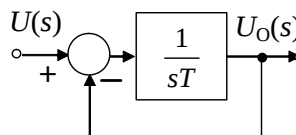
- а) 1,
 б) sT ,
 в) $\frac{1}{1 + sT}$,
 г) $1 + sT$.

79. Функција преноса система приказаног на слици,
 $W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$, једнака је:



- а) 1,
 б) sT ,
 в) $1 + sT$,
 г) $\frac{sT}{1 + sT}$.

80. Математички модел система приказаног на слици, представља диференцијална једначина:



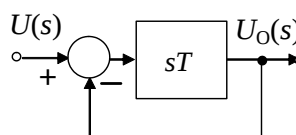
а) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = T \frac{du}{dt} + u(t)$,

б) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = u(t)$,

в) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = T \frac{du}{dt}$,

г) није понуђен тачан одговор.

81. Математички модел система приказаног на слици, представља диференцијална једначина:



а) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = T \frac{du}{dt} + u(t)$,

б) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = u(t)$,

в) $T \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = T \frac{du}{dt}$,

г) није понуђен тачан одговор.

82. Референтни напон на аналогном улазу осмобитног Д/А претварача једнак је 5,12 V. Елементарни прираштај напона на његовом излазу, који одговара прираштају дигиталне величине за један, једнак је:

а) 1 mV,

б) 2,56 mV,

в) 10 mV,

г) 20 mV.

83. Елементарни прираштај струје на излазу шестобитног Д/А претварача (промена излазне величине који одговара прираштају дигиталне величине за један) једнак је 10 μ A. Референтни напон једнак је 2,56 V. Вредност референтног отпорника једнака је:

а) 1 k Ω ,

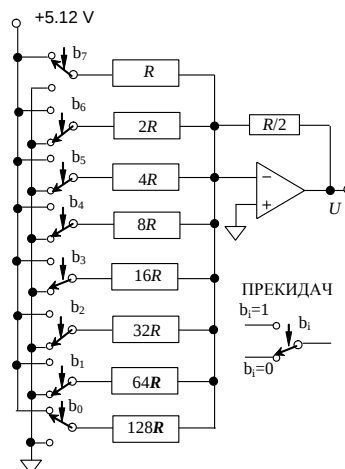
б) 2 k Ω ,

в) 4 k Ω ,

г) није понуђен тачан одговор..

84. На аналогном улазу Д/А претварача, приказаног на слици, делује референтни напон 5,12 V. Улазни податак је представљен природним бинарним кодом. Напон U на аналогном излазу претварача који одговара броју 10000001_2 једнак је:

а) 2,55 V,
 б) 2,56 V,
 в) 2,58 V,
 г) није понуђен тачан одговор.



85. При равномерном квантовању додавањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност грешке квантовања, $\bar{q}$, одређена је изразом:

а) $-\frac{\Delta}{2}$,

б) 0,

в) $\frac{\Delta}{2}$,

г) није понуђен тачан одговор.

86. При равномерном квантовању заокружљивањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност грешке квантовања, $\bar{q}$, одређена је изразом:

а) $-\frac{\Delta}{2}$,

б) 0,

в) $\frac{\Delta}{2}$,

г) није понуђен тачан одговор.

87. При равномерном квантовању одсецањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност грешке квантовања одређена је изразом:

а) $-\frac{\Delta}{2}$,

б) 0,

в) $\frac{\Delta}{2}$,

г) није понуђен тачан одговор.

88. При равномерном квантовању трајања временског интервала, са кораком квантовања T_0 , средња вредност грешке квантовања одређена је изразом:]

а) $-\frac{T_0}{2}$,

б) 0,

в) $\frac{T_0}{2}$,

г) није понуђен тачан одговор.

89. При равномерном квантовању додавањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност квадрата грешке квантовања одређена је изразом:

а) $\frac{\Delta^2}{3}$,

б) $\frac{\Delta^2}{4}$,

в) $\frac{\Delta^2}{6}$,

г) $\frac{\Delta^2}{12}$.

