

Петар Бошњаковић

*Специјална  
електронска кола*

Др Петар Бошњаковић  
Специјална електронска кола

Рецензенти

др Славица Маринковић,  
мр Борислав Хаџибабић.

Обрада и припрема текста  
др Петар Бошњаковић

Корице  
Ненад Толић

Издавач

Висока школа електротехнике и рачунарства,  
Војводе Степе 283, Београд

Наставно веће Високе школе електротехнике и рачунарства, на својој седници одржаној 15.03.2013. године одобрило је издавање и коришћење овог уџбеника у настави.

CIP - Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд  
621.38(075.8)

**БОШЊАКОВИЋ, Петар, 1945-**  
Специјална електронска кола / Петар  
Бошњаковић. - Београд : Висока школа  
електротехнике и рачунарства, 2013 ( Београд :  
Школски сервис Гајић) . - 316 стр . : илустр . ;  
24 cm

Тираж 40 . - Речник појмова: стр. 310 - 313. -  
Регистар .

ISBN 978-86-7982-154-6

а) Електроника  
COBISS.SR - ID 197737740

## ПРЕДГОВОР

Материја обрађена у овој књизи организована је у складу са програмом предмета Специјална електронска кола, који се, према наставним плановима акредитованих студијских програма, изучава на трећој години основних струковних студија на Високој школи електротехнике и рачунарства у Београду. Књига је намењена превасходно студентима и инжењерима који су као своје струковно опредељење изабрали електронику, али и онима чија се основна делатност или област интересовања ослања на електронику.

Обрађена материја подељена је на увод и 11 поглавља. Прво поглавље (“Електронска кола и системи”) даје системску основу напредног курса електронике. Поглавља “Претварачи импедансе”, “Логаритамски и антилогаритамски појачавачи” и “Множачи” посвећена су посебним поглављима аналогне електронике. У петом поглављу обрађени су основни елементи импулсне и дигиталне електронике, потребни за праћење даљег излагања у овом уџбенику. У шестом поглављу разматрају се осцилаторна кола.

Посебна пажња посвећена је проблематици трансформације облика представљања информација. У електронским уређајима информације које се обрађују представљене су најчешће вредношћу електричног потенцијала у одговарајућим тачкама кола, или јачином електричне струје у одређеној грани кола. Међутим, у извесним случајевима, као на пример при преносу на даљину, погодније је да информација буде садржана у временским параметрима електричних сигнала одређеног (погодно изабраног) таласног облика. На пример у ширини правоугаоних импулса, у учестаности, фази или периоду њиховог понављања. Овакав, импулсни начин представљања променљивих величина је погоднији не само за пренос, већ и за различите врсте математичке обраде, лако се може претворити у дигитални облик или, по потреби, вратити у аналогни облик. Током последњих деценија, област електронике која се бави променама облика представљања информација развијала се веома интензивно, како у погледу методологије тако и у погледу примењене технологије.

Концепт рукописа у потпуности је заснован на програмској концепцији основних струковних студија студијског програма Електроника и телекомуникације, у чији нуклеус спада овај предмет. Уџбеник ће олакшати студентима савлађивање знања предвиђених програмом Школе. Његовим издавањем значајно ће се изменити садашње стање у погледу расположиве литературе.

01.03.2013.

Аутор

# ОЗНАКЕ

|                |                                                                |                |                                                       |
|----------------|----------------------------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------------------|
| $a, A$         | аналогна величина, појачање                                    | $S$            | комплексна променљива                                 |
| $A_I$          | појачање струје                                                | $sgn$          | сигнум                                                |
| $A_i$          | појачање струје за мале сигнале                                | $\sin$         | синус                                                 |
| $A_U$          | појачање напона                                                | $t$            | време                                                 |
| $A_u$          | појачање напона за мале сигнале                                | $T$            | период                                                |
| $a_Q$          | дигитална величина која представља квантовану аналогу величину | $\mathcal{T}$  | скуп могућих вредности временског интервала           |
| $A/D$          | аналогно-дигитални претварач                                   | $T_I$          | интервал интеграције                                  |
| $a/f$          | претварач аналогне величине у учестаност                       | $T_r$          | интервал релаксације                                  |
| $u/f$          | претварач напона у учестаност                                  | $TC$           | температурски коефицијент                             |
| $arctg$        | аркустангенс                                                   | $u$            | тренутна вредност променљивог напона                  |
| $b$            | бинарна величина                                               | $u_{\sim}$     | наизменична компонента напона                         |
| $C$            | капацитивност                                                  | $U$            | стални напон                                          |
| $\cos$         | косинус                                                        | $U_{AV}$       | средња вредност укупног напона                        |
| $ctg$          | котангенс                                                      | $U_B$          | напон поларизације                                    |
| $d$            | дигитална величина,                                            | $U_F$          | директни (пропусни) стални напон диоде PN-споја       |
| $D/A$          | дигитално-аналогни претварач                                   | $u_F$          | тренутни укупни директни напон диоде (PN-споја)       |
| $E$            | јачина електричног поља                                        | $u_{IN}, u_I$  | тренутна вредност укупног променљивог напона на улазу |
| $f$            | учестаност                                                     | $u_{in}, u_i$  | наизменична компонента напона на излазу               |
| $f/u$          | претварач учестаности у напон                                  | $U_{IN}, U_I$  | стални напон на улазу                                 |
| $\mathcal{F}$  | скуп могућих вредности учестаности                             | $U_M$          | највећа вредност укупног напона                       |
| $g, G$         | електрична проводност                                          | $u_N$          | нормализовани напонски сигнал                         |
| $g_m$          | проводност преноса                                             | $u_{OUT}, u_O$ | тренутна вредност укупног променљивог напона на улазу |
| $h$            | Хевисајдова одскочна функција                                  | $u_{out}, u_o$ | наизменична компонента напона на излазу               |
| $i$            | тренутна вредност променљиве електричне струје                 | $U_{OUT}, U_O$ | стални напон на излазу                                |
| $I$            | стална електрична струја                                       | $U_R, U_{REF}$ | референтни напон                                      |
| $i_{IN}, i_I$  | тренутна вредност променљиве улазне струје                     | $U_{(TO)}$     | напон колена линеаризоване карактеристике диоде       |
| $Im$           | имагинарни део комплексног броја                               | $U_{(ZO)}$     | напон колена линеаризоване карактеристике Ценер-диоде |
| $i_{OUT}, i_O$ | тренутна вредност променљиве излазне струје                    | $V$            | потенцијал                                            |
| $i_o$          | наизменична компонента излазне струје                          | $W$            | енергија                                              |
| $I_O$          | стална излазна струја                                          | $W(j\omega)$   | фреквенцијска карактеристика, фреквенцијски одзив     |
| $i_{\sim}$     | наизменична компонента променљиве струје                       | $W(\omega)$    | модуо фреквенцијске карактеристике                    |
| $j$            | имагинарна јединица                                            | $W(s)$         | функција преноса                                      |
| $J$            | интеграциона константа                                         | $Z$            | импеданса                                             |
| $k, K$         | појачање                                                       | $Z(\omega)$    | модуо импедансе                                       |
| $k$            | хибридни матрични параметри четворопола                        | $\alpha$       | угао                                                  |
| $k_D$          | сачинилац преноса делитеља                                     | $\beta$        | сачинилац преноса (појачања) у грани повратне спреге, |
| $k_I$          | сачинилац преноса интегратора                                  | $\delta$       | појачање струје биполарног транзистора                |
| $k_M$          | сачинилац преноса множача                                      | $\Delta$       | промена                                               |
| $L$            | индуктивност                                                   | $\tau$         | прираштај, промена, одступање                         |
| $N$            | број                                                           | $\varphi$      | временска константа                                   |
| $p(t)$         | тренутна вредност електричне снаге                             | $\omega$       | угао, разлика фаза                                    |
| $P$            | активна снага                                                  |                | угаона брзина (учестаност)                            |
| $q$            | грешка квантовања                                              |                |                                                       |
| $r, R$         | електрична отпорност                                           |                |                                                       |
| $Re$           | реални део комплексног броја                                   |                |                                                       |

# САДРЖАЈ

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| УВОД                                          | 1  |
| 1. ЕЛЕКТРОНСКА КОЛА И СИСТЕМИ                 | 5  |
| 1.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                          | 6  |
| 1.2. ВРСТЕ СИСТЕМА                            | 9  |
| 1.2.1. АНАЛОГНИ СИСТЕМИ                       | 11 |
| 1.2.2. ДИГИТАЛНИ СИСТЕМИ                      | 12 |
| 1.2.3. ХИБРИДНИ СИСТЕМИ                       | 14 |
| 1.3. ЕЛЕМЕНТИ И СИСТЕМИ ТИПА УЛАЗ-ИЗЛАЗ       | 18 |
| 1.3.1. ЛИНЕАРНИ ЕЛЕМЕНТИ И СИСТЕМИ            | 20 |
| 2. ПРЕТВАРАЧИ ИМПЕДАНСЕ                       | 23 |
| 2.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                          | 23 |
| 2.1.1. ЕЛЕМЕНТИ СА ВИШЕ ПРИСТУПА              | 26 |
| 2.2. ПРИЛАГОЂЕЊЕ ИМПЕДАНСЕ                    | 31 |
| 2.3. КОНВЕРТОРИ ИМПЕДАНСЕ                     | 32 |
| 2.3.1. ПОЗИТИВНИ КОНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ          | 32 |
| 2.3.2. НЕГАТИВНИ КОНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ          | 34 |
| 2.4. ИНВЕРТОРИ ИМПЕДАНСЕ                      | 36 |
| 2.4.1. ПОЗИТИВНИ ИНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ           | 36 |
| 2.4.2. НЕГАТИВНИ ИНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ           | 38 |
| 2.5. НЕГАТИВНА ОТПОРНОСТ                      | 38 |
| 2.6. НЕГАТИВНА ИМПЕДАНСА                      | 40 |
| 2.7. АКТИВНИ РЕАКТИВНИ ЕЛЕМЕНТИ               | 42 |
| 3. ЛОГАРИТАМСКИ И АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ | 45 |
| 3.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                          | 47 |
| 3.2. ЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ                  | 48 |
| 3.2.1. ПРИНЦИП РАДА                           | 48 |
| 3.3. АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧ               | 50 |
| 3.4. ПРИМЕНА                                  | 53 |
| 3.4.1. СТЕПЕНОВАЊЕ                            | 53 |
| 3.4.2. ДЕЉЕЊЕ                                 | 54 |
| 3.4.3. МНОЖЕЊЕ                                | 55 |
| 3.5. ВИШЕНАМЕНСКИ ГЕНЕРАТОРИ ФУНКЦИЈА         | 55 |
| 4. МНОЖАЧИ                                    | 59 |
| 4.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                          | 59 |
| 4.1.1. АНАЛОГНИ МНОЖАЧИ                       | 60 |
| 4.2. СВОЈСТВА АНАЛОГНИХ МНОЖАЧА               | 63 |
| 4.2.1. СТАТИЧКА КАРАКТЕРИСТИКА                | 63 |
| 4.2.2. ДИНАМИЧКА СВОЈСТВА                     | 67 |
| 4.3. ВРСТЕ МНОЖАЧА                            | 67 |
| 4.4. МНОЖАЧИ НА БАЗИ ПРОМЕНЉИВЕ ОТПОРНОСТИ    | 69 |
| 4.5. МНОЖАЧИ НА БАЗИ ХОЛОВОГ ЕФЕКТА           | 73 |

|         |                                                |     |
|---------|------------------------------------------------|-----|
| 4.6.    | МНОЖАЧИ НА БАЗИ ТРАНСКОНДУКТАНСЕ               | 74  |
| 4.7.    | МНОЖАЧИ НА БАЗИ КВАДРАТОРА                     | 76  |
| 4.8.    | МНОЖАЧИ ТИПА <i>log/antilog</i>                | 76  |
| 4.9.    | ИМПУЛСНИ МНОЖАЧИ                               | 77  |
| 4.9.1.  | ПРИНЦИП РАДА                                   | 77  |
| 4.9.2.  | ДВОКВАДРАНТНИ МНОЖАЧИ                          | 80  |
| 4.9.3.  | ЧЕТВОРОКВАДРАНТНИ МНОЖАЧИ                      | 84  |
| 4.10.   | ИНТЕГРИСАНИ МНОЖАЧИ                            | 85  |
| 4.10.1. | КАРАКТЕРИСТИКЕ УЛАЗА                           | 86  |
| 4.10.2. | КАРАКТЕРИСТИКЕ ИЗЛАЗА                          | 86  |
| 4.10.3. | КАРАКТЕРИСТИКЕ ПРЕНОСА                         | 86  |
| 4.10.4. | КАРАКТЕРИСТИКЕ НАПАЈАЊА                        | 87  |
| 4.10.5. | УСЛОВИ ОКОЛИНЕ                                 | 87  |
| 4.11.   | ПРИМЕНА                                        | 88  |
| 4.11.1. | ОСТВАРИВАЊЕ АРИТМЕТИЧКИХ ОПЕРАЦИЈА             | 88  |
| 4.11.2. | АМПЛИТУДСКА МОДУЛАЦИЈА                         | 88  |
| 4.11.3. | УДВАЈАЊЕ УЧЕСТАНОСТИ                           | 89  |
| 4.11.4. | МЕРЕЊЕ РАЗЛИКЕ ФАЗА                            | 90  |
| 4.11.5. | МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СНАГЕ                        | 90  |
| 5.      | ИМПУЛСНА И ДИГИТАЛНА ТЕХНИКА                   | 93  |
| 5.1     | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                | 94  |
| 5.2     | ЛИНЕАРНА ПАСИВНА КОЛА ЗА УОБЛИЧАВАЊЕ ИМПУЛСА   | 97  |
| 5.2.1.  | ПАСИВНИ ИНТЕГРАТОР                             | 98  |
| 5.2.2.  | ПАСИВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАТОР                         | 99  |
| 5.3     | ЕЛЕКТРОНСКИ ПРЕКИДАЧИ                          | 100 |
| 5.3.1.  | ПРЕКИДАЧКИ ЕЛЕМЕНТИ                            | 102 |
| 5.4     | НЕЛИНЕАРНА ПАСИВНА КОЛА ЗА УОБЛИЧАВАЊЕ ИМПУЛСА | 103 |
| 5.4.1.  | ОГРАНИЧАВАЧИ                                   | 103 |
| 5.4.2.  | УСМЕРАЧИ                                       | 103 |
| 5.5     | КОМПАРАТОРИ                                    | 105 |
| 5.5.1.  | КОМПАРАТОРИ СА ХИСТЕРЕЗИСОМ                    | 106 |
| 5.6     | ЛОГИЧКЕ ОПЕРАЦИЈЕ И КОЛА                       | 110 |
| 5.7     | КОМБИНАЦИОНЕ ЛОГИЧКЕ МРЕЖЕ                     | 115 |
| 5.8     | МЕМОРИЈСКИ ЕЛЕМЕНТИ                            | 117 |
| 5.9     | БРОЈАЧИ                                        | 121 |
| 5.10    | МОНОСТАБИЛНА КОЛА                              | 123 |
| 5.10.1. | ДИГИТАЛНА МОНОСТАБИЛНА КОЛА                    | 125 |
| 6.      | ОСЦИЛАТОРИ                                     | 127 |
| 6.1     | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                | 127 |
| 6.2.    | ХАРМОНИЈСКИ ОСЦИЛАТОРИ                         | 130 |
| 6.2.1.  | УСЛОВ ОСЦИЛОВАЊА                               | 134 |
| 6.2.2.  | LC-ОСЦИЛАТОРИ                                  | 137 |
| 6.2.3.  | КОЛПИЦОВ ОСЦИЛАТОР                             | 140 |
| 6.2.4.  | ХАРТЛЕЈЕВ ОСЦИЛАТОР                            | 140 |
| 6.2.5.  | RC-ОСЦИЛАТОР СА ВИНОВИМ МОСТОМ                 | 143 |

|         |                                                                     |     |
|---------|---------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2.6.  | RC-ОСЦИЛАТОРИ СА ПОМЕРАЊЕМ ФАЗЕ                                     | 146 |
| 6.2.7.  | SIN/COS ОСЦИЛАТОРИ                                                  | 150 |
| 6.2.8.  | ОСЦИЛАТОРИ СА КРИСТАЛОМ КВАРЦА                                      | 151 |
| 6.3.    | НЕСИНУСНИ ОСЦИЛАТОРИ                                                | 153 |
| 6.3.1.  | НЕСИНУСНИ ОСЦИЛАТОРИ ИНТЕГРАЦИОНОГ ТИПА                             | 153 |
| 6.3.2.  | РЕЛАКСАЦИОНИ ОСЦИЛАТОРИ СА НЕГАТИВНОМ ДИНАМИЧКОМ ОТПОРНОШЋУ         | 157 |
| 6.3.3.  | RC-ОСЦИЛАТОР СА ОПЕРАЦИОНИМ ПОЈАЧАВАЧЕМ                             | 161 |
| 7.      | ПРЕТВАРАЧИ УЧЕСТАНОСТИ У НАПОН                                      | 167 |
| 7.1.    | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                                     | 167 |
| 7.2.    | ПОСТУПЦИ $f \rightarrow U$ ПРЕСЛИКАВАЊА                             | 169 |
| 7.3.    | $f \rightarrow u$ ПРЕТВАРАЧИ НА БАЗИ УОБЛИЧАВАЊА ИМПУЛСА            | 172 |
| 7.4.    | ГЕНЕРАТОРИ НОРМАЛИЗОВАНИХ ИМПУЛСА                                   | 177 |
| 7.5.    | ПРАКТИЧНА РЕШЕЊА $f \rightarrow u$ ПРЕТВАРАЧА                       | 181 |
| 8.      | ПРЕТВАРАЧИ АНАЛОГНИХ ВЕЛИЧИНА У УЧЕСТАНОСТ                          | 187 |
| 8.1.    | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                                     | 187 |
| 8.2.    | ИНТЕГРАЦИОНИ $a \rightarrow f$ ПРЕТВАРАЧИ                           | 191 |
| 8.3.    | МЕТОД ЈЕДНОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ                                       | 193 |
| 8.3.1.  | ПОБОЉШАЊЕ ЛИНЕАРНОСТИ $u/f$ ПРЕТВАРАЧА СА ЈЕДНОСТРАНОМ ИНТЕГРАЦИЈОМ | 196 |
| 8.4.    | МЕТОД ДВОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ                                         | 197 |
| 8.5.    | МЕТОД ДИНАМИЧКЕ РАВНОТЕЖЕ                                           | 199 |
| 9.      | ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ                                       | 207 |
| 9.1.    | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                                     | 207 |
| 9.2.    | КЛАСИФИКАЦИЈА МЕТОДА ПРЕТВАРАЊА                                     | 210 |
| 9.3.    | ИМПУЛСНИ ПРЕТВАРАЧИ                                                 | 211 |
| 9.4.    | ЕЛЕКТРИЧНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ                                           | 214 |
| 9.4.1.  | КЛАСИФИКАЦИЈА ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРЕТВАРАЧА                                | 214 |
| 9.4.2.  | ПАРАМЕТАРСКИ ПРЕТВАРАЧИ                                             | 216 |
| 9.4.3.  | АКТИВНИ ПРЕТВАРАЧИ                                                  | 219 |
| 9.5.    | МНОЖЕЋИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ                                              | 230 |
| 9.6.    | ИНТЕГРИСАНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ                                          | 231 |
| 9.6.1.  | КАРАКТЕРИСТИКЕ Д/А ПРЕТВАРАЧА                                       | 235 |
| 10.     | АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ ПРЕТВАРАЧИ                                       | 239 |
| 10.1.   | ОСНОВНИ ПОЈМОВИ                                                     | 240 |
| 10.2.   | КВАНТОВАЊЕ                                                          | 243 |
| 10.3.   | МЕТОД ИСТОВРЕМЕНОГ ПОРЕЂЕЊА                                         | 248 |
| 10.4.   | КВАНТОВАЊЕ УРАВНОТЕЖАВАЊЕМ                                          | 250 |
| 10.4.1. | БРОЈАЧКИ ПОСТУПАК                                                   | 251 |
| 10.4.2. | УРАВНОТЕЖАВАЊЕ ПОСТУПКОМ СУКЦЕСИВНЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ                   | 253 |
| 10.5.   | МЕТОДЕ ПОСРЕДНОГ ПРЕТВАРАЊА                                         | 255 |

|                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------|-----|
| 10.5.1. ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow T \rightarrow N$                     | 255 |
| 10.5.2. ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow f \rightarrow N$                     | 260 |
| 10.5.3. ВИШЕСТРУКО ПРЕТВАРАЊЕ<br>НА БАЗИ ИНТЕГРАЦИЈЕ                   | 262 |
| 11. СИСТЕМИ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ                                       | 269 |
| 11.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ О ПОВРАТНОЈ СПРЕЗИ                               | 269 |
| 11.2. ПОЈАЧАВАЧ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ                                   | 271 |
| 11.2.1. ПОЈАЧАВАЧ НАПОНА<br>СА НЕГАТИВНОМ ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ            | 274 |
| 11.2.2. ФУНКЦИЈА ПРЕНОСА ПОЈАЧАВАЧА<br>СА НЕГАТИВНОМ ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ | 275 |
| 11.3. ОСТВАРИВАЊЕ ИНВЕРЗНЕ ФУНКЦИЈЕ                                    | 277 |
| 11.3.1. МНОЖЕЊЕ И ДЕЛЕЊЕ                                               | 277 |
| 11.3.2. КОРЕНОВАЊЕ                                                     | 278 |
| 11.4. ИЗРАЧУНАВАЊЕ ЕФЕКТИВНЕ ВРЕДНОСТИ                                 | 280 |
| 11.5. ЛИНЕАРИЗАЦИЈА СТАТИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ<br>ПРЕТВАРАЧА              | 285 |
| 11.5.1. $a \rightarrow f$ ПРЕТВАРАЧ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ               | 286 |
| 11.6. ФАЗНА ПОВРАТНА СПРЕГА                                            | 287 |
| 11.6.1. МНОЖАЧ УЧЕСТАНОСТИ                                             | 289 |
| 11.6.2. КОМПОНЕНТЕ <i>PLL-СИСТЕМА</i>                                  | 290 |
| 12. ПРОБЛЕМИ                                                           | 299 |
| 13. ОЗНАЧАВАЊЕ                                                         | 305 |
| 14. РЕЧНИК ПОЈМОВА                                                     | 310 |
| 15. ИНДЕКС                                                             | 314 |

“Није довољно  
стећи знање,  
Треба га и  
употребити.”

*Cicero*



## УВОД

Електроника представља врло пространу област која обухвата различита научна знања и мноштво техничких примена. У практичном смислу може да се дефинише као “подручје електротехнике у којем се користи својство несиметричне проводности”<sup>1</sup>. У најопштијем смислу, описује се као “област физике која се бави емисијом, понашањем и деловањем електрона, и електронским уређајима”<sup>2</sup>. Познавање физичких основа електронике, структуре и својстава средине у којој постоји кретање наелектрисања, несумњиво је значајно за сагледавање процеса образовања електричне струје у њима, развој и правилну примену елемената заснованих на појавама електричне проводности у вакууму, гасовима и чврстим телима, пројектовање и развој сложених електронских кола. Теоријска подлога електронике, као техничке дисциплине, знатно је шира. Поред физике, њу чине и теорија система и сигнала, анализа и синтеза електричних кола, прекидачка алгебра и математичка логика. Са техничке стране, електроника као струка, ослања се на различите технологије производње електронских елемената и компонената, као и њиховог повезивања у све сложеније уређаје, док њену практичну суштину обликује конкретно подручје употребе. Међу најзначајније области примене електронике убрајају се пренос и обрада података, мерна техника, аутоматика и енергетика.

Проучавање физичких процеса и појава, метода реализације система, производња и експлоатација одговарајућих техничких средстава за пренос порука предмет су телекомуникација. У овој области људског знања, која се веома бурно развијала током последњих стотину година, разматрају се “механизми” преноса порука у одређеној средини, истражују и пореде различити поступци и средства за преношење, при чему смисао и делотворност поруке немају никакав значај. Настанак електронике, почетком двадесетог века, управо је повезан са техником преношења порука. Од тада, па до данашњих дана, усавршавање технике обраде и преноса информација нераскидиво је спрегнуто са достигнућима електронике.

Од самог почетка електроника се развија великом брзином вршећи огроман утицај на развој цивилизације. Бројна унапређења у области производње електронских елемената, а посебно појава интегрисаних електронских кола, унела су велике измене у методологију пројектовања функционалних делова електронских уређаја и допринела њиховој свестраној употреби. Микроелектроника је извршила снажан утицај на развој технике и допринела развоју нове области која се назива нанотехнологија<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> Међународни електротехнички речник, Савезни завод за стандардизацију, 1996.

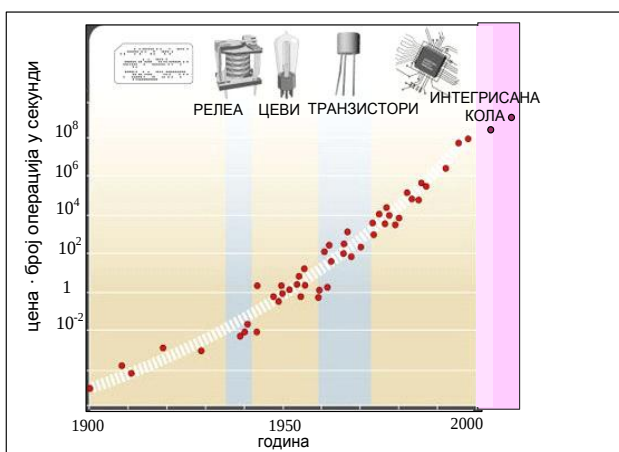
<sup>2</sup> *Electronics, Encyclopedia Britannica, www.britannica.com.*

<sup>3</sup> Под овим називом подразумева се производња склопова чије су димензије и толеранције у опсегу од 0,01 nm до 100 nm.

Развој телекомуникационе технике<sup>4</sup>, нераскидиво је повезан са развојем електронике. Ако се занемаре поступци као што су слање димних сигнала, махање рукама и заставицама, давање звучних сигнала и коришћење класичних електромеханичких направа, пренос информација на даљину данас се остварује искључиво електронским средствима, као што су радио и телевизијски предајници и пријемници, уређаји за пренос података, телефонске централе, комуникационе подстанице и сателити. Без електронике не би могао да се оствари ни систем који омогућује одређивање положаја било које тачке на површини Земље (*Global Positioning System, GPS*) са прецизношћу бољом од 10 m, дистрибуцију временске скале са тачношћу бољом од 100 ns, као и мерење брзине кретања на основу ових података. Првенствено развијен за војне сврхе, овај систем примењује се и за цивилне потребе у геодезији, саобраћају и електропривреди.

Рачунарска техника је друга значајна област чији је развој непосредно повезан са електроником. Већ деценијама се под називом “рачунар” подразумева искључиво електронски уређај, иако су прве рачунске машине биле механичке, а неки облици таквих рачунских уређаја су све до недавно коришћени (регистар касе, таксиметри, мерни коректори запремине гаса...).

Анализа динамике производње интегрисаних кола у првим годинама развоја показала је да се капацитет интегрисаних меморијских кола удвостручава приближно сваких 12 месеци. Ово запажање је данас познато под називом “Муров закон” и обично се наводи у облику: “број транзистора у интегрисаним електронским колима се удвостручава сваких 12 до 18 месеци”. Ако се посматра целокупни развој рачунарског хардвера, почевши од електромеханичких решења на почетку двадесетог века, до данас, када се производе рачунари који садрже милијарде електронских елемената, уочава се истоветан карактер развоја, приближно по експоненцијалном закону. Ако се производ брзине извршавања логичких операција и цене уређаја усвоји као показатељ перформанси, на дијаграму са логаритамском размером, добија се приближно линеарна зависност.



Развој рачунарске технике

<sup>4</sup> Телекомуникације су грана људске делатности која се бави преношењем порука, вести или саопштења од једног места до неке друге удаљене тачке посредством електромагнетских система.

Мерна техника такође спада у области у које је електроника веома брзо продира. Уређаји којима су се, на почетку “доба електрицитета”, мериле електричне величине (напон и струја) били су електромеханички. Усавршене електронске компоненте стварале су услове за сагледавање и дефинисање нових конструкција и концепција мерних система. Савремени осцилоскопи омогућују визуелни приказ сигнала еквивалентном брзином одабирања (*sampling rate*) од преко милијарду узорака у секунди. Данас електронски мерни инструменти преовлађују не само када су у питању електричне, него и неелектричне величине. Зависност параметара електричних кола од неелектричних величина као што су дужина, температура, напрезање, концентрација и слично, омогућило је ширење домена технике електричних мерења на мерење готово свих (физичких) величина. Помоћу термоелектричног сензора измерена је температура звезда. Силицијумски сензори су омогућили електронско мерење деформације, силе, притиска, светлосне јачине, садржаја кисеоника у крви и других неелектричних величина, пружајући при том високу тачност, велику осетљивост, незнатно повратно дејство на објекат мерења и, што је веома значајно, могућност за аутоматску електронску обраду мерних сигнала. Захваљујући микроелектроници развијени су минијатурни телеметријски **ендосистеми** чијом имплантацијом се не ремети стање организма чији се физиолошки параметри прате. Микропроцесори су постали инхерентно обележје уређаја којима се извршавају различита мерења, од параметара електричних сигнала, карактеристика електричних кола и њихових елемената, до мерења широког спектра физичких (неелектричних) величина.

Продор електронике у област мерне технике утицао је на побољшање многих карактеристика мерних уређаја, придодаво им нова својства, открио нове путеве за решавање мноштва проблема. Усавршена технологија производње електронских компонената омогућила је, са једне стране, побољшање функционалности мерних уређаја - појаву и експанзију вишефункционалних уређаја и система, а са друге, потпуну аутоматизацију обраде података добијених мерењем. Линеаризација, компензација промена утицајних величина и израчунавања вредности посредно мерених величина обављају се програмски. Програмабилност је постала фундаментално својство мерних уређаја и система којима се, последњих деценија, све чешће приписује атрибут “интелигентни”.

Прве примене електронских елемената у индустрији, пре свега у уређајима за надзор и управљање сложеним процесима, биле су у периоду након Другог светског рата. Због ограниченог радног века електронске цеви, које су у то време биле на располагању, нису давале задовољавајуће резултате. Међутим, аутоматско управљање сложеним динамичким процесима није могуће остварити без електронских уређаја. Електронски елементи и кола су прилагођени раду у “непријатељском окружењу” које представљају индустријски погони. Развој индустријске електронике, која се бави применама електронских кола и уређаја у производним процесима, значајно је убрзан применом технологије засноване на полупроводницима. Електроника је представљала предуслов синтезе аутоматике и рачунарске

технике, омогућујући појаву тзв. процесних рачунара и настанак SCADA система<sup>5</sup> који обрађују хиљаде процесних сигнала. Темељи система управљања процесима у разноврсним индустријским областима засновани су на достигнућима теорије аутоматског управљања, технологије хидрауличких, пнеуматских и електромеханичких компонената, али и електронике. Мерни и управљачки блок, есенцијални делови савремених система аутоматског управљања, електронски су уређаји чија својства одређују и својства система у целини.

Електроенергетика представља једну од области која свој развој тесно повезује са применом електронике. Енергија представља један од најбитнијих услова за остваривање процеса друштвене репродукције. Ова чињеница даје системима за производњу, пренос и дистрибуцију енергије изузетан економски и општедруштвени значај. Драматично повећање обима потрошње условило је не само квантитативан раст система, повећање снаге енергетских извора и дистрибутивне мреже, него и развој културе експлоатације, наметнуло потребу за оптимизацијом режима његовог рада, за применом рачунарске технике и аутоматског управљања технолошким процесима за чије одвијање је неопходна електрична енергија.

Минијатуризација, интеграција, компјутеризација..., сва ова технолошка обележја последњих деценија резултат су развоја електронике који је условио и наметнуо потребу за другачијим приступом развоју и примени техничких средстава, омогућио појаву нових универзалних "алата" у науци и техници, као што су неуронске мреже, "расплинута логика" (*fuzzi logic*), експертни системи и виртуелни инструменти. Електроника је, без сумње, била обележје двадесетог века. Она не само да је омогућила поглед у свет микро- и макрокосмоса, средствима као што су електронски микроскоп, електронски телескоп, космичке сонде, него и допринела стварању нових појмова као што су телемедицина, мултимедиа, електронско трговинско право и електронски рат. Бављење електроником подразумева систематизовање неких знања стечених из физике, електротехнике и математике, њихово повезивање и обликовање у нешто што се може назвати "инжењерским начином размишљања".

---

<sup>5</sup> Систем који (даљински) надгледа и управља процесом (*Supervisory Control And Data Acquisition*).

“Све природне појаве  
су само математички  
резултати малог броја  
непроменљивих закона.”

*Pierre Simon  
de la Laplace*



## 1.

# ЕЛЕКТРОНСКА КОЛА И СИСТЕМИ

У електронским уређајима информације<sup>1</sup> су представљене у облику електричних сигнала који могу да имају различиту физичку природу, али и различита својства када се посматрају као променљиве величине у функцији времена. У најопштијем смислу, сигнал<sup>2</sup> је променљива физичка величина, чије неко квантитативно обележје садржи информацију о величини коју сигнал представља [1]. У електроници сигнали су електричне величине, функције времена. Један или више параметара сигнала садрже (“носе”) информацију о једној или више променљивих величина. Ови параметри се називају информациони параметри [2].

На почетку свог развоја електроника се искључиво бавила аналогним<sup>3</sup> величинама. Под овим називом подразумевају се величине чија вредност може да се, унутар неког опсега, мења у неограничено малим корацима, што значи да се таква величина може, теоријски, представити са бесконачно фином резолуцијом<sup>4</sup>. Информациони параметар аналогног сигнала може да има било коју могућу вредност у одређеном опсегу, при чему је његова област дефинисаности (посматраног у функцији времена) повезана<sup>5</sup>. Такав параметар је аналогна величина непрекидна по времену и може непрекидно да прати вредност неке друге физичке величине коју генерише извор информације.

Посебну групу представљају сигнали код којих информациони параметар представља дигиталну<sup>6</sup> величину, која може да има само коначан

---

<sup>1</sup> У ширем значењу, под појмом информација (од латинске речи *informatio*, обавештење, извештај) подразумева се знање, сазнање о неким новим, раније непознатим чињеницама, које може да се представи у облику погодном за пренос, чување или обраду. Информација може бити изражена помоћу знакова, слика или звука.

<sup>2</sup> Од лат. *signum*, знак.

<sup>3</sup> Аналогне физичке појаве су међусобно различите појаве у физици (механици, термодинамици, електротехници) које се могу описати истим аналитичким изразима (назив потиче од грчке речи *analogos*, сличан, сродан, истоврсан). Аналогне (електричне) величине су сличне физичким величинама у свакодневном животу, као што су дужина, маса, брзина кретања, притисак и температура.

<sup>4</sup> Способност разлагања (од лат. *resolutio*, разлучивање, растављање). У мерној техници се под овим називом подразумева најмања промена мерене или задате величине при којој се може очитати њена вредност без интерполације (процене на основу познатих суседних вредности).

<sup>5</sup> Скуп могућих вредности аналогне величине се може представити као одсечак бројевне праве. Скуп је густ, између сваке две различите вредности аналогне величине постоји вредност која такође припада дефинисаном скупу могућих вредности..

<sup>6</sup> У теорији информација, дигит је члан коначног скупа ненегативних целих бројева који се користи за представљање информација (бројчани знак, цифра, од лат. *digitus*, прст).

број дискретних<sup>7</sup> вредности. Дигитална електроника је представљала најдинамичније подручје електронике. Захваљујући њеном развоју, рачунари су трансформисани од "постројења", која су за свој рад захтевала око 200 kW електричне снаге, у преносиве уређаје, огромних могућности, са више од две хиљаде пута мањом потрошњом.

Полупроводничка технологија је убрзала развој дигиталне технике и омогућила њен продор и у она подручја која су, не тако давно, представљала делове области апсолутне доминације аналогних решења. Дигитална електронска кола високог степена интеграције отворила су нове хоризонте и пружила неслућене могућности. Теорема одабирања дефинисана у оквирима математичке теорије телекомуникација, представљала је основу на којој је дигитална обрада сигнала добила изузетно значајну улогу у разноврсним подручјима технике као ефикасно средство за анализу спектра, филтрирање, смањивање шума, статистичку анализу, истраживање прелазних појава, као и синтезу временски променљивих сигнала. Електронски аналогно-дигитални и дигитално-аналогни претварачи омогућили су да се и брзо променљиви аналогни сигнали могу обрађивати дигитално. Технологија заснована на силицијуму створила је услове за остваривање компактних сложених електронских кола у којима се врши мешовита обрада сигнала, а тиме допринела сагледавању и дефинисању нових конструкција и концепција разноврсних уређаја и система.

## 1.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Електронски уређај (*electronic device*) је скуп међусобно повезаних елемената у којима се електромагнетска енергија користи да би се обавила одређена функција. Елемент уређаја је његов саставни део који се не може поделити на мање делове, а да се не изгубе карактеристична својства, односно функције. Елемент који је описан само једним параметром назива се савршени елемент.

Основни пасивни<sup>8</sup> електрични елементи са два прикључка су отпорник (*resistor*), кондензатор (*capacitor*) и индуктивни намотај (*inductor*). Отпорник је елемент у којем се електрична енергија претвара у топлотну [3]. Његова основна карактеристична величина је отпорност<sup>9</sup>. Кондензатор је елемент у којем се електрична енергија акумулира<sup>10</sup> у облику електростатичке енергије. Његова основна карактеристична величина је капацитивност (*capacitance*). Индуктивни намотај (калем) је елемент у којем се електрична енергија

---

<sup>7</sup> Раздвојен, различит (од лат. *discernere*, раздвојити, одвојити).

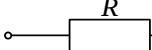
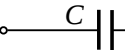
<sup>8</sup> Назив потиче од лат. *passivus*, који не ради, неделатан. Пасивни елемент електричног кола је елемент за који интеграл електричне снаге не може да буде негативан током било којег временског интервала који обухвата тренутак првог снабдевања енергијом.

<sup>9</sup> У општем случају, отпорност (*resistance*, од лат. *resistentia*, одупирање, противљење) симболизује процес неповратног претварања електричне енергије у неки други облик. Елементи у којима се електрична енергија претвара у механичку, топлотну или светлосну називају се "оптерећење" (*load*).

<sup>10</sup> Од лат. *accumulare*, нагомил(ав)ати, стицати.

сакупља у облику магнетске енергије. Његова основна карактеристична величина је индуктивност (*inductance*).

Елементи који поседују својство нагомилавања енергије и могу, касније, да је пренесу другим елементима са којима су повезани, називају се “реактивни” елементи<sup>11</sup> [4]. На слици 1.1. су приказани графички симболи којима се у овој књизи представљају савршени пасивни елементи, одговарајуће дефиниционе једначине, као и својства ових елемената са једним приступом.

|                 | Отпорник                                                                          | Кондензатор                                                                       | Калем                                                                              |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| графички симбол |  |  |  |
| дефиниција      | $R = \frac{u(t)}{i(t)}$                                                           | $C = \frac{i(t)}{\frac{du}{dt}}$                                                  | $L = \frac{u(t)}{\frac{di}{dt}}$                                                   |
| напон           | $u(t) = Ri(t)$                                                                    | $u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + U_0$                                       | $u(t) = L \frac{di}{dt}$                                                           |
| снага/енергија  | $p = Ri^2$                                                                        | $W_C = \frac{1}{2} Cu^2$                                                          | $W_L = \frac{1}{2} Li^2$                                                           |

Слика 1.1. Савршени пасивни елементи са два краја

Скуп повезаних елемената назива се “коло” (*circuit*) [5]. Електромагнетски процеси у електронским елементима, колима и системима описују се помоћу појмова: напон, струја, снага, енергија. Електрично коло (*electric circuit*) представља скуп елемената (уређаја или средина) у којима могу да постоје електричне струје [6]. Са становишта теоријске анализе, елемент електромагнетског кола је модел који садржи једну или више релација између електричних величина [7]. Елемент електричног кола (*electric circuit element*) је такав елемент чији модел садржи само електричне величине, а електрично коло је коло које се састоји само од таквих, електричних елемената [8].

Елементи који могу да снабдевају енергијом друге елементе са којима су повезани представљају активне електричне елементе<sup>12</sup>. Они имају способност да неки други облик енергије претварају у електричну енергију. У електроници у активне елементе се убрајају и елементи са три или више прикључака који могу да неком електричном колу, са којим су повезани на одговарајући начин, проследе енергију која је већа од енергије коју су преузели из кола које управља њиховим стањем. То су појачавачки елементи.

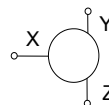
Ефекат појачања у електроници је заснован на утицају који електрично поље има на својства средине кроз коју се остварује кретање носилаца наелектрисања. Деловањем улазног напона утиче се на вредност излазне струје

<sup>11</sup> Назив потиче од лат. *reactivare*, вратити у дејство. При синусној побуди реактивног елемента, интеграл електричне снаге током једног периода једнак је нули.

<sup>12</sup> У теорији кола, активни елемент се дефинише као елемент који није пасиван. Назив потиче од лат. *activus*, делатан, радан, вредан.

тако да она представља слику улазне величине. То омогућује да се енергија која се преноси оптерећењу узима из неког другог извора, а не из извора сигнала који носи информацију. Носиоци наелектрисања у појачавачком елементу су електрони (електронске цеви, транзистори са ефектом поља  $N$ -типа), електрони и шупљине (биполарни транзистори) или само шупљине (транзистори са ефектом поља  $P$ -типа).

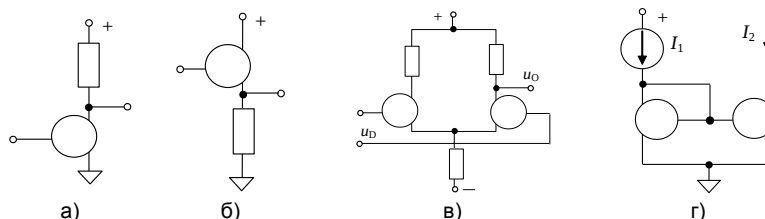
Независно од "механизма" рада, основни појачавачки елементи у електроници су елементи са три краја [9]. Улазни сигнал делује између управљачког прикључка ( $X$ ) и једног од друга два прикључка ( $Y$ ,  $Z$ ). Другим речима, управљачка електрода (решетка, база, гејт) увек припада улазном колу. Под заједничким крајем (*common terminal*) подразумева се прикључак за чији потенцијал може да се сматра да не зависи од вредности улазне величине.



Основно обележје појачавачког елемента је карактеристика преноса, која описује како улазна величина (напон  $u_i$ ) утиче на вредност излазне величине (струје  $i_o$ )<sup>13</sup>:

$$i_Y = i_Y(u_{XZ}) \quad (1.1)$$

Постоји невелики број основних спојева појачавачких елемената, од којих су најзначајнији приказани на слици 1.2. Инвертујући спој (слика 1.2.а) омогућује остваривање појачања које је знатно веће од јединице. Неинвертујући спој (слика 1.2.б) омогућује прилагођење импедансе. Диференцијални спој два идентична елемента (слика 1.2.в) омогућује појачање напона који није дефинисан у односу на референтни потенцијал кола. Струјно огледало (слика 1.2.г) се користи као извор струје управљан струјом.

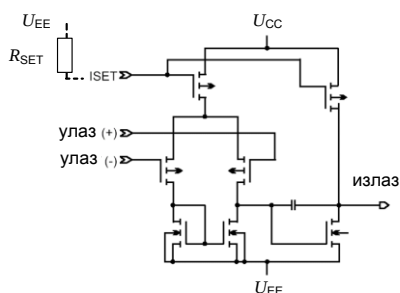


Слика 1.2. Основни спојеви троуполних појачавачких елемената

Помоћу оваквих структура обављају се основне операције обраде сигнала у електронским уређајима: појачање, усмеравање, ограничавање, поређење, осциловање, прекидање, логичка и математичка обрада. Оне могу да се посматрају као "библиотеке" јединице које представљају елементе "експертног система" за пројектовање сложених електронских целина, као што је, на пример, диференцијални појачавач (*differential amplifier*) приказан на слици 1.3. Четири појачавача, чије је појачање 90 dB (типично), израђена су као једно монолитно<sup>14</sup> интегрисано коло, засновано на примени основних спојева троуполних појачавачких елемената у *CMOS* технологији: извора струје, диференцијалног пара, струјног огледала и ивертујућег споја [10].

<sup>13</sup> Троуполни појачавачки елементи моделују се као извор струје управљан напонам (*voltage controlled current source - VCCS*).

<sup>14</sup> Електронско коло израђено од једног кристала процесом уношења одговарајућих примеса. Назив потиче од грчких речи *monos* (један) и *lithos* (камен).



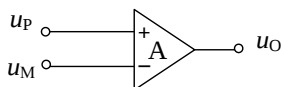
Слика 1.3. CMOS диференцијални појачавач

На почетку развоја електронике, сложеност уређаја “мерила” се бројем појачавачких елемената у њему. Прво су то биле електронске цеви, а потом транзистори. Развој технологије омогућио је да основни елемент аналогне електронике постане операциони појачавач (*operational amplifier*).

У свом основном облику, операциони појачавач има, са информационог становишта, само три прикључка: два улазна и један излазни (слика 1.4). Напон на његовом излазу сразмеран је разлици потенцијала улазних прикључака, означених са “+” (*noninverting input*) и “-” (*inverting input*):

$$u_O(t) = A[u_P(t) - u_M(t)], \quad (1.2)$$

где је  $A$  диференцијално појачање, које је много веће од јединице.



Слика 1.4. Операциони појачавач као трополни елемент

Уобичајено је да се операциони појачавачи, као и сва интегрисана електронска кола називају компонентама. Такав приступ био је примерен пре појаве полупроводничке технологије, али је изгубио смисао када је развој технологије омогућио производњу интегрисаних електронских кола. Њихова је појава у потпуности изменила методологију пројектовања, развоја и одржавања електронских уређаја и система. Физички, интегрисано електронско коло је сложена кристална структура која делује као јединствена функционална целина, “која се не може поделити на мање делове, а да се не изгубе карактеристична својства”. То је основно обележје елемента као појма у науци. У техници, а посебно у електроници, елемент је са другим елементима повезан преко својих прикључака (терминала). Са становишта “спољашњег света” елемент је дефинисан својим математичким моделом, који може да буде представљен одговарајућим еквивалентним колом. Треба имати у виду да је то само симболички приказ, који олакшава сагледавање његовог “понашања” у односу на остале делове<sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Еквивалентно коло директно поларисаног  $PN$ -споја садржи генератор напона. То не значи да је полупроводничка диода активни елемент. Биполарни транзистор садржи два  $PN$ -споја, али се појачавачки ефекат никако не може да оствари са две диоде везане “у опозицију”.

## 1.2 ВРСТЕ СИСТЕМА

У техници, под појмом “систем” подразумева се скуп међусобно повезаних елемената, посматран у одређеном контексту као целина, састављена са циљем да се оствари нека функција. Сматра се да је систем издвојен од окружења и других система имагинарном површи која пресеца везе између њих и посматраног система [11]. Обележје система као целине може да буде облик, структура, понашање<sup>16</sup>. Слично понашање се може уочити, под одређеним условима, код система који се разликују по облику, структури и природи процеса који се у њима одвијају. Стање система је скуп података који дају потпуну информацију о “предисторији” система, потребну за одређивање његовог понашања у будућности. Каже се да су два система еквивалентна, ако се понашају на исти начин, под дејством истих улаза.

У најопштијем смислу, под појмом “систем” подразумева се скуп објеката са релацијама између тих објеката и њихових атрибута. Објекти<sup>17</sup> су делови (компоненте) система. Атрибути<sup>18</sup> су својства (“особине”) система односно његових делова. Релације<sup>19</sup> су односи између објеката који повезују систем у целину. Објекти система могу бити материјални објекти, појмови, као и њихови резултати (облик организације, математички методи, програмски језици...).

Између делова сложеног система, као и међу различитим системима постоје везе преко којих они делују једни на друге, размењујући енергију и супстанцу (материју). Утицај једног система на стање другог, међутим, не мора бити одређен количином пренете (примљене) енергије односно материје. У системима које сачињавају жива бића подједнако значајну улогу има информациони садржај веза са околином и другим живим бићима. Такве информационе везе представљају сигнали који се могу представити као физичко (материјално) остварење порука које системи, односно њихови делови, међусобно размењују. Преношењем сигнала на даљину остварује се веза између просторно одвојених система. Записивање (памћење) сигнала омогућује међусобно повезивање временски раздвојених система. Остваривање везе између временски одвојених система захтева постојање “складишта”, у којем се информација чува током временског интервала који раздваја тренутак стварања саопштења од тренутка када се користи. Такви “резервоари” информација омогућују памћење биолошким објектима и представљали су, без сумње, предуслов за развој људске врсте. Остваривање памћења у вештачким системима је један од најважнијих задатака савремене технике. Електроника је, омогућивши сагледавање нових начина преношења информација кроз време, дала нову димензију областима људског знања које се баве информацијама, њиховим преносом, обрадом и чувањем, и створила услове да вештина примене рачунара прерасте у науку (*computer science*).

Међусобном комуникацијом два система утичу један на други. Може се сматрати да они размењују поруке (саопштења) које се састоје од скупа симбола (као што је то случај када се порука може представити писаним текстом) или класе временских функција (када се преноси говор, музика, слика).

Својства електронских елемената и кола описују се појмовима преузетим из опште теорије система и сигнала, као што су: побуда, одзив, статичка карактеристика, фреквенцијска карактеристика, функција преноса, функционални блок, блок-дијаграм,...

<sup>16</sup> У теорији система, под називом “понашање система” (*system behaviour*) подразумева се скуп атрибута којима се може задовољавајуће описати систем.

<sup>17</sup> Од лат. *objectum*, предмет, ствар оно што се види или претпоставља.

<sup>18</sup> Од лат. *attributum*, својство, обележје.

<sup>19</sup> Од лат. *relatio*, однос, веза.

Систем чије се стање током времена не мења уколико не постоји промена спољашњег дејства назива се статички<sup>20</sup> систем. Његово стање зависи само од вредности улаза у тренутку посматрања. Системи који су описани линеарним или нелинеарним алгебарским једначинама у којима се време не појављује експлицитно, спадају у статичке системе.

Систем чије стање може да се мења током времена и ако није подвргнут променљивом спољашњем дејству, назива се динамички<sup>21</sup> систем. При промени стања долази до појава трансформације енергије, преноса енергије, материје или информације између појединих делова система. Брзина промене стања реалних система је ограничена – систем не може тренутно да промени стање<sup>22</sup>. Промена се дешава под дејством неког поремећаја или управљања. Када узрок промена нестане, у систему се, после неког времена, може да успостави равнотежно стање, које се не мења уколико се не појави нови узрок промене. Динамички системи непрекидни по времену описани су диференцијалним једначинама. Системи дискретни по времену описани су диференцијалним једначинама.

У зависности од својстава скупа могућих вредности величине која описује стање система [12], разликују се:

- аналогни системи,
- дигитални системи и
- мешовити (хибридни) системи.

## 1.2.1 АНАЛОГНИ СИСТЕМИ

Систем који омогућује представљање посматраних величина помоћу непрекидно променљивих вредности физичких величина назива се аналогни систем [13]. Алгоритам рада аналогног система је дат или може да се изведе из математичких израза који повезују улазне и излазне величине.

Пример аналогног система је аналогни рачунар који се заснива на коришћењу електричних и механичких појава за израду физичког модела математичког проблема који треба да се реши. Погодно одабране физичке величине користе се да представљају друге. Решавање се своди на испитивање аналогног модела образованог одговарајућим повезивањем функционалних делова (модула) помоћу којих се остварују основне математичке операције. Решење проблема представља вредност посматране

---

<sup>20</sup> Статика је део механике (физике) који проучава услове под којима механички систем остаје у миру (грч. *statiké*).

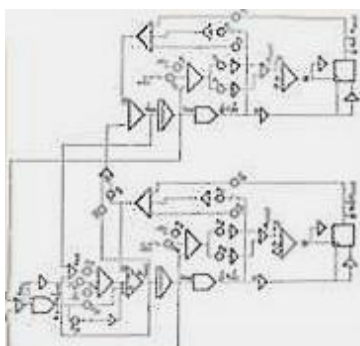
<sup>21</sup> Динамика је део механике, односно физике који се бави силама и кретањима које те силе производе (грч. *dynamiké*, од *dynamis*, сила). Динамички елемент је интегратор. Његов излаз може да се мења и ако је улазна величина стална.

<sup>22</sup> Тренутна промена стања система подразумева да се енергија неког његовог дела, или система у целини, може тренутно да промени. То, међутим значи да је снага система у том тренутку неограничена, што је физички немогуће остварити.

величине (“машинске променљиве”) у одређеном тренутку<sup>23</sup>. У електронском аналогном рачунару математичке променљиве представљене су електричним напонам или струјом.

Значајан корак у развоју аналогних електронских система представљала је појава интегрисаних операционих појачавача. Захваљујући њима, постали су тачнији, бржи, оперативнији.

Транзисторски аналогни рачунар ТАРА-50, пројектован и реализован у Институту “Михајло Пупин”, (1970), коришћен је за потребе истраживања у рударству. На слици је приказана аналогна (програмска) шема за симулацију услова аутономности са помоћним системом аутоматске регулације ваздуха у вентилационој мрежи рудника.



## 1.2.2 ДИГИТАЛНИ СИСТЕМИ

Систем који омогућује представљање посматраних величина помоћу дискретних вредности физичких величина назива се дигитални систем [14]. У савременим дигиталним уређајима и системима обрађују се бинарни сигнали: дигитални сигнали који могу да имају само једну од две вредности<sup>24</sup>. У дигиталном систему физичке и механичке појаве су искоришћене за конструкцију дискретних (цифарских) аутомата са коначним бројем стања<sup>25</sup> који се потом користе за моделовање проблема који треба решити. Алгоритам<sup>26</sup> рада таквог система чини коначни низ наредби (*instruction*) помоћу којих се вредности излазне величине одређују (израчунавају) на основу вредности улазних величина.

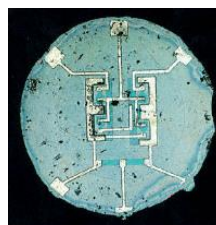
<sup>23</sup> Решење постављеног задатка добијено помоћу аналогног рачунара може да буде у облику карактеристичних вредности, које се читавају на мерним уређајима, или у облику континуалних кривих записаних на погодном медијуму. У доба другог светског рата, аналогни рачунари су представљали најефикасније средство за анализу динамичких система.

<sup>24</sup> Досадашња истраживања вршена у правцу развоја електронских система са три стања нису довела до ефикасних економичних решења.

<sup>25</sup> Такве направе називају се коначни аутомати (*finite-state machine*).

<sup>26</sup> Може бити представљен описом поступка (процедуре), математичким изразом (формулом) или графички (дијаграм тока).

Ако се открије транзистора схвати као “покретач”, развој технологије интегрисаних кола је представљао извор “погонске снаге” дигиталне револуције. Сматра се да се прво, комерцијално доступно, интегрисано дигитално коло појавило 1963. године. Коло 907 фирме *FAIRCHILD* је садржало два флипфлопа, сваки образован од четири транзистора и четири отпорника. Већ 1967. године иста фирма избацила је на тржиште коло које садржи неколико стотина транзистора чије везе програмира корисник. *Fairchild Micromosaic* је представљао први *ASIC (application specified integrated circuit)* чип.



Дигитална електроника представља најдинамичније подручје електронике. Први електронски рачунари представљали су највеће системе електронских цеви икада саграђене. Рачунар *ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer)*, завршен крајем 1945. године, био је намењен за балистичке прорачуне. Садржао је око 17000 електронских цеви и био тежак приближно 30 тона. Први транзисторски рачунар (*TRADIC*) био је знатно мањи и моћнији, али је тек технологија интегрисаних кола довела до “ланчане реакције”

Кроз развој првог електронског рачунара *ENIAC (University of Pennsylvania)*, којим су руководили Екерт (*Presper Eckert*) и Мошли (*John Mauchly*), стасала је генерација инжењера који су електронику усмерили ка новом правцу – рачунарској техници. Иако је мало шта од идеја, на којима је био заснован, преживело до данашњих дана, овај рачунар је означио прекретницу у историји развоја рачунарске технике. Искуства стечена током његове израде представљала су основу за сагледавање потоњих, бољих решења.



Развој дигиталне електронике добио је на значају када је сагледано да рачунари могу да представљају средство којим се решавају не само чисто математички проблеми у научним и истраживачким лабораторијама, него и задаци претраживања, уређивања и архивирања мноштва података, као и задаци аутоматског управљања. Осваривање услова за масовну производњу и широка примена дигиталних електронских рачунара са програмским управљањем представља једно од најзначајнијих достигнућа науке и технике двадесетог века.

Дигитални рачунар ЦЕР-10, чији је развој завршен 1963. године у Институту “Михајло Пупин” (Београд), коришћен је за потребе истраживања у институту за нуклеарне науке у Винчи, као и за статистичку обраду крипто-информација за потребе Савезне владе и Танјуга. Сачувани делови изложени су у Музеју науке и технике САНУ.



Рачунари опште намене (*general-purpose computer*) су најупечатљивији резултат дигиталне револуције. Развијени су и специјализовани дигитални рачунари прилагођени задацима вођења пословања (пословни рачунари) или управљања разноврсним процесима (процесни рачунари). Савремени

супер-рачунари су величанствени технички системи. Рачунар *Earth Simulator*, развијен у Јапану за потребе симулација климатских промена (2004), грађен је три године, заузима површину четири тениска игралишта, садржи 5104 микропроцесора и 3000 km каблова. Следећи “шампион света” је постао рачунар Плави ген (*Blue Gene*), фирме *IBM*, који садржи 131072 процесора, а достигао је брзину од  $280 \cdot 10^{15}$  извршавања математичких операција у секунди. Надметање у “процесној моћи” се наставља, иако изградњу оваквих инсталација могу да финансирају само економски најснажније земље света.

Рад “Математичка теорија телекомуникација” који је 1948. године објавио амерички инжењер и математичар Шенон, означио је почетак доба дигиталних телекомуникација [15] Ослањајући се на статистичку физику, Шенон је увео меру за количину информације и формулисао теорему о пропусној моћи канала везе. У време када је Шенон поставио своју теорију, највећи комуникациони кабл омогућавао је пренос порука преко 1 800 говорних канала. Двадесетпет година касније је било могуће преносити 230 000 једновремених разговора. Почетком трећег миленијума оптички каблови, дебљине људске власи, омогућили су пренос више од шест милиона дигитализованих говорних сигнала. Плодно тло за овај процват представљала је управо дигитална електроника. Она је омогућила и конвергенцију области које су, традиционално, биле потпуно издвојене: рачунарске технике и телекомуникација.

Фундаментално својство дигиталних система је могућност складиштења података у одговарајућој меморији<sup>27</sup> и програмирања<sup>28</sup>. На томе се заснива универзалност сложених дигиталних система. Исти уређај може да се примени за решавање различитих задатака. Следећи корак је способност прилагођавања програма рада променљивим условима окружења у којем се налази. На тој основи настали су интелигентни<sup>29</sup> електронски уређаји и системи.



Шенон

Шенон (*Claude Shannon*, 1921 - 2001) је био један од првих који је покушао да “обучи” машину да “учи” и игра шах [16]. Средином шездесетих имао је прилику да о томе разговара са Михаилом Ботвиником, дугогодишњим светским шаховским прваком. Каније је тај сусрет описао речима: “Дискусија је била интересантна, али је била вођена кроз канал са много шума” (*noisy channel*), јер су преводиоци слабо познавали шах или рачунаре.

### 1.2.3 ХИБРИДНИ СИСТЕМИ

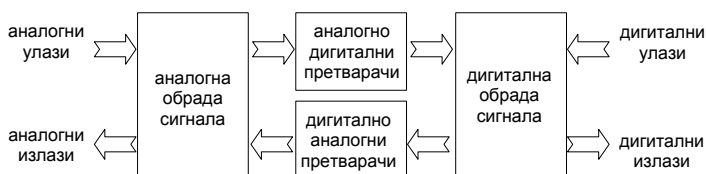
За потребе научних и истраживачких лабораторија развијени су мешовити (хибридни) системи у којима се дигитални подсистем користи за

<sup>27</sup> Назив потиче од лат. *memoria*, успомена, сећање.

<sup>28</sup> Програм је распоред по коме ће се нешто изводити (обављати) од грч. *programma*, распоред, списак. Програмабилан је уређај чији се програм рада може мењати сходно различитим потребама корисника.

<sup>29</sup> Назив потиче од лат. *intelligentia*, способност разумевања ствари и појава, способност схватања и поимања, разум.

управљање топологијом<sup>30</sup> мреже сачињене од аналогних електронских кола [17]. Брзи дигитални рачунари су смањили значај оваквих система, али је примена рачунара за надзор и управљање процесима повећала потребу за повезивањем аналогне и дигиталне технике. Заправо, све већи број електронских уређаја разноврсне намене прелази у категорију хибридних система (слика 1.5).



Слика 1.5. Хибридни систем

Хибридни рачунар ХРС-100 развијен је 1971. године у Институту «Михајло Пупин» за потребе института Совјетске академије наука у Москви и Новосибирску. ХРС-100 је био коришћен у научним и техничким истраживањима, за моделирање сложених динамичких система у аеро-космонаутици, био-медицини, хемијској индустрији...



У хибридне системе могу да се сврстају и савремени мерни информациони системи који обезбеђују централизовано прикупљање и рачунарску обраду мерних података при праћењу брзих динамичких процеса и прелазних појава.

За потребе балистичких и аеродинамичких испитивања развијени су системи који омогућују истовремено праћење већег броја процесних величина, према унапред утврђеном «рецепту» узимања узорака (одабирања), са великом резолуцијом и брзином од више стотина хиљада мерења у секунди.



Крајем двадесетог века, у географски распрострањеним процесима са веома великим бројем мерних места (системи за производњу, транспорт и дистрибуцију производа као што су гас, вода, нафта, топлотна и електрична енергија), хибридни системи постали су неминовност, као предуслов за ефикасан надзор и управљање, и као решење проблема прикупљања мноштва података за потребе аутоматизованог обрачуна трошкова за испоручену електричну енергију.

<sup>30</sup> Топологија мрежа (*network topology*) проучава распоред и међусобне везе савршених елемената који образују електричну мрежу. Назив потиче од грчких речи *tópos*, место, и *logía* наука.

Савремени вишенаменски дигитални мерни уређаји (слика 1.6) представљају софистициране хибридне системе који остварују и аналогу и дигиталну обраду мерних сигнала, имају могућност архивирања мерних података, програмирања и комуникације са другим уређајима.



Слика 1.6. Вишенаменски дигитални мерни систем<sup>31</sup>

Предности дигиталне технике су бројне:

- погодност за обраду података,
- програмабилност,
- погодност за складиштење података,
- тачност,
- погодност за пренос информација,
- једноставније пројектовање, развој и реализација кола и система,
- погодност за производњу.

Баратање информацијама у техничким системима је знатно једноставније ако су оне у дигиталном облику, представљене сигнаlima који могу да имају само коначан број могућих стања. Математичка обрада се своди на операције чије се извршавање остварује једноставним техничким решењима. Њиховим повезивањем се извршавају алгоритми којима се решавају веома сложени математички задаци, чијим се електронским решавањем у аналогном облику (моделовањем на аналогном електронском рачунару) не може постићи задовољавајућа тачност. Због тога се дигитална обрада сигнала раширила и у традиционално аналогним областима, као што је, на пример, аудиотехника.

Аналогни системи се, уз одређена прилагођења, могу учинити дигитално управљивим и програмабилним, али сложеност таквих система се значајно повећава са бројем операција које може да оствари, при чему се, у начелу, додавањем елемената који омогућују програмирање угрожава тачност остваривања појединих функција и операција. Програмабилност и способност памћења су основа на којој се остварују системи аутоматског управљања који имају способност прилагођавања.

Информације се лакше чувају (записују и памте) ако су у дигиталном облику. Након извесног времена, информације ускладиштене у аналогном облику на одговарајућем меморијском медијуму могу да буду у мањој или већој мери измењене, тако да више не представљају верну слику почетног

<sup>31</sup> Copyright October 2011 Agilent Technologies Inc. Reproduced with permission.

записа. Дигитални облик представљања информација је, због једноставности, веома погодан за запис аналогних сигнала. Квалитет аудио и видео информације, чуване у дигиталном облику, неће бити ни најмање нарушен уколико су промене записа мање од распона између нивоа који се при читању узимају као границе бинарних стања.

Иако се у дигиталним системима првенствено<sup>32</sup> појављују променљиве величине које могу да имају само два могућа стања, информације представљене у дигиталном облику се могу пренети са веома великом тачношћу. У аналогним системима сигнали могу имати неограничен број стања. Међутим, управо овај бесконачан број могућих стања чини аналогне системе осетљивим на деловања околне средине, што може довести до промене која представља грешку при прослеђивању (прихватању) информације. Дигитални сигнали су мање осетљиви на деловање извора сметњи. Сметња не доводи до грешке (погрешног тумачења податка) докле год је промена информационог параметра услед деловања поремећаја мања од вредности потребне да се протумачи као друго логичко стање.

Пресликавање сигнала из аналогног у дигитални домен омогућује остваривање дигиталне телекомуникационе мреже са интегрисаним службама (*Integrated Services Digital Network, ISDN*<sup>33</sup>) која преноси не само говор, већ и податке, кодирану визуелну информацију. Јединствена комуникациона мрежа пружа низ предности као што су: смањивање трошкова употребе коришћењем исте опреме за различите врсте комуникационих услуга (сервиса), олакшана употреба заснована на јединственим поступцима коришћења, олакшано одржавање, пуно искоришћење ширине фреквенцијског опсега светловода као комуникационог пута и друге.

Половином двадесетог века електронске рачунаре градили су тимови инжењера и техничара током много месеци. Само три деценије касније, омогућено је да појединац, власник будућег рачунара, сам, у својој кући, састави рачунар (*home computer*), користећи комерцијално доступне функционалне делове (модуле), које је изабрао сходно својим потребама, односно могућностима, и следећи приложена упутства.



Дигитални системи су, у начелу, једноставнији за пројектовање. Није потребно водити рачуна о правим (тачним) вредностима физичких величина (напона и струја), већ само да ли се налазе у границама одређеног опсега. Сложено дигитално коло може да се произведе у облику монолитне кристалне структуре која делује као јединствена функционална целина. Већ

<sup>32</sup> На садашњем степену развоја технике, може се рећи: искључиво.

<sup>33</sup> Комуникациони стандард за једновремени пренос звука, података и осталих мрежних сервиса преко јавне комутиране мреже.

пола века таква интегрална<sup>34</sup> кола, смештена у одговарајућа кућишта, постоје на светском тржишту као компоненте намењене произвођачима електронских уређаја. Савремена дигитална електронска кола високог степена интеграције могу да садрже више стотине милиона електронских елемената у кућишту запремине неколико кубних центиметара.

Постоји, заправо само један, али суштински недостатак дигиталних система. Већина физичких величина, чија вредност се прати, обрађује и/или контролише, по својој природи је аналогна. Упркос дискретној (квантној) природи микросмоса, аналогни уређај (систем) је “природан електрични модел” процеса света, онаквог каквим га људи доживљавају. Сложену обраду мерних података, због ефикасности и економичности, све више преузимају рачунарски остварени “виртуелни инструменти”, али се спрега са стварним светом може да оствари само посредством аналогних елемената и кола за спрегу који остварују потребно прилагођење и посебних мешовитих кола која остварују промену облика представљања информације (пресликавање из аналогног у дигитални домен, при уношењу информација у дигитални систем, односно из дигиталног у аналогни, при њиховом издавању).

Мешовита интегрисана кола (*mixed-signal IC*) повезују две традиционално поларизоване области, аналогну и дигиталну технику, у јединствену целину чије успешно функционисање је резултат синтезе знања аналогне и дигиталне електронике. Садрже аналогне и дигиталне електронске склопове у истом чипу (*silicon die*). По правилу, ови делови су одвојени и смештени у различите регионе кристала, са циљем смањивања утицаја шума који стварају дигитална кола. Структура кола се пројектује тако да се што је више могуће смањи преношење шума, који стварају дигитална кола, у аналогни део кола (*noise leakage*). Примењују се у мерној техници, системима за надзор и управљање процесима, радио- и аудио-техници.

### 1.3 ЕЛЕМЕНТИ И СИСТЕМИ ТИПА УЛАЗ-ИЗЛАЗ

Савремена електроника се превасходно бави информацијама и њиховом обрадом. Чак и у оним случајевима када прослеђивање (*transfer*) информација представља основни задатак који електронски уређај треба да испуни, неизбежан је неки облик обраде сигнала у најширем смислу, са циљем прилагођења извора информације и предајника, предајника и линије преноса, пријемника и корисника. Ово прилагођење понекад подразумева промену носиоца или промену облика представљања информације. У електронским уређајима “носиоци” информације су електрични сигнали. Независно од тога да ли се неки елемент/систем користи за пренос или обраду информација, на њему се разликују улаз и излаз. Карактеристика преноса (*transfer characteristics*) приказује однос између улазне величине, која представља побуду, и излазне величине, која представља одзив елемента (система).

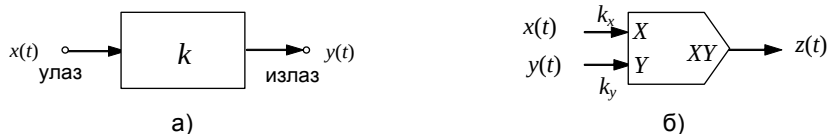
---

<sup>34</sup> Од лат. *integralis*, целински, који сачињава целину. У домаћој литератури преовлађује употреба назива “интегрисано коло”, који потиче од енглеског језика: *integrated circuit - IC*.

Елемент код којег зависност излаза од улаза може да се опише линеарном функцијом представља појачавач (*amplifier*<sup>35</sup>). У најједноставнијем случају, излазна величина,  $y$ , сразмерна је улазној величини  $x$  (слика 1.7.а):

$$y(t) = kx(t). \quad (1.3)$$

Величина  $k$  је сачинилац сразмере који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране ове једначине. Ако улазна и излазна величина имају исту физичку природу, сачинилац  $k$  има димензију једнаку један (бездимензиона величина).



Слика 1.7. Статички елементи типа улаз-излаз

Сматра се да не постоји повратно дејство излаза на улаз<sup>36</sup>. У општем случају, елемент може да има више улаза и/или више излаза. Елемент приказан на слици 1.7.б представља множач<sup>37</sup>. Његова излазна величина,  $z$ , сразмерна је производу улазних величина,  $x$  и  $y$ :

$$z(t) = k_x x(t) \cdot k_y y(t). \quad (1.4)$$

Пресликавање  $x \rightarrow y$ , које остварује елемент са једним улазом и једним излазом, може да буде дефинисано функцијом  $y(x)$ , као што је, на пример, множење константом (функција пропорционалности), степеновање или функција квадратног корена. У том случају, вредност излазне величине представља слику вредности улазне величине. Излазна величина има вредност која је одређена вредношћу улазне величине у тренутку посматрања. То су “статички” елементи.

У општем случају, елемент са једним улазом и једним излазом може да представља физичко остварење неког оператора<sup>38</sup>  $\mathcal{O}$ , којим се улазна функција  $x(t)$  пресликава на излазну функцију  $y(t)$ . Оператор диференцирања, на пример, пресликава функцију  $x^3$  у квадратну функцију. Вредност излаза у сваком тренутку зависи од “предисторије”. То су “динамички” елементи.

Основни динамички елемент је диференцијатор (*derivative element*). Његова излазна величина,  $y$ , сразмерна је изводу по времену улазне величине,  $x$  (слика 1.8.а):

$$y(t) = k_D \frac{dx}{dt}. \quad (1.5)$$

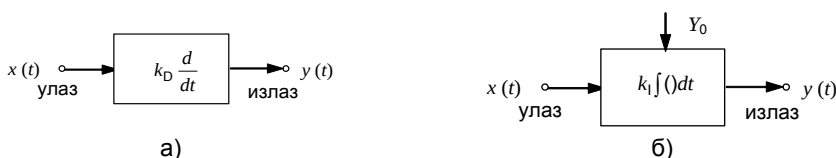
<sup>35</sup> Од лат. *amplificatio*, проширивање, појачавање, увеличавање.

<sup>36</sup> Из основа електронике је познато да је овакав став прихватљив само као апроксимација стварних својстава електронских елемената.

<sup>37</sup> У целини посматрано, резултати настојања да се графички симболи елемената стандардизују, и прихвате, не могу да се сматрају задовољавајућим. У овој књизи користе се уобичајени симболи који својим изгледом указују на функцију елемента.

<sup>38</sup> Од лат. *operatio*, делање, обављање, вршење.

Ако улазна и излазна величина имају исту физичку природу, сачинилац  $k_D$  има димензију времена.



Слика 1.8. Динамички елементи

Интегратор (*integrating element*) је динамички елемент који, у односу на диференцијатор, обавља инверзну операцију:

$$x(t) = k \frac{dy}{dt}. \quad (1.6)$$

На основу релације 1.6 следи:

$$y(t) = k_I \int_0^t x dt + Y_0, \quad (1.7)$$

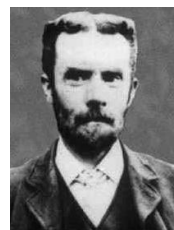
где је  $Y_0$  почетна вредност излазне величине, а  $k_I$  сачинилац интегратора који има димензију учестаности.

Оператори диференцирања и интеграљења су линеарни оператори. Елементи (системи) који се могу описати линеарним операторима су линеарни елементи (системи).

Анализа линеарних електронских елемената и система заснива се на општим законима електротехнике, теоремама које су из њих проистакле, као и посебним поступцима који су развијени са циљем поједностављења алгорита одређивања вредности карактеристичних величина електричних мрежа. У општем случају, веза улазне и излазне величине је описана диференцијалном једначином.

Анализа нелинеарних електронских елемената је, у начелу, знатно сложенија. Због тога се користи метод линеаризације. Посматрају се мале промене напона и струје у околини изабране “мирне” радне тачке. Нелинеарне функције, којима се представљају карактеристике елемената, апроксимирају се полиномима, чији ред представља компромис захтева у погледу тачности, ширине радног опсега и једноставности поступка анализе. Уместо вредности карактеристичних величина посматрају се односи који постоје између њихових (малих) промена. Такав математички модел, који важи само за мале сигнале, у значајној мери олакшава анализу. Грешке које због тога настају представљају грешке модела које се сврставају у категорију систематских грешака. Уопштавање овог поступка омогућује да се било која нелинеарна функција представи “у деловима линеарном” функцијом која се састоји од коначног броја линеарних сегмената.

Самоуки енглески инжењер, математичар и физичар, Хевисајд (*Oliver Heaviside*, 1850 –1925), развио је поступак анализе линеарних електричних кола применом комплексних величина. Његова истраживања допринела су унапређењу телеграфа. Поједноставио је Максвелове једначине, увео одскочну функцију, оператор диференцирања ( $D$ ) и развио је операторски рачун. Први је предложио (1887) да се у телеграфске и телефонске линије уграде индуктивни калемови, како би се смањила изобличења сигнала. Увео је називе кондуктанса, импеданса и адмитанса.



Хевисајд

### 1.3.1 ЛИНЕАРНИ ЕЛЕМЕНТИ И СИСТЕМИ

Основно својство линеарних елемената и система типа улаз-излаз исказано је принципом суперпозиције<sup>39</sup> (*principle of superposition*). Одзив на побуду која представља збир више побуда, једнак је збиру независних одзива на појединачне побуде [18]. Ако улазни сигнал може да се представи као алгебарски збир два пондерисана<sup>40</sup> сигнала:

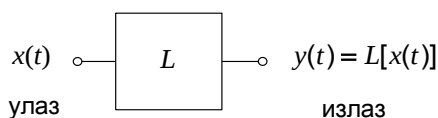
$$x(t) = k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t), \quad (1.8)$$

где су  $k_1$  и  $k_2$  тежински коефицијенти, одзив линеарног система је једнак:

$$y[x(t)] = k_1 y[x_1(t)] + k_2 y[x_2(t)]. \quad (1.9)$$

Линеарни елемент (слика 1.9) описан је линеарним оператором којим се функција  $x(t)$  пресликава на функцију  $y(t)$ :

$$L[k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t)] = k_1 L[x_1(t)] + k_2 L[x_2(t)]. \quad (1.10)$$



Слика 1.9. Линеарни елемент

У најједноставнијем случају линеарно пресликавање се своди на множење константом (појачање). У сваком тренутку, вредност излазне величине сразмерна је вредности улазне. Такав елемент је статички.

Елемент чији математички модел може да се представи линеарном диференцијалном једначином са константним коефицијентима је линеаран. Одзив таквог елемента на побуду хармонијским сигналом такође представља хармонијску функцију, исте учестаности. У општем случају, амплитуда и фаза сигнала на излазу линеарног елемента зависе од учестаности улазног сигнала.

Применом Лапласове трансформације, функција времена  $x(t)$  трансформише се у функцију  $X(s)$ , комплексне промелјиве  $s = \sigma + j\omega$ , где

<sup>39</sup> Од лат. *superpositio*, стављање једног преко другог, продужавање.

<sup>40</sup> Од лат. *ponderabilis*, који се могу мерити (поредити) по тежини.

интегралом:

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt; s = \sigma + j\omega, \quad (1.11)$$

где је  $\sigma$  реални део комплексне променљиве  $s$ , такав да је испуњен услов:

$$\int_0^{\infty} |x(t)e^{-\sigma t}| dt < \infty. \quad (1.12)$$

Упркос сложеној математичкој основи, поступак анализе у комплексном домену заснива се на већ описаним једноставним правилима. Математички модел замењује се одговарајућом линеарном алгебарском једначином комплексне независне променљиве  $s$ :

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots a_0 Y(s) = b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \dots b_0 X(s), \quad (1.13)$$

тако што се оператор диференцирања замењује комплексном променљивом  $s$ , а зависно променљиве  $x(t)$  и  $y(t)$  њиховим комплексним представницима  $X(s)$  и  $Y(s)$ . На основу једначине 1.12 одређује се однос комплексних ликова побуде и одзива,  $X(s)$  и  $Y(s)$ . Тај однос је представљен количником:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_1 s + a_0}, \quad (1.14)$$

који се назива функција преноса посматраног елемента.

## ЛИТЕРАТУРА

1. П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с.5.
2. IEC, IEC 60050: part 351-21, Control technology/General terms, variables and signals, 351-21-52
3. Електрични и магнетски уређаји, Термини и дефиниције, ЈУС Н.А0.151-01-30
4. International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 131-11, Circuit theory / General, 131-11-34.
5. Реф. 4, 131-11-06.
6. Електрична и магнетска кола, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 131, 1990, 131-01-01.
7. Реф. 4, 131-11-03.
8. Реф. 4, 131-11-04, 131-11-07.
9. П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с.42.
10. HI-8573, Quad CMOS Op Amp/Comparator, HOLT INTEGRATED CIRCUITS, 2002, www.holtic.com.
11. IEC, IEC 60050: part 151-11: Electrical and magnetic devices/General, 151-11-27.
12. П. Бошњаковић, Умеће мерења, ВИШЕР, 2011, с.41.
13. Појмови из области математике који се користе у електротехници, Термини и дефиниције, ЈУС Н.А0. 101-02-03.
14. Реф. 13, 101-02-04.
15. C. Shannon, "A mathematical theory of communication", BSTJ, 1948.
16. C. Shannon, "Programming a Computer for Playing Chess", BSTJ, 1950.
17. G.A. Bekey, W.J. Karplus, Hybrid Computation, John Wiley, 1968.
18. IEC, IEC 60050: part 351-24, Control technology/Behaviour and characteristics of transfer elements, 351-24-01.

“Дајте ми материју  
и кретање  
и ја ћу вам  
саставити  
свемир.”  
*René Descartes*



## 2.

## ПРЕТВАРАЧИ ИМПЕДАНСЕ

Импеданса је дефинисана као комплексна величина којом се, при побуди сигналом синусног облика, описују својства линеарног електричног елемента са два краја (једним приступом). Модуло импедансе (*modulus of impedance*) је ненегативна скаларна величина једнака количнику амплитуде напона (који постоји између крајева тог елемента), и амплитуде струје (која кроз њега протиче). Аргумент импедансе је једнак разлици фаза ових величина<sup>1</sup> [1]. У општем случају, модуло и аргумент импедансе зависе од учестаности.

Својства електричних елемената одређена су процесима који се у њима одвијају, односно физичким законима који те процесе описују. Електроника, међутим, омогућује да се остваре елементи са другачијим својствима. У овом поглављу разматрају се поступци који омогућују да се, применом активних електронских елемената са два приступа остваре “негативна отпорност”, “негативна капацитивност” и “негативна индуктивност”, или да се изврши “претварање” елемента једне врсте у елемент са другачијим својствима. Такав “претварач” омогућује да кондензатор, прикључен на један приступ претварача, у односу на електричну мрежу са којом је други приступ тог претварача повезан, делује као индуктивни намотај (калем), или обрнуто, да прикључен калем делује као кондензатор. Могуће је остварити и елементе чија се реактанса мења са квадратом учестаности. Примењују се при пројектовању активних филтера. Посебан значај имају при изради монолитних микроталасних интегрисаних кола (MMIC) [2], [3].

У овом поглављу разматрају се различите врсте претварача импедансе и њихова својства. Дате су дефиниције одговарајућих појмова, садржане у Међународном електротехничком речнику [4]. Посебна пажња је посвећена претварачима оствареним помоћу операционих појачавача.

### 2.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Тачка електричног елемента/кола одређена за повезивање (спајање) са другим елементима/колима представља прикључак (*terminal*). Прикључака

<sup>1</sup> Назив “импеданса” (*impedance*) увео је енглески научник Хевисајд. Не треба губити из вида да је то математички појам (величина): уређен пар бројева који може да се представи као један сложен број, састављен од реалног и имагинарног дела. Физички смисао имају само модуло и аргумент тог комплексног броја.

може бити више. Скуп од два прикључка, такав да су струје у њима једнаке по интензитету, а супротних смерова, представља приступ (*port*), преко којег се у електричном погледу један елемент повезује са својим окружењем (“остатком света”). Елемент не може да има везе са другим елементима осим преко својих приступа.

У најопштијем облику, електрични елемент са два прикључка (посматран као елемент са једним приступом) графички се приказује правоугаоником (слика 2.1). На прикључцима се посматрају две величине<sup>2</sup>: електрични напон  $u$  и електрична струја  $i$ .



Слика 2.1. Елемент са једним приступом

Струја  $i$  описује кретање (проток) наелектрисања кроз елемент. Сматра се да притом нема ни повећања ни смањења укупног наелектрисања елемента<sup>3</sup>. Напон  $u$  представља разлику потенцијала крајева елемента. На основу напона и струје одређује се снага којом такав елемент размењује енергију са другим елементима, са којима је повезан:

$$p = ui. \quad (2.1)$$

Резистивни елемент са два прикључка (*resistive two-terminal element*) је пасивни елемент који може да се опише неком функцијом која повезује напон између његових крајева и струју која кроз њега протиче:

$$F[u(t), i(t), t] = 0. \quad (2.2)$$

Однос између напона и струје таквог елемента може да се представи графички ( $U$ - $I$  карактеристика). Електрична енергија коју преузме (апсорбује) такав елемент не може да се појави као енергија коју он даје (враћа) преко својих прикључака [5].

Карактеристични параметар резистивног елемента са једним приступом, чији су прикључци  $A$  и  $B$ , представља електрична отпорност,  $R$ , која је дефинисана као количник напона  $u_{AB}$ , који делује између тих прикључака, и електричне струје  $i$  унутар елемента или кола:

$$R = \frac{u_{AB}}{i}. \quad (2.3)$$

Струја је позитивна ако је њен смер од тачке  $A$  ка тачки  $B$ , односно негативна ако је њен смер супротан [6]. У општем случају, вредност отпорности може да зависи од напона или струје [7].

<sup>2</sup> Појмове електрични напон и електрична струја увео је француски научник Ампер (*Andre Maria Ampere*, 1775-1836).

<sup>3</sup> Наелектрисање која преко једног краја уђе у елемент једнако је наелектрисању које преко другог краја истог приступа изађе из елемента. Због тога је струја на једном крају приступа једнака по интензитету, а супротна по смеру струји на другом крају.

Савршен отпорник је линеарни резистивни елемент са два прикључка. Количник напона и струје савреног отпорника представља позитивну константу. Тренутна вредност напона  $u$ , који делује између његових крајева, сразмерна је тренутној вредности струје  $i$ .

Савршени кондензатор је пасивни елемент са два краја у којем је струја  $i(t)$  која кроз њега протиче сразмерна изводу по времену напона  $u(t)$  између његових крајева. Капацитивност  $C$  савреног кондензатора је количник струје и извода напона по времену:

$$C = \frac{i(t)}{\frac{du}{dt}}. \quad (2.4)$$

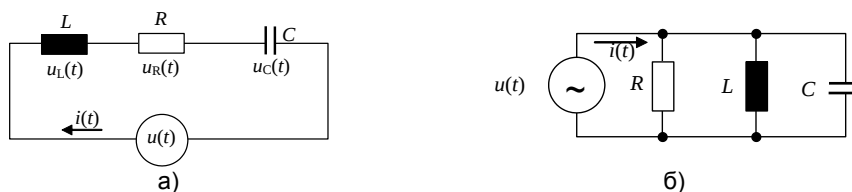
Савршени калем је пасивни елемент са два краја у којем је напон сразмеран изводу струје по времену. Индуктивност  $L$  савреног калема је количник напона и извода струје по времену:

$$L = \frac{u(t)}{\frac{di}{dt}}. \quad (2.5)$$

Анализа мрежа са савршеним електричним елементима своди се на проблем решавања одговарајућег система диференцијалних једначина са константним коефицијентима, у којима време представља независно променљиву. Математички модел кола које представља редну  $RLC$ -мрежу, побуђену из извора напона (слика 2.2.а) је интегро-диференцијална једначина:

$$u(t) = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i(t)dt + U_{C0}, \quad (2.6)$$

у којој  $U_{C0}$  представља вредност напона на кондензатору у почетном тренутку.



Слика 2.2. Анализа  $RLC$ -мреже

Диференцирањем једначине 2.6 и сређивањем добија се линеарна диференцијална једначина са константним коефицијентима:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = \frac{1}{L} \frac{du}{dt}. \quad (2.7)$$

Диференцирање је математичка операција којом се одређује брзина промене посматране функције времена. Ако се у једначини 2.7 операција диференцирања представи комплексном величином  $s$ , долази се до

алгебарске једначине [8]:

$$(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC})I(s) = \frac{1}{L}sU(s), \quad (2.8)$$

у којој  $U(s)$  и  $I(s)$  представљају комплексне ликове добијене Лапласовом трансформацијом функција  $u(t)$  и  $i(t)$ . Сређивањем се долази до једначине:

$$(Ls + R + \frac{1}{sC})I(s) = U(s), \quad (2.9)$$

која може да се напише у облику:

$$Z(s)I(s) = U(s), \quad (2.10)$$

где је  $Z(s)$  комплексна величина која представља својство посматране мреже:

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)}. \quad (2.11)$$

При синусној побуди (у простопериодичном режиму), операцији диференцирања у временском домену одговара множење са  $j\omega$  у комплексном домену ( $s = j\omega$ ). Величина  $Z(j\omega)$  представља импедансу мреже. За редну  $RLC$ -мрежу важи:

$$Z_{RLC}(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}. \quad (2.12)$$

Адмитанса<sup>4</sup> паралелне  $RLC$ -мреже (слика 2.2.6) једнака је:

$$Y_{RLC}(j\omega) = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C. \quad (2.13)$$

Ови изрази важе само ако је количник комплексног напона,  $U(j\omega)$ , и комплексне струје,  $I(j\omega)$ , константан за посматрану учестаност.

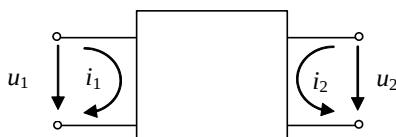
## 2.1.1 ЕЛЕМЕНТИ СА ВИШЕ ПРИСТУПА

Електронски елемент са два приступа је електрична мрежа која има два пара крајева (прикључака) преко којих су остварене све везе са другим елементима (мрежама). Графички приказ електричне мреже са два приступа дат је на слици 2.3, са референтним смеровима за напоне и струје назначеним према  $IEC$  препорукама. Струје у оба краја једног приступа су једнаке по интензитету, а супротног смера.

Улазна снага мреже са више приступа, посматране као целина, једнака је збиру снага на њеним приступима. За мрежу са два приступа, према усвојеним референтним смеровима, важи:

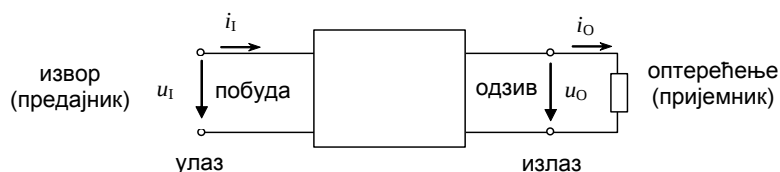
<sup>4</sup> Адмитанса елемента или кола је инверзна импеданси. Заједнички назив за импедансу и адмитансу је "имитанса" (*immitance*).

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2. \quad (2.14)$$



Слика 2.3. Електрична мрежа са два приступа

Ако се мрежа са два приступа користи за пренос енергије или сигнала, на њој се разликују улазни и излазни приступ. Улазни приступ (*input port*) је приступ преко којег електромагнетска енергија или сигнал може да буде примљена од спољашњег кола или уређаја [9]. Излазни приступ (*output port*) је приступ преко којег електромагнетска енергија или сигнал може да се пренесе спољашњем колу или уређају [10]. Таква мрежа представља елемент типа улаз-излаз. У електроници је уобичајено да се величине на улазном приступу означавају индексом “I” или “i” (од енглеске речи *input*, улаз), а величине на излазном приступу индексом “O” или “o” (од енглеске речи *output*, излаз). Смер излазне струје на слици 2.4. усвојен је у складу са наменом елемента да се преко излазног приступа енергија, односно сигнал, предаје (преноси) електричном оптерећењу (*load impedance*), односно пријемнику информације.



Слика 2.4. Елемент са два приступа типа улаз-излаз

Снага коју елемент типа улаз-излаз узима из извора који делује на његовом улазу једнака је:

$$p_I = u_I i_I. \quad (2.15)$$

У складу са назначеним референтним смеровима, снага којом такав елемент преноси енергију оптерећењу са којим је његов излазни приступ (*output port*) повезан, једнака је:

$$p_O = u_O i_O. \quad (2.16)$$

Пасивни елемент је елемент код којег укупан биланс енергије, посматране на свим приступима, може да буде само позитиван или нула. Енергија коју преда другим елементима, са којима је повезан, не може да буде већа од енергије коју је примио.

Карактеристика преноса елемента (*transfer characteristics*) приказује однос између улазне величине, која представља побуду, и излазне величине, која представља његов одзив. Статички елементи описују се функцијом која повезује излазну и улазну величину.

Статички елемент типа улаз-излаз назива се **појачавач** (*amplifier*) ако је промена излазне величине  $y$  сразмерна промени улазне величине  $x$ :

$$dy = k dx . \quad (2.17)$$

У електроници је уобичајено да се сачинилац сразмере  $k$  назива **појачање** (*gain*). Најчешће се обележава великим словом  $A$ :

$$A = \frac{dy}{dx} . \quad (2.18)$$

На основу **једначине 2.18** следи општи израз за карактеристику појачавача:

$$y = Ax + Y_0 . \quad (2.19)$$

Ако улазна и излазна величина имају исту физичку природу, појачање  $A$  је бездимензиона величина (број). Такви елементи представљају појачаваче у ужем смислу. Разликују се појачавач напона и појачавач струје.

У најопштијем смислу, електронски појачавач је елемент који, користећи енергију узету из неког спољашњег извора, другачијег од извора улазног сигнала, производи излазни сигнал који представља “слику” улаза<sup>5</sup>. У групу појачавача спадају и елементи за које важи **једначина 2.17**, али улазна и излазна величина имају различиту природу. То су транскондуктансни појачавач (*transconductance amplifier*) и трансрезистансни појачавач (*transresistance amplifier*).

Транскондуктансни појачавач је активни елемент са два приступа типа улаз-излаз, код којег је излазна струја сразмерна вредности улазног напона. Сачинилац преноса овог кола представља количник излазне струје и улазног напона<sup>6</sup>:

$$A_G = \frac{i_O}{u} . \quad (2.20)$$

Величина  $A_G$  има димензију електричне проводности<sup>7</sup>.

Трансрезистансни појачавач је елемент са два приступа код којег је излазни напон сразмеран вредности улазне струје. Сачинилац преноса овог елемента представља количник излазног напона и улазне струје<sup>8</sup>:

<sup>5</sup> У том смислу, појачавач је активни елемент, управљани извор код којег излазна снага може да буде већа од улазне. Притом, појачавач повећава снагу сигнала користећи помоћни извор енергије.

<sup>6</sup> Може да се посматра као извор струје управљан напонам (*voltage controlled current source*, VCCS), односно “претварач напона у струју” ( $U/I$  претварач, *voltage-to-current converter*).

<sup>7</sup> Међусобна (узајамна) проводност, проводност преноса, транскондуктанса (*transconductance*).

<sup>8</sup> Може да се посматра као извор напона управљан струјом (*current controlled voltage source*, CCVS), односно “претварач струје у напон” ( $I/U$  претварач, *current-to-voltage converter*).

$$A_R = \frac{u_O}{i}. \quad (2.21)$$

Величина  $A_R$  има димензију електричне отпорности<sup>9</sup>.

Статички елемент за који [једначина 2.17](#) не важи описује се одговарајућом нелинеарном функцијом  $y = f(x)$  и обично назива генератор функције. У појединим случајевима примењују се и посебни називи, као што су, на пример, квадратор и логаритамски појачавач.

Динамички елементи описују се диференцијалним једначинама. Линеарни елемент је елемент у којем су напони између крајева и струје у крајевима повезани линеарним операторима. При побуди таквог елемента сигналом синусног облика, количник амплитуде улазног и излазног сигнала показује како он утиче на великост сигнала, у зависности од учестаности. Разлика фаза излазног и улазног сигнала је други показатељ деловања. Ове две величине, заједно, представљају карактеристична обележја при описивању и анализи својстава аналогних елемената и система. У сажетом облику, начин на који линеарни елемент пресликава улазни сигнал на свој излаз, описује се једном, комплексном величином  $W(j\omega)$ :

$$W(j\omega) = Re(\omega) + jIm(\omega); \quad j^2 = -1, \quad (2.22)$$

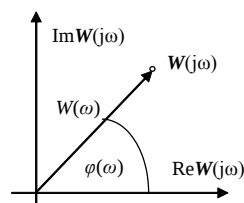
чији модул представља однос амплитуда:

$$W(\omega) = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \frac{Y(\omega)}{X}, \quad (2.23)$$

а аргумент разлику фаза излазног и улазног сигнала:

$$\text{artg} \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} = \varphi(\omega). \quad (2.24)$$

Комплексна величина  $W(j\omega)$ , која се назива **фреквенцијски одзив** (*frequency response*), представља фреквенцијску карактеристику линеарног елемента (односно система). При хармонијској побуди величина  $W(j\omega)$  у потпуности описује његов одзив. Графички приказ величине  $W(j\omega)$  у комплексној равни дат је [на слици 2.5](#).



Слика 2.5. Фреквенцијски одзив

Фреквенцијска карактеристика  $W(j\omega)$  може да се добије на основу функције преноса  $W(s)$ , сменом  $s = j\omega$ :

$$W(j\omega) = W(s) \Big|_{s=j\omega}. \quad (2.25)$$

<sup>9</sup> Међусобна проводност преноса, трансрезистанса (*transresistance*).

Амерички математичар и инжењер немачког порекла Штајнмец (*Charles Proteus Steinmetz, 1865 – 1923*) допринео је развоју и популаризацији поступака анализе електричних кола са наизменичним струјама, заснованог на пресликавању синусних величина у комплексни домен. За његово име везује се следећа прича која “кружи” у редовима инжењера електротехнике.

Као млади инжењер замољен је од неког индустријалца да помогне у локацији кvara у систему за напајање фабрике, који данима нису могли да отклоне. Пристао је, под условом да претходно добије документацију постројења. Сутрадан се појавио са документацијом у једној и кантицом за боју, са четком у њој, у другој руци. Када су га одвели до постројања, пришао је једном орману и четком назначио “X” на његовим вратима и саопштио: “Ту је квар!”

И био је у праву.

Затражио је хонорар у износу од 1000 \$, што је у то доба била велика свота. Збуњен износом, индустријалац је рекао да, због порезника, то не може да исплати без извештаја са образложењем трошкова.

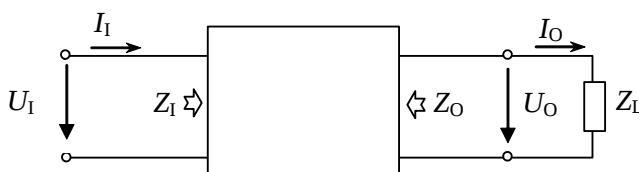
Штајнмец је написао:

- за канту са бојом и четком: 1\$,
- за то што сам знао где је квар: 999 \$.



Штајнмец

Фреквенцијска карактеристика елемента показује како он утуче на амплитуду и фазу сигнала који обрађује. Када се посматра као електрично коло, може бити веома значајно како он утиче на извор сигнала односно на сигнал који прима, као и како оптерећење, са којим је повезан на свом излазу, утиче на амплитуду и фазу сигнала који се прослеђује. То се исказује помоћу параметара који се називају улазна и излазна импеданса елемента.

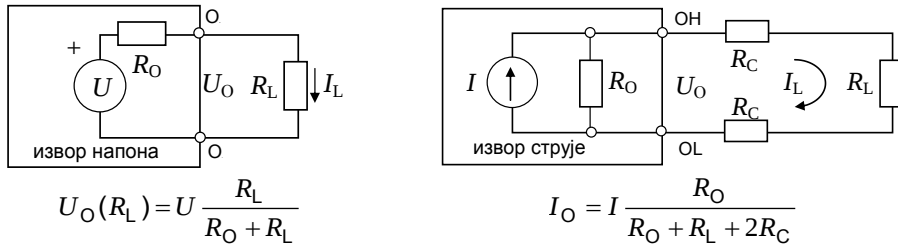


Слика 2.6. Улазна и излазна импеданса елемента типа улаз-излаз

Улазна импеданса елемента је оптерећење које извор побудног сигнала “види” између улазних прикључака елемента на који делује (слика 2.6). У општем случају, улазна импеданса,  $Z_I$ , неке мреже са више приступа зависи од импеданси са којима су повезани сви остали приступи. Због тога, при одређивању улазне импедансе морају да буду наведене импедансе којима су сви остали приступи затворени (*terminating impedance*) [11].

Излазна импеданса елемента је сопствена (унутрашња) импеданса несавршеног извора сигнала. Излазна импеданса мреже, “виђена” са спољашње стране између прикључака излазног приступа, зависи од импеданси којима су затворени сви остали приступи. При одређивању излазне импедансе морају да буду специфициране импедансе којима су сви остали приступи повезани [12].

Излазна импеданса извора сигнала представља његову несавршеност. Улазна импеданса елемента типа улаз-излаз представља његову несавршеност. Заједно, представљају извор грешке који уноси слабљење сигнала (слика 2.7).



Слика 2.7. Утицај улазне и излазне отпорности

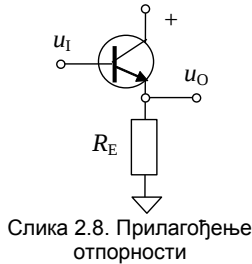
## 2.2 ПРИЛАГОЂЕЊЕ ИМПЕДАНСЕ

У општем случају улазна импеданса,  $Z_I$ , мреже са два приступа зависи од импедансе оптерећења,  $Z_L$ , прикљученог на њен излаз:

$$Z_I = \frac{U_I}{I_I} = Z_I(Z_L). \quad (2.26)$$

То значи да је могуће утицати на улазну импедансу  $Z_I$  “подешавањем” импедансе којом је мрежа затворена (импеданса оптерећења).

Са становишта електронике, најједноставнији пример прилагођења импедансе је биполарни транзистор (*BJT*) у споју са заједничким колектором (*emitter follower*). Такав спој преноси напонски сигнал без појачања, али раздваја извор сигнала од оптерећења [13].



Слика 2.8. Прилагођење отпорности

Улазна отпорност за мале сигнале једнака је:

$$R_I = \frac{\partial u_B}{\partial i_B} \cong \frac{\partial u_E}{\partial i_B} = \frac{R_E \partial i_E}{\partial i_B} = R_E (1 + \beta), \quad (2.27)$$

где је  $\beta$  појачање струје базе до колектора транзистора ( $\beta > 1$ ):

$$\beta = \frac{\partial i_C}{\partial i_B}. \quad (2.28)$$

Претварач импедансе је мрежа са два приступа чија улазна импеданса  $Z_I$  представља “лик” импедансе  $Z_L$  прикључене на излаз мреже. Према начину на који се пресликавање  $Z_L \rightarrow Z_I$  остварује, могу да се дефинишу две основне врсте претварача импедансе. Под називом “**конвертор импедансе**” (*impedance convertor*) подразумева се мрежа са два приступа за коју је количник улазне и излазне импедансе константан (не зависи од учестаности) [14]. Модуло импедансе  $Z_I$  сразмеран је модулу импедансе  $Z_L$ :

$$Z_I \propto Z_L. \quad (2.29)$$

Под називом “**инвертор импедансе**” подразумева се мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса обрнуто сразмерна импеданси којом је

мрежа затворена. Модуло улазне импедансе  $Z_I$  је обрнуто сразмеран модулу импедансе  $Z_L$ :

$$Z_I \propto \frac{1}{Z_L}, \quad (2.30)$$

односно:

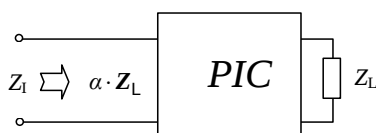
$$Z_I \propto Y_L. \quad (2.31)$$

## 2.3 КОНВЕРТОРИ ИМПЕДАНСЕ

### 2.3.1 ПОЗИТИВНИ КОНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ

Позитивни конвертор импедансе (*positive impedance converter, PIC*) је мрежа са два приступа за коју је улазна импеданса  $Z_I$  реалан и позитиван умножак импедансе оптерећења  $Z_L$ :

$$Z_I = \alpha \cdot Z_L. \quad (2.32)$$



Слика 2.9. Позитивни конвертор импедансе

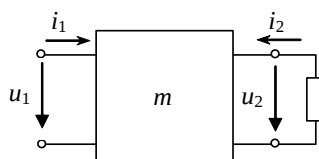
Транзистор у споју са заједничким колектором је позитивни конвертор импедансе. Посебан облик позитивног конвертора импедансе је елемент са два приступа који се назива **савршени трансформатор** (*ideal transformer*). Под овим називом подразумева се **реципрочна**<sup>10</sup> пасивна мрежа са два приступа без губитака, за коју је тренутна вредност напона (струје) на једном приступу сразмерна тренутној вредности напона (струје) на другом приступу [15].

Могу да се разликују два облика математичког модела савршеног трансформатора (слика 2.10):

$$u_1 = m \cdot u_2 ; i_1 = -\frac{1}{m} \cdot i_2 \text{ (тип 1)}, \quad (2.33)$$

и

$$u_1 = -m \cdot u_2 ; i_1 = \frac{1}{m} \cdot i_2 \text{ (тип 2)}. \quad (2.34)$$



Слика 2.10. Савршени трансформатор

Сачинилац преноса  $m$  је бездимензиона величина.

Савршени трансформатор је елемент који нити чува нити троши (дисипира) енергију. Енергија уложена на једном приступу преноси се без губитака оптерећењу прикљученом на другом приступу. Збир тренутних снага

<sup>10</sup> Каже се да је мрежа са два приступа реципрочна ако је количник напона на једном приступу и струје кратког споја на другом приступу, једнак количнику напона на другом приступу и струје кратког споја на првом (ЈУС131-02-36).

на приступима савршеног трансформатора једнак је нули, а однос (количник) улазног и излазног напона има сталну вредност [16]. У складу са референтним смеровима назначеним на слици 2.10 важи:

$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{i_2}{i_1} = m. \quad (2.35)$$

Савршени трансформатор је пасивни, временски непроменљив елемент са два приступа који се одликује својством конвертовања импедансе (позитивни конвертор импедансе). При синусној побуди улазна импеданса савршеног трансформатора одређена је изразом:

$$Z_I = m^2 Z_L, \quad (2.36)$$

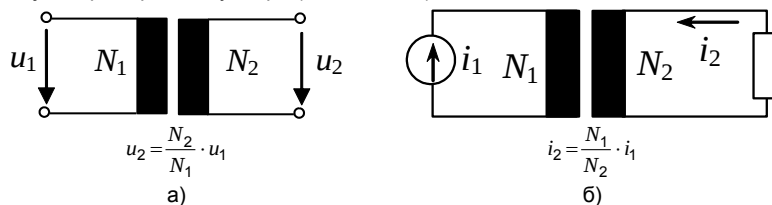
у којем  $Z_L$  представља импедансу оптерећења прикљученог на излаз.

У ужем смислу, трансформатори су електрични уређаји (без покретних делова) чији рад се заснива на магнетској спрези два индуктивна намотаја. Имају широку примену, а посебно у електроенергетици и енергетској електроници.

Као део електричне мреже, трансформатор је елемент који може да има један или више улаза и један или више излаза. У основном облику, представља спрегу (*interface*) између извора електричне енергије и оптерећења. Намотај (*coil*) који је повезан са извором назива се "примар", а онај који је спојен са оптерећењем "секундар". Намена трансформатора је да пренесе сигнал, односно енергију, од извора до оптерећења, омогућујући притом промену великости напона и струје, и тако оствари усаглашавање услова рада извора и оптерећења<sup>11</sup>.

При изради трансформатора настоји се да се оствари што јача магнетска спрега између намотаја, а да се што више смање губици у намотајима. Савршени трансформатор је елемент у којем су намотаји савршено спрегнути, а губици једнаки нули.

У мерној техници разликују се напонски и струјни трансформатор. Количник секундарног и примарног напона у првом случају једнак је односу броја навојака у секундарном и броја навојака у примарном намоту (слика 2.11.а). Сачинилац преноса струјног мерног трансформатора једнак је количнику броја навојака примара и секундара (слика 2.11.б).



Слика 2.11. Мерни трансформатори

Теоријску основу рада трансформатора представља закон електромагнетске индукције, који је 1831. године описао Мајкл Фарадеј (*Michael Faraday*, 1791-1867). Јединствена личност у историји физике, чија је чудесна експериментална вештина довела до преокрета у схватању електричних појава. Његове идеје и закључке математички је уобличио и објединио Максвел (*James Maxwell*, 1831-1879).



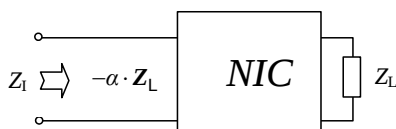
Фарадеј

<sup>11</sup> Назив потиче од лат. *transformare*, преуобличити, преобразити, преиначити, претворити.

## 2.3.2 НЕГАТИВНИ КОНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ

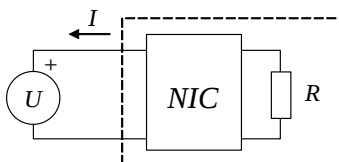
Негативни конвертор импедансе (*negative impedance convertor, NIC*) је елемент са два приступа за који је улазна импеданса  $Z_I$  реалан и негативан умножак импедансе оптерећења  $Z_L$  [17]:

$$Z_I = -\alpha \cdot Z_L. \quad (2.37)$$



Слика 2.12. Негативни конвертор импедансе

На први поглед, елемент са оваквим својствима у супротности је са законима електротехнике. Ако је излазни приступ затворен савршеним отпорником, улазна отпорност негативног конвертора импедансе је негативна<sup>12</sup>. То значи да струја кроз извор напона прикључен на улаз тече у супротном смеру, од прикључка на вишем потенцијалу ка прикључку на nižем потенцијалу (слика 2.13).



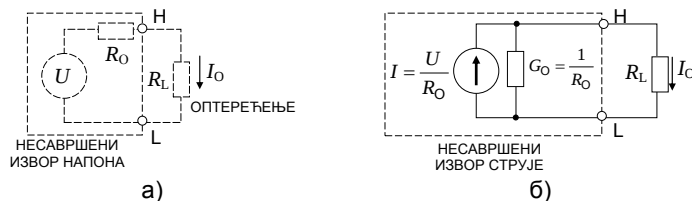
Слика 2.13. Негативна отпорност

Примена је разноврсна. На пример, помоћу елемента који представља негативну отпорност могуће је од несавршеног извора напона направити савршен извор струје.

Према Тевененовој теорему, несавршени извор напона  $U$ , чија је излазна (унутрашња) отпорност  $R_O$ , делује као извор струје  $I$ :

$$I_O = \frac{U}{R_O + R_L}, \quad (2.38)$$

која не зависи од отпорности оптерећења  $R_L$  уколико је она занемарљиво мала у односу на унутрашњу отпорност извора напона (слика 2.14.а). Према теорему о еквиваленцији, величина  $I$  представља параметар еквивалентног извора струје којим се, при анализи електричних кола, извор напона може да замени извором струје (слика 2.14.б).



Слика 2.14. Несавршени извор напона као извор струје

Грешка која настаје када се стварна вредност излазне струје  $I_O$  замени вредношћу  $I$  која одговара струји кратког споја извора напона:

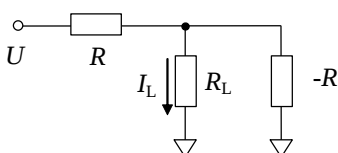
<sup>12</sup> Такав елемент се у стручној литератури на енглеском језику, понекад, назива "negatron".

$$I = \frac{U}{R_O}, \quad (2.39)$$

представља систематску грешку која је утолико већа уколико је отпорност оптерећења већа.

Да би извор напона могао да се примени као извор струје, код којег не постоји систематска грешка услед утицаја отпорности оптерећења на вредност излазне струје, довољно је да се паралелно са оптерећењем  $R_L$  прикључи негативна отпорност, чија је великост једнака отпорности која је везана на ред са извором напона (слика 2.15). Вредност струје кроз оптерећење је тада одређена формулом:

$$I_L = \frac{U}{R}. \quad (2.40)$$



Слика 2.15. Извор струје остварен помоћу негативне отпорности

У складу са ознакама на слици 2.16, за посматрану мрежу важи:

$$I_L = \frac{U_L}{R_L},$$

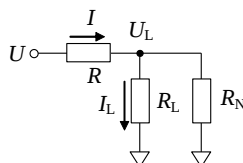
$$U_L = U \frac{R_E}{R + R_E}, \text{ и}$$

$$R_E = \frac{R_L R_N}{R_L + R_N},$$

на основу којих следи:

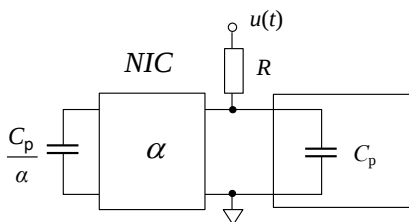
$$I_L = \frac{U}{R_L} \frac{\frac{R_L R_N}{R_L + R_N}}{R + \frac{R_L R_N}{R_L + R_N}} = U \frac{R_N}{R R_L + R R_N + R_L R_N}.$$

Уколико је испуњен услов  $R_N = -R$  важи формула 2.40.



Слика 2.16. Анализа кола са негативном отпорношћу

Помоћу негативног конвертора импедансе може да се оствари и негативна капацитивност којом се одстрањује утицај улазне паразитне капацитивности неког кола (слика 2.17).



Слика 2.17. Примена негативног конвертора импедансе

## 2.4 ИНВЕРТОРИ ИМПЕДАНСЕ

Инвертори импедансе су елементи са два приступа типа улаз-излаз, за коју је улазна импеданса обрнуто сразмерна импеданси којом је мрежа затворена. Модуо улазне импедансе  $Z_I$  је обрнуто сразмеран модулу импедансе  $Z_L$ .

### 2.4.1 ПОЗИТИВНИ ИНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ

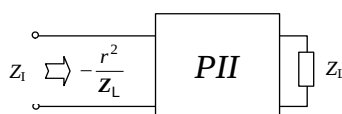
Позитивни инвертор импедансе (*positive impedance inverter, PII*) је елемент са два приступа, типа улаз-излаз, чија је улазна импеданса  $Z_I$  обрнуто сразмерна импеданси прикљученој на његов излаз:

$$Z_I = \frac{r^2}{Z_L} . \quad (2.41)$$

Сачинилац преноса  $r$  има димензију отпорности (*gyration resistance*).

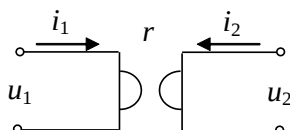
Другим речима, улазна импеданса на једном приступу таквог елемента сразмерна је адмитанси којом је затворен други приступ:

$$Z_I = r^2 Y_L . \quad (2.42)$$



Слика 2.18. Позитивни инвертор импедансе

Овакво својство има **жиратор** (*gyrator*), мрежа која пресликава струју једног приступа у напон другог, и обрнуто<sup>13</sup>. Савршени жиратор је **нереципрочна** пасивна мрежа са два приступа за коју је тренутна вредност напона на једном приступу сразмерна тренутној вредности струје на другом приступу [18]. На [слици 2.19](#) приказан је графички симбол жиратора.



Слика 2.19. Графички симбол жиратора

Могуће је дефинисати два облика математичког модела мреже са оваквим својством:

$$u_1 = -r \cdot i_2 ; u_2 = r \cdot i_1 \text{ (тип 1), и} \quad (2.43)$$

$$u_1 = r \cdot i_2 ; u_2 = -r \cdot i_1 \text{ (тип 2).} \quad (2.44)$$

У оба случаја, ако је излаз такве мреже затворен импедансом  $Z_L$ , важи:

$$U_2(s) = -I_2(s) Z_L(s), \quad (2.45)$$

<sup>13</sup> Назив потиче од грч. *gyrós*, круг (енг. *gyrate*, вртети се, окретати се).

одакле следи:

$$Z_1(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{-rI_2(s)}{\frac{U_2(s)}{r}} = -\frac{r^2}{\frac{U_2(s)}{I_2(s)}} = \frac{r^2}{Z_L(s)}. \quad (2.46)$$

Савршени жиратор је пасивни елемент без губитака. На основу једначине:

$$p_1 = u_1 i_1 = -r i_2 \frac{u_2}{r} = -u_2 i_2 = -p_2, \quad (2.47)$$

следи:

$$p_1 + p_2 = 0.$$

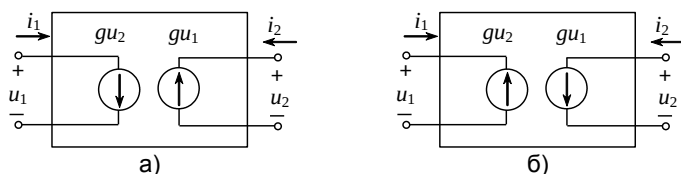
Са становишта електронике, примереније је да се математички модел жиратора прикаже једначинама:

$$i_1 = g u_2 ; i_2 = -g u_1 \text{ (тип 1)}, \quad (2.49)$$

односно:

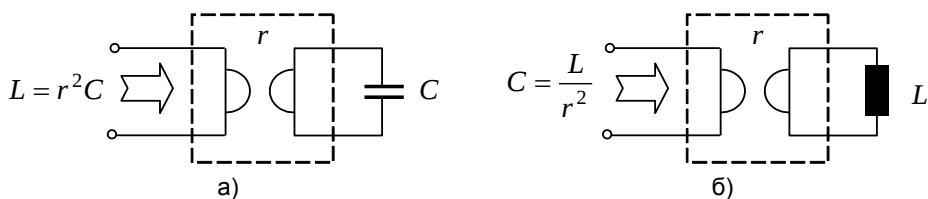
$$i_1 = -g u_2 ; i_2 = g u_1 \text{ (тип 2)}, \quad (2.50)$$

којима одговара графички приказ помоћу извора струје управљаног напонам (*voltage controlled current source* - VCCS). Сачинилац преноса  $g$  има димензију проводности ( $g = 1/r$ ).



Слика 2.21. Еквивалентна кола жиратора

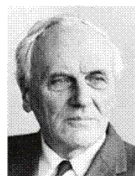
Жиратор омогућује “трансформацију” реактивних елемената. Кондензатор, “посматран” кроз жиратор, делује као индуктивни намотај, као што је то приказано на слици 2.22.а. Могућа је и “инверзна трансформација”, калема у кондензатор (слика 2.22.б).



Слика 2.22. Примена жиратора

Као млад електроничар, холандски инжењер Телеген (*Bernard Tellegen*, 1900 – 1990) развио је електронску цев са пет електрода (*penthode*, 1925). Касније, бавећи се анализом електричних кола, осмислио је (1948) позитивни инвертор импедансе, који је назвао жиратор и предложио графички симбол приказан на [слици 2.19](#) [19].

Добитник је Едисонове медаље за допринос теорији електричних кола (1973 године).



Телеген

## 2.4.2 НЕГАТИВНИ ИНВЕРТОР ИМПЕДАНСЕ

Негативни инвертор импедансе је елемент са два приступа, типа улаз-излаз, чија улазна импеданса је, са негативним предзнаком, обрнуто сразмерна импеданси  $Z_L$  прикљученој на његов излаз:

$$Z_1 = -\frac{r^2}{Z_L}. \quad (2.51)$$

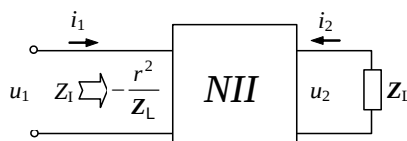
Сачинилац преноса  $r$  има димензију отпорности.

Могућа су два облика математичког модела елемента са таквим својством ([слика 2.23](#)):

$$u_1 = -r \cdot i_2 ; i_1 = -\frac{1}{r} \cdot u_2 \text{ (тип 1)}, \quad (2.52)$$

и

$$u_1 = r \cdot i_2 ; i_1 = \frac{1}{r} \cdot u_2 \text{ (тип 2)}. \quad (2.53)$$



Слика 2.23. Негативни инвертор импедансе

Полазећи од једначине која важи за излазни приступ елемента:

$$U_2(s) = -I_2(s) Z_L(s), \quad (2.54)$$

добива се (у оба случаја):

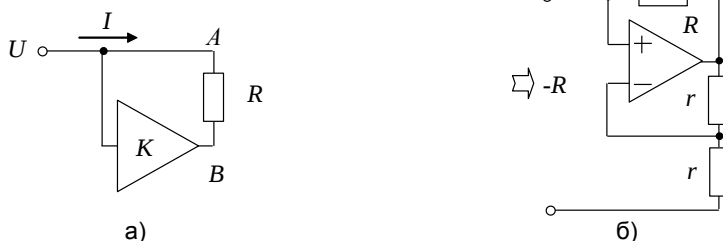
$$Z_1(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{r I_2(s)}{\frac{U_2(s)}{r}} = \frac{r^2}{\frac{U_2(s)}{I_2(s)}} = -\frac{r^2}{Z_L(s)}. \quad (2.55)$$

## 2.5 НЕГАТИВНА ОТПОРНОСТ

По својој дефиницији (физичкој природи) електрична отпорност не може да буде негативна [20]. Елемент који има својства негативног конвертора импедансе омогућује физичко остваривање елемента који у односу на електричну мрежу, са којом је повезан преко свог улаза, делује као негативна отпорност<sup>14</sup>. На [слици 2.24.а](#) је приказана принципска електрична шема кола

<sup>14</sup> То не значи да електроничари могу да крше законе физике. Ефекат негативне отпорности се остварује помоћу посебног активног електронског кола које се, узимајући енергију из спољашњег извора, у односу на одговарајући пар улазних прикључака, “понаша” као негативна отпорност.

којим се то постиже. Помоћу неинвертујућег појачавача напона, помера се (у фази са напонам  $U$ ) потенцијал краја В отпорника  $R$ , тако да је струја коју даје извор напона  $U$  мања него у случају када је тај крај отпорника повезан са масом. Због тога извор сигнала “види” већу отпорност оптерећења.



Слика 2.24. Негативна електрична отпорност

У складу са ознакама на [слици 2.24.а](#) важи:

$$R_l = \frac{U}{I} = \frac{R}{1-K}. \quad (2.56)$$

Ако је појачање неинвертујућег појачавача мање од један, отпорност  $R_l$  је већа од отпорности  $R$ . Ако је  $K = 1$ , отпорност  $R_l$  је бесконачно велика, а за  $K > 1$  постаје негативна. За  $K = 2$ , отпорност виђена са стране улаза једнака је  $-R$ .

На [слици 2.24.б](#) је приказана принципска електрична шема претварача импедансе оствареног помоћу операционог појачавача. Посредством отпорника  $R$  успостављена је позитивна повратна спрега са излаза појачавача на његов неинвертујући улаз. Отпорнички делитељ напона, образован од једнаких отпорника, представља коло негативне повратне спреге. Ако је операциони појачавач савршен, отпорност коју “види” извор напона, прикључен на улаз овог кола, једнака је  $-R$ .

У складу са ознакама на [слици 2.25](#), математички модел приказаног кола представљају једначине:

$$i = \frac{u_l - u_A}{R_1}, \text{ и}$$

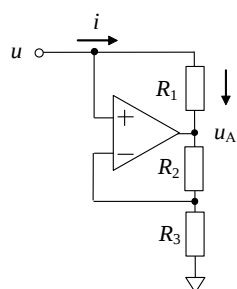
$$u_A = u \left( 1 + \frac{R_2}{R_3} \right),$$

на основу којих следи:

$$i = -u \frac{R_2}{R_1 R_3}.$$

Према дефиницији, улазна отпорност овог кола једнака је:

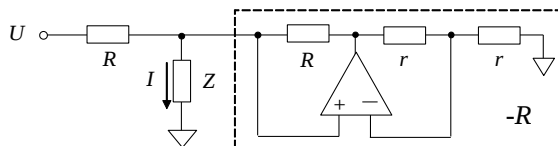
$$R_l = \frac{u}{i} = -\frac{R_1 R_3}{R_2}.$$



Слика 2.25. Анализа кола претварача импедансе

Напонски управљан извор струје ( $U/I$  претварач), остварен помоћу референтног отпорника  $R$  и активне негативне отпорности  $-R$ , приказан је на [слици 2.26](#). Струја кроз оптерећење не зависи од његове импедансе  $Z$ . Једино ограничење представља услов да операциони појачавач ради у линеарном режиму. Гранична вредност напона на излазу појачавача одређена

је напоном засићења  $U_{\text{sat}}$ . Ако је улазни напон сталан, коло делује као извор сталне (референтне) струје независно од природе оптерећења чији је један крај спојен са тачком која представља референтни (нулти) потенцијал.



Слика 2.26. Напонски управљан извор струје

Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, а у складу са ознакама назначеним на слици, за посматрано коло важи:

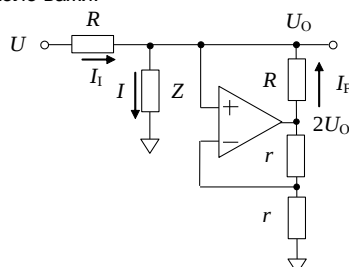
$$I = I_1 + I_F = \frac{U - U_O}{R} + \frac{U_O}{R} = \frac{U}{R}.$$

Притом мора да буде испуњен услов:

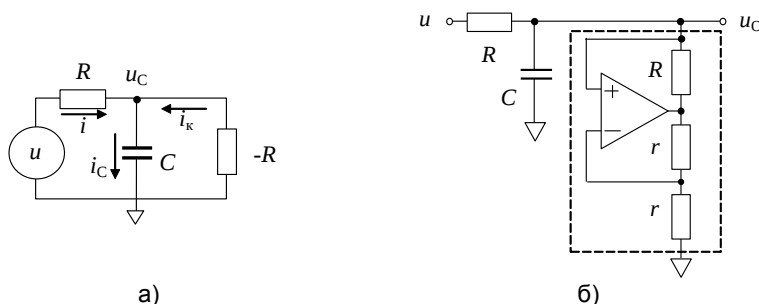
$$\max U_L < \frac{U_{\text{sat}}}{2}.$$

Ако напон  $U_O$  представља излаз кола, функција преноса одређена је изразом:

$$W(s) = \frac{Z}{R}(s).$$

Слика 2.27. Анализа  $U/I$  претварача

Помоћу негативне отпорности несавршени  $RC$ -интегратор се трансформише у савршени неинвертујући интегратор, који се обично назива бутстреп-интегратор (слика 2.28).



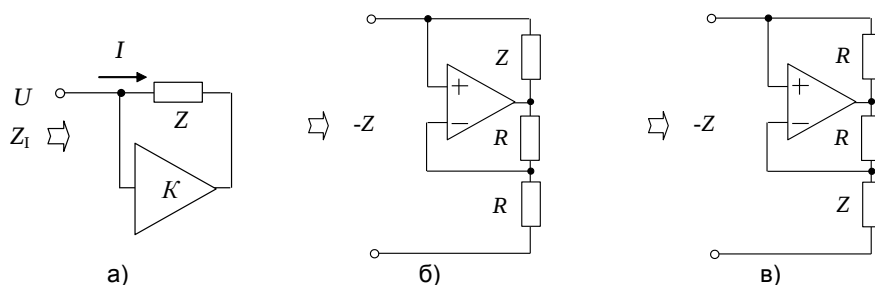
Слика 2.28. Неинвертујући интегратор

## 2.6 НЕГАТИВНА ИМПЕДАНСА

Негативни конвертор импедансе може да се оствари помоћу неинвертујућег појачавача напона који је са импедансом оптерећења повезан на начин приказан на слици 2.29.а. Ако је појачавач савршен (улазна струја може да се занемари) улазна отпорност посматраног кола једнака је:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = -\frac{Z}{K-1}. \quad (2.57)$$

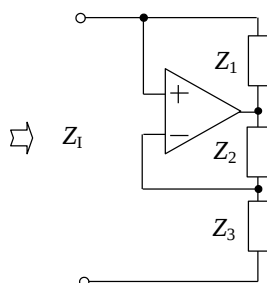
Ако је појачање  $K$  једнако 2, добија се негативна импеданса, као што је то случај са колом приказаним на [слици 2.29.б](#). Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача дефинише његово појачање у споју као неинвертујући појачавач. Преко импедансе  $Z$  успостављена је позитивна повратна спрега. На [слици 2.29.в](#) приказана је друга могућност за остваривање негативне импедансе.



Слика 2.29. Негативна импеданса

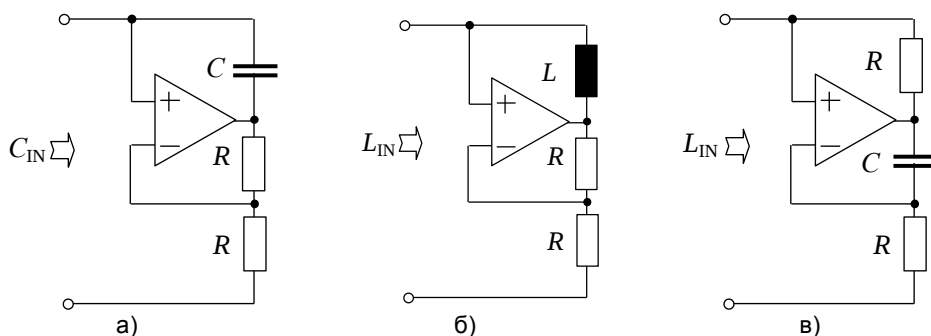
У општем случају, улазна импеданса кола приказаног на [слици 2.30](#) једнака је:

$$Z_1 = \frac{U}{I} = -\frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \quad (2.58)$$



Слика 2.30. Претварач импедансе

На [слици 2.31](#) приказана су кола која симулирају негативне реактивне елементе.

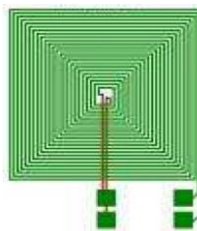


Слика 2.31. Негативни реактивни елементи

## 2.7 АКТИВНИ РЕАКТИВНИ ЕЛЕМЕНТИ

Од четири основна пасивна елемента (отпорник, кондензатор, калем и трансформатор), два индуктивна су, са становишта микроелектронике, најмање погодна за израду. Овај проблем се превазилази применом “активних калемова” (*active inductor*) односно трансформатора, остварених помоћу претварача импедансе [21].

Основне недостатке калемова и трансформатора, израђених у полупроводничкој интегрисаној технологији, као проводници спиралног облика, представљају велика сопствена серијска отпорност намотаја, паразитна капацитивност и велике димензије (у поређењу са осталим интегрисаним електронским елементима заузимају веома велику површину).



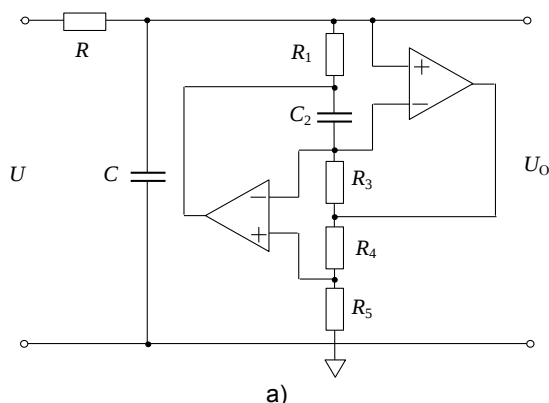
Трансформација импедансе заснива се на увођењу нове путање сигнала којом се он додатно “вуче” (*feedforward*) на други крај импедансе оптерећења, са циљем да се промени карактер њеног деловања у односу на остатак мреже у којој се налази.

На слици 2.32.a приказан је филтер пропусник опсега учестаности (*band-pass filter*) у којем је примењена активна индуктивност [22]. Еквивалентно коло приказано је на слици 2.32.б. Функција преноса овог кола одређена је изразом:

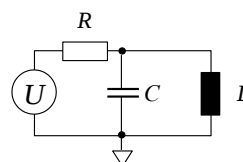
$$W(j\omega) = \frac{U_O(j\omega)}{u(j\omega)} = \frac{Z_{L\parallel C}}{R + Z_{L\parallel C}} = \frac{s \frac{L}{R}}{s^2 RLC + s \frac{L}{R} + 1}, \quad (2.59)$$

где је  $Z_{L\parallel C}$  импеданса паралелне везе кондензатора  $C$  и активног индуктивног калема  $L$ :

$$L = C_2 \frac{R_1 R_3 R_5}{R_4}. \quad (2.60)$$



а)

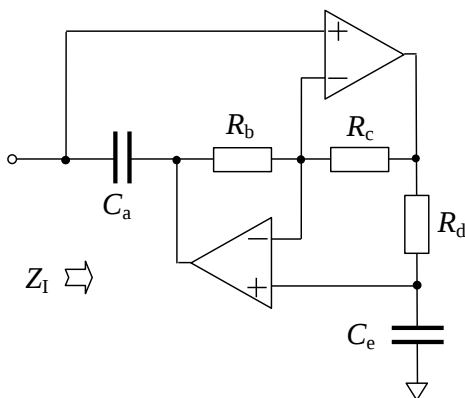


б)

Слика 2.32. Активни филтер пропусник опсега учестаности

Коло приказано на [слици 2.33](#) представља “негативну отпорност”, обрнуто сразмерну квадрату учестаности, Улазна импеданаса овог кола, које се, понекад, назива “суперкондензатор”, одређена је изразом:

$$Z_i = \frac{R_c}{C_a R_b R_d C_e s^2} . \quad (2.61)$$



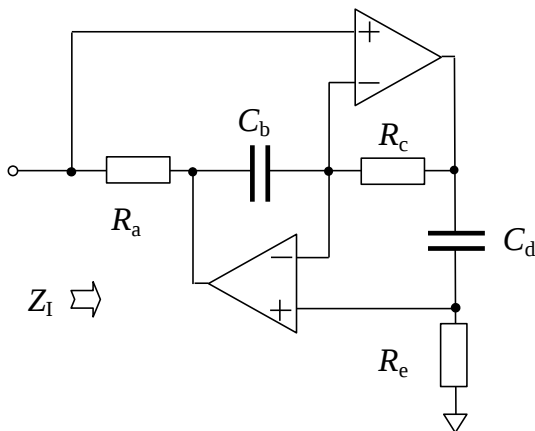
Слика 2.33. Активна отпорност сразмерна квадрату учестаности

Ако је  $R_b = R_c = R_d = R$  и  $C_a = C_e = C$ , еквивалентна улазна отпорност овог кола једнака је:

$$R_e(\omega) = -\frac{1}{R\omega^2 C^2} = -\frac{X_C^2}{R} . \quad (2.62)$$

На [слици 2.34](#) приказано је коло које представља “негативну отпорност”, сразмерну квадрату учестаности (“суперкалем”). Улазна импеданаса овог кола одређена је изразом:

$$Z_i = R_a R_d R_e C_b C_d s^2 . \quad (2.63)$$



Слика 2.34. Активна отпорност обрнуто сразмерна квадрату учестаности

Ако је  $R_a = R_c = R_d = R$  и  $C_b = C_d = C$ , улазна отпорност овог кола је негативна и једнака:

$$R_i = -R^3 C^2 \omega^2. \quad (2.64)$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Електрична и магнетска кола, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 131, 1990, 131-01-25.
2. C.H.Leong, G.W.Roberts, A Sixth-Order UHF Bandpass Filter Using Silicon Bipolar Active Inductors, IEEE 1998.
3. C. Leifso, J. W. Haslett, J. G. McRory, Monolithic Tunable Active Inductor with Independent Q Control, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 48, No. 6, June 2000.
4. International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 131, Circuit theory.
5. IEC, IEC 60050: part 131-12, Circuit theory/ Circuit elements and their characteristics, 131-12-02.
6. Реф.5, 131-12-04.
7. П. Бошњаковић, Основи електронике, збирка решених задатака, ВИШЕР, 2010, с. 279.
8. П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с. 263.
9. Реф.5, 131-12-61.
10. Реф.5, 131-12-62.
11. IEC, IEC 60050: part 131-14, Circuit theory / Two-port and n-port networks, 131-14-08.
12. Реф.11, 131-14-11.
13. Реф.7, с. 154.
14. Реф.5, 131-12-82.
15. Реф.1, 131-02-42.
16. Реф.5, 131-12-78.
17. Реф.5, 131-12-83.
18. Реф.5, 131-12-79.
19. B.D.H. Tellegen, The Gyrator, a New Electric Network Element, Philips Res. Rept., 1948, pp 81-101.
20. Реф.5, 131-12-04.
21. F. Yuan, CMOS Active Transformers and Applications, 2007.
22. R.C.Dorf, J.A.Svoboda, Introduction to Electric Circuits, John Wiley, 2004, p. 603.

“Функција  $y = e^x$  је,  
као феникс,  
који се издиже из пепела,  
сама свој извод”

*François Le Lion*



3.

## ЛОГАРИТАМСКИ И АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ

У основном смислу, појачавач (*amplifier*, *Verstärker*, усилитель) је уређај који повећава вредност неке величине помоћу енергије узете из спољашњег извора [1]. У електротехници, појачавач је уређај пројектован тако да произведе излазни сигнал чија је снага већа од снаге улазног сигнала [2]. Појачавач узима снагу из спољашњег извора, другачијег од извора улазног сигнала, и производи излазни сигнал који представља “слику” улаза. У теорији електричних кола, савршени појачавач је активни елемент са два приступа чија је излазна снага већа од улазне снаге и за који је однос вредности напона (струја) на излазу и улазу сталан [3]. Заправо, оно што се захтева то је да количник прираштаја излазне,  $y(t)$  и улазне величине,  $x(t)$ , буде сталан:

$$\frac{dy}{dx} = \text{const} = A. \quad (3.1)$$

Решење ове диференцијалне једначине представља општи израз који се користи као математички модел линеарног појачавача:

$$y(t) = Ax(t) + Y_0, \quad (3.2)$$

где је  $Y_0$  вредност променљиве  $y$  када је променљива  $x$  једнака нули. Притом, интензитет сигнала не мора да буде повећан, али снага којом се он преноси може да буде већа од снаге којом се “преузима” од извора сигнала [4]. Излазна и улазна величина не морају да имају исту физичку природу (димензију) [5]. Тада сачинилац преноса,  $A$ , који се обично назива “појачање”, обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине 3.2. Појачавач може да буде пројектован тако да поседује својство фреквенцијске селективности (селективни појачавач) или ограничавања. На тај начин се у једном елементу (уређају) обједињује више операција обраде сигнала.

У најопштијем смислу, ни зависност излаза од улаза не мора да буде линеарна. Такви елементи, типа улаз-излаз, који физички остварују неку функцију  $y(x)$ , обично се називају “генератори функције”, што је, несумњиво, примерено када је у центру пажње обрада сигнала, а не његова снага. Посебно место међу њима заузимају елементи у чијем називу је задржан назив “појачавач”. То су елементи који остварују експоненцијалну и логаритамску функцију.

Под називом “логаритамски појачавач” (*logarithmic amplifier*) подразумева се нелинеарни елемент којим се физички остварује математичка операција логаритмовања. Излазна величина, зависно променљива  $y$ ,

сразмерна је логаритму вредности независно променљиве величине  $x$ :

$$y \propto \log_b x; x > 0, \quad (3.3)$$

где је  $b$  основа логаритма.

Према дефиницији, појам логаритма броја  $x$  за основу  $b > 0$ ,  $b \neq 1$  означава експонент са којим треба степеновати  $b$  да би се добио број  $x$  [6]. Логаритми за основу 10 зову се декадни или Бригсови логаритми. Пише се:

$$\log_{10} x = \lg x.$$

Логаритми за основу  $e$  зову се природни или Неперови логаритми. Пише се:

$$\log_e x = \ln x.$$

Логаритми за основу 2 се зову дуални или бинарни логаритми.

Практична остварења таквог елемента заснована су, по природи ствари, на операцији природног логаритмовања (са основом  $e$ ). То у електроници не представља проблем, јер се прерачунавање природних у декадне логаритме своди на множење константом:

$$M = \log_{10} e = \frac{1}{\ln 10} = 0,4342944819... \quad (3.4)$$

Према дефиницији, функција природног логаритма је инверзна функција експоненцијалне функције:

$$\ln(e^x) = x. \quad (3.5)$$

Због тога се појачавач чија се излазна величина мења у зависности од улазне величине по експоненцијалном закону (експоненцијални појачавач), назива антилогаритамски појачавач<sup>1</sup>, односно антилог-појачавач (*antilog amplifier*).

Помоћу логаритамског и антилогаритамског појачавача могу да се остваре и друге (аритметичке) операције као што су множење, дељење и степеновање, које аутоматска (рачунарска) обрада сигнала захтева, посебно у системима управљања процесима за потребе привреде, као и у неким областима посебне намене. Најраспрострањенија подручја примене су радио-техника (модулација, удвајање учестаности), као и мерна техника (мерење ефективних вредности и електричне снаге).

У првим годинама развоја аналогне рачунарске технике, логаритамска и експоненцијална зависност оствариване су помоћу диодних генератора функција (*piecewise-linear approximation*). Савремена решења заснована су на примени транзистора и операционих појачавача. У овом поглављу разматрају се принципи рада *log*- и *antilog*-појачавача и неки основни примери њихове примене. Са много више детаља, ова врста електронских кола обрађена је у стручним часописима и посебним књигама [7], [8], [9], [10].

<sup>1</sup> На неки начин, то није "праведно". Експоненцијална функција, ипак, заслужује више "поштовања". Она описује разноврсне, за људска бића веома важне физичке процесе, као што је опадање интензитета зрачења услед радиоактивног распада или умножавање бактерија, а примењује се и као модел процеса учења на бази реакције на надражај. Посебно је значајна у електротехници, јер описује пуњење и пражњење кондензатора кроз отпорник сталне отпорности, али и у банкарству, за одређивање каматних стопа.

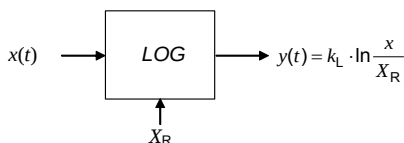
### 3.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Логаритмовање је аритметичка операција која се обавља над бројевима. Стваран (физички) елемент који обавља ову операцију заправо генерише излазни сигнал чији је интензитет сразмеран природном логаритму броја који представља количник улазне величине и погодно одабране референтне величине исте физичке природе:

$$y = k_L \ln \frac{x}{X_R}, \quad (3.6)$$

где је  $X_R$  референтна величина са којом се улазна величина  $x$  пореди. Величина  $k_L$  представља сачинилац преноса (константа скалирања, *scale factor*) који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине:

$$k_L (=) y. \quad (3.7)$$



Слика 3.1. Логаритамски појачавач

Једначина 3.6 може да се напише и у облику:

$$\frac{y}{Y_R} = \ln \frac{x}{X_R}, \quad (3.8)$$

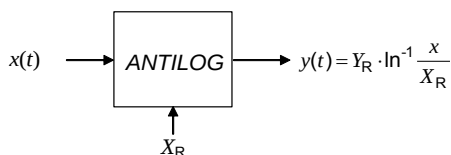
који боље описује деловање логаритамског појачавача: пресликавање односа  $x/X_R$  на однос  $y/Y_R$ , при чему  $Y_R$  има улогу референтне величине у односу на коју се одређује (исказује) великост излазне величине. У стручној литератури се елемент типа улаз-излаз, са оваквом катактеристиком назива и логаритамски претварач (*logarithmic converter*) [11], [12].

Математички модел антилог-појачавача (слика 3.2) је једначина:

$$y = k_E e^{\frac{x}{X_R}} = k_E \ln^{-1} \frac{x}{X_R}, \quad (3.9)$$

односно:

$$\frac{y}{Y_R} = \ln^{-1} \frac{x}{X_R}. \quad (3.10)$$



Слика 3.2. Антилогаритамски појачавач

## 3.2 ЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ

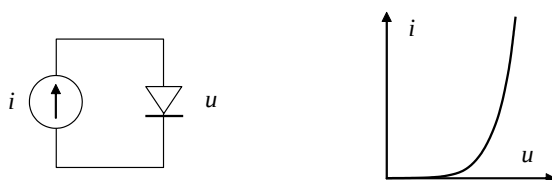
Физичку основу за остваривање електронских логаритамских појачавача представљају својства  $PN$ -споја, односно полупроводничке диоде [13]. У првој апроксимацији, карактеристика  $i(u)$  описује се једначином:

$$i = I_S (e^{\frac{u}{U_T}} - 1), \quad (3.11)$$

где је  $u$  напон између аноде и катоде,  $I_S$  је инверзна струја засићења, а  $U_T$  термички напон (електрични еквивалент температуре), дефинисан формулом:

$$U_T = \frac{kT}{q}, \quad (3.12)$$

у којој симбол  $q$  представља елементарно наелектрисање ( $1.60219 \cdot 10^{-19}$  C),  $k$  Болцманову константу ( $1,38062 \cdot 10^{-23}$  J/K), а  $T$  апсолутну температуру. Напон  $U_T$  је на собној температури приближно 26 mV.



Слика 3.3.  $U$ - $I$  карактеристика силицијумске диоде

Струја  $I_S$  је веома мала, па је у уобичајеним условима рада  $I_S \ll I$ , тако да може да се примени формула:

$$i \cong I_S e^{\frac{u}{U_T}}, \quad (3.13)$$

на основу које следи:

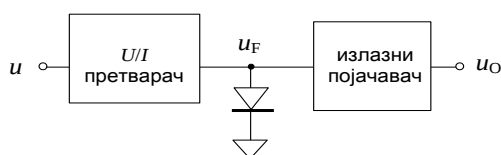
$$u = U_T \ln \frac{i}{I_S}, \quad (3.14)$$

односно:

$$\frac{u}{U_T} = \ln \frac{i}{I_S}. \quad (3.15)$$

### 3.2.1 ПРИНЦИП РАДА

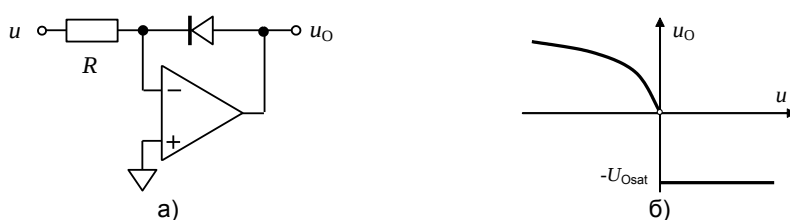
На основу једначине 3.14 следи да ако струја представља величину, а напон између крајева диоде излазну величину, карактеристика улаз-излаз представља логаритамску функцију. Блок-шема логаритамског појачавача са диодом приказана је на слици 3.4.



Слика 3.4. Принципска шема остваривања логаритамске функције

На слици 3.5.а приказан је логаритамски појачавач напона остварен применом операционог појачавача. Ако је операциони појачавач савршен, напон на његовом излазу је једнак:

$$u_O = U_T \ln \frac{-u}{RI_S} . \quad (3.16)$$

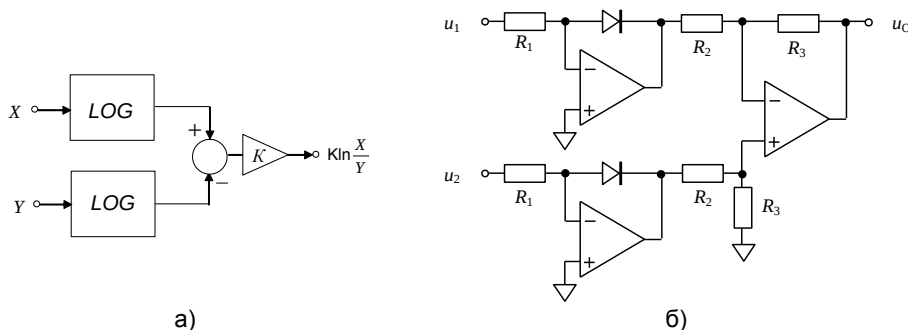


Слика 3.5. Логаритамски појачавач са операционим појачавачем

По својој природи логаритамски појачавач је униполаран. У колу приказаном на слици 3.5.а улазни напон је негативна величина. У противном, излаз операционог појачавача је у стању негативног засићења (слика 3.5.б).

Помоћу два логаритамска појачавача и одузимаача (појачавача разлике два напона) могуће је добити напон који је сразмеран логаритму односа (количника) два напона (слика 3.6.а) [14]. Такав појачавач (*log-ratio amplifier*) је приказан на слици 3.6.б. Излазни напон  $u_O$  једнак је:

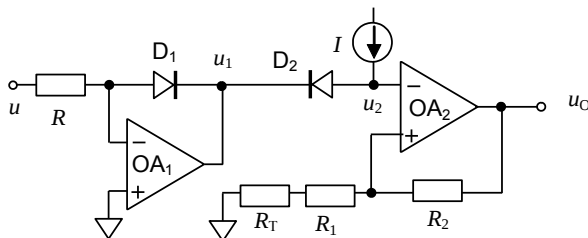
$$u_O = \frac{R_3}{R_2} U_T \ln \frac{u_1}{u_2} . \quad (3.17)$$



Слика 3.6. Појачавач логаритамског односа

Физичка природа процеса који се одвија у диоди, као логаритамском претварачу, је таква да је напон на њој мали, а радни опсег још мањи. То захтева што мањи напон помераја нуле, као и што мању улазну струју операционог појачавача. Излазни напон зависи од температуре, јер се и

напон  $U_T$  и струја  $I_S$  мењају са променама радне температуре. На слици 3.7 приказано је коло у којем је ова зависност смањена [15], [16].



Слика 3.7. Температурска компензација

Помоћу појачавача  $OA_1$  остварује се логаритамска функција. Диоде  $D_1$  и  $D_2$  су упарене, тако да напон  $u_2$ , који делује на инвертујућем улазу појачавача  $OA_2$ , не зависи од струје  $I_S$ :

$$u_2 = U_{F2} - U_T \ln \frac{u}{RI_S} = U_T \ln \frac{I}{I_S} - U_T \ln \frac{u}{RI_S}. \quad (3.18)$$

Сређивањем се добија:

$$u_2 = -U_T \ln \frac{u}{RI}. \quad (3.19)$$

Излазни напон  $u_O$  одређен је изразом:

$$u_O = u_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1 + R_T}\right) = -U_T \left(1 + \frac{R_2}{R_1 + R_T}\right) \ln \frac{u}{RI}. \quad (3.20)$$

Отпорник  $R_T$ , у колу неинвертујућег појачавача ( $OA_2$ ), представља термистор са негативним температурским сачиниоцем. Бира се тако да температурска зависност појачања излазног појачавача:

$$K = \frac{R_1 + R_2 + R_T}{R_1 + R_T}, \quad (3.21)$$

компензује утицај напона  $U_T$ .

У технологији интегрисаних електронских кола логаритамска функција се остварује помоћу транзистора као логаритамског претварача. На слици 3.8 приказана су два основна облика спајања [17], [18].



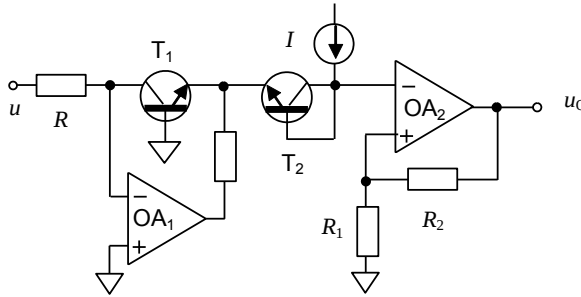
Слика 3.8. Логаритамски појачавач са транзистором

Транзистор са уземљеном базом, у колу са слике 3.8.а, назива се “трансдиода” или “Патерсонова диода” [19], [20]. Веза између напона база-емитор,  $u_{BE}$ , и струје колектора  $i_C$  дата је једначином:

$$u_{BE} = U_T \ln \frac{i_C}{I_{ES}}, \quad (3.22)$$

где је  $I_{ES}$  инверзна струја засићења емиторског споја. С обзиром да је излазни напон једнак напону  $u_{BE}$ , а струја  $i_C$  улазној струји, ово коло омогућује остваривање операције логаритмовања у веома широком опсегу, од неколико пикоампера до неколико милиампера.

Транзистор чија је база спојена са колектором делује као диода (слика 3.8.б) која може да се примени као логаритамски претварач, али је радни опсег, у поређењу са трансдиодом, знатно ужи. У оба случаја, основни недостатак је температурска зависност напона  $U_T$  и струје  $I_{ES}$ . На слици 3.9. приказан је поступак компензације температурске зависности [21], [22]. На основу овакве структуре развијена су и нека интегрисана кола [23].



Слика 3.9. Логаритамски појачавач са температурском компензацијом

Излазни напон  $u_O$  одређен је изразом:

$$u_O = -\frac{R_1 + R_2}{R_1} U_T \ln \frac{u}{RI} \frac{I_{ES2}}{I_{ES1}}. \quad (3.23)$$

Ако су транзистори  $T_1$  и  $T_2$  упарени, њихове инверзне струје засићења емиторског споја су једнаке ( $I_{ES1} = I_{ES2}$ ), тако да важи:

$$u_O = -U_L \ln \frac{u}{RI}, \quad (3.24)$$

где је  $U_L$  референтна вредност излазне величине логаритамског појачавача напона. У овом случају је:

$$U_L = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_T. \quad (3.25)$$

Функција отпорничког делитеља напона ( $R_1$  и  $R_2$ ) је, као и у колу са диодама, да оствари компензацију температурских промена напона  $U_T$ .

Карактеристика улаз-излаз логаритамског појачавача може да се представи у облику:

$$u_O = -U_L \ln \frac{u}{U_R}, \quad (3.26)$$

где је  $U_L$  референтна величина, мера у односу на коју се одређује (исказује) великост (интензитет) излазне величине  $u_O$ , а

$$U_R = RI, \quad (3.27)$$

је референтна вредност у односу на коју се одмерава вредност улазне величине  $u$ . Другим речима, логаритамски појачавач је аналогни мерни систем који мери великост улазне величине  $u$  (у односу на величину  $U_R$ ) и резултат мерења изражава у логаритамској размери:

$$\frac{u_O}{U_L} = -\ln \frac{u}{U_R}. \quad (3.28)$$

На тај начин се у мерној техници остварује сабијање (компресија) скале којом се резултат мерења приказује.

### 3.3 АНТИЛОГАРИТАМСКИ ПОЈАЧАВАЧИ

Експоненцијални облик карактеристике улаз-излаз добија се заменом места логаритамског претварача и референтног отпорника у колу логаритамског појачавача, као што је то приказано на слици 3.10.а [24], [25]. Математички модел овог кола представљају једначине:

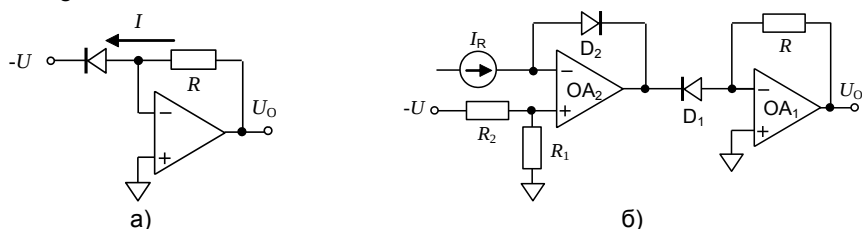
$$i \cong I_S e^{\frac{u}{U_T}}, \text{ и } u_O = Ri = RI_S e^{\frac{u}{U_T}}, \quad (3.29)$$

на основу којих следи:

$$u_O = U_E e^{\frac{u}{U_T}}, \quad (3.30)$$

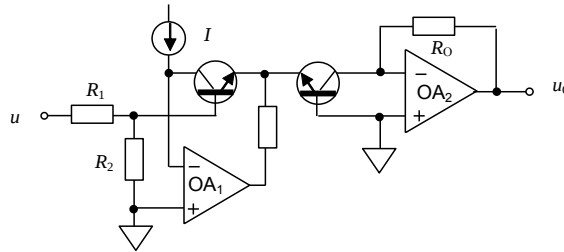
где је  $U_E$  референтна вредност излазне величине антилогаритамског појачавача напона:

$$U_E = RI_S. \quad (3.31)$$



Слика 3.10. Антилогаритамски појачавач са операционим појачавачем

Оба сачиниоца размере  $U_E$  и  $U_T$  зависе од температуре, и то је основни недостатак овог кола. На слици 3.10.б приказано је коло у којем је примењена температурска компензација помоћу одговарајућег предпојачавача ( $OA_2$ ) и коришћењем упарених диода. Диода  $D_2$  омогућује одстрањивање утицаја струје  $I_S$ , а отпорнички делитељ напона ( $R_1$  и  $R_2$ ) компензацију температурских промена напона  $U_T$ , на истоветан начин као у колу логаритамског појачавача. Слика 3.11. приказује поступак компензације у колу са транзисторима [26], [27]. На основу овакве структуре развијена су и нека интегрисана кола [28].



Слика 3.11. Антилогаритамски појачавач са транзисторима

Излазни напон  $u_O$  одређен је изразом:

$$u_O = U_E e^{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{u}{U_T}}, \quad (3.32)$$

где је  $U_E$  референтна вредност излазне величине *antilog*-појачавача напона. У овом случају је:

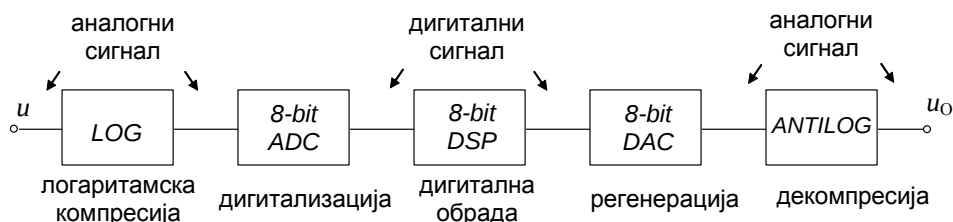
$$U_E = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_T. \quad (3.33)$$

Компензација температурских промена напона  $U_T$  остварује се помоћу отпорничког делитеља напона ( $R_1$  и  $R_2$ ) на претходно описан начин.

### 3.4 ПРИМЕНА

Помоћу *log*-појачавача остварује се компресија сигнала пре њихове дигитализације. Помоћу *antilog*-појачавача врши се, након остварене обраде (или преноса), враћање сигнала у првобитни аналогни облик. Блок-шема таквог, логаритамског ланца обраде сигнала приказана је на слици 3.12. Аналогни сигнал, добијен преко одговарајућег сензора чији је мерни опсег широк 4-декаде<sup>2</sup> претвара се, након одговарајуће компресије, у дигитални сигнал помоћу 8-битног А/Д претварача (ADC). После одговарајуће дигиталне обраде, коју обавља 8-битни дигитални сигнал-процесор (DSP), сигнал се враћа у аналогни облик и издаје у аналогном облику са финоћом разлагања који одговара улазном сигналу.

<sup>2</sup> То одговара резолуцији од 13 бита.



Слика 3.12. Логаритамска обрада сигнала

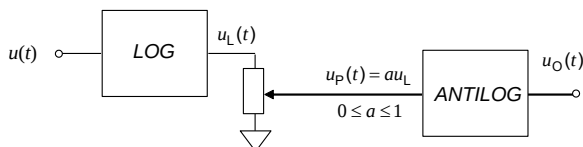
*Log-* и *antilog-*појачавачи могу да се примене и као елементи чијим се комбиновањем остварују друге математичке операције: множење, делење, степеновање позитивним и негативним изложоцем, одређивање ефективне вредности, као и моделовање основних тригонометријских функција [29].

### 3.4.1 СТЕПЕНОВАЊЕ

Остваривање степеновања независно променљиве  $x$ , при чему је изложилац реалан број  $n$ , зановано је на идентитету:

$$e^{n \ln x} = x^n. \quad (3.34)$$

На слици 3.13. приказан је одговарајући блок-дијаграм [30]. Помоћу потенциометра задаје се вредност експонента који, у овом случају, представља релативан положај клизача потенциометра<sup>3</sup>.

Слика 3.13. Степеновање применом *log/antilog* елемената

У складу са ознакама на слици, за овај систем важе једначине:

$$u_L(t) = U_L \cdot \ln \frac{u}{U_{RL}}, \quad (3.35)$$

$$u_P(t) = a u_L(t) \text{ и} \quad (3.36)$$

$$u_O(t) = U_E e^{\frac{u_P}{U_{RE}}}, \quad (3.37)$$

у којима  $U_L$  и  $U_E$  представљају референтне вредности, у односу на коју се одређује великост излазних величина логаритамског односно антилогаритамског појачавача, а  $U_{RL}$  и  $U_{RE}$  представљају референтне величине са којима се пореде улазне величине ( $u$  односно  $u_P$ ). На основу ових једначина следи:

<sup>3</sup> То је бездимензиона величина ( $0 \leq a \leq 1$ ).

$$u_O(t) = U_E \left( \frac{u}{U_{RL}} \right)^a \frac{U_L}{U_{RE}} \quad (3.38)$$

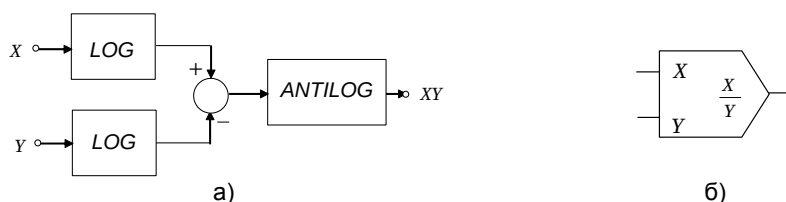
Додавањем појачавача иза потенциометра постиже се степеновање бројем који је већи од један. Потенциометар и појачавач заједно представљају појачавач подесивог појачања којим се дефинише вредност експонента.

### 3.4.2 ДЕЉЕЊЕ

За остваривање операције дељења може да се пође од идентитета:

$$e^{\ln(X) - \ln Y} = \frac{X}{Y} \quad (3.39)$$

На слици 3.14 приказани су одговарајући блок-дијаграм и графички симбол “логаритамског делитеља” (*dividing element, divider*) [31].

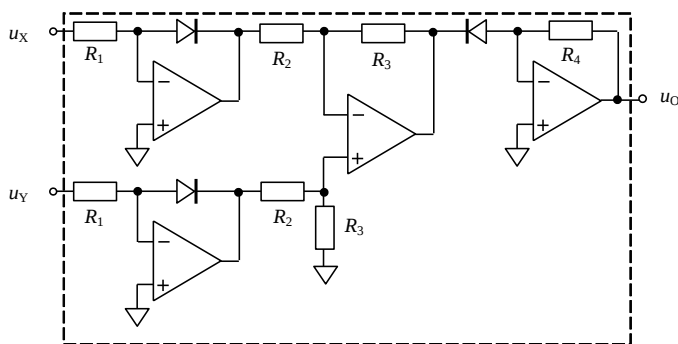


Слика 3.14. Делење применом *log/antilog* елемената

Електрична шема делитеља напона приказана је на слици 3.15. За напон на излазу кола важи формула:

$$u_O = U_D \frac{u_X}{u_Y}, \quad (3.40)$$

где је  $U_D$  референтна вредност излазне величине делитеља напона<sup>4</sup>.



Слика 3.15. Принципска шема логаритамског делитеља напона

<sup>4</sup> Обично се вредности параметара у колу бирају тако да је  $U_D = 10 \text{ V}$ .

### 3.4.3 МНОЖЕЊЕ

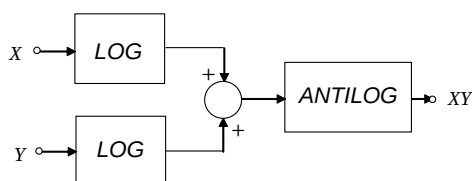
Полазећи од идентитета:

$$\log XY = \log X + \log Y, \quad (3.41)$$

операција множења може да се оствари помоћу “елементарних” операција логаритам, сабирање и антилогаритам:

$$XY = e^{\ln X + \ln Y}. \quad (3.42)$$

Одговарајућа блок-шема приказана је на слици 3.16. Поступци остваривања операције множења су, са много више детаља, обрађени у следећем поглављу.



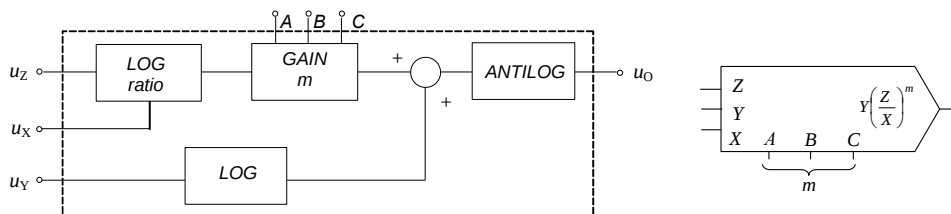
Слика 3.16. Логаритамски множач

## 3.5 ВИШЕНАМЕНСКИ ГЕНЕРАТОРИ ФУНКЦИЈЕ

Помоћу логаритамског и антилогаритамског појачавача могу да се остваре разноврсне математичке операције. На тој полазној основи развијени су модули, а потом и интегрисана кола чија се карактеристика улаз-излаз одређује спољашњим везама. На слици 3.17 приказан је општи структурни блок-дијаграм “универзалног” генератора функције (*log-antilog multifunction module*). Напон на излазу овог кола дефинисан је формулом:

$$u_O = u_Y \left( \frac{u_Z}{u_X} \right)^m, \quad (3.43)$$

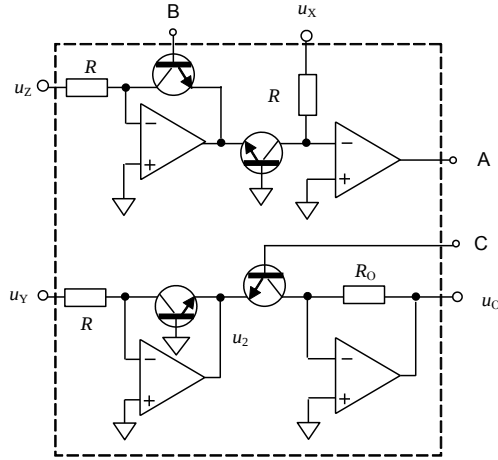
у којој експонент  $m$  представља појачање логаритамског односа.



Слика 3.17. Вишенаменски генератор функције

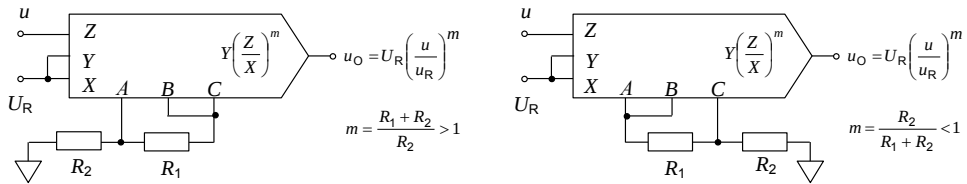
Вредност параметра  $m$  се одређује (задаје) спољашњим везама и елементима. Одговарајућим повезивањем могуће је остварити операције множења, дељења, кореновања, степеновања позитивним и негативним изложивоцем, одређивања ефективне вредности, као и приближно

израчунавање тригонометријских функција [29]. На слици 3.18 приказана је принципска електрична шема једног таквог вишефункцијског кола [32].



Слика 3.18. Електрична шема *log-antilog* генератора функције

Два примера његове примене за остваривање операције степеновања реалним бројем приказана су на слици 3.19.



Слика 3.19. Степеновање реалним бројем

Основна кола генератора функције, заснованих на примени *log*- и *antilog*-појачавача, могу да обрађују напон само једног поларитета. Одговарајућом претполаризацијом, као што је то приказано на слици 3.20, омогућује се прихватање биполарне величине на X-улазу [33]. Математички модел овог кола чине једначине:

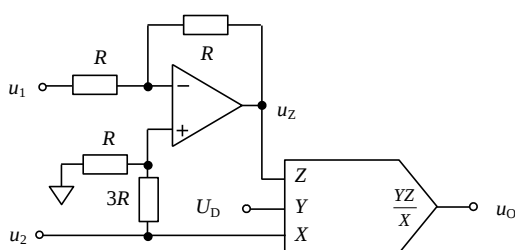
$$u_Z = \frac{u_2}{2} - u_1, \text{ и} \quad (3.44)$$

$$u_O = U_D \frac{u_Z}{u_2}, \quad (3.45)$$

на основу којих следи:

$$u_O = \frac{U_D}{2} - U_D \frac{u_1}{u_2} = U_D \left( \frac{1}{2} - \frac{u_1}{u_2} \right). \quad (3.46)$$

Напон  $u_1$  може да има променљив знак, али у сваком тренутку мора да буде испуњен услов  $u_Z > 0$ .



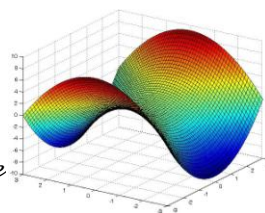
Слика 3.20. Поларизација делитеља напона

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Електрични и магнетски уређаји, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 151, 1990, 151-01-62.
- 2 International Electrotechnical Commission, International Electrotechnical Vocabulary 60050: part 702-09, Oscillations, signals and related devices / Linear and non-linear networks and devices, 702-09-19.
- 3 Електрична и магнетска кола, Термини и дефиниције, ЈУС Н. А0. 131, 1990, 131-02-45.
- 4 IEC, IEC 60050: part 151-13, Electrical and magnetic devices / Particular electric devices, 151-13-50.
- 5 П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с.55.
- 6 I.N.Bronštajn, K.A.Semendjajev, G.Musiol, H.Milig, Matematički priručnik, SOHO GRAPH, 2004.
- 7 Greame J., Tobey G, Huelsman L. Operational amplifiers, design and aplications, Mc Graw-Hill, 1971, p.258.
- 8 Y.J.Wong, W.E.Ott, Function circuits, Design and Applications, BB electronics services, McGraw Hill, 1976.
- 9 D.H.Sheingold, Nonlinear circuits handbook, Analog Devices, 1974, 1976, руски превод Справочник по нелинейным схемам, Мир, 1977, с.181.
- 10 G. Korn, T. Korn, Electronic Analog and Hybrid Computers, McGraw Hill, 1964, руски превод Електронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины, Мир, 1968.
- 11 В. Стојановић, Аналогна електроника, Ниш, 2004, 135.
- 12 Реф. 8, p.46.
- 13 П. Бошњаковић, Основи електронике, ВЕТШ, 2006, с.14.
- 14 Реф. 7, p.265.
- 15 Реф. 7, p.263.
- 16 J.Millman, c. Halkias, Integrated Electronics, Mc Graw-Hill, 1972, p.574.
- 17 Реф. 8, p.52.
- 18 Реф. 16, p.574.
- 19 Реф. 9, с.245.
- 20 W. Paterson, Multiplication and Logaritmic Conversion by Operational Amplifier-Transistor Circuits, Review of Scientific Instruments, 34, No 12, 1963.
- 21 Реф. 16, p.576.
- 22 Реф. 11, с.145.
- 23 Log amplifier ICL8048, INTERSIL,2004.
- 24 Реф. 7, p.266.
- 25 Реф. 16, p.577.
- 26 Реф. 8, p.62.
- 27 Реф. 11, с.145.
- 28 Antilog amplifier ICL8049, INTERSIL,1999.
- 29 P. Garrett, Analog I/O Design, aquisition: conversion: recovery, Reston PCI, 1981, p.46.
- 30 Реф. 7, p.267.
- 31 Реф. 7, p.269.
- 32 Реф. 8, p.115.
- 33 Реф. 8, p.113.

“Оно што знамо  
није много.  
Оно што не знамо  
је неизмерно.”

*Laplace*



## 4. МНОЖАЧИ

У најопштијем смислу електронски множач је склоп (уређај, систем) који на свом излазу даје сигнал чији је информациони параметар сразмеран производу вредности информационих параметара два или више независних улазних сигнала. Примена множача је разноврсна. Највише се користе у мерним и телекомуникационим системима. Множач је језгро бројила електричне енергије [1], инструмената за мерење електричне снаге [2] и ефективне вредности, користи се у колима напонски контролисаних филтера [3], као амплитудски модулатор, фазни детектор или удвајач учестаности...

У овом поглављу разматрају се поступци остваривања ове нелинеарне операције. Познавање њихових својстава неопходно је за разумевање рада низа сложених електронских система којима се обрађују информације представљене у аналогном облику.

### 4.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Под називом “множач” (*multiplier*<sup>1</sup>) подразумева се елемент којим се остварује математичка операција множења. Оператор множења  $\mathcal{M}$ :

$$\mathcal{M}(x, y) = x \cdot y,$$

одликује се својством хомогености:

$$\mathcal{M}(c_x x, c_y y) = c_x c_y \mathcal{M}(x, y),$$

али не и својством адитивности:

$$\mathcal{M}(x + \Delta x, y + \Delta y) \neq \mathcal{M}(x, y) + \mathcal{M}(\Delta x, \Delta y).$$

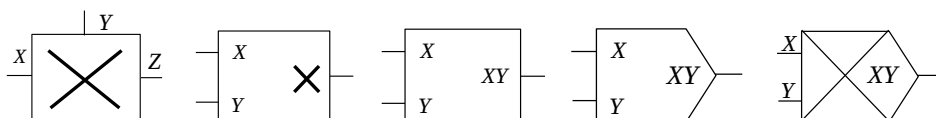
Другим речима, оператор  $\mathcal{M}(x, y)$  није линеаран. За аналогни множач, као елемент са више улаза и једним излазом, не важи принцип суперпозиције. При анализи система који у себи садрже множач, не може да се примени метод анализе у фреквенцијском домену.

---

<sup>1</sup> Мултипликатор, назив потиче од лат. *multiplicare*, множити.

Према својствима улазних и излазних величина, множачи могу да се поделе на аналогне, дигиталне и хибридне. Аналогни множач (*analogue multiplier*) је елемент којим се физички остварује операција множења аналогних величина<sup>2</sup>. У ужем смислу, аналогни множач обрађује сигнале чији је информациони параметар великост физичке величине која представља носиоца информације. Дигитални множачи обрађују дигиталне величине. За бројеве мале дужине, могу да представљају посебну врсту комбинационих кола. У системима за дигиталну обраду сигнала (*Digital Signal Processing, DSP*) операцију множења остварује сложена функционална јединица. Обрада аналогних сигнала тада подразумева и претварање облика представљања информације из аналогног у дигитални. Хибридни множачи спадају у мешовита кола у којима постоје и аналогни и дигитални сигнали (*mixed-signal circuits*). Начином рада, аналогно-дигитални претварач представља заправо хибридни множач.

У стручној литератури се користе различити графички симболи за приказивање аналогних множача. Неки од њих су дати на слици 4.1.



Слика 4.1. Графички симболи множача

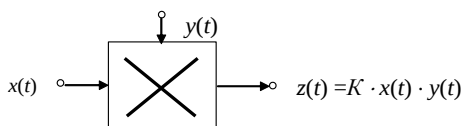
#### 4.1.1 АНАЛОГНИ МНОЖАЧИ

У основном облику множач је нелинеарни елемент са два улаза,  $x$  и  $y$ , и једним излазом,  $z$  (слика 4.2). Њихов међусобни однос дефинисан је једначином:

$$z = K \cdot x \cdot y, \quad (4.1)$$

где је  $K$  сачинилац преноса (*constant weighting factor, scale factor*) који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине:

$$K(=) \frac{z}{xy}. \quad (4.2)$$



Слика 4.2. Множач аналогних величина

<sup>2</sup> Треба имати у виду да, ако је информациони параметар аналогна величина, то не значи да је сигнал, који представља носилац информације, непрекидна функција времена, односно да је носилац информације аналогни сигнал у ужем смислу. Учестаност низа (правоугаоних) импулса неке бинарне величине, на пример, може да има било коју вредност (унутар неког опсега). На овој основи почива функционисање посебне врсте множача аналогних величина који се називају "импулсни множачи".

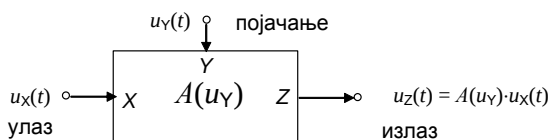
За множач напона, на пример, важи:

$$\dim x = \dim y = \dim z = U; \dim K = U^{-1}. \quad (4.3)$$

Множач може да се посматра и као програмабилни појачавач<sup>3</sup>. Множач напона, на пример, на свом излазу даје напонски сигнал (слика 4.3) за који важи:

$$u_Z = A(u_Y)u_X, \quad (4.4)$$

$u_X$  и  $u_Y$  су улазни напони,  $u_Z$  је излазни напон, а сачинилац  $A$  је бездимензиона величина која представља појачање (*gain*) од улаза  $X$  до излаза  $Z$  појачавача чијим појачањем се управља преко улаза  $Y$ .

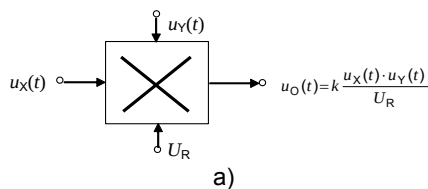


Слика 4.3. Програмабилни појачавач као множач

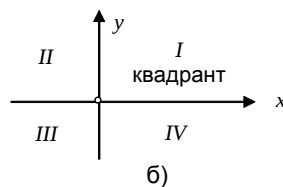
Са становишта анализе начина рада, најпогодније је да се математички модел множача напона представи у облику:

$$u_O = k \frac{u_X u_Y}{U_R}. \quad (4.5)$$

Овако дефинисан сачинилац  $k$  је бездимензиона величина, одређена конструктивним параметрима кола<sup>4</sup>. Напон  $U_R$ , који, заједно са  $k$ , одређује сачинилац преноса  $K$  (једначина 4.1), представља референтни напон множача<sup>5</sup> (слика 4.4.а).



а)



б)

Слика 4.4. Множач напона

Према поларитету (знаку) улазних величина, множачи се деле на (слика 4.4.б):

једноквадрантне,  
двоквадрантне, и  
четвороквадрантне.

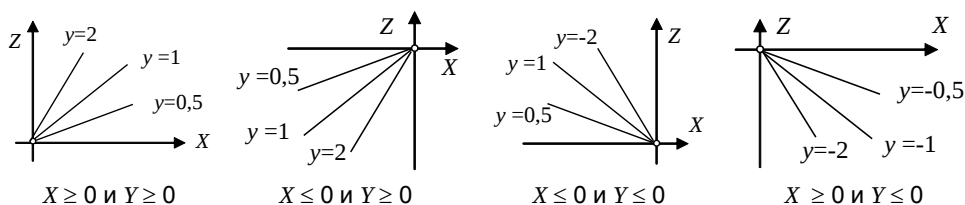
<sup>3</sup> Појачање може да се посматра као операција множења константом. Програмабилни појачавач (*variable gain amplifier* – VGA, *voltage controlled amplifier* – VCA, *programmable gain amplifier* – PGA) представља појачавач чије појачање може да се мења (подеси, зада) електричним путем.

<sup>4</sup> Уобичајено је, али није обавезно, да сачинилац преноса представља позитивну величину.

<sup>5</sup> Уобичајено је  $k = 1$  и  $U_R = 10 \text{ V}$ .

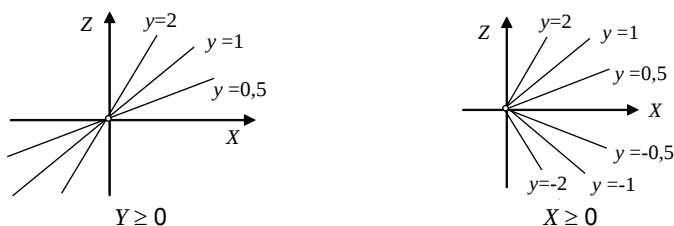
Једноквадрантни множач може да обрађује само униполарне улазне сигнале. Његова радна област је ограничена на само један квадрант  $X$ - $Y$  равни. Ако су оба улаза ограничена на позитивне вредности, множач ради у првом квадранту. Визуелно представљање статичке карактеристике елемента са два улаза и једним излазом подразумева тродимензионални приказ у  $X$ - $Y$ - $Z$  простору. Уобичајено је да се дају дводимензионалне карактеристике којим се приказује зависност излаза ( $z$ ) од вредности једног од улаза, када величина (информациони параметар) на другом улазу има сталну вредност. У том случају величина  $K$  представља сачинилац сразмере излаза и једног од улаза. Његова се вредност подешава (задаје) избором вредности друге улазне величине. Карактеристике једноквадрантних множача у  $X$ - $Z$  равни приказане су на слици 4.5 за различите сталне вредности сигнала на  $y$ -улазу:

$$z = K \cdot (x \cdot y) \Big|_{y = \text{const}} = A(y)x. \quad (4.6)$$



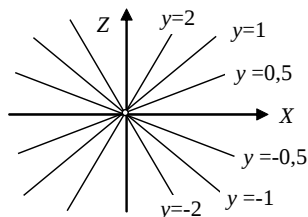
Слика 4.5. Карактеристике једноквадрантних множача

Двоквадрантни множач прихвата биполарни сигнал на једном улазу, а униполарни сигнал на другом улазу. Могућа су два типа таквог множача, чије су карактеристике приказане су на слици 4.6.



Слика 4.6. Карактеристике двоквадрантних множача

Множач који може да прихвати (обрађује) сигнале за све четири комбинације знака улазних величина и обезбеди излаз одговарајућег знака, назива се четвороквадрантни множач (слика 4.7).



Слика 4.7. Карактеристика четвороквадрантног множача

## 4.2 СВОЈСТВА АНАЛОГНИХ МНОЖАЧА

У најједноставнијем случају, за анализу најлакшем, карактеристика улаз-излаз савреног множача напона може да се опише изразом:

$$u_O = Ku_X u_Y, \quad (4.7)$$

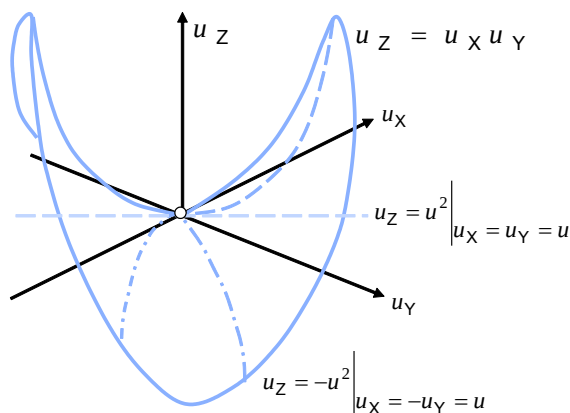
у којем  $u_X$  и  $u_Y$  представљају улазне величине,  $u_O$  је излазни напон, а  $K$  сачинилац преноса који се обично назива “појачање”. Овакав модел је, неизбежно, само апроксимација стварних односа који постоје између улазних и излазне величине множача. Излазни сигнал стварног множача одступа од теоријске вредности, која одговара савршеној карактеристици:

$$u_O = Ku_X u_Y + \Delta u_O. \quad (4.8)$$

Величина  $\Delta u_O$  представља грешку која зависи од више величина. Ради једноставности, при анализи, уместо укупне грешке множача (*total error*) посматрају се парцијалне грешке. Оне су дефинисане као одступања од савршене карактеристике, која могу да се појаве при различитим (назначеним) условима окружења (температура, напон напајања, отпорност оптерећења) и у одређеном начину рада (када само једна од улазних величина мења вредност, у одређеном опсегу и на одређен начин). Осим тога, својства множача описују се и показатељима осетљивости на промене утицајних величина, посебно на промене температуре околине, што се исказује одговарајућим температурским сачиниоцем (*temperature coefficient, TC*).

### 4.2.1 СТАТИЧКА КАРАКТЕРИСТИКА

Статичка карактеристика савреног множача напона представља површ у тродимензионалном  $u_X$ - $u_Y$ - $u_Z$  простору (слика 4.8). Она има облик седла и пролази кроз координатни почетак.



Слика 4.8. Карактеристика множача

Математички модел стварног множача може да се представи изразом:

$$u_O = (K + \Delta K)(u_X + U_{X0})(u_Y + U_{Y0}) + U_{O0} + f(u_X, u_Y), \quad (4.9)$$

у којем  $\Delta K$  представља одступања стварне вредности сачиниоца преноса од теоријске (прорачунате) вредности. Величине  $U_{X0}$ ,  $U_{Y0}$  и  $U_{O0}$  су помераји нуле (офсет) на улазима и излазу. Последњи члан  $f(u_X, u_Y)$  представља грешку која потиче од “појединачног” деловања улазних величина на излаз, односно представља резултат узајамног деловања које се не може представити као множење. Ова компонента грешке назива се “грешка оператора” (модела).

Анализа се поједностављује ако се поједини ефекти разматрају независно. То је оправдано јер, компонента укупне грешке која, на пример, описује утицај промене појачања  $\Delta K$  у зависности од напона помераја нуле ( $U_{X0}$ ,  $U_{Y0}$  и  $U_{O0}$ ), представља грешку нижег реда величине (може да се сматра да је унутар радног опсега  $U_{X0}U_{Y0} \ll u_X u_Y$ ).

#### 4.2.1.1 ГРЕШКА ПОЈАЧАЊА

Утицај промена вредности сачиниоца преноса  $K$ :

$$u_O = (K + \Delta K)u_X u_Y, \quad (4.10)$$

посматра се при референтним условима. У начелу, у сваком конкретном решењу (треба да) постоји могућност, мање или више једноставне компензације (“поправке”) иницијалне вредности грешке појачања ( $\Delta K$ ). Након подешавања вредности константе  $K$ , за даљу употребу множача, значајне су, пре свега, температурска осетљивост и дуговремена стабилност појачања.

#### 4.2.1.2 ПОМЕРАЈ НУЛЕ

Статичка карактеристика савршеног множача пролази кроз координатни почетак. Независно од начина на који се жељена функција остварује, практично је немогуће постићи да пројектовани систем (образован од стварних елемената) испуни, са потребном тачношћу, овај “почетни услов” без додатних “корективних мера”, које се предузимају при првом пуштању у рад, као и касније, при калибрацији<sup>6</sup> система.

Када се посматрају само помераји нуле на улазима и излазу множача, карактеристика  $u_O(u_X, u_Y)$  има облик:

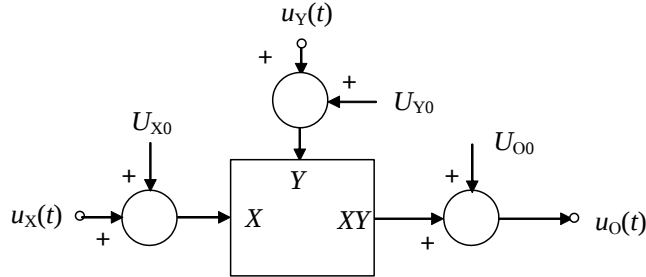
$$u_O = K(u_X + U_{X0})(u_Y + U_{Y0}) + U_{O0}. \quad (4.11)$$

Еквивалентно коло множача, са назначеним изворима грешке које могу да се представе као помераји нуле, приказано је на слици 4.9. Множач, за разлику од појачавача, има три нуле, што поступак подешавања чини сложеним. Наиме, није довољно, као у случају појачавача (за који, као

<sup>6</sup> Под овим називом се у електроници подразумева скуп поступака којима се остварује подешавање вредности неких елемената у одређеном колу, тако да његов одзив на изабрану побуду одговара жељеној (декларисаној) карактеристици преноса. Сам назив (енг. *calibration*), посредно, потиче из латинског језика (*qua libra*, калибар, величина и тежина топовског метка, пречник шупљине ватреног оружја, образац).

линеарни елемент, важи теорема о суперпозицији), да се, на одговарајући начин, изврши само подешавање напона  $U_{000}$  који представља нулу на излазу елемента када су оба улаза једнака нули:

$$U_{000} = u_0 \Big|_{(u_X = 0) \wedge (u_Y = 0)} = KU_{X0}U_{Y0} + U_{00} . \quad (4.12)$$



Слика 4.9. Еквивалентно коло

Ако су величине  $U_{X0}$ ,  $U_{Y0}$  и  $U_{00}$  резултат несавршености (неупарености) одговарајућих елемената, оправдано је предпоставити да су истог реда величине и да члан  $KU_{X0}U_{Y0}$  у претходном изразу треба да се занемари у односу на члан  $U_{00}$ , који представља померај нуле излазног кола<sup>7</sup>. У складу са тим, компензација напона  $U_{00}$  се врши у излазном делу, одговарајућом поларизацијом којом се напон  $U_{000}$  доводи на нулу. То, међутим не значи да постојање  $U_{X0}$  и  $U_{Y0}$  може у потпуности да се занемари. Грешка услед помераја нуле на  $X$ -улазу, на пример, посматрана на излазу, зависи од вредности напона на  $Y$ -улазу. Када  $X$ -улаз тежи нули, она постаје веома значајна јер тада релативна грешка, сведена на излаз, расте. На основу једначине 4.11 следи:

$$u_0 = Ku_Xu_Y + KU_{X0}u_Y + KU_{Y0}u_X + KU_{X0}U_{Y0} + U_{00} . \quad (4.13)$$

Да би се омогућила компензација утицаја помераја нуле на улазима,  $U_{X0}$  и  $U_{Y0}$ , потребна су још два мерења (подешавања). Када напон  $u_X$  има погодно одабрану референтну вредност  $U_R$  (која, на пример, одговара горњој граници опсега вредности на том улазу), а напон  $u_Y$  је једнак нули, излазни напон  $U_{0X0}$ :

$$U_{0X0} = K(U_R + U_{X0})U_{Y0} , \quad (4.14)$$

доводи се на нулу тако што се подешава померај нуле на  $Y$ -улазу. Померај нуле на  $X$ -улазу подешава се довођењем на нулу напона  $U_{00Y}$  који се добија на излазу када напон  $u_Y$  има референтну вредност  $U_R$ :

$$U_{00Y} = U_{X0}(U_R + U_{Y0}) , \quad (4.15)$$

<sup>7</sup> Ако су, на пример,  $U_{X0}$ ,  $U_{Y0}$  и  $U_{00}$  реда величине 1 % радног опсега напона на улазу/излазу, производ  $U_{X0} \cdot U_{Y0}$  представља грешку која је реда величине 0,01%.

Након подешавања<sup>8</sup>, значајна је само промена укупног напона помераја нуле на излазу, до које долази услед промене температуре околине и ефеката старења. При малим улазима оне представљају најзначајнији извор грешке. Укупно одступање од подешене вредности напона  $U_{000}$  једнако је:

$$dU_{000} = KdU_{X0}dU_{Y0} + dU_{00} . \quad (4.16)$$

Осим ове компоненте грешке, постоји и члан који је резултат пресликавања улаза на излаз без множења:

$$\delta U_O = KU_{X0}u_Y + KU_{Y0}u_X . \quad (4.17)$$

И када је један од улазних напона једнак нули, излаз прати промене напона на другом улазу<sup>9</sup>.

#### 4.2.1.3 ЛИНЕАРНОСТ

Множач је, по дефиницији, нелинеарни елемент. Разматрање својства линеарности (*linearity*) елемента који остварује нелинеарну функцију може, на први поглед, да изгледа непримерено. Под називом “линеарност” у овом случају се подразумева блискост функције, која представља карактеристику елемента при сталној вредности једног од улаза, и функције која представља праву линију провучену између тачака које дефинишу границе радног опсега. Другим речима, посматра се функција:

$$u_{OX} = Ku_X \Big|_{u_Y=const} , \quad (4.18)$$

која представља одзив када напон  $u_Y$  има одређену сталну вредност (слика 4.6), односно функција:

$$u_{OY} = Ku_Y \Big|_{u_X=const} , \quad (4.19)$$

која представља одзив када напон  $u_X$  има одређену сталну вредност. Ово одступање од линеарне функције испољава се као резултат промене сачиниоца преноса  $K$ , у зависности од вредности улазних величина:

$$u_O = K(u_X, u_Y) u_X u_Y . \quad (4.20)$$

Квантитативно се изражава као грешка нелинеарности. Типичне вредности код интегрисаних множача налазе се у опсегу од 1 % до 0.01 %.

<sup>8</sup> У завршној фази процеса производње интегрисаног кола, подешавање се врши ласером. Током употребе уређаја у којем се то коло користи, подешавање се врши потенциометром (који, у односу на то коло, представља екстерну компоненту).