90. При равномерном квантовању заокругљивањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност квадрата грешке квантовања одређена је изразом:

а) $\frac{\Delta^2}{3}$,

б) $\frac{\Delta^2}{4}$,

в) $\frac{\Delta^2}{6}$,

г) $\frac{\Delta^2}{12}$.

91. При равномерном квантовању одсецањем, са кораком квантовања Δ , средња вредност квадрата грешке квантовања одређена је изразом:

а) $\frac{\Delta^2}{12}$,

б) $\frac{\Delta^2}{6}$,

в) $\frac{\Delta^2}{4}$,

г) $\frac{\Delta^2}{3}$.

92. При равномерном квантовању трајања временског интервала, са кораком квантовања T_0 , средња вредност квадрата грешке квантовања одређена је изразом:

а) $\frac{T_0^2}{12}$,

б) $\frac{T_0^2}{6}$,

в) $\frac{T_0^2}{4}$,

г) $\frac{T_0^2}{3}$.

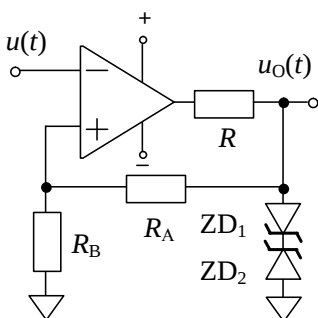
93. Коло са операционим појачавачем, приказано на слици, представља:

а) инвертујући појачавач-ограничавач,

б) неинвертујући појачавач-ограничавач,

в) инвертујући компаратор са хистерезисом,

г) неинвертујући компаратор са хистерезисом.



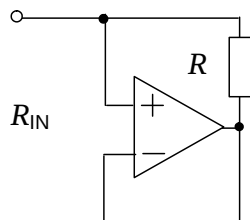
94. Улазна отпорност кола са савршеним операционим појачавачем, приказаног на слици, једнака је:

а) 0,

б) ∞ ,

в) R ,

г) $-R$.



95. Математички модел хармонијског осцилатора је једначина:

а) $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0$,

б) $\frac{d^2x}{dt^2} - \omega_0^2 x(t) = 0$,

в) $\frac{d^3x}{dt^3} + \omega_0 \frac{dx}{dt} = 0$,

г) $\frac{d^3x}{dt^3} + \omega_0^2 \frac{dx}{dt} = 0$.

96. Математички исказ Баркхаузеновог критеријума за успостављање сопствених осцилација у затвореном систему је:

а) $A\beta(j\omega_0)=1+j0$,

б) $A\beta(j\omega_0)=0+j1$,

в) $A/\beta(j\omega_0)=1$,

г) $A/\beta(j\omega_0)=-1$.

ОДГОВОРИ

1. в)	25. а)	49. а)	73. г)
2. г)	26. г)	50. г)	74. г)
3. б)	27. б)	51. а)	75. б)
4. б)	28. б)	52. а)	76. а)
5. а)	29. б)	53. б)	77. б)
6. г)	30. г)	54. а)	78. в)
7. в)	31. в)	55. в)	79. г)
8. б)	32. в)	56. б)	80. б)
9. в)	33. а)	57. г)	81. в)
10. г)	34. б)	58. а)	82. г)
11. в)	35. в)	59. б)	83. в)
12. а)	36. в)	60. а)	84. в)
13. г)	37. б)	61. б)	85. в)
14. в)	38. а)	62. в)	86. б)
15. в)	39. г)	63. б)	87. а)
16. а)	40. а)	64. б)	88. б)
17. в)	41. б)	65. а)	89. а)
18. а)	42. а)	66. б)	90. г)
19. а)	43. г)	67. б)	91. г)
20. а)	44. а)	68. а)	92. б)
21. в)	45. в)	69. г)	93. в)
22. б)	46. в)	70. г)	94. б)
23. а)	47. а)	71. в)	95. а)
24. в)	48. б)	72. б)	96. а)