<sup>9</sup> Ова појава се у телекомуникацијама назива “преслушавање” (*feedthrough*). У електроници се, понекад, користи назив “цурење” (*leakage*).

### 4.2.2 ДИНАМИЧКА СВОЈСТВА

У динамичком погледу, савршени (идеални) множач има тренутни одзив. Динамичка својства стварних множача описују се ширином фреквенцијског опсега (*bandwidth, BW*), највећом могућом брзином промене излазног напона (*slew rate*), као и временом успостављања вредности излазне величине након скоковите промене једне од улазних величина (*settling time*).

Савршени множач има бесконачно широк пропусни опсег. При синусној побуди сачинилац преноса  $K$  представља се комплексном величином која зависи од учестаности. У првој апроксимацији користи се модел који одговара динамичком елементу првог реда (филтер пропусник ниских учестаности):

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{1 + j\omega T}. \quad (4.21)$$

Са повећањем учестаности вредност сачиниоца  $K$  се смањује (слаби). Пропусни опсег се дефинише граничном учестаношћу (*breakpoint frequency, cut-of frequency*) при којој слабљење достиже задату вредност. Обично се за дефиницију граничне учестаности користи формула:

$$\frac{K(f_g)}{K_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707, \quad (4.22)$$

која одговара слабљењу сачиниоца преноса  $K$  за 3 dB. Када се фреквенцијска карактеристика моделује једначином 4.21, гранична учестаност је учестаност при којој је вредност сачиниоца преноса  $\sqrt{2}$  пута мања од вредности која одговара статичким условима рада.

## 4.3 ВРСТЕ МНОЖАЧА

Операција множења спада у основне рачунске операције, али њена примена (практично остваривање у електронском уређају) представља сложен задатак. Са циљем да се омогући налажење што погоднијег решења, с обзиром на специфичне услове одређене примене, развијен је низ разноврсних електронских кола. У начелу, множачи аналогних величина могу да се сврстају у две основне групе.

Прву групу чине “природни” множачи, чији је рад заснован на примени одговарајуће физичке појаве, такве да је нека мерљива аналогна величина одређена производом вредности две друге аналогне величине, погодне да се примене као носиоци информације. На садашњем степену развоја технике, то су аналогни множачи у пуном смислу те речи, јер се њихов рад у потпуности заснива на обради сигнала у аналогном облику.

Постоји низ физичких појава које, у начелу, могу да се примене за остваривање операције множења. Омов закон, на пример, омогућује да се добије напон сразмеран производу две електричне величине од којих једна

представља струју, а друга отпорност. Представљање информације струјним сигналом се често примењује у електроници<sup>10</sup>, али је отпорност много мање подесна за управљање. Да би се остварио множач чији је математички модел Омов закон, потребан је елемент чија је електрична отпорност сразмерна вредности једне од независно променљивих величина:

$$u_O = i(x) r(y). \quad (4.23)$$

Савременој електроници није познат полупроводнички електронски елемент такав да на свом излазу даје величину чија је вредност сразмерна производу две улазне величине исте врсте, а чији начин деловања може да се, са довољном тачношћу, опише само оператором множења. Због тога, већи практичан значај има друга група, коју чине “еквивалентни” множачи, засновани на поступку, који се широко примењује у рачунској техници при моделовању сложених оператора, а састоји се у замени (супституцији) алгорита.

Операција множења независно променљивих величина  $x$  и  $y$  остварује се моделовањем аналитичких односа  $\phi(x, y)$  идентички једнаких производу аргумената  $x$  и  $y$ . Другим речима, множење се “своди” на друге математичке операције, технички погодније за примену. На пример, на основу идентитета:

$$xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}, \quad (4.24)$$

$$xy = \frac{(x+y)^2 - x^2 - y^2}{2}, \quad (4.25)$$

у аналогној електроници се операција множења замењује операцијама сабирања, одузимања и квадрирања. Једначина:

$$xy = a^{\log_a x + \log_a y}, \quad (4.26)$$

омогућује да се множач оствари помоћу логаритамског и антилогаритамског појачавача, док релација:

$$xy = \frac{x}{\frac{1}{y}}; y \neq 0, \quad (4.27)$$

своди множење на две операције дељења. У начелу, могуће су и друге формуле, али су се наведене показале као технички најприхватљивије.

Посебну групу у аналогној техници представљају “посредни” множачи, код којих се операција множења остварује уз примену пресликавања облика представљања информација из аналогног у неки други облик. У системима у којима се захтева висока тачност, најширу примену имају импулсни множачи чији рад се заснива на обради сигнала правоугаоног таласног облика.

<sup>10</sup> У аналогним електронским колима са операционим појачавачима се, по правилу, вредност улазног напонског сигнала пресликава на вредност неке струје.

Суштина проблема остваривања операције множења аналогних величина лежи управо у чињеници да она, по правилу, захтева додатну обраду бар једног од улазних сигнала. А додатна обрада уноси додатну грешку.

## 4.4 МНОЖАЧИ НА БАЗИ ПРОМЕНЉИВЕ ОТПОРНОСТИ

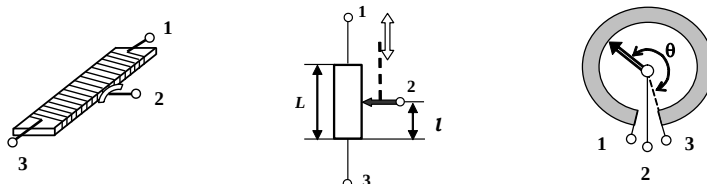
Као што је већ истакнуто, множач може да се посматра као појачавач чије појачање зависи од неке независно променљиве величине. Такав приступ се своди на примену “управљаних” пасивних елемената чија карактеристична електрична величина може да се мења механичким или електричним путем.

Електрична отпорност  $R$  проводника, израђеног од хомогеног материјала, одређена је његовим димензијама и својствима материјала од којег је израђен:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.28)$$

где је  $l$  дужина,  $S$  пресек, а  $\rho$  специфична електрична отпорност материјала. Промена било које од ових величина може да представља принцип остваривања подесивог отпорника.

Реостат је отпорник чија отпорност може да се ручно подешава. Пасивни резистивни елемент са три краја од којих један представља клизни контакт који се помера дуж тела отпорника (слика 4.10) назива се потенциометар<sup>11</sup>. Вредност отпорности  $R$  између клизача и једног од крајева потенциометра функција је његовог положаја, при чему је облик ове функције одређен конструктивним параметрима<sup>12</sup>.



Слика 4.10. Потенциометри

У савременој мерној техници, потенциометар се примењује као сензор који омогућује одређивање транслаторног или угаоног помераја. Посматра се подужна отпорност дуж тела потенциометра посматраног транслаторно,  $\rho_l$ :

$$\rho_l = \frac{dR}{dl}, \quad (4.29)$$

или угаоно:

<sup>11</sup> Потенциометар је електромеханички склоп који представља пасивни резистивни елемент са три краја, од којих је један клизни контакт. Омогућује механичко подешавање отпорности у електричном колу. У класичној мерној техници, мерни потенциометар је инструмент за мерење напона код којег се напон који се мери уравнотежава познатим напонам добијеним пропуштањем сталне струје кроз подесиви отпорник, или подесиве струје кроз отпорник непроменљиве отпорности.

<sup>12</sup> Одговарајућим обликовањем тела на које се намотава жица постиже се нелинеарна зависност  $R(l)$ .

$$\rho_\theta = \frac{dR}{d\theta} \quad (4.30)$$

Ако је подужна отпорност  $\rho_l$  дуж тела потенциометра константна, отпорност  $R$  између клизача и једног од крајева потенциометра сразмерна је растојању  $l$  између њих, мереном дуж тела отпорника:

$$R = \rho_l \cdot l, \quad (4.31)$$

што омогућује одређивање одступања (*displacement*) положаја клизача  $l$  у односу на почетни положај на једном крају потенциометра, на основу мерења отпорности "активног" дела потенциометра  $R$ :

$$R = R_p \frac{l}{L}, \quad (4.32)$$

где је  $R_p$  отпорност између крајева потенциометра (максимална отпорност),  $L$  највећа вредност коју може да има величина  $l$  (ход клизача потенциометра).

С обзиром на изражену зависност електричне отпорности од температуре, за тачна мерења помераја се као информативни параметар користи релативан положај клизача  $a$ :

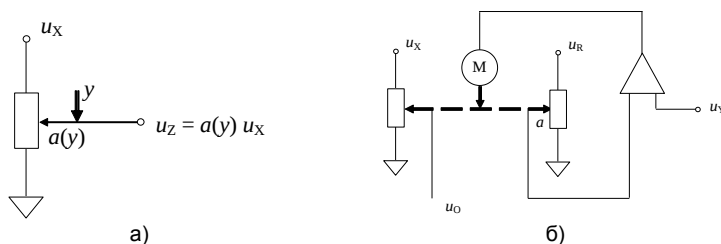
$$a = \frac{l}{L} = \frac{R}{R_p}, \quad (4.33)$$

односно:

$$a = \frac{\theta}{\theta_{\max}} = \frac{R}{R_p}, \quad (4.34)$$

за кружни (ротирајући) потенциометар.

Линеарни потенциометри су подесиви отпорници, али је за њихову примену потребан механички погон (слика 4.11.а). Сервосистем је затворен систем управљања (систем са повратном спрегом) у којем је управљана величина механички положај. Развој телемеханике<sup>13</sup> био је подстакнут другим светским ратом. Сервомножач, некада коришћен у аналогним рачунским машинама, заснован је на симетрији карактеристике два механички управљана потенциометра (слика 4.11.б). Напон на клизачу десног потенциометра уравнотежава се напонам који је једнак улазном напону  $u_X$ . Излазни напон  $u_O$  једнак је производу улазног напона  $u_X$  и релативног положаја клизача потенциометра  $a$ , а то значи производу напона  $u_X$  и  $u_Y$ .

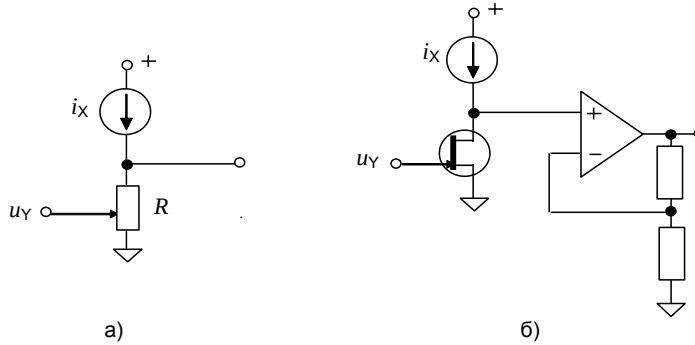


Слика 4.11. Сервомножач

Омов закон пружа могућност остваривања операције множења ако је једна улазна величина струја,  $i_X$  а друга отпорност  $R_Y$  која зависи од вредности улазног напона  $u_Y$  (слика 4.12.а):

$$u_O = i_X R(u_Y). \quad (4.35)$$

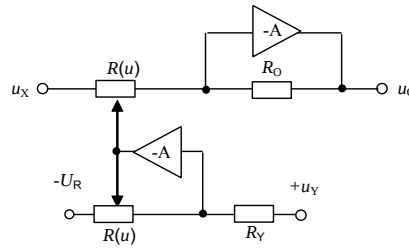
<sup>13</sup> Телемеханика (*telemecanic*) је област технике која се бави управљањем машинама на даљину, посебно радио путем.



Слика 4.12. Множење применом Омовог закона

Напонски управљани отпорници (*voltage controlled resistors*) су, нажалост, изразито нелинеарни и осетљиви на промене температуре [4]. Отпорност канала спојног транзистора са ефектом поља (*junction field effect transistor, JFET*), на пример (слика 4.12.б), линеарно зависи од напона између гејта и сорса, али само у релативно узаној области око координатног почетка [5].

Жељену карактеристику могуће је остварити применом операционих појачавача и резистивних елемената са упареним карактеристикама  $R(u)$  примењених у системима за аутоматско подешавање појачања (*gain-setting feedback loop*). Принцип рада приказан је на слици 4.13.



Слика 4.13. Множење применом Омовог закона

Издазни сигнал  $u_O$  узима се са излаза појачавача на чијем улазу, преко управљаног отпорника  $R(u)$ , делује улазни напон  $u_X$ . Под претпоставком да је појачање довољно велико, важи:

$$u_O = -\frac{R_O}{R(u)} u_X, \quad (4.36)$$

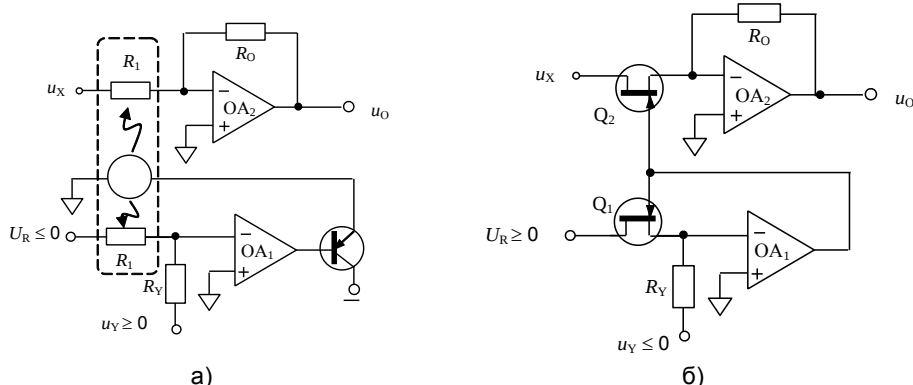
где је  $R_O$  отпорност у колу повратне спреге појачавача. Управљачки напон  $u$  одређен је условом баланса струја у грани коју образују улазни напон  $u_Y$  и извор референтног напона  $U_R$ :

$$\frac{U_R}{R(u)} = \frac{u_Y}{R_Y}. \quad (4.37)$$

На основу једначина 4.36 и 4.37 следи:

$$u_O = -\frac{R_O}{R_Y} \frac{u_Y}{U_R} u_X = -\frac{R_O}{R_Y} \frac{u_X u_Y}{U_R}. \quad (4.38)$$

На тај начин могуће је операцију множења реализовати применом операционих појачавача и пара фотоосетљивих отпорника, као што је то случај у колу приказаном на слици 4.14.а [6]. Повратна спрега успостављена око два фотоотпорника чини да њихова отпорност буде сразмерна односу референтног напона  $U_R$  и управљачког напона  $u_Y$ . То обезбеђује да струја коју други појачавач узима буде сразмерна производу напона  $u_X$  и  $u_Y$ .



Слика 4.14. Множачи са управљаним отпорницима

У колу приказаном на слици 4.14.б, у својству напонски контролисаних отпорника примењени су  $N$ -канални транзистори са ефектом поља. Негативна повратна спрега у колу операционог појачавача  $OA_1$  обезбеђује да струја која протиче кроз транзистор  $Q_1$  буде једнака улазној струји коју узима извор напона прикључен на  $y$ -улазу кола:

$$\frac{U_R}{R_{F1}} = -\frac{u_Y}{R_Y}, \quad (4.39)$$

где је  $R_{F1}$  отпорност канала транзистора  $Q_1$  која одговара овом стању, а  $U_R$  референтни напон множача, чији је поларитет супротан од поларитета улазног напона  $u_Y$ .

Излазни сигнал  $u_O$  узима се са излаза операционог појачавача  $OA_1$  за који важи:

$$u_O = -\frac{u_X}{R_{F2}} R_O, \quad (4.40)$$

где је  $R_{F2}$  отпорност канала транзистора  $Q_2$  која је одређена напонем који делује на његовом гејту. На основу једначина 4.39 и 4.40 следи:

$$u_O = -\frac{u_X u_Y}{U_R} \frac{R_O}{R_Y} \frac{R_{F1}}{R_{F2}}. \quad (4.41)$$

Ако су транзистори упарени биће:

$$R_{F2} = R_{F21}, \quad (4.42)$$

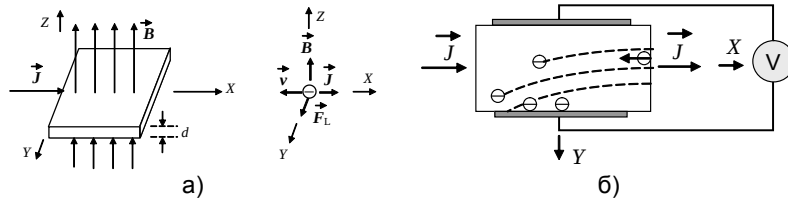
односно:

$$u_O = -\frac{u_X u_Y}{U_R} \frac{R_O}{R_Y}. \quad (4.43)$$

Карактеристика преноса овог кола не зависи од нелинеарности функције која представља зависност отпорности канала од напона гејт-сорс.

## 4.5 МНОЖАЧ НА БАЗИ ХОЛОВОГ ЕФЕКТА

Холов ефекат (*Hall-effect*) је појава која се испољава када се проводник у облику веома танке плочице, кроз који протиче електрична струја, налази у магнетском пољу (слика 4.15). У проводнику се успоставља електрично поље чији је интензитет сразмеран векторском производу вектора густине струје и вектора индукције магнетског поља (густине магнетског флукса) у којем се плочица налази [7].



Слика 4.15. Холов ефекат

Ако је вектор магнетске индукције управан на плочицу (односно на вектор густине струје), између попречних страна плочице успоставља се напон  $U_H$  (*Hall voltage*) који је сразмеран производу струје  $I$  и интензитета вектора магнетске индукције  $B$ :

$$U_H = k_H \frac{IB}{d}, \quad (4.44)$$

где је  $d$  дебљина плочице<sup>14</sup>, а  $k_H$  Холова константа (*Hall coefficient*), која је одређена својствима материјала (врстом и концентрацијом носиоца наелектрисања).

Амерички физичар Хол (*Hall Edwin Herbert*, 1855-1938) је у свом докторском раду описао до тада непознату појаву, која данас носи његово име. Ово откриће омогућило је да се експериментално утврди да електричну струју у металним проводницима чине негативни носиоци наелектрисања. Ширу примену у мерној техници Холов ефекат је добио тек половином двадесетог века, након развоја полупроводничке технологије.



Едвин Хол

Множач заснован на Холовом ефекту је пример “природног” множача. Ова специфична врста електронских кола нашла је примену у мерној техници, за мерење електричне снаге и енергије.

<sup>14</sup> Плочица мора да буде веома танка да би напон могао да се детектује. За метале Холова константа је веома мала. Због тога се Холов елемент данас израђује од полупроводничких материјала.

## 4.6 МНОЖАЧИ НА БАЗИ ТРАНСКОНДУКТАНСЕ

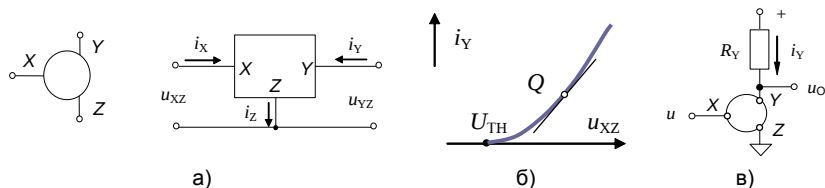
Начином рада, електронски појачавачки елементи представљају изворе струје управљане напонам [8]. Ефекат појачања је заснован на утицају који електрично поље има на својства средине кроз коју се остварује кретање носилаца наелектрисања. Деловањем улазног напона утиче се на вредност излазне струје тако да она представља слику улазне величине. То омогућује да се енергија, која се преноси елементу у ланцу обраде сигнала, узима из неког другог извора, а не из извора сигнала који носи информацију. Основно обележје појачавачког елемента је карактеристика преноса, која описује како улазна величина (напон  $u_I$ ) утиче на вредност излазне величине (струје  $i_O$ ):

$$i_O = i_O(u_I). \quad (4.45)$$

Носиоци наелектрисања у појачавачком елементу су електрони (електронске цеви, транзистори са ефектом поља  $N$ -типа), електрони и шупљине (биполарни транзистори) или само шупљине (транзистори са ефектом поља  $P$ -типа). Да би електронски појачавачки елемент могао да оствари своју улогу потребно је да буду испуњени одређени услови. На пример, да би се постигао појачавачки ефекат помоћу спојног транзистора са ефектом поља ( $JFET$ ), спој гејт-канал треба да буде инверзно поларисан<sup>15</sup> [9]. Да би биполарни транзистор ( $BJT$ ) деловао као појачавачки елемент, спој база-емитор (емиторски спој) треба да буде поларисан у пропусном, а спој база-колектор (колекторски спој) у непропусном смеру. Притом, напон база-емитор мора да буде већи од напона прага вођења емиторског споја. У таквим условима, вредност струје колектора одређена је првенствено напонам база-емитор.

Поларизација обезбеђује и жељене радне услове и енергију у излазном колу. Потребно је осигурати да се радна тачка елемента налази у одговарајућој области. Поларизација излаза је заправо напајање које треба да обезбеди потребну амплитуду и снагу сигнала на излазу. Појачавачки елемент се доводи у радне услове који омогућују жељени одзив на побуду која представља улазни (управљачки) сигнал.

Независно од “механизма” рада, основни појачавачки елементи у електронници су елементи са три краја [10]. Улазни сигнал (слика 4.16.а) делује између управљачког прикључка ( $X$ ) и једног од друга два прикључка ( $Y, Z$ ). Другим речима, управљачка електрода (решетка, база, гејт) увек припада улазном колу.



Слика 4.16. Трополни појачавачки елемент

На слици 4.16.б приказан је типичан облик карактеристике преноса трополног појачавачког елемента. Када је побудни напон мањи од неке граничне вредности  $U_{TH}$  (напона прага, *threshold voltage*) струја  $i_Y$  је занемарљиво мала. Да би се остварило линеарно пресликавање улаза на излаз потребно је да се мирна радна тачка налази на средини области у којој се може сматрати да је промена струје  $i_Y$  сразмерна промени напона  $u_{XZ}$ , која ју је изазавала. Као математички

<sup>15</sup> Под поларизацијом се, у општем смислу, подразумева додавање (суперпозиција) одређене вредности посматраној величини, са циљем промене односно остваривања одговарајућих радних услова.

модел појачавачког елемента, за мале сигнале, користи се једначина:

$$i_y = g_m u_{xz}, \quad (4.46)$$

где је  $g_m$  сачинилац сразмере, који представља својство појачавачког елемента, а назива се проводност преноса (транскондуктанса):

$$g_m = \frac{\partial i_y}{\partial u_{xz}}. \quad (4.47)$$

Уколико се радна тачка појачавачког елемента у колу приказаном на слици 4.16.в налази у линеарном делу карактеристике  $i_y(u_{xz})$ , промене улазног напона изазивају сразмерне промене излазног напона, али супротног знака:

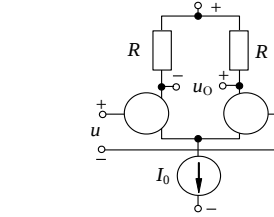
$$u_o = u_y = -R i_y = -g_m R u_{xz} = -g_m R u. \quad (4.48)$$

Диференцијална спрега појачавачких елемената (слика 4.17) омогућује појачање малих напона, односно разлике два напона:

$$A = \frac{u_o}{u} = g_m R. \quad (4.49)$$

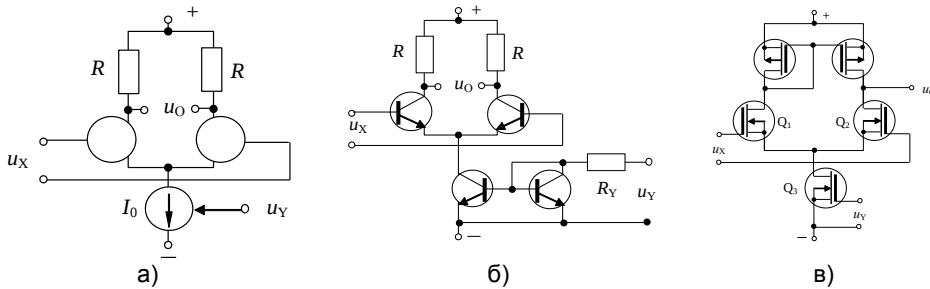
Транскондуктанса биполарног транзистора зависи од вредности колекторске струје [11]:

$$g_m = \frac{I_C}{U_T}. \quad (4.50)$$



Слика 4.17. Диференцијални пар појачавачких елемената

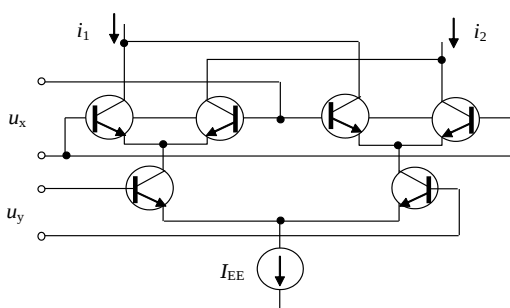
Диференцијални пар појачавачких елемената може да се примени као множач, ако се заједничка струја учини зависном од једне од улазних величина, као што је то приказано на слици 4.18.а. Такво коло може да се сврста у групу “природних” множача. Овако једноставна структура, међутим, омогућује множење само у два квадранта, јер заједничка струја диференцијалног пара,  $I_0$ , може да има само један смер. На слици 4.18.б приказан је множач остварен помоћу биполарних транзистора [12]. Недостатак овог кола огледа се у чињеници да је радни опсег напона на  $x$ -улазу веома мали (реда величине  $2U_T$ ). Осим тога,  $X$  улаз је нелинеаран, због експоненцијалне зависности колекторске струје од напона база – емитор. Слика 4.18.в приказује коло у  $MOS$ -технологији, које има сличне недостатке.



Слика 4.18. Диференцијални пар као множач

Гилбертова множачка ћелија (*Gilbert cell*), приказана на слици 4.19, омогућује множење у сва четири квадранта [13], [14], [15], [16]. Излазну величину представља разлика струја  $i_1$  и  $i_2$ , за коју важи [17]:

$$\Delta i = i_1 - i_2 \cong \frac{I_{EE}}{4U_T^2} u_x u_y. \quad (4.51)$$



Слика 4.19. Гилбертова множачка ћелија

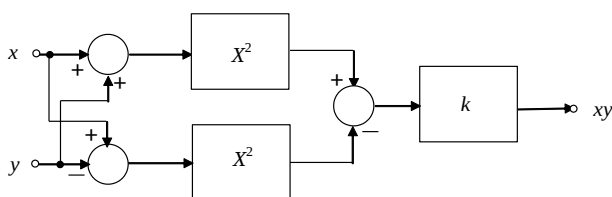
На основу овакве структуре реализовани су неки интегрисани аналогни множачи [18], [19]. Пропусни опсег је од 1 MHz до 10 MHz, типично. Време успостављања излазног напона је краће од једне микросекунде. Највећа могућа брзина промене напона на излазу (*slew rate*) је око 30 V/ $\mu$ s.

## 4.7 МНОЖАЧ НА БАЗИ КВАДРАТОРА

Ова врста множача спада у групу “еквивалентних множача”, код којих се операција множења моделује другим операцијама. Принцип рада заснован је на идентитету:

$$xy = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4}, \quad (4.52)$$

који омогућује да се операција множења оствари помоћу операција сабирање, одузимање и квадриање. Структурни блок-дијаграм таквог множача (*quarter-square multiplier*) приказан је на слици 4.20.



Слика 4.20. Множач на бази квадратора

Елемент чија карактеристика представља квадратну функцију:

$$y(x) = k \cdot x^2, \quad (4.53)$$

најчешће се остварује као диодни генератор функције<sup>16</sup> [20], [21], [22].

## 4.8 МНОЖАЧИ ТИПА *log/antilog*

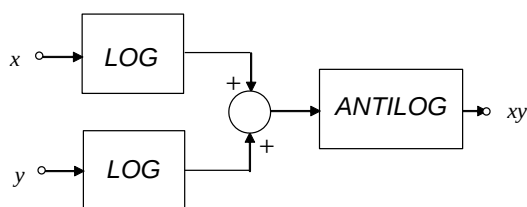
Логаритамски множач је још један пример множача заснованих на моделовању операције множења другим операцијама. Као што је познато,

<sup>16</sup> Такав множач је био примењен у првом јапанском електронском бројилу електричне енергије (1971).

операција множења може да се оствари помоћу “елементарних” операција логаритам, сабирање и антилогаритам:

$$xy = e^{\ln x + \ln y}. \quad (4.54)$$

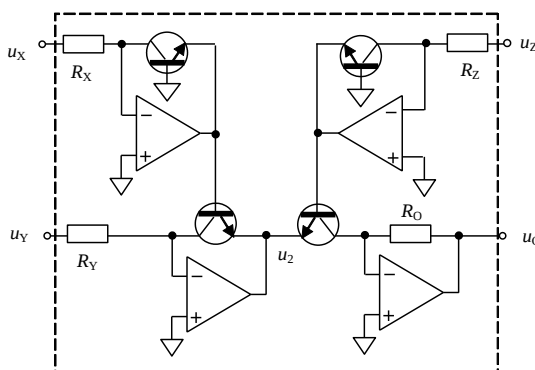
Одговарајућа блок-шема приказана је на слици 4.21. Логаритамски и антилогаритамски појачавач су описани у претходном поглављу. Треба имати у виду да основна кола логаритамског и антилогаритамског појачавача могу да обрађују напон само једног поларитета, па је структура са слике 4.20 инхерентно једноквадратна. Рад у четири квадранта постиже се претполаризацијом улазног кола.



Слика 4.21. Логаритамски множач напона

На слици 4.22 приказан је вишенаменски аналогни рачунски елемент са три улаза и једним излазом, чији је рад заснован на примени *log*- и *antilog*-појачавача [23], [24]. Напон на излазу,  $u_O$ , одређен је изразом:

$$u_O = \frac{R_O R_Z}{R_X R_Y} \frac{u_X u_Y}{u_Z}. \quad (4.55)$$



Слика 4.22. Вишенаменски аналогни рачунски елемент

## 4.9 ИМПУЛСНИ МНОЖАЧИ

### 4.9.1 ПРИНЦИП РАДА

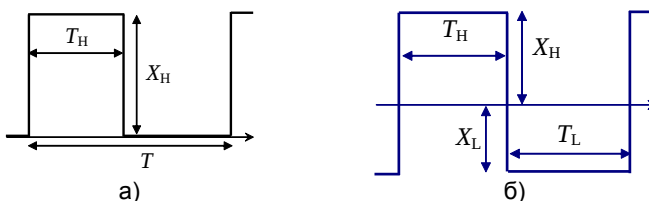
У техници, сигнал је променљива физичка величина функција времена, која представља информацију. Са информационе тачке гледишта значајна је

само математичка представа сигнала. Физичка природа носиоца информације је неважна. У електротехници сигнали су електричне величине. У најједноставнијем облику, сигнал је електрична “копија” посматране променљиве физичке величине  $x(t)$ . У том случају информациони параметар је тренутна вредност (магнитуда) изабране електричне величине, сразмерна вредности величине  $x(t)$  у датом тренутку. Са становишта математичке анализе, подела сигнала заснива се на два критеријума. То су:

- својство скупа могућих вредности информационог параметра; и
- начин његове промене у времену.

Скуп могућих вредности величине  $a(t)$  може да буде густ (аналогне величине) или дискретан (дигиталне величине). Функција  $x(t)$  може да буде непрекидна по времену (*continuous-time*) или дискретна по времену (*discrete-time*).

Посебан значај у електроници имају сигнали чији математички модел представља функција правоугаоног таласног облика (слика 4.23). Они омогућују да се неке математичке операције остваре на једноставан начин.



Слика 4.23. Импулсни сигнали

Било који од параметара таквог сигнала може да представља информациони параметар. Осим величина које имају своју физичку природу, као што су вршна (темена) вредност (peak)  $X_H$ , учестаност  $f$ , период  $T$  или трајање импулса  $T_H$ , информациони параметри могу да представљају и бездимензионе величине дефинисане као однос временских параметара. Импулсни низ се тада посматра (обрађује) као бинарна величина која има само два стања.

Количник трајања импулса и периода њиховог понављања (слика 4.23.а):

$$\theta = \frac{T_H}{T}, \quad (4.56)$$

примењује се за представљање ненегативних величина ( $0 \leq \theta \leq 1$ ). Променљиве чија вредност може да буде позитивна или негативна (биполарне величине) приказују се величином која је дефинисана изразом (слика 4.23.б):

$$\psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}, \quad (4.57)$$

чија вредност може да буде у опсегу од минус један до један.

Средња вредност униполарне пулсирајуће величине правоугаоног таласног облика:

$$x(t) = \begin{cases} X & \text{за } 0 \leq t < T_H \\ 0 & \text{за } T_H \leq t < T \end{cases}, \quad (4.58)$$

посматрана током временског интервала чије је трајање једнако периоду понављања импулса  $T$ , једнака је:

$$\overline{x(t)} = X_{av} = X \frac{T_H}{T} = X\theta. \quad (4.59)$$

Средња вредност биполарне пулсирајуће величине правоугаоног таласног облика:

$$x(t) = \begin{cases} X & \text{за } 0 \leq t < T_H \\ -X & \text{за } T_H \leq t < T \end{cases}, \quad (4.60)$$

посматрана током временског интервала који представља целобројни умножак периода понављања импулса, једнака је:

$$\overline{x(t)} = X_{av} = X \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = X\psi. \quad (4.61)$$

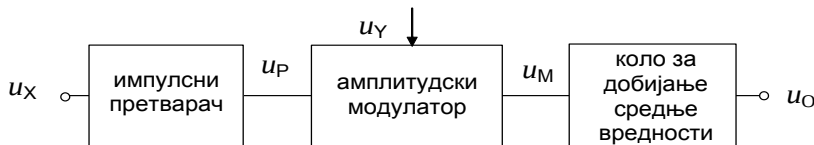
Једначине 4.59 и 4.61 указују да операција множења аналогних величина може да се оствари тако што ће се једна од улазних величина представити одговарајућим параметром импулсног сигнала ( $\theta$  или  $\psi$ ), а друга као његова амплитуда.

Импулсни облик представљања информација пружа и друге могућности за остваривање алгебарских операција. Дефиниција величине  $\theta$  (једначина 4.49) садржи операцију дељења. Средња вредност поворке правоугаоних импулса чија је амплитуда константна, сразмерна је количнику ширине импулса и периода њиховог понављања.

На основу релације 4.56 следи и да је параметар  $\theta$  сразмеран производу трајања импулса,  $T_H$ , и учестаности њиховог појављивања,  $f$ :

$$\theta = \frac{T_H}{T} = T_H f. \quad (4.62)$$

Општи структурни блок-дијаграм множача напона,  $u_X(t)$  и  $u_Y(t)$ , заснован на пресликавању сигнала из аналогног у импулсни домен, приказан је на слици 4.24. Импулсни претварач је управљани генератор импулса, правоугаоног таласног облика, којим се улазна величина, представљена напонам  $u_X(t)$ , пресликава у величину представљену временским параметрима поворке импулса  $u_P(t)$ . Модулацијом<sup>17</sup> амплитуде ових импулса улазним напонам  $u_Y(t)$  добија се амплитудски и временски модулисан сигнал чија је средња вредност сразмерна производу улазних величина.



Слика 4.24. Импулсни множач

Све три операције које се извршавају у импулсном множачу могу да се обаве са великом тачношћу, због чега се множачи овог типа примењују када се захтева висока тачност. Њихов основни недостатак је ограничен фреквенцијски опсег.

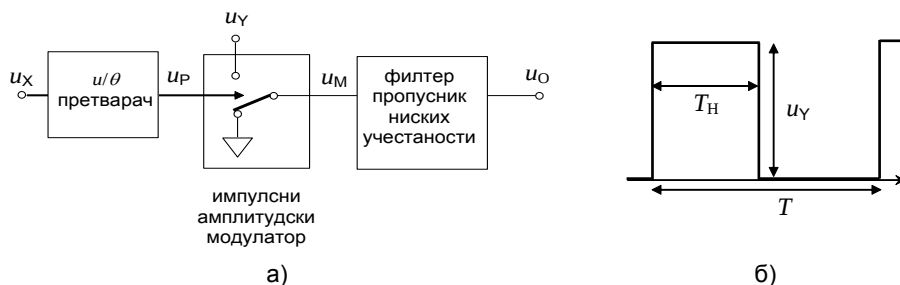
<sup>17</sup> Под називом “модулација” у телекомуникацијама (и електроници) подразумева се промена вредности неке величине (електричног параметра) под дејством друге величине. На тај начин се остварује “утискивање” информације у сигнал. Назив потиче од лат. *modulari*, мењати (глас, тон)

## 4.9.2 ДВОКВАДРАНТНИ ИМПУЛСНИ МНОЖАЧИ

У најједноставнијем случају информациони параметар (излазна величина  $u/\theta$  претварача) је релативна ширина правоугаоних импулса:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = k_\theta u_X, \quad (4.63)$$

где је  $k_\theta$  сачинилац преноса (слика 4.25.а).



Слика 4.25. Двоквадрантни импулсни множач

Амплитудска модулација се остварује помоћу аналогног прекидача. Филтер пропусник ниских учестаности омогућује екстракцију једносмерне компоненте пулсирајућег сигнала  $u_M(t)$ :

$$u_M(t) = \begin{cases} u_Y & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_H \\ 0 & \text{за } t_m + T_H \leq t < t_{m+1} \end{cases}, \quad (4.64)$$

где је  $t_m$  тренутак појављивања  $m$ -тог импулса. Ако су напони  $u_X$  и  $u_Y$  константни током интервала посматрања (слика 4.25.б), важи:

$$u_O = k_F \overline{u_M(t)} = k_F u_Y \theta = k_F k_\theta u_X u_Y = k_M u_X u_Y, \quad (4.65)$$

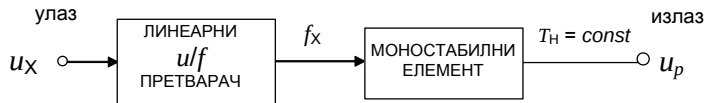
где је  $k_F$  константа преноса филтра пропусника ниских учестаности, а  $k_M$  константа преноса множача у целини.

Постоји више начина да се оствари двоквадрантни множач.

### 4.9.2.1 МЕТОД КОНСТАНТНЕ ШИРИНЕ ИМПУЛСА

Једна могућност да се оствари линеарно пресликавање  $u \rightarrow \theta$  је примена линеарног  $u/f$  претварача, којим се информација садржана у вредности напона пресликава на информацију представљену учестанošћу импулсног сигнала (*pulse-frequency modulation, PFM*). Помоћу моностабилног елемента<sup>18</sup> обезбеђује се да ширина излазних импулса,  $T_H$ , буде константна. Блок-дијаграм  $u/\theta$  претварача заснованог на оваквом приступу приказан је на слици 4.26.

<sup>18</sup> Моностабилно коло је елемент које има једно стабилно и једно квазистабилно стање. Ако се спољашњим деловањем доведе у квазистабилно стање, такав елемент, препуштен себи, спонтано се, након неког времена, враћа у стабилно стање.

Слика 4.26.  $u/f$  претварач – метод константне ширине импулса

Учестаност импулса на излазу  $u/f$  претварача сразмерна је вредности напона  $u_X$ :

$$f = k_F u_X, \quad (4.66)$$

при чему је сачинилац сразмере,  $k_F$ , тако дефинисан да период импулса на излазу  $u/f$  претварача не може да буде краћи од њихове ширине<sup>19</sup>:

$$k_F \leq \frac{1}{T_H \max u_X}. \quad (4.67)$$

Вредност параметра  $\theta$  једнака је:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = T_H f = k_\theta u_X. \quad (4.68)$$

Сачинилац преноса  $u/\theta$  претварача  $k_\theta$  једнак је:

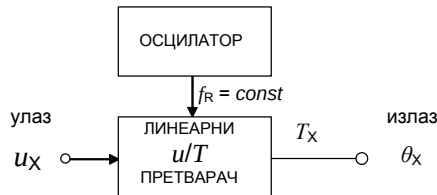
$$k_\theta = k_F T_H \leq \frac{1}{\max u_X}. \quad (4.69)$$

#### 4.9.2.2 МЕТОД КОНСТАНТНЕ УЧЕСТАНОСТИ

Друга могућност је заснована на примени претварача којим се информација, садржана у вредности улазног напона, пресликава на информацију представљену трајањем временског интервала. Принциуска блок-шема једног таквог  $u/\theta$  претварача приказана је на слици 4.27. Осцилатор сталне учестаности  $f_R$  побуђује линеарни  $u/T$  претварач који на свом излазу даје импулс чије је трајање сразмерно вредности напона  $u_X$ :

$$T_H = T_X = k_T u_X, \quad (4.70)$$

где је  $k_T$  сачинилац сразмере. У овом случају модулисана величина је трајање импулса (*pulse-duration modulation*). Уобичајено је да се такав импулсни  $u/\theta$  претварач назива импулсни ширински модулатор (*pulse-width modulator*, *PWM*).

Слика 4.27. Пресликавање  $u \rightarrow \theta$  методом константне учестаности

<sup>19</sup> Другим речима, учестаност излазног сигнала не може да буде већа од максималне вредности која је једнака  $1/T_H$ .

Вредност параметра  $\theta$  одређена је изразом:

$$\theta = T_X f_R = k_T f_R u_X, \quad (4.71)$$

при чему је сачинилац сразмере,  $k_T$ , тако дефинисан да трајање импулса на излазу  $u/T$  претварача не може да буде дуже од периода њиховог појављивања<sup>20</sup>:

Одмеравање временског интервала подразумева идентификацију догађаја који представљају његов почетак и крај. Почетак одмеравања одређен је импулсима тактног осцилатора. Трајање је одређено временом потребним да се напон  $u_R(t)$ , који линеарно расте са временом:

$$u_R(t) = k_U(t - t_0), \quad (4.72)$$

где је  $t_0$  тренутак појављивања импулса референтног осцилатора, а  $k_U$  константа, која представља брзину промене напона  $u_R(t)$ :

$$k_U = \frac{du_R}{dt} = \frac{\max u_R}{\max T_H} = f_R \max u_R, \quad (4.73)$$

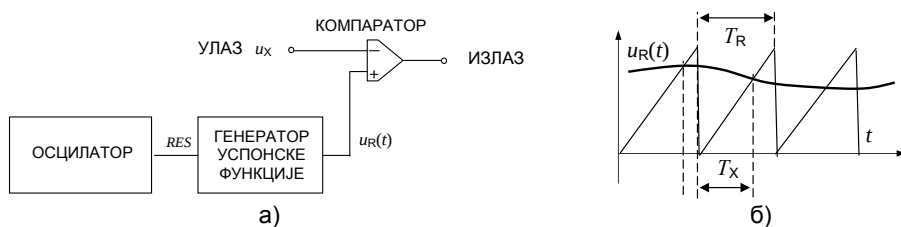
промени од почетне вредности једнаке нули до вредности коју има напон  $u_X$ . На основу једначине којом је дефинисана вредност напона  $u_R(t)$  следи:

$$T_X = \frac{u_X}{f_R \max u_R}, \quad (4.74)$$

односно:

$$\theta = \frac{u_X}{\max u_R}. \quad (4.75)$$

На слици 4.28. приказан је општи структурни блок-дијаграм одговарајућег ширинског модулятора. Генератор успонске функције (*ramp generator*) даје на свом излазу периодични напон  $u_R(t)$ , троугаоног таласног облика, који се пореди са улазним напонем  $u(t)$ .



Слика 4.28. Ширински модулятор

Из математике је познато да величина чија је зависност од времена одређена једначином 4.72. представља решење диференцијалне једначине:

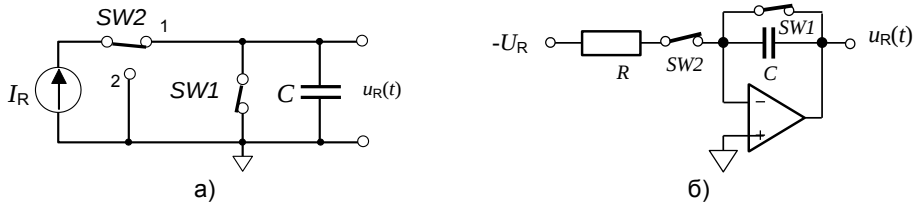
<sup>20</sup> Другим речима, ширина импулса не може да буде већа од максималне вредности која је једнака  $1/f_R$ .

$$\frac{du_R}{dt} = \text{const} . \quad (4.76)$$

На основу тога закључује се да величина  $u_R(t)$  представља интеграл по времену неке сталне величине:

$$u_R(t) = \int_0^t \text{const} dt . \quad (4.77)$$

Другим речима, излаз интегратора, на чијем улазу делује стална побуда, представља величину чија се вредност линеарно мења са временом. Операција интеграције се у електроници најчешће остварује помоћу кондензатора. Подинтегрална величина је тада струја која тече кроз кондензатор (слика 4.29.а). Радом интегратора управља се помоћу два прекидача. Прекидач  $SW1$  обезбеђује да почетни напон на кондензатору буде једнак нули. Отвара се у тренутку  $t_P$ , чиме се омогућује да референтна струја  $I_R$ , која тече кроз прекидач  $SW2$  када се налази у положају "1", пуни кондензатор. Након истека интервала интеграције, прекидач  $SW2$  се пребације у положај "2", а прекидач  $SW1$  се затвара и кондензатор празни.



Слика 4.29. Генератор успонске функције

На слици 4.28.б приказан је генератор успонске функције остварен помоћу операционог појачавача. То је, заправо, инвертујући интегратор напона (Милеров интегратор), чијим стањем се управља преко прекидача  $SW1$  и  $SW2$ . У овом случају, интензитет струје  $I_R$ , која тече кроз интеграциони кондензатор током генерисања успонске функције, једнак је:

$$I_R = \frac{U_R}{R} . \quad (4.78)$$

У оба случаја, временски интервал потребан да напон на кондензатору достигне вредност напона  $u_X$  једнак је:

$$T_X = C \frac{u_X}{I_R} . \quad (4.79)$$

Он одређује ширину импулса на излазу компаратора (слика 4.28.б). На основу 4.72 следи:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{T_X}{T_R} = \frac{f_R C}{I_R} u_X . \quad (4.80)$$

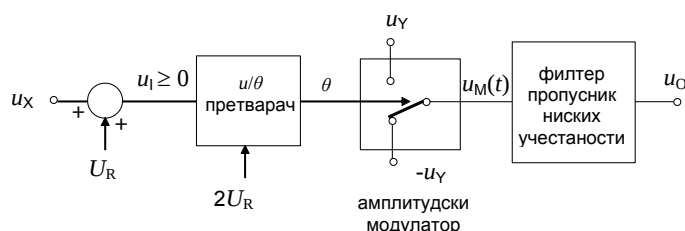
Средња вредност пулсирајућег напона  $u_M(t)$  добијеног на излазу амплитудског модулятора (слика 4.25.а) једнака је:

$$u_O = \overline{u_M(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u_M(t) dt = u_Y \theta = k_M u_X u_Y. \quad (4.81)$$

Метод константне учестаности је погоднији са становишта усредњавања излазног сигнала филтрирањем.

### 4.9.3 ЧЕТВОРОКВАДРАНТНИ ИМПУЛСНИ МНОЖАЧ

Оба претходно описана решења су двоквадрантна. Амплитуда импулса на излазу амплитудског модулятора може да има оба знака, али је параметар  $\theta$  по дефиницији униполаран. Множење у четири квадранта може да се оствари одговарајућом претполаризацијом улаза  $u/\theta$  претварача, као што је приказано на слици 4.30.



Слика 4.30. Четвороквадрантни множач са  $u/\theta$  претварачем

Улазни напон  $u_X$  сабира се са референтним напоном  $U_R$  тако да на улазу  $u/\theta$  претварача делује напон  $u_I$  који је увек позитиван ако је улазни напон већи од  $-U_R$ . Вредност параметра  $\theta$  на његовом излазу једнака је:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{u_X + U_{REF}}{2U_{REF}} = \frac{1}{2} \left( \frac{u_X}{U_{REF}} + 1 \right) \geq 0, \quad (4.82)$$

где је  $T_L$  трајање “паузе” између импулса.

Амплитудски модулятор је преклопни аналогни прекидач који даје биполарне импулсе:

$$u_M(t) = \begin{cases} u_Y & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_H \\ -u_Y & \text{за } t_m + T_H \leq t < t_{m+1} \end{cases}, \quad (4.83)$$

где је  $t_m$  тренутак појављивања  $m$ -тог импулса. Средња вредност овако добијеног низа правоугаоних импулса једнака је:

$$\overline{u_M} = \frac{u_Y T_H - u_Y T_L}{T_H + T_L} = u_Y \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = u_Y \left( \theta - \frac{T_L}{T_H + T_L} \right). \quad (4.84)$$

На основу дефиниције параметра  $\theta$  (једначина 4.63) следи:

$$\frac{T_L}{T_H + T_L} = \frac{T_H + T_L - T_H}{T_H + T_L} = 1 - \theta, \quad (4.85)$$

па се, на основу једначине 4.84, за излазни напон  $u_O$  добија:

$$u_O = \overline{u_M} = u_Y (2\theta - 1), \quad (4.86)$$

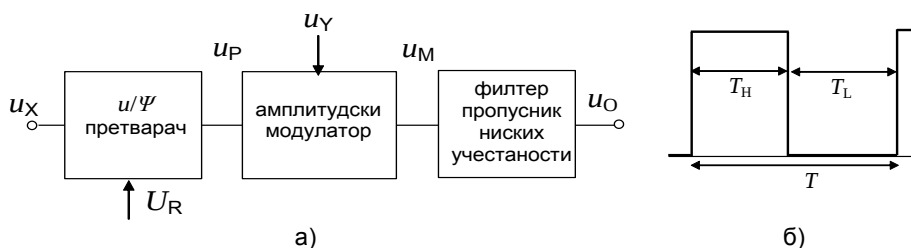
односно, када су узме у обзир и једначина 4.83:

$$u_O = \frac{u_X u_Y}{u_R}. \quad (4.87)$$

Са становишта једноставности, погодније је да се као информациони параметар, уместо “сачиниоца испуне” импулсног низа (величина  $\theta$ ), користи биполарна величина  $\Psi$ , дефинисана као количник временских односа разлике и збира трајања једног и другог бинарног стања, тако да важи:

$$\Psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L} = k_\Psi \frac{u_X}{U_R}, \quad (4.88)$$

где је  $k_\Psi$  бездимензиона константа. Структурни блок дијаграм таквог множача<sup>21</sup> приказан је на слици 4.31, [25], [26], [27], [28].



Слика 4.31. Четвороквадрантни множач са  $u/\Psi$  претварачем

Излазни напон  $u_O$  одређен је изразом:

$$u_O = \overline{u_M} = \frac{1}{T} \int_0^T u_m dt = k_A u_Y \Psi = k_\Psi k_A \frac{u_X u_Y}{U_R}. \quad (4.89)$$

## 4.10 ИНТЕГРИСАНИ МНОЖАЧИ

Аналогни множачи се производе и као интегрисана кола чија својства се описују низом показатеља који омогућују сагледавање њиховог “понашања” у одређеним условима рада, као и ограничења у погледу вредности улазних величина, напона напајања, температуре околине и других величина. Подаци које произвођачи интегрисаних множача наводе у својим спецификацијама, могу да се групишу у неколико категорија<sup>22</sup>:

- карактеристике улаза,
- карактеристике излаза,

<sup>21</sup> У стручној литератури на енглеском језику уобичајено је да се такав множач назива “time-division multiplier” или Гилбертов множач.

<sup>22</sup> Треба имати у виду да различити произвођачи користе различиту терминологију, различите дефиниције термина којима се описују својства интегрисаних кола, као и различите поступке којима се њихове вредности одређују.

- карактеристике преноса,
- напајање,
- услови околине.

#### 4.10.1 КАРАКТЕРИСТИКЕ УЛАЗА

По правилу, улазне величине интегрисаних електронских множака представљене су напоном, али постоје и кола код којих су улазне величине струјни сигнали. У спецификацијама произвођача обавезно се наводи највећа дозвољена вредност напона на улазу (који неће оштетити улазно коло). Често, границе опсега дозвољених вредности улазног напона одређене су вредношћу напона напајања.

Радни опсег улаза је опсег вредности улазне величине за који се грешка налази у дефинисаним границама (*input range*). У начелу, ако није другачије назначено, множач ће радити и са већим улазним сигналимa, ако се налазе унутар граница највећих дозвољених вредности (*maximum ratings*), докле год је производ улазних величина у границама излазног опсега.

Вредности улазних отпорности интегрисаних множака се знатно разликују, јер зависе од структуре улазног кола и промењене технологије. У зависности од тога да ли представља отпорност улазног (интегрисаног) отпорника, или улазну отпорност интерног предпојачавача, улазна отпорност може да буде реда величине 10 k $\Omega$ , али и 10 M $\Omega$ .

Поларизациона струја напонских улаза (*input bias current*) је реда величине микроампера.

#### 4.10.2 КАРАКТЕРИСТИКЕ ИЗЛАЗА

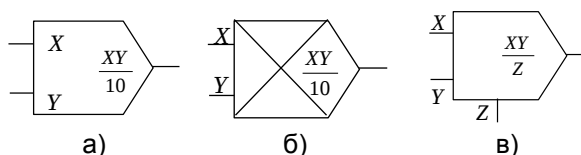
У спецификацијама се дефинишу најмањи (гарантовани) и типични радни опсег излазног напона (струје), као и типична вредност излазне отпорности<sup>23</sup>. Посебно се исказује опсег вредности помераја нуле на излазу, као и његова осетљивост на промене температуре и промене напона напајања.

#### 4.10.3 КАРАКТЕРИСТИКА ПРЕНОСА

Карактеристика преноса описује зависност излазне од улазних величина, као и величина које могу да се подесе у складу са потребама одређене примене. У најједноставнијем случају множач има два улаза и један излаз (слика 4.32.а и б). Улази и излази су нормализовани о односу на опсег од 10 V. Нека интегрисана кола представљају вишенаменске аналогне рачунске елементе са три улаза и једним излазом (слика 4.32.в).

---

<sup>23</sup> Најчешће су излазна кола заштићена од кратког споја. Уколико то није случај, специфицира се максимално дозвољено трајање кратког споја.



Слика 4.32. Графички симболи интегрисаних множача напона

Поједини множачи омогућују поларизацију улаза:

$$U_O = \frac{(U_{X1} - U_{X2})(U_{Y1} - U_{Y2})}{10 V}, \quad (4.90)$$

или [29]:

$$U_O = \frac{(U_{X1} - U_{X2})(U_{Y1} - U_{Y2})}{10 V} + U_Z, \quad (4.91)$$

односно [30]

$$U_O = A \left[ \frac{(U_{X1} - U_{X2})(U_{Y1} - U_{Y2})}{U_R} - (U_{Z1} - U_{Z2}) \right], \quad (4.92)$$

где је  $A$  подесови сачинилац размере.

Улазни сигнали могу да буду представљени струјом [31]:

$$I_3 = \frac{I_1 I_2}{I_4}. \quad (4.93)$$

#### 4.10.4 КАРАКТЕРИСТИКЕ НАПАЈАЊА

Интегрисана аналогна кола се снабдевају енергијом из извора једносмерног напона напајања (*supply voltage*). Биполарно напајање, позитивним ( $U_H$ ) и негативним ( $U_L$ ) напоном, омогућује обраду, односно издавање напона оба поларитета. Називна вредност напона напајања (*rated power supply voltage*) је вредност напона при којој су грешке у дозвољеном (декларисаном) опсегу.

У спецификацијама се приказује и струја коју појединачно интегрисано коло узима из напајања током рада, када је неоптерећено (*quiescent supply current*). Посебно се специфицира највећа дозвољена дисипација интегрисаног кола у целини (*power dissipation, package limitation*).

Осетљивост на промене напона напајања исказује се сачиниоцем потискивања промена напона напајања (*power supply voltage rejection ratio, power supply sensitivity*), који је дефинисан количником промене излазног напона и промене напона напајања који ју је узроковао. Обично се исказује у милivolтима по волту.

#### 4.10.5 УСЛОВИ ОКОЛИНЕ

Под овим називом се подразумевају, пре свега, услови у погледу температуре околоне. Референтна температура околине је обично  $+ 25^\circ \text{C}$ .

Радни опсег температуре (*operating temperature range*) је опсег у којем уређај функционише са малом деградацијом перформанси. У начелу разликују се три температурска опсега:

- војни (*military temperature range*), од  $-55^{\circ}\text{C}$  до  $+125^{\circ}\text{C}$ ,
- индустријски (*industrial temperature range*), од  $-25^{\circ}\text{C}$  до  $+120^{\circ}\text{C}$ , и
- комерцијални (*commercial temperature range*), од  $0^{\circ}\text{C}$  до  $+70^{\circ}\text{C}$ .

Посебно се специфицира температурски опсег складиштења (*storage temperature range*). У начелу, допуштен опсег температуре складиштења је шири од радног опсега ( $-65^{\circ}\text{C}$  до  $+150^{\circ}\text{C}$ ).

## 4.11 ПРИМЕНА

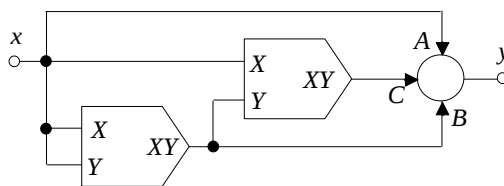
Помоћу множака, као “рачунског елемента”, могу да се остваре аритметичке операције, као што су дељење, степеновање, израчунавање квадратног корена, израчунавање кубног корена. Међу најважније области примене спадају радио-техника (модулација, удвајање учестаности, напонски подесиви филтер, [32]), као и мерна техника (мерење електричне снаге и енергије, [26], [33]).

### 4.11.1 ОСТВАРИВАЊЕ АРИТМЕТИЧКИХ ОПЕРАЦИЈА

#### 4.11.1.1 СТЕПЕНОВАЊЕ

Степеновање целим бројем се остварује редном везом множака. На слици 4.33 приказан је модел који омогућује израчунавање вредности полинома трећег реда:

$$y = Ax + By^2 + Cx^3. \quad (4.94)$$



Слика 4.33. Полином трећег реда

### 4.11.2 АМПЛИТУДСКА МОДУЛАЦИЈА

Модулација је процес којим се споро променљиви сигнал утискује у периодичну величину високе учестаности (носећи сигнал). У најједноставнијем случају, хармонијски сигнал:

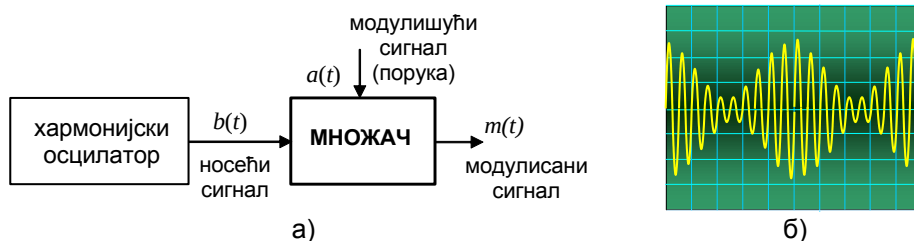
$$b(t) = B \cdot \cos \omega t \quad (4.95)$$

се амплитудски модулише споро променљивим сигналом  $a(t)$  тако да се

добеје композитни сигнал<sup>24</sup>:

$$m(t) = a(t) \cdot b(t). \quad (4.96)$$

Ову операцију обавља појачавач управљивог појачања (програмабилни појачавач), чију улогу може да оствари аналогни множач, на начин приказан на слици 4.34.



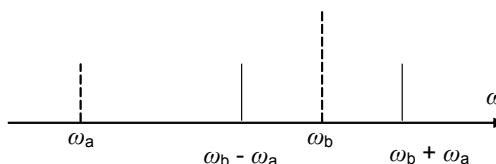
Слика 4.34. Множач као амплитудски модулатор

Ако и модулишући величину представља хармонијски сигнал:

$$a(t) = A \cos(\omega_a t), \quad (4.97)$$

на излазу множача се добија сигнал који садржи две компоненте у спектру (слика 4.35):

$$m(t) = \frac{AB}{2} \cos(\omega_a + \omega_b)t + \frac{AB}{2} \cos(\omega_b - \omega_a)t. \quad (4.98)$$



Слика 4.35. Померање спектра

### 4.11.3 УДВАЈАЊЕ УЧЕСТАНОСТИ

Ако се на улазе множача доведу хармонијски сигнали:

$$u_X(t) = U_X \sin \omega_X t, \quad (4.99)$$

$$u_Y(t) = U_Y \sin(\omega_Y t + \varphi), \quad (4.100)$$

на излазу се добија сигнал који у општем случају не мора да буде периодичан:

$$u_O(t) = k_M \frac{U_X U_Y}{2} [\cos(\omega_a t + \omega_b t + \varphi) - \cos(\omega_b t - \omega_a t - \varphi)]. \quad (4.101)$$

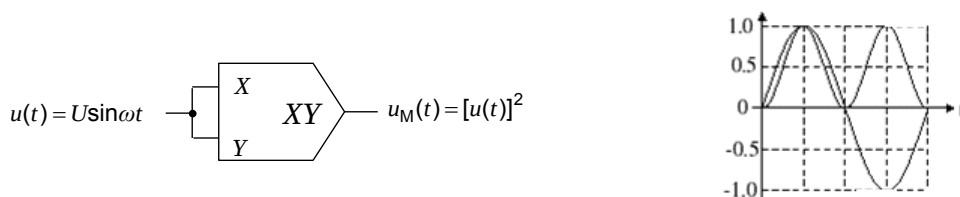
<sup>24</sup> Сигнал који је састављен из више чланова (лат *componere*, саставити).

Ако се на улазе множача доведе исти сигнал:

$$u_X(t) = u_Y(t) = U \sin \omega t, \quad (4.102)$$

на излазу се добија сигнал чији спектар садржи компоненту сигнала двоструко веће учестаности (слика 4.36):

$$u_M(t) = k_M [u(t)]^2 = k_M \frac{U^2}{2} (\cos 2\omega t + 1). \quad (4.103)$$



Слика 4.36. Удвајање учестаности

#### 4.11.4 МЕРЕЊЕ РАЗЛИКЕ ФАЗА

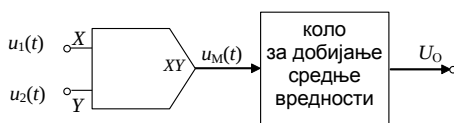
Разлика фаза два сигнала исте учестаности и амплитуде:

$$u_1(t) = U \sin \omega t, \quad (4.104)$$

$$u_2(t) = U \sin(\omega t + \varphi), \quad (4.105)$$

може да се одреди применом аналогног множача и кола за добијање средње вредности као што је то приказано на слици 4.37. Средња вредност пулсирајућег сигнала на излазу множача сазмерна је косинусу разлике фаза:

$$u_M(t) = u_1(t) \cdot u_2(t) = \frac{U_R}{2} [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]. \quad (4.106)$$



Слика 4.37. Мерење косинуса разлике фаза

#### 4.11.5 МЕРЕЊЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СНАГЕ

Електрична снага дефинисана је као брзина претварања електричне енергије у топлоту. У општем случају за електричну снагу важи израз:

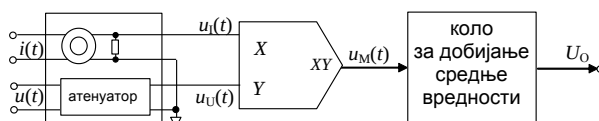
$$p(t) = u(t) \cdot i(t), \quad (4.107)$$

у којем  $u(t)$  представља напон између крајева електричног елемента  $i(t)$  струју која кроз њега протиче. У систему наизменичних величина, електрична снага је периодична величина која се описује њеном средњом вредношћу:

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt, \quad (4.108)$$

где је  $T$  период осциловања. Мерење електричне снаге своди се на одређивање средње вредности сигнала добијеног на излазу множача.

Са практичне тачке гледишта, проблеми реализације електронског ватметра обухватају и проблем увођења улазних величина у мерни систем (слика 4.38). На струјном улазу се по правилу користи струјни мерни трансформатор. Напонски улаз се прикључује директно, преко одговарајућег атенуатора, без галванске изолације [34].



Слика 4.38. Мерење електричне снаге

Када се ради о инструментима за прецизно мерење електричне снаге, значајно место заузимају уређаји на бази импулсних множача, код којих се излазни сигнал добија као средња вредност низа правоугаоних импулса чији су временски параметри дефинисани вредношћу једне од улазних величина, док је амплитуда импулса одређена вредношћу друге улазне величине.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 P. Bošnjaković, *Elektronsko merenje električne energije*, doktorska disertacija, ETF, Beograd, 1986.
- 2 P. M. Bosnjakovic, B. V. Djokic, B. M. Stojanovic: *High performance electronic instrument for electrical power and energy measurement*, Fifth International Conference of Metering Apparatus and Tariffs for Electricity Supply, IEE - MATES 87, 1987. Paper no 6.3, Conf. Publication No. 277 pp. 153-156
- 3 J.G.Graeme, *Applications of Operational Amplifiers, Third-generation Techniques*, McGraw-Hill, 1973, p.104.
- 4 P. Bošnjaković, *Osnovi elektronike*, VETŠ, 2001, s.92.
- 5 A. Sedra, K. Smith, *Microelectronic circuits*, Oxford University Press, 1998, p.451.
- 6 J.G.Graeme, *Applications of Operational Amplifiers, Third-generation Techniques*, McGraw-Hill, 1973, p.99.
- 7 П. Бошњаковић, *Умеће мерења*, ВИШЕР, 2011, с.265.
- 8 П. Бошњаковић, *Аналогна електроника*, ВИШЕР, 2012, с.42.
- 9 П. Бошњаковић, *Основи електронике*, ВЕТШ, 2006.
- 10 Реф. 6, с. 48.
- 11 A. Sedra, K. Smith, *Microelectronic circuits*, Oxford University Press, 1998, p.255.
- 12 J.Millman, c. Halkias, *Integrated Electronics*, Mc Graw-Hill, 1972, p.578.
- 13 S. Marjanović, *Elektronika, Diskretna i integrisana analogna kola*, Naučna knjiga, s.324.
- 14 B Gilbert, "A precise Four-Quadrant Multiplier with Subnanocsecond Response", *E. J. Solid-State circuits*, Vol SC-3, pp 365-373, Dec, 1968.
- 15 B Gilbert, "A New High Performance Monolithic Multiplier Using Active Feedback", *E. J. Solid-State circuits*, Vol SC-9, pp 364-373, Dec, 1974.
- 16 P. Gray, *Analysis and design of analog integrated circuits*, John Wiley&Sons, pp 708-720, 2001, Chapter 10.

- 
- 17 V. Stojanović, *Analogna elektronika*, Niš, 2004, s. 164
  - 18 -, *Wideband Linear Four Quadrant Multiplier*, MC1595. ON Semiconductor, 2001, <http://onsemi.com>.
  - 19 -, *Internally Trimmed Integrated Circuit Multiplier*, AD 532 Analog Devices, Inc., 2001, <http://analog.com>.
  - 20 Sheingold D.H., *Nonlinear circuits handbook*, Analog Devices, 1974, 1976, руски превод Справочник по нелинейным схемам, Мир, 1977.
  - 21 Y.J.Wong, W.E.Ott, *Function circuits, Design and Applications*, BB electronics services, McGraw Hill, 1976, p.87.
  - 22 S. Kusni, Y. Ikeda, *An electronic watt-hour meter using diode arrays*, IEE MATES, Conference Publication, No. 92, 1972 .
  - 23 Реф. 21, p.103.
  - 24 Реф. 17, s. 135
  - 25 E. Goldberg, *A high-accuracy time-division multiplier*, RCA/Review, Sept. 1952.
  - 26 P. Bošnjaković, B. Stojanović, *Poboljšanje performansi množača na bazi konverzije*, ETAN, 1982, Zbornik radova Sv. 1, s.83.-90, .
  - 27 B. Stojanović, P. Bošnjaković, *Smanjivanje uticaja unutrašnje otpornosti prekidača na karakteristike konvertora napona u vremenski domen*, ETAN, 1982, Zbornik radova Sv. 1, s. 91.-97.
  - 28 G. Korn, T. Korn, *Electronic Analog and Hybrid Computers*, McGraw Hill, 1964, руски превод Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины, Мир, 1968.
  - 29 -, *Analog Devices, Low Cost Analog Multiplier*, AD633, 2002, [www.analog.com](http://www.analog.com).
  - 30 -, *Burr-Brown, Wide Bandwidth Precision Analog Multiplier*, MPY634.
  - 31 -, *RC4200, Analog Multiplier*, Fairchild, 2001, [www.fairchildsemi.com](http://www.fairchildsemi.com).
  - 32 Реф. 21, p.225.
  - 33 B. Stojanovic, P. Bosnjakovic, J. Kucina, *New wattmeter based on opto-coupler*, Proc. Third International Conference on metering, apparatus and tariffs for electricity supply - IEE MATES, 1977, Conference Publication No 217, pp. 261-26.
  - 34 P. Bošnjaković, B. Stojanović, P. Miljanić, V. Petrović, *Elektronski instrument za merenje aktivne i reaktivne snage u trofaznim sistemima naizmjenične struje*, ETAN, 1984, Zbornik radova Sv. 2, s. 83.-88.

“Свака је визија  
смешна,  
...  
док се не оствари.”

*Robert Goddard*



## 5.

# ИМПУЛСНА И ДИГИТАЛНА ТЕХНИКА

На почетку свог развоја, у доба електронских цеви електроника се делила на области које се баве хармонијским сигналимa и онима који то нису. Такав приступ, упркос неких мањкавости, задржао се и након појаве полупроводничке технологије. У оквирима “линеарне” електронике обрађивани су физички основи рада појачавачких елемената, технологија њихове израде, еквивалентна линеарна кола, спреге појачавачких елемената, основи теорије повратне спреге и фреквенцијске анализе. У оквирима “импулсне” електронике.

Дигитална електроника је обрађивана као подобласт импулсне технике [1]. Након појаве интегрисаних електронских кола дигитална електроника је, оправдано, добила статус посебне области. Дигиталне променљиве су величине које могу да имају само оне вредности које припадају скупу који садржи низ дискретних вредности. Са становишта електронике, посебан значај имају бинарне<sup>1</sup> променљиве које могу да имају само једну од две могуће различите вредности. Називају се и логичке променљиве, јер се вредност зависно променљиве бинарне величине може да одреди на основу правила формалне (математичке) логике. Такви сигнали физички могу да се остваре на разне начине. Најједноставније је ако се прикажу као резултат деловања прекидача – елемента који може да буде само у једном од два могућа, веома различита стања. Тада целокупна дигитална техника у основи може да се сведе на само две елементарне операције<sup>2</sup>, што има огромну предност када се ради о обради великог броја података.

У овом поглављу разматрају се основи импулсне технике са аспекта њене примене у електроници. Анализирају се основна кола за уобличавање импулса. У најкраћим цртама разматрају се електронски прекидачи и нелинеарна кола за уобличавање импулса и компараторе. Посебан осврт је дат на компараторе са карактеристиком хистерезиса. Обрађене су основне логичке функције, операције прекидачке логике, комбинационе логичке мреже, меморијски елементи и бројачи. Детаљније су разматрана моностабилна кола, с обзиром на значај који она имају за реализацију појединих врста специјалних електронских кола.

---

<sup>1</sup> Двочлане, двојне променљиве (од лат. *bini*, по два, *binarius* који садржи два, од два дела).

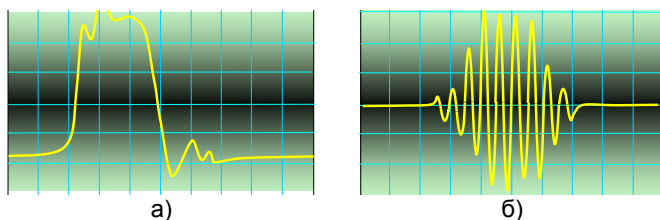
<sup>2</sup> Полазећи од ставова математичке логике, следи да је за градњу било ког дигиталног уређаја (па и рачунара) довољна само једна врста логичког кола са два улаза: НИЛИ односно НИ.

## 5.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Појам импулса<sup>3</sup> првобитно је уведен у механици. У електротехници, импулси су уведени са циљем даљинског преноса порука (телеграфија, Морзе, Маркони). Радиотелеграфија је подстакла развој импулсне електронике и њене примене за пренос информација.

У математици импулс (*pulse*<sup>4</sup>) се дефинише, у најопштијем смислу, као промена величине која зависи од времена, посматране између два узастопна тренутка која одговарају једнаким вредностима те величине [2]. Притом се не разматрају вредности те величине изван временског интервала који је дефинисан тим тренуцима. Најчешће је трајање импулса кратко.

Под називом импулс (*pulse*) у електротехници се подразумева нагла промена кратког трајања физичке величине, праћена брзим повратком на почетно стање (слика 5.1.а) [3], [4]. У ужем смислу, овај назив означава појединачни пролазни поремећај (сметњу) у низу који се појављује у правилним временским размацама, или као кратак низ таласа високе учестаности (слика 5.1.б) [5]. Строго посматрано, импулсни сигнали представљају аналогне сигнале, јер дефиниција аналогних сигнала не садржи ограничења у погледу брзине промене посматране величине. Импулсни сигнали су непрекидни по времену, али се њихова вредност мења нагло, скоковито.



Слика 5.1. Импулси

У теорији система, при анализи њихових динамичких својстава примењују се јединична Хевисајдова одскочна функција (*step function*), бездимензиона величина која је дефинисана изразом:

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}, \quad (5.1)$$

и јединична Диракова функција (*Dirac function*), која је дефинисана изразом:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ 1, & t = 0 \end{cases}, \quad (5.2)$$

за коју важи:

<sup>3</sup> Назив потиче од лат. *impulsus*, подстицај, покретна сила.

<sup>4</sup> У стручној литератури на енглеском језику под називом "*impuls*" подразумева се Дирков импулс.

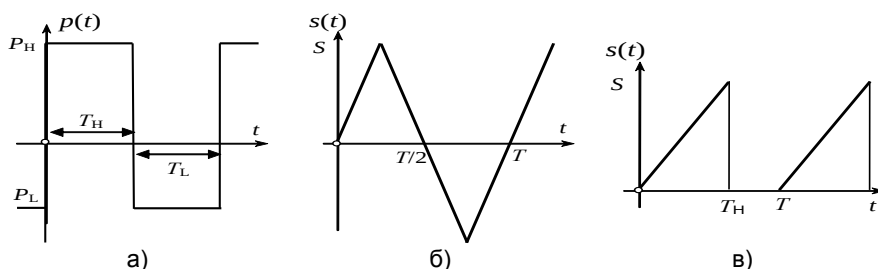
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \quad (5.3)$$

а назива се и јединична импулсна функција или делта функција. Са јединичном одскочном функцијом повезана је изразом:

$$\delta(t) = \frac{dh}{dt}. \quad (5.4)$$

Ове функције имају посебан значај у теорији линеарних система непрекидних по времену. Функција преноса таквог система једнака је Лапасовој трансформацији нормалног одзива на побуду јединичним импулсом. Јединични импулсни одзив једнак је изводу нормалног јединичног одскочног одзива [6].

При анализи електронских кола обично се разматра одзив на поворку импулса која представља у деловима линеарну функцију времена. Најчешће се примењују правоугаони (слика 5.2.а) и троугаони таласни облик (слике 5.2.б и в).



Слика 5.2. Импулси

Поворка правоугаоних импулса чији је период понављања једнак  $T$ , а трајање једнако  $T_H$ , може да се представи изразом:

$$p(t) = h(t - kT) - h(t - T_H - kT); \quad k \in N, \quad (5.5)$$

где је  $h(t - \tau)$  закашњена јединична одскоча функција:

$$h(t - \tau) = \begin{cases} 0, & t < \tau \\ 1, & t \geq \tau \end{cases}. \quad (5.6)$$

Информациони параметар може да буде вршна вредност<sup>5</sup> величине или трајање односно ширина импулса. Информација може да буде садржана и у средњој вредности аналогне величине  $a(t)$ , којом је импулс представљен, посматране током временског интервала који представља трајање импулса:

<sup>5</sup> Вршна (темена) вредност (*peak value*) променљиве величине је дефинисана као највећа вредност променљиве величине у одређеном временском интервалу. За периодичне величине интервал је једнак периоду (101-04-20).

$$\overline{a(t)} = A_{av} = \frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} a(t) dt, \quad (5.7)$$

где је  $t_p$  тренутак у којем импулс започиње, а  $t_k$  тренутак у којем се завршава.

У међународном речнику електротехнике (*International Electrotechnical Vocabulary - IEC*), средња вредност променљиве величине (*mean value, arithmetische Mittelwert, среднее значение*) дефинисана је као аритметичка средина тренутних вредности током одређеног временског интервала. За периодичне величине, интервал је једнак периоду [7]. Средња вредност величине која се периодично мења у времену (*average value*) једнака је количнику интеграла те величине током временског интервала чије је трајање једнако периоду и његовог трајања.

Средња вредност електричне струје описује процес преношења наелектрисања. Средња вредност променљиве електричне струје једнака је вредности сталне струје при којој се за исто време пренесе једнака количина наелектрисања.

Када се као носилац информације користи периодични сигнал правоугаоног таласног облика (слика 5.2.а), информациони параметар може да буде учестаност или период импулса. Посебан значај имају информациони параметри који представљају бездимензионе величине. Количник трајања импулса и периода њиховог понављања:

$$\theta = \frac{T_H}{T}, \quad (5.8)$$

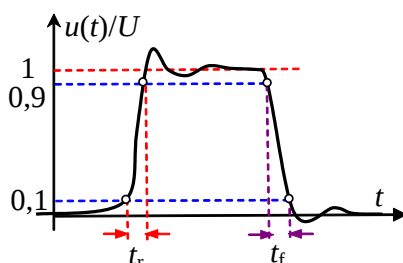
користи се за представљање ненегативних величина ( $0 \leq \theta \leq 1$ ). Величине чија вредност може да буде позитивна или негативна представљају се параметром који је дефинисан изразом:

$$\psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}, \quad (5.9)$$

чија вредност може да буде у опсегу од минус један до један. То омогућује представљање величина које могу да имају оба знака (биполарне величине).

Правоугаони напонски импулс не постоји. Такав импулс је неостварив са практично остваривим електронским колима. Савршени импулс претпоставља могућност тренутне промене напона. У стварности прекидне промене напона не постоје. Свака промена напона, ма како била брза, дешава се у временском интервалу коначног трајања. Електронски прекидачки елементи захтевају неко коначно време за укључивање односно искључивање. Енергијско стање у стварним мрежама не може тренутно да се промени. Због тога стварни облик импулса има облик приказан на слици 5.3 који подсећа на трапезни. Заправо, бочне ивице импулса мењају се по експоненцијалним законитостима. Практично је немогуће одредити тренутак у којем напон почиње да расте, достиже коначну односно нулту вредност.

Време успостављања ( $t_r$ , *rise time*) је трајање “предње” (успонске, узлазне) ивице. Дефинише се као временски интервал потребан да импулс порасте од доње до горње граничне вредности. Уобичајено је да се ове вредности дефинишу релативно у односу на коначну амплитуду импулса.



Слика 5.3. Параметри импульса

Време опадања ( $t_f$ , *fall time*), трајање “задње” (силазне, опадајуће) ивице је временски интервал потребан да импулс опадне од горње до доње граничне вредности.

Трајање импулса (*pulse duration, pulse width*) је временски интервал између првог и последњег тренутка када тренутна вредност<sup>6</sup> импулсне величине достигне одређену вредност [8].

Значајно обележје импулса је ефективна вредност величине  $a(t)$  којом је импулс представљен:

$$A_{eff} = \sqrt{a^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} a^2(t) dt} . \quad (5.10)$$

Ефективна вредност (*root-mean-square value - RMS, Effektivwert, действующее значение*) променљиве величине је дефинисана као квадратни корен из средње вредности квадрата тренутних вредности током одређеног временског интервала. За периодичне величине интервал је једнак периоду [9]. Ефективна вредност описује снагу сигнала.

Ефективна вредност променљивог електричног напона једнака је вредности сталног напона при којем је вредност електричне снаге, којом се у непроменљивом резистивном оптерећењу врши претварање електричне енергије у топлотну, једнака вредности средње електричне снаге којом се топлотна енергија ствара када посматрани променљиви напон делује на крајевима тог оптерећења. Ефективна вредност променљиве електричне струје једнака је вредности сталне струје при којој би се за исто време ослободила једнака количина топлоте.

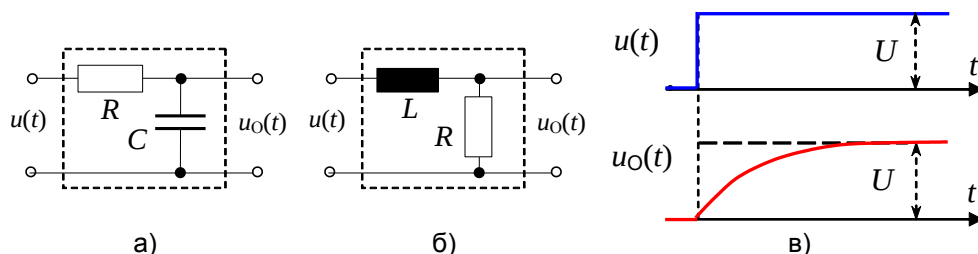
## 5.2 ЛИНЕАРНА ПАСИВНА КОЛА ЗА УОБЛИЧАВАЊЕ ИМПУЛСА

Линеарно обликовање импулса остварује се применом основних пасивних елемената, отпорника, кондензатора и индуктивних намотаја.

<sup>6</sup> Под називом “тренутна вредност” (*instantaneous value*) променљиве величине подразумева се вредност временски променљиве величине у датом тренутку (101-04-19).

### 5.2.1 ПАСИВНИ ИНТЕГРАТОР

Мрежа на чијем излазу се налази кондензатор (слика 5.4.а) делује као инерцијални елемент. У складу са теоремом о непрекидности напона на крајевима кондензатора, одзив кола касни у односу на побуду. У електроници се оваква мрежа са два приступа назива “пасивно коло за интеграљење”.



Слика 5.4. Пасивни интегратор

Математички модел овог елемента је линеарна диференцијална једначина првог реда:

$$RC \frac{du_O}{dt} + u_O(t) = u(t), \quad (5.11)$$

којој одговара функција преноса:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{1}{1 + sRC}. \quad (5.12)$$

Идентична својства има и  $LR$ -коло (слика 5.4.б) које представља индуктивно пасивно коло за интеграљење. У складу са теоремом о непрекидности струје кроз калем, одзив напона на излазном отпорнику касни у односу на побуду.

При побуди напонским сигналом који може да се представи Хевисајдовом одскочном функцијом  $h(t)$ :

$$u(t) = Uh(t), \quad (5.13)$$

напон  $u_O(t)$  на излазу има експоненцијални облик. Одскочни одзив пасивног интегратора приказан је на слици 5.4.в :

$$u_O(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); \tau = RC; u_O(0) = 0. \quad (5.14)$$

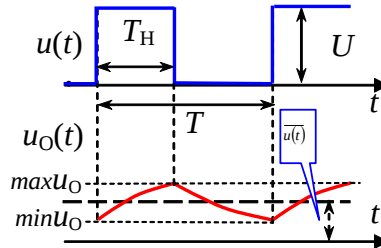
При побуди периодичним напонам правоугаоног таласног облика:

$$u(t) = U[h(t - kT) - h(t - T_H - kT)]; k \in \mathbb{N}, \quad (5.15)$$

таласни облик напона на излазу,  $u_O(t)$ , зависи од односа  $\tau/T_H$ . Средња вредност напона  $u_O(t)$  једнака је:

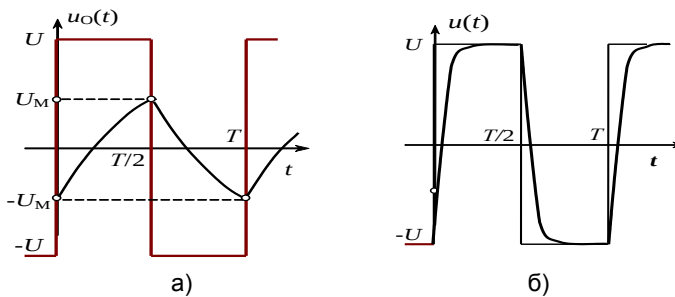
$$\overline{u_O(t)} = U \frac{T_H}{T} = \overline{u(t)}. \quad (5.16)$$

Када је  $\tau > T_H$ , функција  $u_O(t)$  има облик приказан на слици 5.5.



Слика 5.5. Одзив пасивног интегратора

При побуди биполарним периодичним напонам симетричног правоугаоног таласног облика, средња вредност одзива пасивног интегратора једнака је нули (слика 5.6.а). Када је трајање полупериоде улазног сигнала знатно дуже од временске константе кола, може се сматрати да је на крају сваке полупериоде процес пуњења односно пражњења кондензатора у потпуности завршен. Амплитуда излазних импулса је једнака амплитуди улазних.

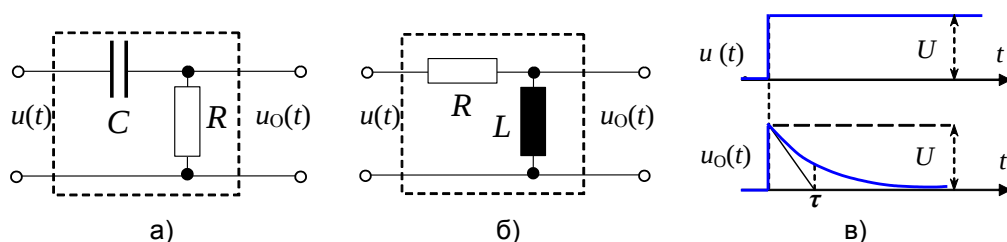


Слика 5.6. Одзив пасивног интегратора на побуду наизменичним напонам правоугаоног таласног облика

## 5.2.2 ПАСИВНИ ДИФЕРЕНЦИЈАТОР

У складу са теоремом о непрекидности напона на крајевима кондензатора, одзив кола на чијем излазу се налази отпорник (слика 5.7.а) одређен је временском константом самог кола и брзином промене улазног напона. Због тога се оваква мрежа са два приступа назива “пасивно коло за диференцирање”.

Идентична својства има и  $RL$ -коло (слика 5.7.б) које представља индуктивно пасивно коло за интеграљење. У складу са теоремом о непрекидности струје кроз калем, напон на излазу прати брзе промене напона на улазу.

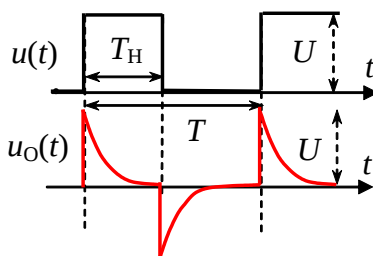


Слика 5.7. Пасивни диференцијатор

При побуди одскочним сигналом напон  $u_O(t)$  на излазу има облик приказан на слици 5.7.в:

$$u_O(t) = Ue^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.17)$$

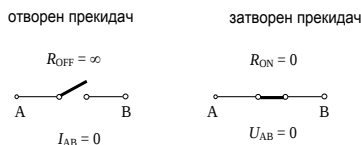
При побуди периодичним напонам правоугаоног таласног облика, облик напона  $u_O(t)$  на излазу зависи од односа  $\tau/T_H$ . Средња вредност напона  $u_O(t)$  једнака је нули. Када је  $\tau < T_H$ , функција  $u_O(t)$  има облик приказан на слици 5.8.



Слика 5.8. Одзив пасивног диференцијатора

### 5.3 ЕЛЕКТРОНСКИ ПРЕКИДАЧИ

У електроници, бинарне величине се представљају параметрима електричних елемената који могу бити у једном од два веома различита стања. У једном од њих, електрична отпорност  $r$ , мерена између крајева (прикључака) елемента, је мала, односно, електрична проводност је велика. У другом стању је обрнуто: електрична отпорност између крајева елемента је велика, односно, електрична проводност је мала. Каже се да је у првом стању елемент проводан, а у другом непроводан. Такав елемент делује као електрични прекидач (*switch*) који може бити у стању “искључен” или “укључен” (слика 5.9).

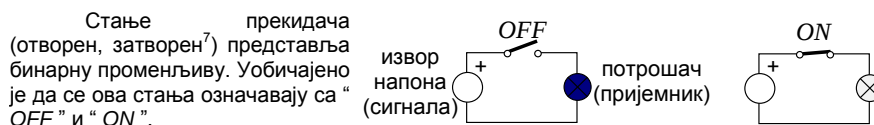


Слика 5.9. Претстављање бинарне величине стањем прекидача

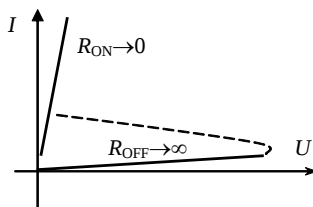
Када је прекидач “искључен”, струјно коло је прекинуто (отворено, *open*). Струја у посматраном колу је једнака нули, а напон између крајева прекидача једнак напону извора. Када је прекидач “укључен”, крајеви су спојени, струјно коло је затворено (*closed*), а напон између крајева прекидача је једнак нули. Стање прекидача представља бинарну променљиву која има само две вредности: “искључен” или “укључен”, односно отворен или затворен. У савременим дигиталним уређајима, прекидачи се остварују помоћу електронских елемената (полупроводничких диода и транзистора) који омогућују економично и брзо извршавање функције прекидања.

Отпорност савреног прекидача је једнака нули, када је прекидач “затворен”, односно бесконачно велика, када је прекидач “отворен”.

Електрични прекидачи спадају у нелинеарне електронске елементе помоћу којих се мења структура неке електричне мреже, а тиме и начин рада, односно стање одређеног кола. Са становишта статичке тачности, најближи физички еквивалент савреног електричног прекидача је склоп којим се, механички, успоставља или прекида проводна веза између две тачке електричног кола.



Начином рада, електрични прекидач може да буде аутоматски или управљани. Аутоматски прекидач је елемент са једним приступом (два прикључка) који се активира када контролисана величина (струја кроз затворени прекидач, или напон између крајева отвореног прекидача) прекорачи неку вредност. Тиристорски диодни прекидач (*diac*), на пример, укључује се када напон између прикључака отвореног прекидача достигне вредност при којој започиње процес који елемент преводи у проводно стање, којем одговара мала унутрашња отпорност (слика 5.10). Прекидач се искључује када струја кроз њега опадне испод вредности при којој се проводно стање одржава (*holding current*).



Слика 5.10. Тиристорска карактеристика

<sup>7</sup> Назив “укључен” заправо представља стање потрошача који је повезан на ред са прекидачем.

Многоструко ширу примену имају прекидачи код којих је стање укључен/искључен одређено вредношћу бинарне управљачке променљиве  $s$  (слика 5.11). Када је прекидач отворен ( $s = 0$ ), струјно коло је прекинуто ( $G = 0$ ). Када је прекидач затворен ( $s = 1$ ), струјно коло је затворено ( $G = \infty$ ):

$$R_{AB} = \begin{cases} 0; s = 1 \\ \infty; s = 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

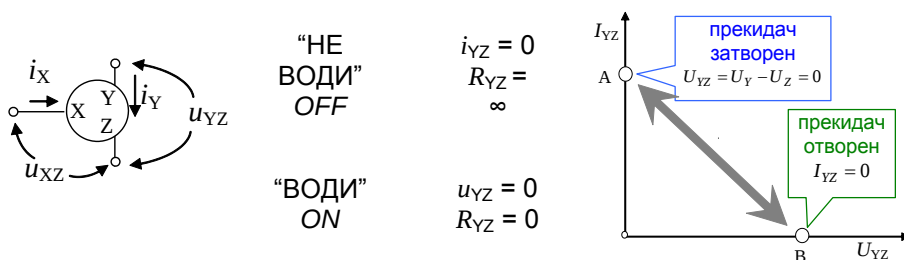


Слика 5.11. Управљани прекидач

Помоћу управљаних прекидача се мења конфигурација аналогних електронских кола и остварују све функције обраде сигнала у дигиталној електроници. Такав прекидач је основни елемент на којем се заснива рад дигиталних кола, уређаја и система. Управљани електрични прекидач има два приступа.

### 5.3.1 ПРЕКИДАЧКИ ЕЛЕМЕНТИ

Управљани електронски прекидач (*electronic switch*) је активни елемент са три прикључка који се, деловањем преко управљачког улаза доводи у једно од два супротна стања: “ВОДИ” или “НЕ ВОДИ” (слика 5.12). У стању “НЕ ВОДИ” струја између прикључака  $Y$  и  $Z$  је једнака нули, независно од напона између њих (отворен прекидач). У стању “ВОДИ” напон између прикључака  $Y$  и  $Z$  је једнак нули (прекидач је затворен), независно од вредности струје која протиче кроз прекидачки елемент.



Слика 5.12. Електронски прекидач

Могућа стања прекидачког елемента приказана су у  $U$ - $I$  равни одвојеним тачкама А и В. У општем случају напон може бити променљива величина. Тада се тачке А и В померају дуж напонске и струјне осе, али графички приказ стања елемента и даље представљају две одвојене тачке у  $U$ - $I$  равни.

Било који трополни појачавачки елемент, електронска цев, биполарни транзистор - *BJT* или транзистор са ефектом поља - *FET*, може се применити као електронски прекидач, ако се обезбеди да сигнал на управљачком улазу

(решетка, база, гејт) увек буде такав да елемент “држи” у једном од два потпуно различита стања.

Трополни појачавачки елементи (електронска цев, биполарни транзистори и транзистори са ефектом поља) су у основи нелинеарни елементи код којих се појачавачко својство исказује само у одређеним условима. Потребно је да се вредности напона  $u_{XZ}$  и  $u_{YZ}$  налазе унутар неких граница да би се промене улазног напона пресликавале у сразмерне промене излазне струје. Уколико ти услови нису испуњени, посматрано са стране приступа који чине прикључци Y и Z, појачавачки елемент је у проводном стању (“води”), када се напон  $u_{YZ}$ , између прикључака Y и Z, може сматрати занемарљиво малим (затворен прекидач), или у непроводном стању (“закочен”), када је струја занемарљиво мала и практично не зависи од напона  $u_{XZ}$  (отворен прекидач).

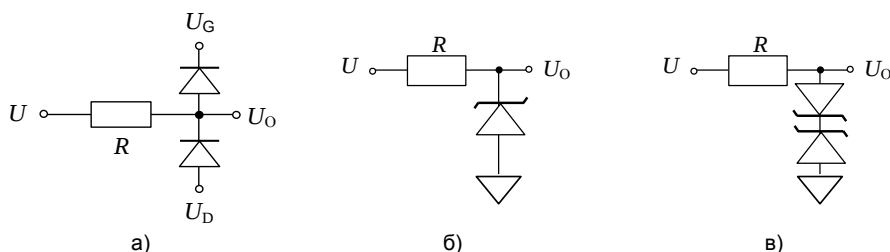
## 5.4 НЕЛИНЕАРНА ПАСИВНА КОЛА ЗА УОБЛИЧАВАЊЕ ИМПУЛСА

### 5.4.1 ОГРАНИЧАВАЧИ

У основном облику, ограничавач је елемент који “не дозвољава” да вредност сигнала, који прослеђује на свој излаз, буде већа од неке граничне вредности  $U_G$ , односно мања од доње граничне вредности  $U_D$ . Математички модел таквог елемента је израз:

$$u_O(t) = \begin{cases} U_G; u_O(t) \geq U_G \\ U; U_D < U < U_G \\ U_D; u_O(t) \leq U_D \end{cases}, \quad (5.19)$$

а његова реализација помоћу полупроводничких диода приказана је на слици 5.13.а.



Слика 5.13. Диодни ограничавачи

Основни ограничавачи остварени помоћу Ценер-диоде приказани су на сликама 5.13.б и в.

### 5.4.2 УСМЕРАЧИ

Усмерач је елемент који на излаз “пропушта” само сигнал једног одређеног поларитета, позитивног или негативног, тако да излазна величина

може да има само један знак. Разликују се два типа усмерача, једностран<sup>8</sup> и двостран<sup>9</sup>.

При побуди наизменичним сигналом, једностран усмерач пропушта на излаз само једну његову “страну”, позитивну или негативну. Такав елемент је описан карактеристиком:

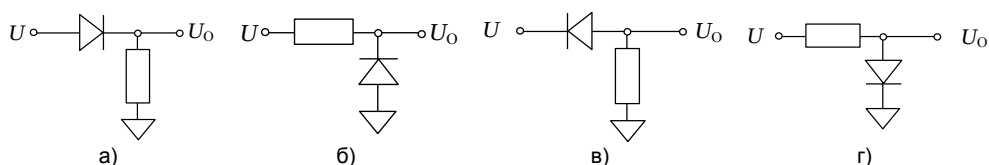
$$u_O(t) = \begin{cases} u(t) & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ 0 & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases}, \quad (5.20)$$

ако пропушта само позитиван сигнал, односно:

$$u_O(t) = \begin{cases} 0 & \text{ако је } u(t) \geq 0 \\ u(t) & \text{ако је } u(t) < 0 \end{cases}, \quad (5.21)$$

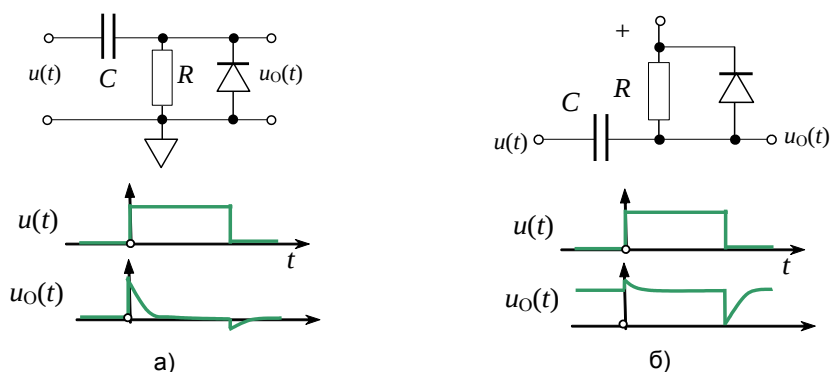
ако пропушта само негативан сигнал.

Основни облици једностраних усмерача приказани су на слици 5.14.



Слика 5.14. Диодни једнострани усмерачи

Комбинацијом  $CR$ -кола за диференцирање и одговарајућег диодног ограничавача остварује се пасивно коло за диференцирање узлазне односно силазне ивице импулса. Коло приказано на слици 5.15.а омогућује детекцију узлазне ивице. Диода одстрањује негативне импулсе. Коло приказано на слици 5.15.б омогућује детекцију силазне ивице улазног импулса. Диода одстрањује позитивне импулсне пренапоне на излазу кола.



Слика 5.15. Детекција узлазне и силазне ивице импулса

<sup>8</sup> У стручној литератури на српском језику користи се и назив “полуталасни усмерач” (од енг. *half-wave rectifier*).

<sup>9</sup> Назив “пуноталасни усмерач” потиче из енглеског језика (*full-wave rectifier*).

## 5.5 КОМПАРАТОРИ

У електроници, компаратор је елемент чија излазна величина може да има само једну од две дискретне вредности (*two-position element*), у зависности од вредности улазне величине, посматране у односу на неку референтну вредност. У најопштијем смислу, компаратор је елемент електронског система који омогућује поређење две величине исте врсте<sup>10</sup>.

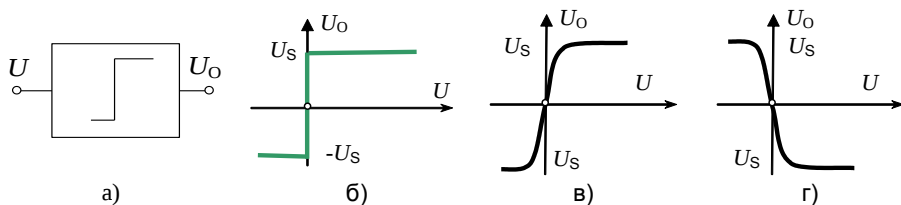
Са становишта обраде сигнала, компаратор је мешовити (хибридни, аналого-дигитални) елемент на чијем улазу делује аналогни сигнал, док излазни сигнал представља дигиталну (бинарну) величину<sup>11</sup>. У основном облику, компаратор остварује функцију знака (*signum function*):

$$\operatorname{sgn} U = \frac{U}{|U|} = \begin{cases} 1 & \text{за } U > 0 \\ -1 & \text{за } U < 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

Вредност улазне величине пореди се са нулом. Карактеристика напонског компаратора дефинисана је изразом:

$$u_O(u) = U_S \operatorname{sgn} u, \quad (5.23)$$

где је  $U_S$  константа која има димензију напона. Позитиван напон ( $+U_S$ ) на излазу компаратора означава да је улазни напон већи од нуле. Излаз компаратора је негативан ( $-U_S$ ), ако је напон на улазу мањи од нуле. На структурном блок дијаграму компаратор се обично приказује правоугаоником у којем је назначена сигнум-функција (слика 5.16.а).



Слика 5.16. Компаратор нуле

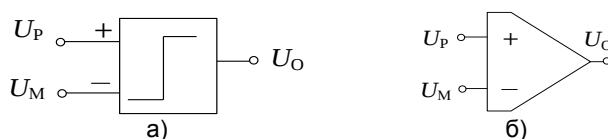
Функционално, компаратор је појачавач великог појачања, са израженим ефектом засићења (слика 5.16.б). Појачање може да буде позитивно (слика 5.16.в) или негативно<sup>12</sup> (слика 5.16.г). Диференцијални компаратор омогућује поређење два сигнала (слика 5.17.а):

$$U_O(U_D) = \begin{cases} U_H & \text{за } U_D > 0 \\ U_L & \text{за } U_D < 0 \end{cases} ; \quad U_D = U_P - U_M. \quad (5.24)$$

<sup>10</sup> Назив потиче од лат. *comparator*, сравњивач. У мерној техници, компаратор је елемент који омогућује поређење две величине.

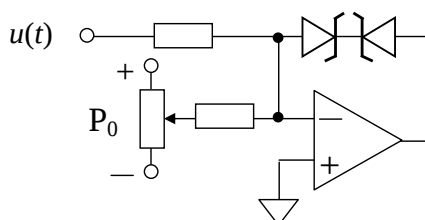
<sup>11</sup> Компаратор је елементарни једнобитни аналого-дигитални претварач.

<sup>12</sup> Инвертујући појачавач.



Слика 5.17. Диференцијални компаратор

Функционално, диференцијални компаратор је диференцијални појачавач великог појачања. На слици 5.17.б дат је симбол којим се, у овој књизи, графички приказује диференцијални компаратор. Диференцијални компаратори се производе као интегрисана кола. Излазни нивои одговарају вредностима којима су у дигиталном систему представљена логичка нула и логичка јединица.



Слика 5.18. Инвертујући компаратор са операционим појачавачем

Улогу компаратора може да обавља операциони појачавач (слика 5.18). Помоћу потенциометра  $P_0$  подешава се праг поређења. Двојна Ценер-диода обезбеђује симетричне излазне нивое.

### 5.5.1 КОМПАРАТОРИ СА ХИСТЕРЕЗИСОМ

У општем случају, промена стања на излазу компаратора може да наступи при различитим вредностима улазне величине, зависно од смера промене улазне величине [10]. Карактеристика таквог двоположајног елемента приказана је на слици 5.19. У електроници, такав елемент се назива компаратор са хистерезисом<sup>13</sup>. На слици 5.19.а приказани су графички симбол и статичка карактеристика неинвертујућег компаратора са хистерезисом. Прелазак са нижег на виши напонски ниво на излазу остварује се када улазни напон порасте до горње граничне вредности  $U_G$ . Прелазак са вишег на нижи напонски ниво на излазу остварује се када улазни напон опадне до доње граничне вредности  $U_D$ .

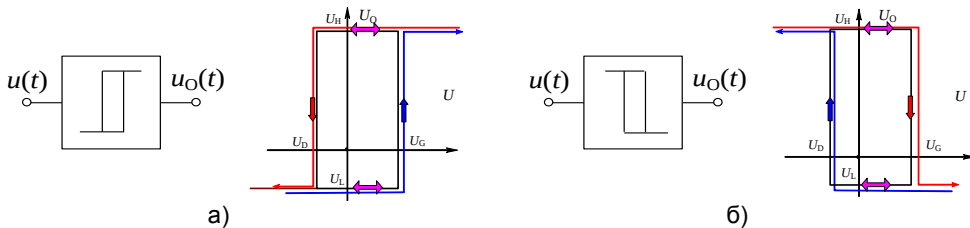
Када се вредност улазне величине налази изван опсега  $[U_D, U_G]$ , стање на излазу је једнозначно одређено тренутном вредношћу улазног сигнала.

<sup>13</sup> Хистерезис је својство система чије излазне величине не зависе само од улазних величина, већ и од "предисторије" система. На карактеристици улаз-излаз исказује се постојањем одвојених грана за растуће и опадајуће вредности улазне величине. Будуће стање система зависи од "пута промене". Назив потиче од грч. *chystereo*, закашњавање, заостајање.

Када се вредност улазне величине налази унутар опсега  $[U_D, U_G]$ , вредност на излазу кола једнака је оној која је успостављена приликом последње промене стања. Праг поређења зависи од стања излаза. Математички модел таквог елемента је израз:

$$u_O(t) = \begin{cases} U_H & \text{за } u(t) \geq U_G \\ u_O(t-0) & \text{за } U_D < u(t) < U_G \\ U_L & \text{за } u(t) \leq U_D \end{cases} \quad (5.25)$$

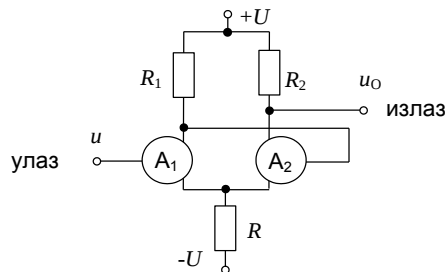
Улазни односно излазни нивои могу да буду униполарни.



Слика 5.19. Компаратор са хистерезисом

На слици 5.19.б приказани су графички симбол и статичка карактеристика инвертујућег компаратора са хистерезисом. У овом случају, прелазак са вишег на нижи напонски ниво на излазу остварује се када улазни напон порасте до горње граничне вредности  $U_G$ . Прелазак са нижег на виши напонски ниво на излазу остварује се када улазни напон опадне до доње граничне вредности  $U_D$ .

Карактеристика компаратора са хистерезисом може да се добије применом диференцијалног пара појачавачких елемената, повезивањем излаза једног од елемената са улазом другог. На слици 5.20 је приказан неинвертујући компаратор са хистерезисом. Уобичајено је да се оваква структура назива “Шмитово коло” или “Шмитов тригер”.



Слика 5.20. Шмитов тригер

Постоје два стационарна стања једнозначно одређена стањем појачавачких елемената  $A_1$  и  $A_2$  који раде у прекидачком режиму. Када је  $A_1$  у проводном стању, елемент  $A_2$  је закочен, и обрнуто. Промена стања настаје

када улазни напон достигне одговарајућу вредност. Измена се одвија веома брзо, јер започети процес има регенеративан карактер<sup>14</sup>.

Компаратор са хистерезисом је компаратор са повратном спрегом која мења вредност референтне величине са којом се улазна величина пореди. Када се вредност улазне аналогне величине  $u(t)$  налази изван опсега чије су границе  $U_D$  и  $U_G$  ( $U_D < U_G$ ), стање на излазу компаратора је једнозначно одређено тренутном вредношћу улазне величине:

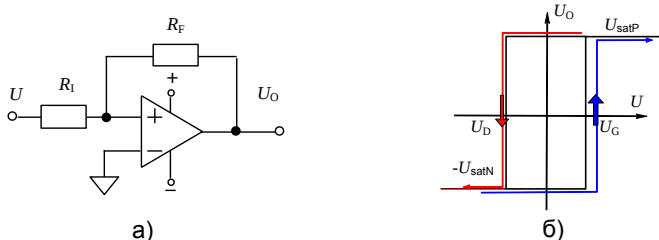
$$u_O(t) = \begin{cases} U_H & \text{за } u(t) > U_G \\ U_L & \text{за } u(t) < U_D \end{cases} \quad (5.26)$$

Када се вредност улазне величине налази унутар опсега  $[U_D, U_G]$ , излазна величина  $u_O$  задржава вредност која је успостављена приликом последње промене стања (једначина 5.25). Вредности  $U_D$  и  $U_G$  дефинишу ширину хистерезисне петље  $\Delta U$ :

$$\Delta U = U_G - U_D. \quad (5.27)$$

Ако је напон на улазу компараторског блока,  $u$ , већи од напона  $U_G$ , излазни напон  $u_K$  је једнак  $U_H$ . Када је напон  $u$  мањи од напона  $U_D$  излазни напон је једнак  $U_L$ . Ако је вредност улазног напона у границама од  $U_D$  до  $U_G$ , задржава се претходно стање<sup>15</sup>. Компаратор са хистерезисом, дакле, има меморијска својства.

Неинвертујући компаратор са хистерезисом, остварен помоћу операционог појачавача који се напаја симетричним напонима напајања, приказан је на слици 5.21.



Слика 5.21. Неинвертујући компаратор са хистерезисом остварен помоћу операционог појачавача

Карактеристика преноса улаз-излаз одређена је изразом:

$$U_O = \begin{cases} U_{satP} & \text{за } U \geq U_G \\ U_O(t_-) & \text{за } U_D < U < U_G \\ -U_{satN} & \text{за } U \leq U_D \end{cases}, \quad (5.28)$$

<sup>14</sup> Регенеративан је процес који, када је подстакнут, сам себе одржава (као што су, на пример процеси "паљења" и "гашења" тиристора).

<sup>15</sup> Слично се "понаша" електромеханичко реле. Напон побуде (укључивања) је већи од напона отпуштања котве. У теорији система, таква карактеристика улаз-излаз назива се "релејна карактеристика".

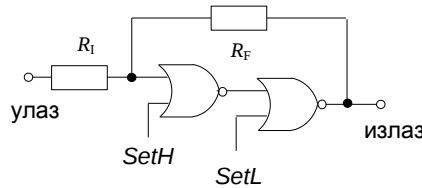
у којем  $U_D$  и  $U_G$  представљају доњи и горњи праг поређења:

$$U_D = -U_{\text{satP}} \frac{R_I}{R_F} < 0, \text{ и} \quad (5.29)$$

$$U_G = U_{\text{satN}} \frac{R_I}{R_F} > 0. \quad (5.30)$$

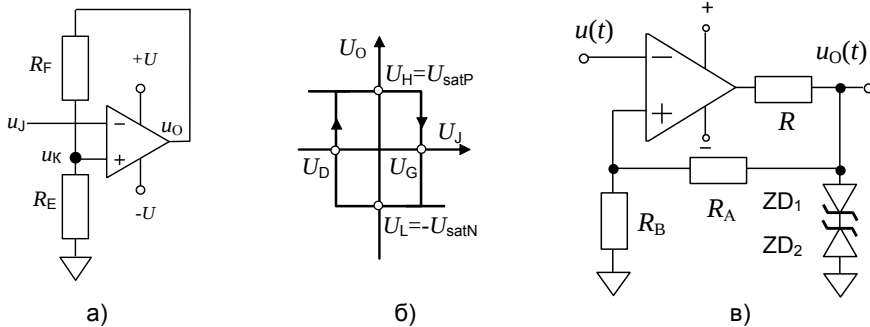
Ако су напони  $U_{\text{satN}}$  и  $U_{\text{satP}}$  једнаки, нивои  $U_D$  и  $U_G$  су симетрични.

Шмитов тригер, остварен помоћу CMOS интегрисаних логичких НИЛИ-кола са два улаза приказан је на слици 5.22. Ако је праг пребацивања кола на средини напона напајања, доњи и горњи праг поређења су симетрични око њега, зависно од односа отпорности у делитељу напона који чине отпорници  $R_I$  и  $R_F$ . Излаз компаратора може се, независно од вредности напона на улазу кола, поставити у стање логичке јединице (*SetH*) или логичке нуле (*SetL*).



Слика 5.22. Неинвертујући компаратор са хистерезисом остварен помоћу интегрисаних логичких кола

Инвертујући компаратор са хистерезисом<sup>16</sup>, остварен помоћу операционог појачавача, приказан је на слици 5.23.



Слика 5.23. Инвертујући компаратор са хистерезисом остварен помоћу операционог појачавача

Нивои поређења,  $U_G$  и  $U_D$ , којима је дефинисана ширина петље хистерезиса:

<sup>16</sup> У савременој стручној литератури је уобичајено да се компаратор са хистерезисом назива Шмитов тригер без обзира да ли је инвертујући или неинвертујући.

$$\Delta U_K = U_G - U_D, \quad (5.31)$$

одређени су позитивним и негативним напоном засићења на излазу операционог појачавача,  $U_{\text{satP}}$  и  $-U_{\text{satN}}$ :

$$U_G = \beta U_{\text{satP}}, \quad (5.32)$$

$$U_D = -\beta U_{\text{satN}}, \quad (5.33)$$

где је  $\beta$  сачинилац делитеља напона који чине отпорници  $R_I$  и  $R_F$ :

$$\beta = \frac{R_E}{R_E + R_F}. \quad (5.34)$$

Применом Ценер-диода, у колу приказаном на слици 5.23.в постигнуто је да ширина хистерезисне петље не зависи од напона напајања операционог појачавача. Ако се примене две идентичне Ценер-диоде, карактеристика улаз-излаз је симетрична. Прагови поређења су одређени напоном пробоја двојне Ценер-диоде,  $U_{ZZ}$ , и односом отпорности у колу позитивне повратне спреге ( $R_A$  и  $R_B$ ):

$$U_G = U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B} = -U_D. \quad (5.35)$$

Ако Ценер-диоде имају истоветне карактеристике, нивои  $U_D$  и  $U_G$  су симетрични.

## 5.6 ЛОГИЧКЕ ОПЕРАЦИЈЕ И КОЛА

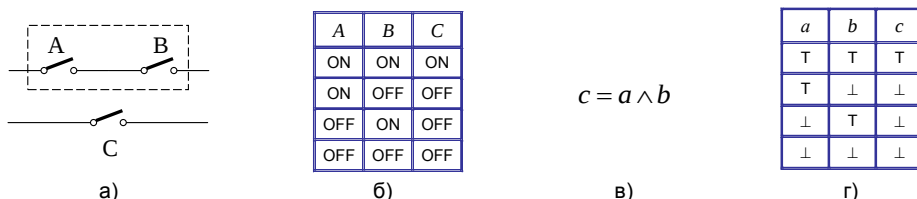
Дуалност која постоји код бинарних величина (сигнала) постоји и када се разматра истинитост неког исказа. Саопштење је истинито или лажно, закључак је тачан или нетачан (да/не). Стање прекидача се такође може описивати исказима “да” и “не” као одговорима на питање: “Да ли је прекидач затворен?”, или питање којим треба да се установи присуство (односно одсуство) напона (струје) у одговарајућој тачки (грани) кола. То омогућује да се прекидачке функције које описују деловање прекидачких мрежа представе као логичке операције (функције). Резултат операције је логичка променљива, а њена вредност се може одредити на основу правила логичког расуђивања.

Два редно повезана прекидача, А и В, на пример, могу да се посматрају као један еквивалентни прекидач С (слика 5.24.а). Таблица стања на слици 5.24.б приказује стање прекидача С у зависности од стања прекидача А и В. Еквивалентни прекидач С је затворен (ON) ако су оба прекидача, А и В, затворена. Односно, исказ “Прекидач С је затворен” је истинит (тачан) ако и само ако су истинити искази: “Прекидач А је затворен” и “Прекидач В је затворен”. Закључак (логички суд “Прекидач С је затворен”) је резултат “логичког спајања” (конјункције<sup>17</sup>) два исказа. Сложени исказ с (“Еквивалентни

<sup>17</sup> Слагање, и један и други, од лат. *conjunctio*, спајање.

прекидач  $C$  је затворен”) је тачан ако су оба исказа  $a$  (“Прекидач  $A$  је затворен”) и  $b$  (“Прекидач  $B$  је затворен”) тачни. Ова логичка операција, којом је образован сложени исказ  $c$ , означава се симболом “ $\wedge$ ”.

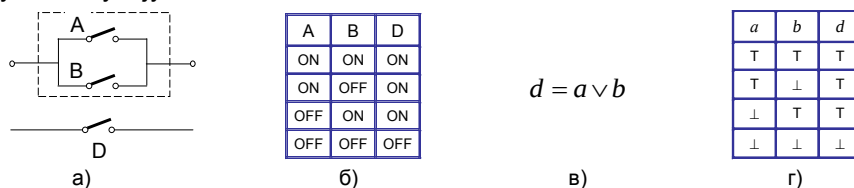
Операција логичког спајања приказана је изразом приказаним на слици 5.24.в.



Слика 5.24. Операција логичког спајања

За представљање истинитосних вредности логичких операција, односно сложених исказа који зависе од два или више простих (елементарних) исказа (као што је исказ “Прекидач  $A$  је затворен”) користи се и таблични начин приказивања. Таблица истинитости (*truth table*) приказује све могуће комбинације истинитосних вредности полазних исказа и одговарајуће истинитосне вредности сложеног исказа (закључка). Таблица истинитости операције логичког спајања приказана је на слици 5.24.г. Симбол “ $T$ ” означава да је одговарајући исказ истинит (*true*), а симбол “ $\perp$ ” да је исказ лажан (*false*).

Паралелна веза два прекидача (слика 5.25.а) одговара логичкој операцији која се назива дисјункција<sup>18</sup>. Еквивалентни прекидач  $D$  је затворен, ако је бар један, било који, од прекидача,  $A$  или  $B$ , затворен. Сложени исказ  $d$  (“Еквивалентни прекидач  $D$  је затворен”) је тачан ако је било који од исказа  $a$  и  $b$  тачан. Ова логичка операција, којом је образован сложени исказ  $d$  означава се симболом “ $\vee$ ”. Одговарајућа таблица истинитости је приказана на слици 5.25.г. Исказ “ $a \vee b$ ” је нетачан када су оба исказа, и  $a$  и  $b$ , нетачни, и само у том случају.

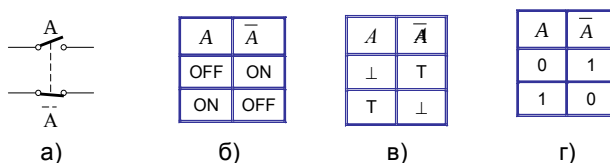


Слика 5.25. Операција логичког раздвајања

Операција негације дефинисана је над једном логичком променљивом или изразом. Логичка променљива добијена логичким инвертовањем (комплементирањем) променљиве  $A$  се обично означава надвученом цртом. На слици 5.26.а приказан је начин извођења ове операције у прекидачкој техници. Комплементарни прекидач прекидача  $A$  је прекидач који је затворен

<sup>18</sup> Логичко раздвајање, један или други, од лат. *disiunctio*, раздвајање.

када је прекидач  $A$  отворен, и обрнуто. Ако величина  $A$  представља “радни” контакт релеа<sup>19</sup>, инвертованој величини одговара “мирни” контакт истога релеа<sup>20</sup>. На слици су приказане и таблица стања, таблица истинитости, као и таблица вредности логичке променљиве добијене применом операције негације независно променљиве величине  $A$ .



Слика 5.26. Операција негације

Када је елемент у непроводном стању, струја кроз њега је занемарљиво мала, приближно једнака нули, па се може сматрати оправданим и да се такво стање означи нулом, а оно друго, проводно стање јединицом. Полазећи од тога, стање отвореног прекидача се симболички означава са 0, а стање затвореног прекидача са 1. Такав симболички начин представљања омогућује да се анализа сложених прекидачких структура врши помоћу одговарајућих математичких правила.

Логичка променљива може да има једну од само две различите вредности, као и цифре дуалног система бројева. Због тога је уобичајено да се вредности логичких променљивих обележавају симболима “0” и “1”. Повезивањем математике и логике, са циљем анализе прекидачких мрежа, настала је прекидачка алгебра.

Над бинарним величинама могу да се дефинишу (изводе) различите операције које се називају логичке операције или логичке функције. Као и у “обичној” алгебри, резултат извођења неке логичке операције може да се представи описно (речима) или табеларно. Прекидачку алгебру карактеришу три основне логичке операције: сабирање, множење и негација. Операцији логичког раздвајања (дисјункција) одговара сабирање, а операцији логичког спајања (конјункција) одговара множење логичких променљивих у математичкој логици. Ове операције се означавају симболима, “+” односно “•”, истим као и одговарајуће операције “класичне” алгебре. Операцијом негације добија се логичка променљива чија је логичка вредност супротна од логичке вредности полазне променљиве (“комплементарна” или “инвертована” логичка променљива). Операције сабирања и множења могу да се изводе над две или више независно променљивих логичких величина. Операција негације се изводи над једном променљивом.

Операција множења назива се “ЛОГИЧКО И” (и један и други). Операција сабирања назива се “ЛОГИЧКО ИЛИ” (један или други, а може и оба). Негацијом ових операција добијају се “ЛОГИЧКО НИ” и “ЛОГИЧКО НИЛИ”

<sup>19</sup> Радни контакт (*normally open* - NO) је затворен када је реле побуђено.

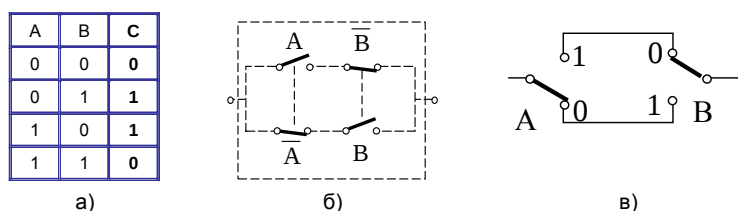
<sup>20</sup> Мирни контакт (*normally closed* - NC) је затворен када реле није побуђено.

У начелу, било који задатак аритметичке и логичке обраде може да се изврши одговарајућим низом сукцесивних обављања основних логичких операција (негације, сабирања и множења). Комбинацијом основних логичких операција остварују се неке сложене операције. Неке од њих је погодно именовати, дефинисати и примењивати као и основне операције. На пример, дефинисањем нове операције која је еквивалентна примени операције негације после операције логичког множења, уводи се оператор који омогућује остваривање све три основне операције.

На пример, операција “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ” се у прекидачкој техници описује речима “један или други, али не оба” (слика 5.27.а). Између улазног и излазног прикључка прекидачке мреже приказане на слици 5.27.б (односно 5.27.в) постоји проводна веза (кратак спој) само ако су прекидачи  $A$  и  $B$  у међусобно супротним стањима. Означава се симболом  $\oplus$ .

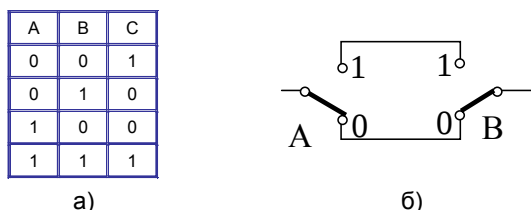
На основу анализе прекидачке мреже приказане на слици 5.27.б, закључује се да важи:

$$A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}. \quad (7.36)$$



Слика 5.27. Операција “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ”

Операцијом “ИСКЉУЧИВО-НИЛИ” (слика 5.28) добија се логичка променљива која представља комплемент логичке променљиве добијене операцијом “ИСКЉУЧИВО-ИЛИ”.



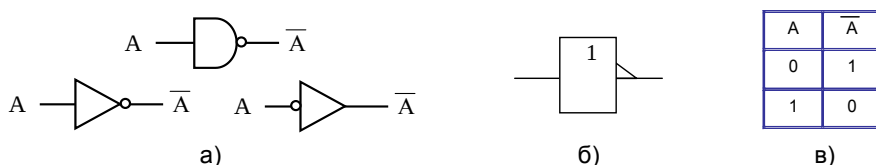
Слика 5.28. Операција “ИСКЉУЧИВО-НИЛИ”

Таблица вредности на слици 5.28.а показује да се као резултат примене ове операције добија зависно променљива  $C$  која је једнака логичкој јединици само ако независно променљиве  $A$  и  $B$  имају једнаке вредности. Одговарајућа логичка операција назива се еквиваленција<sup>21</sup>. Означава се симболом  $\odot$ . Помоћу ове операције може да се изврши поређење бинарних речи односно бројева произвољне дужине.

<sup>21</sup> Исказ  $a \Leftrightarrow b$  је тачан само онда када оба исказа,  $a$  и  $b$ , имају исту истинитосну вредност. Користе се и називи “укључиво-И” и “коинциденција”.

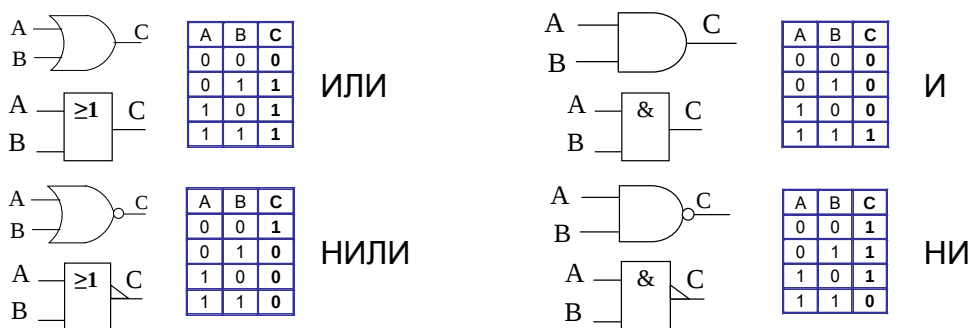
У ужем смислу, под називом “основна логичка кола” подразумевају се кола која остварују основне логичке операције: комплементирање (инвертовање, НЕ), логичко сабирање (ИЛИ) и логичко множење (И). Било који дигитални систем може бити конструисан коришћењем само логичких кола којима се остварују ове три основне логичке операције<sup>22</sup>. У ширем смислу, у основна кола се убрајају и она којима се остварују логичке операције НИ, НИЛИ, ИСКЉУЧИВО-ИЛИ и ИСКЉУЧИВО-НИЛИ.

Коло којим се остварује операција “ЛОГИЧКО НЕ” (*NOT gate*) даје на свом излазу сигнал који представља негацију улазног сигнала. Уобичајени назив за ово коло је “инвертор”. Графички симболи који се користе и одговарајућа таблица вредности су приказани на слици 5.29. Излазни сигнал се означава симболом који је исти као и улазни, надвучен цртом. У овој књизи се користе графички симболи, уобичајени у електроници, код којих се за представљање различитих логичких оператора употребљавају симболи различитог, карактеристичног облика (слика 5.29.а). Кружић означава операцију негације. Симболи које препоручују *IEC* и *IEEE/ANSI* су правоугаоног облика<sup>23</sup> (слика 5.29.б).



Слика 5.29. Логичко НЕ коло

На слици 5.30 су приказана основна кола са два улаза, као и одговарајуће функционалне табеле у којима је дат одзив кола на одређену комбинацију управљачких улаза.



Слика 5.30. Основна логичка кола

Логичко ИЛИ-коло (*OR gate*), које остварује операцију логичког сабирања, даје на свом излазу логичку јединицу ако бар један од улазних

<sup>22</sup> Полазећи од ставова математичке логике, следи да је за градњу било ког дигиталног уређаја (па и рачунара) довољна само једна врста логичког кола са два улаза: НИЛИ односно НИ.

<sup>23</sup> Још увек нису опште прихваћени.

сигнала има логичку вредност једнаку један. Логичко НИЛИ-коло (*NOR gate*) даје на свом излазу логичку јединицу ако оба улазна сигнала имају логичку вредност једнаку нули.

Логичко И-коло (*AND gate*), којим се остварује операција логичког множења, даје на свом излазу логичку јединицу ако су сви улази на логичкој јединици. Логичко НИ-коло (*NAND gate*), даје на свом излазу логичку нулу ако су сви улази на логичкој јединици.

## 5.7 КОМБИНАЦИОНЕ ЛОГИЧКЕ МРЕЖЕ

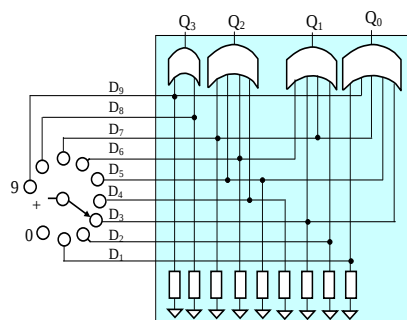
Одговарајућим повезивањем основних логичких кола могу да се остваре сложене операције којима се неки скуп независно променљивих логичких величина (које представљају улазне сигнале/податке) пресликава на скуп других, зависно променљивих величина (које се посматрају као излазни сигнали/подаци). Стање на излазу логичког кола са више улаза једнозначно зависи од вредности улазних променљивих у тренутку посматрања. Стање сложене мреже образоване од оваквих елемената такође је једнозначно одређено вредностима независно променљивих логичких величина које представљају улазне сигнале. Ако се улазне величине не мењају у времену, стање такве мреже се такође не мења. Мреже које се могу описати не узимајући време као независно променљиву величину називају се комбинационе мреже. Комбинациона мрежа је логичка мрежа чије стање зависи само од логичких стања улазних сигнала [11].

Конвертор кода је мрежа којом се остварује промена начина приказа информације у бинарном облику. Делује као “дигитални претварач” који, не мењајући информациони садржај, мења облик представљања података, пресликавањем информације из једног кодног система у други. Разликују се два основна облика конвертора кода: енкодер и декодер. У ширем смислу, под називом енкодер (*encoder*) подразумева се део система који сигнал, односно низ података, трансформише у облик погодан за пренос, обраду или чување (меморисање), док декодер (*decoder*) враћа првобитни облик представљања информације [12].

У ужем смислу, енкодер је струкура образована од логичких кола која има  $m$  логичких улаза ( $X_0, X_1, \dots, X_{m-1}$ ) и  $n$  логичких излаза ( $Y_0, Y_1, \dots, Y_{n-1}$ ), при чему у било ком тренутку само један од улаза може бити активан<sup>24</sup>. Мрежа

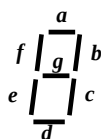
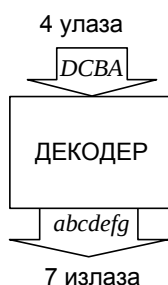
<sup>24</sup> У литератури на српском језику је уобичајен назив кодер. Треба, међутим, имати у виду да се, у раном периоду развоја дигиталне електронике, под називом кодер превасходно подразумевао део који обавља претварање бројки декадног система бројева (као примарног, који човек користи) у бинарне податке који се аутоматски обрађују у електронским уређајима. У ужем смислу, термин енкодовање (*encoding*) се користи за опис функције уређаја (хардверског склопа) који обавља потребну трансформацију, док се у случају када се ова функција остварује програмски (софтверски) користи назив кодовање (*coding*). Ендек је уређај (хардверски склоп) који обавља обе ове функције, док се назив **кодек** (*codec*) користи када се операције кодовања и декодовања остварују програмски (на пример, коришћењем компресионог алгорита при формирању датотека које представљају запис аудио или видео сигнала, односно при њиховом репродуковању).

која обавља обратну (инверзну) операцију, којом се информација враћа у првобитни облик, назива се декодер. На слици 5.31 приказан је енкодер који код “један од десет”, добијен помоћу механичког преклопника са десет положаја, претвара у *NBCD*–код.



Слика 5.31. Енкодер “10 у 4”

За побуду светлећих цифарских приказивача који садрже седам сегмената (*LED display*) користе се конвертори који *BCD*–код пресликавају на седам излаза<sup>25</sup> (слика 5.32).



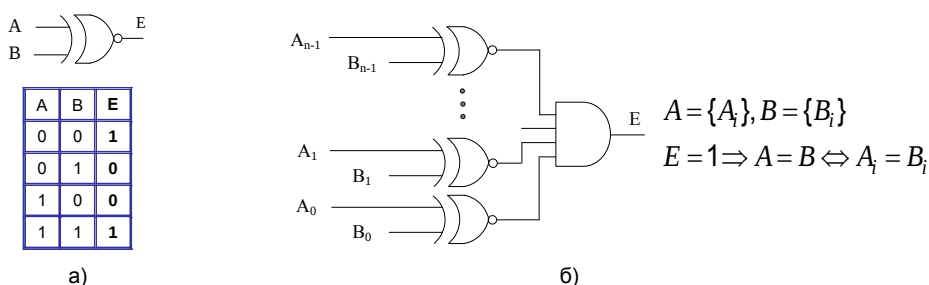
| N | A | B | C | D | a | b | c | d | e | f | g | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 9 |

Слика 5.32. Претварање *BCD* кода у код 7-сегмената

Два једноцифрена бинарна броја, А и В, су једнака ако су величине А и В логички једнаке. Поређење две бинарне величине се врши помоћу ИСКЉУЧИВО-НИЛИ логичког кола<sup>26</sup> (слика 5.33.а). Два вишецифрена бинарна броја су једнака ако су им све цифре једнаке. Поређење два *n*–битна бинарна слога се може остварити помоћу мреже која садржи *n* ИСКЉУЧИВО-НИЛИ логичких кола и једно И-коло са *n* улаза (слика 5.33.б). Логичка јединица на излазу такве мреже означава да су одговарајући битови кодних слогова, А и В, међусобно једнаки. На таквој структури засновани су интегрисани 8-битни компаратори, као што је на пример *74HC688*.

<sup>25</sup> Уобичајено је да се и ови претварачи кода називају декодерима (*BCD-to-7-segment decoder*), иако, заправо, представљају конверторе кода.

<sup>26</sup> Логичка операција ИСКЉУЧИВО-НИЛИ представља еквиваленцију.



Слика 5.33. Бинарни компаратор

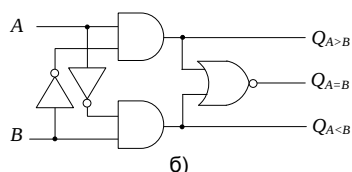
При поређењу два бинарна броја, међутим, често није довољно знати да бројеви нису једнаки, већ се захтева и податак који је од тих, неједнаких, бројева већи. Дакле, на питање: “Какав је нумерички однос два задата броја,  $A$  и  $B$ ?” могућа су три одговора:  $A = B$ ,  $A > B$  и  $A < B$ . Потпуни једнобитни компаратор, приказан на слици 5.34.б, даје информацију о односу два једнобитна броја преко три излаза, од којих само један може бити активан. Излаз  $Q_{A>B}$  означава да је  $A > B$ . То је могуће само ако је  $A = 1$  и  $B = 0$ . Излаз  $Q_{A=B}$  је резултат испитивања тачности исказа  $A = B$ . Излаз  $Q_{A<B}$  означава да је вредност логичке променљиве  $A$  мања од вредности променљиве  $B$ . То је могуће само ако је  $A = 0$  и  $B = 1$ .

$$Q_{A>B} = A \bar{B}$$

$$Q_{A=B} = A \oplus B = AB + \bar{A} \bar{B} = A \bar{B} + \bar{A} B$$

$$Q_{A<B} = \bar{A} B$$

а)



Слика 5.34. Компаратор једнобитних бинарних бројева

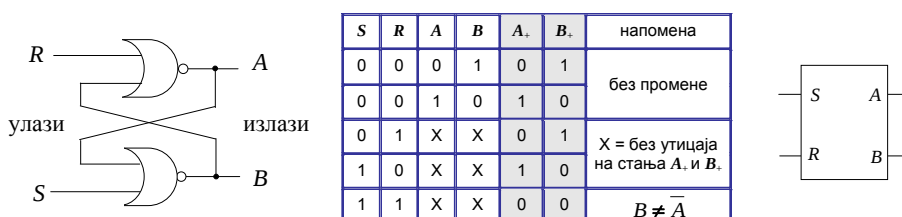
Спрезањем оваких “елементарних” компаратора може се добити потпуна информација о односу два броја произвољне дужине.

## 5.8 МЕМОРИЈСКИ ЕЛЕМЕНТИ

Важно својство логичких кола је могућност остваривања функције чувања (памћења) вредности бинарних променљивих. Одговарајућим повезивањем основних логичких елемената могуће је сачувати податак о томе да је, у неком тренутку, постојало одређено стање на улазу кола (логичке мреже). То је основа за израду делова рачунара у којима се чувају информације које представљају податке или програм којим се извршава одређен алгоритам њихове обраде.

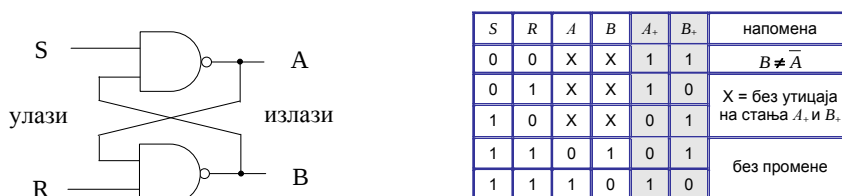
Бинарни меморијски елемент (меморијска ћелија, *memory cell*) је систем који има два изразито различита (супротна) стања. Прелазак из једног стања у друго остварује се спољашњим деловањем. Ако се сваком од стања додели логичка вредност која представља логичку вредност неке променљиве, један такав систем представља меморијски елемент у којем се чува један бит информације – вредност логичке променљиве записана (упамћена) у одређеном тренутку.

Постоји више врста електронских меморијских елемената који се међусобно разликују према начину на који се делује да би се изазивала промена стања. Мрежа образована од пара логичких НИЛИ-кола, унакрсно повезаних на начин приказан на слици 5.35, представља основни облик меморијског елемента који садржи два улаза ( $R$  и  $S$ ) и два излаза ( $A$  и  $B$ ). Приказани су функционална табела и уобичајени графички симбол елемента који се обично назива  $RS$ -флипфлоп<sup>27</sup>. Колоне  $A_+$  и  $B_+$  приказују стање излаза након успостављања одговарајуће комбинације стања на улазима.



Слика 5.35. Меморијски елемент остварен помоћу логичких НИЛИ-кола

Слична својства има и мрежа образована од пара логичких НИ-кола, приказана на слици 5.36. Разликују се само по логичкој вредности сигнала који доводи до промене стања. Флипфлоп остварен помоћу НИЛИ-кола мења стање довођењем логичке јединице на одговарајући улаз кола ( $R$  или  $S$ ). Флипфлоп остварен помоћу НИ-кола мења стање довођењем логичке нуле на одговарајући улаз кола.



Слика 5.36. Меморијски елемент остварен помоћу логичких НИЛИ-кола

На слици 5.37.а. дати су графички симбол и функционална табела меморијског елемента који има само један улаз. Догађај који изазива промену стања (окидање) може да представља успостављање логичке јединице ("окидање на предњу ивицу") или успостављање логичке нуле ("окидање на задњу ивицу"). Промена стања оваквог меморијског елемента је синхрона<sup>28</sup> са променом логичког стања на улазу. Уобичајено је да се означава словом  $T$  ( $T$ -флипфлоп<sup>29</sup>). Излаз  $\bar{Q}$  је комплемент излаза  $Q$ .

<sup>27</sup> Назив, који потиче из енглеског језика (*flip-flop*), сликовито указује да се деловањем улазних сигнала коло пребацује тамо-амо (*flip* бацити, покренути лаганим ударцем, пикнути; *flop* пасти натраг, скљокати се). Ознаке  $S$  и  $R$  потичу од енглеских речи *set* (ставити) и *reset* (поново наместити). У говорном језику употребљава се и назив: "сет-ресет флипфлоп".

<sup>28</sup> Каже се да је појава синхрона ако је временски усклађена са одређеном појавом или величином. Назив потиче од грч. *synchronous*, истовремен.

<sup>29</sup> По једном тумачењу, симбол  $T$  одражава начин рада бистабилног елемента који се, на појаву улазног импулса "преврће" (*toggle*) из једног стања у друго (у енглеској литератури се користи



Слика 5.37. Синхронизовани меморијски елементи

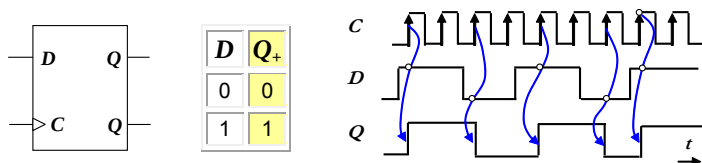
На слици 5.37.б. приказани су графички симбол и табела прелаза меморијског елемента чије се стање може да промени само у тренутку када се сигнал на улазу који је означен словом *C* (*clock*) мења из стања логичке нуле у стање логичке јединице. У том тренутку се логички стање на улазу који је означен словом *D* (*data*) уписује у меморијску ћелију. Назива се *D*-флипфлоп. Једначина стања је врло једноставна:

$$Q_+ = D.$$

Ако се занемари кашњење у одзиву кола, промена стања се остварује једновремено са одговарајућом променом на тактном улазу (*C*). Елементи ове врсте се називају синхронизовани или тактовани флипфлопови [13]. Троугао на одговарајућем улазу графичког симбола означава да се окидање врши динамички, на растућу (предњу/улазну) ивицу синхронизационог сигнала<sup>30</sup>.

На слици 5.38 су приказани графички симбол, одговарајућа функционална табела и временски дијаграми сигнала у колу *D*-флипфлопа са ивичним окидањем, који представља основни облик меморијске ћелије у коју се податак који треба сачувати уписује синхронизовано системским тактом. Једначина стања је врло једноставна:

$$Q_+ = D.$$

Слика 5.38. *D*-флипфлоп са ивичним окидањем

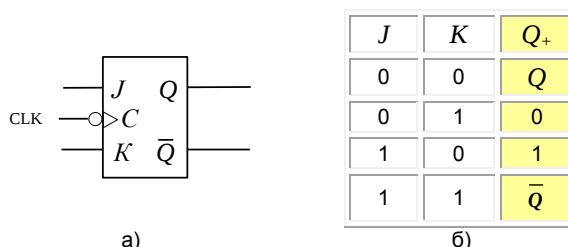
и назив *toggle flip-flop*). Према другом, симбол *T* потиче од речи *trigger*. У литератури на нашем језику користи се и назив: тригерски флипфлоп.

<sup>30</sup>

У највећем броју случајева, називи бистабилно коло (елемент) и флипфлоп се употребљавају са истим значењем. Известан број аутора, међутим, називом флипфлоп означава меморијске елементе код којих се промена стања на излазу врши само у синхронизму са тактом система. За меморијски елемент чија се промена стања може да оствари у било ком тренутку, користе назив лач (*latch*, реза, брава).

Функционална табела приказује стање елемента **након** деловања синхронизационог импулса у зависности од комбинације стања на улазима. Символ  $Q_+$  означава променљиву  $Q$  након импулса на синхронизационом улазу.

Бистабилни меморијски елемент код којег је решен проблем “непожељног” стања на улазима назива се  $JK$ -флипфлоп<sup>31</sup>. На слици 5.39 су приказани графички симбол, одговарајућа функционална табела и табела прелаза  $JK$ -флипфлопа са ивичним окидањем<sup>32</sup>.



Слика 5.39.  $JK$ -флипфлоп са ивичним окидањем

Једначина стања у овом случају има облик:

$$Q_+ = J\bar{Q} + \bar{K}Q.$$

$JK$ -флипфлоп је добар пример како је интегрисана технологија променила начин размишљања, односно решавања проблема у електроници. Структура  $JK$ -флипфлопа је сувише сложена да би у дискретној техници могла да буде оправдана. У интегрисаној технологији, проблем сложености кола, односно броја елемената своди се, пре свега, на проблем израде одговарајућег шаблона који се користи у процесу производње. У великосеријској производњи, утицај ове “припреме за производњу” на цену производа је мали. Повећање цене самог производног процеса, због повећане сложености маске, много је мање од повећане сложености функционалне шеме, односно броја компонената садржаних у колу. То његову производњу чини економичном, а употребу оправданом.

Виљем Еклес (*William H. Eccles*, 1875-1966), британски физичар, један је од пионира радио-комуникација. Сматра се да је он увео назив диода за електронску цев са две електроде. У сарадњи са Џорданом (*Frank W. Jordan*) развио је и патентирао (1919) први електронски меморијски елемент, флипфлоп, намењен за примену у бинарним бројачима. Првобитни назив за ово коло био је управо Еклес-Џорданово окидно коло (*Eccles-Jordan trigger circuit*). Био је председник британског Института инжењера електротехнике (*Institute of Electrical Engineers - IEE*).



Еклес

Функционално, меморијски елементи се остварују помоћу логичких

<sup>31</sup> Сматра се да су ознаке “ $J$ ” и “ $K$ ”, а тиме и назив елемента, додељене према иницијалима Џека Килбија, америчког проналазача који је први патентирао интегрисано електронско коло.

<sup>32</sup> Могући су и други облици флипфлопа ове врсте: асинхрони, са дозволом окидања и импулсни ( $MS JK$ -флипфлоп).

кола, иако сама логичка кола немају својство памћења. Мреже образоване повезивањем меморијских елемената омогућују складиштење података. Уређен скуп меморијских ћелија које чине јединствену целину назива се регистар. То је логичка мрежа намењена за:

- привремено чување податка представљеног у облику бинарног слога (речи) одређене дужине,
- обраду таквог податка, која се може остварити разменом садржаја меморијских ћелија унутар мреже, или
- обраду у смислу повећавања или смањивања бројне вредности, када се такав податак посматра као бинарни број.

У зависности од обраде која се врши у самом регистру разликују се три основна облика регистара:

- меморијски регистри (*data register*),
- померачки регистри (*shift register*) и
- бројачки регистри (*counting register*).

Мерење се, у неким случајевима, своди на бројање. Прибрајају се елементарни прираштаји количине која се мери: пређени пут, запремина флуида, протекло време, количина супстанце, електрична или топлотна енергија. У савременим мерним уређајима бројање се остварује физички (хардверски) или програмски (софтверски). Хардверска решења операције бројања могу да буду механичка, електромеханичка или електронска.

Логичке мреже чије стање зависи не само од комбинације логичких стања улазних сигнала у тренутку посматрања, него и од стања која су постојала у мрежи током њене “предисторије”, називају се секвенцијалне мреже. Такве мреже у себи садрже меморијске елементе који памте претходна стања (слика 5.40).



Слика 5.40. Општи структурни блок-дијаграм секвенцијалне мреже

## 5.9 БРОЈАЧИ

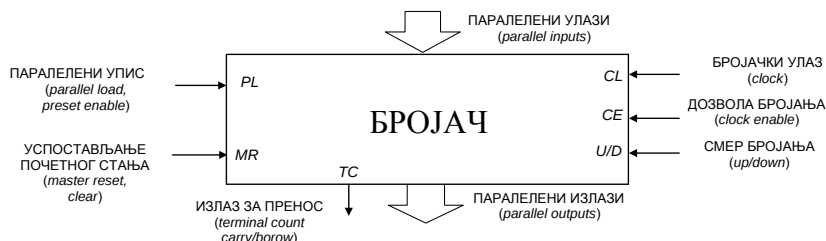
Секвенцијална мрежа, која садржи  $n$  меморијских ћелија, може да се налази у једном од  $2^n$  могућих различитих стања која одговарају различитим стањима меморијских ћелија. Ако се стања меморијских ћелија посматрају као цифре бинарног броја, тада се, успостављањем одговарајућих логичких

веза између меморијских ћелија, може постићи да свака позитивна, или свака негативна промена логичке вредности сигнала на одређеном улазу<sup>33</sup>, доводи до јединичне промене броја којим је приказано стање регистра. Промена може бити повећање (инкрементирање) или смањивање (декрементирање). Таква секвенцијална мрежа представља бројачки регистар.

Бројач може да буде “једносмеран”, ако прираштај вредности има увек исти предзнак (позитиван, за бројање у напред, односно негативан, при одбројавању у назад) или “двосмеран” (обостран, бидирекционалан), ако се знак прираштаја контролише на неки начин. Према начину рада бројачи се могу сврстати у две групе [14]. Код асинхроних бројача “активна” промена логичког стања сигнала на бројачком (тактном) улазу (*clock*) изазива промену стања прве ћелије, чија одговарајућа промена изазива промену стања следеће ћелије у низу. Код синхроних бројача промена стања свих ћелија врши се само у синхронизму са заједничким тактним (синхронизационим) импулсом.

Бројачки регистар који садржи  $n$  меморијских ћелија може да има  $2^n$  стања којима се приказују вредности броја  $N$  од 0 до  $2^n - 1$ . При бројању у напред, након достизања стања у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке јединице (број  $N_{max} = 2^n - 1$ ), први следећи импулс доводи (враћа) бројач у “почетно” стање у којем су у свим меморијским ћелијама уписане логичке нуле ( $N = 0$ ). При бројању у назад, након достизања стања у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке нуле, први следећи импулс доводи бројач у стање у којем су у свим меморијским ћелијама уписане логичке јединице.

Начином свог рада, бројачки регистар је делитељ учестаности. Свака меморијска ћелија (флипфлоп) омогућује дељење учестаности са два. Регистар који садржи  $n$  меморијских ћелија може да броји до  $N_{max} = 2^n - 1$ , односно оствари дељење учестаности фактором  $2^n$ . Такви бројачи се називају бројачи модула  $2^n$ . Међутим, помоћу додатне комбинационе мреже може да се ограничи највећа вредност броја  $N$ , тако да је модуло бројача, који садржи  $n$  меморијских ћелија, било који цео број који није већи од  $2^n$ . Најзначајнији су бројачи модула 10 (декадни бројачи). На слици 5.41 приказан је електронски бројач опште намене. Такви бројачки системи<sup>34</sup> производе се као интегрисана кола.



Слика 5.41. Електронски бројач

<sup>33</sup> Овај улаз се обично означава са *CLK* (*clock*), *CL*, или *CP* (*clock pulse*).

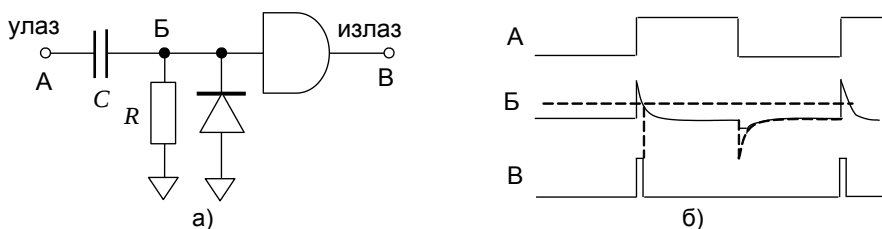
<sup>34</sup> У стручној литератури се користе различити називи за означавање улазних и излазних сигнала сложених бројачких структура.

Бројачи се користе као делитељи учестаности у генераторима импулса. Они представљају основни део инструмената за дигитално мерење трајања временских интервала и учестаности (*counter/timer*). У мерилима количине, бројачи имају улогу акумулатора<sup>35</sup> у којима се сакупљају (сабирају, одбројавају) елементарни прираштаји мерене величине (пређеног пута, запремине течности, електричне или топлотне енергије).

У микропроцесорским мерним уређајима, бројање може бити остварено хардверски или програмски (софтверски бројач). Да би се смањило оптерећење процесора, обично се импулси високе учестаности прво обрађују брзим хардверским бројачима, а софтверски се одбројавају само “проласци кроз нулу”.

## 5.10 МОНОСТАБИЛНА КОЛА

Моностабилно коло је систем које има једно стабилно и једно квазистабилно<sup>36</sup> стање. Ако се спољашњим деловањем доведе у квазистабилно стање, такав систем, препуштен себи, спонтано се, након неког времена, враћа у стабилно стање. Трајање квазистабилног стања,  $T_R$ , може да буде одређено временом које је потребно да се напон између крајева кондензатора промени за неку одређену вредност. Једноставно моностабилно коло, које даје импулс константног трајања на предњу ивицу побудних импулса, приказано је на слици 5.42.а.



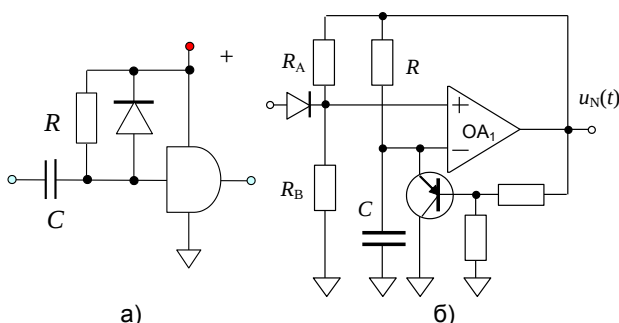
Слика 5.42. Пасивно моностабилно коло

Састоји се из пасивног кола за диференцирање и логичког кола које обавља функцију кола за уобличавање. На његовом излазу добија се логичка јединица када је сигнал у тачки Б већи од прага пребацивања логичког стања, односно логичка нула када је мањи од логичког прага. Временски дијаграми у карактеристичним тачкама кола приказани су на слици 5.42.б. Диода обавља одсецање негативног дела диференцираног сигнала, са циљем заштите од негативног премашаја на улазу интегрисаног кола.

На слици 5.43 приказани су коло које омогућује диференцирање задње ивице и коло за диференцирање предње ивице остварено помоћу операционог појачавача.

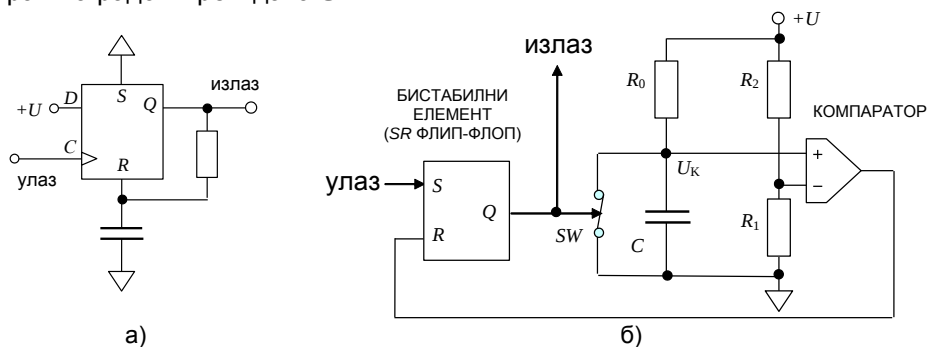
<sup>35</sup> Користи се и назив “тотализатор” од лат. *totalis*, укупан, сав цео.

<sup>36</sup> Назив потиче од лат. речи *quasi* (као) која у сложеницама има значење: тобожњи, полу-.



Слика 5.43. Моностабилна кола

На слици 5.44.а. приказано је коло за диференцирање предње ивице остварено помоћу флип-флопа. Бистабилни елемент у саставу моностабилног кола елиминише потребу за уобличавањем улазних импулса. Принциповија електрична шема кола са компаратором приказана је на слици 5.44.б. Коло садржи интеграциони кондензатор  $C$ , компаратор и флип-флоп  $FF$  који управља радом прекидача  $SW$ .



Слика 5.44. Моностабилна кола са флип-флопом

У стабилном стању кола бистабилни елемент је у стању  $Q = 1$ . Прекидач  $SW$  је затворен, а напон на кондензатору једнак нули. Излаз компаратора је у стању логичке нуле. Процес одмеравања интервала  $T_R$  започиње појавом кратког улазног импулса, чему одговара успостављање логичке јединице на  $S$  (set) улазу флип-флопа који тада прелази у стање  $Q = 0$ . Прекидач  $SW$  се отвара и започиње пуњење кондензатора кроз отпорник  $R_0$ . Овакво стање се задржава у колу и након нестанка импулса, и траје све док напон на кондензатору не достигне напон  $U_K$ :

$$U_K = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (5.37)$$

На излазу компаратора се појављује логичка јединица која, преко  $R$  (reset) улаза враћа флип-флоп у стање  $Q = 1$ . Прекидач  $SW$  се затвара, кондензатор  $C$  се празни, а компаратор враћа у основно стање и “ослобађа” флип-флоп (на ресет-улазу се успоставља логичка нула). Трајање квазистабилног стања одређено је формулом:

$$T_R = RC \ln \frac{R_1 + R_2}{R_1}. \quad (5.38)$$

Ако је пуњење кондензатора започело у тренутку  $t = 0$ , важи:

$$u_C(t) = U_{C0} + U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}). \quad (5.39)$$

Овај процес се одвија све до тренутка  $t = T_K$  када је испуњен услов:

$$u(T_R) = U_K. \quad (5.40)$$

На основу једнакости:

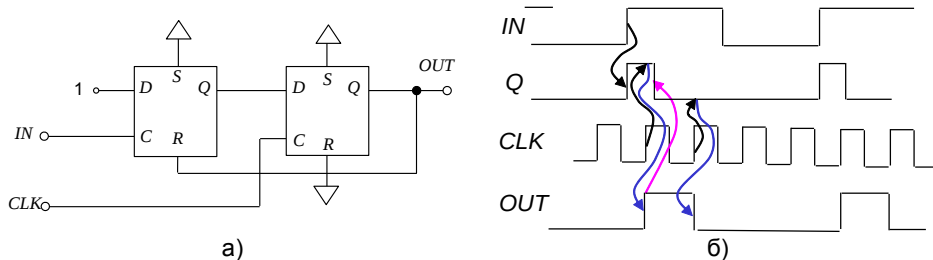
$$U_K = U(1 - e^{-\frac{T_R}{RC}}), \quad (5.41)$$

добива се израз којим је одређена величина  $T_R$ .

Стабилност временског интервала  $T_R$  зависи само од стабилности временске константе кола, а не зависи од вредности напона  $U$ . Ако се напон  $U$  повећа, кондензатор се брже пуни, али је повећан и праг  $U_K$  до којег треба да се напуни. Елементи  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  и  $C$  образују мост. Својство мостовске структуре је да стање равнотеже не зависи од напона напајања моста.

### 5.10.1 ДИГИТАЛНА МОНОСТАБИЛНА КОЛА

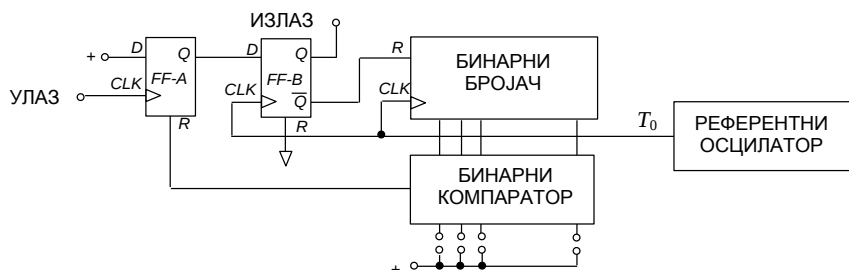
Већа стабилност се постиже када се интервал  $T_R$  одређује помоћу импулса референтног осцилатора, као што је то у колу приказаном на слици 5.45.а. После сваке узлазне ивице побудног сигнала  $IN$  на излазу кола  $OUT$  појављује се један импулс чије је трајање одређено периодом појављивања тактних импулса  $CLK$ . Таласни облици сигнала приказани су на слици 5.45.б.



Слика 5.45. Дигитално моностабилно коло

Када је потребно да интервал  $T_R$  буде дужи од трајања  $T_0$ ,  $T_R$  се одређује као целобројни умножак трајања референтног временског интервала. То се постиже бројањем импулса референтног осцилатора. Принциповска електрична шема таквог моностабилног кола приказана је на слици 5.46. Предња (растућа/узлазна) ивица сигнала на улазу кола успоставља логичку јединицу на излазу флипфлопа  $FF-A$ . Први следећи импулс из референтног осцилатора уписује логичку јединицу у флипфлоп  $FF-B$ . Тиме започиње одмеравање интервала  $T_R$ , чије је трајање одређено периодом појављивања импулса на излазу референтног осцилатора,  $T_0$ , и програмираним сачиниоцем дељења бројача. Након одбројањеног задатог броја импулса на излазу бинарног компаратора појављује се сигнал који улазни

флипфлоп, преко улаза  $R$  (reset), враћа у основно стање. Следећи тактни импулс зауставља одмеравање временског интервала  $T_R$ .



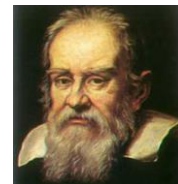
Слика 5.46. Окидни генератор импулса програмабилног трајања

## ЛИТЕРАТУРА

1. B.D. Raković, *Elektronika II, Naučna Knjiga*, 1961.
2. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 103, Mathematics – Functions, Functions of one variable, mainly time-dependent quantities*, 103-05-20.
3. Појмови из области математике који се користе у електротехници, Термини и дефиниције, ЈУС Н.А0. 101-04-18.
4. *IEV, Oscillations, signals and related devices / Pulses*, 702-03-01.
5. E.C. Young, *Dictionary of electronics*, Penguin Reference Books, 1988
6. M. Stojić, *Kontinualni sistemi automatskog upravljanja, Građevinska knjiga*, 1973, s. 187
7. Реф. 3, 101-04-23.
8. Ref 4, 702-03-04.
9. Реф. 3, 101-04-24.
10. *IEV, IEC 60050: part 351-28, Control technology / Functional units of control systems*, 351-28-34.
11. S. Tešić, D. Vasiljević, *Osnovi elektronike*, Građevinska knjiga, 2000.
12. *International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 702, Oscillations, signals and related devices, Discrete signals and digital signals; Coding*.
13. P. Horowitz, W. Hill, *The Art of electronics*, University Press, 1989.
14. D. Živković, M. Popović, *Impulsna i digitalna elektronika*, Akademska misao, 2004.

Мировање је посебан  
случај стања кретања.  
Сва кретања подчињена  
су математичким законима.

*Galileo Galilei*



## 6.

# ОСЦИЛАТОРИ

Развој “практичне” електронике створио је потребу за разноврсним изворима сигнала помоћу којих се испитују електронски елементи, уређаји и системи. Статичка карактеристика испитује се помоћу подесивих извора напона и струје. За анализу динамичких својстава користе се посебни извори сигнала чија се карактеристична величина (напон или струја) мења по одређеном периодичном закону, при чему је могуће задавање амплитуде и учестаности, а често и таласног облика. Њихова је примена много шира, јер се и деловање мноштва разноврсних електронских уређаја заснива на постојању неког интерног кола које “производи” временски променљиву величину. Посебно значајну улогу имају у телекомуникацијама, мерној техници и енергетској електроници.

## 6.1 ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Појаве које се понављају карактеришу се временском величином која се назива **период**<sup>1</sup>. За такве појаве (збивања) каже се да су периодичне. Период је време потребно да се у потпуности обави један циклус догађаја који се правилно понављају.

У строго математичком смислу, периодичне појаве се идентично репродукују у једнаким интервалима независно променљиве<sup>2</sup>. Период је најмања разлика између две вредности независно променљиве, за коју се вредности периодичне величине понављају. Периодична величина  $y(x)$  се описује функцијом независно променљиве  $x$  за коју важи:

$$y(x + X) = y(x); -\infty \leq x \leq \infty, \quad (6.1)$$

где је  $X$  период посматране величине  $y$ .

У општој теорији система, посебно су значајне величине које могу да се представе функцијом синусног<sup>3</sup> облика:

$$y(\theta) = Y \sin \theta, \quad (6.2)$$

где је  $Y$  вршна (темена) вредност, која се назива **амплитуда**. Бездимензиона величина  $\theta$ , која представља аргумент синусне функције назива се **фаза**<sup>4</sup>. Функција  $y(\theta)$  је периодична, са периодом понављања  $2\pi$ :

$$y(\theta + 2\pi) = Y \sin \theta. \quad (6.3)$$

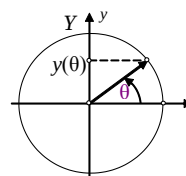
<sup>1</sup> Назив потиче од грчких речи *perí*, око, околу и *odós*, пут, ход (лат. *periodus*, обилазак).

<sup>2</sup> Независно променљива величина не мора да буде време. У општем случају, величина  $y$  може да буде функција независно променљиве која представља просторну координату или неку другу променљиву физичку величину.

<sup>3</sup> Назив потиче од лат. *sinus*, полуокругла површина, недра, груди.

<sup>4</sup> Назив потиче од грчке речи *phásis*, појављивање, стање (кретања), мена.

Функција 6.2 може графички да се представи као пројекција на ординатној оси вектора положаја тачке која се налази на кружници, чији је центар у координатном почетку, а полупречник једнак  $Y$ . Величина  $\theta$  представља угао који вектор положаја заклапа са апсцисном осом. У електротехници се изражава у радијанима<sup>5</sup>, а ређе у степенима.



Ако се фаза  $\theta$  мења са временом, брзина њене промене, која се у електротехници обично означава са  $\omega$ :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad (6.4)$$

назива се “угаона брзина” (*angular velocity*). Изражава се у радијанима у секунди [1]. У општем случају, величина

$$y(t) = Y \sin \theta(t), \quad (6.5)$$

не мора да буде периодична функција времена.

У техници посебан значај имају величине чија је зависност од времена одређена синусном функцијом, а које се мењају сталном угаоном брзином. У складу са једначином 6.4 за такав сигнал важи:

$$y(t) = Y \sin(\omega t + \alpha), \quad (6.6)$$

где је  $Y$  амплитуда, а  $\alpha$  почетна фаза сигнала. Сигнал  $y(t)$  је периодичан:

$$y(t + T) = a(t), \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (6.7)$$

где је  $T$  временски интервал који представља период понављања. Периодични сигнали се, као таласи<sup>6</sup>, понављају у времену. У општем случају, облик функције  $y(t)$  којом је дефинисан талас може бити произвољан. Синусна функција 6.6 назива се још и прстопериодична или хармонијска<sup>7</sup> функција.

У анализи сигнала уобичајено је да се периодични сигнали карактеришу величином која преставља брзину понављања карактеристичног таласног облика<sup>8</sup> (*waveform*). На српском језику ова величина се назива “учестаност”, али се одомаћио и назив “фреквенција”<sup>9</sup>. Дефинисана је као величина обрнуто сразмерна периоду [2]:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (6.8)$$

Електронски **осцилатор**<sup>10</sup> је систем у којем постоји промена електричног напона, односно струје, у односу на неку референтну вредност, тако да је осцилујућа величина (разлика потенцијала између две тачке, или струја у некој грани) наизменично већа и мања од неке референтне вредности. Осциловање може да буде резултат деловања спољашње

<sup>5</sup> У међународном систему јединица *SI*, угао је величина без димензија. “Радијан” је посебан назив за број један, када се исказује величина угла.

<sup>6</sup> У техници, талас (*wave*) се дефинише као промена физичког стања средине, која се у тој средини простире у функцији времена. Функција 6.6 може да представља математички модел преношења енергије кроз одговарајућу средину у простору. Механички таласи преносе се кроз корпускуларну средину. Електромагнетски таласи могу да се простиру и кроз вакуум.

<sup>7</sup> Назив потиче од грч. *harmonikós*, складан, благозвучан. Музички тон је акустичка појава правилног осциловања жице или ваздушног стуба инструмента које се преноси кроз еластичну средину.

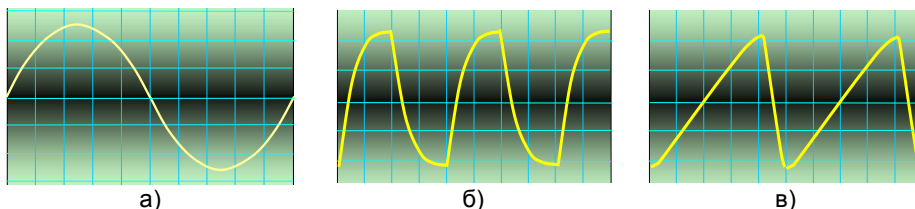
<sup>8</sup> Таласни облик (*waveform*) је приказ величине којом је дефинисан талас помоћу дијаграма, цртежа, једначина, табела или статистичких података.

<sup>9</sup> Назив потиче од лат. *frequentia*, чешће понављање.

<sup>10</sup> Назив потиче од лат. *oscilare*, клатити, њихати, љуљати. Клатно је механички осцилатор.

периодичне побуде (принудне осцилације) или процеса који се, под одређеним условима, успоставља у самом систему (сопствене осцилације).

Осцилатор у којем осцилујућа величина представља периодичну функцију времена синусног облика (слика 6.1.а) назива се синусни (енг. *sinusoidal*) или хармонијски осцилатор.



Слика 6.1. Осцилације

Хармонијски осцилатор је линеаран систем за чије проучавање се може применити метод фреквенцијске анализе<sup>11</sup> [3]. На тој основи су утврђени потребни услови за започињање и одржавање осцилација у систему сачињеном од линеарних елемената [4].

Осцилатори у којима осцилујућа величина представља функцију времена правоугаоног, троугаоног или неког другог облика називају се несинусни (слике 6.1.б и 6.1.в). Посебну групу несинусних осцилатора чине релаксациони осцилатори којима се генеришу сигнали који се по таласним облицима много разликују од хармонијске (простопродичне) функције (слика 6.1.в) [5].

Свестрани италијански научник, Галилеј (*Galileo Galilei*, 1564-1642), “отац модерне физике”, први је уочио да период осциловања клатна не зависи од масе тела нити од амплитуде осцилација (1581). Због заступања хелиоцентричног система осуђен је на доживотни затвор. У својој 77-ој години, иако већ слеп, осмислио је сат са клатном (*pendulum clock*), али није доживео да се његова замисао оствари. На тој основи Хајгенс је касније (1657) математички разрадио, реализовао и патентирао механички часовник са клатном. Развоју мерила времена доприносили су научници, али и врхунске занатлије. Тек у другој половини двадесетог века механичке направе заменили су електронски осцилатори.



Галилеј

Теорија електричних осцилатора првобитно је развијана у оквирима телекомуникација где су посматрани као „кола у којима се врши преобраћање једносмерних струја извора за напајање у наизменичне струје високих учестаности“. Ширење области примене допринело је повећаном интересовању за проучавање осцилаторних појава и развој разноврсних практичних решења.

<sup>11</sup> Под овим називом подразумева се математички поступак који омогућује да се, без решавања диференцијалних једначина, одреди одзив линеарног динамичког система на побуду која представља хармонијску функцију времена.

## 6.2 ХАРМОНИЈСКИ ОСЦИЛАТОРИ

Хармонијски осцилатори представљају једну од најстаријих и најважнијих области примене електронских појачавачких елемената. Генерисање сигнала синусног облика спада у основне пројектне захтеве инжењера електронике. У оквирима теорије хармонијских осцилатора обрађени су услови започињања и одржавања осцилација, стабилност амплитуде и учестаности осциловања.

Математички модел хармонијског осцилатора, чије стање је описано простопериодичном аналогном величином  $y(t)$  чија је амплитуда  $Y$ , а угаона брзина (кружна учестаност)  $\omega$ :

$$y(t) = Y \cos \omega t, \quad \omega \neq 0 \wedge Y \neq 0, \quad (6.9)$$

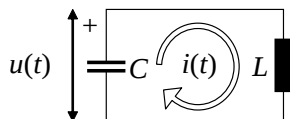
је хомогена линеарна диференцијална једначина другог реда<sup>12</sup>, са константним коефицијентима:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y(t) = 0, \quad y(0) = A, \quad \dot{y}(0) = 0. \quad (6.10)$$

Величине  $y(0)$  и  $\dot{y}(0)$  представљају почетне вредности које одговарају решењу 6.9 једначине 6.10. У техничкој литератури се за елемент (систем) чији математички модел представља једначина 6.10 користе и називи “осцилатор простопериодичних осцилација” и “линеарни осцилатор”.

Осцилатор је динамички систем чију основну величину представља осцилаторна енергија, укупна енергија коју систем поседује, која се, кроз одговарајући процес, наизменично претвара из једног облика у други. Код механичког осцилатора врши се трансформација потенцијалне енергије у кинетичку, и обратно. Кинетичка енергија гравитационог клатна, на пример, је највећа када тело које осцилује пролази кроз равнотежни положај. Потенцијална енергија је у том тренутку најмања. При повећању одступања од равнотежног положаја, кинетичка енергија се смањује, јер опада брзина, а потенцијална повећава. У положају који одговара највећем одступању, кинетичка енергија је једнака нули, а потенцијална има највећу вредност [6].

Електрични модел система описаног једначином 6.10 је затворено коло које садржи савршене (идеалне) реактивне електричне елементе, електрични кондензатор и индуктивни калем (слика 6.2).



Слика 6.2. Електрични осцилатор

<sup>12</sup> Ова једначина се добија двоструким (узастопним) диференцирањем [једначине 6.9](#).

У односу на изабрани референтни смер струје, назначен на слици, математички модел овог кола чине две једначине првог реда:

$$i(t) = -C \frac{du}{dt}, \text{ и} \quad (6.11)$$

$$u(t) = L \frac{di}{dt}; \quad (6.12)$$

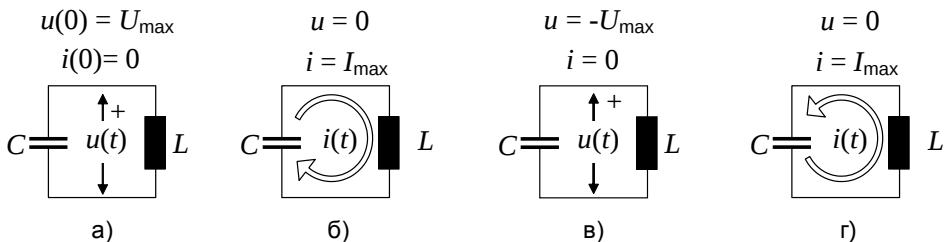
на основу којих следи:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{LC} u(t) = 0. \quad (6.13)$$

Да би у посматраном  $LC$ -колу, које представља изолован систем, постојале осцилације, мора у њему да постоји нека енергија  $W$ . Електрична потенцијална енергија је енергија садржана у електричном пољу кондензатора (које ствара наелектрисање сакупљено у њему). Електрична кинетичка енергија је енергија садржана у магнетском пољу (које ствара струја која протиче кроз калем). Током одвијања осцилаторног процеса, електростатичка енергија кондензатора се претвара у магнетску енергију калема и обратно. У тренутку када је пуњење кондензатора завршено ( $du/dt = 0$ ), разлика потенцијала између његових крајева је највећа, а струја у колу једнака нули (једначина 6.11). Магнетаска енергија је једнака нули, а укупна енергија коју коло садржи,  $W$ , унета је у кондензатор:

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{C}}. \quad (6.14)$$

Ако се, при разматрању појаве, овај тренутак усвоји као почетни (слика 6.3.а), стање у колу се мења на следећи начин.

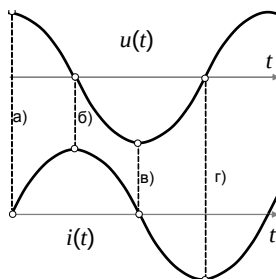


Слика 6.3. Размена енергије између кондензатора и калема

Започиње процес пражњења кондензатора кроз калем и претварање електростатичке енергије у магнетску. Струја кроз калем се постепено повећава. Када се кондензатор испразни, сва енергија система је пренета у калем. Магнетска енергија је највећа, што значи да је и струја у колу највећа (слика 6.3.б).

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{L}}. \quad (6.15)$$

Струја наставља да тече<sup>13</sup> и пуни кондензатор у другом смеру, све док се целокупна енергија поново не претвори у енергију кондензатора. У том тренутку, напон на кондензатору једнак је по интензитету почетном напону, али има супротан знак (слика 6.3.в). Струја је опала до нуле и након тога почиње да расте у другом смеру, јер поново започиње процес премештања наелектрисања под дејством електричног поља. Када се кондензатор испразни, сва енергија је поново претворена у магнетску. Интензитет струје је тада поново највећи (слика 6.3.г), а она наставља да тече и пуни кондензатор све до тренутка успостављања почетног стања ( $u = U_{\max}$ ). Након тога се цео циклус понавља. На слици 6.4 приказани су временски дијаграми напона и струје у посматраном колу. Напон  $u(t)$  предњачи за угао  $\pi/2$  у односу на струју  $i(t)$ , која тече кроз калем<sup>14</sup>.



Слика 6.4. Таласни облик напона и струје у затвореном  $LC$ -колу

У начелу, уношење енергије у овај систем може да се оствари на два начина. Предпуњењем кондензатора из извора сталног напона (слика 6.5.а) уноси се електростатичка енергија. Почетно стање је:

$$u(0) = U. \quad (6.16)$$

Слободне осцилације<sup>15</sup> започињу након пребацивања преклопног прекидача у положај "б".



Слика 6.5. Успостављање почетног стања

На слици 6.5.б приказан је поступак уношења магнетске енергије помоћу извора струје. У овом случају је:

$$i(0) = I. \quad (6.17)$$

<sup>13</sup> Према теорему о непрекидности, струја кроз калем не може тренутно да се промени.

<sup>14</sup> Овакав однос је последица Фарадејевог закона индукције (једначине 6.12). Оператор диференцирања "производи" померај фазе за  $\pi/2$ .

<sup>15</sup> Под овим називом (*free oscillations*) подразумевају се осцилације које настају у изолованом систему, за разлику од принудних осцилација (*forced oscillations*) које настају услед деловања периодичне побуде.

Након пребацивања прекидача у положај “b”, струја калема пролази кроз кондензатор. Магнетско поље калема почиње да се претвара у електрично поље кондензатора и цео процес се одвија на претходно описан начин.

Импеданса паралелног  $LC$ -кола (слика 6.6)

једнака је:

$$Z_{\parallel C}(j\omega) = Z_L(j\omega) \parallel Z_C(j\omega) = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}. \quad (6.18)$$

При побуди наизменичним напонам:

$$u(t) = U \sin \omega t, \quad (6.19)$$

струја коју извор даје једнака је нули ако је учестаност побуде једнака:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (6.20)$$

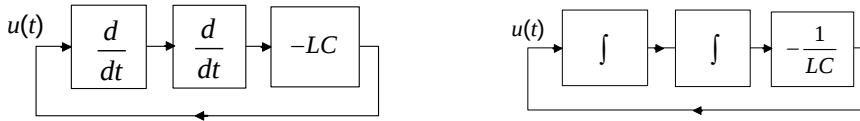
Ова појава назива се резонанција<sup>16</sup>, [7], а посматрано коло “паралелно резонантно коло” (*parallel resonant circuit*) [8].

Математички модел осцилатора са  $LC$ -резонантним колом (једначина 6.13) може да се прикаже и у једном од следећих облика:

$$-LC \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{du}{dt} \right) \right] = u(t), \text{ или} \quad (6.21)$$

$$-\frac{1}{LC} \int \left[ \int u(t) dt \right] dt = u(t), \quad (6.22)$$

којима одговарају блок-дијаграми приказани на слици 6.6.



Слика 6.7. Еквивалентни функционални дијаграми редног  $LC$ -кола

Применом оператора<sup>17</sup>  $s$ , диференцијална једначина 6.21 може да се замени алгебарском једначином:

$$-LCs^2 U(s) = U(s), \quad (6.23)$$

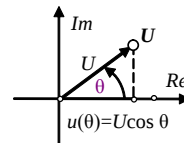
где је  $U(s)$  комплексни представник (лик) осцилаторне величине  $u(t)$ .

Према дефиницији, [9], комплексни представник тригонометријске функције  $u(\theta)$ :

$$u(\theta) = U \cos \theta, \quad (6.24)$$

је комплексна величина  $U(j\theta)$ , чији је модуо једнак амплитуди  $U$ , а аргумент фази  $\theta$  функције  $u(\theta)$ :

$$U(j\theta) = U e^{j\theta}. \quad (6.25)$$

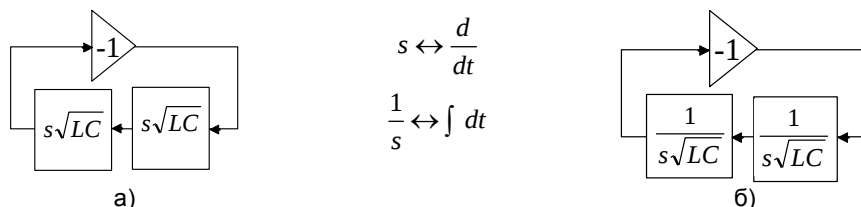


Алгебарској једначини 6.23 одговара структурни блок-дијаграм приказан на слици 6.8.а. за који важи:

<sup>16</sup> Назив потиче од лат. *resonantia*, одјек. У општем случају, под овим називом се подразумева појава која се дешава у физичком систему када је период принудних осцилација такав да карактеристична величина или њен извод по времену, достиже екстремум.

<sup>17</sup> Симбол  $s$  означава оператор диференцирања (налажење извода функције).

$$-LCs^2 = 1. \quad (6.26)$$

Слика 6.8. Еквивалентни структурни блок-дијаграми редног  $LC$ -кола

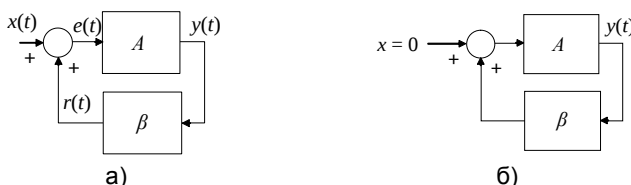
Интегрална једначина 6.22 може да се замени алгебарском једначином:

$$-\frac{1}{LCs^2}U(s) = U(s), \quad (6.27)$$

којој одговара структурни блок-дијаграм приказан на слици 6.8.б.

### 6.2.1 УСЛОВ ОСЦИЛОВАЊА

Једначине 6.18 и 6.19 (као и њихови графички еквиваленти, блок-дијаграми приказани на слици 6.8) указују да хармонијски осцилатор може да се посматра као линеарни систем са повратном спрегом, чија је побуда једнака нули. Слика 6.9 приказује ову аналогију осцилаторног система и појачавача са повратном спрегом, која је затворена преко елемента чији је сачинилац преноса  $\beta$ .



Слика 6.9. Линеарни систем са повратном спрегом

Математички модел система приказаног на слици 6.9.а је једначина:

$$y(t) = A[x(t) + \beta y(t)], \quad (6.28)$$

у којој  $A$  представља појачање појачавача у директној грани, а  $\beta$  сачинилац преноса<sup>18</sup> елемента у грани повратне спреге<sup>19</sup>. Сређивањем добија се једначина:

$$y(1 - \beta A) = Ax, \quad (6.29)$$

<sup>18</sup> Ознаке  $A$  и  $\beta$  су традиционалне. Иако нису обухваћене стандардима Међународне електротехничке комисије, примењују се још увек, нарочито у електроници, при разматрању општих својстава појачавача са повратном спрегом.

<sup>19</sup> Строго посматрано, када се разматрају слободне осцилације, не може се говорити о повратној спрези у осцилатору, јер не постоји улаз на који се враћа сигнал о стању излаза система. Са информационог становишта, осцилатор је затворен систем, без улаза, са једним или више излаза. Посматран у целини, са извором напона за напајање, осцилатор је претварач који једносмерни напон извора за напајање претвара у пулсирајући напон, без помоћи икаквог (спољашњег) генератора наизменичног напона.

на основу које следи да, ако је испуњен услов:

$$1 - \beta A = 0, \quad (6.30)$$

излаз система,  $y(t)$ , може да буде различит од нуле и у одсуству спољашње побуде (аутономни систем). Када је услов 6.30 испуњен<sup>20</sup>, појачање у петљи,  $\beta A$ , једнако је јединици, па излаз одржава сам себе (слика 6.9.б). Систем, у којем величина која описује његово стање може да има било коју (коначну) вредност, није стабилан.

У устаљеном стању, линеарни елемент у петљи повратне спреге описује се комплексном величином  $\beta(j\omega)$ , која представља његову фреквенцијску карактеристику. Да би се у аутономном систему успоставиле хармонијске осцилације, потребно је да на учестаности осциловања,  $\omega_0$ , појачање затворене петље буде реалан број једнак јединици:

$$\beta(j\omega_0)A = 1, \quad (6.31)$$

односно:

$$\beta(j\omega_0)A = 1 + j0. \quad (6.32)$$

У стручној литератури се овај услов обично назива Баркхаузенов критеријум (*Barkhausen*) [10]. Када се преслика у домен реалних бројева (величина) добијају се два услова за постојање осцилација:

$$|\beta A| = 1, \quad (6.33)$$

и:

$$\arg \beta A = 2k\pi, k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.34)$$

Ако појачање појачавача не зависи од учестаности ( $A$  је реалан број, позитиван или негативан, различит од нуле) потребан услов за постојање непригушених осцилација у систему може да се напише у облику:

$$\beta(j\omega_0) = \frac{1}{A} + j0, \quad (6.35)$$

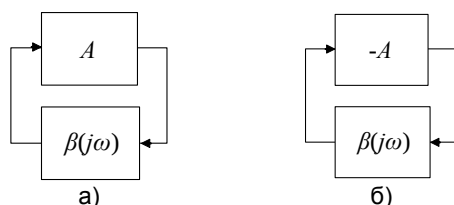
односно:

$$\beta(\omega_0) = \frac{1}{A}. \quad (6.36)$$

Да би се потребан услов остваривао само на једној учестаности, коло у петљи повратне спреге хармонијског осцилатора мора да садржи реактивне елементе. Са становишта практичног извођења, најједноставније је да коло повратне спреге садржи само отпорнике и кондензаторе. То су RC-осцилатори.

<sup>20</sup> Једначина  $1 - \beta A = 0$  назива се "карактеристична једначина".

Појачавач може да буде неинвертујући (слика 6.10.а), или инвертујући (слика 6.10.б). У првом случају, фреквенцијска карактеристика кола у грани повратне спреге треба да буде таква да не уноси померај фазе на учестаности осциловања. То су осцилатори са нултим померајем фазе<sup>21</sup> (*zero phase shift*).



Слика 6.10. Осцилатор са неинвертујућим и инвертујућим појачавачем

У другом случају (када се користи инвертујући појачавач), потребно је да се у грани повратне спреге оствари померај фазе од  $180^\circ$ . То су осцилатори са померањем фазе (*phase shift oscillator*) за које важи:

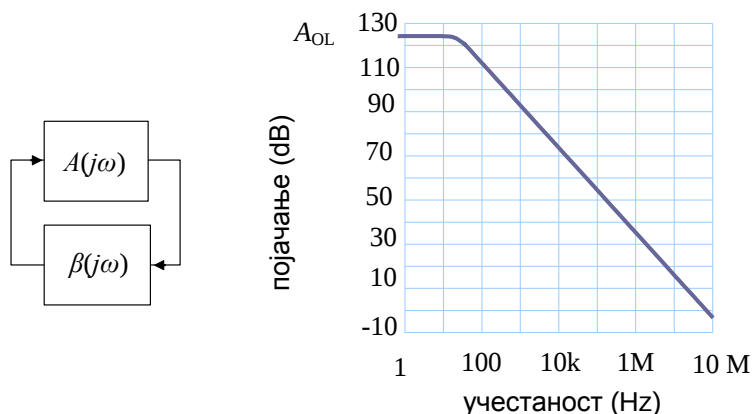
$$\beta(j\omega_0) = -\frac{1}{A} + j0; A < 0, \quad (6.37)$$

односно:

$$\beta(\omega_0) = -\frac{1}{A}. \quad (6.38)$$

У општем случају појачање  $A$  зависи од учестаности (слика 6.11). Пропусни опсег појачавача је, физички неизбежно, ограничен. Узимајући у обзир фреквенцијску карактеристику појачавача потребан услов за постојање непригушених осцилација у систему је:

$$\beta(j\omega_0)A(j\omega_0) = 1. \quad (6.39)$$



Слика 6.11. Општи структурни-блок дијаграм хармонијског осцилатора

<sup>21</sup> Математички, померај фазе мора да буде једнак  $2k\pi$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

Подстакнут истраживањима Харолда Блека, на основу којих је развијена теорија електронских појачавача са негативном повратном спрегом [11], амерички инжењер шведског порекла, Никвист (*Harry Nyquist, 1889-1976*) посветио се проблему стабилности линеарних динамичких система [12]. Никвистова теорема и критеријум стабилности представљају основу за анализу електронских осцилатора [13].



Никвист

### 6.2.1.1 СТАБИЛНОСТ АМПЛИТУДЕ

Према математичком моделу хармонијског осцилатора (једначина 6.10), амплитуда осцилација одређена је почетним стањем кола. Ако су одговарајући услови испуњени, учестаност осциловања је стабилна у оној мери у којој су стабилне вредности параметара који ту учестаност одређују. Међутим, за математички модел дефинисан овом једначином, то не важи за амплитуду осциловања. Било који поремећај (краткотрајна сметња) који доводи до промене амплитуде, деловаће као успостављање новог почетног стања, након чега, уколико је Баркхаузенев критеријум и даље испуњен, систем наставља да осцилује са новом амплитудом.

Хармонијски осцилатор је аутономни линеарни систем са повратном спрегом. Да би се обезбедила стабилност амплитуде уводе се нелинеарни елементи [14]. Помоћу њих се постиже да карактеристика преноса појачавача зависи од величине сигнала. Отпорности елемената у колу се подешавају тако да је при малим сигнаlima појачање веће од вредности потребне за одржавање осцилација. Деловање нелинеарних елемената исказује се у смањивању кружног појачања ( $\beta A$ ) за велике вредности сигнала. Тиме се ограничава повећање амплитуде осциловања. На овај начин, увођењем нелинеарности, постиже се стабилност амплитуде, али се квари (изобличује) таласни облик сигнала.

### 6.2.2 LC-ОСЦИЛАТОРИ

LC-кола сачињено од савршених елемената (слика 6.12.a) представља електрични хармонијски осцилатор. На основу једначина које описују савршене реактивне елементе:

$$i(t) = -C \frac{du}{dt}, \text{ и} \quad (6.40)$$

$$u(t) = L \frac{di}{dt}, \quad (6.41)$$

слиди диференцијална једначина, која одређује вредност струје у овом колу:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i(t) = 0. \quad (6.42)$$



Слика 6.12. LC-осцилаторно коло

Решење диференцијалне једначине 6.39 је хармонијска функција:

$$i(t) = I \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (6.43)$$

чија је учестаност  $\omega_0$  једнака:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (6.44)$$

Амплитуда  $I$  и фаза  $\varphi$  одређени су почетним условима.

У стварном LC-колу неизбежно постоје губици као резултат претварања електричне енергије у топлоту у резистивним елементима кроз које протиче електрична струја. Џулов ефекат може да се моделује еквивалентном отпорношћу  $R$  која делује на ред са реактивним елементима у колу (слика 6.11.б).

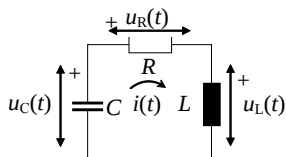
У складу са ознакама на слици, математички модел овог RLC-кола чине једначине:

$$u_C(t) = u_R(t) + u_L(t), \quad (6.45)$$

$$i(t) = -C \frac{du_C}{dt}, \quad (6.46)$$

$$u_R(t) = R i(t) \text{ и } (6.47)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}. \quad (6.48)$$



Слика 6.13. Анализа RLC-осцилаторног кола

Редном RLC-колу одговара диференцијална једначина:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = 0, \quad (6.49)$$

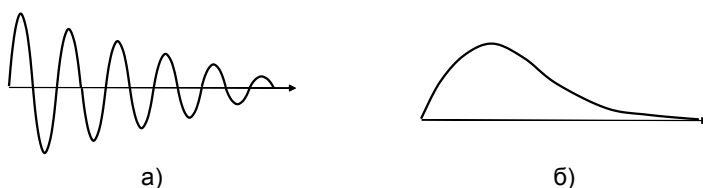
чије решење представља функција:

$$i(t) = I e^{-at} \sin(\omega_0 t + \phi), \quad (6.50)$$

где је  $a$  сачинилац који зависи од отпорности  $R$ :

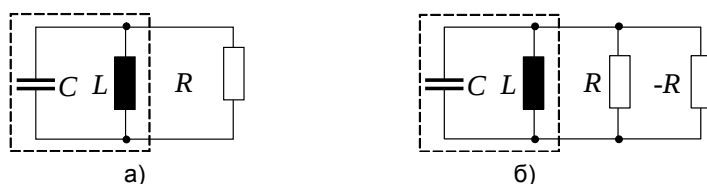
$$a = \frac{R}{2L}. \quad (6.51)$$

Амплитуда осцилација експоненцијално се смањује са временом (слика 6.14.а). Посматрана величина је квазипериодична. Каже се да су осцилације пригушене (енг. *damped*) или амортизоване (лат. *amortisatio*). Сачинилац  $a$  се понекад назива сачинилац пригушења. У граничном случају, пригушење може да буде толико јако да не долази до промене знака осцилаторне величине (апериодична осцилација, слика 6.14.б).



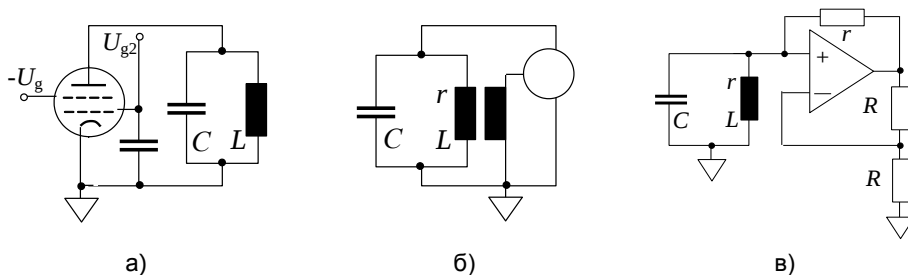
Слика 6.14. Пригушене осцилације

Губљење енергије (дисипација) може да се представи и еквивалентном отпорношћу која је паралелно везана реактивним елементима у посматраном колу (слика 6.15.а) [15]. Дејство ове отпорности може да се поништи додавањем негативне отпорности,  $-R$ , као што је то приказано на слици 6.15.б.

Слика 6.15. Анализа  $LC$ -осцилатора

Елемент чије је својство негативна отпорност је активни елемент који уноси енергију у осцилаторно коло, тако да надокнађује губитак услед неповратног процеса претварања електричне у топлотну енергију, који се одвија у физичком отпорнику  $R$ . Да би се то постигло, пре појаве транзистора користиле су се специјалне електронске цеви у чијој карактеристици је постојала област негативне диференцијалне отпорности (динатрон), као и цеви са више решетки као што су тетрода и пентода (слика 6.16.а) [16].

Својство негативне отпорности постиже се применом појачавача са позитивном повратном спрегом. На слици 6.16.б приказана је поједностављена, принципска шема осцилатора у којем је примењен трополни појачавачки елемент. Осцилаторно  $LC$ -коло (чија је сопствена отпорност  $r$ ) индуктивно је спрегнуто са управљачком електродом појачавачког елемента. Повратна спрега “враћа” изгубљену енергију у несавршено осцилаторно коло. На слици 6.16.в приказан је осцилатор остварен помоћу операционог појачавача.

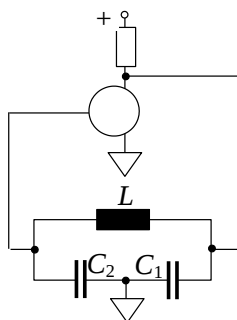


Слика 6.16. Осцилатори са паралелним резонантним колом

Основни недостатак ових осцилатора огледа се у чињеници да су толеранције са којим се серијски производе реактивни елементи (посебно калемови) знатно шире од оних које су комерцијално оствариве код отпорника. Осим тога, они су и знатно осетљивији на утицаје околине.

### 6.2.3 КОЛПИЦОВ ОСЦИЛАТОР

Посебну врсту хаемонијских осцилатора чине кола са повратном спрегом која делује као филтер који пропушта само одређену учестаност која је једнака учестаности осциловања. У ову групу сапада Колпицов осцилатор који носи назив по имену конструктора (*Colpitts*). Функционално састоји се од трополног појачавачког елемента са  $LC$ -колом у петљи повратне спреге, које чини мрежа образована од реактивних елемената приказана на слици 6.17.



Слика 6.17. Колпицов осцилатор

Коло повратне спреге је реактивни филтер пропусник ниских учестаности. Учестаност осциловања одређена је изразом:

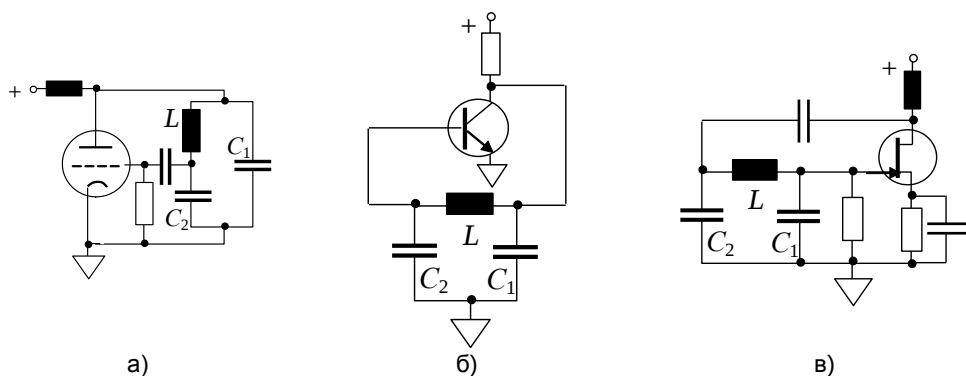
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_E}}, \quad (6.52)$$

где је:

$$C_E = C_1 \parallel C_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (6.53)$$

еквивалентна капацитивност кондензатора који ефективно делују серијски у резонантном  $LC$ -колу.

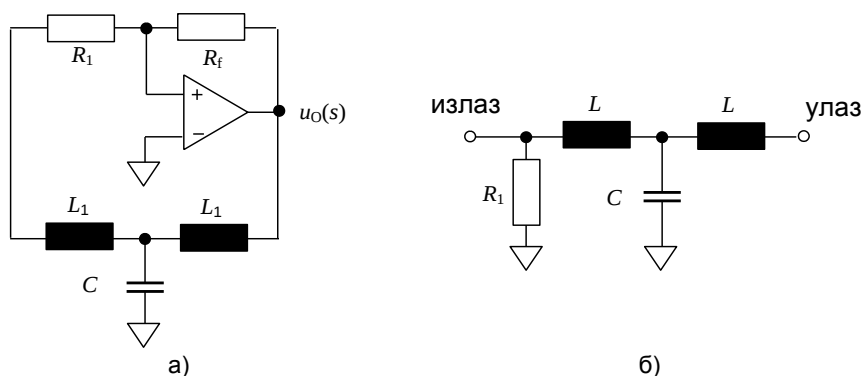
На слици 6.18.а приказано је решење са триодом, [17]. У литератури су описана кола са биполарним транзистором (чија је принципска електрична шема приказана на слици 6.18.б, [18]), и  $N$ -каналним транзистором са ефектом поља (чија је потпуна електрична шема приказана на слици 6.18.в, [19]).



Слика 6.18. Практична решења Колпицовог осцилатора

Осцилатор остварен са операционим појачавачем, приказан је на слици 6.19.а. Структура филтра пропусника ниских учестаности је унеколико измењена. Коло повратне спреге је затворено отпорношћу  $R_1$  (слика 6.19.б). За случај  $L_1 = L_2 = L$ , фреквенцијска карактеристика кола повратне спреге одређена је изразом [20]:

$$\beta = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j \frac{2\omega L - \omega^3 L^2 C}{R_1}}. \quad (6.54)$$



Слика 6.19. Колпицов осцилатор са операционим појачавачем

На основу Баркхаузеновог критеријума, на учестаности осциловања  $\omega_0$  имагинарни део мора да буде једнак нули:

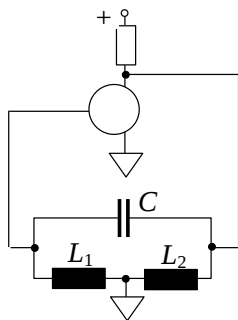
$$\omega_0^2 LC = 2. \quad (6.55)$$

одакле следи:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC/2}}. \quad (6.56)$$

### 6.2.4 ХАРТЛЕЈЕВ ОСЦИЛАТОР

Хартлејев осцилатор (*Hartley*) се такође састоји од трополног појачавачког елемента са  $LC$ -колом у петљи повратне спреге. Мрежа образована од реактивних елемената која чини коло повратне спреге је реактивни филтер пропусник ниских учестаности. У основном облику, састоји се од два кондензатора и једног индуктивног намотаја, као што је приказано на слици 6.20.



Слика 6.20. Хартлејев осцилатор

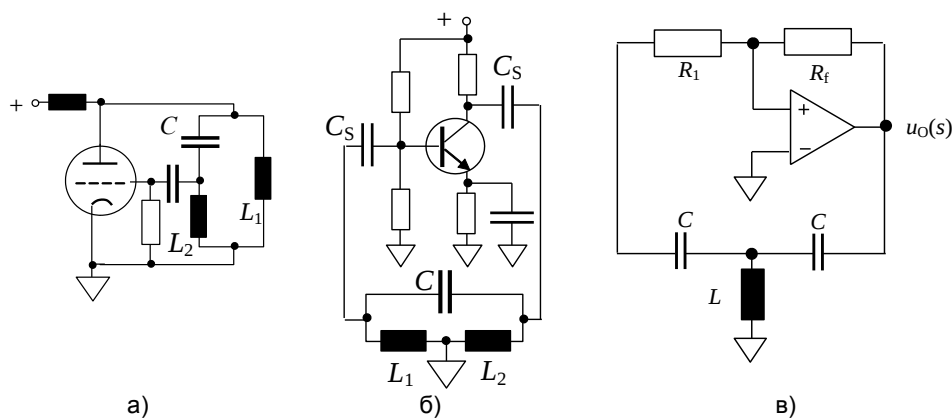
Учестаност осциловања одређена је изразом:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_E C}} \quad (6.57)$$

где је:

$$L_E = L_1 + L_2 \quad (6.58)$$

На слици 6.21 приказана су решења Хартлејевог осцилатора у цевној, транзисторској и интегрисаној технологији.

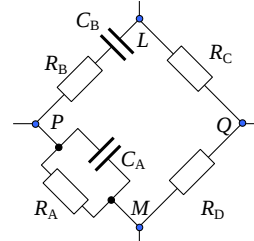


Слика 6.21. Практична решења Хартлејевог осцилатора

### 6.2.5 RC-ОСЦИЛАТОР СА ВИНОВИМ МОСТОМ

Винов мост је пасивна RC-мрежа са два приступа (слика 6.22) која се користи за мерење капацитивности. Састоји се од две гране које представљају делитеље напона од којих је једна фреквенцијски зависна, друга није.

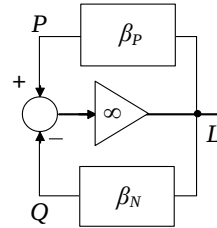
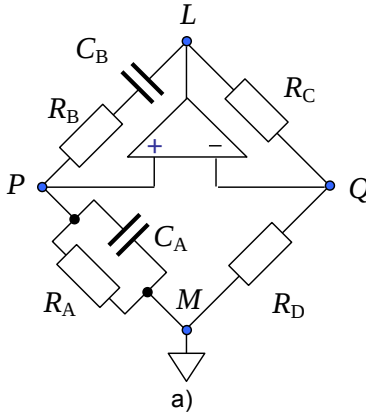
Када се мост, који се преко дијагонале  $L-M$  напаја наизменичним напонам, налази у стању равнотеже, напон између крајева мерне дијагонале  $P-Q$  једнак је нули. Да би мост био уравнотежен потребно је да постоји одређени однос између вредности елемената у колу. То омогућује да се непозната капацитивност кондензатора одреди његовим уметањем у мост у којем се налазе референтни (еталон) кондензатор познате капацитивности, и отпорници познатих отпорности. Мерењем напона  $u_{JK}$  и подешавањем вредности отпорности успоставља се равнотежа моста.



Слика 6.22. Винов мост

Тачност мерења капацитивности Виновим мостом не зависи од тачности којом је дефинисан напон напајања моста.

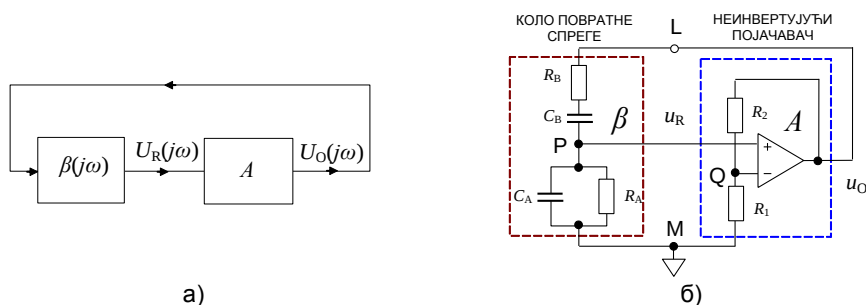
Хармонијски осцилатор остварен помоћу Виновог моста и операционог појачавача приказан је на слици 6.23.а. Мост се напаја са излаза операционог појачавача а сигнал повратне спреге се узима са мерне дијагонале моста. Овај RC-осцилатор може да се посматра као појачавач са две гране повратне спреге: позитивном и негативном, као што је то приказано структурним блок-дијаграмом на слици 6.23.б.



Слика 6.23. Осцилатор са Виновим мостом

Анализа је једноставнија ако се систем посматра као неинвертујући појачавач, чије је појачање коначно и једнако  $A$ , са фреквенцијски зависном пасивном RC-мрежом у колу позитивне повратне спреге (слика 6.24.а). Неинвертујући појачавач је остварен помоћу операционог појачавача и отпорничког делитеља напона који образују отпорници  $R_1$  и  $R_2$  (слика 6.24.б):

$$A = \frac{u_O}{u_R} = 1 + \frac{R_2}{R_1}. \quad (6.59)$$



Слика 6.24. Анализа осцилатора са Виновим мостом.

Функција преноса мреже у колу повратне спреге неинвертујућег појачавача чије је појачање  $A$ , одређена је изразом:

$$\beta(s) = \frac{U_R(s)}{U_O(s)} = \frac{Z_A(s)}{Z_A(s) + Z_B(s)}, \quad (6.60)$$

у којем  $Z_A(s)$  представља импедансу паралелног  $RC$ -кола:

$$Z_A(s) = R_A \parallel \frac{1}{sC_A} = \frac{R_A}{1 + sR_AC_A}, \quad (6.61)$$

а  $Z_B(s)$  импедансу редног  $RC$ -кола:

$$Z_B(s) = R_B + \frac{1}{sC_B}. \quad (6.62)$$

Ако се, ради једноставности анализе, усвоји:  $R_A = R_B = R$  и  $C_A = C_B = C$ , сређивањем претходног израза добија се:

$$\beta(s) = \frac{sRC}{(sRC)^2 + 3sRC + 1}. \quad (6.63)$$

Да би се у затвореном систему, који чине неинвертујући појачавач  $A$  и елемент чија је функција преноса  $\beta(s)$ , успоставиле осцилације потребно је да буде испуњен услов (Баркхаузенов критеријум):

$$1 - \beta(s)A = 0. \quad (6.64)$$

У овом случају, услов осциловања своди се на једначину:

$$(sRC)^2 + sRC(3 - A) + 1 = 0, \quad (6.65)$$

односно, у фреквенцијском домену ( $s = j\omega_0$ ):

$$1 - (\omega_0 RC)^2 + j\omega_0 RC(3 - A) = 0. \quad (6.66)$$

Изједначавањем са нулом реалног и имагинарног дела израза на левој страни ове једначине, добија се израз за вредност учестаности:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}, \quad (6.67)$$

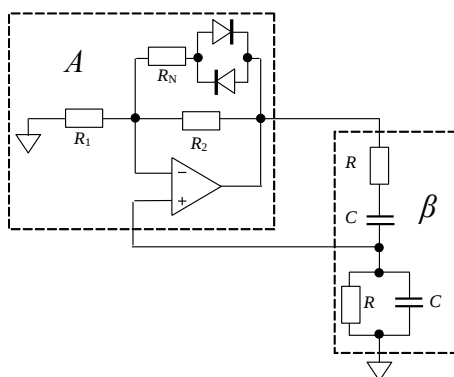
и појачања:

$$A = 3, \quad (6.68)$$

одакле следи:

$$\beta(\omega_0) = \frac{1}{3}. \quad (6.69)$$

Осцилатор са Виновим мостом је коло са нултим померајем фазе у грани позитивне повратне спреге операционог појачавача (слика 6.24.б). Да би се постигла стабилност амплитуде, путања негативне повратне спреге садржи нелинеарне елементе, тако да се појачање смањује са повећањем напона на улазу појачавача [21]. Постоји више могућности да се оствари аутоматска регулација појачања (*automatic gain control*, AGC). На слици 6.25 приказано је једно решење овог проблема. Стабилизација амплитуде остварена је помоћу диода<sup>22</sup> у петљи која одређује појачање  $A$ .



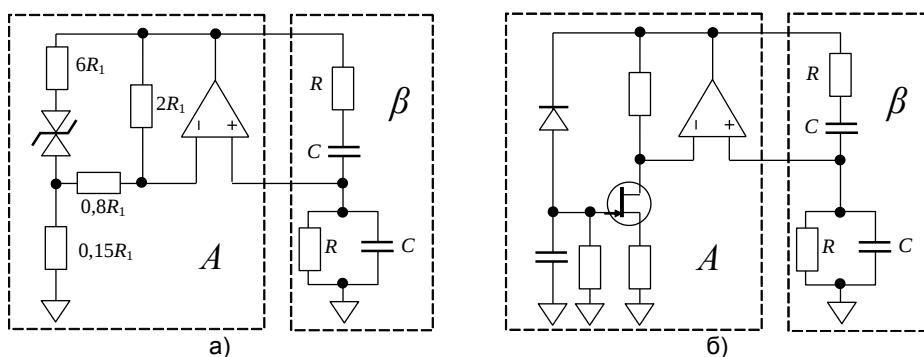
Слика 6.25. Стабилизација амплитуде

На слици 6.26.а приказано је коло у којем се стабилизација остварује помоћу двоструке Ценер-диоде. У колу приказаном на слици 6.26.б примењен је транзистор са ефектом поља (*FET*) као напонски контролисни отпорник. За сва три разматрана кола, израз за учестаност осциловања има исти облик:

$$f = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (6.70)$$

Због добрих особина осцилатор са Виновим мостом је нашао широку примену. Развијен је низ кола заснован на различитим поступцима стабилизације амплитуде и подешавања учестаности [22], [23]. Успешно се примењују у опсегу учестаности од неколико десетина херца до више стотина килохерца.

<sup>22</sup> У првим решењима коришћена је сијалица (тињалица), чија отпорност зависи од интензитета струје, или температурски осетљив отпорник.

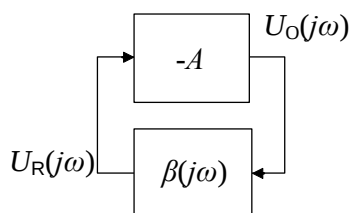


Слика 6.26. Варијанте кола са стабилизацијом амплитуде

### 6.2.6 RC-ОСЦИЛАТОРИ СА ПОМЕРАЊЕМ ФАЗЕ

Помоћу инвертујућег појачавача може да се оствари хармонијски осцилатор (слика 6.27) ако коло повратне спреге, на учестаности осциловања  $\omega_0$  остварује померај фазе од  $180^\circ$ :

$$\arg \beta(\omega_0) = \pi. \quad (6.71)$$

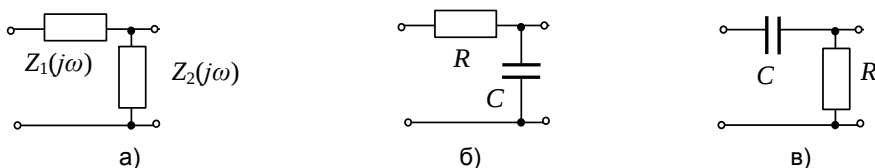


Слика 6.27. Осцилатор са померањем фазе

Пасивни кола која остварују померање фазе су електричне мреже, типа улаз-излаз, које могу да се посматрају као фреквенцијски селективан делитељ напона (слика 6.28.а):

$$\beta(j\omega) = \frac{U_R(j\omega)}{U_O(j\omega)} = \frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega) + Z_2(j\omega)}, \quad (6.72)$$

чији се елементи бирају тако да се оствари жељени померај фазе.



Слика 6.28. Пасивна кола за померање фазе

RC-делитељ напона (слика 6.28.б), чија је функција преноса:

$$\beta(s) = \frac{1}{1 + sRC}, \quad (6.73)$$

помера фазу у назад:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \omega RC. \quad (6.74)$$

Померај фазе је негативан (излаз касни за улазом), по модулу мањи од  $\pi/2$ . На учестаности:

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC}, \quad (6.75)$$

померај фазе износи  $-\pi/4$ .

CR-делитељ напона (слика 6.28.в), чија је функција преноса:

$$\beta(s) = \frac{sRC}{1+sRC}, \quad (6.76)$$

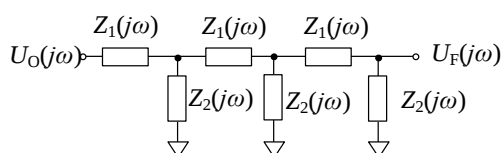
помера фазу у напред:

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega RC. \quad (6.77)$$

Померај фазе је позитиван (излаз предњачи у односу на улаз), али мањи од  $\pi/2$ . На учестаности  $f_g$  фазни померај износи  $\pi/4$ .

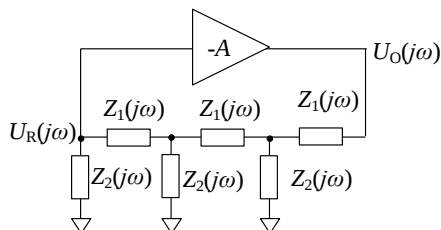
Да би се остварио померај за  $\pi$  потребна је мрежа која садржи више елементарних ћелија првог реда. На слици 6.29 приказан је пасивни померац фазе који садржи три идентичне ћелије. Фреквенцијска карактеристика такве мреже, када је неоптерећена, одређена је изразом:

$$\beta(j\omega) = \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1}. \quad (6.78)$$



Слика 6.29. Пасивни померац фазе трећег реда

Ако је улазна отпорност инвертујућег појачавача довољно велика да се њен утицај на карактеристику  $\beta(j\omega)$  може да занемари, осцилатор са фазним померајем се добија коришћењем ове мреже на начин приказан на слици 6.30.



Слика 6.30. Осцилатор са инвертујућим појачавачем

За успостављање осцилација на учестаности  $\omega_0$  потребно је да буде задовољен услов:

$$A\beta(\omega_0) = -1. \quad (6.79)$$

За ћелију  $CR$ -типа, на пример, важи:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2. \quad (6.80)$$

На основу претходних једначина добија се:

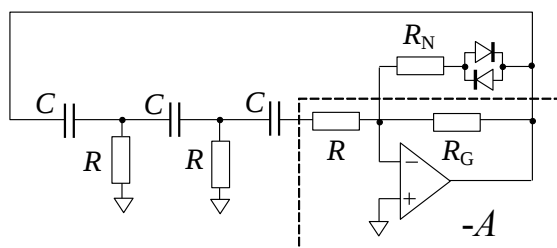
$$A = 29, \text{ и} \quad (6.81)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}RC}. \quad (6.82)$$

У општем случају, ако мрежа у грани повратне спреге појачавача  $A$  садржи  $n$  ћелија, важи формула:

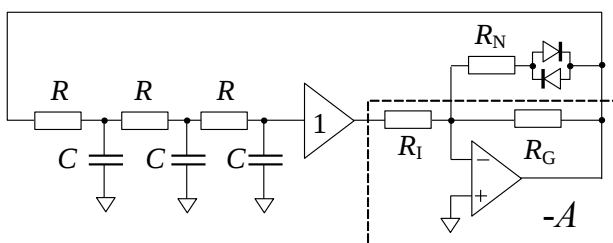
$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{2n}}. \quad (6.83)$$

На слици 6.31 приказан је осцилатор са операционим појачавачем у инвертујућој спрези. Свака  $CR$ -ћелија остварује померај фазе за  $60^\circ$ . Грана са диодама обезбеђује стабилност амплитуде.



Слика 6.31. Осцилатор са операционим појачавачем и  $CR$ -мрежом:

$CR$ -ћелија представља филтер првог реда пропусник високих учестаности. Због тога је коло приказано на слици 6.31 осетљиво на шум. У том погледу погодније је да се користи мрежа образована од  $RC$ -ћелија које имају својства филтра пропусника ниских учестаности (слика 6.32). Јединични појачавач елиминише утицај отпорности  $R_1$  на функцију преноса мреже.



Слика 6.32. Осцилатор са  $RC$ -мрежом

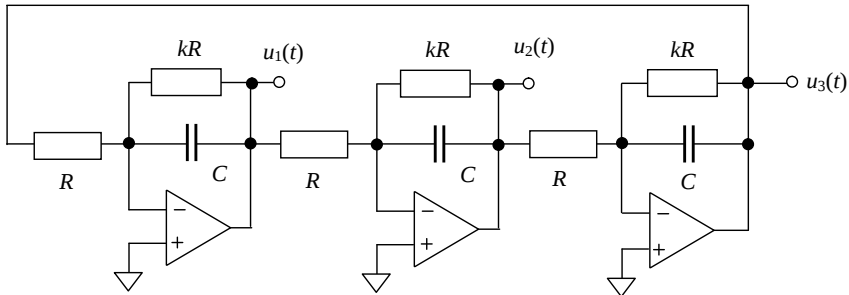
За ћелију  $RC$ -типа, важи:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -(\omega RC)^2. \quad (6.84)$$

Учестаност осциловања,  $\omega_0$ , одређена је формулом:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{RC}. \quad (6.85)$$

На слици 6.33 приказан је осцилатор који се састоји од три идентичне ћелије, од којих свака представља активни инвертујући филтер пропусник ниских учестаности који помера фазу за  $60^\circ$  [24].



Слика 6.33. Трофазни осцилатор

Осцилације се успостављају на учестаности  $\omega_0$  која је одређена Баркхаузовим условом:

$$\left(\frac{-k}{1+sRC}\right)^3 = 1, s = j\omega_0, \quad (6.86)$$

који се своди на једначину:

$$(1 + j\omega_0 RC)^3 = (-k)^3. \quad (6.87)$$

Изједначавањем имагинарног дела са нулом добија се:

$$3 - (\omega_0 RC)^2 = 0. \quad (6.88)$$

одакле следи:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{RC}. \quad (6.89)$$

У општам случају, за коло са  $n$ -ћелија потребан услов за успостављање осцилација је једначина:

$$(1 + j\omega_0 RC)^n + (-1)^{n+1}(k)^n. \quad (6.90)$$

## 6.2.7 SIN/COS ОСЦИЛАТОРИ

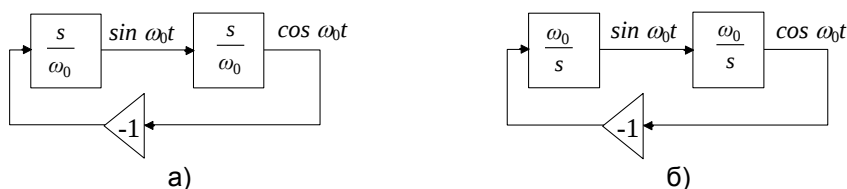
Већ је указано да математички модел хармонијског осцилатора (једначина 6.10) пружа различите могућности за његову реализацију. Применом комплексног оператора  $s$  диференцијална једначина 6.10 може да се замени алгебарском једначином:

$$-\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 = 1, \quad (6.91)$$

којој одговара структурни блок-дијаграм приказан на слици 6.34.а, заснован на примени диференцијатора, или једначином:

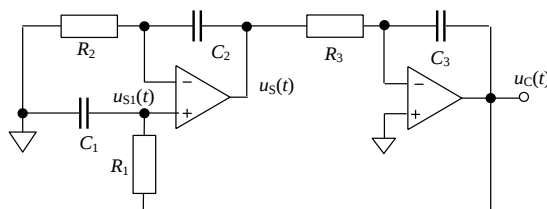
$$-\left(\frac{\omega_0}{s}\right)^2 = 1, \quad (6.92)$$

којој одговара структурни блок-дијаграм приказан на слици 6.34.б, који је заснован на примени интегратора. У оба случаја, систем садржи два идентична динамичка елемента и инвертујући појачавач. Сигнали на излазима су у квадратури<sup>23</sup> (*quadrature oscillator*) [25]. Наиме, ако се један излаз посматра као синусна функција времена, други представља косинусну функцију.



Слика 6.34. Структурни блок-дијаграми SIN/COS осцилатора

На слици 6.35 приказана је електрична шема SIN/COS осцилатора која садржи само два операциона појачавача, од којих један делује као инвертујући, а други као неинвертујући интегратор.



Слика 6.35. Електрична шема SIN/COS осцилатора

Анализа овог кола је једноставнија ако се осцилатор посматра као затворен систем који се састоји из два динамичка елемента (слика 6.36), чије

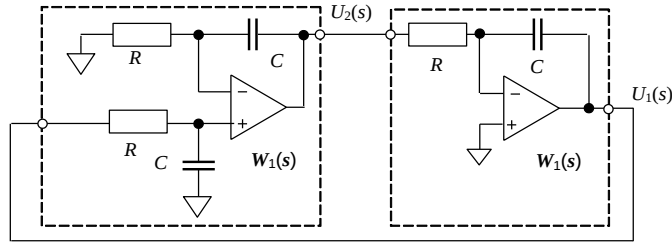
<sup>23</sup> За две простопериодичне величине,  $u_A(t)$  и  $u_B(t)$ , исте учестаности, чија је разлика фаза једнака  $\pm\pi/2$ , каже се да су "у квадратури" (*in quadrature*), јер важи:

$$\left[\frac{u_A(t)}{U_A}\right]^2 + \left[\frac{u_B(t)}{U_B}\right]^2 = 1.$$

су функције преноса:

$$W_1(s) = -\frac{1}{sRC} \quad \text{и} \quad (6.93)$$

$$W_2(s) = \frac{1}{sRC}. \quad (6.94)$$



Слика 6.36. Анализа SIN/COS осцилатора

На основу услова потребног за успостављање осцилација:

$$W_2(s)W_1(s) = 1, \quad (6.95)$$

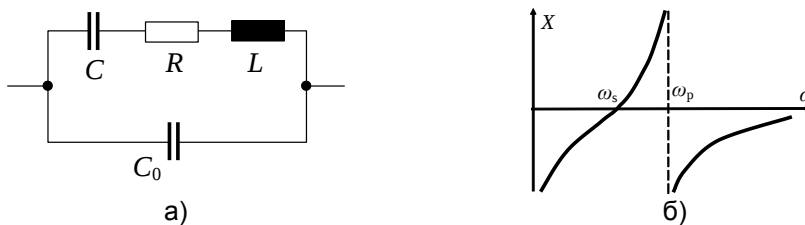
следи:

$$s_2 + \omega_0^2 = 0. \quad (6.96)$$

У улози неинвертујућег интегратора може да се примени и бутстреп интегратор [26].

## 6.2.8 ОСЦИЛАТОРИ СА КРИСТАЛОМ КВАРЦА

У великом броју примена осцилатора захтева се велика стабилност учестаности. То се постиже применом кварцних резонатора заснованих на пиезоелектричним својствима кристала кварца. У електричном погледу кварцни кристал је еквивалентан једном осцилаторном LC-колу (слика 6.37.а.) чија је реактанса, у зависности од учестаности, приказана на слици 6.37.б. Отпорност  $R$  је резултат губитака и утиче на фактор доброте.



Слика 6.37. Еквивалентно коло кристала кварца

Кварц може да се примени као елемент мале импедансе, када учестаност осциловања одговара редној (серијској) резонантној учестаности  $\omega_s$ :

$$\omega_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}, \quad (6.97)$$

или као елемент велике импедансе, када учестаност одговара паралелној резонантној учестаности  $\omega_p$ :

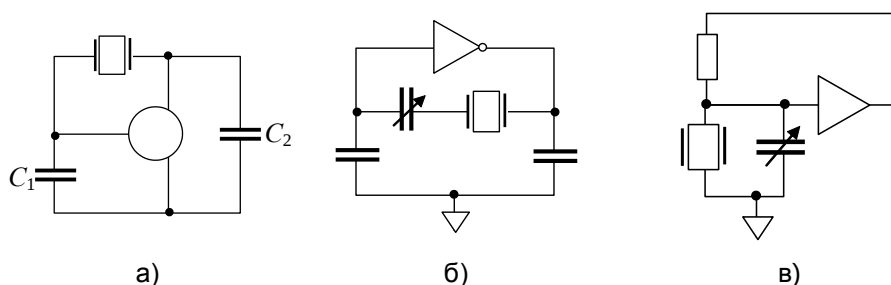
$$\omega_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}}, \quad (6.98)$$

где је  $C$  једнако паралелној вези капацитивности  $C_1$  и  $C_2$ .

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad (6.99)$$

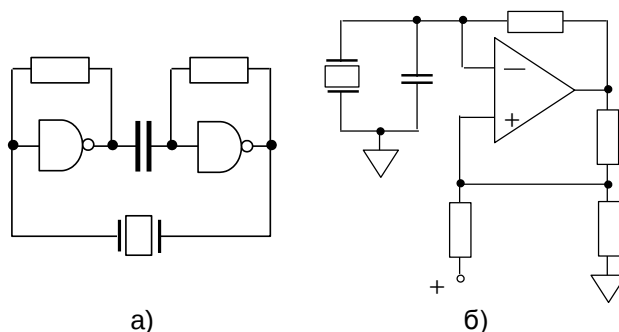
Паралелна резонантна учестаност је увек већа од серијске.

Основна структура осцилатора са трополним појачавачким елементом приказана је на слици 6.38.а. Најчешће се примењује Пирсов осцилатор (*Pierce*), код којег је заједнички крај на емитору, [27], [28]. Осцилатори који осцилују на серијској резонантној учестаности користе карактеристику кристала у делу у којем је реактанса незнатно индуктивна. Додатна редна капацитивност омогућује fino подешавање учестаности осциловања (слика 6.38.б). Паралелна резонантна учестаност подешава се паралелном капацитивношћу (слика 6.38.в).



Слика 6.38. Структура осцилаторног кола

На слици 6.39.а приказан је један, од многих, осцилатора са логичким колима. На слици 6.39.б приказан је осцилатор са операционим појачавачем.



Слика 6.39. Осцилатори са кристалом кварца

## 6.3 НЕСИНУСНИ ОСЦИЛАТОРИ

Несинусни осцилатори, као и синусни, спадају у класу система у којима постоји затворена петља повратне спреге. Управо таква структура омогућује успостављање сопствених осцилација, када се величине, којима се описује стање система, периодично мењају у времену. За разлику од хармонијских, несинусни осцилатори представљају динамичке системе који не могу у потпуности да се опишу линеарним диференцијалним једначинама са сталним, временски непроменљивим коефицијентима. Анализа линеарних електричних мрежа, заснована на појмовима као што су фреквенцијска карактеристика и функција преноса, не може да се примени за сагледавање стања и својстава таквих система, посматраних у целини. Иако је, у општем случају, теорија нелинеарних осцилатора математички много сложенија, за анализу неких од њих могу, са довољном тачношћу, да се примене једноставни математички модели. Притом, практична решења могу бити економична, прецизна и лака за подешавање.

У основи осцилаторног процеса је уношење и изношење енергије у делове система који имају способност нагомилавања енергије (*energy-storage*). У најједноставнијем случају, период осциловања је одређен укупним временом потребним да се одређена количина енергије унесе у један (погодно одабрани) акумулациони елемент, а потом из њега изнесе, да би се систем вратио у почетно стање. Као акумулациони (реактивни) електрични елемент може да се користи кондензатор или калем.

### 6.3.1 НЕСИНУСНИ ОСЦИЛАТОРИ ИНТЕГРАЦИОНОГ ТИПА

Са становишта процеса преношења енергије, могућа су два различита стања система у којем се акумулациони елемент налази. У једном стању се врши уношење енергије (пуњење) а у другом изношење – посматрани елемент се празни, враћа енергију. У хармонијском осцилатору, овај процес може да се опише линеарном диференцијалном једначином другог реда чије је решење синусна функција времена. Процес размене енергије одвија се складно, хармонично. Импулсни осцилатори одликују се наглим променама напона у појединим тачкама кола. Постоје најмање два јасно разграничена стања (слика 6.1.б). У једном од њих, осцилаторна величина се, као резултат процеса нагомилавања енергије у неком делу система<sup>24</sup>, постепено мења од неке почетне ка некој граничној вредности. Након достизања граничне вредности започиње процес ослобађања нагомилане енергије и враћање система у почетно стање. Период осциловања једнак је збиру времена сакупљања и ослобађања енергије.

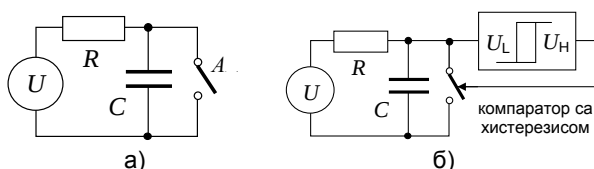
Систем спонтано, без спољашње побуде, прелази из једног квазистабилног стања у друго. Ова врста осцилатора садржи најмање један

<sup>24</sup> Елемент који може у неком временском интервалу да сакупља (прима и чува) енергију, а у неком другом временском интервалу да ту енергију враћа, назива се "акумулациони" или "реактивни" елемент.

акумулациони елемент, а може их имати и више. Када се као акумулациони елемент користи кондензатор, трајање квазистабилног стања је одређено временом потребним да се напон између крајева кондензатора промени за унапред одређену вредност (несинусни  $RC$ -осцилатори).

У релаксационим<sup>25</sup> осцилаторима процес пражњења (успостављања почетног стања), који представља “опуштајући” део осцилаторног процеса, одвија се веома брзо. Притом треба имати у виду да се под називом „релаксациони осцилатор“ често подразумевају нелинеарна осцилаторна кола у најширем смислу, независно од односа трајања квазистабилних стања.

Поред једног или више акумулационих елемената, релаксациони осцилатори садрже један или више прекидачких елемената помоћу којих се остварује промена топологије мреже, тако да одређени акумулациони елемент у једном временском интервалу представља “потрошач”, а у другом, “извор” енергије. Аутоматски прекидачки елемент (ASW) се самостално укључује када напон између његових прикључака достигне неку граничну вредност, а аутоматски искључује када струја кроз њега опадне до доње граничне вредности (слика 6.40.а).



Слика 6.40. Општи модел осцилатора типа “пуни - празни”

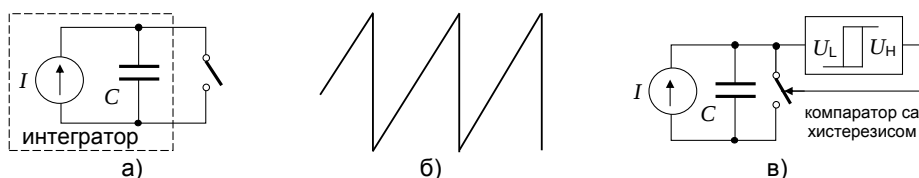
У функционалном погледу, деловање аутоматског прекидачког елемента се може моделовати помоћу компаратора са хистерезисом, чији су прагови поређења  $U_L$  и  $U_H$ , и прекидача којим тај компаратор управља. Осцилатор са једним прекидачем се може представити шемом приказаном на слици 6.40.б. Прекидач се укључује када напон између његових прикључака достигне горњу граничну вредност, а искључује када овај напон достигне доњу граничну вредност. При промени стања успоставља се нови праг поређења, тако да је потребна знатна промена напона на кондензатору да би се систем вратио у претходно стање. Ако се трајање пражњења кондензатора кроз затворен прекидач може да занемари (у односу на трајање квазистабилног стања током којег се кондензатор пуни из извора напона  $U$ ) период осциловања  $T$  је одређен изразом:

$$T = \tau \ln \frac{U - U_L}{U - U_H}, \quad \tau = RC. \quad (6.100)$$

Да би се уместо експоненцијалног добио троугаони таласни облик довољно је да се пасивни интегратор замени “правим” интегратором. Ако се уместо извора напона примени извор сталне струје (слика 6.41), током квазистабилног стања када се кондензатор пуни, напон између његових крајева представља линеарну функцију времена:

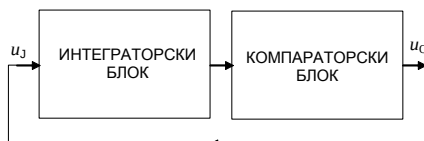
<sup>25</sup> Назив потиче од лат. *relaxatio*, опуштање, ослобађање.

$$T = C \frac{\Delta U}{I} = C \frac{U_H - U_L}{I}. \quad (6.101)$$



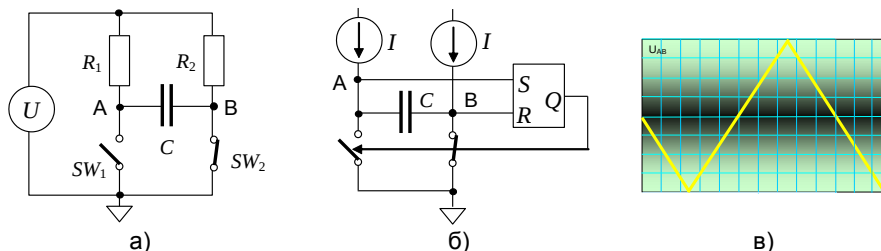
Слика 6.41. Генератори напона тестерастог таласног облика

Општи структурни блок-дијаграм релаксационих осцилатора може да се представи као на слици 6.42. Интеграторски блок садржи реактивне елементе помоћу којих се одмерава трајање појединих квазистабилних стања. Компараторски блок омогућује детекцију тренутка када је испуњен услов за прелазак из једног стања у друго.



Слика 6.42. Општи структурни блок-дијаграм релаксационих осцилатора

Брзо успостављање почетног стања може да буде замењено интеграцијом величине супротног знака. На слици 6.43.а приказан је принцип рада. Када је прекидач  $SW_1$  отворен (у стању OFF), кондензатор  $C$  пуни се кроз отпорник  $R_1$  и затворен прекидач  $SW_2$  (у стању ON). Напон у тачки В је једнак нули. Процес пуњења траје све до тренутка када напон у тачки А не достигне вредност граничног напона  $U_H$ . Тада се прекидач  $SW_1$  затвара, а прекидач  $SW_2$  отвара. Напон у тачки А је једнак нули, а започиње пуњење кондензатора у супротном смеру. Напон у тачки В расте све до тренутка када достигне вредност граничног напона  $U_H$ . Тада се у колу успоставља почетно стање и цео процес се понавља. Ако се пуњење кондензатора врши из извора сталне струје  $I$ , слика 6.43.б, диференцијални напон  $U_{AB}$  има симетрични троугаони таласни облик (слика 6.43.в).



Слика 6.43. Метод двосмерне интеграције

Интеграторски блок може да садржи више интегратора. Сваки је активан током трајања одговарајућег квазистабилног стања. Преостало време

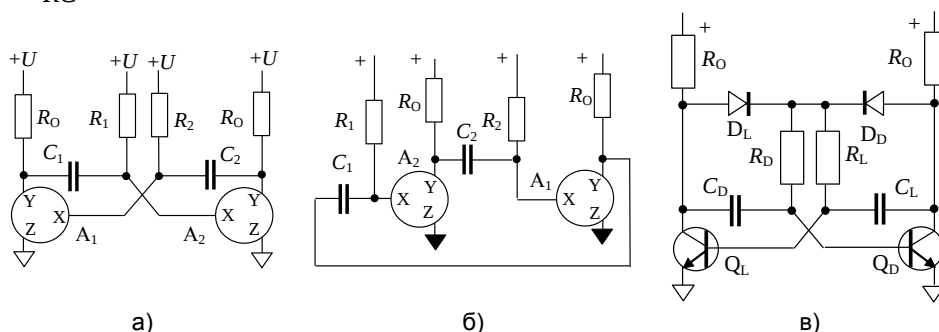
“троши” на припрему почетног стања, које не мора да буде брзо, а то значи да може да буде веома прецизно одређено. На слици 6.44 приказан је систем који садржи два интегратора.



Слика 6.44. Метод два интегратора

Осцилатор остварен помоћу два повезана пасивна интегратора био је веома популаран у доба дискретне електронике. На слици 6.45.а приказана је принципска шема осцилатора образованог унакрсним повезивањем трополних појачавачких елемената преко  $RC$ -кола. Уобичајено је да се оваква структура назива астабилни мултивибратор. У суштини, она представља затворену петљу која садржи два инвертујућа појачавача редно повезана посредством кондензаторске спреге (слика 6.45.б). На слици 6.45.в приказано је решење остварено помоћу биполарних транзистора. Ако је  $C_1 = C_2 = C$  и  $R_1 = R_2 = R$ , за учестаност осциловања се може применити приближни израз:

$$f \cong \frac{0,7}{RC}. \quad (6.102)$$



Слика 6.45. Астабилни мултивибратор

Појачавачки елементи раде у прекидачком режиму, при чему су њихова стања комплементарна. Када је, на пример, појачавачки елемент  $A_1$  “закочен” (налази се у стању које, посматрано са стране прикључака  $Y$  и  $Z$ , одговара отвореном прекидачу), елемент  $A_2$  “води” (делује као затворен прекидач). И обрнуто: када елемент  $A_1$  “води” елемент  $A_2$  је “закочен”. Оба ова стања су квазистабилна. Завршавају се у тренутку када елемент који је у непроводном стању почне, услед пуњења кондензатора у његовом улазном колу, да прелази у проводно стање. Позитивна повратна спрега, која се тада, преко кондензатора за спрегу, успоставља у колу, омогућује брз прелазак у супротно квазистабилног стање.

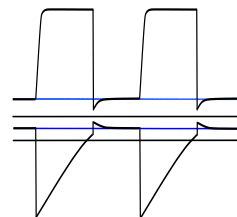
Трајање сваког квазистабилног стања одређено је временском константом  $RC$ -кола прикљученог на улаз појачавачког елемента који се налази у стању “закочен”. Ако се, на пример, коло налази у стању када је елемент  $A_1$  “закочен”, а елемент  $A_2$  “води”, то значи да ја напон на улазу елемента  $A_1$  мањи од напона прага вођења  $U_{XZT}$ . Кондензатор  $C_2$  је једним крајем (преко елемента  $A_2$ , који делује као затворен прекидач) повезан са тачком која се налази на нултом потенцијалу, а другим крајем, преко отпорника  $R_D$ , на извор напона  $U$ . Квазистабилно стање траје до тренутка када се кондензатор  $C_2$  напуни до вредности напона прага вођења елемента  $A_1$ . Струја која почиње да утиче у тај елемент прави пад напона на одговарајућем отпорнику  $R_D$ . Напон  $U_{Y1}$  почиње да опада. Ова промена напона се, преко кондензатора  $C_1$ , преноси на улаз другог елемента,  $A_2$ , који се до тада налазио у проводном стању, тако да се његова проводност смањује. Због тога напон  $U_{Y2}$  на његовом излазу расте. Ова промена се преко кондензатора  $C_2$  преноси на улаз елемента  $A_1$ , тако да се убрзава његово превођење у проводно стање. У колу се одвија регенеративни процес којим се успоставља ново квазистабилно стање у којем је елемент  $A_2$  “закочен”, а елемент  $A_1$  “води”. Трајање овог другог квазистабилног стања је одређено временом потребним да се кондензатор  $C_1$  напуни до вредности напона при којој трополни појачавачки елемент  $A_2$  почиње да води, када започиње регенеративни процес који коло враћа у почетно стање. Након тога се цео циклус обнавља.

Регенеративни процеси се одвијају веома брзо, тако да је период осциловања одређен временским константама кола. Током одмеравања трајања квазистабилног стања, напон на  $X$ -улазу се мења од неке почетне вредности, успостављене на крају регенеративног процеса, до вредности која представља напон прага вођења појачавачког елемента. Под претпоставком да је напон између прикључака  $Y$  и  $Z$  појачавачких елемената, када се они налазе у проводном стању, занемарљиво мали, као и да је занемарљива струја која у елемент утиче када је он у непроводном стању, може се сматрати да је амплитуда импулса на излазима појачавача једнака напону напајања кола ( $+U$ ).

Опадајућа ивица излазног напона, која настаје као резултат преласка појачавачког елемента из непроводног у проводно стање, преноси се, преко кондензатора за спрегу, на улаз другог елемента и доводи до његовог кочења. Напон на крајевима кондензатора  $C_1$ , који се кроз отпорник  $R_D$  пуни из извора сталног напона  $U$ , мења се по експоненцијалном закону. Трајање квазистабилног стања када је елемент  $A_2$  закочен,  $T_2$ , приближно је једнако:

$$T_2 = R_1 C_1 \ln 2.$$

Таласни облик сигнала у колу релаксационог осцилатора значајно одступа од синусне функције. У различитим тачкама кола добијају се таласни облици који се међусобно веома разликују - напон између крајева кондензатора може да има троугаони, зубаст или тестераст таласни облик, док се на излазима компараторског блока добијају правоугаони или приближно правоугаони импулси. Отуда и потиче назив “мултивибратор”.



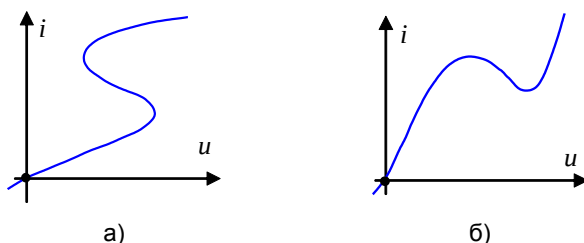
### 6.3.2 РЕЛАКСАЦИОНИ ОСЦИЛАТОРИ СА НЕГАТИВНОМ ДИНАМИЧКОМ ОТПОРНОШЋУ

Елемент са негативном динамичком отпорношћу (*negative-resistance*) је резистивни<sup>26</sup> елемент чија статичка  $U-I$  карактеристика у једном свом делу испуњава услов:

<sup>26</sup> Резистиван елемент је елемент описан једначином  $F[u(t), i(t), t] = 0$ . У општем случају може бити и активан. Категорија резистивних елемената обухвата и изворе напона и струје.

$$r = \frac{du}{di} < 0. \quad (6.103)$$

У зависности од облика криве разликују се струјно контролосани (слика 6.46.а) и напонски контролисани резистивни елементи (слика 6.46.б).



Слика 6.46. Основни облици карактеристике резистивног елемента са негативном отпорношћу

Елемент чија се карактеристика може изразити у облику:

$$u(t) = F_u[i(t)], \quad (6.104)$$

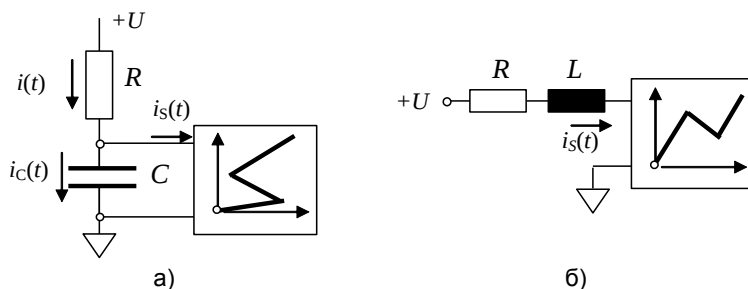
назива се отпорник контролисан струјом. Свакој вредности струје  $i(t)$  одговара само једна вредност напона  $u(t)$ . Елемент чија је карактеристика приказана на  $u-i$  дијаграму има облик латиничног слова S (слика 6.46.а), представља отпорник контролисан струјом.

Елемент чија се карактеристика може изразити у облику:

$$i(t) = F_i[u(t)], \quad (6.105)$$

назива се отпорник контролисан напоном. Свакој вредности напона  $u(t)$  одговара јединствена вредност струје  $i(t)$ . Елемент чија је карактеристика приказана на  $u-i$  дијаграму има облик латиничног слова N (слика 6.46.б), представља отпорник контролисан напоном.

Принципска електрична шема релаксационих осцилатора остварених применом негативне отпорности приказана је на слици 6.47.

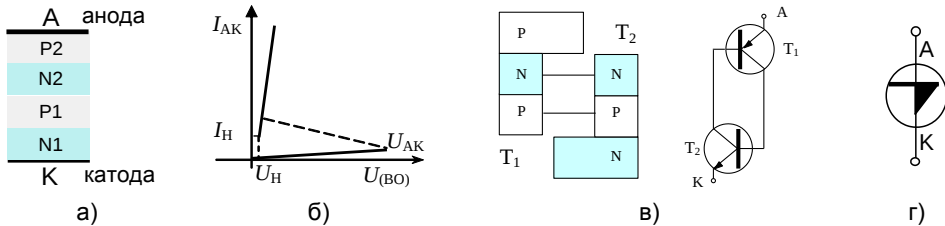


Слика 6.47. Осцилатори са негативном динамичком отпорношћу

У електроници постоји неколико елемената који се одликују својством негативне динамичке отпорности. Један од њих је диодни тиристор<sup>27</sup>. То је полупроводнички елемент са два прикључка који садржи четири слоја који се

<sup>27</sup> У стручној литератури се диодни тиристори означавају различитим називима: четворослојна диода (*four-layer diode*), PNPN-диода (*p-n-p-n diode*) и Шокли-диода.

наизменично ређају, као што је то приказано на слици 6.48.а. Гранична (спољашња) област *P*-типа представља аноду, а гранична област *N*-типа катоду. Напонско-струјна карактеристика овог елемента је приказана на слици 6.48.б. Слика 6.48.в. приказује еквивалентну структуру, а слика 6.48.г. стандардизован графички симбол [29].

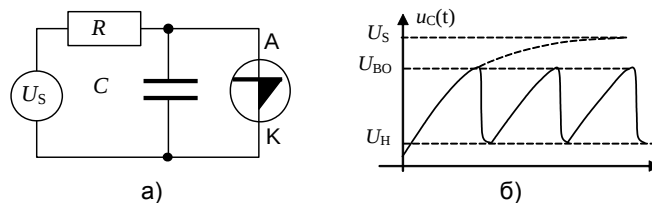


Слика 6.48. Диодни тиристор

Осцилатор остварен помоћу диодног тиристора приказан је на слици 6.49.а. Када је тиристор у непроводном стању (високе отпорности), кондензатор се пуни из извора једносмерног напона  $U$  преко отпорника  $R$ . Напон на крајевима кондензатора  $u_C(t)$  мења се по експоненцијалном закону према вредности  $U$  (слика 6.49.б). Уколико је напон пребацивања тиристора  $U_{(BO)}$  мањи од напона напајања  $U_S$ , процес пуњења кондензатора се одвија све док напон  $u_C(t)$  не достигне вредност напона пребацивања (*breakover voltage*)  $U_{(BO)}$ . Преласком тиристора у проводно стање започиње процес пражњења кондензатора. Ово стање траје до тренутка у којем струја пражњења опадне до вредности струје држања  $I_H$  (*holding current*). Тиристор тада прелази у непроводно стање, након чега се цео циклус понавља. Ако се занемари струја кроз тиристор у непроводном стању, трајање пуњења кондензатора:

$$T = RC \ln \frac{U - U_H}{U - U_{(BO)}} \cong RC \ln \frac{U}{U - U_{(BO)}}, \quad (6.106)$$

где је  $U_H$  напон који одговара струји држања (напон држања, *holding voltage*).

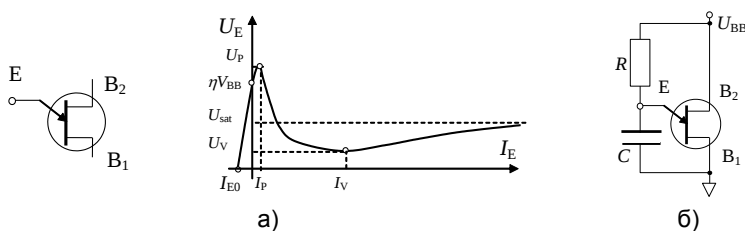


Слика 6.49. Осцилатор са диодним тиристором

Унутрашња отпорност тиристора у стању вођења је реда величине ома, па је трајање временског интервала у току којег се врши пражњење веома кратко, тако да се може усвојити да израз 6.106 одређује период осциловања.

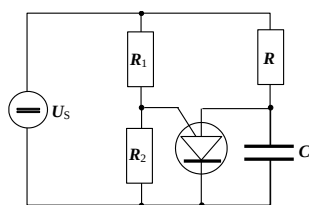
Слична својства има и једноспојни транзистор (*unijunction transistor*, *UJT*) [30] чији су графички симбол и  $I$ - $U$  карактеристика приказани на слици

6.50.а. Као и код кола са диодним тиристором, довољна су само три елемента за образовање осцилатора: отпорник, кондензатор и транзистор.



Слика 6.50. Осцилатор са једноспојним транзистором

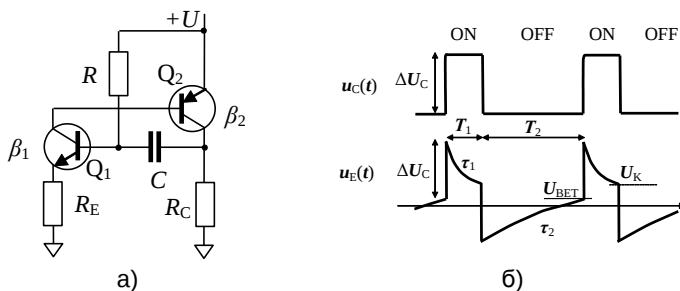
Осцилатор са триодним тиристором N-типа програмабилним омогућује подешавање напона при којем се врши прелазак из непроводног у проводно стање [31]. Да би се остварило пребацивање из непроводног у проводно стање, довољно је довести његову управљачку електроду на потенцијал нижи од потенцијала аноде. Тиристор се пали и празни кондензатор. Након тога се гаси и кондензатор се поступно пуни до вредности напона паљења. Мостовска структура обезбеђује да учестаност осциловања не зависи од напона напајања.



Слика 6.51. Осцилатор са триодним тиристором N-типа

Карактеристика тунел-диоде такође садржи део у којем је динамичка отпорност негативна, али она представља нелинеарну отпорност која се може контролисати напонам (*voltage-controllable*). Оваквој карактеристици одговара индуктивност (калем) као реактивни елемент (слика 6.47.б).

Поред ових, једноставних структура у доба дискретне електронике развијен је читав низ разноврсних кола. На слици 6.52 је приказан једноставан осцилатор са комплементарним биполарним транзисторима [32].

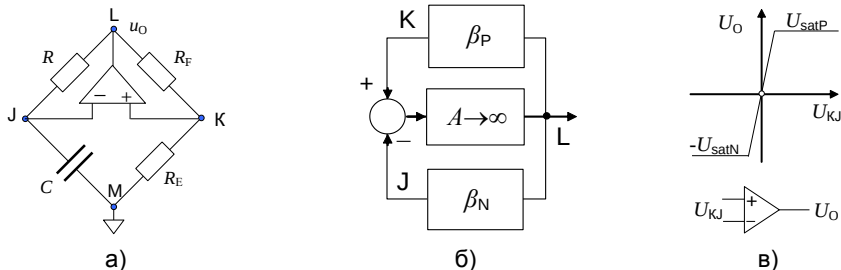


Слика 6.52. Осцилатор са комплементарним транзисторима

Посредством кондензатора  $C$  остварена је позитивна повратна спрега у петљи која садржи два комплементарна транзистора. Отпорности у колу се подешавају тако да су могућа само два стања: или су оба транзистора заочена ( $OFF$ ), или су оба транзистора у проводном стању ( $ON$ ). Када су оба транзистора у непроводном стању, кондензатор  $C$  се пуни кроз отпорник  $R$ . Напон на бази транзистора  $Q_1$  расте док не достигне вредност напона прага вођења  $U_{BET1}$ . Тада започиње регенеративни процес којим коло прелази у друго квазистабилно стање, када су оба транзистора у засићењу. Тада се кондензатор  $C$  празни преко отпорника  $R_E$ . Напон на бази транзистора  $Q_1$  опада до вредности при којој је струја колектора транзистора  $Q_1$  мања од вредности потребне да транзистор  $Q_2$  буде у засићењу. Новим регенеративним процесом коло прелази у стање када су оба транзистора заочена и цео циклус се обнавља. Таласни облици сигнала у колу приказани су на слици 6.52.б. Ако је отпорност  $R$  знатно већа од отпорности  $R_C$ , а напон између емитора и колектора транзистора  $Q_2$  у стању засићења се може занемарити у односу на напон напајања, амплитуда импулса на колектору транзистора  $Q_2$  је приближно једнака напону  $U$ .

### 6.3.3 RC-ОСЦИЛАТОР СА ОПЕРАЦИОНИМ ПОЈАЧАВАЧЕМ

На слици 6.53.а је приказан релаксациони осцилатор остварен применом операционог појачавача [33]. Акумулациони елемент, кондензатор  $C$ , смештен је у једну грану моста, који се налази у грани повратне спреге диференцијалног појачавача великог појачања.

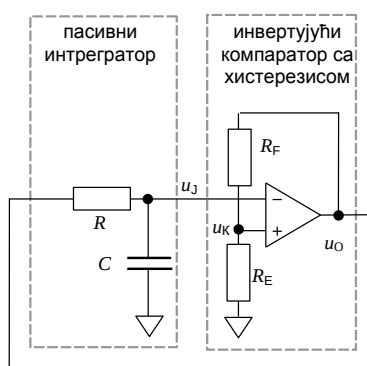


Слика 6.53. RC-осцилатор са операционим појачавачем

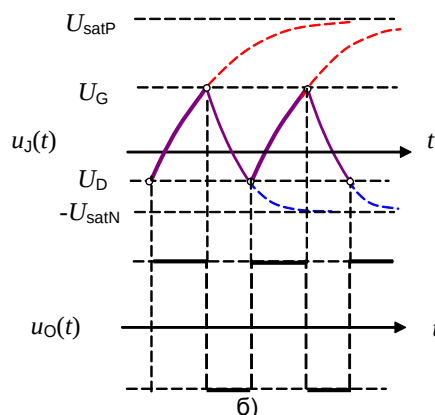
Приказано коло се може, као и осцилатор са Виновим мостом, посматрати као појачавач са две гране повратне спреге: позитивном и негативном (слика 6.53.б). Велико појачање чини да је и мала разлика потенцијала на крајевима мерне дијагонале моста,  $JK$ , довољна да доведе излаз појачавача у стање засићења. Систем је нелинеаран, па се и таласни облици сигнала разликују од синусних. На излазу појачавача постоје два квазистабилна стања: позитивно и негативно засићење. Када је напон  $u_O$  позитиван, кондензатор се пуни, а када је напон  $u_O$  негативан, кондензатор се празни.

Анализа је једноставнија, ако се операциони појачавач са позитивном повратном спрегом, оствареном преко отпорника  $R_E$  и  $R_F$ , посматра као инвертујући компаратор са хистерезисом (слика 6.54.а). Друга половина

моста, која садржи акумулациони елемент, представља пасивни RC-интегратор.



а)



б)

Слика 6.54. Анализа мостовског осцилатора

Мостовски осцилатор представља нелинеарни систем са јаком негативном повратном спрегом која обезбеђује да напон на инвертујућем улазу компаратора буде увек унутар граница хистерезисне петље:

$$U_D \leq u_J \leq U_G. \quad (6.107)$$

Када је, на пример, напон  $u_O$  на излазу компаратора позитиван, напон  $u_J$  на излазу RC-кола расте све док достигне горњи ниво поређења,  $U_G$ . Тада напон  $u_O$  постаје негативан, па напон  $u_J$  почиње да опада према доњој граничној вредности  $U_D$ .

На излазу компаратора добија се сигнал правоугаоног таласног облика (*square-wave*). У сваком квазистабилном стању, напон  $u_J$  се мења по експоненцијалном закону, од почетне вредности, која представља једну од граница хистерезисне петље,  $U_G$  или  $U_D$ , ка напону zasiћења супротног поларитета. Временска константа кола пуњења и пражњења кондензатора је иста у оба стања:

$$\tau = RC. \quad (6.108)$$

Таласни облик напона на кондензатору приказан је на слици 6.54.б.

Када је напон  $u_O$  на излазу компаратора (операционог појачавача) позитиван, напон на кондензатору експоненцијално расте од почетне вредности  $U_D$  ка вредности напона позитивног zasiћења  $U_{satP}$ . Ако је овај процес започео у тренутку  $t = 0$ , важи:

$$u_J(t) = U_D + (U_{satP} - U_D)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U_{satP} - (U_{satP} - U_D)e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (6.109)$$

Трајање овог квазистабилног стања,  $T_1$ , одређено је условом:

$$u_J(T_1) = U_G. \quad (6.110)$$

На основу једнакости:

$$U_G = U_D + (U_{\text{satP}} - U_D)(1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}), \quad (6.111)$$

слиди израз којим је одређена величина  $T_1$ :

$$T_1 = \tau \ln \frac{U_{\text{satP}} - U_D}{U_{\text{satP}} - U_G}. \quad (6.112)$$

Када је напон  $u_O$  негативан, важи:

$$u_j(t) = U_G - (U_G - U_{\text{satN}})(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U_{\text{satN}} + (U_G - U_{\text{satN}})e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (6.113)$$

односно:

$$U_D = U_G - (U_G - U_{\text{satN}})(1 - e^{-\frac{T_2}{\tau}}), \text{ и} \quad (6.114)$$

$$T_2 = \tau \ln \frac{U_{\text{satN}} - U_G}{U_{\text{satN}} - U_D}. \quad (6.115)$$

Период осциловања,  $T$ , једнак је:

$$T = T_1 + T_2. \quad (6.116)$$

Ако су напони засићења на излазу оперативног појачавача једнаки по интензитету, а супротног знака:

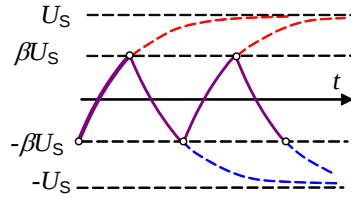
$$U_{\text{satP}} = U_{\text{satN}} = U_S, \quad (6.117)$$

горњи и доњи ниво поређења су симетрични (слика 6.55):

$$U_G = -U_D = \frac{R_E}{R_E + R_F} U_S. \quad (6.118)$$

Амплитуда сигнала  $u_j$  и  $u_K$  одређена је ширином хистерезисне петље:

$$\Delta U_K = U_G - U_D = 2\beta U_S, \quad \beta = \frac{R_E}{R_E + R_F}. \quad (6.119)$$

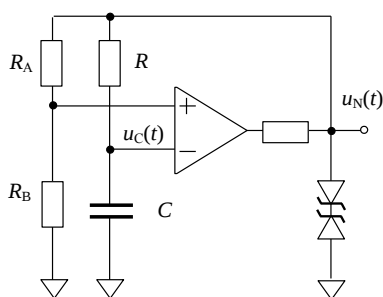


Слика 6.55. Таласни облици при симетричном напајању

Ако је систем симетричан ( $U_{\text{satP}} = U_{\text{satN}} = U_S$ ) квазистабилна стања имају једнако трајање. Период осциловања,  $T$ , одређен је изразом:

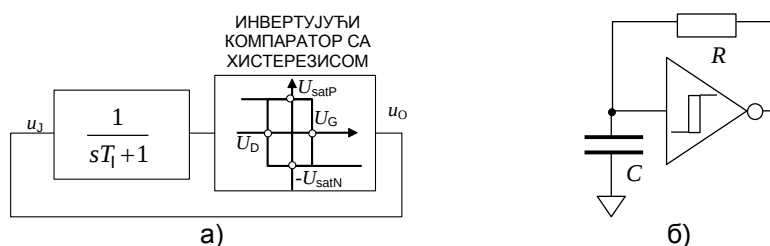
$$T = 2RC \ln(1 + 2 \frac{R_E}{R_F}). \quad (6.120)$$

Треба уочити да учестаност осциловања не зависи од вредности напона напајања (односно напона  $U_S$ ). То је основна предност структуре моста. Ако се напон  $U_S$  повећа, повећаће се и струја која пуни кондензатор, али се повећава и одговарајући ниво поређења, тако да трајање квазистабилног стања остаје непромењено. Споре промене (дрифт) напона  $U_S$  не утичу на стабилност учестаности. Стабилност амплитуде излазног сигнала постиже се помоћу Ценер-диода (слика 6.56).



Слика 6.56. Стабилизација амплитуде

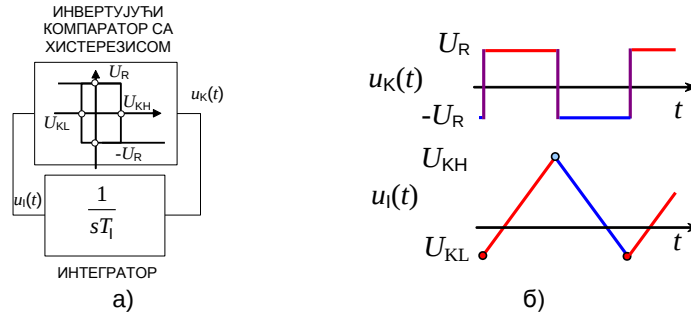
Описани  $RC$ -осцилатор са операционим појачавачем може да се представи општим структурним блок-дијаграмом приказаним на слици 6.57.а. Полазећи од овакве структуре може да се реализује низ практичних кола и без примене операционог појачавача. На слици 6.57.б приказан је  $RC$ -осцилатор остварен помоћу интегрисаног Шмитовог тригера у  $CMOS$ -технологији [34]

Слика 6.57. Релаксациони  $RC$ -осцилатор са пасивним интегратором

Хистерезис у карактеристици улаза дигиталног кола омогућује мању осетљивост на сметње суперпониране улазном сигналу. Често се примењује на улазима интегрисаних бројача (делитеља учестаности). Производе се и посебна интегрисана кола која садрже више логичких инвертора или бафера са хистерезисом у карактеристици улаз/излаз. Помоћу таквих интегрисаних кола се може остварити релаксациони осцилатор који садржи само две додатне компоненте: кондензатор и отпорник.

Општи структурни блок-дијаграм генератора сигнала правоугаоног и троугаоног таласног облика, који се састоји од инвертујућег компаратора са хистерезисом и интегратора приказан је на слици 6.58. Нивои поређења,  $U_{KL}$  и  $U_{KH}$  могу бити произвољни ( $U_{KL} < U_{KH}$ ). Сигнал  $u_K(t)$  на улазу интегратора представља бинарну величину која може да има једну од две вредности супротног знака,  $+U_R$  и  $-U_R$ . Напон на његовом излазу има симетричан троугаони таласни облик. Максимална и минимална вредност овог напона може да буде истог поларитета, зависно од постављених граничних вредности  $U_{KL}$  и  $U_{KH}$ . Обично су једнаки али супротног поларитета:

$$U_{KL} = -U_R, U_{KH} = U_R. \quad (6.121)$$



Слика 6.58. Релаксациони осцилатор правоугаоног и троугаоног таласног облика

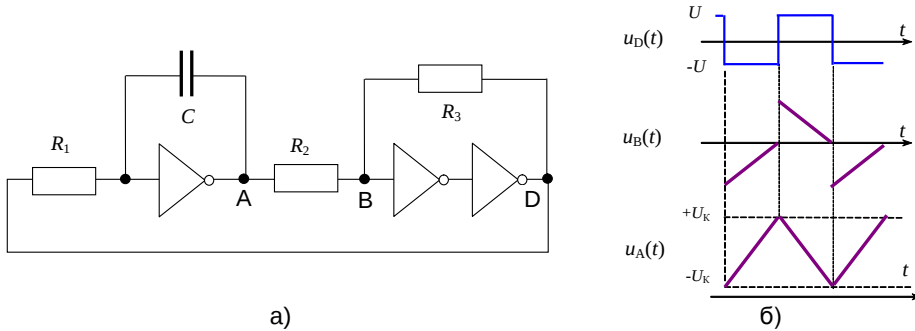
У том случају коло представља генератор симетричног правоугаоног и троугаоног таласног облика:

$$\Delta U_K = 2U_R = \Delta U_I, \quad (6.122)$$

за који важи:

$$f = \frac{1}{4RC}. \quad (6.123)$$

На слици 6.59.а приказан је осцилатор остварен помоћу логичких инвертора у CMOS-техници. Коришћен је инвертујући (Милеров) интегратор, код којег је примењена негативна повратна спрега. На његовом излазу се добија пулсирајући сигнал симетричног троугаоног таласног облика чија је средња вредност једнака напону прага логичког инвертора. Неинвертујући појачавач остварен редном везом два инвертора има улогу компаратора са хистерезисом. Коло може да се напаја симетричним позитивним и негативним напонем напајања (слика 6.59.б).



Слика 6.59. Релаксациони осцилатор симетричног правоугаоног и троугаоног таласног облика

## ЛИТЕРАТУРА

1 The International System of Units (SI), BIPM, 8.th edition, 2006.

- 2 *International Electrotechnical Vocabularu, IEC 60050: part 101, Mathematics/Quantities dependent on a variable, 101-14-08.*
3. П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с.249.
4. А. Андронов, А Витт, С Хаикин, Теория колебаний, Наука, с.37.
5. B.D. Raković, Elektronika II, Naučna Knjiga, 1961, s.61.
6. V. Vučić, D. Ivanović, Fizika 1, Naučna knjiga, 1990, c.197.
- 7 *IEV, IEC 60050: part 103, Mathematics - Functions/Functions of one variable, mainly time-dependent quantities, 103-05-07.*
- 8 *T.L.Floyd, Electronics fundamentals, Prentice Hall, 2004, p.623.*
- 9 Појмови из области математике који се користе у електротехници, Термини и дефиниције, ЈУС H.A0.101-04-49.
10. R. Mancini, R. Palmer, *Sine-Wave Oscillator, Texas Instruments Incorporated, Application Report, SLOA060, 2001.*
11. *H.S.Black, "Stabilized Feedback Amplifiers", BSTJ, 1934, pp.1-18.*
12. *H. Nyquist, "Regeneration theory" BSTJ, 1932, pp.126-147.*
13. *R.J.Aström, R.M.Murray, Feedback Systems, Princeton Univeristy Press, 2008, p. 276, <http://www.cds.caltech.edu/~murray/amwiki>.*
14. *J.G.Graeme, Applications of Operational Amplifiers, Third-generation Techniques, McGraw-Hill, 1973, p. 146.*
- 15 Реф. 8, p.621.
16. Реф. 5, s.12.
17. Ref. 16, s.18.
- 18 Реф. 8, p.838.
- 19 S. Tešić, D. Vasiljević, *Osnovi elektronike, Građevinska knjiga, 2000, s.302.*
- 20 *T.F.Bogart, Eelectronic Devices and Circuits, Prentice Hall, 2004, p.491.*
- 21 *J Millman, C.Halkias, Integrated electronics, analog and digital circuits and systems, Mcgraw-Hill, 1972, p.494.*
22. *A.S.Sedra, K.C.Smith, Microelectronic Circuits, Oxford University Press, 1998, p. 980.*
23. *J.G.Graeme, Designing with Operational Amplifiers, Applications Alternatives, McGraw-Hill, 1977, p. 149.*
24. *S.Gift, Multiphase Sinusoidal Iscillator Using Inverting-mode Operational Amplifiers, IEEE Trans., IM-47, No 4, 1998, pp.986-999.*
25. *G.E.Tobey, J.G.Graeme, L.P. Huelsman, Operational amplifiers, Design and application, McGraw-Hill, p. 385, 1971.*
26. *J.I.Smith, Modern Operational Circuit Design, John Wiley&Sons, 1973, p. 160.*
27. Реф. 5, s.33.
- 28 *P.Horowitz, W. Hill, The art of electronics, Nambrudge Unuversitz Press, 1993, p.302.*
29. П. Бошњаковић, Основи електронике, ВЕТШ, 2006, с.167.
30. Реф. 29, с. 61.
31. Реф. 29, с. 176.
32. *C. Tešić, Prilog teoriji naponsko-frekventnih konvertora i njihova primena u sistemima radiojomunikacije, Publikacije ETF Beograd, 1962, No 52.*
33. *J.G.Graeme, Designing with Operational Amplifiers, Applications Alternatives, McGraw-Hill, 1977, p. 162.*
34. -, *MM74HC14, Hex Inverting Schmitt Trigger, Fairshild Semiconductors, 2008, [www.fairchildsemi.com](http://www.fairchildsemi.com)*

“Без  
математике  
остајемо  
у мраку”

Werner  
von Siemens



## 7.

# ПРЕТВАРАЧИ УЧЕСТАНОСТИ У НАПОН

Практичан значај претварача учестаности у напон проистиче из ширине подручја примене учестаности као величине која представља носилац информације. Учестаност може да буде:

- параметар стања посматраног динамичког система<sup>1</sup>;
- погодни носилац информације при преносу или запису информација;
- излазни сигнал мерног претварача или контролера у системима за надзор и управљање процесима;
- информациони параметар сигнала при остваривању математичких операција као што су интеграција, множење, дељење ... [1].

У овом поглављу разматрају се основни поступци пресликавања информације садржане у учестаности квазипериодичног сигнала у информацију представљену вредношћу напона. Посебна пажња посвећена је поступцима непосредног претварања.

## 7.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Учестаност појављивања неке појаве дефинисана је као величина обрнуто сразмерна периоду појављивања одређеног таласног облика [2]:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (7.1)$$

У општем случају, појава (догађај) која се посматра не мора да се понавља у једнаким временским размацима. Иако строго, математички посматрано, таква појава није периодична, она може да се описује величином која карактерише “средњу брзину дешавања” посматраног догађаја. Учестаност се тада дефинише као количник укупног броја догађаја (који су се десили у временском интервалу од  $t_p$  до  $t_k$ ) и трајања тог интервала:

$$f = \frac{N}{t_k - t_p}. \quad (7.2)$$

Количник трајања посматраног интервала,  $t_k - t_p$ , и укупног броја догађаја,  $N$ , који су се догодили унутар њега:

$$T = \frac{t_k - t_p}{N}, \quad (7.3)$$

представља средњу вредност периода понављања посматране појаве.

---

<sup>1</sup> Аутоматско управљање електроенергетским системом, на пример, заснива се на мерењу учестаности [8].

“Средња вредност учестности” појављивања посматраног догађаја дефинисана је формулом:

$$f = \frac{\Delta N}{\Delta t} . \quad (7.4)$$

Вредност која се добија за  $\Delta N = 1$  је “тренутна учестаност”. Треба имати у виду да овако дефинисана величина није непрекидна функција. Нова вредност је позната тек када се заврши комплетан циклус осцилације која је у току.

Сигнал чији је таласни облик дефинисан синусном функцијом:

$$y(t) = Y \sin \theta(t) , \quad (7.5)$$

а информациони параметар је брзина промене фазе  $\omega$ :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} , \quad (7.6)$$

приказан је на слици 7.1 за случај када величина  $a(t)$ , коју угаона учестаност представља, линеарно расте са временом:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = kt . \quad (7.7)$$

На основу 7.7. следи:

$$y(t) = Y \sin \frac{k}{2} t^2 . \quad (7.8)$$

Учестаност фреквенцијски модулисаног синусног сигнала, дефинисана формулом 7.6 може, теоријски да представља аналогну величину непрекидну по времену. Анализом записа оваког сигнала могуће је, у сваком тренутку, одредити вредност учестности  $\omega$ , односно величине  $a(t)$ . Ако се, као што је уобичајено, период осциловања одређује на основу проласка улазног сигнала кроз нулу (*zero crossing*), графички приказ функције  $a(t)$  се тада састоји из низа одвојених тачака.. Треба имати у виду да, и у том случају, учестаност може да представља аналогну величину<sup>2</sup>, без обзира на таласни облик сигнала, али да је, са становишта даље обраде, то величина дискретна по времену.

Пресликавање  $f \rightarrow u$  није само пресликавање вредности једне физичке величине на вредност величине друге природе, већ и процес трансформације облика представљања информације, из аналогног у импулсни. Математички посматрано, то је пресликавање скупа  $\mathcal{F}$  могућих вредности учестности појављивања импулса пулсирајућег сигнала:

$$\mathcal{F} = [F_{\min}, F_{\max}] , \quad (7.9)$$

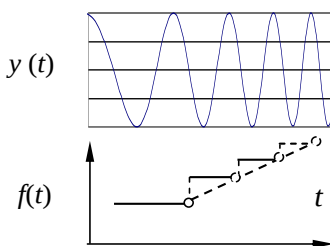
на скуп  $\mathcal{U}$  могућих вредности напона:

$$\mathcal{U} = [U_{\min}, U_{\max}] , \quad (7.10)$$

према неком жељеном закону кореспонденције:

$$u = u(f) . \quad (7.11)$$

Најширу примену има пресликавање  $f \rightarrow u$  које је представљено линеарном функцијом (слика 7.2). У општем случају, карактеристика

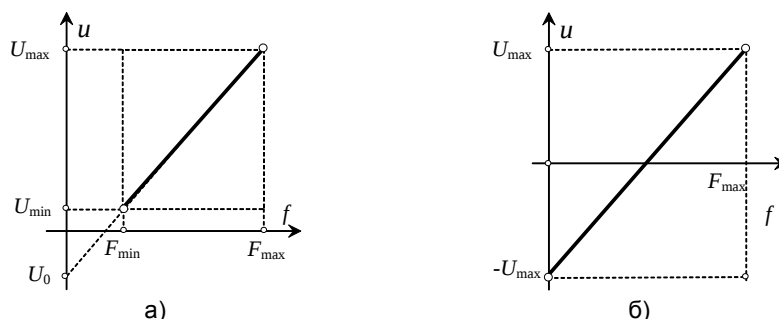


Слика 7.1. Фреквенцијски модулисан сигнал

<sup>2</sup> Чија великост може да се мења са бесконачно малим прираштајима.

улаз-излаз  $f/u$  претварача дефинисана је једначином:

$$\frac{u - U_{\min}}{f - F_{\min}} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{F_{\max} - F_{\min}}. \quad (7.12)$$



Слика 7.2. Карактеристика линеарног  $f \rightarrow u$  претварача

Обично се функција  $u(f)$  приказује у облику:

$$u = kf + U_0, \quad (7.13)$$

где је  $k$  сачинилац преноса, који обезбеђује димензиону једнакост леве и десне стране једначине. На основу линеарне зависности  $u(f)$  следи:

$$k = \frac{\Delta u}{\Delta f} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{F_{\max} - F_{\min}}. \quad (7.14)$$

Напон  $U_0$  представља померај нуле излазне величине<sup>3</sup> претварача (слика 7.2.а):

$$U_0 = U_{\min} - kF_{\min}. \quad (7.15)$$

У случају приказаном на слици 7.2.б, пун опсег излазног напона од  $-U_{\max}$  до  $+U_{\max}$  приказује пун опсег промене улазне учестаности од 0 до  $f_{\max}$ .

## 7.2. ПОСТУПЦИ $f \rightarrow u$ ПРЕСЛИКАВАЊА

Линеарни  $f/u$  претварач је елемент (уређај) који остварује линеарно пресликавање, независно од таласног облика излазног сигнала. На његов улаз доводи се поворка импулса, у општем случају произвољног таласног облика и амплитуде<sup>4</sup> (слика 7.3). Ако се учестаност ових импулса не мења, напон на излазу претварача је сталан.

<sup>3</sup> Треба имати у виду да је учестаност, по својој природи, ненегативна величина. Напон  $U_0$  представља напон поларизације излаза, који се уводи са циљем да се вредност излазног напона  $u$  налази у жељеном опсегу.

<sup>4</sup> Подразумева се да је амплитуда улазног сигнала унутар граница које су одређене прагом осетљивости, са једне, и највећим дозвољеним напоном на улазу претварача, са друге стране.

Слика 7.3.  $f \rightarrow u$  претварач

У најједноставнијем случају, излазни напон је сразмеран улазној учестаности.

$$u = kf, \quad (7.16)$$

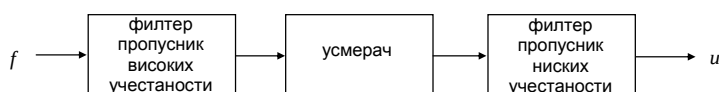
где је  $k$  сачинилац сразмере. Пресликавање  $f \rightarrow u$  може да се посматра и као посредно мерење учестаности<sup>5</sup>:

$$\frac{u}{U_{\text{ref}}} = \frac{f}{f_{\text{ref}}}, \quad (7.17)$$

где су  $f_{\text{ref}}$  и  $U_{\text{ref}}$  референтне величине, у односу на које се одређује великост улазне,  $f$ , и посматра (исказује) великост излазне величине,  $u$ . Другим речима,  $f_{\text{ref}}$  и  $U_{\text{ref}}$  представљају изабране јединице мере. Када је  $u = kf$ , важи:

$$k = \frac{U_{\text{ref}}}{f_{\text{ref}}}. \quad (7.18)$$

Пресликавање  $f \rightarrow u$  може да се оствари на више начина. За потребе телекомуникација развијени су поступци фреквенцијске демодулације који се заснивају на додатној фреквенцијски зависној амплитудској модулацији [3], [4]. Фреквенцијски модулисан улазни сигнал се, применом фреквенцијски селективног кола, чија амплитудска фреквенцијска карактеристика линеарно зависи од учестаности, трансформише у сигнал који је амплитудски и фреквенцијски модулисан. Помоћу амплитудског демодулатора (*envelope detector*) добија се затим напон чија је вредност сразмерна учестаности улазног сигнала.



Слика 7.4. Фреквенцијски демодулатор

Ако улазни сигнал представља наизменичну величину непроменљивог таласног облика и сталне амплитуде, напон  $u$  може да се добије као средња вредност напона добијеног усмеравањем улазног сигнала. Сачинилац преноса  $k$  у овом случају једнак је "површини" једног импулса. Уколико облик и амплитуда импулса могу да се мењају, потребно је уобличавање импулса.

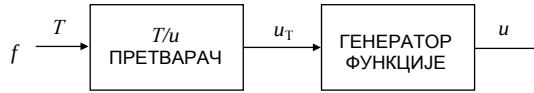
Трећи начин је заснован на пресликавању трајања временског интервала у напон. Наиме, дефиниционом формулом, којом је учестаност

<sup>5</sup> Техника мерења једносмерног напона је у толикој мери развијена да, када је нека величина представљена (једносмерним напоном), може да се сматра да је њена вредност позната (одређена, измерена).

дефинисана као реципрочна вредност периода понављања неке појаве, успостављена је биунивока<sup>6</sup> кореспонденција скупа  $\mathcal{F}$  и скупа  $\mathcal{T}$  могућих вредности периода  $T$  појављивања улазних импулса:

$$\mathcal{T} = [T_{\min}, T_{\max}]. \quad (7.19)$$

То омогућује да се пресликавање  $f \rightarrow u$  оствари посредно, у два корака. У првом кораку се остварује линеарно  $T \rightarrow u_T$  пресликавање (слика 7.5).

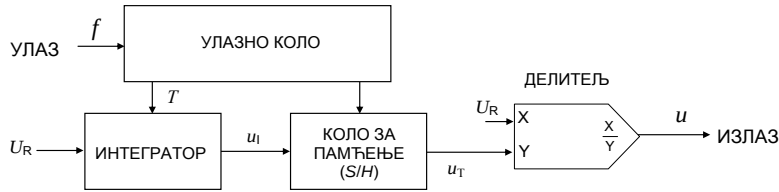


Слика 7.5. Посредно пресликавање

Напон  $u_T$  може да се добије интеграцијом сталног (референтног) напона  $U_R$  током временског интервала који је једнак периоду улазног сигнала [5]:

$$u_T = k_I \int_{t_0}^{t_0+T} U_R dt = k_I U_R T = k_I \frac{U_R}{f}, \quad (7.20)$$

где је  $t_0$  тренутак појављивања импулса, а  $k_I$  константа интегратора (која има димензију учестаности). У другом кораку, применом одговарајућег генератора функције, остварује се пресликавање  $u_T \rightarrow u$  по хиперболичком закону. Блок дијаграм приказан је на слици 7.6. Улазно коло управља радом интегратора којим се одмерава трајање периода улазног сигнала.



Слика 7.6. Аналогни  $f \rightarrow u$  претвараач са посредним пресликавањем

Помоћу делитеља добија се напон који је сразмеран учестаности:

$$u = k_D \frac{u_X}{u_Y} = k_D \frac{U_R}{u_T} = \frac{k_D}{k_I} f = k f, \quad (7.21)$$

где је  $k_D$  сачинилац преноса делитеља<sup>7</sup>.

Овакав поступак пресликавања обезбеђује брз одзив претвараача, што је значајно при обради сигнала ниских учестаности. То је, на пример, случај у енергетици, при мерењу учестаности електроенергетске мреже, као и у медицини, при мерењу пулса или учестаности нервних импулса [6]. Након завршеног одмеравања периода, интегратор се враћа у почетно стање (када је напон на његовом излазу једнак нули), да би могло да се обави следеће

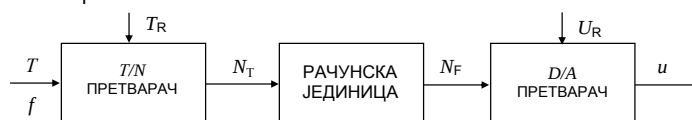
<sup>6</sup> Обострано једнозначно пресликавање. Пресликавање "један на један".

<sup>7</sup> Димензионо је  $k_D (=) \text{U}$ .

мерење. Пре иницијализације интегратора, остварена вредност напона на његовом излазу се памти помоћу одговарајућег кола за узорковање и памћење (*sample-and-hold, S/H*).

Сва три описана начина заснована су на обради сигнала у аналогном облику. Могуће је, међутим, применити и дигиталне методе мерења учестаности, [7], а затим, помоћу дигитално-аналогног претварача, генерисати аналогни сигнал на излазу. Брз одзив мерног система добија се мерењем периода и израчунавањем учестаности (слика 7.7). Дигитално мерење трајања временског интервала се своди на бројање импулса референтног осцилатора [8] чији је период  $T_R$ . Излазни напон једнак је:

$$u = U_R N_F = U_R \frac{1}{N_T} = U_R \frac{T_R}{T} = U_R T_R f. \quad (7.22)$$



Слика 7.7. Посредно  $f \rightarrow N_T \rightarrow N_F \rightarrow u$  пресликавање

Ако се учестаност мења релативно мало око неке референтне вредности, операција израчунавања реципрочне вредности може да се апроксимира бројањем уназад [9], или да се оствари кроз процес дигитално-аналогног претварања [10].

Структура и својства  $f \rightarrow u$  претварача су одређени примењеним методом пресликавања. У случају када се оно остварује уз помоћ пресликавања из аналогног у дигитални и из дигиталног у аналогни домен, структура кола је знатно сложенија. Међутим, ова посредна пресликавања могу да се остваре са великом тачношћу, па се оправданост хибридних метода  $f/u$  претварања не доводи у питање када се ради о применама код којих се захтева висока тачност. У целини посматрано, поступци  $f \rightarrow u$  пресликавања засновани на аналогној обради сигнала пружају решења која се одликују једноставнијом структуром, садрже мањи број компонената и практично могу да се економичније реализују. Метод заснован на уобличавању импулса, у највећем броју случајева, представља оптимално решење у погледу односа перформансе/цена.

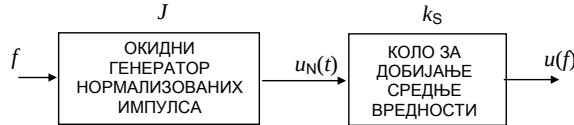
### 7.3. $f \rightarrow u$ ПРЕТВАРАЧИ НА БАЗИ УОБЛИЧАВАЊА ИМПУЛСА

Општи структурни блок-дијаграм  $f \rightarrow u$  претварача чији је принцип рада заснован на уобличавању и усредњавању улазног сигнала приказан је на слици 7.8. Сигнал чија се учестаност мери,  $u(t)$ , доводи се на улаз окидног генератора нормализованих импулса. Помоћу њега се добија импулсни сигнал  $u_N(t)$  који има исту учестаност као и улазни, али чији таласни облик задовољава интегрални критеријум:

$$\int_{t_0}^{t_0+\tau} u_N(t) dt = J = \text{const} , \quad (7.23)$$

где је  $t_0$  тренутак појављивања импулса, а  $\tau$  његово трајање, које мора да буде краће од најкраћег интервала понављања улазних импулса:

$$\tau < T_{\min} = \frac{1}{F_{\max}} . \quad (7.24)$$



Слика 7.8. Пресликавање  $f \rightarrow u$  уобличавањем импулса

Средња вредност напона  $u_N(t)$  сразмерна је средњој вредности учестаности  $f$ :

$$\overline{u_N(t)} = \frac{1}{t_M - t_0} \int_{t_0}^{t_M} u_N(t) dt = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{m=0}^M \int_{t_m}^{t_m+t} u_N(t) dt = \frac{M}{t_M - t_0} J = Jf , \quad (7.25)$$

где је  $M$  број импулса који се појавио у временском интервалу од  $t_0$  до  $t_M$ , који је изабран тако да започиње и завршава се у тренутку наиласка улазног импулса. Напон  $u$  на излазу  $f \rightarrow u$  претварача једнак је:

$$u = k_S \overline{u_N(t)} = k_S Jf , \quad (7.26)$$

где је  $k_S$  сачинилац преноса кола за добијање средње вредности (слика 7.8).

Полазећи од општег израза за средњу вредност напона  $u_N(t)$  у току временског интервала од  $t_0$  до  $t$ :

$$\overline{u_N} = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t u_N(t) dt , \quad (7.27)$$

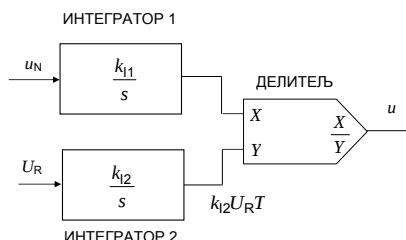
написане у облику:

$$\overline{u_N} = \frac{U_R \int_{t_0}^t u_N(t) dt}{\int_{t_0}^t U_R dt} , \quad (7.28)$$

где је  $U_R$  неки (погодно одабран) сталан напон, закључује се да се вредност  $u_N(t)$  може да одреди применом два интегратора и аналогног делитеља, као што је то приказано на слици 7.9. Интегратор 1 “одмерава” површину импулса напона  $u_N(t)$ . Интегратор 2 одмерава трајање периода њиховог понављања. За напон на излазу делитеља,  $u$ , важи:

$$u = \frac{k_{I1}}{k_{I2}} \frac{k_D}{U_R} Jf, \quad (7.29)$$

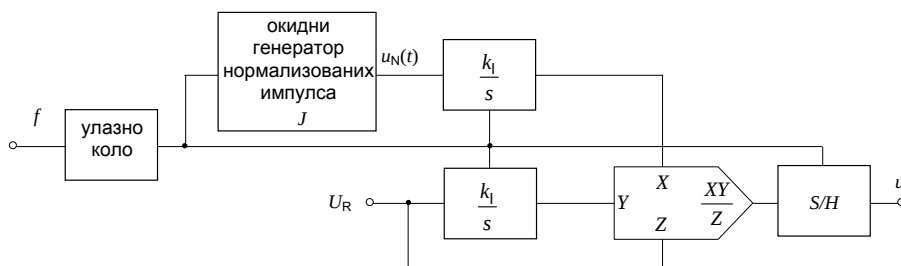
где је  $k_D$  сачинилац преноса делитеља.



Слика 7.9. Одређивање по дефиницији средње вредности напона  $u_N(t)$

Након сваког одмеравања, излазни напон се меморише, а интегратори иницијализују (враћају у почетно стање). Тачност пресликавања  $f \rightarrow u$  не зависи од вредности сачиниоца преноса интегратора,  $k_{I1}$  и  $k_{I2}$ , ако су они међусобно једнаки (упарени). Уколико се примени генератор функције  $XY/Z$  (слика 7.10), постојаће и ефекат компензације ( $k_D = U_R$ ):

$$u = Jf. \quad (7.30)$$



Слика 7.10.  $f/u$  претварач

Ако се учестаност улазних импулса не мења, или се мења довољно споро да се промене у току једне периоде могу да занемаре, може да се сматра да напон  $u_N(t)$ , без обзира на таласни облик импулса, представља периодичну функцију времена:

$$u_N(t + \frac{1}{f}) = u_N(t), \quad (7.31)$$

која формално, математички, може да се представи збиром бесконачног броја чланова који представљају простопериодичне сигнале чија је учестаност целобројни умножак улазне учестаности  $f$  (Фуријеов ред):

$$u_N(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi n f t + \varphi_n). \quad (7.32)$$

Први члан овог реда,  $A_0$ , представља средњу вредност величине  $u_N(t)$  током временског интервала чије је трајање једнако једном периоду понављања улазних импулса:

$$A_0 = f \int_{t_0}^{t_0 + \frac{1}{f}} u_N(t) dt = \overline{u_N}. \quad (7.33)$$

То значи да се напон сразмеран средњој вредности импулсног низа може да добије применом филтра пропусника ниских учестаности (*low-pass filter, LPF*), чија је гранична учестаност мања од учестаности улазног сигнала. Због своје једноставности, ово решење представља уобичајени поступак за добијање средње вредности.

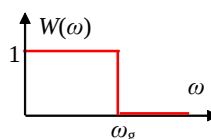
Савршени филтер (*ideal filter*) је елемент са два приступа за који је модуо функције фреквенцијске карактеристике (*frequency response*) једнак јединици унутар једног или више фреквенцијских опсега, а једнак нули за све остале учестаности [11]. У пропусном опсегу савршени филтер преноси сигнал без слабљења. Изван пропусног опсега слабљење је бесконачно велико.

Фреквенцијска карактеристика савршеног филтра пропусника ниских учестаности дата је изразом:

$$W(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{за } \omega \leq \omega_g \\ 0 & \text{за } \omega > \omega_g \end{cases},$$

где је  $\omega_g$  гранична учестаност филтра.

Ако је учестаност  $\omega_g$  нижа од пулсирајуће компоненте улазног сигнала, на излазу савршеног филтра се добија средња вредност улазног сигнала.



Слика 7.11. Амплитудска фреквенцијска карактеристика савршеног филтра пропусника ниских учестаности

Из теорије електричних кола је познато да је физички немогуће остварити електричну мрежу која би се одликовала скоковитим преласком из непропусног у пропусни опсег. Често се у својству нископропусног филтра користи инерцијални елемент првог реда, чија фреквенцијска карактеристика има облик:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega\tau}, \quad (7.34)$$

где је  $\tau$  временска константа која одређује граничну учестаност:

$$\omega_g = \frac{1}{\tau}, \quad (7.35)$$

а  $k$  представља константу преноса инерцијалног елемента.

Због несавршеног филтрирања, излазни напон садржи поред једносмерне компоненте, која је сразмерна средњој вредности улазног сигнала, и наизменичну компоненту (*ripple*), чија амплитуда зависи од таласног облика улазног сигнала, а утолико је већа уколико је временска константа  $\tau$  мања.

Тачност описаног поступка  $f \rightarrow u$  пресликавања превасходно је одређена тачношћу дефинисања површине  $J$  нормализованих импулса. Брзина одзива претвараача у целини одређена је временском константом

филтра који има улогу кола за добијање средње вредности. Ако се занемари таласност излазног напона, при скоковитој промени улазне учестаности од нуле на  $f$ , излазни напон се мења по експоненцијалном закону (одскочни одзив  $LP$ -филтра првог реда):

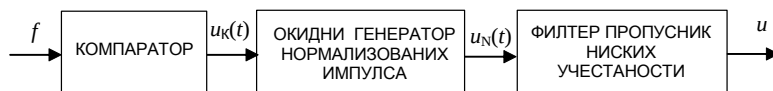
$$u(t) = Jk_S f (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (7.36)$$

Да би се добио што бржи одзив система, потребно је да временска константа  $\tau$  буде што је могуће мања. Међутим, треба имати у виду да је тада гранична учестаност  $\omega_g$  виша, па је таласност на излазу већа. Филтер другог реда има оштрији прелазак између пропусног и непропусног опсега, али и сложенију структуру.

На слици 7.12. приказан је блок-дијаграм  $f \rightarrow u$  претварача заснованог на уобличавању и усредњавању импулса. Помоћу компаратора на улазу обезбеђује се поуздано окидање (*trigger*) генератора нормализованих импулса.

$$u(t) = Jk_S f. \quad (7.37)$$

Време потребно за успостављање стационарног стања, као и неизбежна наизменична компонента излазног напона представљају основне недостатке. Једноставност, као и чињеница да је у великом броју случајева примене брзина промене учестаности мала, чине да овакав поступак има велику практичну вредност.

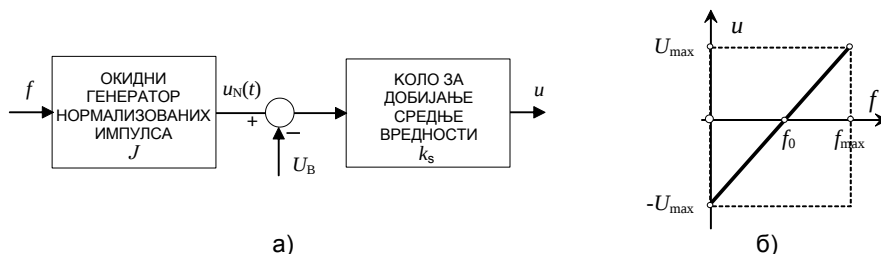


Слика 7.12. Блок-дијаграм  $f \rightarrow u$  претварача

Диференцијални претварач учестаности у једносмерни напон омогућује добијање информације о вредности одступања учестаности  $f$  улазног сигнала од неке референтне вредности  $f_0$ :

$$u(t) = k(f - f_0). \quad (7.38)$$

Општи структурни блок-дијаграм диференцијалног  $f/u$  претварача приказан је на слици 7.13.а.



Слика 7.13. Диференцијални  $f/u$  претварач

Напон поларизације  $U_B$  подешава се тако да је напон  $u$ , који се добија на излазу претварача, једнак нули када је учестаност улазног сигнала једнака референтној учестаности  $f_0$  (слика 7.13.б). На тај начин добија се претварач чија је карактеристика преноса дефинисана изразом:

$$u = (Jf - U_B)k_S = \frac{U_{\max}}{f_0} (f - f_0). \quad (7.39)$$

Да би се то постигло потребно је да буде:

$$U_B = Jf_0, \quad (7.40)$$

где је  $J$  површина нормализованих импулса. Вредност сачиниоца преноса кола за усредњавање,  $k_S$ , подешава се тако да буде:

$$k_S = \frac{U_{\max}}{Jf_0}. \quad (7.41)$$

## 7.4. ГЕНЕРАТОРИ НОРМАЛИЗОВАНИХ ИМПУЛСА

Функција генератора нормализованих импулса је уобличавање улазног сигнала, са циљем да се одстрани утицај облика и амплитуде улазних импулса на тачност извршавања операције пресликавања  $f \rightarrow u$ . Трансформација облика може да се оствари на више начина. У општем случају, таласни облик сигнала  $u_N(t)$  је произвољан, јер интегрални критеријум (једначина 7.21) не поставља ограничења у погледу облика функције  $u_N(t)$ . Шта више, параметри који дефинишу облик импулса могу да се мењају без утицаја на тачност, уколико су промене такве да површина импулса има увек исту, унапред одређену вредност  $J$ .

Ако  $u_N(t)$  представља пад напона који на неком отпорнику ствара поворка нормализованих струјних импулса  $i_N(t)$ , тада сваки од ових струјних импулса носи исту количину наелектрисања  $Q$ :

$$Q = \frac{J}{R}. \quad (7.42)$$

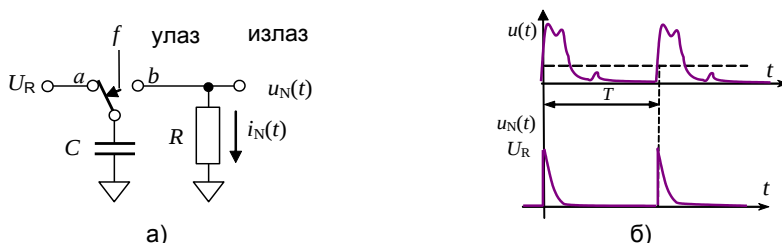
Примењују се два начина генерисања нормализованих струјних импулса константног наелектрисања:

- пражњењем кондензатора познате (референтне) капацитивности, претходно напуњеног на напон познате (референтне) вредности,
- генерисањем пулсирајуће струје правоугаоног таласног облика, константне амплитуде и константног трајања.

У првом случају генеришу се импулси експоненцијалног облика. Нормализовани напонски импулс добија се на крајевима отпорника кроз који протиче струја којом се празни кондензатор који је претходно био напуњен на вредност референтног напона. Такав генератор нормализованих импулса може да се оствари помоћу извора референтног напона  $U_R$ , кондензатора  $C$ ,

отпорника  $R$  и двоструког (преклопног) прекидача  $S$  који се пребацује у ритму учестаности улазног сигнала  $u(t)$  (слика 7.14.а).

Улазни сигнал се уобличава у логички сигнал који управља стањем преклопног прекидача. За време када је прекидач у положају “а” кондензатор се пуни струјом из извора референтног напона  $U_R$ . С обзиром на малу унутрашњу (сопствену) отпорност прекидача, временска константа кола пуњења је мала, па напон на кондензатору веома брзо достиже вредност  $U_R$ . У тренутку наилаaska улазног импулса прекидач се пребацује у положај “b” тако да се кондензатор празни кроз отпорник  $R$ . После истека неког времена  $T_b$  ( $T_b \leq T$ ) прекидач се враћа у положај “а” и цео процес се понавља.



Слика 7.14. Генерисање нормализованих импулса

Струја која протиче кроз излазни отпорник  $R$  представља пулсирајућу величину чија је амплитуда одређена вредношћу напона  $U_R$  и отпорности  $R$ . Ако је временска константа кола пражњења довољно мала (у односу на период понављања улазног сигнала), може да се сматра да су процеси пражњења и поновног пуњења завршени до тренутка појаве следећег импулса у низу. Површина импулса, који представљају струју пражњења  $i_N(t)$ , једнака је количини наелектрисања  $Q$  која је у кондензатор унета током претходног пуњења:

$$Q = \int_{t_m}^{t_m+T_b} i_N(t) dt = CU_R, \quad (7.43)$$

где је  $t_m$  тренутак појављивања  $m$ -тог импулса. Коло делује као пумпа којом се потискује “електрични флуид”<sup>8</sup>.

Таласни облик излазног напона  $u_N(t)$  на излазу кола дефинисан је изразом (слика 7.14.б):

$$u_N(t) = Ri_N(t) = \begin{cases} U_R e^{-\frac{t-t_m}{RC}} & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_b \\ 0 & \text{за } t_m + T_b \leq t < t_{m+1} \end{cases}. \quad (7.44)$$

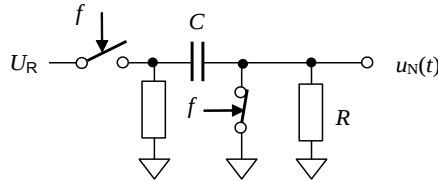
Ако је временски интервал  $T_b$ , у току којег се прекидач налази у положају “b”, довољно дуг у односу на временску константу кола пражњења кондензатора

<sup>8</sup> Електронска пумпа (*charge pump*, *charge dispenser*) примењује се у интегрисаним *flu* претварачима.

( $RC$ ), биће испуњен услов 7.23. Вредност константе  $J$  (површина напонских импулса) једнака је:

$$J = \int_{t_m}^{t_{m+1}} u_N(t) dt = R \int_{t_m}^{t_{m+1}} i_N(t) dt = RQ = RCU_R. \quad (7.45)$$

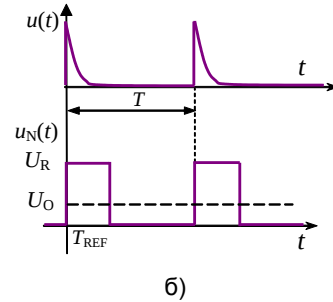
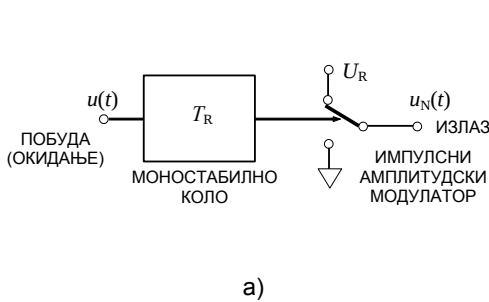
На слици 7.15. приказано је још једно решење проблема генерисања нормализованих напонских импулса помоћу струјних импулса константне количине наелектрисања, у којем је преклопни прекидач замењен са два једнострука комплементарна прекидача. То могу да буду транзистори у прекидачком режиму или интегрисани аналогни прекидачи.



Слика 7.15. Генератор нормализованих импулса

Константна површина импулса може да се оствари и прецизним дефинисањем њиховог облика, амплитуде и трајања. Као генератор нормализованих импулса може, на пример, да се примени моностабилно коло<sup>9</sup> које на свом излазу даје импулсе увек истог трајања  $T_R$  (слика 7.16.а). Помоћу преклопног прекидача добијају се правоугаони импулси сталне амплитуде  $U_R$  и предефинисаног трајања  $T_R$ :

$$u_N(t) = \begin{cases} U_R & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_R \\ 0 & \text{за } t_m + T_R \leq t < t_{m+1} \end{cases}. \quad (7.46)$$



Слика 7.16. Генерисање нормализованих импулса помоћу моностабилног кола

Површина ових импулса једнака је (слика 7.16.б):

$$J = U_R T_R, \quad (7.47)$$

<sup>9</sup> Моностабилна кола су описана у петом поглављу ове књиге.

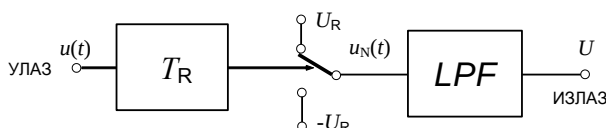
а њихова средња вредност:

$$\overline{u_N(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u_N(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T_R} U_R dt = T_R U_R f. \quad (7.48)$$

Метод заснован на примени моностабилног кола омогућује да се на једноставан начин добије информација о одступању учестаности  $f$  улазног сигнала од неке референтне вредности  $f_0$ . Принцип рада диференцијалног  $f \rightarrow u$  претварача приказан је на слици 7.17. Напон  $u_N$  представља поворку правоугаоних импулса константног трајања за коју важи:

$$u_N(t) = \begin{cases} U_R & \text{за } t_m \leq t < t_m + T_R \\ -U_R & \text{за } t_m + T_R \leq t < t_{m+1} \end{cases}, \quad (7.49)$$

где је  $T_R$  трајање квазистабилног стања, а  $t_m$  тренутак појављивања  $m$ -тог импулса.



Слика 7.17. Диференцијални  $f \rightarrow U$  претварач са моностабилним колом

Ако је учестаност побудних импулса стална, средња вредност напона  $u_N(t)$  једнака је:

$$\overline{u_N(t)} = \frac{U_R T_R - U_R (T - T_R)}{T} = 2 T_R U_R (f - f_0), \quad (7.50)$$

где је  $f_0$  референтна учестаност (у односу на коју се мери одступање улазне учестаности) одређена изразом:

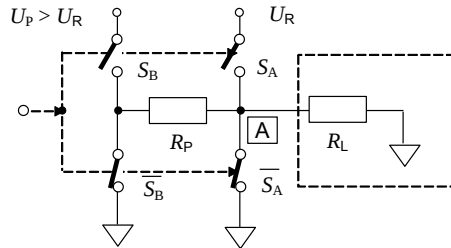
$$f_0 = \frac{1}{2 T_R}. \quad (7.51)$$

Тачност дефинисања амплитуде пулсирајућег напона  $u_N(t)$  утиче на тачност пресликавања  $f \rightarrow u$ . Смањивање утицаја унутрашње отпорности прекидача у стању вођења на вредност излазног напона може да се постигне применом прекидачке *master-slave* структуре приказане на слици 7.18 [12]. Амплитуда импулса одређена је помоћу два двострука преклопна аналогна прекидача  $S_A/S_A$  и  $S_B/S_B$ . Вредност отпорника  $R_P$  подешава се при калибрацији претварача тако да је, када су прекидачи  $S_A$  и  $S_B$  затворени, излазни напон на излазу (у тачки А) једнак вредности референтног напона:

$$R_B = R_L \cdot \frac{U_P - U_R}{U_R} - R_{SB}, \quad (7.52)$$

где је  $R_{SB}$  унутрашња отпорност затвореног прекидача  $S_B$ , а  $R_L$  отпорност оптерећења које представља улазна отпорност излазног кола. У том случају, референтна струја  $I_R$  која протиче кроз отпорник  $R_L$  потиче од помоћног

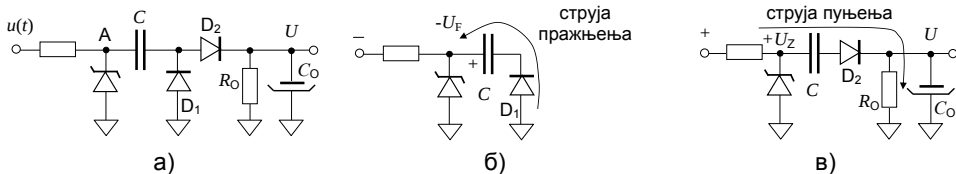
извора напона  $U_P$ , а пад напона на прекидачу  $S_A$  је једнак нули. На тај начин се извор референтног напона  $U_R$  растерећен “обавезе” да даје струју коју следеће коло у ланцу обраде захтева за свој рад. Кроз прекидач  $S_A$  извор референтног напона само контролише вредност напона у тачки А. Додаје или одузима неку струју уколико, у току рада кола, дође до промене вредности унутрашње отпорности прекидача  $S_B$ , односно напона  $U_P$ . Ова корекциона струја је мала, па је пад напона на прекидачу  $S_A$  веома мали, а самим тим његова унутрашња отпорност веома мало утиче на амплитуду импулса.



Слика 7.18. Прецизно уобличавање импулса

## 7.5. ПРАКТИЧНА РЕШЕЊА $f \rightarrow u$ ПРЕТВАРАЧА

На слици 7.19.а приказан је једноставан  $f/u$  претварач заснован на претходно описаном поступку. Његова тачност није висока, али је једноставан и не садржи активне елементе. То значи да није потребан додатни извор за напајање. Ова једноставна структура може да се угради у кућиште аналогног показног инструмента са кретним калемом.



Слика 7.19.  $f/U$  претварач

Када на улазу делује наизменични напон, чија је амплитуда већа од пробојног напона Ценер-диоде,  $U_Z$ , кондензатор  $C$  се наизменично пуни и празни. Промена напона на левом крају кондензатора  $C$  (тачка А) једнака је:

$$\Delta U_A = U_Z - U_F, \quad (7.53)$$

где је  $U_F$  напон Ценерове диоде када је она поларисана у пропусном смеру. Притом, диоде  $D_1$  и  $D_2$  делују као скретница која усмерава носиоце наелектрисања, тако да кроз излазни  $R_O C_O$  филтер могу да пролазе само импулси струје који имају одговарајући смер<sup>10</sup>.

Када је улазни напон негативан ( $u_A = -U_F$ ), диода  $D_2$  је инверзно поларисана, кондензатор  $C$  се празни кроз диоду  $D_1$  (слика 7.19.б). Када

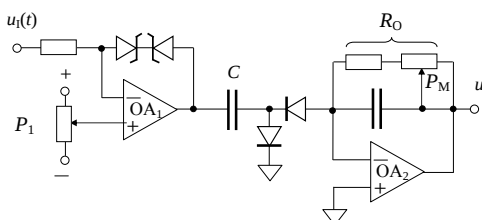
<sup>10</sup> Понекад се оваква структура назива “диодна пумпа”.

улазни напон довољно порасте кондензатор  $C$  се пуни кроз диоду  $D_2$  (слика 7.19.в). Струја пуњења протиче кроз излазни  $R_O C_O$  филтер. Ако је опсег промене напона на Ценер-диоди,  $\Delta U_Z$ , много већи од излазног напона  $U_O$  важи:

$$U \cong R_O Q f \approx R_O C \Delta U_Z f . \quad (7.54)$$

Капацитивност кондензатора  $C_O$  утиче на вредност заостале наизменичне компоненете на излазу.

На слици 7.20 приказан је  $f \rightarrow u$  претварач са операционим појачавачима. Уобличавање улазног сигнала остварује се помоћу операционог појачавача  $OA_1$ , у чијој грани повратне спреге се налазе две редно везане Ценер-диоде. На тај начин, појачавач делује као инвертујући компаратор који, при побуди пулсирајућим напонам, на свом излазу даје биполарне правоугаоне импулсе чија је амплитуда  $U_{ZZ} = U_Z + U_F$ . Помоћу потенциометра  $P_1$  подешава се праг пребацивања.

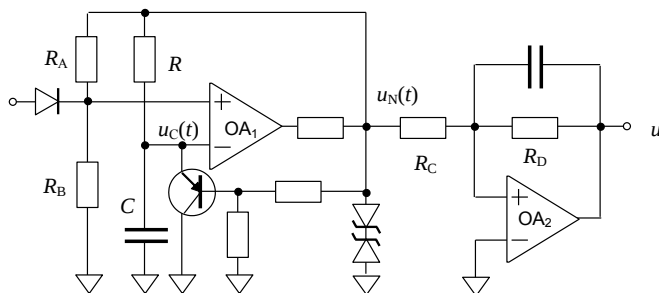


Слика 7.20.  $f \rightarrow u$  претварач са операционим појачавачима

На излазу овог кола налази се активни инвертујући филтер првог реда, пропусник ниских учестаности. Помоћу потенциометра  $P_M$  подешава се максимална вредност излазног напона.

$$u = R_O Q f = R_O C \Delta U_Z f = 2 R_O C U_{ZZ} f = 2 R_O C (U_Z + U_F) f . \quad (7.55)$$

На слици 7.21 приказан је  $f/u$  претварач са моностабилним колом. Операциони појачавач  $OA_1$  је везан као инвертујући компаратор са хистерезисом помоћу којег је остварен окидни генератор правоугаоних импулса константне амплитуде и константног трајања. Транзистор делује као прекидач којим се празни интеграциони кондензатор  $C$  [13].



Слика 7.21.  $f \rightarrow u$  претварач са моностабилним колом

У одсуству улазног сигнала, моностабилно коло се налази у стабилном стању. Излаз појачавача  $OA_1$  је тада у негативном засићењу, напон  $u_N$  је једнак  $-U_{ZZ}$ , а на неинвертујућем улазу појачавача  $OA_1$  делује негативан напон  $U_N$ :

$$U_N = -U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B} . \quad (7.56)$$

Транзистор се налази у стању засићења, па је напон  $U_{C0}$  на инвертујућем улазу појачавача приближно једнак нули<sup>11</sup>. Краткотрајан позитиван импулс на улазу кола доводи излаз појачавача  $OA_1$  у област позитивног засићења. Напон  $u_N$  постаје једнак  $+U_{ZZ}$ , а на неинвертујућем улазу појачавача делује позитиван напон  $U_P$ :

$$U_P = U_{ZZ} \frac{R_B}{R_A + R_B} . \quad (7.57)$$

Транзистор доспева у стање закачења и започиње процес пуњењења кондензатора  $C$  кроз отпорник  $R$ . Напон  $u_C(t)$  се мења по експоненцијалном закону:

$$u_C(t) = U_{ZZ} \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) . \quad (7.58)$$

Када напон на инвертујућем улазу појачавача ( $u_C$ ) достигне вредност напона на неинвертујућем улазу ( $U_P$ ), операциони појачавач делује као диференцијални компаратор на чијем излазу се успоставља напон позитивног засићења и транзистор доспева у проводно стање. Брзим пражњењем кондензатора  $C$  у колу се успоставља стабилно стање, које остаје до појаве следећег импулса на улазу. Трајање квазистабилног стања одређено је изразом:

$$T_R = RC \ln \left( 1 + \frac{R_B}{R_A} \right) . \quad (7.59)$$

Појачавач  $OA_2$  делује као филтер прописних ниских учестаности. Напон на његовом излазу једнак је:

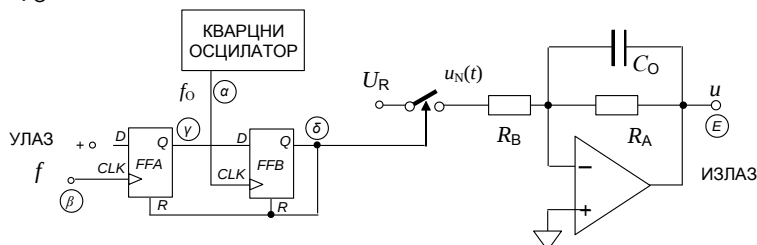
$$u = -\frac{R_D}{R_C} T_R U_{ZZ} f . \quad (7.60)$$

Већа стабилност се постиже када се референтни временски интервал  $T_R$  не одређује временском константом кола пуњења кондензатора ( $RC$ ), већ бројањем импулса референтног осцилатора стабилне учестаности. Принципска електрична шема таквог  $f/u$  претварача приказана је на слици 7.22. Флипфлопови  $FFA$  и  $FFB$  образују дигитално моностабилно коло које,

<sup>11</sup> Треба уочити да биполарни транзистор ради у "инверзном споју" (када је у стању вођења спој база-колектор директно поларисан) јер је тада, када се транзистор налази у стању засићења, напон између емитора и колектора мањи него напон засићења колектор-емитор транзистора у "нормалном споју" [11].

након сваке појаве улазног импулса, на свом излазу даје импулс чије је трајање једнако периоду осциловања референтног осцилатора:

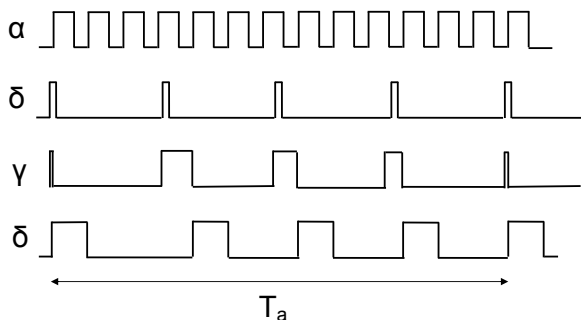
$$T_R = T_O = \frac{1}{f_O} . \quad (7.61)$$



Слика 7.22. Синхронизовани  $f \rightarrow u$  претварач

На слици 7.23 приказани су дијаграми напона у карактеристичним тачкама овог кола. Треба уочити да тренутна вредност учестаности на излазу моностабилног кола није једнака учестаности побудних импулса. Због асинхронизма који, у општем случају неизбежно постоји између тренутака појављивања импулса улазног сигнала и импулса слободноосцилујућег референтног осцилатора, после сваке узлазне ивице улазног сигнала на излазу флипофлопа FFB (у тачки D) појављује се, након извесног кашњења  $T_d$ , један импулс чије је трајање једнако периоду осциловања референтног осцилатора. Опсег могућих вредности интервала кашњења  $T_d$  одређен је релацијама:

$$0 \leq T_d \leq T_O . \quad (7.62)$$



Слика 7.23. Временски дијаграми напона у колу синхронизованог  $f \rightarrow u$  претварача

С обзиром да за исправан рад кола мора да буде задовољен услов:

$$T > \max T_d + T_O , \quad (7.63)$$

учестаност референтног осцилатора треба бар два пута да буде већа од максималне вредности учестаности улазног сигнала.

Трајање интервала кашњења  $T_d$  мења се током времена, у зависности од односа учестаности  $f$  и  $f_O$ . То значи да се мења и тренутна вредност

учестаности импулса на излазу флипфлопа  $B$ . Међутим, ако се улазна учестаност не мења у току интервала посматрања, промене трајања интервала кашњења су такве да је средња вредност учестаности сигнала  $u_N(t)$  једнака учестаности улазних импулса. Наиме, у том случају, однос вредности  $T$  и  $T_O$  може да се представи у облику несводљивог разломка<sup>12</sup>:

$$\frac{T}{T_O} = \frac{p}{q}, \quad (7.64)$$

где су  $p$  и  $q$  узајамно прости цели позитивни бројеви, при чему је  $q = 1$  ако  $T$  представља целобројни умножак  $T_O$ . Ширина временског интервала  $T_d$  тада представља периодичну функцију са периодом понављања  $T_a$ :

$$T_a = qT = pT_O. \quad (7.65)$$

Ако се број  $p$  може да представи у облику:

$$p = nq + s, \quad (7.66)$$

где су  $n$  и  $s$  цели бројеви, при чему је:

$$n = \left\lfloor \frac{p}{q} \right\rfloor, \text{ и } 0 \leq s \leq q-1, \quad (7.67)$$

важи једначина:

$$T_a = s(n+1)T_O + (q-s)nT_O. \quad (7.68)$$

Она показује да се у току сваког временског интервала  $T_a$  на излазу моностабилног кола појављује  $s$  импулса чије је “тренутни период”  $T_H$  једнак:

$$T_H = (n+1)T_O, \quad (7.69)$$

и  $q-s$  импулса чији је “тренутни период”  $T_L$  једнак:

$$T_L = nT_O. \quad (7.70)$$

Међутим, средња вредност тренутног периода појављивања импулса сигнала  $u_N(t)$ ,  $T_N$ , једнака је периоду појављивања улазних импулса:

$$T_N = \frac{T_a}{q} = \frac{sT_H + (q-s)T_L}{q} = T. \quad (7.71)$$

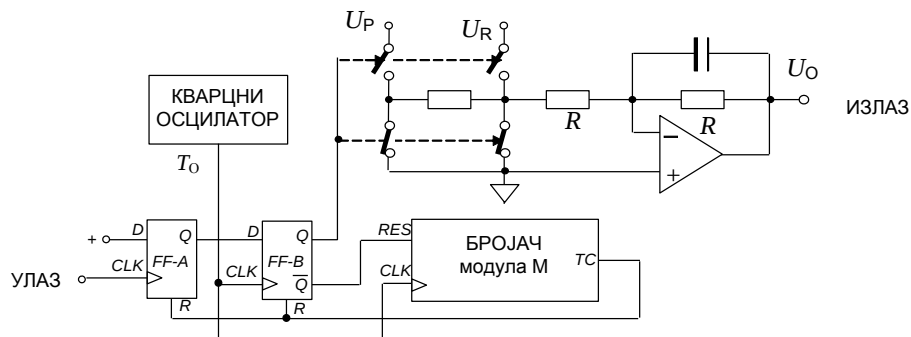
Дакле, ако се улазна учестаност не мења у току интервала посматрања, у стационарном стању, асинхронизам који постоји између улазних и референтних импулса не утиче на статичку тачност пресликавања  $f \rightarrow u$ .

При обради сигнала ниске учестаности, пожељно је да трајање временског интервала  $T_R$  буде једнако умношку периода понављања импулса (слика 7.24). Флипфlop  $FFA$  “памти” предњу ивицу улазног сигнала.

<sup>12</sup> Сваки реалан број може да се са произвољном тачношћу представи у овом облику.

Флипфлоп  $FFB$  остварује синхронизацију са референтним осцилатором. Помоћу бројача одмерава се трајање временског интервала  $T_R$  тако да важи:

$$T_R = MT_O \quad (7.72)$$



Слика 7.24.  $f/U$  претварач високе тачности

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 J.D.Martin, *Digital Methods of Frequency Measurement: A Comparison*, The Radio and Electronic Engineer, Vol. 42, No 6, June 1972, pp. 285-294.
- 2 International Electrotechnical Vocabulary, IEC 60050: part 101, Mathematics/Quantities dependent on a variable.
- 3 H. Taub, D. Schilling, *Principles of Communication Systems*, McGraw-Hill, 1971.
- 4 P. Roth, A wideband analog frequency meter, *Hawlet Packard Journal*, March, 1967.
- 5 П. Бошњаковић, Умеће мерења, ВИШЕР, 2011, с.186.
- 6 S. Gagne, D. Poussart, *Instantaneous Frequency measurement of Neural Events*, IEEE Trans. on Biomedical Eng. Vol BME 23, No 1, January, 1976.
- 7 Реф. 4, с.195.
- 8 Реф. 4, с.187.
- 9 P. Bošnjaković, Jedno rešenje problema preciznog merenja mrežne frekvencije, *Automatika*, 5-6, 1976, s.194-196.
- 10 P. Bošnjaković, D. Rađenović, *Pretvarač frekvencije elektroenergetske mreže visoke tačnosti*, *Elektroprivreda*, br. 3, 1997, s.79 - 83.
- 11 IEC, IEC 60050: part 131-15, *Circuit theory / Two-port and n-port networks*, 131-15-37.
- 12 П. Бошњаковић, Б. Хаџибабић, М. Нешић, Н. Толић, Прилог остваривању еталона јединице електричне енергије, ЕТРАН, 2004.
- 13 П. Бошњаковић, Аналогна електроника, ВИШЕР, 2012, с.89.

Да ли је данас потребно  
више аналогних инжењера?  
Свакако: да!  
Међутим,  
нису потребни лоши инжењери.  
Потребно је више врло добрих  
или одличних аналогних инжењера.

*Barrie Gilbert*

*"The future of electronics engineering"*



## 8.

# ПРЕТВАРАЧИ АНАЛОГНИХ ВЕЛИЧИНА У УЧЕСТАНОСТ

Претварач аналогне вечине у учестаност је управљани осцилатор чија је учестаност осциловања функција вредности улазне величине. Фреквенцијска модулација је једна од основних техника преноса информација на даљину [1]. Претварачи аналогних величина у учестаност имају посебан значај и у мерној техници. Осим даљинског мерења, [2], они омогућују ефикасно мерење интегралних величина као што су количина флуида, наелектрисање, електрична и топлотна енергија.

У начелу, учестаност електронског осцилатора зависи од више различитих електричних величина. Обзиром да неке од њих могу да зависе од неких неелектричних величина, такав осцилатор омогућује и да се одређена неелектрична величина мери електронски, дигитално, на једноставан начин са високом тачношћу<sup>1</sup>. Овакав поступак може да се примени при мерењу електричног напона, струје, отпорности, капацитивности, индуктивности, као и неелектричних величина (температура, деформација, притисак...), од којих ове електричне величине зависе.

У овом поглављу обрађују се општи појмови који се односе на операцију којом се информација о вредности неке аналогне величине представља пулсирајућим сигналом чији је информациони параметар учестаност. Разматрају се интеграционе методе пресликавања  $a \rightarrow f$ . Описана су основна кола претварача напона у учестаност.

## 8.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

У начелу, пресликавање у учестаност може да се оствари:

- модулацијом учестаности хармонијског осцилатора, и
- управљањем вредношћу интегрисане величине у несинусном осцилатору интеграторског типа.

У овом поглављу разматра се првенствено ова друга категорија која обезбеђује шири опсег управљања, једноставност и бољу линеарност.

---

<sup>1</sup> Учестаност и трајање временског интервала су величине која се у данашње време мере са највишом тачношћу.

Ако се улазна аналогна величина  $a$ , чија се вредност пресликава на вредност учестаности  $f$  неких импулса, мења током интервала посматрања  $T_M$ , број импулса генерисаних током временског интервала  $T_M$  одређен је изразом:

$$N = \int_{t_0}^{t_0+T_M} f(t)dt = k_f T_M \frac{1}{T_M} \int_{t_0}^{t_0+T_M} a(t)dt = k_f T_M \overline{a(t)}, \quad (8.1)$$

где је  $k_f$  сачинилац сразмере учестаности  $f$  и величине  $a$ . Другим речима, резултат мерења, број генерисаних импулса, представља меру средње вредности величине  $a$  током интервала посматрања.

Основни део претварача (који пресликавање аналогне величине у учестаност остварује интеграцијом улазне величине) представља интеграциони елемент за чији излаз  $a_1(t)$  важи:

$$a_1(t) = A_1(t_0) + k_1 \int_{t_0}^t a(t)dt, \quad (8.2)$$

где је  $k_1$  сачинилац преноса. Када је подинтегрална величина  $a(t)$  стална и једнака  $A$ , временски интервал  $T$  потребан да се излаз интегратора промени за неку унапред одређену вредност  $\Delta A_1$ , једнак је:

$$T = \frac{\Delta A_1}{k_1 A}. \quad (8.3)$$

Ако овај временски интервал одређује период понављања неких импулса (у општем случају произвољног таласног облика), њихова је учестаност сразмерна вредности подинтегралне величине  $a$ :

$$f = \frac{1}{T} = k_1 \frac{A}{\Delta A_1}. \quad (8.4)$$

Другим речима, задатак пресликавања аналогне величине у учестаност може да се сведе на задатак одмеравања интеграла улазне величине, односно на одређивање времена потребног да се интеграл улазне величине промени за увек исту, константну вредност  $J = \Delta A_1/k_1$ . Једначина 8.4 своди се на формулу:

$$f = \frac{A}{J}. \quad (8.5)$$

Формула 8.5 је, заправо, логичка последица физичке природе учестаности. Учестаност поворке импулса који се појављују на излазу управљаног осцилатора, као претварача аналогне величине  $a$  у учестаност  $f$ , представља брзину њиховог појављивања. Другим речима, важи формула:

$$f = \frac{\Delta N}{\Delta t}, \quad (8.6)$$

где је  $\Delta N$  промена укупног броја генерисаних импулса, настала током временског интервала  $\Delta t$ . Ако се подинтегрална величина  $a$  мења, мења се и

учестаност  $f$ . Укупан број импулса који се појавио током интервала посматрања  $[t_0, t]$  одређен је интегралном једначином:

$$N = \int_{t_0}^t f(t) dt . \quad (8.7)$$

За  $N = 1$ , следи формула:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt = 1 . \quad (8.8)$$

Ако је учестаност посматраног низа импулса сразмерна вредности величине  $a(t)$ :

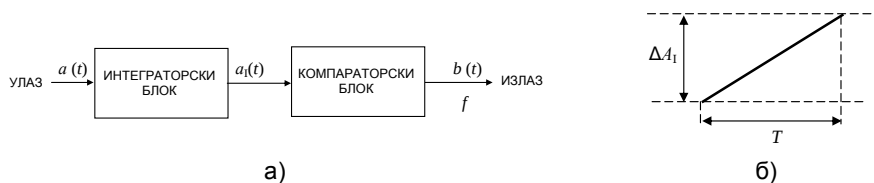
$$f(t) = ka(t) , \quad (8.9)$$

важи:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = \frac{1}{k} = const . \quad (8.10)$$

На основу овог разматрања сагледава се фундаментално својство  $a \rightarrow f$  пресликавања заснованог на дефиниционој формули 8.6. Интеграл улазне величине, током једног периода излазног сигнала, има увек исту, константну вредност. Интеграциони поступци  $a/f$  претварања засновани су на овом својству.

Интеграциони  $a/f$  претварачи могу да се сврстају у релаксационе осцилаторе<sup>2</sup>. Процес пресликавања заснива се на одређивању времена потребног да се интеграл улазне величине промени за тачно одређену, константну вредност. Овај временски интервал дефинише тренутну вредност периода појављивања импулса на излазу претварача. Да би се одредило трајање једног периода потребно је на одговарајући начин остварити одмеравање напона на излазу интегратора. Сваки  $a/f$  претварач интеграционог типа мора да садржи бар један интегратор и бар један компаратор (слика 8.1.а).

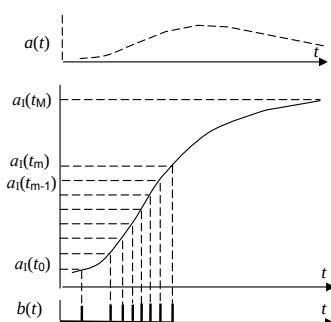


Слика 8.1. Интеграциони  $a \rightarrow f$  претварач

<sup>2</sup> У ширем смислу, релаксациони осцилатори су импулсни осцилатори. У ужем смислу под овим називом се подразумевају несинусни осцилатори, код којих су осцилације произведене релативно спором акумулацијом енергије у једном елементу и њеним наглим преносом у други елемент.

Временски интервал потребан да се интеграл улазног напона промени за тачно одређену, константну вредност дефинише тренутну вредност периода понављања импулса на излазу претварача (слика 8.1.6). Тренутна вредност учестаности појављивања импулса, генерисаних низом сукцесивних компарација, сразмерна је средњој вредности величине током (сваког) периода појављивања (слика 8.2):

$$f = \frac{k_I}{\Delta A_I} \overline{a(t)}. \quad (8.11)$$



Слика 8.2. Интеграционо  $a \rightarrow f$  пресликавање

Да би процес интеграције могао да се обавља неограничено дуго, потребно је да интегратор и компаратор буду међусобно тако спрегнути, да се успоставе осцилације које излаз интегратора одржавају унутар граница радног опсега. Притом, да би се обезбедио и континуитет процеса пресликавања  $a \rightarrow f$  потребно је да период ових осцилација садржи цео број периода појављивања излазних импулса. Најчешће (најједноставније) је да период осцилација буде једнак периоду појављивања импулса на излазу  $a/f$  претварача.

Претварач аналогне величине у учестаност омогућује представљање улазне аналогне (електричне или неелектричне) величине у облику нормализоване вредности информационог параметра излазног сигнала који у овом случају представља учестаност појављивања излазних импулса. Од претварача се, најчешће, захтева да промене вредности улазне величине,  $a$ , пресликава на излаз као сразмерне промене вредности излазне величине<sup>3</sup>  $f$ :

$$\Delta f = k \Delta a, \quad (8.12)$$

где је  $k$  константа, која представља осетљивост претварача. Дугим речима, зависност  $f(a)$  треба да буде линеарна.

У општем случају, вредност улазне величине  $a$  у опсегу  $[A_{\min}, A_{\max}]$  једнозначно се пресликава на вредност излазне учестаности  $f$  у опсегу  $[F_{\min}, F_{\max}]$  према закону:

$$\frac{f - F_{\min}}{a - A_{\min}} = k, \quad (8.13)$$

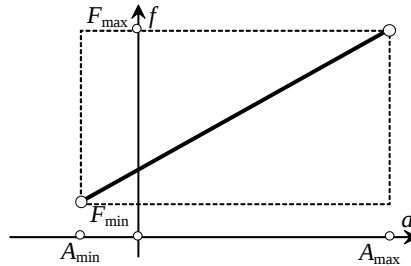
<sup>3</sup> Излазна величина  $f$  представља показивање претварача (*indication*).

односно:

$$f = F_{\min} + k \cdot (a - A_{\min}), \quad (8.14)$$

$$k = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{A_{\max} - A_{\min}}. \quad (8.15)$$

Вредност параметара  $A_{\min}$ ,  $k$  и  $F_{\min}$  се подешава сходно конкретним потребама<sup>4</sup>.



Слика 8.3. Карактеристика претварача

У посебном случају вредност излазне величине је сразмерна вредности улазне величине:

$$f = k \cdot a, \quad (8.16)$$

$$k = \frac{F_{\min}}{A_{\min}} = \frac{F_{\max}}{A_{\max}}. \quad (8.17)$$

Разлика  $A_{\max} - A_{\min}$  је распон (*span*) односно ширина опсега вредности улазне величине, док разлика  $F_{\max} - F_{\min}$  представља излазни распон. Границе радног опсега,  $A_{\min}$  и  $A_{\max}$ , одређене су захтевима процеса који се надзире (односно, којим се управља) и, по правилу, стандардизоване (на пример: 0 до 10 V, -10 V до 10 V, 0 до 10 mA, 4 mA до 20 mA).

Стварна карактеристика претварача одступа од линеарне. Мера овог одступања је разлика стварне вредности излазне величине,  $f$ , и вредности  $f_T$  која одговара карактеристици савреног претварача:

$$\Delta f = f - f_T. \quad (8.18)$$

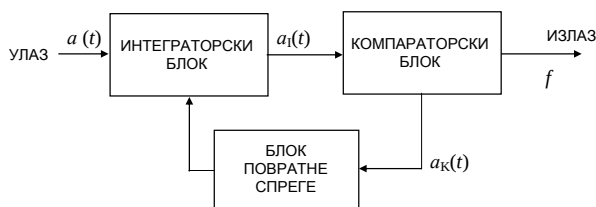
Величина  $\Delta f$  представља грешку (*error*) апроксимације стварне функционалне зависности  $f(a)$  линеарном функцијом. Има исту димензију као и излазна величина. Величина  $f_T$  представља договорену праву вредност (*conventional true value*).

## 8.2. ИНТЕГРАЦИОНИ $a/f$ ПРЕТВАРАЧИ

Општи структурни блок-дијаграм интеграционог  $a/f$  претварача приказан је на слици 8.4. То је нелинеаран систем са јаком повратном спрегом, која има за циљ да, променом услова рада интегратора, одржава његов излаз унутар одређених граница. Да би се то постигло, у систему се успостављају осцилације чији је период одређен временом потребним да се интеграл улазне величине промени за одређену вредност (једначина 8.10). Утицај

<sup>4</sup> Због толеранција вредности елемената у колу, које утичу на улазну/излазну карактеристику претварача, подешавање је потребно и у случају када су границе опсега улазне и излазне величине унапред познате и сталне. Иницијалним подешавањем смањује се и утицај несавршености активних елемената у колу, чије се деловање испољава као адитивна или мултипликативна грешка.

појединих блокова, односно појединих њихових карактеристика, на учестаност осциловања зависи од начина на који повратна спрега делује на интегратор.

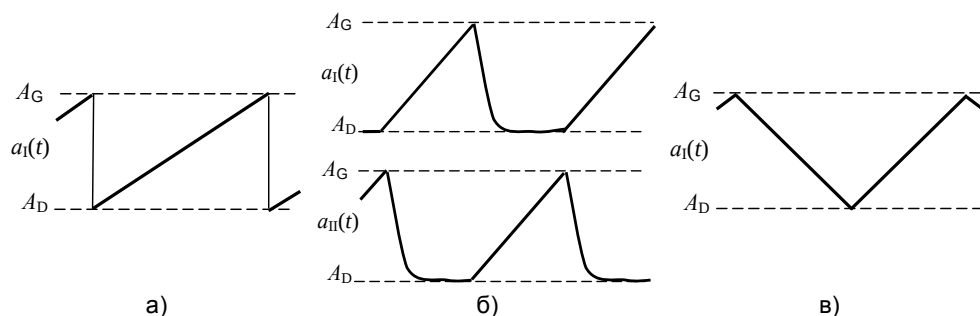


Слика 8.4.  $a \rightarrow f$  претварач

Одмеравање интеграла улазне величине може да се оствари на два начина:

- поређењем излаза интегратора са референтним нивоима који дефинишу опсег промене излаза интегратора  $a_I(t)$ ; и
- динамичким уравнотежавањем улазне величине импулсима сталног облика и амплитуде, које генерише блок повратне спреге.

Одржавање осцилација у систему заснованом на директном поређењу постиже се на различите начине. Метод једностране интеграције заснован је на брзом враћању излаза интегратора на почетну вредност, како би започео нов интервал интеграције улазне величине (слика 8.5.а). Метод двоструке интеграције користи два интегратора [3]. Док један обавља интеграцију у другом се врши успостављање почетног стања (слика 8.5.б). Метод двостране интеграције користи интеграцију инвертоване улазне величине да врати излаз интегратора унутар утврђених граница (слика 8.5.в). У првом и другом случају, сигнал повратне спреге “ресетује” интегратор. У трећем случају, сигнал повратне спреге мења знак подинтегралне величине, како би обезбедио враћање излаза интегратора на почетну вредност.



Слика 8.5. Методи поређења са референтним нивоима

У систему чији је рад заснован на принципу динамичке равнотеже врши се уравнотежавање улазне величине нормализованим импулсима  $a_F(t)$  који се генеришу у колу повратне спреге. За импулсе повратне спреге важи интегрални критеријум:

$$\int_{t_m}^{t_m+T} a_F(t) dt = \text{const} , \quad (8.19)$$

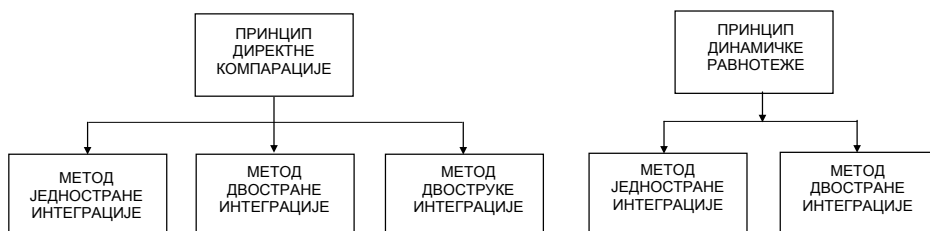
где је  $t_m$  тренутак појављивања  $m$ -тог импулса а  $T$  интервал њиховог појављивања. На основу интегралне једнакости:

$$\int_{t_m}^{t_m+T} a_F(t) dt = \int_{t_m}^{t_m+T} a(t) dt . \quad (8.20)$$

следи:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\frac{1}{T} \int_{t_m}^{t_m+T} a(t) dt}{\int_{t_m}^{t_m+T} a_F(t) dt} = \frac{\overline{a(t)}}{\text{const}} = \frac{\overline{a(t)}}{J} . \quad (8.21)$$

Уравнотежавање може да буде остварено на бази једностране или двостране интеграције улазне величине. У овом другом случају, у сваком циклусу уравнотежавање обухвата сукцесивну промену поларитета интегрисане величине и поларитета нормализованих импулса. Класификација метода рада  $a/f$  претварача може да се представи дијаграмом приказаним на слици 8.6.



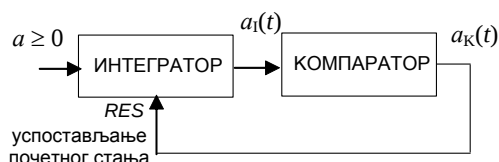
Слика 8.6. Класификација интеграционих метода  $a/f$  претварања

Посебну врсту  $a/f$  претварача представљају системи у којима се пресликавање  $a \rightarrow f$  остварује применом инверзног,  $f \rightarrow a$ , пресликавања у грани повратне спреге операционог појачавача. Они се разматрају у једанаестом поглављу ове књиге.

### 8.3. МЕТОД ЈЕДНОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

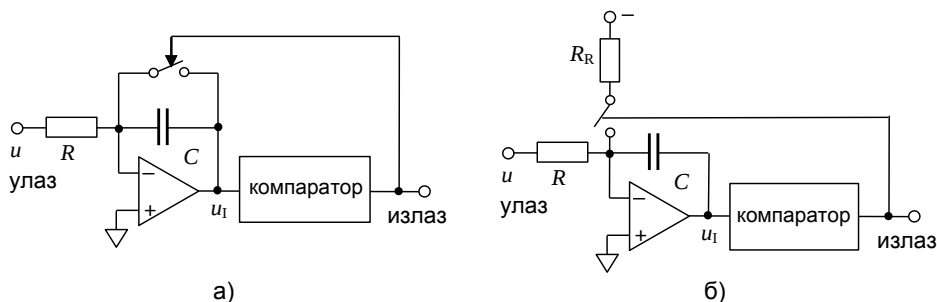
Метод једностране интеграције, у начелу, пружа најједноставније решење проблема реализације  $u/f$  претварача. Функционално, конвертор овог типа је интегратор који одмерава временски интервал потребан да се интеграл улазне величине промени од једне до друге граничне вредности. Затим се врши брзо враћање интегратора на почетну вредност и цео процес се понавља (слика 8.7).

Претварач аналогне величине у учестаност је заправо осцилатор у којем постоје два квазистабилна стања. У једном од њих систем је под дејством улазне величине. Његово је трајање обрнуто сразмерно вредности улазне величине. Након достизања граничне вредности, систем прелази у друго квазистабилно стање, када га јака повратна спрега враћа у полазно стање. Основно обележје претварача овог типа је изразита несиметрија у трајању квазистабилних стања у колу. Временски интервал  $T_r$  у току којег се врши враћање излаза интегратора на почетну вредност многоструко је краћи од трајања периода осциловања система и практично не зависи од вредности улазне величине.



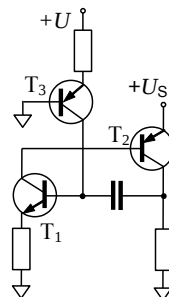
Слика 8.7.  $a/f$  претварач са једностраном интеграцијом

На слици 8.8.а приказана је принципска шема  $u/f$  претварача са операционим појачавачем у улози интегратора и компаратора у улози кола за детекцију достизања граничних вредности напона на излазу интегратора [4], [5]. Успостављање почетног стања остварује се прикључивањем прекидача паралелно интеграционом кондензатору. У колу приказаном на слици 8.8.б пражњење интеграционог кондензатора остварује се прикључивањем напона одговарајућег поларитета. Пражњење је утолико брже уколико је отпорност  $R_R$  мања.



Слика 8.8.  $u/f$  претварачи са операционим појачавачем

Функције компаратора и прекидача којим се кондензатор празни могу да обаве елементи (односно кола) са карактеристиком негативне отпорности. У начелу, интегратор може да буде и пасивни, али је за постизање боље линеарности неопходна примена активних интегратора. Овакав поступак се примењује, на пример, у колу астабилног мултивибратора са комплементарним транзисторима, који је приказан на слици 8.9. Транзистор  $T_1$  обавља функцију компаратора,  $T_2$  је прекидачки транзистор, а помоћу транзистора  $T_3$  реализован је напонски контролисан извор струје у склопу интегратора. Успостављање почетног стања (напона) у колу интегратора остварује се комутацијом интеграционог кондензатора, његовим прикључивањем на извор сталног напона  $+U_S$ .



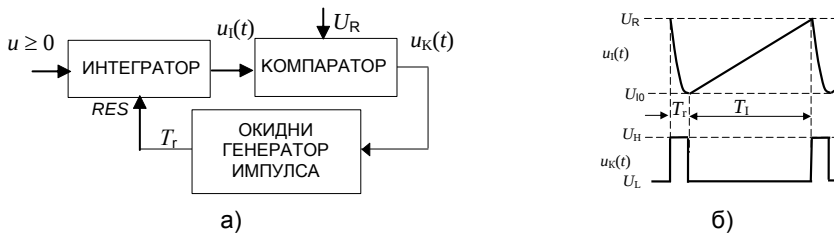
Слика 8.9. Претварач са комплементарним мултивибратором

Позитивна повратна спрега обезбеђује велику брзину комутационог процеса која траје све док се кондензатор не напуни. Пуњење се тада прекида, транзистори прелазе у закочено стање и процес интеграције поново започиње

Успостављање почетног стања може да се оствари коришћењем окидног генератора импулса, као што је то приказано на слици 8.10.а. Када генератор импулса није побуђен напон на излазу интегратора,  $u_I(t)$ , одређен је једначином:

$$u_I(t) = k_I \int_0^t u(t) dt + U_{I0}, \quad (8.22)$$

где је  $k_I$  константа интегратора, а  $U_{I0}$  почетна вредност напона на излазу интегратора.



Слика 8.10.  $u/f$  претварач са једностраном интеграцијом

Овакво стање траје до тренутка када напон  $u_I(t)$  достигне референтну вредност  $U_R$ . Промена стања компаратора побуђује генератор импулса, чије је трајање  $T_r$ , којим се интегратор враћа у почетно стање, када је напон на његовом излазу једнак  $U_{I0}$ . Ова фаза рада представља “интервал релаксације”. Након истека времена  $T_r$ , започиње нови интервал интеграције и цео циклус се понавља. Када улазна величина има сталну вредност  $U$ , сигнал на излазу интегратора има карактеристичан “тестераст” таласни облик (слика 8.10.б). Трајање интервала интеграције,  $T_I$ , одређено је временом потребним да се напон на излазу интегратора промени од почетне вредности  $U_{I0}$  до прага поређења  $U_R$ :

$$T_I = \frac{U_R - U_{I0}}{k_I U}. \quad (8.23)$$

Ако се трајање интервала релаксације,  $T_r$ , може да занемари у односу на трајање “радног интервала”,  $T_I$ , учестаност осциловања једнака је:

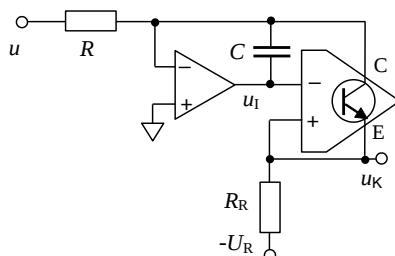
$$f \cong f_I = \frac{1}{T_I} = k_I \frac{U}{\Delta U_I}, \quad (8.24)$$

где је  $\Delta U_I$  опсег промене напона на излазу интегратора.

Уколико се улазни напон мења, тренутна вредност учестаности осциловања сразмерна је средњој вредности улазне величине током интервала интеграције:

$$f = k_1 \frac{\overline{u(t)}}{\Delta U_1} \quad (8.25)$$

У колу приказаном на слици 8.11, интегрисани компаратор LM311 користи се двојако, као компаратор и као прекидач који такође обавља две функције: омогућује пражњење интеграторског кондензатора и истовремено обезбеђује позитивну повратну спрегу у колу компараторског блока [6]. На тај начин обезбеђен је хистерезис који, када је улазни напон позитиван, држи коло у осцилаторном режиму рада. Када је излазни транзистор закочен врши се интеграција улазног напона и излаз интегратора опада. Инвертујући улаз компаратора је једнак референтном напону  $-U_R$  (транзистор је закочен). Када напон на излазу интегратора достигне напон  $-U_R$  транзистор постаје проводан и спаја, преко отпорника  $R_R$  инвертујући улаз појачавача са напонем  $-U_R$ . Овај процес траје све док напон на излазу интегратора не опадне до вредности напона неинвертујућег улаза (привидна нула) појачавача. Транзистор се кочи и цео процес се понавља.



Слика 8.11.  $U/f$  претварач компактне структуре

### 8.3.1 ПОБОЉШАЊЕ ЛИНЕАРНОСТИ $u/f$ ПРЕТВАРАЧА СА ЈЕДНОСТРАНОМ ИНТЕГРАЦИЈОМ

Уколико услов  $T_r \ll T_1$  није испуњен, карактеристика преноса  $U/f$  претварача са једностраном интеграцијом је нелинерана. Када се трајање временског интервала  $T_r$  узме у обзир, карактеристика преноса има облик:

$$f = \frac{1}{T_1 + T_r} = \frac{1}{T_1} \frac{1}{1 + \frac{T_r}{T_1}} \quad (8.26)$$

Он се може приказати у облику:

$$f = f_1(1 - \varepsilon), \quad (8.27)$$

где је  $\varepsilon$  релативна грешка која настаје ако се стварна вредност  $f$ , апроксимира вредношћу  $f_1$ :

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = k_1 \frac{U}{\Delta U_1} \quad (8.28)$$

Ова грешка сразмерна је вредности  $T_r$ :

$$\varepsilon = k_1 T_r U . \quad (8.29)$$

Стварна учестаност је мања од оне која одговара савршеном претварачу, код којег се успостављање почетног стања остварује тренутно. Ово одступање је утолико веће уколико је учестаност  $f$  виша. Нелинеарност карактеристике преноса, која настаје као последица времена потребног за успостављање почетног стања у колу интегратора, представља основни недостатак метода једностране интеграције. Поред времена потребног за пражњење интеграторског кондензатора, трајање процеса успостављања почетног стања зависи и од времена потребног за смиривање прелазних појава у колу претварача. По правилу, интензивније пражњење захтева више времена за смиривање система, па сва настојања да се временски интервал  $T_r$  (потребан за прелазак са једног на други интервал интеграције) битно скрати, не доводе до жељених резултата. Међутим, иако време  $T_r$  није могуће довољно скратити, његов утицај на линеарност пресликавања  $u \rightarrow f$  може се избећи. Величина  $\varepsilon$  представља систематску грешку која се може компензовати [7].

Принцип компензације заснован је корекцији трајања периода интеграција тако да збир:

$$T = T_l + T_r , \quad (8.30)$$

који представља период осциловања  $u/f$  претварача, буде независан од трајања  $T_r$ , а обрнуто сразмеран вредности улазног напона. Ефекат линеаризације заснован је на следећем разматрању. Нека је у току интервала посматрања улазни напон сталан и једнак  $U$ . Трајање интервала интеграције, према прорачуну, једнако је:

$$T_l = \frac{\Delta U_l}{k_1 U} . \quad (8.31)$$

Ако се ширина опсега промена напона на излазу интегратора може представити у облику:

$$\Delta U_{IK} = \Delta U_l - kU , \quad (8.32)$$

где је  $k$  погодна одабрана константа, израз за период осциловања садржаће још један члан независан од  $U$ :

$$T = T_{IK} + T_r = \frac{\Delta U_{IK}}{k_1 U} + T_r = \frac{\Delta U_l}{k_1 U} - \frac{k}{k_1} + T_r . \quad (8.33)$$

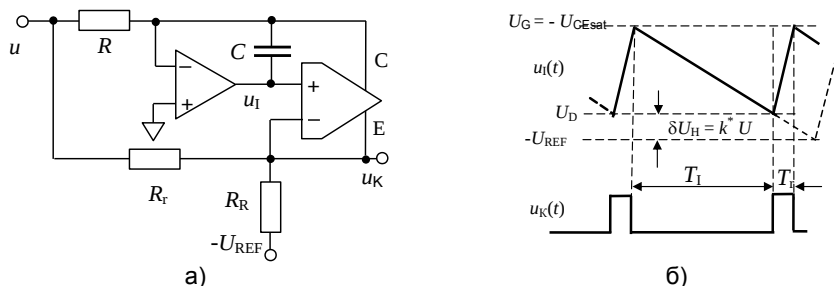
Ако се вредност константе  $k$  изабере тако да буде испуњен услов;

$$k = T_r k_1 , \quad (8.34)$$

период излазног сигнала  $T$ , а тиме и вредност учестаности  $f$  биће независна од вредности  $T_r$ :

$$T = T_{IK} + T_r = \frac{\Delta U_l}{k_1 U} . \quad (8.35)$$

У колу претварача са компаратором LM311 компензација се остварује веома једноставно, додавањем отпорника којим се доњи праг поређења мења сразмерно улазном напону (слика 8.12).



Слика 8.12.  $u/f$  претварач са линеаризованом карактеристиком

## 8.4. МЕТОД ДВОСТРАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

Нелинеарност која настаје због коначног времена потребног да се успостави почетно стање у колу интегратора представља основни недостатак метода једностране интеграције. Код метода двостране интеграције неограничено трајање процеса интеграције обезбеђено је наизменичном интеграцијом улазног сигнала са промењеним знаком, тако да се и процес враћања на почетну вредност користи за добијање информације о улазnoj величини. С обзиром да се промена смера подинтегралне величине може да оствари брже од процеса успостављања почетног стања, деформација карактеристике претварача, која настаје при вишим учестаностима због дисконтинуиране интеграције, мање је изражена.

Посебно обележје метода двостране интеграције представља чињеница да она, када је улазна величина стална, обезбеђује сталан таласни облик функције  $a_1(t/T)$ , независан од вредности улазног сигнала  $A$ . Наиме, период  $T$  сопствених осцилација у колу претварача састоји се из два интервала  $T_1$  и  $T_2$  који, сваки за себе, представља функцију улазне величине:

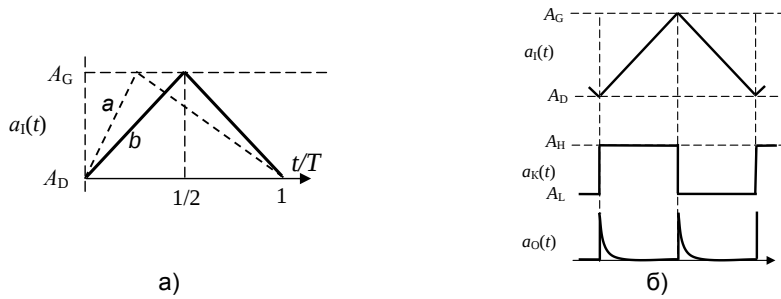
$$T_1 = \frac{\Delta A}{k_{11}A}, \quad (8.36)$$

$$T_2 = \frac{\Delta A}{k_{12}A}, \quad (8.37)$$

где су  $k_{11}$  и  $k_{12}$  константни, у општем случају међусобно неједнаки сачиниоци. С обзиром да однос ових временских интервала  $T_1$  и  $T_2$  не зависи од вредности  $A$ :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{k_{11}}{k_{12}} = \text{const}, \quad (8.38)$$

таласни облик сигнала на излазу интегратора, посматран у временски нормализованом дијаграму, биће такође независан од  $A$  уколико је вредност  $\Delta A$  константна (слика 8.13.a).

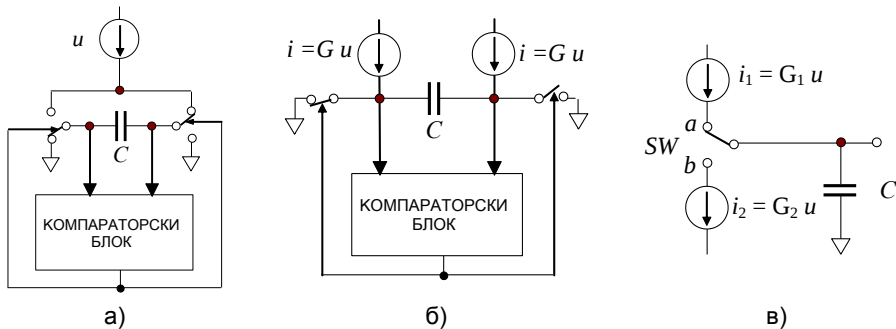


Слика 8.13. Дијаграми сигнала у колу претварача

Према томе, погодним избором параметара у колу може се остварити да сигнал на излазу интегратора има симетричан таласни облик независно од вредности улазне величине (облик  $b$  на слици 8.13.а).

Симетричан таласни облик сигнала  $a_I(t/T)$  омогућује и једноставно добијање двоструко веће учестаности излазног сигнала  $a_O(t/T)$ , практично без утицаја на квалитет пресликавања. Као што слика 8.13.б приказује, то се постиже диференцирањем сигнала са излаза компараторског блока. Наравно, тада сигнал на излазу претварача нема симетричан таласни облик.

Двострана интеграција може да се оствари помоћу напонски контролисаног извора струје и кондензатора. Претварач може да буде реализован са једним или два струјна извора. Принциуска шема претварача са једним струјним извором приказана је на слици 8.14.а. Промена смера интеграционе струје остварује се конутацијом интеграционог кондензатора, при чему се поређење напона врши у две тачке.

Слика 8.14.  $U/f$  претварач на бази двостране интеграције

Код конвертора са два струјна извора, у зависности од структуре прекидачке мреже, интеграциони кондензатор може да буде "летећи" (*flying*), као у колу приказаном на слици 8.14.б, или једним својим крајем фиксно везан за тачку која се налази на једном од референтних напона у колу (слика 8.14.в). У првом случају неопходно је да се и поређење напона врши у две тачке. У другом случају довољан је само један компаратор. У зависности од положаја прекидача  $SW$  (којим се управља из компараторског блока) струја која протиче кроз интеграциони кондензатор  $C$  једнака је  $i_1$  или  $i_2$ . За коло важе следеће релације:

$$T_1 = \frac{C\Delta U_1}{i_1}, \quad (8.39)$$

$$T_2 = C \frac{\Delta U_1}{i_2}, \quad (8.40)$$

одакле следи:

$$f = \frac{1}{T_1 + T_2} = \frac{1}{C\Delta U_1} \frac{i_1 i_2}{i_1 + i_2} = \frac{1}{C\Delta U_1} \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}. \quad (8.41)$$

Уколико је  $G_1 = G_2 = G$  важи формула:

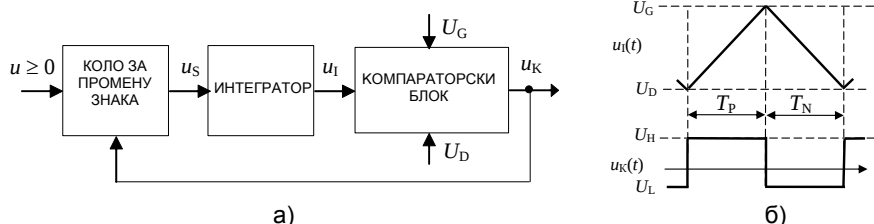
$$f = \frac{G}{2C\Delta U_1} u. \quad (8.42)$$

Напон на кондензатору има симетричан таласни облик.

Промена смера интеграција може да се оствари помоћу посебног кола за промену знака улазне величине. Структурни блок дијаграм таквог претварача приказан је на слици 8.15.а. Ако је улазни напон већи од нуле, у овом систему постоје два квазистабилна стања, једнозначно одређена стањем компараторског блока. У једном од њих, коло за промену знака даје на свом излазу напон  $u_S(t)$  који је једнак  $u(t)$ . У другом, напон на улазу интегратора  $u_S(t)$  једнак је  $-u(t)$ :

$$u_S(t) = \text{sgn} u_K \cdot u(t), \quad (8.43)$$

$$\text{sgn} u_K = \begin{cases} +1; u_K = U_H \\ -1; u_K = U_L \end{cases}. \quad (8.44)$$



Слика 8.15.  $U/f$  претварач на бази двостране интеграције

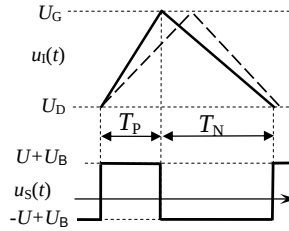
Када напон на улазу компараторског блока,  $u_I$ , достигне вредност напона  $U_G$ , излазни напон  $u_K$  постаје једнак  $U_H$ . Када напон  $u_I$  достигне вредност напона  $U_D$  излазни напон постаје једнак  $U_L$ . Ако је вредност улазног напона у границама од  $U_D$  до  $U_G$ , компаратор задржава претходно стање. Другим речима, када се компараторски блок налазу у стању у којем је напон на излазу једнак  $U_H$ , да би се ово стање променило, потребно је да се улазни напон  $u_I$  смањи до вредности  $U_D$ . Тада излазни напон постаје једнак  $U_L$ . Да би се ово ново стање променило, потребно је да се улазни напон  $u_I$  повећа до вредности  $U_G$ . Оваква карактеристика, при  $u(t) > 0$ , обезбеђује успостављање осцилација чија је учестаност сразмерна вредности улазног напона. Промена напона  $u_I(t)$  од вредности  $U_D$  до вредности  $U_G$  остварује се интеграцијом напона  $u(t)$ . Промена напона  $u_I(t)$  од вредности  $U_G$  до вредности  $U_D$  остварује

се интеграцијом напона  $-u(t)$ . На тај начин, оба квазистабилна стања се користе за добијање информације о улазној величини.

Уколико је улазни напон стапан, сигнал на излазу интегратора има “зубаст” таласни облик<sup>5</sup> (слика 8.15.6). Опсег промене (распон) не зависи од вредности улазног напона. Учестаност осциловања одређена је изразом<sup>6</sup>:

$$f = \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U, \quad \Delta U_I = U_G - U_D. \quad (8.45)$$

$U \rightarrow f$  пресликавање двостраном интеграцијом се одликује и бољим метролошким својствима. Промена знака подинтегралне величине може да се оствари знатно брже од успостављања почетног стања, па је нелинеарност карактеристике  $f(U)$  знатно мање изражена. Посебно обележје ове методе је да се кроз механизам измене знака подинтегралне величине смањује утицај помераја нуле (*bias*) на улазу интегратора и тако побољшава тачност (слика 8.16).



Слика 8.16. Утицај помераја нуле интегратора

Еквивалентни напон помераја,  $U_B$ , који настаје као резултат несавршености интеграторског појачавача, одражава се различито на трајање квазистабилних стања  $T_P$  и  $T_N$ :

$$T_P = \frac{\Delta U_I}{k_I(U + U_B)}, \quad (8.46)$$

$$T_N = \frac{\Delta U_I}{k_I(U - U_B)}. \quad (8.47)$$

Вредност излазне учестаности одређена је изразом:

$$f = \frac{1}{T_P + T_N} = \frac{k_I}{2\Delta U_I} U(1 - \varepsilon_B), \quad (8.48)$$

где је  $\varepsilon_B$  релативна грешка која настаје услед утицаја напона  $U_B$ , за коју важи:

<sup>5</sup> У литератури на енглеском језику, ова врста претварача се назива “*dual-slope voltage-to-frequency converter*”.

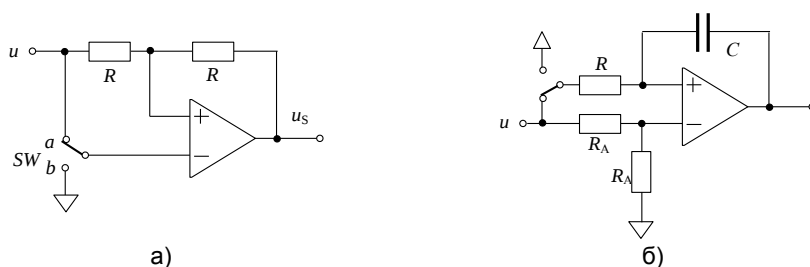
<sup>6</sup> Треба уочити да је трајање квазистабилних стања једнако. То омогућује да се, без утицаја на тачност, на једноставан начин, диференцирањем сигнала  $u_K(t)$ , добију импулси чија је учестаност појављивања двоструко виша. Тако се побољшава резолуција мерења.

$$\varepsilon_B = \left( \frac{U_B}{U} \right)^2. \quad (8.49)$$

Дакле, напон  $U_B$  се првенствено одражава на несиметрију таласног облика напона  $u_I(t)$ , док је, у поређењу са методом једностране интеграције, утицај на вредност учестаности смањен. У претварачу са једностраном интеграцијом ова грешка је одређена изразом:

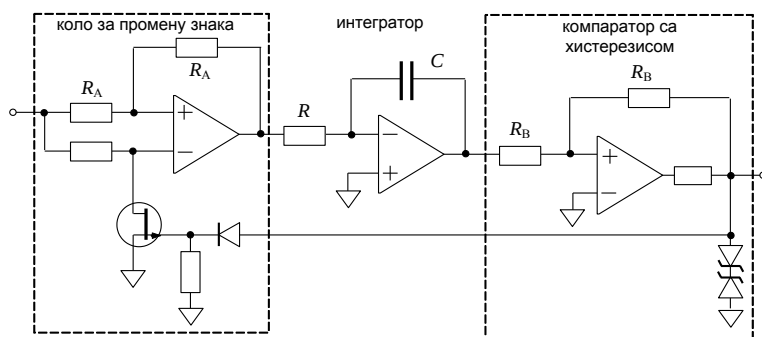
$$\varepsilon_B = \frac{U_B}{U}. \quad (8.50)$$

Промена знака интегралне величине може да се оствари применом посебног кола за управљање знаком (слика 8.17.а) или применом кола које омогућује двосмерну интеграцију (слика 8.17.б).



Слика 8.17. Промена знака подинтегралне величине

У претварачу приказаном на слици 8.18 промена знака врши се помоћу транзистора са ефектом поља. Модификацијом структуре интегратора могуће је остварити поларизовани претварач [8]

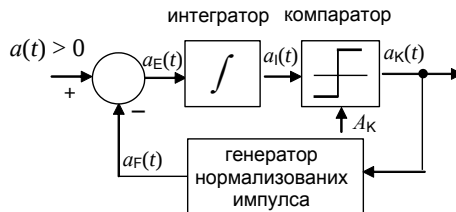


Слика 8.18.  $U/f$  претварач на бази двостране интеграције

## 8.5. МЕТОД ДИНАМИЧКЕ РАВНОТЕЖЕ

Структурни блок дијаграм  $a/f$  претварача, чији је рад заснован на динамичком уравнотежавању улазног напона импулсима који се генеришу у

колу повратне спреге<sup>7</sup>, приказан је на слици 8.19. Ако је вредност улазне величине већи од нуле, сигнал  $a_I(t)$  на излазу интегратора расте. Када достигне вредност прага поређења  $A_K$ , компаратор побуђује генератор импулса. Ови импулси се, након прецизног уобличавања, одузимају од улазног сигнала тако да сигнал на улазу интегратора постаје негативан, услед чега се  $a_I(t)$  смањује испод вредности  $A_K$ . Након престанка деловања импулса, излаз интегратора поново расте док не достигне вредност  $A_K$ , што се детектује компаратором и цео циклус се понавља. Ако напон на улазу има сталну вредност, у овом систему могу, под одређеним условима, да се успоставе осцилације, тако да сигнали у њему представљају периодичне величине.



Слика 8.19.  $a/f$  претварач на бази динамичке равнотеже

Учестаност осциловања овакавог система биће сразмерна вредности улазног напона ако су импулси сигнала повратне спреге,  $a_F(t)$ , уобличени тако да за сваки импулс важи:

$$\int_0^{\tau} a_F(t) dt = \text{const} = J, \quad (8.51)$$

где је  $\tau$  трајање импулса, које мора да буде краће од најкраћег периода осциловања система, да не би дошло до преклапања импулса. На временском дијаграму сигнала  $a_F(t)$  такви импулси заузимају "константну површину".

За разлику од метода директног поређења, принцип динамичке равнотеже обезбеђује непрекидност интеграције улазне величине избегавајући измену радног режима интегратора. Најзначајнија предност овог система огледа се у томе да константа преноса претварача не зависи од константе преноса интегратора, као што је то случај код претходно описаних метода директног поређења. Учестаност осциловања сразмерна је средњој вредности улазне величине:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\bar{a}}{J}. \quad (8.52)$$

Претварач заправо представља систем са јаком негативном повратном спрегом, чије је понашање одређено карактеристикама кола у грани повратне

<sup>7</sup> У стручној литератури на енглеском језику, ова врста претварача се понекад назива "VFC with impulse feedback loop". Операција интеграције се у електроници најчешће остварује помоћу кондензатора. Подинтегрална величина је тада струја, која тече кроз кондензатор. Отуда потиче најчешће коришћен назив ове методе, "charge balancing".

спреге. Тачност пресликавања  $a \rightarrow f$  зависи само од тачности којом је дефинисана “површина” нормализованих импулса који се генеришу у грани повратне спреге. У општем случају, таласни облик сигнала повратне спреге је произвољан јер интегрални критеријум 8.51 (који нормализовани импулси морају да испуне) не поставља ограничење у погледу облика импулса. Штавише, параметри који дефинишу облик импулса могу да се мењају без утицаја на квалитет пресликавања, уколико су промене такве да “површина” импулса има увек исту, унапред одређену вредност.

Ако сигнал повратне спреге представља поворку струјних импулса, тада сваки од ових импулса носи исту количину наелектрисања. Практично то значи да се струјни импулс константне површине може да добије пражњењем кондензатора који је претходно био напуњен до вредности референтног напона  $U_R$ :

$$J = Q = CU_R, \quad (8.53)$$

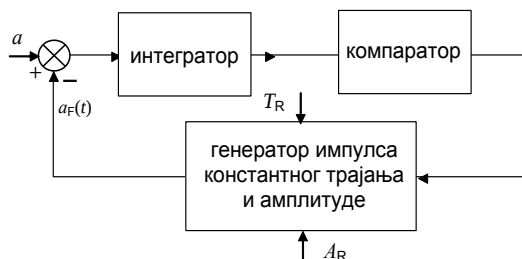
где је  $C$  капацитивност кондензатора.

На други начин, константна површина импулса добија се прецизним детерминисањем њиховог облика, амплитуде и трајања. Најчешће се користе импулси правоугаоног таласног облика, константне амплитуде и трајања (слика 8.20):

$$a_F(t) = \begin{cases} A_R & \text{за } 0 \leq t < T_R \\ 0 & \text{за } T_R \leq t < T \end{cases}, \quad (8.54)$$

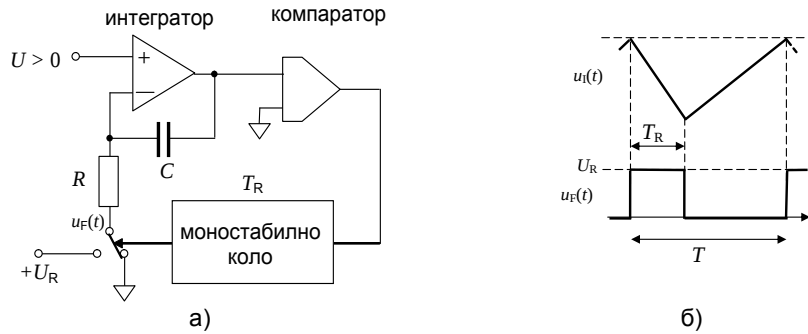
где је  $A_R$  њихова амплитуда а  $T_R$  трајање. Тада је  $J = A_R T_R$ , односно:

$$f = \frac{1}{T_R A_R} \overline{a(t)}. \quad (8.55)$$



Слика 8.20.  $a/f$  претварач на бази динамичке равнотеже

На слици 8.21 приказано је коло реализовано са операционим појачавачем као неинвертујућим интегратором са великом улазном отпорношћу. Када је моностабилно коло побуђено напон на кондензатору опада брзином која зависи од односа референтног напона  $U_R$  и улазног напона  $U < U_R$ . Након тога напон на кондензатору расте брзином која је сразмерна величини улазног напона. Када достигне вредност нуле, компаратор поново побуђује моностабилно коло и цео процес се понавља.

Слика 8.21.  $U/f$  претварач на бази динамичке равнотеже

Период осциловања одређен је балансом струја:

$$T_R \frac{U_R - U}{R} - (T - T_R) \frac{U}{R} = 0, \quad (8.56)$$

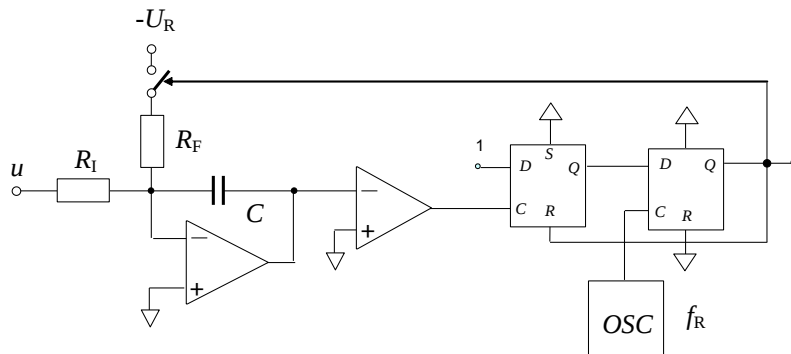
који се своди на једначину:

$$TU - T_R U_R = 0, \quad (8.57)$$

на основу које следи:

$$f = \frac{1}{T_R U_R} U. \quad (8.58)$$

Временски интервал може да буде дефинисан помоћу осцилатора са кристалом кварца [9], [10], [11], [12]. На тај начин се постиже боља температурска стабилност константе преноса  $u/f$  претварача, али, због синхронизације са референтним осцилатором, излазни импулси се не појављују са сталним размаком ни када је улазна величина непроменљива. Међутим, иако тренутна вредност периода појављивања импулса повратне спреге представља целобројни умножак периоде референтног осцилатора, динамичка равнотежа обезбеђује да средња вредност учестаности осциловања буде одређена формулом 8.58. Принциповска електрична шема синхронизованог  $U/f$  претварача приказана је на слици 8.22.

Слика 8.22. Синхронизовани  $U/f$  претварач

Могуће је остварити и комбинацију добрих својстава методе динамичке равнотеже и методе двостране интеграције, како би се променом знака подинтегралне величине смањио утицај помераја нуле интеграторског појачавача.

## ЛИТЕРАТУРА

---

- 1 I. Stojanović, Osnovi telekomunikacija, Građevinska knjiga, 1985.
- 2 E.B. Jons. *Instrument technology, Vol 3, Telemetering and Automation*, Buttherworths, 1973.
- 3 D.B.Rakovic, S. Tešić, *Voltage to frequency conversion*, *Electronic Engineering*, December 1967.
- 4 D.F. Stout, M. Kaufman, *Handbook of operational amplifier circuit design*, McGraw-Hill, 1976.
- 5 -, *LM555/NE555, Single Timer*, Fairchild Semiconductor Corporation, 2002, [www.fairchildsemi.com](http://www.fairchildsemi.com).
- 6 P.Bošnjaković, Novi konvertori napona u učestanost na bazi integracije, magistarski rad, Elektronski fakultet u Nišu, 1978.
- 7 P.Bosnjakovic, J.Kon, *A new voltage to frequency converter with the nonlinearity correction*, *Electronic Letters*, 1977, Vol 13 No 1, pp.5-6.
- 8 J.Kon, P.Bosnjakovic, Konvertor napona u frekvenciju za kontinualni prenos merenja na daljinu, 20. konferencija ETAN-a, 1976, Zbornik radova, str. 201-207.
- 9 N. Kirianaki, *Data acquisition and signal processing for smart sensors*, John Wiley, 2002.
- 10 R.C. Kime, *the charge-balancing a-d converter: an alternative to the dual-slope integration*, *Electronics/May 24, 1973*, pp. 97-100.
- 11 T. Anderson, B. Trump, *Clocked v-f converter tightens accuracy and raises stability*, *Electronic dresign*, September 6, 1984, pp. 235-244.
- 12 B. Travis, *Monolithic synchronous V/F is firdt to guarantee 0.005% linearity*, *EDN May 15, 1986*, pp. 83-84.

## 9.

# ДИГИТАЛНО-АНАЛОГНИ ПРЕТВАРАЧИ

Управљање сложеним технолошким процесима подразумева примену процесних рачунара (*process computers*). То су, заправо, рачунарски вођени системи који у реелном времену<sup>1</sup> прикупљају, обрађују и издају податке који се односе на неки објекат, са којим су повезани [1], [2]. Управљање физичким процесима подразумева да се информација представљена бројем замени информацијом која је представљена вредношћу погодно одабране физичке величине. Дигитално-аналогни претварач<sup>2</sup> је онај део процесног система помоћу којег се остварује повезивање апстрактног дигиталног света рачунарске технике и стварног физичког света, у којем се одвијају процеси који се описују величинама које представљају функције непрекидне по времену, а чији интензитет може да има било коју вредност унутар неког опсега. На свом излазу Д/А претварач даје сигнал чији је информациони параметар једнозначно одређен нумеричком вредношћу улазног податка, али се у даљем поступку обраде узима као аналогна величина. Квалитет управљања зависи од квалитета остваривања управљачког дејства, а он зависи од својстава Д/А претварача.

У овом поглављу се разматрају основни појмови који се односе на пресликавање из дигиталног у аналогни домен, као и поступци којима се оно остварује. Приказана је општа класификација метода Д/А претварања и анализирана су својства основних метода.

## 9.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

У зависности од својстава скупа могућих вредности величине која описује стање система разликују се аналогне и дигиталне величине. Аналогне

---

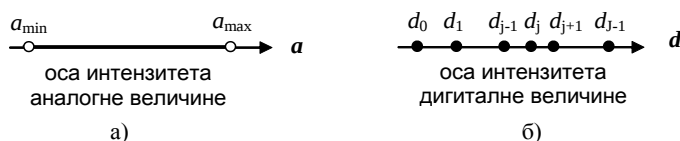
<sup>1</sup> Под појмом “реално време” (*real-time*) подразумева се стварно време у којем се одвија неки физички процес. Односи се на извршавање рачунарске обраде такоређи у исто време када се одвија процес којим се управља. Процесни рачунар мора да буде у стању да “реагује” (а то значи да прихвати аналогне и дигиталне сигнале из спољашњег света, обави потребна израчунавања и генерише одговарајући излаз) унутар предетерминисаног временског интервала.

<sup>2</sup> У уџбеницима електронике на српском језику, операција пресликавања дигиталног сигнала на аналогни назива се “конверзија”. Назив је преузет из енеглеског језика (*digital-to-analog conversion*), али потиче из латинског (*conversio*, промена, претварање). У немачком и руском језику користи се термин “претварање” (*Umsetzung*, односно, *преобразование*). Притом, овај појам не треба схватати дословно, као претварање једне физичке величине у другу. У техници он означава пресликавање вредности једне променљиве величине на вредност неке друге величине. У неким случајевима, ово пресликавање може да обухвата и промену физичког носиоца информације. У области аутоматског управљања, термин “конвертор” и значава функционалну јединицу која мења облик представљања информације [1].

величине су величине чија великост (интензитет) може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу. То значи да њихова вредност може да се мења у неограничено малим корацима. Скуп  $\mathcal{A}$  којим су дефинисане могуће вредности аналогне величине  $a$  може да се представи као одсечак праве чије су границе  $A_{\min}$  и  $A_{\max}$  (слика 9.1.а),

$$\mathcal{A} = \{a | a \in [A_{\min}, A_{\max}]\}. \quad (9.1)$$

Скуп  $\mathcal{A}$  је густ. Између сваке две различите вредности аналогне величине постоји вредност која такође припада скупу  $\mathcal{A}$ .



Слика 9.1. Геометријска представа аналогне и дигиталне величине

Дигиталне величине су величине чија великост може да припада скупу одвојених (дискретних) вредности. Скуп  $\mathcal{D}$  могућих вредности дигиталне величине  $d$  може да се представи низом неповезаних тачака на правој (слика 9.1.б):

$$\mathcal{D} = \{d_j\}; \quad j = 0, 1, 2, \dots, J-1. \quad (9.2)$$

Формално, ове тачке могу да се представе са једнаким размаком и нумеришу по реду. Дигитална величина тада може да се представи низом сукцесивних бројева:

$$\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots, N_{\max}\}. \quad (9.3)$$

Промена облика представљања информације може да обухвати промену физичког носиоца информације или претварање информационог параметра сигнала. Пресликавање вредности информационог параметра улазног сигнала на вредност информационог параметра излазног сигнала је посебан облик обраде сигнала која представља саставни део дигиталног записа аналогних сигнала, а потом репродукције записа у аналогном облику (*data reconstruction*). Потреба за тим јавља се и код примене програмабилних генератора аналогних сигнала.

У највећем броју примена користе се претварачи који на свом излазу дају аналогну величину  $A$ , чија је великост сразмерна задатом броју  $N$ :

$$A = N \Delta A, \quad N = 0, 1, 2, \dots, N_{\max}; \quad (9.4)$$

где  $\Delta A$  представља елементарни (јединични) прираштај (квант) излазне величине који одговара елементарном (јединичном) прираштају броја  $N$  за један. Такви Д/А претварачи се називају линеарним. У општем случају, прираштај излазне (аналогне) величине савреног линеарног Д/А претварача сразмеран је прираштају улазне (дигиталне) величине. Ако се овај хибридни систем, који повезује дигиталну и аналогну променљиву, представи аналогним моделом, линеарни Д/А претварач се може описати једначином:

$$dA = \Delta A \cdot dN, \quad (9.5)$$

у којој  $dN$  представља елементарни прираштај улазне величине, којем одговара елементарни прираштај излазне величине  $dA$ . Величина  $\Delta A$  представља сачинилац сразмере<sup>3</sup>. На основу једначине 9.5 следи:

$$A(N) = A_{\min} + \Delta A \cdot N. \quad (9.6)$$

Строго посматрано, величина  $A$ , која се добија на излазу Д/А претварача, је и даље дигитална величина, чији је скуп могућих вредности дискретан, али представља сигнал непрекидан по времену (*continuous-time*). Одзив савршеног Д/А претварача може да се представи изразом:

$$a(t) = \sum_n N(nT)h(t - nT), \quad (9.7)$$

где је  $h(t)$  јединични одскочни (*step*) одзив претварача,  $T$  представља период читавања вредности улазне (дигиталне) величине, а  $n \geq 0$  цео број. Са становишта примене, излазни сигнал  $a(t)$  се посматра (користи) као аналогна величина.

Два основна параметра Д/А претварача су укупан број вредности које излазна аналогна величина може да има и опсег вредности излазне величине. Уобичајено је да се први податак, исказан бројем бита<sup>4</sup> декларише као “резолюција Д/А претварача” [3]. У питању је неадекватна примена термина који у мерној техници има одређено значење [4]. Са становишта мерне технике, резолуција Д/А претварача се исказује у јединицама излазне величине. За линеарни претварач, она представља јединични прираштај који је једнак количнику распона излазне величине (*output span*) и највеће вредности броја  $N$ :

$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{N_{\max}}. \quad (9.8)$$

Када је број  $N$  приказан природним бинарним кодом дужине  $n$  бита:

$$N = b_{n-1}2^{n-1} + b_{n-2}2^{n-2} + \dots + b_12 + b_0, \quad (9.9)$$

најмања вредност излазне величине је једнака нули, а највећа:

$$A_{\max} = N_{\max} \Delta A = (2^n - 1) \Delta A. \quad (9.10)$$

Величина  $\Delta A$  једнака је вредности излазне величине која одговара кодној речи (броју  $N$ ) када су сви битови једнаки нули осим последњег,  $b_0$ , који је једнак јединици.

<sup>3</sup> Величина  $\Delta A$  представља „корак” (квант) промене излазне аналогне величине, прираштај излазне величине који одговара прираштају бројне вредности  $N$  за један.

<sup>4</sup> Притом мора да буде назначен и начин кодовања.

Тачност Д/А претварача се често, погрешно, поистовећује са резолуцијом. Ова два обележја јесу блиско повезана, али се квалитативно разликују. Резолуција описује величину корака (*output step*), док тачност описује блискост слагања било које од вредности излаза са одговарајућом вредношћу изведеном из еталона јединице излазне величине.

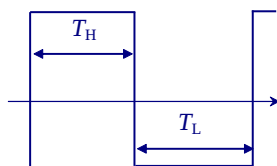
## 9.2. КЛАСИФИКАЦИЈА МЕТОДА Д/А ПРЕТВАРАЊА

Дигитално-аналогни претварач омогућује да се природни број  $N$  представи вредношћу аналогне физичке величине. Са становишта електротехнике, најзначајније су две групе Д/А претварача. Прву групу чине претварачи који на свом излазу дају импулсни (пулсирајући) сигнал чији је неки временски параметар одређен улазном дигиталном величином. У другу групу спадају претварачи код којих излаз представља одабрана електрична величина.

Најједноставнији начин да се информација преслика из дигиталног у аналогни домен, заснован је на пресликавању вредности броја  $N$  на погодно одабране параметре импулса правоугаоног таласног облика. У начелу, импулсни Д/А претварачи су једноставни, а могу да буду и веома тачни<sup>5</sup>.

Временске параметре импулсног сигнала правоугаоног облика представљају трајање (ширина) импулса,  $T_H$ , и период њиховог појављивања  $T$  (слика 9.2):

$$T = T_H + T_L. \quad (9.11)$$



Слика 9.2. Временски параметри правоугаоних импулса

Поред временских у импулсне информационе параметре спадају и учестаност, која је дефинисана као реципрочна вредност периода пулсирајућег сигнала:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_H + T_L}, \quad (9.12)$$

као и бездимензионе величине које су дефинисане као функције временских параметра поворке правоугаоних импулса. То су количник трајања импулса и периода њиховог понављања:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{T_H}{T_H + T_L}, \quad (9.13)$$

<sup>5</sup> Временски интервал је величина која може да се мери и дефинише са највећом тачношћу.

који се користи за представљање ненегативних аналогних величина ( $0 \leq \theta \leq 1$ ), и величина дефинисана изразом:

$$\psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}, \quad (9.14)$$

која омогућује представљање величина које могу да имају оба знака (биполарне величине).

Претварачи који остварују пресликавање у електричну величину могу да се сврстају у две групе. Код параметарских претварача, аналогну величину представља карактеристични параметар неког пасивног електричног елемента: отпорника, кондензатора или калема. Код активних претварача дигитална улазна величина се пресликава у напон или струју. Ово пресликавање може да буде остварено и посредно, тако што се, на пример, прво оствари пресликавање у неки временски параметар правоугаоних импулса, а потом пресликавање у напон.

Са становишта електронске мерне технике, најзначајнији су Д/А претварачи код којих излазну величину представља струја ( $N/I$  претварачи) или напон ( $N/U$  претварачи). Производе се и као комерцијално доступна интегрисана кола, намењена за примену у системима за надзор и управљање технолошким процесима.

### 9.3. ИМПУЛСНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

Пресликавање из дигиталног у имулсни домен може се посматрати као модулација импулсног сигнала (дигитална импулсна модулација). Полазећи од временских параметра поворке правоугаоних импулса (слика 9.2) могу да се дефинишу три основна облика пресликавања. То су:

- импулсна ширинска модулација - дигитална величина, број  $N$ , се линеарно пресликава на вредност ширине (трајања) импулса правоугаоног таласног облика сталне учестаности:

$$N \Rightarrow T_H, T = \text{const};$$

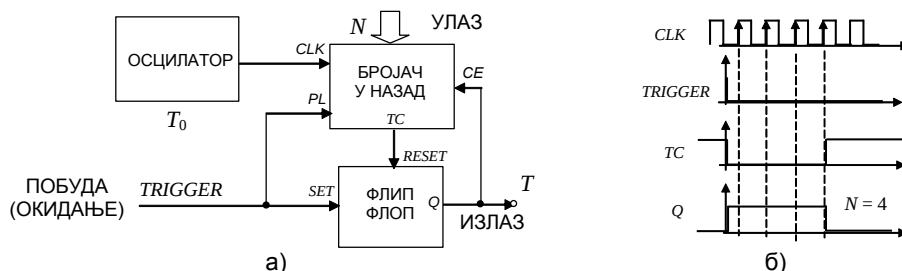
- импулсна фреквенцијска модулација - дигитална величина се пресликава на вредност учестаности импулса правоугаоног таласног облика сталног трајања:

$$N \Rightarrow f = \frac{1}{T}, T_H = \text{const},$$

- импулсна комплексна модулација – мењају се и трајање импулса и период (учестаност) њиховог појављивања, али тако да важи:

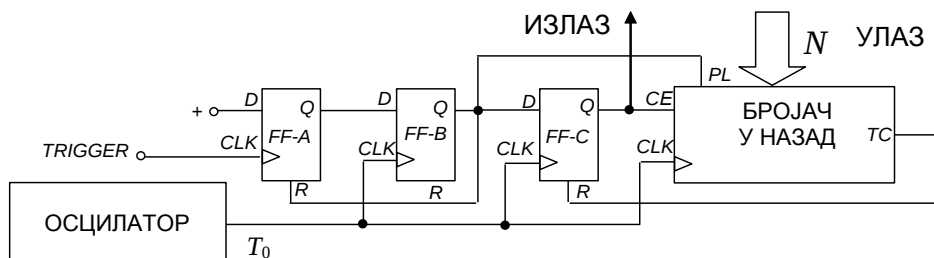
$$N \Rightarrow \psi = \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}.$$

Пресликавање дигиталне величине у трајање временског интервала остварује се одбројавањем импулса чији период понављања представља јединични временски интервал. На слици 9.3.а приказана је принципска шема  $N/T$  претварача који делује као дигитално контролисани окидни генератор импулса. Излазну величину  $T$  представља трајање временског интервала током којег је излаз претварача у стању логичке јединице.

Слика 9.3. Окидни  $N/T$  претварач

Сигнал  $TRIGGER$  је краткотрајни импулс којим се покреће (окида) процес генерисања излазног импулса чије је трајање одређено нумеричком вредношћу улазног податка (броја  $N$ ). Одмеравање се остварује помоћу бројача “у назад” (down-counter). Команда  $TRIGGER$  преко улаза  $PL$  (parallel load, preset enable) уписује број  $N$  у бројач и поставља ( $SET$ ) флип флоп у стање у којем је на његовом излазу логичка јединица. Тиме је, преко улаза  $CE$  (count enable), омогућено одбројавање импулса који су из референтног осцилатора доведени на бројачки улаз  $CLK$  (clock input). Одбројавање се врши тако да се са сваким тактним импулсом садржај бројача смањује за један. Када бројач дође до нуле, на његовом излазу  $TC$  (terminal count) појављује се сигнал који флип флоп враћа ( $RESET$ ) у основно стање. Тиме је завршено одмеравање временског интервала током којег је излаз  $Q$  флип флопа у стању логичке јединице. Његово трајање је одређено периодом појављивања импулса на излазу референтног осцилатора,  $T_0$ , и бројем  $N$  који је, на почетку одмеравања временског интервала, уписан у бројач. Временски дијаграми су приказани на слици 9.3.б.

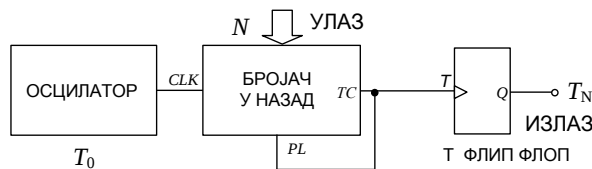
Обзиром да тренутак окидања није коинцидентан са импулсима који се одбројавају, интервал  $T$  је, мање или више, краћи од  $NT_0$ . То може да се избегне ако се изврши синхронизација почетка одмеравања временског интервала  $T$ , на начин приказан на слици 9.4.

Слика 9.4. Окидни  $N/T$  претварач са синхронизованим излазом

Флипфлоп  $FF-A$  памти појаву сигнала  $TRIGGER$  до тренутка када ће захтев бити прочитан тактним импулсом из референтног осцилатора и унет у флипфлоп  $FF-B$ . Флипфлоп  $FF-A$  се тада враћа у основно стање, а са првим следећим импулсом то чини и флипфлоп  $FF-B$ . На тај начин се на излазу флипфлопа  $FF-B$  добија импулс, чије је трајање једнако  $T_0$ , којим се број  $N$  уписује у бројач ( $PL$ ), и омогућује синхронно пребацивање флипфлопа  $FF-D$  у стање у којем је на његовом излазу логичка јединица. Тиме започиње одмеравање интервала  $T = NT_0$ . Одмеравање се завршава када бројач у назад дође до нуле.

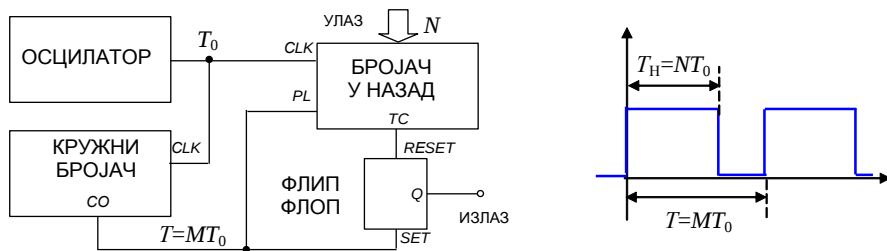
На сличан начин, помоћу бројача “у назад” може да се оствари и пресликавање броја у период појављивања импулса,  $N \rightarrow T$ . Слика 9.5 приказује принцип рада.  $T$ -флипфлоп омогућује добијање сигнала чија оба логичка стања имају једнако трајање  $NT_0$ . Период појављивања једнак је:

$$T_N = 2NT_0. \quad (9.15)$$



Слика 9.5.  $N/T$  претварач са симетричним периодичним излазом

Посебан значај у електротехници имају импулсни сигнали чији је карактеристични параметар величина  $\theta$ , која је дефинисана као однос ширине импулса  $T_H$  и периода њиховог понављања  $T$  (једначина 9.13). Примењују се у телекомуникацијама, аутоматизи, електроници и аналогој мерној техници. Принцип рада  $N/\theta$  претварача приказан је на слици 9.6.



Слика 9.6.  $N/\theta$  претварач

Приказано коло заправо остварује дигитално контролисану импулсну ширинску модулацију (*pulse-width-modulation*). Кругли бројач је бројач модула  $M$ , који делује као делитељ учестаности. Он одређује период  $T$  излазних импулса:

$$T = MT_0. \quad (9.16)$$

На свом излазу  $CO$  (*carry out*) даје кратак импулс којим се у бројач у назад уписује вредност броја  $N$ . На тај начин је одређено трајање (ширина) излазних импулса,  $T_H$ :

$$T_H = NT_0. \quad (9.17)$$

На основу релација 9.16 и 9.17 следи:

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{N}{M}. \quad (9.18)$$

Треба уочити да величина  $\theta$  не зависи од вредности  $T_0$  (односно од тачности осцилатора), већ само од односа бројева  $N$  и  $M > N$ . Учестаност осцилатора одређује учестаност излазних импулса:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{MT_0} = \frac{f_0}{M}, \quad (9.19)$$

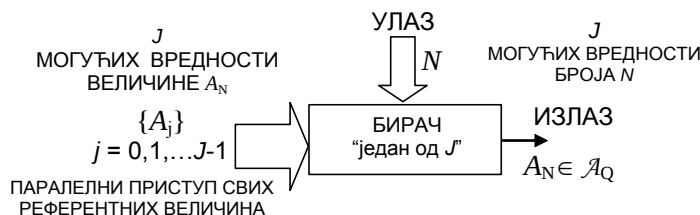
али не утиче на тачност пресликавања  $N \rightarrow \theta$ . У уређајима са микропроцесорима ово претварање може да се оствари софтверски. Микроконтролери имају посебан излаз који је намењен за реализацију пресликавања  $N \rightarrow \theta$ .

## 9.4. ЕЛЕКТРИЧНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

Електрични Д/А претварач представља дигитално управљану електричну мрежу. Састоји се од скупа електричних елемената (који представљају материјализоване мере одређене величине) и прекидача који омогућују да се мења топологија мреже. Посматрано са стране прикључака који представљају излазни приступ, таква мрежа делује као један, пасиван или активан, елемент чији је карактеристични параметар одређен стањима прекидача. Број могућих различитих стања прекидача одређује број могућих вредности излазне величине.

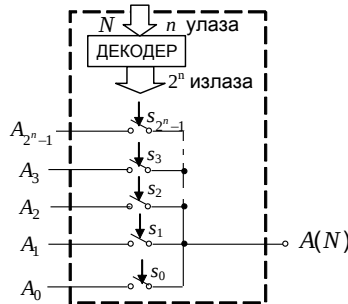
### 9.4.1 КЛАСИФИКАЦИЈА ЕЛЕКТРИЧНИХ Д/А ПРЕТВАРАЧА

У зависности од броја еталон-мера, које су употребљене да би се омогућило остваривање било које од вредности квантоване величине на излазу, могу да се дефинишу две основне врсте електричних Д/А претварача. У једном случају, претварач може да садржи онолико различитих еталона колико постоји елемената у скупу  $\mathcal{A}_Q$  могућих вредности квантоване величине  $A_N$ . На основу задатог броја  $N$ , прекидачка мрежа прикључује на излаз једну, изабрану референтну величину (слика 9.7).



Слика 9.7.  $N/A$  претварач као бирач

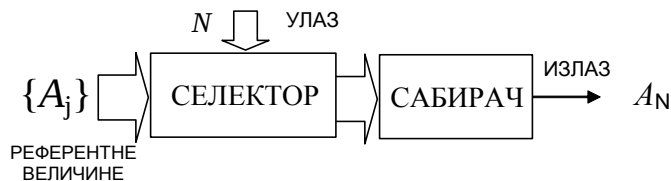
Прекидачке мреже које омогућују да се само један од више улазних сигнала проследи на излаз називају се мултиплексери<sup>6</sup>. Функционално, мултиплексер делује као вишеположајни прекидач (преклопник) којим се један од  $J$  независних крајева (прикључака од “0” до “ $J-1$ ”) повезује са заједничким крајем. Његов електронски еквивалент (слика 9.8) садржи  $J$  једноположајних аналогних прекидача и декодер<sup>7</sup> који улазни податак (број  $N$ ), представљен  $n$ -битним тежинским кодом, пресликава у код “један од  $J$ ”. Само један од прекидача,  $s_0$  до  $s_{J-1}$ , може да буде побуђен (затворен), чиме се остварује веза између одговарајућег улаза и излаза.



Слика 9.8. Мултиплексер

У општем случају мултиплексерски  $N/A$  претварач не мора да остварује линеарно пресликавање. Вредности елемената скупа  $\mathcal{A}_Q$  могу да буду произвољне (унутар граница које су дефинисане декларисаним опсегом вредности величине  $A_N$ ). Такав претварач се користи као хибридни генератор функције. Број различитих елемената скупа  $\mathcal{A}_Q$  може да буде мањи од броја могућих вредности улазне величине<sup>8</sup>.

Другу врсту представљају претварачи код којих је број садржаних еталона мањи од броја могућих вредности квантоване величине, али су вредности карактеристичног параметра ових еталон-мера одабране тако да се њиховом сабирањем, у различитим комбинацијама, могу да остваре све вредности скупа  $\mathcal{A}_Q$ . Такав, комбинациони, претварач може да се представи шемом приказаном на слици 9.9.

Слика 9.9. Комбинациони  $N/A$  претварач

<sup>6</sup> У електроници, мултиплексер (*multiplexer*, *mux*) је елемент са више улаза и једним излазом на који се прослеђује један, изабрани, улазни сигнал. Назив потиче од лат. *multiplex* многострук.

<sup>7</sup> Декодер је комбинациона мрежа која обавља функцију конвертора кода.

<sup>8</sup> У том случају, функција  $A(N)$  је једнозначна, али то не важи за инверзну функцију,  $N(A)$ .

Основну функционалну јединицу претварача представља “селектор”. То је прекидачка мрежа са више улаза, од којих само неки<sup>9</sup> могу да буду прослеђени на припадајући излаз. Референтне аналогне величине, одабране вредношћу броја  $N$ , пропуштају се на излаз селектора. Вредност излазне величине  $A_N$  једнака је збиру одабраних еталон-мера.

## 9.4.2 ПАРАМЕТАРСКИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

Параметарски Д/А претварачи су, заправо, дигитално управљани (подесиви) пасивни елементи електричних мрежа. Такав претварач представља електричну мрежу са једним приступом која се састоји од скупа електричних елемената исте врсте (отпорника, кондензатора или калемова) и прекидача који омогућују да се мења топологија мреже. Електрични елементи представљају материјализоване мере (еталоне) одређене величине. Посматрано са стране прикључака који представљају приступ, таква мрежа делује као један пасивни елемент чији се карактеристични параметар (отпорност, проводност, капацитивност или индуктивност) задаје дигитално, положајима прекидача.

Први параметарски претварачи, коришћени као подесиви еталони при остваривању разноврсних мерних метода у електричним мерењима, били су засновани на механички прекидачима. За аутоматизацију мерних процедура примењивана су електромеханичка релеа<sup>10</sup>. У савременим електронским уређајима, комутационе мреже заменили су електронски прекидачки системи<sup>11</sup>, остварени помоћу активних електронских елемената (транзистора).

Најширу примену имају отпорничко-прекидачке мреже којима се остварује  $N \rightarrow R$  односно  $N \rightarrow G$  пресликавање. Операција сабирања у комбинационим претварачима остварује се редном односно паралелном везом еталон-отпорника.

### 9.4.2.1 $N/R$ ПРЕТВАРАЧИ

На слици 9.10 приказани су мултиплексерски  $N/R$  претварачи. Број отпорника који мрежа садржи,  $J$ , једнак је броју различитих вредности дигиталне величине  $N$ . Вредности отпорности се подешавају тако да одговарају жељеном закону пресликавања  $N \rightarrow R$ . У сваком тренутку само један од отпорника из скупа од  $R_0$  до  $R_{J-1}$  је прикључен између чворова  $A$  и  $B$ . То се остварује затварањем одговарајућег прекидача у мрежи на слици 9.10.а, односно, отварањем једног прекидача у мрежи на слици 9.10.б.

Пресликавање  $N \rightarrow R$  је линеарно:

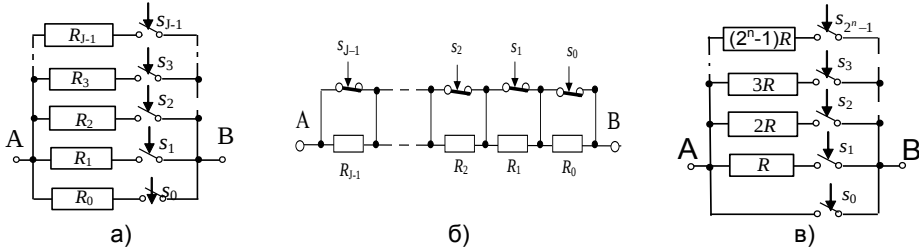
$$R_{AB} = NR, \quad (9.20)$$

<sup>9</sup> Назив потиче од лат. *selectio* одабирање, избор.

<sup>10</sup> Реле (*relay*) је електромеханички склоп који обавља функцију електрички управљаног прекидача којим се укључују и искључују делови електричних кола односно мрежа.

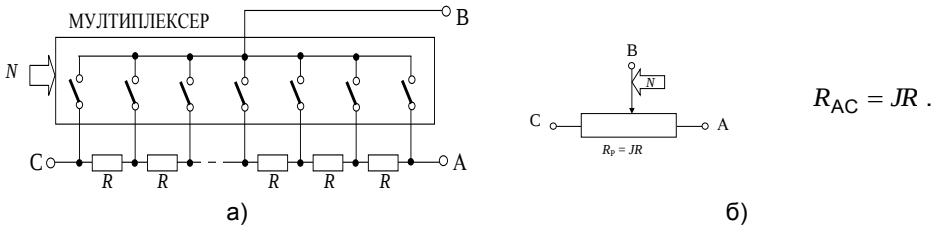
<sup>11</sup> Електромеханичка релеа, са контактима квашеним живом, још увек се примењују у лабораторијским мултиплексерима код којих се захтева мала унутрашња отпорност затвореног прекидача.

ако вредности отпорности  $R_j$  представљају растући низ, почевши од нуле, са јединичним прираштајем који је једнак  $R$  (слика 9.10.в). У општем случају зависност  $R_j(j)$  може да има произвољан облик<sup>12</sup>.



Слика 9.10. Мултиплексерски  $N/R$  претварачи

Отпорници могу да имају једнаке отпорности, ако се примени другачија отпорничко-прекидачка мрежа, као што је приказано на слици 9.11.а. Квантована величина образује се редном везом јединичних еталона.



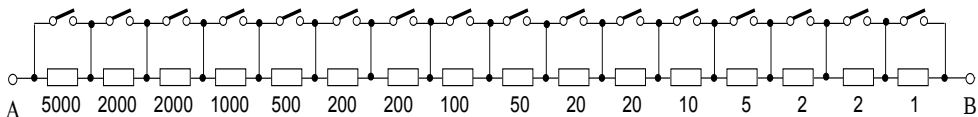
Слика 9.11. Линеарни  $N/R$  претварач

Ако се посматрају сва три чвора, А, В и С, оваква отпорничко-прекидачка мрежа делује као “дигитални потенциометар” (слика 9.11.б).

$$R_{AB}(N) = \sum_{j=0}^N R_j = NR; \quad R_j = R; \quad j = 0, 1, 2, \dots, J-1; \quad (9.21)$$

$$R_{CB}(N) = (J - N)R. \quad (9.22)$$

Редна веза омогућује да се отпорност између приступних прикључака мреже образује сабирањем погодне одабраних вредности, тако да се користи мањи број отпорника. На слици 9.12. приказан је комбинациони  $N/R$  претварач који садржи само 16 отпорника, а омогућује задавање било које отпорности у опсегу од нуле до 11 110  $\Omega$ , у корацима по један ом [5].

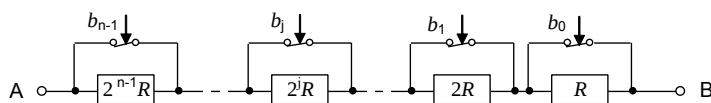


Слика 9.12. Комбинациони  $N/R$  претварач са четири декаде

<sup>12</sup> Један од примера примене такве мреже је симулатор отпорничког сензора, који се користи при еталонирању мерних претварача температуре.

За остваривање линеарног  $N/R$  претварача, најповољније решење, у погледу односа броја вредности квантоване величине и броја отпорника, постиже се ако је скуп еталон-отпорника образован у складу са тежинским позиционим записом броја  $N$ . Број отпорника једнак је броју бита,  $n$ , а њихове вредности су у истом односу као и разреди у примењеном тежинском запису броја  $N$ . Такав комбинациони  $N/R$  претварач, са мрежом бинарно одмерених отпорника (*weighted-resistor network*) приказан је слици 9.13. Прекидач је затворен када је одговарајући бит  $b_j$  једнак нули, тако да важи:

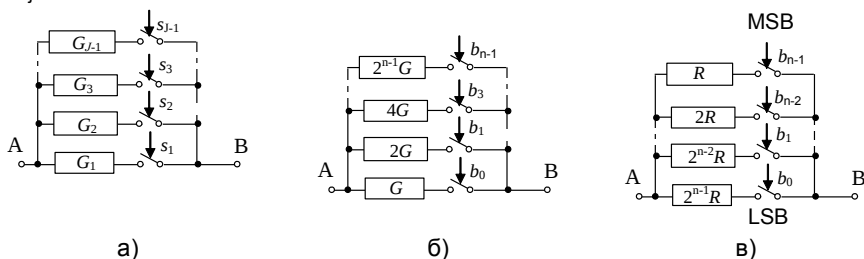
$$R_{AB} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j R_j = \sum_{j=0}^{n-1} b_j 2^j R = NR, R_j = 2^j R. \quad (9.23)$$

Слика 9.13. Бинарни  $N/R$  претварач

#### 9.4.2.2 $N/G$ ПРЕТВАРАЧИ

У начелу,  $N/R$  претварач је и  $N/G$  претварач, обзиром на једнозначну везу електричне отпорности и проводности. Мултиплексерски  $N/G$  претварач има један прекидач мање (слика 9.14.а). Отпорност еталон-отпорника је обрнуто сразмерна вредности броја  $N$  коју представља:

$$R_j = \frac{1}{G_j}; j = 1, \dots, J-1. \quad (9.24)$$

Слика 9.14.  $N/G$  претварачи

Линеарни комбинациони  $N/G$  претварач (слика 9.14.б) заснован је на паралелној вези еталон-отпорника чија је проводност сразмерна редном броју одговарајућег места у тежинском позиционим запису броја  $N$ :

$$G_{AB} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j G_j = \sum_{j=0}^{n-1} b_j 2^j G = NG, G_j = 2^j G. \quad (9.25)$$

Ако се посматрају отпорности у појединим гранама (слика 9.14.в), њихове вредности образују бинарни низ, који расте од бита највеће тежине (*MSB*) до бита најмање тежине (*LSB*)<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> У литератури на српском језику уобичајено је да се таква мрежа назива "тежинска мрежа".

$$R_j = \frac{2^{n-1}}{2^j} R. \quad (9.26)$$

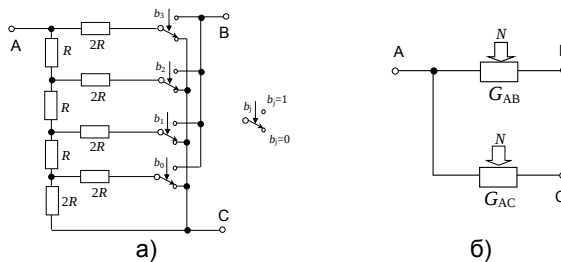
Отпорност између тачака А и В обрнуто је сразмерна вредности броја  $N$ :

$$R_{AB} = \frac{1}{G_{AB}} = \frac{2^{n-1}}{N} R. \quad (9.27)$$

Основни недостатак описане мреже је велики распон вредности отпорности. Овај проблем се превазилази применом мрежа које имају другачију структуру. Лествичаста мрежа (*ladder-network*), приказана на слици 9.15.а. има три прикључка и нека посебна својства. Анализа показује да, у односу на прикључке А, В и С, ова мрежа може да се представи еквивалентном шемом приказаном на слици 9.15.б, за коју важи:

$$G_{AB} = \frac{N}{2^n R} \quad \text{и} \quad (9.28)$$

$$G_{AC} = \frac{1}{R} - \frac{N}{2^n R}. \quad (9.29)$$



Слика 9.15.  $N/G$  претварач са лествичастом  $R-2R$  мрежом

У поређењу са одговарајућом мрежом образованом од бинарно одмерених отпорника, лествичаста мрежа захтева више елемената, као и сложености, преклопне прекидаче. Има једну, али одлучујућу предност: захтева само две вредности еталон-отпорника, независно од дужине броја  $N$ . Са становишта технологије интегрисаних кола, то својство је веома значајно. Овакве мреже се израђују као посебна интегрисана кола [6].

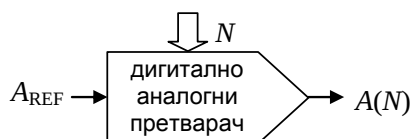
### 9.4.3 АКТИВНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

У најопштијем смислу, активни Д/А претварачи представљају дигитално управљане изворе напона односно струје. У начелу, постоје две могућности за реализацију активних Д/А претварача. Прву групу чине претварачи који, као и претварачи пасивних величина, могу да буду остварени помоћу одабраног скупа појединачних еталон-мера и одговарајуће прекидачке мреже која одређује вредност излазног напона (односно струје). Материјализоване мере у овом случају представљају референтни извори мерног сигнала, чија је карактеристична величина (напон или струја) одређена са прихватљивом мерном несигурношћу. У зависности од задатог броја  $N$ , на излаз се прослеђује само један одабрани сигнал (слика 9.7), или се излазни сигнал образује као комбинација сигнала различитих извора (слика 9.9).

Друга могућност је да се жељено пресликавање  $N \rightarrow A$  оствари посредно, тако што се вредност броја  $N$  преслика на вредност неког од електричних параметра којим је одређена вредност излазног напона. Излазна величина  $A$  представља функцију броја  $N$  и референтне аналогне величине  $A_{\text{REF}}$  (слика 9.16):

$$A_N = A_{\text{REF}} k(N) \quad (9.30)$$

где је  $k(N)$  функција пресликавања вредности дигиталне величине на вредност аналогне величине. У општем случају, величине  $A_{\text{REF}}$  и  $A$  не морају да имају исту физичку природу. Димензија величине  $k$  једнака је количнику димензија излазне и улазне величине.



Слика 9.16. Активни Д/А претварач као појачавач

У најједноставнијем случају, пресликавање  $N \rightarrow A$  је линеарно, а величине  $A_{\text{REF}}$  и  $A$  имају исту димензију. Обично се размак између две суседне вредности излазне аналогне величине,  $\Delta A$ , подешава тако да буде:

$$\Delta A = \frac{A_{\text{REF}}}{J}, \quad (9.31)$$

где је  $J$  укупан број елемената које чине скуп могућих вредности излазне величине. Ако је дигитална улазна величина,  $N$ , представљена  $n$ -битним природним бинарним кодом:

$$N = \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j, \quad (9.32)$$

тада је  $J = N_{\text{MAX}} + 1 = 2^n$ , и важи:

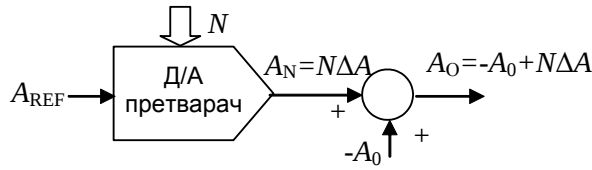
$$A = \frac{N}{2^n} A_{\text{REF}}. \quad (9.33)$$

Најмања вредност излазне аналогне величине  $A$  једнака је нули, а највећа:

$$A_{\text{MAX}} = \frac{2^n - 1}{2^n} A_{\text{REF}}. \quad (9.34)$$

Знак излазне величине одређен је знаком референтне аналогне величине  $A_{\text{REF}}$ . Биполарна излазна величина (која може да буде позитивна или негативна) добија се "поларизацијом" излаза<sup>14</sup> (слика 9.17).

<sup>14</sup> Под поларизацијом (енг. *bias*) се, у општем смислу, подразумева додавање (суперпозиција) одређене вредности посматраној величини, са циљем промене односно остваривања одговарајућих радних услова.

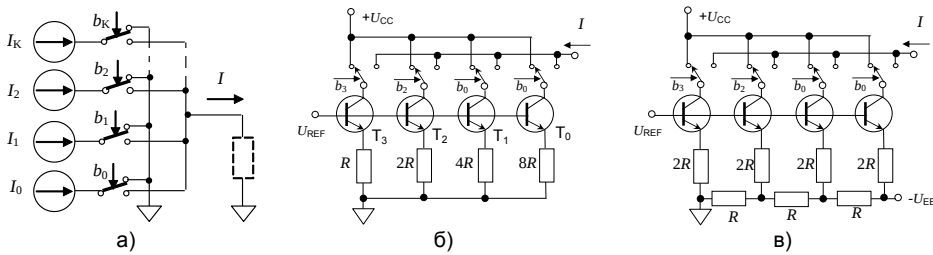


Слика 9.17. Поларизација Д/А претварача

### 9.4.3.1 $N/I$ ПРЕТВАРАЧИ

Мултиплексерски и комбинациони  $N/I$  претварачи имају нешто сложенију структуру. Наиме, да би се обезбедили референтни радни услови, неопходно је да излазно коло извора струје, које се користи као еталон мере (слика 9.18.а), буде увек затворено. Да би се то остварило, користе се двоструки (преклопни) прекидачи.

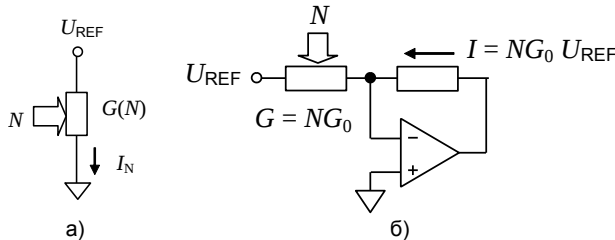
У колу приказаном на слици 9.18.б приказани су извори струје остварени помоћу биполарних транзистора. Интензитети колекторских струја транзистора су у односу отпорности њихових емиторских отпорника. У колу приказаном на слици 9.18.в скалирање струја остварено је помоћу  $R$ - $2R$  лествичасте мреже.

Слика 9.18.  $N/I$  претварачи

Ефикасан начин да се реализује пресликавање  $N \rightarrow I$  је коришћење извора референтног напона и  $N/G$  претварача. У колу приказаном на слици 9.19.а, струја коју даје извор референтног напона  $U_{REF}$  одређена је вредношћу броја  $N$ :

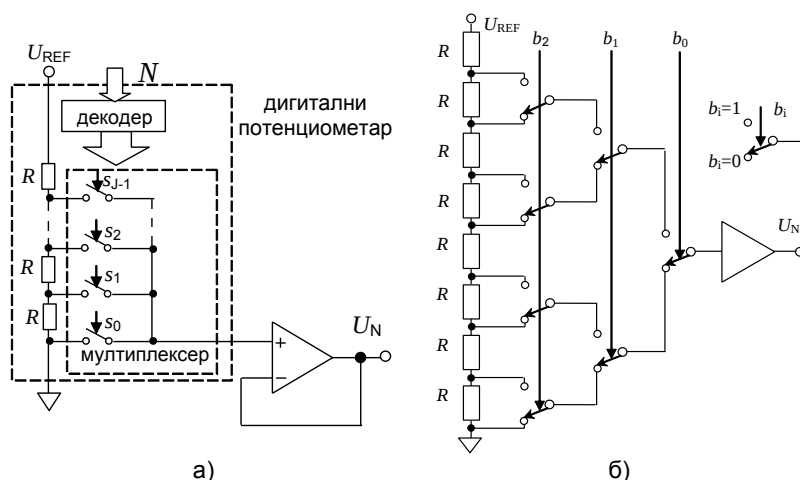
$$I_N = U_{REF} G(N). \quad (9.35)$$

Практична решења заснована су на примени операционог појачавача. Струја која тече кроз оптерећење у грани повратне спреге појачавача на слици 9.19.б, сразмерна је вредности броја  $N$ .

Слика 9.19.  $N/I$  претварачи

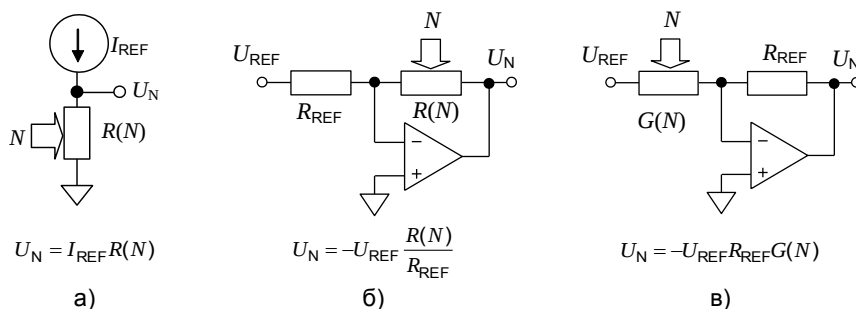
### 9.4.3.2 $N/U$ ПРЕТВАРАЧИ

Иако  $N/U$  претварачи могу да се, у начелу, разликују од  $N/I$  претварача само у погледу излазног кола, у практичним реализацијама постоје и разлике у структури самог кола. Када се не захтева висока резолуција примењују се мултиплексерски претварачи<sup>15</sup>. Линеарни дигитални потенциометар прикључен на извор референтног напона представља линеарни  $N/U$  претварач (слика 9.20.а). Јединични појачавач има задатак да одвоји отпорничку мрежу од оптерећења прикљученог на излаз  $N/U$  претварача. Прекидачка мрежа приказана на слици 9.20.б обједињује функције декодера и мултиплексера [7].



Слика 9.20. Мултиплексерски  $N/U$  претварач

Када улазни податак има више од осам битова, методе посредног пресликавања, засноване на примени комбинационих пасивних претварача, омогућују ефикасније решење. На слици 9.21.а представљен је принцип рада. Слика б) и в) приказују решења са операционим појачавачем. У колу приказаном на слици 9.21.б користи се  $N \rightarrow R$  претварач. У колу приказаном на слици 9.21.в користи се  $N \rightarrow G$  претварач.



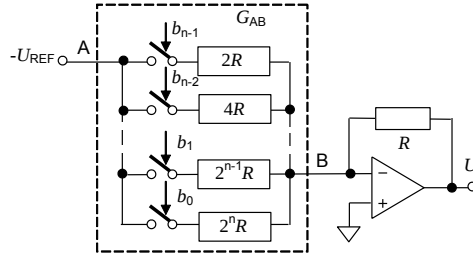
Слика 9.21.  $N/U$  претварачи са посредним пресликавањем

<sup>15</sup> То су била прва решења проблема пресликавања из дигиталног у аналогни домен.

Принципска електрична шема линеарног  $N/U$  претварача са тежинском отпорничком мрежом у улазном колу операционог појачавача приказана је на слици 9.22. Дигитално контролисана проводност  $G_{AB}$ :

$$G_{AB} = \sum_{j=0}^{n-1} b_j G_j = \frac{N}{2^n R}, \quad (9.36)$$

одређује вредност улазне струје.



Слика 9.22. Линеарни  $N/U$  претварач са тежинском отпорничком мрежом

Изразни напон одређен је једначином:

$$U = R G_{AB} U_{REF} = N \frac{U_{REF}}{2^n}. \quad (9.37)$$

Јединични прираштај излазног напона,  $\Delta U$ , једнак је:

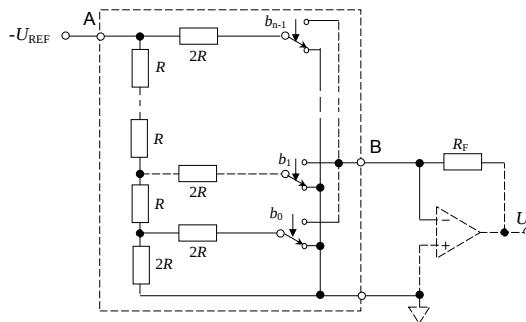
$$\Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n}. \quad (9.38)$$

Највећа вредност излазног напона је мања од  $U_{REF}$ :

$$\max U = \frac{2^n - 1}{2^n} U_{REF} = U_{REF} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) < U_{REF}. \quad (9.39)$$

На слици 9.23 приказан је линеарни  $N/U$  претварач са лествичастом мрежом. Вредност излазног напона одређена је формулом:

$$U_O = R_F G_{AB} U_{REF} = N \frac{U_{REF}}{2^n} \frac{R_F}{R}. \quad (9.40)$$



Слика 9.23. Линеарни  $N/U$  претварач са лествичастом отпорничком мрежом

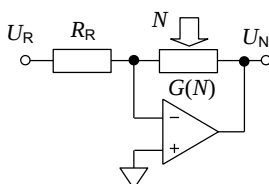
Оваква структура се често примењује при изради интегрисаних електронских кола. Притом се у оквиру ње већ налази отпорник повратне спреге  $R_F = R$ .

Треба уочити да линеарни  $N/U$  претварач у суштини представља хибридни множач:

$$U_N = \frac{U_R N}{N_{\text{MAX}} + 1}. \quad (9.41)$$

Модификацијом кола са слике 9.21.в тако што отпорник  $R$  и мрежа  $G(N)$  замене места, добија се хибридни делитељ (слика 9.24):

$$U = -\frac{1}{R_R G(N)} U_R = -2^n \frac{U_R}{N} \frac{R}{R_R}. \quad (9.42)$$

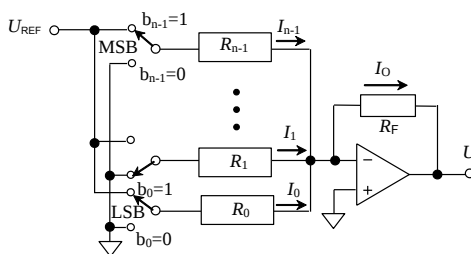


Слика 9.24.  $N/U$  претварач као хибридни делитељ

$N/U$  претварач може да се посматра као инвертујући операциони појачавач са отпорничко-прекидачком мрежом у улазном колу која обезбеђује дигитално програмабилно појачања. Две основне структуре су Д/А претварач са тежинском отпорничком мрежом и Д/А претварач са лествичастом отпорничком мрежом

### Д/А претварач са тежинском отпорничком мрежом

Применом операционог појачавача операција сабирања аналогних вредности које одговарају појединим разредима (цифрама) кодне речи којом је представљен број  $N$  остварује се веома једноставно и тачно. Принципска шема приказана је на слици 9.25.



Слика 9.25. Д/А претварач са тежинском отпорничком мрежом

Операциони појачавач са отпорником  $R_F$  у грани повратне спреге и улазном мрежом која се састоји од  $n$  отпорника  $R_0$  до  $R_{n-1}$  остварује улогу инвертујућег сабирача. Отпорници  $R_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ) одређени су тако да су вредности њихових отпорности одвагнати у односу тежина бинарних разреда. Када се користи природни бинарни код, вредности отпорности се смањују са повећањем индекса:

$$R_i = \frac{R_0}{2^i}, i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (9.43)$$

Ако је појачање операционог појачавача довољно велико, негативна повратна спрега, остварена преко отпорника  $R_F$ , обезбеђује да је потенцијал инвертујућег улаза, означеног са “-”, једнак потенцијалу неинвертујућег улаза (+). То значи да је у посматраном колу потенцијал чвора са којим су повезани отпорници  $R_0$  до  $R_{n-1}$  једнак нули (привидна нула). Када је  $i$ -ти бит,  $b_i$  у бинарној речи којом је представљен број  $N$ , једнак јединици одговарајући прекидач је у положају у којем се на  $i$ -ти улаз сабирача, преко отпорника  $R_i$  доводи референтни напон  $U_{REF}$ . Ако се унутрашња отпорност прекидача може занемарити у односу на отпорност отпорника са којим је повезан, вредност струје  $I_i$ , која кроз отпорник  $R_i$  утиче у чвор М када је  $b_i = 1$ , једнака је:

$$I_i = \frac{U_{REF}}{R_i} = \frac{U_{REF}}{2^{n-1} R} 2^i = 2^i I_0, i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (9.44)$$

Однос ових струја једнак је односу тежина цифара дуалног система бројева:

$$I_i = 2^i I_0, i = 0, 1, \dots, n-1, \quad (9.45)$$

$$I_0 = \frac{U_{REF}}{R_0}. \quad (9.46)$$

Ако се улазна струја (струја поларизације, *bias current*) на инвертујућем улазу операционог појачавача може да занемари, струја  $I_0$ , која тече кроз отпорник  $R_F$  у грани повратне спреге, једнака је:

$$I_0 = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i = I_0 \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = N I_0. \quad (9.47)$$

У колу са операционим појачавачем који се може сматрати савршеним ( $A \rightarrow \infty$ , струја поларизације инвертујућег улаза једнака нули), вредност излазног напона  $U$  једнака је:

$$U = -R_F I_0 = -R_F I_0 N = -\frac{R_F}{R_0} \frac{N}{2^{n-1}} U_{REF}. \quad (9.48)$$

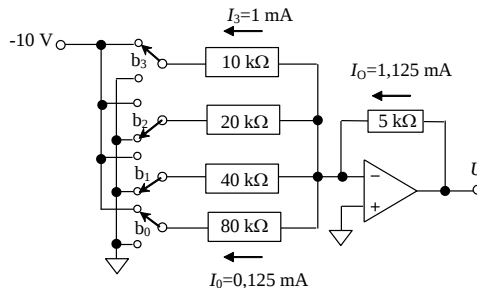
Ако је вредност отпорности отпорника у грани повратне спреге операционог појачавача једнака:

$$R_F = \frac{R_0}{2^n}. \quad (9.49)$$

биће

$$U = -\frac{N}{2^n} U_{REF} = -N U_0. \quad (9.50)$$

где је  $U_0$  вредност излазног напона која одговара биту најмање тежине (LSB).



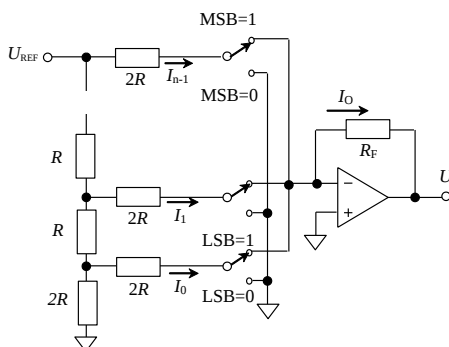
Слика 9.26. 4-битни Д/А претварач са тежинском отпорничком мрежом

| $N_{10}$ | $N_2$ | $U(V)$ |
|----------|-------|--------|
| 0        | 0000  | 0,000  |
| 1        | 0001  | 0,625  |
| 2        | 0010  | 1,250  |
| 3        | 0011  | 1,875  |
| 4        | 0100  | 2,500  |
| 5        | 0101  | 3,125  |
| 6        | 0110  | 3,850  |
| 7        | 0111  | 4,375  |
| 8        | 1000  | 5,000  |
| 9        | 1001  | 5,625  |
| 10       | 1010  | 6,250  |
| 11       | 1011  | 6,875  |
| 12       | 1100  | 7,500  |
| 13       | 1101  | 8,125  |
| 14       | 1110  | 8,850  |
| 15       | 1111  | 9,375  |

На слици 9.26 приказан је, као пример, анализа стања у колу 4-битног Д/А претварача са тежинском отпорничком мрежом. Табеларно су приказане вредности излазног напона које одговарају могућим цифрама кодне речи којом је број  $N$  представљен у декадном и природном бинарном коду. Назначен положај прекидача одговара њихов положај који одговара бинарном коду 1001.

### Д/А претварач са отпорничком $R$ - $2R$ отпорничком мрежом

Основни недостак Д/А претварача са тежинском отпорничком мрежом представља широк опсег вредности отпорности (однос највеће и најмање отпорности за приказ је  $n$ -битног бинарног броја је  $2^{n-1}$ ). У вези са тим је и немонотоност карактеристике, као резултат одступања стварне од назначене (називне) вредности отпорности отпорника употребљених за израду мреже<sup>16</sup>. У колу приказаном на слици 9.27 овај проблем је превазиђен одговарајућом структуром отпорничко-прекидачке мреже.



Слика 9.27. Д/А претварач са лествичастом отпорничком мрежом.

Као и у претходно разматраном колу са тежински одмереним отпорницима потенцијал чвора М је једнак нули. Вредност струје  $I_0$  одређена је стањима прекидача који одговарају логичкој вредности бита у кодној речи која представља број  $N$ :

$$I_0 = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i \quad (9.51)$$

Вредност напона у чворовима лествице не зависе од положаја преклопних прекидача. Наиме, када је  $i$ -ти бит,  $b_i$ , у бинарној речи којом је представљен број  $N$  једнак нули, струја  $I_i$  утиче у тачку која је на нултом потенцијалу. Када је  $b_i = 1$ , струја  $I_i$  утиче у чвор М. За прорачун напона у чворовима мреже може се сматрати да су сви отпорници чија је отпорност  $2R$  једним својим крајем везани за тачку која је на нултом потенцијалу, као што је то приказано на слици 9.28.а.

За  $R$ - $2R$  мрежу важи:

$$U_{i+1} = 2U_i \quad \text{и} \quad (9.52)$$

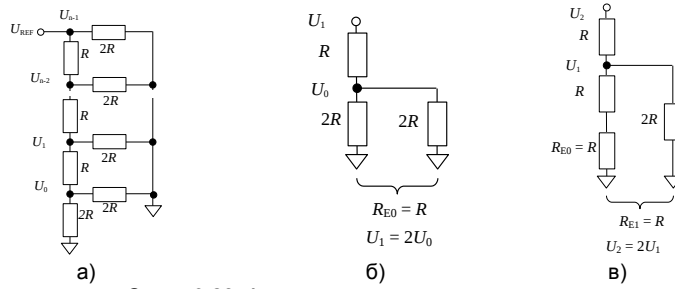
$$U_{n-1} = 2^{n-1}U_0 = U_{REF}, \quad \text{односно} \quad (9.53)$$

$$U_i = 2^i U_0, \quad (9.54)$$

где је

$$U_0 = \frac{U_{REF}}{2^{n-1}}. \quad (9.55)$$

<sup>16</sup> Толеранција вредности услед неједначености услова и несавршености опреме којом се остварују поједине операције у процесу производње.



Слика 9.28. Анализа лествичасте мреже

Вредност струје  $I_i$  једнака је:

$$I_i = \frac{U_{REF}}{2^{n-1}}. \quad (9.56)$$

Анализа лествичасте мреже  $R-2R$  показује да однос интензитета струја, означених на слици са  $I_0$  до  $I_{n-1}$  једнак односу тежина цифара природног бинарног система бројева:

$$I_i = 2^i I_0; i = 0, 1, \dots, n-1, \quad (9.57)$$

где је

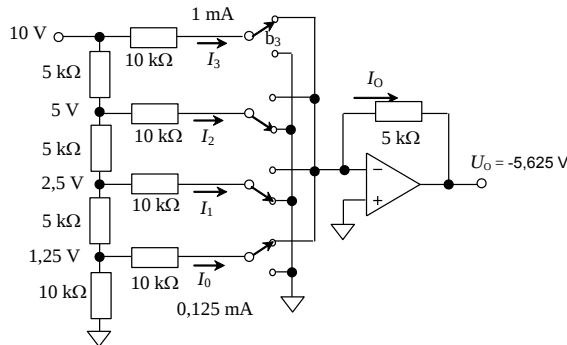
$$I_0 = \frac{U_i}{2R} = 2^i \frac{U_0}{2R} = 2^i \frac{U_{REF}}{2^n R} = 2^i I_0. \quad (9.58)$$

Захваљујући томе, вредност струје  $I_0$  и излазног напона  $U$  одређена је истим изразом као и код тежинске отпорничке мреже:

$$I_0 = \sum_{i=0}^{n-1} b_i I_i = I_0 \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = NI_0. \quad (9.59)$$

$$U = -R_F I_0 = -R_F I_0 N = -\frac{R_F}{R_0} \frac{N}{2^{n-1}} U_{REF}. \quad (9.60)$$

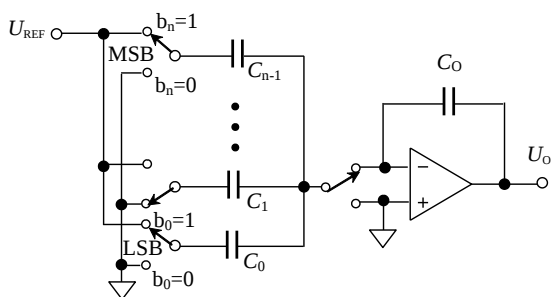
На слици 9.29 приказана је, као пример, анализа стања у колу 4-битног Д/А претварача са лествичастом отпорничком мрежом, које одговара бинарном коду 1001.



Слика 9.29. 4-битни Д/А претварач са лествичастом отпорничком мрежом

### Д/А претварач са тежинском кондензаторском мрежом

Описани Д/А претварачи засновани су сабирању бинарно одмерених струја са циљем дефинисања излазног напона применом Омовог закона. Напон може да се добије и пуњењем кондензатора познате капацитивности наелектрисањем које је сразмерно тежини цифара природног бинарног система бројева. Принциуска шема приказана је на слици 9.30.

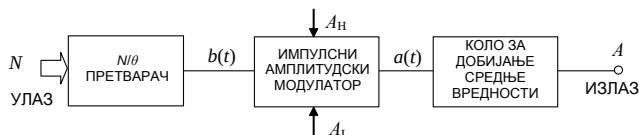


Слика 9.30. Д/А претварач са тежинском кондензаторском мрежом

Кондензатори, чија капацитивност одговара бинарном низу, прикључени су на масу када је одговарајући бит једнак нули, односно на извор референтног напона када је одговарајући бит једнак јединици. Струје пуњења кондензатора у мрежи сабирају се у излазном кондензатору. Пре новог одмеравања потребно је да се кондензатори испразне.

### 9.4.3.3 $N/\theta/A$ ПРЕТВАРАЧИ

Активни електрични Д/А претварачи могу да буду остварени помоћу посредног пресликавања у импулсни домен. Постоји више начина да се то постигне. На слици 9.31 приказан је општи структурни блок дијаграм  $N/\theta/A$  претварача.

Слика 9.31.  $N/\theta/A$  претварач

Пресликавање  $N \rightarrow A$  се остварује у три корака. У првом кораку улазна дигитална величина пресликава се на временске параметре низа правоугаоних импулса  $b(t)$  тако да је количник трајања ширине импулса,  $T_H$ , и периода њиховог понављања,  $T$ , сразмеран броју  $N$ :

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{N}{N_{\text{MAX}}} ; \quad (9.61)$$

где је  $N_{\text{MAX}}$  највећа вредност броја  $N$ .

У другом кораку се бинарни сигнал  $b(t)$  уобличава тако да се добије импулсни сигнал  $a(t)$  који има прецизно одређене вредности нивоа који одговарају логичкој јединици (тада је  $a = A_H$ ) и логичкој нули ( $a = A_L$ ). У последњем кораку одређује се средња вредност тако добијене поворке импулса:

$$\overline{a(t)} = \theta(A_H - A_L) + A_L = \frac{N}{N_{\text{MAX}}} (A_H - A_L) + A_L . \quad (9.62)$$

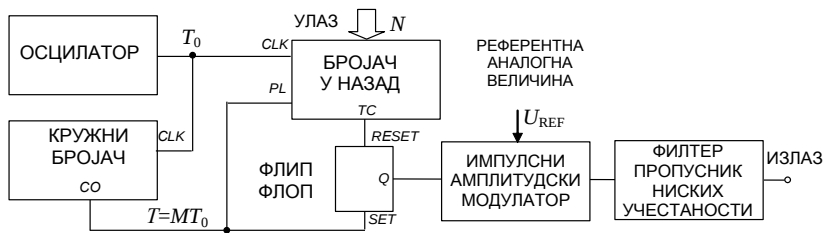
Елементарни прираштај који одређује резолуцију излазне величине једнак је:

$$\Delta A = \frac{A_H - A_L}{N_{MAX}}. \quad (9.63)$$

Обично је  $A_H = A_{REF}$  и  $A_L = 0$ , чиме се карактеристика преноса своди на облик:

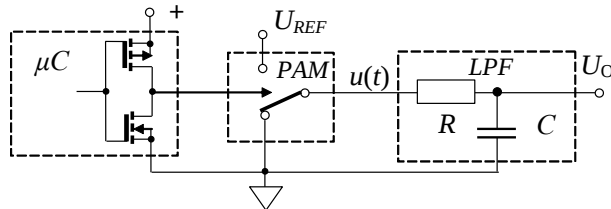
$$A = \overline{a(t)}_L = \frac{N}{N_{MAX}} A_{REF}. \quad (9.64)$$

Функцију импулсног амплитудског модулятора (*pulse amplitude modulator - PAM*) остварује електронски преклопни прекидач. Најједноставнији начин за добијање средње вредности аналогног сигнала пружа филтер пропусник ниских учестаности (*low-pass filter – LPF*). На слици 9.32 приказан је  $N/\theta/U$  претварач.



Слика 9.32.  $N/\theta/U$  претварач

На слици 9.33 приказан је  $N/\theta/U$  претварач заснован на микроконтролеру. Пресликавање  $N \rightarrow \theta$  остварује се софтверски. Средња вредност импулсног напона  $u(t)$  добија се помоћу једноставног  $RC$ -кола којим се потискује наизменична компонента, која представља носећу учестаност ширински модулисаних импулса сталне учестаности.

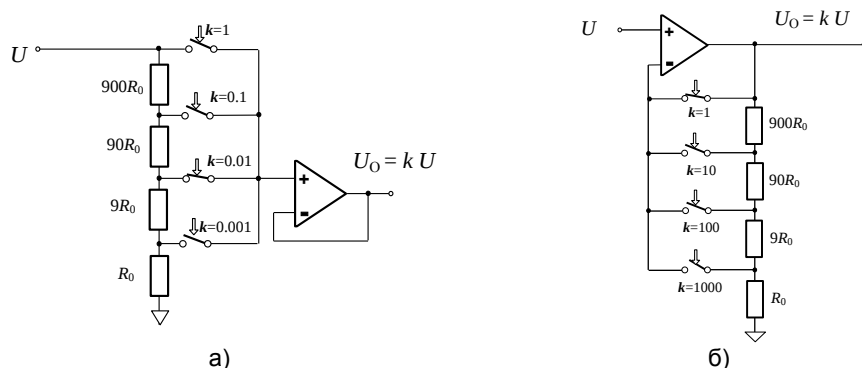


Слика 9.33.  $N/\theta/U$  претварач са микроконтролером

Недостатак оваквог поступка представљају, пре свега, ограничења која уноси филтер пропусник ниских учестаности, односно компромис који мора да се учини између опречних захтева у погледу економичности, тачности, брзине одзива и величине “заостале” наизменичне компоненте, која доводи до нежељеног “таласања” излазног сигнала.

## 9.5. МНОЖЕЊИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

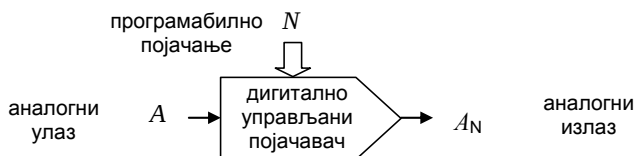
Широку примену у савременој техници имају дигитално-аналогни претварачи чија је излазна величина електрични напон. У елементарном облику  $N/U$  претварач представља програмабилни декадни делитељ напона (слика 9.34.а), односно програмабилни појачавач (слика 9.34.б).



Слика 9.34. Програмабилни појачавачи

У општем случају, помоћу Д/А претварача вредност броја  $N$  пресликава се на вредност неког од електричних параметра којим је одређено појачање неког појачавача. Ако на улазу таквог појачавача делује аналогна величина  $A_R$ , његова излазна величина  $A_N$  сразмерна је производу те величине и броја  $N$  (слика 9.35):

$$A_N = A \frac{N}{N_{\max} + 1} \quad (9.65)$$



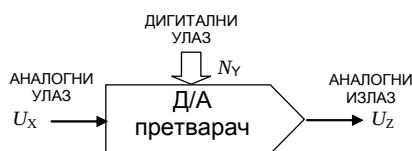
Слика 9.35. Активни Д/А претварач као појачавач

Другим речима, Д/А претварач делује као дигитално управљани појачавач, који може да буде:

- извор струје управљан напонем (*voltage-controlled current-source*),
- извор струје управљан струјом (*current-controlled current-source*),
- извор напона управљан напонем (*voltage-controlled voltage-source*),
- извор напона управљан струјом (*current-controlled voltage-source*).

Такав Д/А претварач представља мешовити систем који има два улаза и један излаз. Промене дигиталног улазног сигнала испољавају се као промене излазне величине, при чему аналогна величина  $A$  одређује сачинилац разmere.

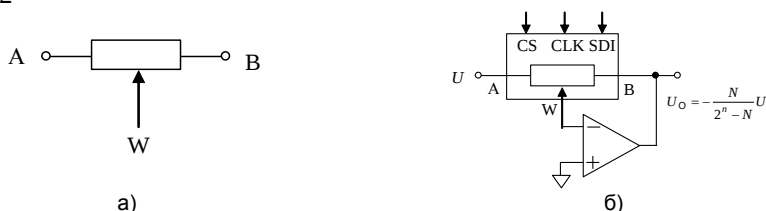
Вредности отпорности су оптимизиране тако да одговарају уобичајеним вредностима референтног напона: 5 V или 10 V. Решење кола, међутим, може бити такво, да омогућује да се, без нарушавања тачности, напон на улазу отпорничко-прекидачке мреже мења од нуле до неке максималне вредности. Такав елемент се назива множећи Д/А претварач (*multiplying DAC* – *MDAC*). На свом излазу даје аналогни сигнал чија је вредност сразмерна производу једне аналогне величине и једне дигиталне величине. Другим речима делује као хибридни множач (слика 9.36).



Слика 9.36. Хибридни множач

Посебну врсту Д/А претварача представља дигитални потенциометар. Делује као отпорник са клизачем  $W$  (слика 9.37.а), чији је релативан положај дуж тела отпорника, између прикључака А и В, дигитално одређен:

$$R_{WB} = \frac{N}{2^n} R_{AB}, \quad R_{AB} = R_{AW} + R_{WB}. \quad (9.66)$$

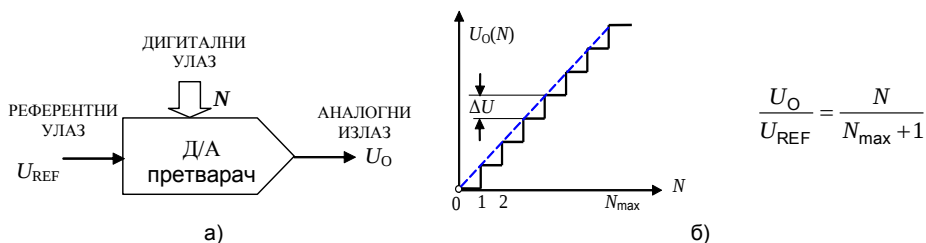


Слика 9.37. Дигитални потенциометар

Податак се уноси серијски посредством три сигналне линије<sup>17</sup>. Једно интегрисано коло може да садржи више таквих дигиталних потенциометара. На слици 9.37.б приказан је инвертујући појачаваач програмабилног појачања остварен применом дигиталног потенциометра.

## 9.6. ИНТЕГРИСАНИ Д/А ПРЕТВАРАЧИ

Дигитално-аналогни претварач остварује пресликавање информације у дигиталном облику на информацију у аналогном облику. На свом излазу Д/А претварач даје аналогни сигнал чији је интензитет једнозначно одређен нумеричком вредношћу улазног податка. У далеко највећем броју случајева користе се претварачи који на свом излазу дају аналогну величину чија је вредност сразмерна задатом броју.

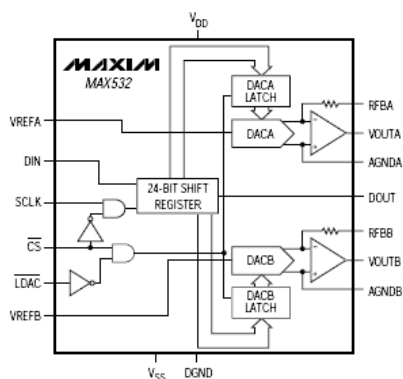


Слика 9.38. Д/А претварач

<sup>17</sup> Трожићна серијска веза (3-wire SPI serial communication) је уобичајена за пренос података унутар делова сложеног система (CS=chip select, CLK=serial input register clock, SDI=serial data input).

За добијање електричног сигнала, напона или струје, чији је интензитет сразмеран задатом броју користе се електронски прекидачи и мрежа отпорника<sup>18</sup> или извора струје. Најчешће, референтна аналогна електрична величина (извор референтног напона) прикључује се споља.

Д/А претварачи високе резолуције захтевају велики број прикључака за прихватање улазне величине. То се може избећи серијским уношењем, бит по бит дигиталног података, у померачки регистар. Након уписа комплетне кодне речи, примљени податак се преноси у меморијски регистар, а пријемни регистар ослобађа за уношење следеће вредности. На овај начин се повећава време одзива, али се смањују димензије кућишта односно омогућује повећање “густине паковања”, тако што се у једном кристалу израђује више претварача као што је то приказано на слици 9.39.



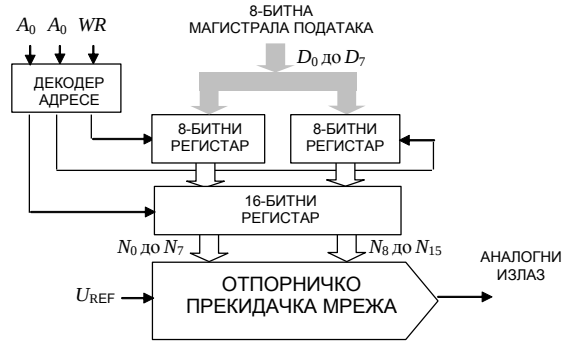
Слика 9.39. Интегрисани двоструки Д/А претварач са серијским улазом

У саставу интегрисаног Д/А претварача се често налази и меморијски регистар, у којем се памти задата вредност броја  $N$ , чиме се централна процесорска јединица ослобађа за приступ другим периферијским јединицама система. Да би се смањио број прикључака претварача са високом резолуцијом, као и да би се олакшало повезивање са 8-битним магистралама података, производе се интегрисана кола са одговарајућим регистрима који имају улогу меморијског бафера. На слици 9.40 приказан је 16-битни Д/А претварач са баферизованим улазом преко 8-битне магистрале података. Излазни податак се формира у три корака. Прво се виши и нижи бајт уписују у прихватне регистре, а онда се уписује излазни податак.

Резултат пресликавања не зависи од апсолутне вредности отпорности отпорника у интегрисаном колу, већ само од њиховог односа. То је веома значајно, јер интегрисана технологија није у стању да на економичан начин обезбеди високу тачност при изради отпорника, али се однос отпорности елемената, који су израђени од истог кристала, може да одреди веома прецизно. Неки произвођачи под називим Д/А претварач израђују интегрисана кола која садрже само отпорничко-прекидачку мрежу укључујући и отпорник

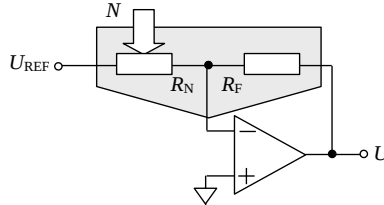
<sup>18</sup> У неким посебним применама користи се кондензаторска мрежа.

$R_F$ . На тај начин се постиже да резултат практично не зависи од бројне вредности ових отпорности. С обзиром да се сви отпорници у једном колу израђују истим поступком (од истог материјала, и у јединственом процесу) однос њихових отпорности веома мало зависи од утицаја околине и старења.



Слика 9.40. Д/А претварач са баферизованим улазом

Изазни напон је део референтног напона  $U_{REF}$ , па се Д/А претварач може посматрати као дигитално управљан делитељ напона. Да би се добио напон сразмеран бројној вредности улазног податка потребни су спољашњи извор референтног напона и операциони појачавач, који обезбеђује нулту излазну отпорност кола (слика 9.41).



Слика 9.41. Д/А претварач са интегрисаном отпорничко-прекидачком мрежом

Вредност излазног напона одређена је изразом:

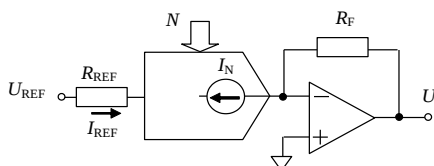
$$U = -\frac{R_F}{R_N} U_{REF} = -\frac{N}{2^n} U_{REF} \frac{R_F}{R}, \quad N = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 1. \quad (9.67)$$

Производе се и интегрисана кола са струјним излазом (слика 9.42) за које важи:

$$I_N = I_{REF} \frac{N}{2^n} = \frac{U_{REF}}{R_{REF}} \frac{N}{2^n}. \quad (9.68)$$

Додатни операциони појачавач омогућује добијање ненегативног напона сразмерног вредности броја  $N$ :

$$U = R_F I_N = U_{REF} \frac{R_F}{R_{REF}} \frac{N}{2^n}. \quad (9.69)$$



Слика 9.42. Интегрисани Д/А претварач са струјним излазом

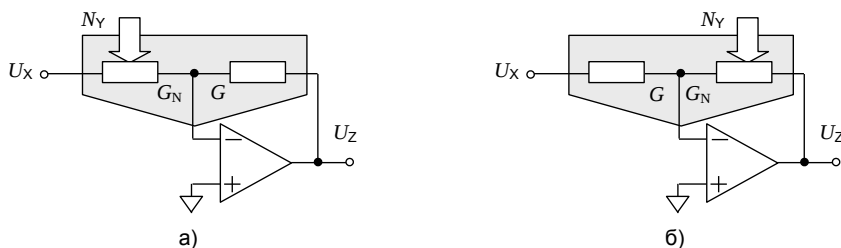
Отпорничко-прекидачка мреже делује као дигитално контролисани елемент за који важи:

$$\frac{G_N}{G} = \frac{N}{2^n} = \frac{N}{2^n}, \quad (9.70)$$

чија је еквивалентна проводност  $G_N$ , а  $G$  представља вредност еквивалентне проводности када су сви битови осим најлакшег једнаки нули. У колу са операционим појачавачем у којем дигитално контролисана проводност представља елемент улазног кола (слика 9.43.а), за вредност напона на излазу операционог појачавача добија се израз:

$$U_Z = -\frac{G_N}{G} U_X = -\frac{N_Y U_X}{2^n}, \quad (9.71)$$

који одговара хибридном множачу.



Слика 9.43. Хибридни множач и делитељ

Заменом места, као што је то показано на слици 9.43.б, добија се хибридни делитељ [8]:

$$U_Z = -\frac{G}{G_N} U_X = -\frac{2^n U_X}{N_Y}. \quad (9.72)$$

### 9.6.1 КАРАКТЕРИСТИКЕ Д/А ПРЕТВАРАЧА

Као компонента електронског система, Д/А претварач се описује помоћу скупа параметара који одређују:

- карактеристику преноса,
- тачност,
- карактеристике дигиталних улаза,

- карактеристике аналогног излаза,
- карактеристике референтног улаза,
- напајање,
- услове околине.

То су подаци које произвођач наводи у спецификацији производа (*data sheet*).

Карактеристика преноса је одређена математичким моделом којим је дефинисан однос излаза и улаза<sup>19</sup> и начином представљања (кодовања) улазног податка (природни бинарни код, *NBCD*, померени бинарни код,...). Излазни аналогни сигнал може бити представљен напоном или струјом. Првенствено се користе претварачи код којих је вредност излазне величине  $A$  сразмерна вредности броја  $N$  који представља улазни податак:

$$A = \frac{N}{2^n} A_{\text{REF}} = N \Delta A. \quad (9.73)$$

где је  $\Delta A$  вредност излаза која одговара биту најмање тежине (*LSB*). Величина  $\Delta A$  је основни статички параметар. Она одређује резолуцију Д/А претварача (промену излазне величине која се може поуздано детектовати)<sup>20</sup>. Ова вредност, која заправо представља константу преноса претварача, одређује нагиб (стрмину) праве којом се апроксимира улазно-излазна карактеристика, а тиме и радни опсег вредности излазне величине. Када је улазни податак представљен природним бинарним кодом, највећа вредност  $A_{\text{FS}}$  (вредност пуног опсега, *full scale*) једнака је:

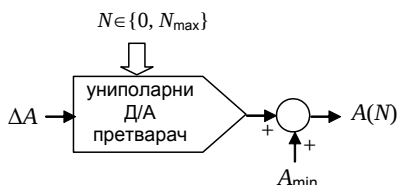
$$A_{\text{FS}} = \max A = \frac{2^{n-1}}{2^n} A_{\text{REF}}. \quad (9.74)$$

Поларисани Д/А претварач даје на свом излазу сигнал за који важи (слика 9.44):

$$A = A_{\text{min}} + N \Delta A, \quad (9.75)$$

где је:

$$\Delta A = \frac{A_{\text{max}} - A_{\text{min}}}{N_{\text{max}}}. \quad (9.76)$$

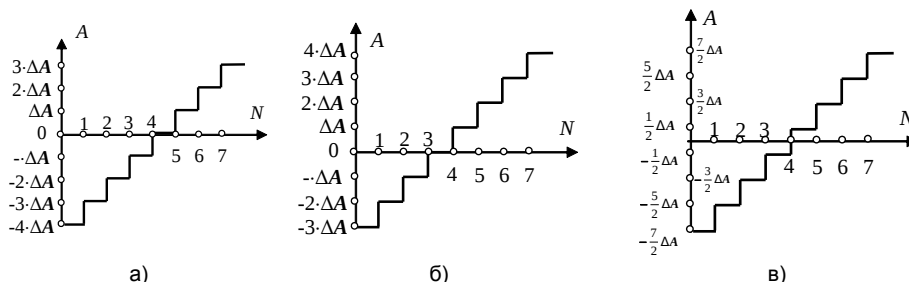


Слика 9.44. Поларисани Д/А претварач

<sup>19</sup> Математички модел одређује облик карактеристике. У општем случају, зависност интензитета излазне електричне величине од броја  $N$  не мора бити описана линеарном функцијом.

<sup>20</sup> Уобичајено је, иако некоректно, да се за дигитално/аналогне претвараче резолуција исказује у битовима.

На слици 9.45 приказане су карактеристике тробитног биполарног Д/А претварача. С обзиром да постоји паран број могућих вредности излазне величине, карактеристика је несиметрична (слике а и б), или је нулта вредност излаза изостављена (слика в).



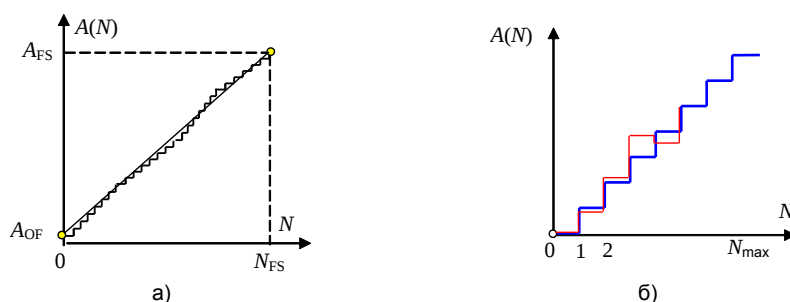
Слика 9.45. Биполарни Д/А претварач

Тачност којом се остварује пресликавање  $N \rightarrow A$  описује се подацима којима се специфицирају грешке које су последица различитих ефеката, односно деловања појединих утицајних величина као што су температура и напон напајања. Грешка појачања (*gain error*) дефинише се као одступање нагиба стварне<sup>21</sup> карактеристике од декларисане вредности. Оптимална права је права повучена кроз тачку измереног напона за нулти код и тачку стварно измереног напона пуне скале. Понекад се као одговарајући податак наводи грешка вредности пуног опсега (*full scale error*). Грешка нуле (*zero error*) представља померај нуле излазне величине (*offset error*). Дефинише се као стварна вредност која се добија на излазу када улазни дигитални код представља вредност којој одговара нулта вредност излазне величине. Обично се изражава у *LSB*.

Осим ових одступања референтних тачака улазно излазне карактеристике (нула и максимум), наводи се и грешка нелинеарности карактеристике, која описује одступање стварне функције  $A(N)$  од линеарне функције. Апсолутна линеарност (*integral nonlinearity*) се дефинише као највеће одступање излазног напона (за било који код улазних променљивих) од праве линије повучене од нултог, до прорачунатог напона пуне скале. Изражава се у процентима опсега пуне скале или у деловима *LSB*. Диференцијална нелинеарност (*differential nonlinearity*) се дефинише као највеће одступање суседних излазних нивоа у односу на теоријску (тачну) вредност. Може бити изражена у деловима бита или у процентима пуне скале. Као стварна карактеристика линеарног Д/А претварача посматра се "оптимална права" - права повучена кроз тачку стварног (измереног) излаза за нулти код,  $A_{OF}$ , и тачку излаза који представља стварну вредност пуног опсега,  $A_{FS}$  (слика 9.46.а). Монотона функција (*monotonicity*) има нагиб чији се знак не мења. Напон (струја) на излазу монотонног Д/А претварача се мења у истом смеру (или остаје константан) за сваку јединичну промену дигиталног

<sup>21</sup> Као стварна карактеристика Д/А претварача посматра се "оптимална права" - права повучена кроз тачку стварног (измереног) излаза за нулти код,  $A_{OF}$ , и тачку излаза који представља стварну вредност пуног опсега,  $A_{FS}$ .

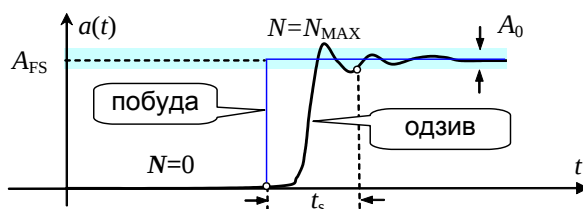
улаза (слика 9.46.б). Диференцијална нелинеарност већа од 1 *LSB* резултује немонотоним карактеристиком.



Слика 9.46. Нелинеарност и немонотоност

Температурски сачинилац појачања<sup>22</sup> описује промену вредности појачања изазвану променом температуре. Обично се изражава у милионитим деловима<sup>23</sup> по степену целзијусовом ( $ppm/^\circ C$ ). Осетљивост у односу на напон напајања (*power supply sensitivity*) описује показатељ потискивања промена једносмерног напона напајања (*power supply rejection*).

Динамичка својства описују се временом одзива односно временом потребним за смиривање прелазног процеса на излазу, након промене улаза (слика 9.47). Време успостављања (*settling time*),  $t_s$ , се дефинише као временски интервал који протекне од тренутка промене улазног сигнала (податка) до тренутка након којег одступање излаза од коначне вредности, која одговара стационарном стању, остаје унутар опсега чија ширина одговара резолуцији претварача (или неке друге специфициране вредности<sup>24</sup>).



Слика 9.47. Време одзива

Карактеристике дигиталних улаза одређују електричну усаглашеност (компатибилност). У оквиру описа својстава референтног улаза наводе се радни и највећи дозвољени опсег вредности, као и улазна струја, односно улазна отпорност. На излазној (аналогној) страни декларишу се опсег вредности, излазна отпорност и највеће дозвољено оптерећење.

<sup>22</sup> Уобичајено је да се ова величина назива "температурни коефицијент" (*gain temperature coefficient, full scale temperature coefficient*).

<sup>23</sup>  $1 \text{ ppm} = 10^{-6}$ , од лат. *pars per milionem*.

<sup>24</sup> Време успостављања може да буде дефинисано као временски интервал од промене у улазном коду до тренутка када излазни сигнал остане унутар  $\frac{1}{2} \text{ LSB}$ .

У опште техничке карактеристике спадају радни/дозвољени опсег напона напајања, струја напајања, потрошња и највећа дозвољена дисипација. Декларишу се радни температурски опсег и дозвољени температурски опсег складиштења.

У табели 9.1 наведени су, као пример, основни подаци о интегрисаном Д/А претварачу *DAC08* који се налази у производном програму више произвођача.

| Ознака    | Опис                                                                  | <i>min</i> | типично    | <i>max</i> | Јединица                |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|-------------------------|
|           | Резолуција                                                            | 8          |            |            | бит                     |
| $U_{IH}$  | Ниво напона логичке јединице на улазу                                 | 2          |            |            | V                       |
| $U_{IL}$  | Ниво напона логичке нуле на улазу                                     |            |            | 0,8        | V                       |
| $I_{REF}$ | Референтна струја                                                     | 1          | 3          |            | mA                      |
| $I_{FS}$  | Вредност пуног опсега излазне струје ( $I_{REF} = 2,000 \text{ mA}$ ) | 1,94       | 1,99       | 2,04       | mA                      |
| $I_{ZS}$  | Померај нуле на излазу                                                |            | 0,2        | 1          | $\mu\text{A}$           |
| $U_{OC}$  | Радни опсег излазног напона                                           | - 10       |            | +18        | V                       |
| $TC_{FS}$ | Температурски коефицијент вредности пуног опсега излазне струје       |            | $\pm 10$   | $\pm 50$   | ppm/ $^{\circ}\text{C}$ |
| $t_s$     | Време успостављања                                                    |            | 100        | 150        | ns                      |
| $t_p$     | Кашњење                                                               |            | 35         | 60         | ns                      |
| $U_{CC}$  | Напон напајања                                                        | $\pm 4,5$  |            | $\pm 18$   | V                       |
| $I_{CC}$  | Струја напајања                                                       |            | +2,5, -6,5 |            | mA                      |

Табела 9.1 Електричне карактеристике интегрисаног Д/А претварача *DAC08*

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 *International Electrotechnical Vocabulary, part 351: Automatic control, section 32, Specific functional units in control technology.*
- 2 *International Electrotechnical Vocabulary, part 351: Automatic control, section 30, Process computer systems.*
- 3 *National Semiconductor, DAC0800, 8-Bit Digital-to-Analog Converter.*
- 4 *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM), 2007.*
- 5 В. Ђ. Јовановић, Електрична мерења, Научна књига, 1967.
- 6 *HS 3140, Monolithic 14-bit MDAC, Hybrid systems.*
- 7 P. Horowitz, W. Hill, *The Art of Electronics*, Cambridge University Press, 1989, p. 624.
- 8 P. Bošnjaković, D. Rađenović, Pretvarač frekvencije elektroenergetske mreže visoke tačnosti, *Elektroprivreda*, br. 3, s.79 - 83, 1998.

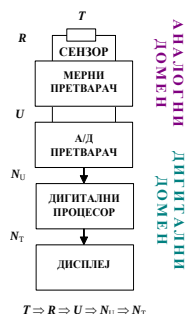
## 10.

# АНАЛОГНО-ДИГИТАЛНИ ПРЕТВАРАЧИ

Највећи број физичких величина којима се представља стање неког процеса, и које се због тога надзиру или се њима управља<sup>1</sup>, може да има било коју вредност унутар граница одређеног опсега. Такве променљиве се називају аналогне величине. Међутим, у електронским рачунарима (у којима се информације о надзираним процесима прикупљају и обрађују у складу са утврђеним алгоритмом, да би се одредили неки “посредни” показатељи стања, или генерисали одговарајући управљачки налози), променљиве величине могу имати само коначан број вредности. Такве променљиве се називају дигиталне величине. Уношење информација о стању физичког процеса, изворно представљених аналогним величинама, у дигитални систем који треба да врши њихово прикупљање, обраду, приказ, складиштење или пренос, подразумева претварање из аналогног у дигитални облик.

Температура неког објекта, на пример, која представља карактеристични параметар процеса, односно стања посматраног система, пресликава се, помоћу одговарајућег сензора, на вредност неке електричне величине, као што је електрична отпорност платинске жице. Мерни претварач обезбеђује да се вредност мерене величине (отпорности) представи у облику нормализованог напона, који се доводи на улаз аналогно-дигиталног претварача који омогућује добијање информације у дигиталном облику.

Потом се врши одређена обрада (израчунавање вредности температуре на основу познатог математичког модела сензора) да би се податак о вредности мерене величине приказао (проследио) кориснику у одговарајућем облику. У мерном ланцу, који повезује објект посматрања и посматрача, остварује се, са циљем постизања потребне тачности и представљања информације у облику најпогоднијем за корисника, низ претварања. У описаном примеру, мерена величина (температура објекта) се пресликава на отпорност сензора који има улогу предајника информације. Помоћу одговарајућег електронског кола промене отпорности сензора се претварају у једносмерни електрични напон.



Слика 10.1. Мерни ланац

Применом аналогно/дигиталног претварача, вредност овог напона “постаје” нумерички податак, који се, потом, даље обрађује са циљем израчунавања бројне вредности мерене величине, изражене у одговарајућим мерним јединицама. Резултат мерења се “саопштава” кориснику као пријемнику информације. Мерење се у најопштијем смислу дефинише управо као скуп поступака који имају за циљ одређивање вредности неке величине. У електронским мерним системима ти поступци, који обухватају низ пресликавања вредности једне (физичке) величине на вредност неке друге величине, изводе се аутоматски.

<sup>1</sup>

Као што су, на пример, температура, притисак, ниво или количина течности.

Пресликовање неелектричне величине у електричну је најчешће, по природи физичког процеса којим се остварује, нелинеарно, односно, може се сматрати линеарним само у релативно уском мерном опсегу. Зависност електричне отпорности од температуре одређена је врстом сензора, који се бира тако да одговара намени (мерном опсегу и условима рада). Мерни претварачи и аналого/дигитални претварачи се, у начелу, пројектују тако да остварују линеарно пресликовање. Потребна математичка обрада “поверава” се дигиталном процесору, који, у посматраном примеру, резултат обраде приказује у изабраним јединицама мерене величине на одговарајућем приказивачу (дисплеју).

У целини посматрано, подручја аналого-дигиталног и дигитално-аналогног пресликовања представљају делове једне шире области која обрађује разноврсне видове трансформације облика представљања информација. У савременим техничким системима често се појављује потреба за оваквим, односно сличним трансформацијама. Током последњих деценија двадесетог века, област електронике која се бави променама облика представљања информација развијала се веома интензивно, како у погледу методологије тако и у погледу примењене технологије. Мноштво метода је развијено са настојањем да се постигне што бољи компромис у погледу квалитета (метролошких перформанси) и економичности реализације.

У овом поглављу обрађују се општи појмови који се односе на операцију промене облика представљања информације из аналогног у дигитални. Разматрају се непосредне (директне) методе квантовања аналогне величине. Приказана је њихова класификација. Анализирају се својства методе истовременог поређења, бројачке методе и методе sukcesивне апроксимације. Посебна пажња посвећена је методама посредног пресликовања, које у савременој мерној техници имају широку примену.

## 10.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

У ужем смислу, под појмом “аналогно/дигитално претварање” подразумева се пресликовање улазног аналогног сигнала у његову дигиталну представу на излазу [1], [2]. [3]. Ово пресликовање подразумева две операције, квантовање и кодовање.

Квантовање (*quantization*) представља поступак којим се аналогна величина, која може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу од  $A_{\min}$  до  $A_{\max}$ , апроксимира дигиталном величином  $a_Q$ , чији је скуп могућих вредности  $\mathcal{A}_Q = \{a_i\}$  дискретан и коначан. Свакој вредности аналогне величине  $a$  додељује се јединствена вредност дигиталне величине  $a_Q$ :

$$a \in [A_{\min}, A_{\max}] \rightarrow a_Q \in \{a_i\}. \quad (10.1)$$

Под називом “квантовање” (*quantization*) у физици се подразумева поступак којим се посматрана величина представља као збир малих мерљивих прираштаја<sup>2</sup>. Вредностима мерене величине приписују се вредности дигиталне

<sup>2</sup> Квант (од лат. *quantum*, колико) је најмања количина физичке величине која се може придружити некој појави, када је посматрана величина представљена скупом дискретних вредности.

величине исте врсте. У најопштијем смислу, квантовањем се нека величина представља као дигитална величина која може да има само коначан број дискретних вредности. Притом, и полазна (посматрана) величина може да буде дигитална. Квантовање тада има за циљ да скуп који има велики број чланова представи скупом који има мањи број чланова.

Под квантовањем се у електроници подразумева поступак којим се аналогна величина  $a$ , чији је опсег вредности  $[A_{\min}, A_{\max}]$ , апроксимира дигиталном величином  $a_Q$ , чији је скуп могућих вредности  $\mathcal{A}_Q$  дискретан. Било која вредност аналогне величине  $a$  у опсегу  $[A_{\min}, A_{\max}]$  пресликава се на једну одређену вредност скупа  $\mathcal{A}_Q$ . Вредност  $a_Q$  дигиталне величине, одређена изабраним поступком, назива се квантована вредност. Разлика квантоване вредности и праве вредности улазне величине:

$$q = a - a_Q. \quad (10.2)$$

представља грешку која настаје када се величина  $a$  замени величином  $a_Q$ .

Кодовање (*coding*) је поступак представљања информација помоћу симбола одређеног скупа који чине азбуку. Процес квантовања неизбежно укључује неки облик кодовања. Међутим, када се резултат мерења саопштава човеку, треба да буде исказан у декадном систему бројева на уобичајен начин: знак + вредност (*sign+magnitude*). Када се овај податак преноси другом уређају, користи се дуални систем бројева, а начин кодовања представља компромис потреба, могућности и економичности техничког решења.

Аналого-дигитални претварач остварује промену облика представљања информације. Пресликавање из аналогног у дигитални домен је, по својој суштини, мерење аналогне величине. Резултат мерења приказује се у виду броја,  $N$ , којим је исказан однос непознате,  $a$ , и познате (референтне) аналогне величине,  $A_{\text{REF}}$ :

$$N = \frac{a}{A_{\text{REF}}}. \quad (10.3)$$

Величина  $A_{\text{REF}}$  има улогу материјализоване мере у процесу квантитативног одређивања величине  $a$ . Број могућих вредности броја  $N$  је увек коначан, ограничен дужином записа којим се представља.

У општем случају, преображај сигнала из аналогног у дигитални облик обухвата још једну операцију. Дискретизацији по вредности претходи дискретизација по независно променљивој (времену). Непрекидна по времену величина  $a(t)$  замењује се величином која је дефинисана само у одређеним, дискретним тренуцима времена. Операција узимања “узорка” вредности аналогне величине назива се одабирање<sup>3</sup> (*sampling*).

Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача приказан је на слици 10.2. Дискретизацијом по времену добија се аналогна величина  $a_s(t_i)$ , чија вредност може да се промени само у тренутку  $t_i$  који дефинише сигнал  $p(t_i)$ . Квантовањем се добија величина дискретна и по времену и по интензитету. Кодовањем се резултат пресликавања  $a \rightarrow N$  представља у облику који је погодан за даљу обраду, пренос или запис.

<sup>3</sup> У литератури на српском језику користе се и називи “одмеравање” и “узорковање”.

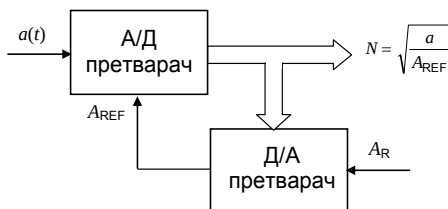


Слика 10.2. Општи функционални блок-дијаграм А/Д претварача

Основни параметар А/Д претварача је укупан број вредности које дигитални представник улазне аналогне величине може да има. Када је излазна величина представљена тежинским бинарним кодом, уобичајено је да се број бита декларише као “резолюција претварача”<sup>4</sup> [4], [5]. Притом мора да буде назначен и начин кодовања излазног податка.

Други карактеристичан параметар је брзина одзива која се изражава бројем узорака (мерења) у секунди (*samples per second, sps*). Први дигитални волтметри, намењени за примену у лабораторијама и производним погонима посебне намене, омогућавали су читавање са три декадне цифре, брзином од пар мерења у секунди. Половином двадесетог века то је било сасвим довољно. Међутим, дигитална мерна техника је отворила нове видике и указала на нове могућности. Настојања да се управљање производним процесима учини што успешнијим наметнула су и потребу да се побољша квалитет мерења у индустрији и истраживачким лабораторијама. То је захтевало унапређење метролошких могућности лабораторија за преглед и калибрацију мерила. Тридесетак година касније, развијени су програмабилни мерни системи који омогућују приказ резултата мерења са  $8\frac{1}{2}$  цифара, способни да у свакој секунди генеришу сто хиљада мерних података дужине 16 бита [6]. Крајем двадесетог века развијени су 8-битни претварачи који омогућују више од милијарду узорака у секунди [4].

Занемарујући грешку квантовања пресликавање  $a \rightarrow N$  је најчешће линеарно. У неким случајевима, међутим, закон кореспонденције има сложенији облик. Тада се, у ствари, једновременно са процесом пресликавања врши и одређена математичка обрада сигнала, као на пример у систему са карактеристиком квадратног корена, приказаном на слици 10.3. Тиме се несумњиво добија на једноставности система у којем се такво пресликавање користи. Најчешће, међутим, функционална обрада сигнала врши се дигитално, након претварања информације у дигитални облик.



Слика 10.3. А/Д претварач са карактеристиком квадратног корена

<sup>4</sup> У физици и мерној техници “резолюција” описује способност разлагања мерног средства. Искузује се кроз податак о најмањој вредности (промени) улазне величине која може да се примети (поуздано утврди). Другим речима, резолуција А/Д претварача, као мерног средства, треба да буде исказана у јединицама мерене величине.

Прилагођење аналогних сигнала првенствено има за циљ да прилагоди мерни сигнал употребљеном А/Д претварачу, такон да се у највећој могућој мери искористи његов мерни опсег, при чему се настоји да се само спрезање изврши са што мање утицаја на информациони садржај сигнала. Програмабилност дигиталних уређаја пружа много више погодности при извршавању математичких операција и прилагођавању алгоритма обраде условима одређеног мерења.

## 10.2. КВАНТОВАЊЕ

Квантовањем се аналогна величина  $a$ , која може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу од  $A_{\min}$  до  $A_{\max}$ , замењује величином  $a_Q$ , чији скуп могућих вредности  $\mathcal{A}_Q = \{a_j\}$  садржи коначан број чланова:

$$a \in [A_{\min}, A_{\max}] \rightarrow a_Q \in \{a_j\}, j = 1, 2, \dots, J \quad (10.4)$$

где је  $J$  укупан број елемената скупа  $\mathcal{A}_Q$ .

Да би се извршило квантовање, опсег могућих вредности величине се дели на подопсеге. Сваком подопсегу додељује се јединствена вредност  $a_Q \in \mathcal{A}_Q = \{a_j\}$ . Било која вредност величине  $a$ , која припада одређеном подопсегу, пресликава се на јединствену вредност која припада скупу  $\mathcal{A}_Q$ . При равномерном квантовању сви подопсези имају једнаку ширину  $\Delta A$ :

$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{J} \quad (10.5)$$

Величина  $\Delta A$  је корак квантовања.

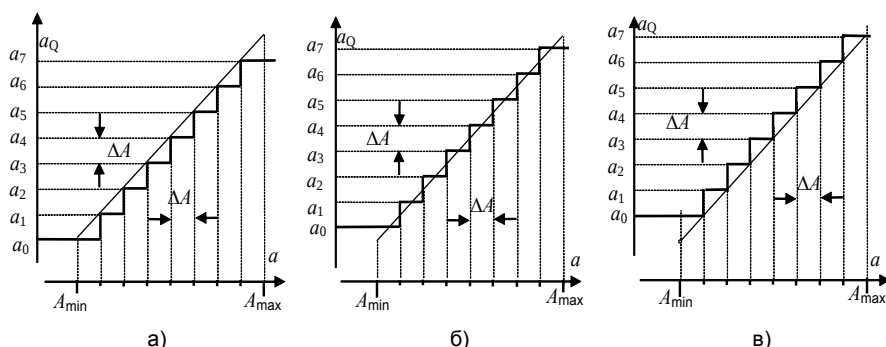
Границе подопсега при равномерном квантовању одређене су изразом:

$$A_j = A_{\min} + j \Delta A, j = 0, 1, \dots, J \quad (10.6)$$

Скуп  $\{A_j\}$  представља подскуп скупа вредности величине  $a$ . Једначина 10.6. дефинише укупно  $J+1$  вредности.

У ужем смислу, квантовање подразумева да квантована вредност, величина  $a_j$ , припада подопсегу који представља [7]. Избор вредности којом се подопсег представља одређује начин апроксимације. Ако се изабере да подопсег буде представљен његовом доњом граничном вредношћу, примењује се апроксимација “одсецањем”. Мерена величина  $a$  се замењује најближом по вредности дигиталном величином  $a_j$ , која је мања или једнака посматраној аналогој величини (слика 10.4.а).

Ако је квантована вредност у средини интервала квантовања (слика 10.4.б) квантована величина једнака је вредности дигиталне величине  $a_j$ , која је најближа посматраној аналогој величини (квантовање “закругљивањем”). Ако је квантована вредност једнака горњој граничној вредности интервала којем величина припада врши се квантовање “додавањем” (слика 10.4.в).

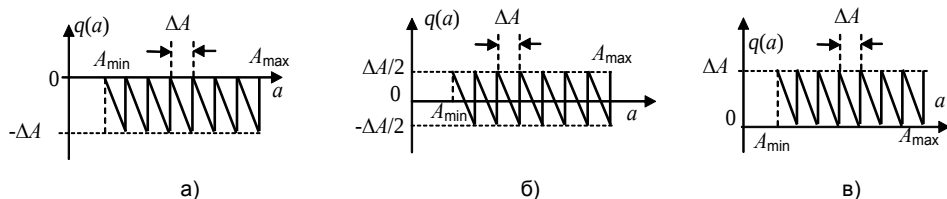


Слика 10.4. Равномерно квантовање

Опсег вредности величине грешке квантовања,  $q$ , одређен је ширином подопсега и начином избора квантоване вредности која представља подопсег. Пресликавање  $a \rightarrow a_Q$  је једнозначно, али инверзна трансформација није. Права вредност величине  $a$ , чији је еквивалент  $a_Q$  познат, не може да се одреди. Грешка квантовања је случајна величина која се при дигиталној обради сигнала посматра као “шум квантовања”.

При квантовању одсецањем опсег могућих вредности грешке квантовања је одређен релацијама (слика 10.5.а):

$$-\Delta A \leq q < 0. \quad (10.7)$$



Слика 10.5. Грешка квантовања

Када вредност променљиве  $x$  представља случајну величину, све могуће вредности грешке унутар интервала квантовања су једнако вероватне. Средња вредност<sup>5</sup> грешке одсецања  $q(x)$  је једнака:

$$\bar{q} = -\frac{\Delta A}{2}, \quad (10.8)$$

а средња вредност квадрата грешке:

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{3}. \quad (10.9)$$

Ако је квантована вредност у средини интервала квантовања (слика 10.4.б):

<sup>5</sup> Аритметичка средина (математичко очекивање).

$$a_j = A_{\min} + \frac{\Delta A}{2}; j=0,1,\dots,J-1, \quad (10.10)$$

величина  $a_Q$  једнака је вредности  $a_j$  која је најближа вредности  $a$ . Функција  $q(a)$  је симетрична око апсцисне осе (слика 10.5.б), па је највећа могућа вредност грешке двоструко мања:

$$-\frac{1}{2}\Delta A \leq q < \frac{1}{2}\Delta A. \quad (10.11)$$

Средња вредност грешке  $q(a)$  је у овом случају једнака нули, а средња вредност квадрата грешке је четири пута мања него у случају квантовања одсецањем:

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta A)^2}{12}. \quad (10.12)$$

Ако је квантована вредност  $x_q$  једнака горњој граничној вредности интервала којем величина  $a$  припада (слика 10.5.в), средња вредност грешке  $q(a)$  једнака је:

$$\overline{q} = \frac{\Delta A}{2}, \quad (10.13)$$

а средња вредност квадрата грешке је одређена истим изразом као и у случају квантовања одсецањем.

Математички посматрано, равномерно квантовање је пресликавање скупа  $\mathcal{A}$ , који представља област могућих вредности аналогне величине  $a$ :

$$\mathcal{A} = \{a \in [A_{\min}, A_{\max}]\}, \quad (10.14)$$

на коначан скуп  $\mathcal{N}$  који се састоји од  $J$  целих бројева:

$$\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots, J-1\}. \quad (10.15)$$

Независно од тога који се начин апроксимације примењује при квантовању, да би се посматрана аналогна величина заменила одговарајућим дигиталним представником потребно је да се одреди којем подопсегу њена вредност припада. То може да се уради на два основна начина:

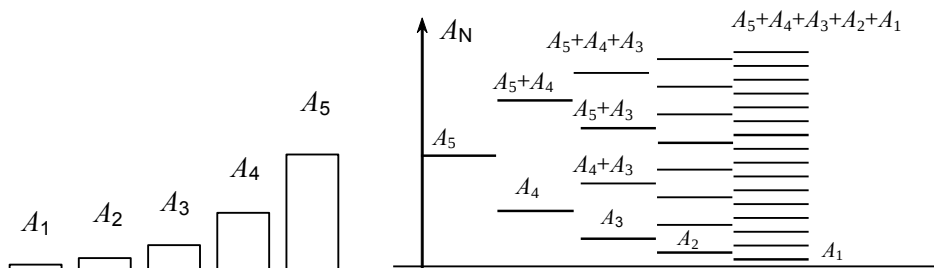
- истовременим поређењем мерене величине са свим референтним величинама скупа граничних вредности подопсега (метод истовременог поређења);
- појединачним поређењем мерене величине са изабраном референтном величином из скупа граничних величина, која се бира (подешава у корацима) тако да, унутар граница грешке квантовања, буде једнака величини која се мери (метод уравнотежавања).

У општем случају, аналого/дигитални претварач који (аутоматски) остварује квантовање аналогне величине  $a$  методом истовременог поређења

садржи материјализовану скалу, која дефинише  $J$  могућих вредности квантоване величине  $a_Q \in \{a_j\}$ , и  $J-1$  компаратора. Сваки компаратор пореди улазну величину  $a$  са једном од референтних вредности која припада скупу  $A_j$ ;  $j = 1, 2, \dots, J$ . Стања компаратора једнозначно одређују којем подопсегу вредности припада појединачна величина која се у датом тренутку посматра.

Метод уравнотежавања је процес који се састоји из низа операција којима се “налази” квантована величина једнака улазној величини. У граничном случају квантовање се своди на бројање колико је изабраних јединица мере,  $\Delta A$ , потребно да се сабере да би се остварила једнакост референтне и улазне аналогне величине. Величина  $\Delta A$  одређује еталон-меру са којом се улазна величина пореди. Добра страна овог метода је да су прираштаји референтне величине једнаки, јер то олакшава њихову реализацију. Лошу страну представља чињеница да трајање мерног процеса зависи од вредности мерене величине и изабране величине  $\Delta A$ .

До резултата се брже долази ако се при мерењу користи мањи скуп еталон-мера, одабраних тако да је помоћу њих могуће остварити све могуће вредности квантоване величине које одговарају одређеном мерном опсегу. Квантована величина, која се пореди са мереном величином, образује се као збир еталон-мера различитих вредности. Најефикасније решење представљају различите мере, од којих сваки следећи у низу је два пута већа од свог претходника. Начин “развијања” мерне скале приказан је на слици 10.6. Вредности референтних величина стоје у истом односу као и разреди бинарног кода.



Слика 10.6. Образовање референтне величине збрајањем

Поступак уравнотежавања је заснован на бинарном одлучивању. Упоредивање почиње са највећом еталон-мером, а затим sukcesивним додавањем следећих мањих еталон-мера тако да референтна величина буде већа од улазне величине.

Квантовање је нелинеарна операција. Елементарни квантизер је компаратор којим се остварује поређење две аналогне величине исте врсте. Сигнал на излазу компаратора је бинарна величина:

$$a_Q = \begin{cases} a_H > 0; a \geq a_{REF} \\ a_L < 0; a < a_{REF} \end{cases} \quad (10.16)$$

где је  $a$  аналогна величина која се квантује,  $a_{REF}$  је величина са којом се пореди, а  $a_L$  и  $a_H$  су вредности квантоване величине  $a_Q$ .

У општем случају, разликују се два основна алгоритма одређивања дигиталног еквивалента мерене аналогне величине методом уравнотежавања:

- метод бројања јединичних прираштаја:
- метод сукцесивне апроксимације:

У првом случају вредност величине  $a_N$  се подешава у једнаким корацима који одговарају прираштају (размаку између подопсега). Резултат је једнак броју корака потребних да референтна (квантована) величина, почевши од нуле, достигне вредност улазне величине. Процесор се своди на бројач. У другом случају процесор реализује сложенији алгоритам, са променљивим кораком промене референтне величине, који омогућује да се равнотежа успостави много брже.

Сва три поступка А/Д претварања спадају у методе директног поређења, а међусобно се разликују по броју еталона (материјализованих мера) који се користе, броју компаратора као и броју корака којима се долази до резултата.

Истовремено поређење захтева онолико еталона (референтних величина) колико дигитални представник аналогне величине има вредности различитих од нуле и исто толико компаратора. Ако је број  $N$  представљен  $n$ -битним природним бинарним кодом, потребно је  $2^n - 1$  компаратора. Пресликавање  $A \rightarrow N$  остварује се у једном кораку, посматрањем излаза свих компаратора у систему.

Метод бројања захтева један компаратор и једну подесиву референцу, чија вредност се добија узастопним сабирањем јединичне еталон-мере  $\Delta A$ :

$$a_Q = \sum_{j=0}^N \Delta A_j = N\Delta A, \Delta A_j = \Delta A. \quad (10.17)$$

Потребан број корака зависи од вредности мерене величине.

Метод сукцесивне апроксимације захтева један компаратор и  $n$  различитих еталона чијом се комбинацијом, на основу низа узастопних поређења, налази вредност величине  $a_Q(A)$ :

$$a_Q = \Delta A \sum_{j=0}^{n-1} b_j \cdot 2^j = N\Delta A. \quad (10.18)$$

где је  $n$  број бинарних разреда дигиталног записа броја  $N$ . Пресликавање се остварује у  $n$  корака, независно од вредности улазне величине  $A$ .

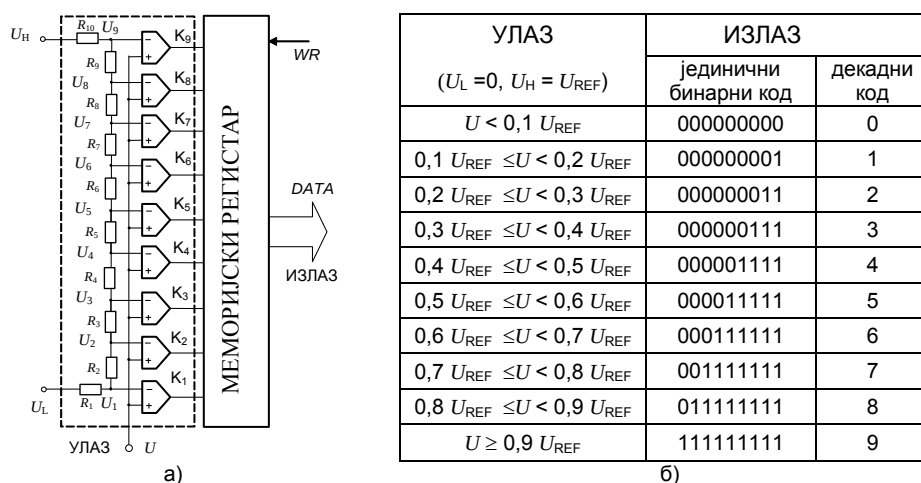
Развијене су и разноврсне комбиноване методе. Могуће је, на пример, да се прво брзо изврши груба процена, да би се одредио подопсег у којем се вредност мерене величине налази, а затим споро и финије мерење, са одговарајућом јединичном еталон-мером, да би се постигла захтевана тачност. Посебно место заузимају поступци посредног претварања.

Дигитални волтметри, на пример, првенствено су засновани на посредном пресликавању напона у временски домен и дигиталном одмеравању трајања временског интервала.

### 10.3. МЕТОД ИСТОВРЕМЕНОГ ПОРЕЂЕЊА

Принципски најједноставнији поступак квантовања заснива се на директном поређењу улазне величине са референтним величинама које представљају границе подопсега квантовања<sup>6</sup>. Податак о вредности улазне величине добија се помоћу  $J-1$  компаратора, где је  $J$  укупан број вредности које дигитални представник посматране аналогне величине може да има. Излазни податак представљен је непосредно излазима компаратора.

На слици 10.7.а приказан је  $U/N$  претварач који вредност напона  $U$ , која се налази унутар граница које дефинишу напони  $U_L$  и  $U_H$ , приказује дигитално, величином која има десет вредности. Отпорнички делитељ напона дефинише напоне  $U_1 \dots U_9$  који представљају границе изабраних подопсега вредности улазне величине са којима се улазни напон пореди.



Слика 10.7. Паралелни  $U/N$  претварач

Излази компаратора  $K_1$  до  $K_9$  образују податак којим је редни број подопсега којем мерени напон припада представљен непозиционим 9-битним бинарним записом. Стања компаратора, која представљају податак о вредности улазног напона у тренутку уписа, приказан јединичним бинарним кодом, уписују се у меморијски регистар сигналом  $WR$  (енг. *write*).

Напони  $U_H$  и  $U_L$ , представљају референтне величине у односу на које се одређује величина улазног напона. Одговарајућим избором отпорности у

<sup>6</sup> У литератури на енглеском језику, за ову врсту претварача користе се различити називи, као што су "simultaneous comparison", "direct conversion ADC", "parallel encoder", "simultaneous converter" и "flash ADC". У литератури на српском језику назива се "компараторски А/Д конвертор" или "конвертор са паралелним компараторима".

мрежи, која представља делитељ напона, могуће је остварити произвољну скалу. Ако сви отпорници имају једнаку вредност, скала је равномерна. Нивои поређења одређени су изразом:

$$U_j = j\Delta U ; j = 1, 2, \dots, J-1, \quad (10.19)$$

где је  $\Delta U$  корак квантовања:

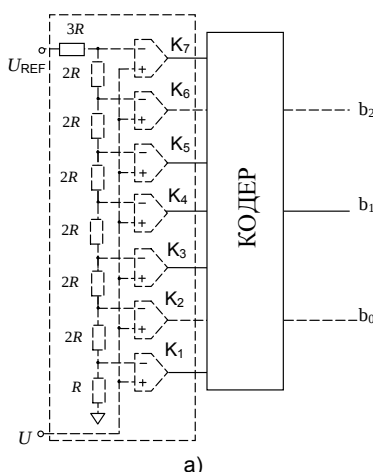
$$\Delta U = \frac{U_H - U_L}{J}. \quad (10.20)$$

Такав претварач остварује равномерно квантовање одсецањем. На слици 10.7.6 приказана је табела која одговара претварачу код којег је  $U_L = 0$ ,  $U_H = U_{REF}$ , где је  $U_{REF}$  референтни напон са којим се улазни напон пореди.

Јединични бинарни код је неподесан и неекономичан начин представљања бројева, па се помоћу одговарајућег кодера резултат мерења приказује у природном бинарном коду. Електронски  $n$ -битни  $U/N$  претварач који остварује равномерно квантовање методом истовременог поређења састоји се од отпорничког делитеља напона који садржи  $2^n$  једнаких отпорника и  $2^n - 1$  компаратора. Нивои поређења претварача који остварује равномерно квантовање одсецањем одређени су изразом:

$$U_j = j \frac{U_{REF}}{2^n}, j = 1, 2, \dots, 2^n - 1. \quad (10.21)$$

На слици 10.8. приказан је тробитни  $U/N$  претварач код којег су вредности отпорности тако изабране да је најнижи ниво поређења једнак половини корака квантовања  $\Delta U$ , али је размак између појединих нивоа увек исти и једнак  $\Delta U$ . На тај начин остварено је равномерно квантовање заокругљивањем.



| улаз                                                   | декадни код | излаз                 | природни бинарни код |
|--------------------------------------------------------|-------------|-----------------------|----------------------|
|                                                        |             | јединични бинарни код |                      |
| $U < \frac{1}{16} U_{REF}$                             | 0           | 0000000               | 000                  |
| $\frac{1}{16} U_{REF} \leq U < \frac{3}{16} U_{REF}$   | 1           | 0000001               | 001                  |
| $\frac{3}{16} U_{REF} \leq U < \frac{5}{16} U_{REF}$   | 2           | 0000011               | 010                  |
| $\frac{5}{16} U_{REF} \leq U < \frac{7}{16} U_{REF}$   | 3           | 0000111               | 011                  |
| $\frac{7}{16} U_{REF} \leq U < \frac{9}{16} U_{REF}$   | 4           | 0001111               | 100                  |
| $\frac{9}{16} U_{REF} \leq U < \frac{11}{16} U_{REF}$  | 5           | 0011111               | 101                  |
| $\frac{11}{16} U_{REF} \leq U < \frac{13}{16} U_{REF}$ | 6           | 0111111               | 110                  |
| $\frac{13}{16} U_{REF} \leq U$                         | 7           | 1111111               | 111                  |

б)

Слика 10.8. Квантовање заокругљивањем

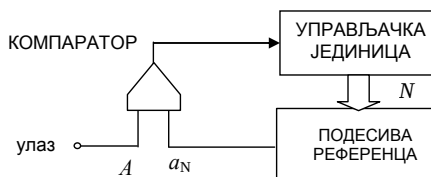
Грешка квантовања је у опсегу од  $-\frac{1}{2}\Delta U$  до  $+\frac{1}{2}\Delta U$ . У општем случају, нивои поређења  $n$ -битног претварача, којим се остварује равномерно квантовање заокругљивањем, одређени су изразом:

$$U_j = \frac{U_{REF}}{2^n} \left( j - \frac{1}{2} \right) ; j = 1, 2, \dots, 2^n - 1. \quad (10.22)$$

Метод истовременог поређења користи најједноставнији принцип, омогућује највећу брзину мерења, али представља и најгломазније решење, са највећом потрошњом. Примењује се за обраду брзопроменљивих величина. Да би се излазни бинарни податак представио са једним битом више, потребно је више него удвостручити "количину хардвера". То подразумева већу потрошњу, али и мању брзину одзива, јер захтева дуже време за пропагацију сигнала кроз кодер. Реализовани су 4-битни претварачи који могу да раде брзином од 32 *Gsps*.

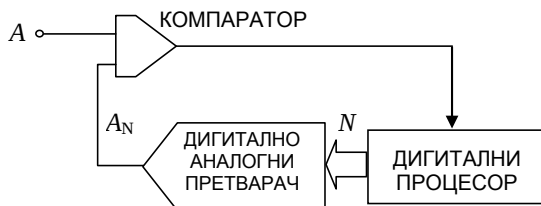
## 10.4. КВАНТОВАЊЕ УРАВНОТЕЖАВАЊЕМ

Метод равнотеже је, заправо, метод повратне спреге [8]. У електронском мерном систему (слика 10.9), извршавање мерног алгоритма обезбеђује посебна управљачка јединица која омогућује аутоматско одвијање поступка уравнотежавања на основу информације коју добија од компаратора.



Слика 10.9. Општи структурни блок дијаграм А/Д претварача на бази уравнотежавања

Општи структурни блок-дијаграм А/Д претварача на бази методе уравнотежавања приказан је на слици 10.10. Састоји се из компаратора, дигиталног процесора и дигитално-аналогног претварача. Помоћу компаратора улазна величина  $A$  се пореди величином  $A_N$  која представља излаз Д/А претварача. Сигнал са излаза компаратора води се на улаз процесора који има улогу регулатора чији је задатак да изједначи величине  $A$  и  $A_N$ .



Слика 10.10. А/Д претварач са Д/А претварачем

Начин рада одређен је начином рада процесорске јединице. На основу логичког стања сигнала на излазу компаратора, она мења вредност броја  $N$ , који представља улаз Д/А претварача, тако да постигне да разлика вредности улазне величине  $A$  и величине  $A_N$  буде мања од вредности  $\Delta A$  која

представља јединични прираштај величине на излазу Д/А претварача. Ако Д/А претварач остварује линеарно пресликавање  $N \rightarrow A$ :

$$A_N = N \cdot \Delta A, \quad (10.23)$$

када је равнотежа успостављена:

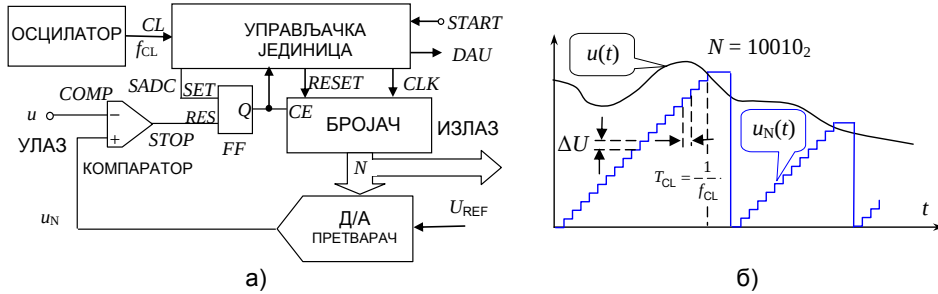
$$A_N - A < \Delta A, \quad (10.24)$$

број  $N$  је мера великости величине  $A$ . Време одзива зависи од алгоритма рада управљачке јединице. Ако је  $\Delta A$  довољно мало, тако да грешка квантовања може да се занемари, на основу једнакости  $A_N = A$  важи:

$$N = \frac{A}{\Delta A}. \quad (10.25)$$

### 10.4.1 БРОЈАЧКИ ПОСТУПАК

Најједноставнији поступак уравнотежавања заснован је на одређивању укупног броја јединичних прираштаја потребних да се добије квантована величина која је, унутар граница грешке квантовања, једнака посматраној величини. Отуда потиче и његов назив “бројачки” (*counting*). Принциуска блок-шема А/Д претварача овог типа приказана је на слици 10.11.а.



Слика 10.11. Бројачки А/Д претварач са повратном спрегом

Алгоритам рада је једноставан. Након добијања захтева за обављање мерења (сигнал  $START$ ), управљачка јединица укидањем сигнала  $DAV$  (*data valid*) означава да је процес мерења у току, односно да податак на излазу бројача није валидан, а потом поставља бројач у почетно (нулто) стање (сигналом  $RESET$ ). Ако је улазна величина  $u$  већа од нуле, излаз компаратора ( $COMP$ ) је у стању логичке нуле ( $RES = 0$ ). Сигналом  $SADC$  флипфлоп  $FF$  се поставља ( $SET$ ) у стање које дозвољава одбројавање импулса из осцилатора ( $CE = 1$ ). Сваки импулс на бројачком улазу (*clock*-сигнал,  $CLK$ ) повећава садржај бројача за један, а тиме се напон на излазу дигитално-аналогног претварача повећава за корак који представља резолуцију мерења:

$$u_N = \sum_{j=1}^N \Delta U_j, \quad (10.26)$$

где је:

$$\Delta U_j = \Delta U = \frac{U_{REF}}{2^n}. \quad (10.27)$$

Када величина  $u_N$  постане већа од улазне величине  $u$ , компаратор сигналом *STOP* враћа флипфлоп *FF* у почетно стање (квантовање додавањем) и зауставља бројач ( $CE = 0$ ). Садржај бројача (укупан број импулса генерисаних до тренутка када величина  $u_N$  достигне вредност  $u$ ), представља дигитални еквивалент улазне величине (апроксимација додавањем). На основу једнакости:

$$u = u_N = N\Delta U = N \frac{U_{REF}}{2^n}, \quad (10.28)$$

слиди<sup>7</sup>:

$$N = 2^n \frac{u}{U_{REF}} = \frac{u}{\Delta U}. \quad (10.29)$$

Временски дијаграм на слици 10.11.б приказује сигнал на излазу Д/А претварача,  $u_N(t)$ . У сваком циклусу, референтна величина полази од нуле. Током процеса одмеравања, када систем “тражи” вредност улазне величине, сигнал  $u_N(t)$  има облик степенасте успонске функције (*counter ramp ADC*). Низ импулса који повећавају садржај бројача може да се посматра као серијски излаз претварача<sup>8</sup>. Бројачки поступак се може назвати метод “корак по корак”. У литератури на српском језику користи се и назив “метод узастопног бројања”

Овај А/Д претварач може да се посматра као систем са јаком негативном повратном спрегом. Резултат мерења не зависи од учестаности осцилатора, већ само од тачности компаратора и Д/А претварача. Време одзива је сразмерно вредности улазне величине. Вредност броја  $N$  представља дигитални еквивалент улазне величине у тренутку заустављања бројача.

Брзина одзива може да се повећа ако се уместо “обичног” бројача, који се враћа на нулу пре почетка сваког мерења, користи двосмерни (реверзибилни) бројач тако да, када сигнал повратне спреге једном достигне вредност улазне величине  $u(t)$ , управљачка јединица наставља да прати њене промене, мењајући садржај бројача. Ако је  $u_N < u$ , садржај бројача се повећава за један. Ако је  $u_N > u$ , садржај бројача се смањује за један. Принципска шема таквог А/Д претварача приказана је на слици 10.12.а. Осцилатор, двосмерни (*up-down*) бројач, Д/А претварач и компаратор образују петљу (*loop*) у којој јака негативна повратна спрега обезбеђује да излаз, дигитална величина  $N$ , корак по корак, прати промене улазне

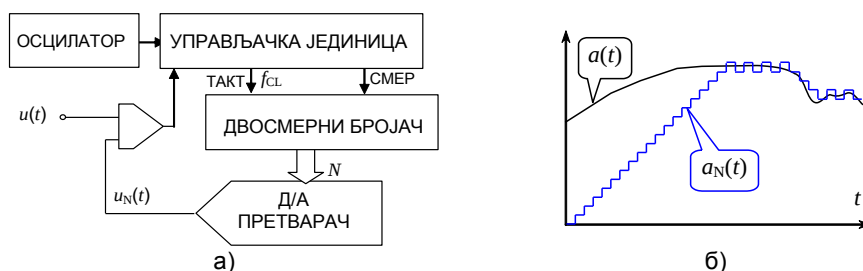
<sup>7</sup> Описани поступак представља квантовање одсецањем. За вредност броја  $N$ , одређену у природном бинарном коду, важи израз:

$$N = \left[ \frac{u}{U_{REF}} 2^n \right] + 1,$$

где угласте заграде означавају највеће цело.

<sup>8</sup> У том смислу, бројачки А/Д претварач се, понекад, назива и “серијски” претварач или претварач “са степенастом референцом” (*staircase-ramp*).

величине. У теорији управљања, оваква структура се назива “пратећи” (*tracking*) или серво систем<sup>9</sup> [9].



Слика 10.12. Аналого-дигитални претварач са двосмерним бројачем

А/Д претварач са двосмерним бројачем има, у просеку, двоструко краће време одзива на скоковиту промену улаза. Уколико је испуњен услов:

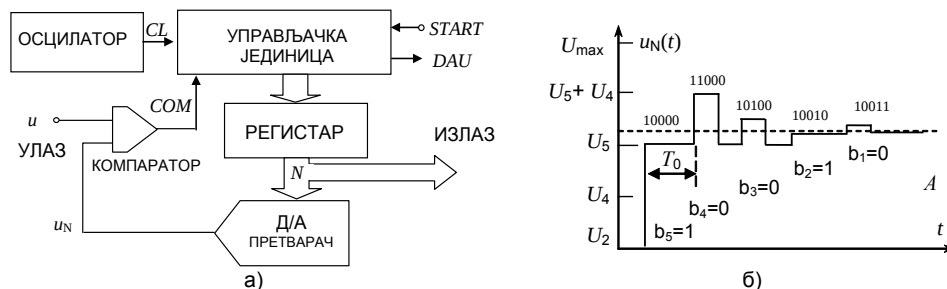
$$\frac{du}{dt} \leq f_{CL} \Delta U, \quad (10.30)$$

где је  $f_{CL}$  максимална учестаност импулса којима се мења садржај бројача, излаз сустиже улаз у једном кораку (слика 10.12.б).

Бројачки А/Д претварач пружа могућност формирања вишеканалног мерног система са заједничким Д/А претварачем и бројачем. Сваки канал има свој компаратор и регистар у који се уписује садржај бројача у тренутку када напон на излазу компаратора постане већи од вредности одговарајућег улаза.

#### 10.4.2 УРАВНОТЕЖАВАЊЕ ПОСТУПКОМ СУКЦЕСИВНЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ

Метод сукцесивне апроксимације представља компромис у односу на захтеве у погледу брзине и једноставности. При мерењу се користи онолико еталон-мера колико постоји разреда у запису броја  $N$ . Блок дијаграм претварача (*successive-approximation ADC*) приказан је на слици 10.13.



Слика 10.13. А/Д претварач са сукцесивном апроксимацијом

<sup>9</sup> У ужем смислу, назив “сервосистем” означава затворен систем даљинског управљања у којем је управљана величина механички положај. Међу прве дигиталне волтметре спада и решење у којем је повратна спрега остварена преко потенциометра којим управља електромотор.

Број  $N$ , представљен  $n$ -битним природним бинарним кодом:

$$N = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \cdot 2^k, \quad (10.31)$$

добива се у  $n$  корака. У сваком кораку одређује се један бит<sup>10</sup>, почевши од бита највеће тежине (*MSB*). Вредност сваког бита представља резултат поређења улазне величине  $A$  и квантоване величине  $u_N$  која се мења у корацима сразмерним тежини појединих разреда у запису броја  $N$ .

$$u_N = N\Delta U = \sum_{k=0}^{n-1} b_k U_k, U_k = 2^k \Delta U, \quad (10.32)$$

где је  $\Delta U$  резолуција Д/А претварача. На овај начин се, сваким кораком, вредност  $u_N$  приближава вредности  $u$ .

Временски дијаграм величине  $a_N(t)$  приказан је на слици 10.13.б. За исправан рад потребно је да се улазна величина  $A$  не мења током комплетног циклуса одмеравања. Трајање процеса квантовања не зависи од вредности величине  $u$ , већ само од броја бита и брзине рада појединих делова система. Квантована вредност представља вредност улазног напона у неком тренутку током трајања мерења.

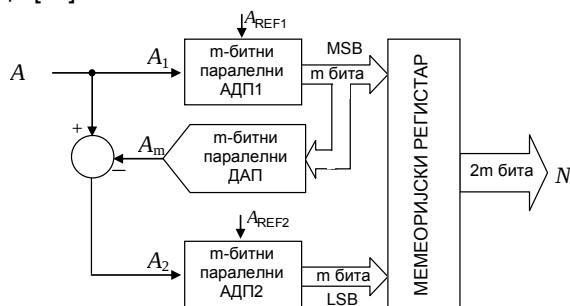
Савремени интегрисани А/Д претварачи овог типа, типично са резолуцијом 8 до 16 бита, омогућују пресликавање  $U \rightarrow N$  брзином од неколико милиона узорака у секунди (*Msp/s*). Због своје брзине налазе широку примену.

Свака од описаних основних метода има своја добра и лоша својства. Комбинацијом различитих поступака могу се постићи својства која представљају бољи компромис опречних захтева у погледу брзине одзива, броја нивоа квантовања, тачности и једноставности практичног решења. На пример, бржи одскочни одзив “пратећег” А/Д претварача може да се оствари ако се величина корака аутоматски прилагођава брзини промене улазног сигнала [10].

На слици 10.14 приказан је двостепени аналого-дигитални претварач у којем су комбиноване метода истовременог поређења и метода уравнотежавања сукцесивном апроксимацијом [11]. Садржи два  $m$ -битна паралелна (*flash*) А/Д претварача и један Д/А претварач. Преликавање  $A \rightarrow N$  остварује се у два корака. У првом кораку, помоћу АДП1 утврђује се којем од  $2^m$  подопсега припада вредност улазне величине. На тај начин се одређују првих  $m$  бита броја  $N$ . У другом кораку, претварач АДП2 обрађује разлику улазне величине  $A$  и квантоване величине  $A_m$  добијене помоћу  $m$ -битног Д/А претварача, на основу резултата мерења у првом кораку.

<sup>10</sup> Овај поступак се може назвати метод “бит по бит” (“квант по квант”). У литератури на српском језику користи се и назив “узастопног приближавања”

Оваква “цевна” (*pipelined*) архитектура<sup>11</sup> омогућује остваривање претварача чија је резолуције 12 бита, а брзина у одабирања 40 милиона узорака у секунди [12].



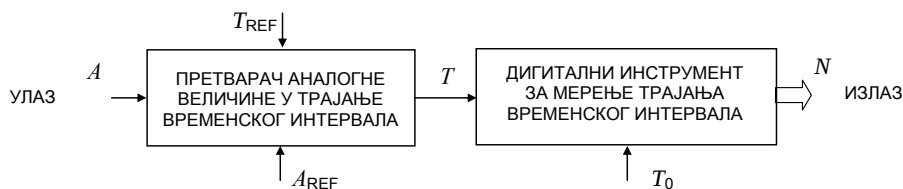
Слика 10.14. Двостепени А/Д претварач

## 10.5.МЕТОДЕ ПОСРЕДНОГ ПРЕТВАРАЊА

Инструменти високе тачности, намењени за мерење електричних величина, засновани су на посредном пресликавању вредности мерене аналогне величине у информацију представљену у дигиталном облику. Најчешће се мерена физичка величина пресликава у временски домен: трајање временског интервала или учестаност појављивања импулса. Мерење времена и учестаности може да се оствари са високом тачношћу и на једноставан начин. У томе је основна предност метода посредног претварања.

### 10.5.1 ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow T \rightarrow N$

Општи структурни блок-дијаграм аналого-дигиталног претварача на бази  $A \rightarrow T \rightarrow N$  пресликавања приказан је на слици 10.15.  $A/T$  претварач остварује пресликавање информације садржане у вредности улазне аналогне величине  $A$  у информацију садржану у трајању временског интервала којим је дефинисано активно стање на његовом излазу,  $T$ , који се мери дигиталним бројачем.



Слика 10.15.  $A \rightarrow T \rightarrow N$  претварач

<sup>11</sup> У литератури на енглеском језику, за ову врсту претварача користе се и другачији називи, као што су “half-flash” и “subranging quantizer”.

Ако се пресликавање  $A \rightarrow T$  остварује по линеарном закону важи:

$$\frac{T}{T_{\text{REF}}} = \frac{A}{A_{\text{REF}}}, \quad (10.33)$$

где је  $A_{\text{REF}}$  сачинилац размене, који има улогу еталон-мере на основу које се одређује великост величине  $A$ , а  $T_{\text{REF}}$  временска константа која има улогу еталон-мере при одмеравању временског интервала  $T$ .

Ако се грешка квантовања занемари, за пресликавање  $T \rightarrow N$  које се остварује по линеарном закону важи:

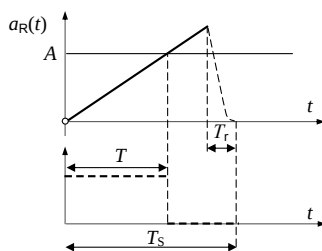
$$N = \frac{T}{T_0}, \quad (10.34)$$

где је  $T_0$  резолуција мерења временског интервала  $T$ .

На основу релација 10.33 и 10.34 следи:

$$N = \frac{T_{\text{REF}}}{T_0} \frac{A}{A_{\text{REF}}}. \quad (10.35)$$

Претвараач аналогне величине у трајање временског интервала, у основи, представља управљано моностабилно коло. Трајање моностабилног стања одређено је вредношћу улазног напона. Пресликавање  $A \rightarrow T$  своди се на поређење улазне величине и референтне величине чија је вредност у сваком тренутку тачно одређена и позната. У најједноставнијем случају референтна величина има тестераст таласни облик, приказан на слици 10.16.

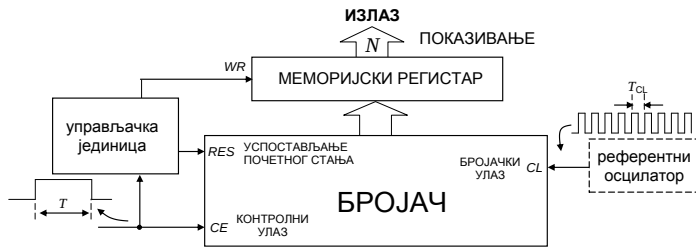


Слика 10.16.  $A \rightarrow T$  претвараач

Трајање временског интервала пресликава се у дигитални облик најчешће методом сукцесивног одбријавања – сабирањем “елементарних прираштаја времена”. То су временски интервали који су дефинисани периодом понављања импулса референтног осцилатора:

$$T_0 = \frac{1}{f_0}. \quad (10.36)$$

Сабирање се врши током трајања временског интервала који се мери, када је на контролном улазу бројача одговарајуће логичко стање (*count enable*, CE). Блок шема претвараача приказана је на слици 10.17.

Слика 10.17.  $T \rightarrow N$  претварач

Пре почетка мерења управљачка јединица поставља бројач у основно (почетно) стање (*reset*, *RES*). Мерење се остварује одбројавањем импулса референтне учестаности  $f_0$  доведене на бројачки улаз (*clock*, *CL*). Референтни осцилатор представља материјализовану меру којом је остварена јединица времена. У електроници то је, по правилу, осцилатор са кристалом кварца. Тачност пресликавања  $T \rightarrow N$  одређена је тачношћу са којом је дефинисана његова учестаност. Период појављивања импулса доведених на бројачки улаз представља јединични временски интервал који одређује резолуцију мерења.

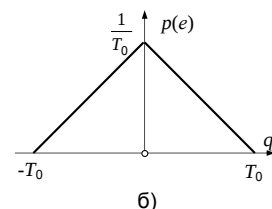
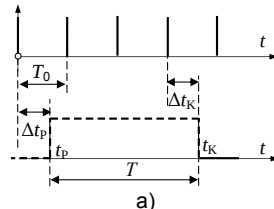
Квантовање мерене величине, у овом случају, засновано је на методи сукцесивног прибарајања јединичних величина (еталон-мера). Ако је пре почетка мерења бројач доведен у почетно стање ( $N = 0$ ), и ако се грешка квантовања занемари, садржај бројача по истеку временског интервала  $T$  (у току којег се врши одбројавање импулса доведених на бројачки улаз *CL*) једнак је<sup>12</sup>:

$$N = \frac{T}{T_0} = f_0 T, \quad (10.37)$$

где је  $T_0$  период појављивања импулса који се одбројавају.

Грешка која потиче од дискретног карактера мерења зависи од фазног односа између тренутка одпочињања ( $t_p$ ) и завршавања ( $t_k$ ) интервала  $T$  и момента појављивања импулса из генератора референтне учестаности (слика 10.18.а). Под претпоставком да импулси имају бесконачно малу ширину (трајање), грешка квантовања дефинисана је изразом:

$$q = \Delta t_p - \Delta t_k. \quad (10.38)$$



Слика 10.18. Грешка квантовања трајања временског интервала

<sup>12</sup> Занемарујући и ефекте који су повезани са ширином (трајањем) импулса који се одбројавају.

Домен њене вредности одређен је резолуцијом мерења, односно величином еталон-мере  $T_0$ :

$$-T_0 < q < T_0. \quad (10.39)$$

С обзиром да постоји једнака вероватноћа одпочињања односно завршавања интервала  $T$  у било ком тренутку између два суседна импулса,  $\Delta t_p$  и  $\Delta t_k$  представљају случајне величине са равномерном густином расподеле вероватноће могућих вредности. Сумарни закон расподеле има облик троугла (слика 10.18.б). Средња вредност грешке квантовања је једнака нули, док је средња вредност квадрата грешке једнака:

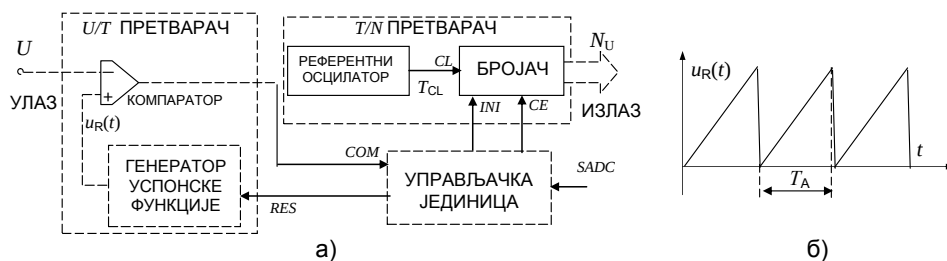
$$\overline{q^2} = \frac{T_0^2}{6}. \quad (10.40)$$

Одступање учестаности осцилатора од називне вредности  $f_0$  уноси грешку која је сразмерна трајању мерног интервала:

$$\Delta T = \frac{\Delta f_0}{f_0} T. \quad (10.41)$$

Принципска шема аналого-дигиталног претварача којим се остварује  $U \rightarrow T \rightarrow N$  пресликавање приказана је на слици 10.19. Састоји се из три целине:

- $U/T$  претварач пресликава информацију, садржану у вредности улазне величине  $U$ , у информацију садржану у трајању временског интервала  $T_U$ ;
- $T/N$  претварач остварује дигитално мерење трајања временског интервала  $T_U$ ;
- управљачка јединица извршава алгоритам  $U \rightarrow T \rightarrow N$  пресликавања.



Слика 10.19.  $A \rightarrow T \rightarrow N$  претварач

$U/T$  претварач садржи компаратор и генератор успонске функције:

$$u_R(t) = k_U t, \quad (10.42)$$

где је  $k_U$  константа која одређује нагиб (брзину промене) функције  $u_R(t)$ .  $T/N$  претварач садржи бројач и референтни осцилатор. Пре почетка мерења управљачка јединица, сигнаlima  $RES$  и  $INI$ , поставља  $U/T$  и  $T/N$  претварач у почетно стање,  $u_R(0) = 0$  и  $N_A = 0$ . Након добијања команде  $SADC$ , управљачка јединица “ослобађа” генератор успонске функције и бројач, којем “дозвољава” да акумулира импулсе осцилатора (*count enable*,  $CE$ ). Бројање се врши све

док излаз генератора,  $u_R$ , не достигне вредност улазног напона  $U$ . У тренутку када се ове две величине изједначе, компаратор мења стање и бројање се зауставља.

Операција квантовања остварује се са апроксимацијом додавањем. Ако је учестаност осцилатора довољно висока ( $T_{CL} \ll T$ ), тако да грешка квантовања може да се занемари, на основу услова:

$$u_R(T) = k_U T = U, \quad (10.43)$$

слиди да је број  $N$  сразмеран вредности улазне величине  $U$ :

$$N = \frac{T}{T_{CL}} = \frac{U}{k_U T_{CL}} = \frac{f_{CL}}{k_U} U. \quad (10.44)$$

Период импулса који се одбројавају,  $T_{CL}$ , одређује резолуцију  $T/N$  претварача. Ако се процес пресликавања  $U \rightarrow T \rightarrow N$  покреће аутоматски, након завршетка временског интервала  $T$ , сигнал  $u_R(t)$  има облик тестере<sup>13</sup> (слика 10.19.б). Основна својства ове врсте А/Д претварача су:

- тачност мерења зависи од тачности осцилатора, генератора успонске функције (интегратора) и компаратора;
- време одзива зависи од вредности улазне величине;
- резултат мерења (број  $N$ ) представља вредност улазне величине у тренутку када је мерење завршено.

Треба уочити сличност у структури описаног  $U/T/N$  претварача и претварача бројачког типа (*counter-ramp*) који је описан у одељку 10.4.1. Д/А претварач у грани повратне спреге (слика 10.11.а) делује као генератор успонске функције, чији је нагиб одређен количником јединичног прираштаја  $\Delta U$  и периода импулса на улазу бројача  $T_{CL}$ :

$$k_U = \frac{\Delta U}{T_{CL}} = f_{CL} \Delta U. \quad (10.45)$$

Ако се овај израз за константу нагиба  $k_U$ , који важи за бројачки А/Д претварач са Д/А претварачем у повратној спрузи, унесе у једначину 10.37 долази се до већ познатог закључка да резултат мерења А/Д претварача на бази методе уравнотежавања не зависи од учестаности осцилатора. Исти тактни сигнал се користи за остваривање  $U \rightarrow T$  и  $T \rightarrow U$  пресликавања.

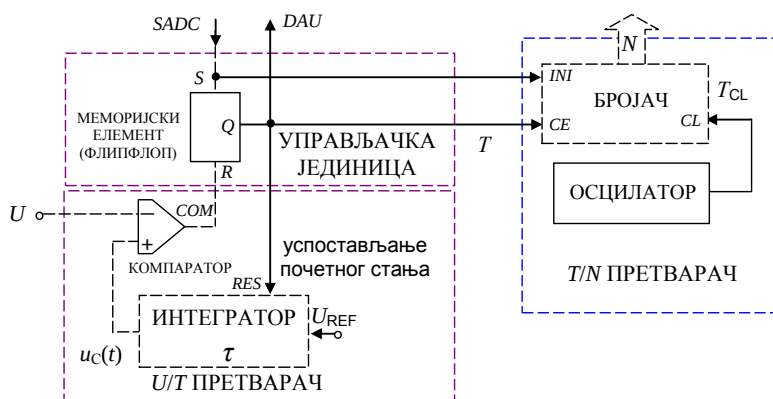
На слици слици 10.20 приказана је принципска шема система у којем улогу генератора успонске функције остварује интегратор који има могућност успостављања почетног стања:

$$u_C(t) = \frac{t}{\tau} U_{REF}, \quad (10.46)$$

где је  $\tau$  константа интегратора, која има димензију времена.

<sup>13</sup> У стручној литератури на енглеском језику, овакав А/Н претварач се често назива "single-slope ADC" или "ramp-type ADC".

Улогу управљачке јединице обавља флипфлоп. Пре почетка мерења интегратор се налази у почетном стању, када је напон на његовом излазу једнак нули. Захтев за обављање мерења (сигнал  $SADC$ ) поставља бројач у почетно стање ( $N = 0$ ), а флипфлоп у стање  $Q = 1$ , чиме започињу интеграција референтног напона  $U_{REF}$  и одбројавање импулса интерног осцилатора. Сигнал  $DAU$  означава да је процес мерења у току, односно да податак на излазу бројача није валидан (*data unavaliable*). Ако је улазни напон већи од нуле, излаз компаратора је у стању логичке нуле. Трајање интеграције одређено је временом потребним да напон на излазу интегратора,  $u_C(t)$ , достигне вредност улазног напона  $U$ .

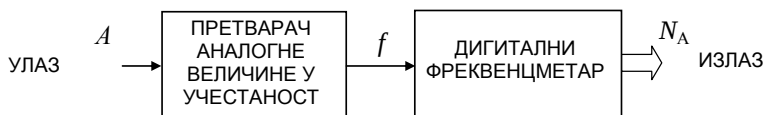
Слика 10.20.  $U \rightarrow T \rightarrow N$  претварач

Садржај бројача на крају овог временског интервала је сразмеран вредности улазног напона. Ако се занемари грешка квантовања, резултат мерења, број  $N$ , једнак је:

$$N = \frac{\tau}{T_{CL}} \frac{U}{U_{REF}}. \quad (10.47)$$

### 10.5.2 ПРЕТВАРАЊЕ $A \rightarrow f \rightarrow N$

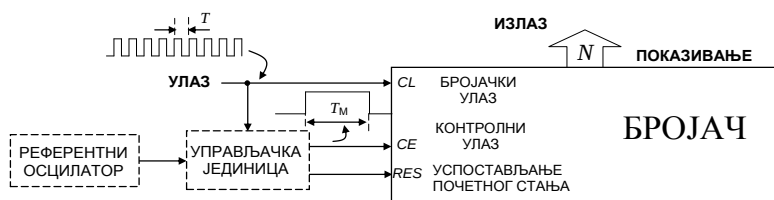
Општи структурни блок-дијаграм аналогно-дигиталног претварача на бази  $A \rightarrow f \rightarrow N$  пресликавања приказан је на слици 10.21.  $A/f$  претварач остварује пресликавање информације садржане у вредности улазне величине  $A$  у информацију садржану у учестаности импулса на његовом излазу,  $f$ , која се мери дигиталним фреквенцметром.

Слика 10.21.  $A \rightarrow f \rightarrow N$  претварач

Мерни претварач аналогне вечине у учестаност је управљани осцилатор чија је учестаност осциловања линеарна функција вредности

улазне величине ( $A/f$  претварач). У начелу, учестаност електронског осцилатора зависи од више различитих електричних величина. Обзиром да те величине могу да зависе од неких неелектричних величина, такав осцилатор омогућује и да се одређена неелектрична величина мери електронски, дигитално и на једноставан начин. Овакав поступак може да се примени при мерењу електричног напона, струје, отпорности, капацитивности, индуктивности, као и неелектричних величина (температура, деформација, притисак...), од којих ове електричне величине зависе. Пресликавање вредности аналогне величине на вредност учестаности разматрано је у осмом поглављу ове књиге.

Принципска шема дигиталног инструмента којим се остварује мерење учестаности појављивања импулса пулсирајућег сигнала приказана је на слици 10.22. Мерни поступак се заснива на одређивању броја импулса који се на бројачком улазу појавио током временског интервала  $T_M$ , чије је трајање одређено референтним осцилатором.



Слика 10.22. Дигитално мерење учестаности

Ако је пре почетка мерења бројач доведен у почетно стање ( $N_0 = 0$ ), његов садржај, број  $N$ , након истека временског интервала  $T_M$ , у току којег се врши одбројавање импулса доведених на бројачки улаз, одређен је изразом:

$$N = \frac{T_M}{T} = f T_M. \quad (10.48)$$

Тачност са којом се дефинише трајање референтног временског интервала  $T_M$  одређује тачност мерења. Резолуција мерења учестаности једнака је  $1/T_M$ .

Укупна тачност пресликавања  $A \rightarrow f \rightarrow N$  превасходно зависи од тачности којом се остварује претварање у учестаност. Резолуција мерења је утолико боља уколико је учестаност на излазу  $A/f$  претварача виша, а трајање интервала интеграције дуже. Треба, притом, имати у виду да се, у начелу, тачност  $A \rightarrow f$  пресликавања смањује са повећањем горње граничне вредности мерног опсега излазне величине.

Ако се улазна величина  $A$  мења током трајања мерења учестаности, резултат мерења представља меру средње вредности:

$$N = \int_{t_0}^{t_0+T_M} f(t) dt = k_f T_M \frac{1}{T_M} \int_{t_0}^{t_0+T_M} a(t) dt = k_f T_M \overline{a(t)}. \quad (10.49)$$

### 10.5.3 ВИШЕСТРУКО ПРЕТВАРАЊЕ НА БАЗИ ИНТЕГРАЦИЈЕ

Од лабораторијских инструмента захтева се висока резолуција и одговарајућа тачност. Ове захтеве немогуће је испунити уколико се не предузму посебне мере за смањивање утицаја шума који се, неизбежно, суперпонира мерном сигналу. Ефикасан начин да се смањи осетљивост на шум пружају интеграционе методе аналогно-дигиталног претварања. Као резултат мерења променљиве мерене величине  $a(t)$ , оне дају њену средњу вредност током изабраног интервала посматрања:

$$N = k \frac{\frac{1}{T_I} \int_{t_0}^{t_0+T_I} a(t) dt}{A_{\text{REF}}} = k \frac{\overline{a(t)}}{A_{\text{REF}}} . \quad (10.50)$$

Ако мерена величина  $a(t)$  представља пулсирајућу величину која, поред константне компоненете,  $A$ , која треба да се измери, садржи и наизменичну компоненту  $a_{\sim}(t)$ :

$$a(t) = A + a_{\sim}(t) , \quad (10.51)$$

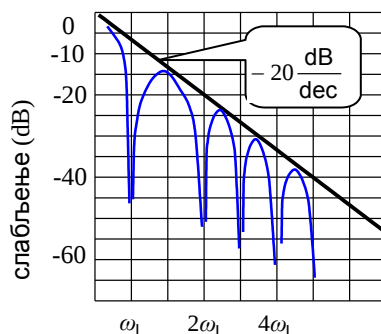
која представља сметњу, тада величине  $a_{\sim}(t)$  неће утицати на резултат мерења, уколико је њен период понављања једнак трајању интервала интеграције  $T_I$ . Јер, уколико је овај услов испуњен, важи :

$$\int_{t_0}^{t_0+T_I} a_{\sim}(t) dt = 0 . \quad (10.52)$$

односно:

$$N = k \frac{\frac{1}{T_I} \int_{t_0}^{t_0+T_I} a(t) dt}{A_{\text{REF}}} = k \frac{A}{A_{\text{REF}}} . \quad (10.53)$$

Заправо, интеграцијом се у потпуности потискују (*rejection*) све компоненте улазног сигнала чија је учестаност целобројни умножак реципрочне вредности интервала интергације (слика 10.23).



Слика 10.23. Потискивање наизменичне компоненете мерног сигнала

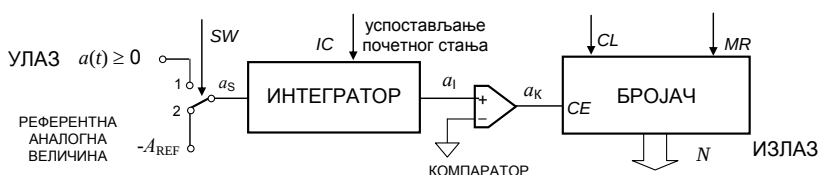
Најраспрострањенији шум су електромагнетске сметње које потичу из енергетске мреже наизменичног напона. Да би се остварило њихово потискивање потребно је да трајање интервала интеграције  $T_1$  представља умножак периода основне (фундаменталне) компоненте мрежног напона.

Поступак пресликавања подразумева вишеструку трансформацију, пресликавање једне величине на другу, остварену тако да се постигну компензациони ефекти који чине да резултат зависи само од средње вредности улазне величине исказане у односу на референтну аналогну величину.

### 10.5.3.1 МЕТОД У ДВА КОРАКА

Најширу примену у савременим електронским мерним системима има метод којим се операција пресликавања  $A \rightarrow N$  одвија у два дела. У првом делу улазна величина се интегрира током предефинисаног интервала интеграције  $T_1$ . Потом се излаз интегратора враћа на нулу, интеграцијом референтне аналогне величине супротног знака. Тада се, у односу на претходну фазу рада, излаз интегратора мења “у супротном смеру”. Због тога је уобичајено да се овај поступак назива “метод двојног нагиба” (*dual slope*). Одликује се dobrim метролошким својствима због чега је нашао примену у лабораторијским инструментима.

Структурни блок-дијаграм  $a/N$  претварача са двојним нагибом приказан је на слици 10.24.



Слика 10.24.  $a/N$  претварач са двојним нагибом

Пресликавање  $a \rightarrow N$  остварује се у два корака. У првом кораку се одређује вредност интеграла улазне величине  $a_1(t)$  током временског интервала  $T_1$ :

$$J = \int_0^{T_1} a(t) dt \quad (10.54)$$

Трајање интервала  $T_1$  је унапред дефинисано. Вредност интеграла  $J$  одмерава се у другом кораку, мерењем временског интервала  $T_2$ , потребног да се, интеграцијом референтног напона, излаз интегратора врати на почетну вредност:

$$\int_{T_1}^{T_1+T_2} A_{REF} dt = J \quad (10.55)$$

Пре почетка мерења успоставља се почетно стање у систему. Сигналом  $MR$  (*master reset*) бројач се доводи на нулу. Сигналом  $IC$  (*initial condition*) на излазу интегратора успоставља се почетно стање једнако нули.

Прекидач  $SW$  се поставља у положај 1, у којем је на улаз интегратора прослеђен сигнал који се мери. Након тога, укидањем сигнала  $MR$  и  $IC$ , започињу интеграција улазне величине и одбројавање импулса који се доводе на одговарајући улаз бројача ( $CL$ ). Трајање интеграције, временски интервал  $T_1$ , одређен је временом потребним да кружни бројач, бројањем унапред, поново дође до нуле:

$$T_1 = MT_C, \quad (10.56)$$

где је  $T_C$  период појављивања импулса; а  $M$  модуло бројача.

Након истека интервала  $T_1$ , прекидач  $SW$  се поставља у положај 2, у којем је на улаз интегратора прослеђена референтна аналогна величина, чији је знак супротан од знака улазне величине. Излаз интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала  $T_2$ , потребног да се интегратор врати у почетно стање. Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача на крају овог временског интервала:

$$T_2 = NT_C, \quad (10.57)$$

сразмеран је вредности интеграла  $J$ . На основу једначина 10.56 и 10.57 следи:

$$T_2 = \frac{J}{A_{REF}} = \frac{\int_0^{T_1} a(t) dt}{A_{REF}}. \quad (10.58)$$

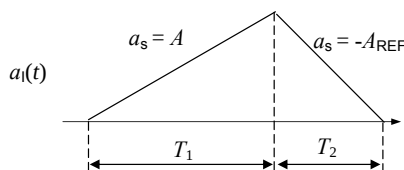
Однос временских интервала  $T_2$  и  $T_1$  одређен је изразом:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} a(t) dt}{A_{REF}} = \frac{\overline{a(t)}|_{T_1}}{A_{REF}}. \quad (10.59)$$

Вредност броја  $N$  је сразмерна средњој вредности улазног напона током фазе интеграције:

$$N = \frac{T_2}{T_C} = \frac{T_2}{T_1} M = \frac{\overline{a(t)}|_{T_1}}{A_{REF}} M. \quad (10.60)$$

Временски дијаграм који приказује напон на излазу интегратора,  $u_I(t)$ , када се улазни напон не мења током интервала интеграције, дат је на слици 10.25.



Слика 10.25. Таласни облик напона на излазу интегратора

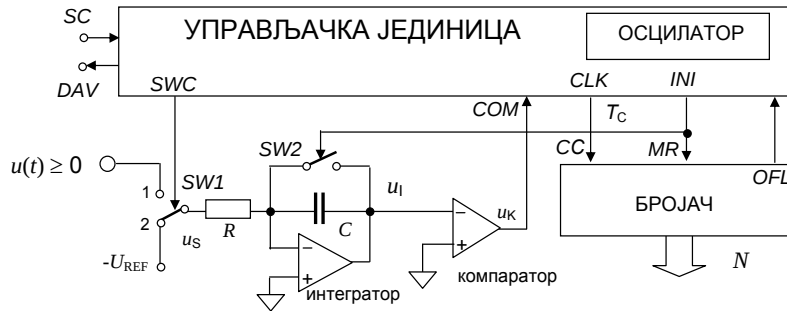
При практичној реализацији  $U/N$  претварача сваки део поступка

обухвата више пресликавања. Улазни напон се пресликава у струју, која се потом интегралом помоћу кондензатора. Тако се остварује пресликавање улазног напона на наелектрисање смештено у кондензатору на крају првог дела процеса. Трајање ове фазе одмерава се бројањем импулса интерног осцилатора. У следећем кораку унето наелектрисање се одређује одмеравањем времена потребног да се кондензатор испразни. Пражњење се врши сталном струјом добијеном на основу извора референтног напона применом истих елемената помоћу којих се улазни напон претвара у струју која се интегралом током прве фазе. Одмеравање времена врши се одбројавањем импулса осцилатора, при чему се користи исти осцилатор који је коришћен за дефинисање интервала интеграције приликом усредњавања улазног напона. Одмеравање се завршава у тренутку када се напон на излазу кондензатора врати на почетну вредност. Цео процес обухвата сукцесивна пресликавања:

$$U \Rightarrow I \Rightarrow Q \Rightarrow T \Rightarrow N, \quad (10.61)$$

при чему је, коришћењем истих елемената, постигнуто да резултат зависи само од односа средње вредности улазног напона и референтног напона. Потребна је само кратковремена стабилност претварача напона у струју, интеграционог кондензатора, компаратора и интерног осцилатора.

Принципска шема  $U/N$  претварача чији је рад заснован на методи двојног нагиба приказана је на слици 10.26.



Слика 10.26. Принципска шема  $U/N$  претварача

Ако се улазни напон не мења током интеграције, напон  $u_1(t)$  на излазу интегратора представља линеарно опадајућу функцију времена:

$$u_1(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_S(t) dt = -\frac{U t}{RC}. \quad (10.62)$$

Након прве фазе мерења (интеграција улазног напона) напон на излазу интегратора једнак је:

$$u_1(T_1) = -\frac{U T_1}{RC} = -\frac{U M T_C}{RC}. \quad (10.63)$$

Након истека интервала  $T_1$ , прекидач  $SW1$  се поставља у положај 2, у којем на улазу интегратора делује референтни напон чији је поларитет

супротан поларитету мереног напона. Напон на излазу интегратора се тако враћа према почетној вредности. Одбројавањем импулса интерног осцилатора мери се трајање временског интервала  $T_2$  потребног да се напон на излазу интегратора врати на почетну вредност. Ако се занемари грешка квантовања, садржај бројача, број  $N$ , на крају овог временског интервала једнак је:

$$N = \frac{T_2}{T_C}. \quad (10.64)$$

На крају временског интервала  $T_2$  напон на излазу интегратора једнак је нули. Трајање овог временског интервала одређено је вредношћу напона  $u_1(T_1)$ , напоном  $U_{REF}$  и константом интегратора  $RC$ . На основу једначине:

$$u_1(T_1) - \frac{U_{REF}T_2}{RC} = 0, \quad (10.65)$$

следи:

$$T_2 = \frac{u_1(T_1)}{U_{REF}} RC, \quad (10.66)$$

односно:

$$T_2 = \frac{U}{U_{REF}} MT_C. \quad (10.67)$$

На основу претходних једначина добија се:

$$N = \frac{U}{U_{REF}} M. \quad (10.68)$$

Описаним поступком остварено је вишеструко пресликавање у два корака. Пре почетка мерења кружни бројач се доводи на нулу, а на излазу интегратора се успоставља почетно (нуло) стање. У првом кораку се вредност улазног напона  $U$ , пресликава у наелектрисање  $Q$  унето у интеграциони кондензатор  $C$  током временског интервала  $T_1$ . Заправо, помоћу отпорника  $R$ , вредност улазног напона се пресликава на вредност струје  $I$ , којом се кондензатор  $C$  пуни током временског интервала  $T_1$ . Трајање овог интервала је дефинисано као умножак периода импулса које генерише осцилатор. Наелектрисање унето у кондензатор током овог временског интервала, сразмерно је средњој вредности улазног напона током интервала интеграције.

У другом кораку одмерава се вредност наелектрисања  $Q$ , пресликавањем на вредност временског интервала  $T$  потребног да се кондензатор  $C$  испразни референтном струјом  $I_{REF}$ . Вредност ове струје одређују извор референтног напона  $U_{REF}$  и исти отпорник  $R$ , којим је одређена вредност струје  $I$  која је пунила кондензатор током првог корака. Трајање временског интервала  $T_2$  одмерава се бројањем импулса из осцилатора. Дакле, ово друго пресликавање,  $Q \rightarrow N$ , остварује се истим средствима којима

је извршено пресликавање  $U \rightarrow Q$ . Захваљујући томе, низ пресликавања:

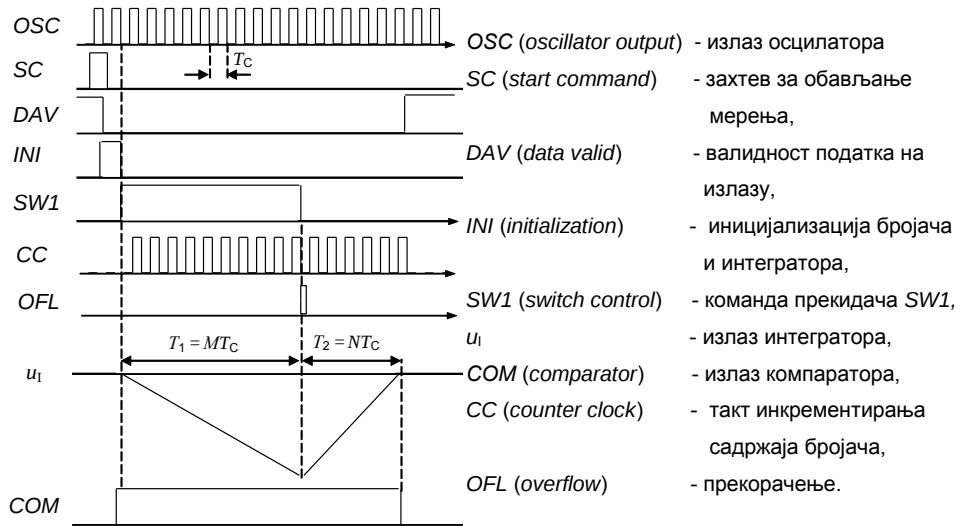
$$U \xRightarrow{R} I \xRightarrow{T_{CL}, M} Q \xRightarrow{R, U_{REF}} T \xRightarrow{T_{CL}} N, \quad (10.69)$$

сукцесивно остварених, даје резултат који зависи само од односа улазног и референтног напона:

$$N = \frac{T_2}{T_C} = \frac{Q}{I_{REF}} = \frac{R}{U_{REF}} Q = \frac{R}{U_{REF}} IT_1 = \frac{R}{U_{REF}} \frac{U}{R} MT_C = \frac{U}{U_{REF}} M. \quad (10.70)$$

Резултат мерења зависи само од односа улазног и референтног напона. Модуло бројача  $M$  је конструкциони параметар претварача и није подложен утицају околине и старења. Временска константа интегратора ( $RC$ ) и учестаност осцилатора ( $f_C = 1/T_C$ ) не утичу на резултат. То значи да ни њихове промене услед старења или промена услова околине (као што су температура и влажност), немају утицај на резултат, уколико се одвијају довољно споро, да се могу занемарити током трајања једне потпуне секвенце пресликавања. Учестаност  $f_C$  утиче на трајање интеграције и мерења у целини. Отпорност  $R$  и капацитивност  $C$  утичу на амплитуду (распон) напона на излазу интегратора.

На слици 10.27 приказани су таласни облици сигнала у карактеристичним тачкама система.



Слика 10.27. Таласни облици сигнала

Ако се улазна величина мења, резултат мерења је сразмеран средњој вредности улазног напона током интервала интеграције ( $T_1$ ):

$$N = \frac{\overline{u(t)}}{U_{REF}} M. \quad (10.71)$$

Могућа су и нека унапређења радног режима елемената у колу. То се пре свега односи на повећање резолуције без повећања учестаности одбројавања или смањивања брзине рада. Постиге се враћањем интегратора на почетну вредност делењем повратног дела (интеграције референтног напона) на два дела. Такав поступак се назива “метод тројног нагиба” (*triple-slope*). У почетку интегратори се референтни напон и напон на интегратору брзо опада, а и одбројавање се обавља са увећаним кораком. Када излаз опадене испод почетне вредности референтни напон се смањује и мења поларитет. Враћање интегратора на почетну вредност се врши са максималном резолуцијом.

Утицај помераја нуле интеграционог појачавача се компензује увођењем додатног интервала “аутонулирања” (*auto-zero*). Пре почетка сваког мерења улаз интегратора се доводи на нулу и мери се напон грешке, који се, у фази интеграције аутоматски одузима. Троделни поступак (*thriphasic metod*) компензује основне изворе грешке: померај нуле и његове промене, толеранције отпорности и њихове промене, као и толеранције вредности временске константе и њене промене током рада.

## ЛИТЕРАТУРА

---

- 1 *International Electrotechnical Vocabularu, part 314: Electrical and electronic measurements - Specific terms according to the type of instrument, Section 314-02: Digital instruments.*
- 2 *International Electrotechnical Vocabularu, part 351: Automatic control, section 351-32, Specific functional units in control technology.*
- 3 *Ref 1, 314-02-01.*
- 4 *National Semiconductor, ADC082500, High performance, Low Power, 8-Bit, 2.5 Gsps A/D converter.*
- 5 *P. Crisp, A generic DMM test and calibration strategy”, CAL LAB Magazine, 1997.*
- 6 *Agilent 3458 Multimeter, Data sheet.*
- 7 *International Electrotechnical Vocabularu, part 704: Transmission/Quantizing in pulse code modulation (in PCM).*
- 8 *B.D.Smith, Coding by Feedback method, Proceedings of the I.R.E., Aug. 1953, pp 1053-1059.*
- 9 *J.A.Irvine, D.A.Pucknell, A Wide-range Fully-automatic Digital Voltmeter, The Journal of Brit. I.R.E. Vol 20, No.7, 1960.*
- 10 *S. Tešić, D. Vasiljević, Osnovi elektronike, Građevinska knjiga, 2000.*
- 11 *P. Horowitz, W. Hill, The Art of Electronics, Cambridge University Press, 1989, p. 622.*
- 12 *National Semiconductor, ADC12020, 12-Bit, 40 Msps A/D converter.*

Магија повратне спреге  
је у могућности да се систем,  
који добро обавља своју функцију,  
оствари помоћу елемената  
који то лоше раде.  
*Karl Åström*



## 11.

# СИСТЕМИ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

Повратна спрега (*feedback*) има посебан значај у електроници, не само при реализацији појединих операција обраде сигнала, већ и као фундаменталан концепт при изради сложених целина. Повратна спрега омогућује побољшање својстава појединих функционалних јединица, па се методологија анализе и синтезе система са повратном спрегом користи као општа теоријска основа за развој електронских кола и уређаја. У појачавачима, на пример, она омогућује стабилизацију појачања, побољшање фреквенцијског одзива и смањивање изобличења. Позитивна повратна спрега се користи у осцилаторима, *U/I* претварачима и претварачима импедансе, компараторима, уобличавачима сигнала, генераторима функција...

У овом поглављу приказани су основи теорије система са повратном спрегом, посматране пре свега са становишта њене примене при анализи и синтези електронских система. Дате су дефиниције најзначајнијих појмова и називи који су усвојени на међународном нивоу [1]. Посебна пажња посвећена је појмовима и терминима који су својствени електроници [2]. Разматрају се општа обележја система са повратном спрегом и анализирају неки посебни облици примене.

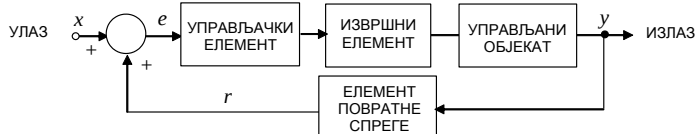
## 11.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ О ПОВРАТНОЈ СПРЕЗИ

Управљање у затвореној петљи (*closed-loop control, feedback control*) је процес којим се управљана величина пореди са другом (референтном) величином, на основу чега се генерише дејство, такво да се управљана величина подеси према референтној величини. На тај начин, управљана величина, кроз затворену петљу, делује сама на себе [3].

Општи блок-дијаграм система са повратном спрегом приказан је на слици 11.1. Управљачки елемент (*controlling element*), на основу сигнала на свом улазу побуђује извршни елемент (актуатор<sup>1</sup>) који делује на систем (објекат) којим се управља [4]. У теорији управљања процесима, део система који омогућује да се добије информација о томе колико управљана величина у одступа од жељене вредности  $x$ , назива се компаратор (*comparing element*) [5].

<sup>1</sup> У ужем смислу, актуатор (енг. *actuator*, покретач; од лат. *actualisatio*, остваривање, остварење) је елемент који електрични (управљачки) сигнал пресликава на механичку величину (односно електричну енергију претвара у механички погон). Назив потиче из доба када је аутоматско управљање "припадало" машинству.

Помоћу њега се остварује поређење референтне<sup>2</sup> величине  $x$  са величином  $r$  која показује стање система (*feedback variable*). У аналогној електроници, овај задатак обавља диференцијални појачавач (појачавач разлике два сигнала). Са циљем да се избегне могућност забуне, у овој књизи се за елемент помоћу којег се формира сигнал  $e$  (*error variable*), који се води на управљачки елемент, користи назив “дискриминатор”. Уобичајени симбол, којим се на графичком приказу система означава место (елемент) на којем се сигнали алгебарски сабирају (*summing point*), је круг. Алгебарски знак, када је то потребно, поставља се са десне стране улазне линије [6].



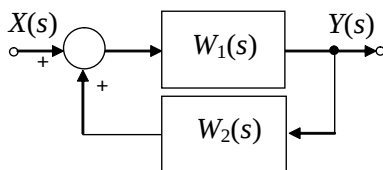
Слика 11.1. Систем са повратном спрегом

Управљачки систем (*controlling system*) обухвата дискриминатор, управљачки и извршни елемент. Управљачки елемент на основу сигнала који представља излаз дискриминатора, побуђује извршни елемент који делује на управљани објекат (*controlled system*) тако да се смањује разлика између жељене и стварне вредности управљане величине  $y$ . Дискриминатор и управљачки елемент заједно чине контролер<sup>3</sup> (*controller*) [7]. У грани повратне спреге се налази одговарајући мерни претварач<sup>4</sup> [8]. Мерењем се добија информација о великој величини која представља излаз система [9], [10].

Линеарни систем са повратном спрегом може да се представи општим блок-дијаграмом приказаним је слици 11.2. Функција преноса (*transfer function*) система са повратном спрегом посматраног у целини, одређена је изразом:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_1(s)}{1 - W_1(s)W_2(s)}, \quad (11.1)$$

где су  $X(s)$  и  $Y(s)$  комплексни представници сигнала на улазу, односно на излазу система, добијени применом Лапласове трансформације [11].



Слика 11.2. Структурни блок-дијаграм линеарног система са повратном спрегом

<sup>2</sup> У ИЕС-речнику користи се назив “управљачка величина” (*command variable*) која се означава симболом  $c$  [5].

<sup>3</sup> У литератури старијег датума користи се назив “регулатор”.

<sup>4</sup> Под називом “мерни претварач” (*measuring transducer*) овде се, у најопштијем смислу, подразумева елемент који на свом излазу даје величину која је у неком одређеном односу према улазној величини.

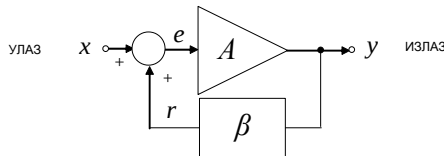
У општем случају, величине  $x$  и  $y$  не морају да имају исту димензију. Димензија функције преноса одређена је димензијама излазне и улазне величине:

$$\dim W = \frac{\dim y}{\dim x}. \quad (11.2)$$

Ако је улазни сигнал представљен напоном, а излазни струјом, димензија функције преноса је једнака димензији електричне отпорности.

## 11.2. ПОЈАЧАВАЧ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

У свом најједноставнијем, а са становишта електронике, најзначајнијем облику, систем са повратном спрегом састоји се од појачавача (који омогућује жељено пресликавање  $x \rightarrow y$ ), мерног елемента (који има задатак да омогући добијање информације о стварној вредности управљане величине  $y$ ) и дискриминатора (слика 11.3). Величина  $A$  је појачање сигнала дуж директне путање<sup>5</sup>. Величина  $\beta$  представља укупан сачинилац преноса путање повратне спреге<sup>6</sup>.



Слика 11.3. Појачавач са повратном спрегом

Математички модел овог система чине три једначине:

$$e(t) = x(t) + r(t), \quad (11.3)$$

$$r(t) = \beta y(t) \text{ и} \quad (11.4)$$

$$y(t) = A e(t), \quad (11.5)$$

на основу којих следи једначина која повезује улазну и излазну величину:

$$y(1 - \beta A) = A x. \quad (11.6)$$

Уколико је задовољен услов:

$$1 - \beta A \neq 0 \quad (11.7)$$

за сигнал на излазу система са повратном спрегом важи:

$$y(t) = \frac{A}{1 - \beta A} x(t). \quad (11.8)$$

Еквивалентно појачање система са затвореном петљом (*closed-loop gain*),  $A_F$ , једнако је:

$$A_F = \frac{y}{x} = \frac{A}{1 - \beta A}. \quad (11.9)$$

У зависности од односа модула величина  $A$  и  $A_F$ :

<sup>5</sup> У посматраном случају, сачинилац преноса појачавача,  $A$ , представља "појачање система са отвореном петљом" (*open-loop gain*).

<sup>6</sup> Ознаке  $A$  и  $\beta$  су традиционалне. Иако нису обухваћене стандардима Међународне електротехничке комисије, примењују се још увек, нарочито у електроници, при разматрању општих својстава појачавача са повратном спрегом.

$$\frac{|A_F|}{|A|} = \frac{1}{|1 - \beta A|}, \quad (11.10)$$

системи са повратном спрегом могу да се поделе у две групе (табела 11.1). Позитивна повратна спрега повећава појачање (*positive feedback, regenerative feedback*) [12], [13]. Негативном повратном спрегом појачање се смањује (*negative feedback*) [14]. Именилац у изразу 11.10, представља “сачинилац дејства” који показује “количину” деловања повратне спреге (*amount of feedback*). Њиме је одређен карактер повратне спреге у колу појачавача<sup>7</sup>.

| укупно појачање | сачинилац дејства   | повратна спрега |
|-----------------|---------------------|-----------------|
| $ A_F  >  A $   | $ 1 - \beta A  < 1$ | позитивна       |
| $ A_F  <  A $   | $ 1 - \beta A  > 1$ | негативна       |

Табела 11.1 Врсте повратне спреге

Ако су сачиниоци преноса  $A$  и  $\beta$ , реални позитивни бројеви, за остваривање негативне повратне спреге<sup>8</sup> потребно је да на његов улаз делује разлика улазног сигнала и сигнала повратне спреге:

$$e(t) = x(t) - r(t). \quad (11.11)$$

Тада важи:

$$A_F = \frac{y}{x} = \frac{A}{1 + \beta A}. \quad (11.12)$$

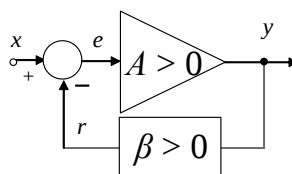
Негативна повратна спрега смањује укупно појачање сигнала, јер смањује сигнал  $e$  који делује на улазу појачавача:

$$e = \frac{y}{A} = \frac{1}{1 + \beta A} x. \quad (11.13)$$

Ако је  $\beta A \gg 1$  биће  $e \cong 0$ , односно  $r \cong x$ . Појачање  $A_F$  тада зависи само од својстава елемента, који генерише сигнал повратне спреге:[15]

$$A_F = \frac{1}{\beta}. \quad (11.14)$$

Вредност укупног појачања задаје се избором вредности сачиниоца  $\beta$ . Да би појачање  $A_F$  било веће од један потребно је да  $\beta$  буде мање од један. Када улаз и излаз система представљају величине исте природе, повратна спрега може да буде остварена “враћањем” излаза на улаз. Ако је  $\beta = 1$ ,



Слика 11.4. Појачавач са негативном повратном спрегом

<sup>7</sup> У литератури старијег датума, бездимензиона величина  $1 - \beta A$ , која показује утицај повратне спреге на деловање система, назива се “функција реакције”.

<sup>8</sup> Оваква повратна спрега назива се “негативна” (нем. *negative Rückkopplung*, рус. отрицательная обратная связь), или “дегеративна” (*degenerative feedback*), јер смањује сигнал на улазу појачавача, иако се одликује низом “позитивних” својстава и има најширу примену у техничким системима аутоматског управљања.

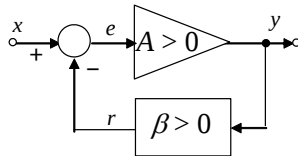
негативном повратном спрегом добија се “пратећи систем”. У том случају, за  $A \gg 1$  следи  $y \cong x$ , односно  $A_F = 1$  (јединични појачавач). Излазна величина не зависи од вредности појачања  $A$ .

Прве идеје о примени повратне спреге у електроници појавиле су се двадесетих година двадесетог века, као резултат настојања да се повећа појачање и побољша селективност једноцевних пријемника, јер појачање електронских цеви није било довољно велико. То је била позитивна спрега. Харолд Блек (*Harold Black, 1898-1983*) је први увео негативну повратну спрегу са циљем стабилизације појачања [16]. Тиме је започело ново поглавље у историји електронике, али и опште теорије система [17].

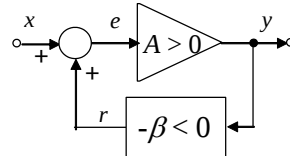


Х.С.Блек

Појачање појачавача у директној грани система са повратном спрегом може да буде позитивно или негативно. У начелу, то важи и за сачинилац преноса путање повратне спреге. Негативна повратна спрега у колу неинвертујућег појачавача може да буде остварена помоћу дискриминатора (слика 11.5.а) или сабирача (слика 11.5.б), ако елемент у грани повратне спреге мења знак. У оба ова случаја, излазни сигнал има исти знак (поларитет) као и улазни сигнал.



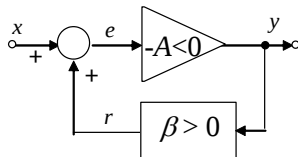
а)



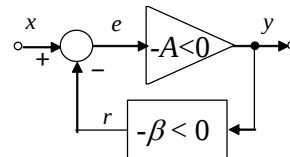
б)

Слика 11.5. Неинвертујући појачавач са негативном повратном спрегом

Негативна повратна спрега у колу инвертујућег појачавача може да буде остварена помоћу сабирача (слика 11.6.а), ако је сачинилац преноса елемента у грани повратне спреге позитиван, или помоћу дискриминатора, ако елемент у грани повратне спреге мења знак (слика 11.6.б). Излазни сигнал има супротан поларитет у односу на улазни.



а)



б)

Слика 11.6. Инвертујући појачавач са негативном повратном спрегом

За систем са неинвертујућим појачавачем у директној грани, слика 11.5, важи:

$$A_F = \frac{A}{1 + \beta A} \quad \text{и} \quad (11.15)$$

$$e = \frac{y}{A} = \frac{1}{1 + \beta A} x < x. \quad (11.16)$$

За систем са инвертујућим појачавачем, слика 11.6, важи:

$$A_F = \frac{-A}{1 + \beta A} \quad (11.17)$$

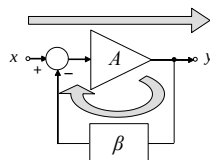
Ако је испуњен услов  $\beta A \gg 1$ , за систем са неинвертујућим појачавачем следи:

$$A_F \approx \frac{1}{\beta} \quad (11.18)$$

односно, за систем са инвертујућим појачавачем у директној грани:

$$A_F \approx -\frac{1}{\beta} \quad (11.19)$$

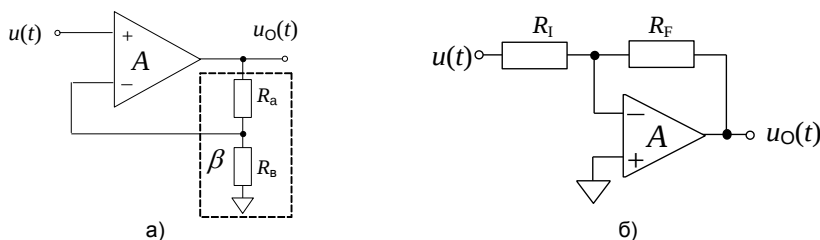
$$A_F = \frac{\text{појачање директне путање}}{1 - \text{појачање петље}}$$



Јака негативна повратна спрега ( $\beta A \gg 1$ ) чини да појачање система не зависи од вредности појачања појачавача у директној грани, већ само од својстава елемента који одређује сигнал повратне спреге. Вредност  $A_F$  задаје се избором вредности сачиниоца  $\beta$ . Да би појачање  $A_F$  било веће од један потребно је да  $\beta$  буде мање од један (на улаз се враћа део излазног напона).

### 11.2.1 ПОЈАЧАВАЧ НАПОНА СА НЕГАТИВНОМ ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

Концепт повратне спреге примењује се у електроници независно од врсте појачавача у директној грани система. Ипак, повратна спрега се најчешће изводи "око" појачавача напона, па је најподесније да се на примеру такве структуре анализирају нека заједничка обележја система са повратном спрегом. На слици 11.7. приказана су два основна начина остваривања негативне повратне спреге у колу диференцијалног појачавача напона. У оба случаја, повратна спрега се успоставља преко пасивне отпорничке мреже која се, у односу на излазни сигнал, понаша као пасивни делитељ напона.



Слика 11.7. Диференцијални појачавач напона са негативном повратном спрегом

За коло са слике 11.7.а важи:

$$A_F = \frac{A}{1 + A \frac{R_b}{R_a + R_b}} \quad (11.20)$$

Појачање  $A_F$  је позитивно (неинвертујући појачавач), мање од  $A$ , али не може да буде мање од један.

За коло са слике 11.7.6 важи:

$$A_F = - \frac{A}{1 + (1 + A) \frac{R_l}{R_F}}. \quad (11.21)$$

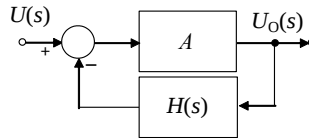
Изразни напон има супротан знак од улазног напона (инвертујући појачавач). Модуло  $A_F$  је увек мањи од модула  $A$ .

Увођење негативне повратне спреге има низ добрих страна. Повећава се улазна, а смањује излазна отпорност појачавача напона као целине<sup>9</sup>. Смањује се осетљивост укупног појачања на промене сачиниоца преноса појачавачког елемента, као и осетљивост на сопствени шум. Пропусни опсег се проширује, а изобличења смањују [18].

### 11.2.2 ФУНКЦИЈА ПРЕНОСА ПОЈАЧАВАЧА СА НЕГАТИВНОМ ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

У општем случају, у колу повратне спреге налази се елемент чија је функција преноса  $H(s)$  (слика 11.8). Појачавач са повратним спрегом представљен је функцијом преноса,  $W(s)$ :

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = \frac{A}{1 + AH(s)}. \quad (11.22)$$



Слика 11.8. Појачавач са негативном повратном спрегом

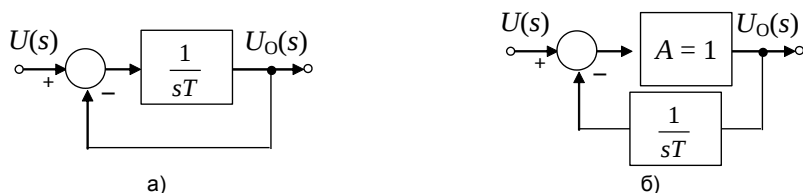
Ако је појачање  $A$  довољно велико, тако да је испуњен услов  $|AH(s)| \gg 1$ , добија се:

$$W(s) \cong \frac{1}{H(s)}. \quad (11.23)$$

Повратна спрега мења својства система. На пример, савршени интегратор са јединичном повратном спрегом постаје филтер пропусник ниских учестаности чија је функција преноса (слика 11.9.а):

$$W(s) = \frac{1}{1 + sT}. \quad (11.24)$$

<sup>9</sup> У општем случају, независно од врсте појачавача (појачавач напона или струје, трансдуктансни или трансрезистансни појачавач) увођењем негативне повратне спреге побољшавају се својства појачавача посматраног и са улазне и са излазне стране. Улазна отпорност се повећава, ако је улазна величина напон, односно смањује, ако је улазна величина струја. Излазна отпорност се смањује, ако је излазна величина напон, односно повећава, ако је излазна величина струја.



Слика 11.9. Дејство повратне спреге

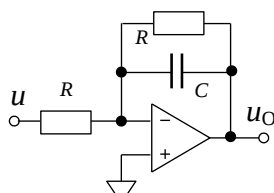
Јединични појачавач са негативном интегралном повратном спегом (слика 11.9.б) понаша се као филтер пропусник високих учестаности чија је функција преноса:

$$W(s) = \frac{sT}{sT + 1}. \quad (11.25)$$

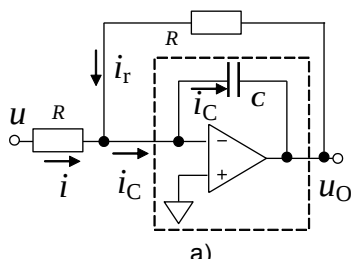
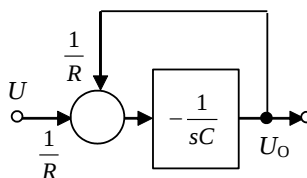
Инвертујући филтер пропусник ниских учестаности, остварен помоћу операционог појачавача (слика 11.10), чија је функција преноса:

$$W(s) = \frac{U_O(s)}{U(s)} = -\frac{Z_F(s)}{Z_I(s)} = -\frac{1}{sRC + 1}, \quad (11.26)$$

може да се представи као инвертујући интегратор струје са напонском повратном спегом (слика 11.11.а).

Слика 11.10.  
Активни филтер

Еквивалентни структурни блок дијаграм таквог модела приказан је на слици 11.11.б.

а)  
Слика 11.11. Еквивалентни систем

б)

Ако је у питању линеарни систем (слика 11.12), функција преноса система једнака је:

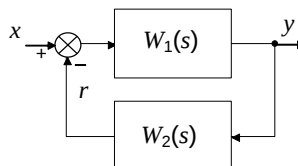
$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}, \quad (11.27)$$

где  $W_1$  и  $W_2$  представљају функције преноса елемената у директној и повратној грани, респективно. Уколико је испуњен услов:

$$|W_1(s)W_2(s)| \gg 1, \quad (11.28)$$

функција преноса система може да се апроксимира изразом:

$$W(s) \approx \frac{1}{W_2(s)}. \quad (11.29)$$

Слика 11.12.  
Функција преноса

Ова својства повратне спреге примењују се при синтези електронских кола. Омогућују остваривање сложених функционалних целина обједињавањем елементарних структура, као и замену неке операције обраде сигнала другом, инверзном операцијом.

### 11.3.ОСТВАРИВАЊЕ ИНВЕРЗНЕ ФУНКЦИЈЕ

У општем случају, елемент у грани повратне спреге појачавача може да буде нелинеаран:

$$r = F(y), \quad (11.30)$$

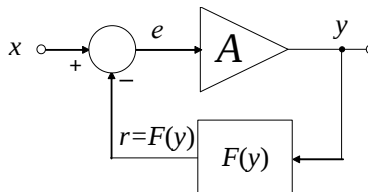
где је  $F$  произвољна једнозначна функција. Ако сигнал  $e$ , који делује на улазу појачавача, представља разлику улазног сигнала и сигнала повратне спреге (слика 11.13):

$$e(t) = x(t) - r(t), \quad (11.31)$$

излазна величина  $x$  одређена је изразом:

$$y = F^{-1}\left(x - \frac{y}{A}\right), \quad (11.32)$$

у којем  $F^{-1}$  означава инверзну функцију функције  $F$ .



Слика 11.13. Систем са нелинеарном повратном спрегом

У систему са јаком негативном повратном спрегом ( $A \gg 1$ ,  $e \ll x$ ), излазна величина одређена је изразом:

$$y = F^{-1}(x). \quad (11.33)$$

Ово је веома важан закључак са становишта практичне реализације разноврсних техничких система, посебно у електроници. Задатак остваривања жељеног пресликавања  $a \rightarrow b$ , може да се замени задатком остваривања инверзног пресликавања  $b \rightarrow a$ , што, у неким случајевима, омогућује једноставније, технички погодније или тачније решење постављеног проблема.

#### 11.3.1 МНОЖЕЊЕ И ДЕЉЕЊЕ

Множење и дељење су инверзне операције. Јака негативна повратна спрега, остварена помоћу операционог појачавача, омогућује да се једна операција замени другом, инверзном. За систем приказан на слици 11.14.а важи:

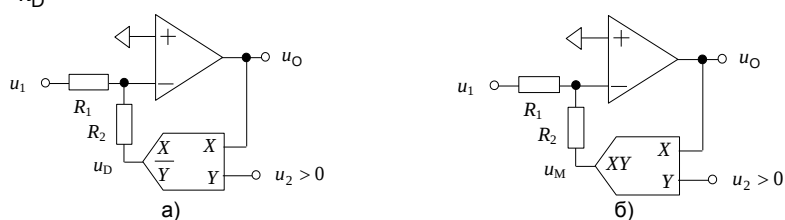
$$u_D = k_D \frac{u_O}{u_2}, \quad (11.34)$$

где је  $u_D$  напон на излазу аналогног делитеља, а  $k_D$  сачинилац преноса који има димензију напона. На основу “златног правила струје” које важи за савршени операциони појачавач [19], следи:

$$\frac{u_1}{R_1} = -\frac{u_D}{R_2}. \quad (11.35)$$

Решавањем ових једначина по  $u_O$  добија се:

$$u_O = -\frac{R_2}{R_1} \frac{u_1 u_2}{k_D}. \quad (11.36)$$



Слика 11.14. Множење и дељење методом инверзне функције

Операција множења напона остварена је применом делитеља, као функционалне јединице која има улогу елемента повратне спреге операционог појачавача у инвертујућем споју. На аналоган начин могуће је операцију дељења остварити помоћу множача. За коло са слике 11.14.б важи:

$$u_M = k_M u_O u_2, \quad (11.37)$$

где је  $u_M$  напон на излазу множача, а  $k_M$  сачинилац преноса (чија је димензија обрнуто сразмерна димензији напона). Ако је појачање операционог појачавача бесконачно велико, а улазна струја занемарљиво мала важи:

$$\frac{u_1}{R_1} = -\frac{u_M}{R_2}. \quad (11.38)$$

На основу ових једначина следи:

$$u_O = -\frac{1}{k_M} \frac{R_2}{R_1} \frac{u_1}{u_2}. \quad (11.39)$$

### 11.3.2 КОРЕНОВАЊЕ

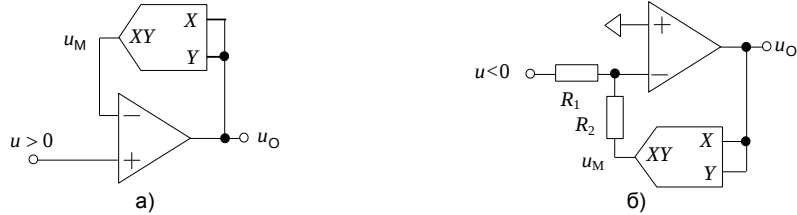
Операције степеновања и кореновања истим сачиниоцем су инверзне операције. Израчунавање квадратног корена врши се помоћу операционог појачавача са негативном повратном спрегом, која је остварена помоћу множача у функцији квадратора. За коло са слике 11.15.а важи:

$$u = u_M = k_M u_O^2, \quad (11.40)$$

одакле следи:

$$u_O = \sqrt{\frac{u}{k_M}}. \quad (11.41)$$

Улазни напон  $u$  не може да буде негативан.



Слика 11.15. Кореновање методом инверзне функције

На основу Тевененове теореме и “златног правила напона”, за коло са слике 11.15.б важи:

$$u \frac{R_2}{R_1 + R_2} + k_M u_O^2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0, \quad (11.42)$$

одакле следи:

$$u_O = \sqrt{-u \frac{R_2}{k_M R_1}}, u < 0. \quad (11.43)$$

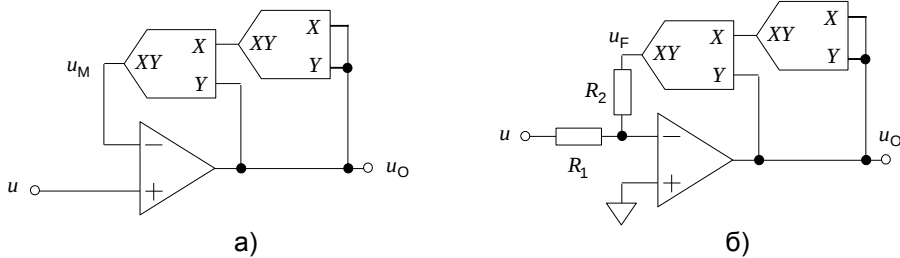
Улазни напон  $u$  не може да буде позитиван.

На слици 11.16 приказане су шеме за израчунавање кубног корена. Излазни напон у колу са слике 11.16.а једнак је:

$$u = u_M = k_M^2 u_O^3, \quad (11.44)$$

одакле следи:

$$u_O = \sqrt[3]{\frac{u}{k_M^2}}. \quad (11.45)$$



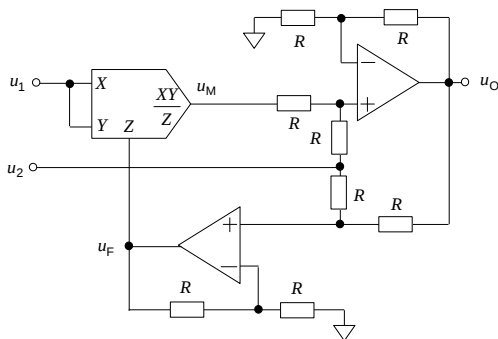
Слика 11.16. Израчунавање кубног корена

Излазни напон у колу са слике 11.16.б једнак је:

$$u_O = \sqrt[3]{-\frac{R_2}{k_M^2 R_1} u}, u < 0. \quad (11.46)$$

На слици 11.17 приказана је шема за израчунавање интензитета (модула) вектора положаја чије су координате дате напонима  $u_1$  и  $u_2$ :

$$u_O = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} . \quad (11.47)$$



Слика 11.17. Израчунавање модула вектора

Математички модел овог кола чине једначине:

$$u_O = u_2 + u_M , \quad (11.48)$$

где је  $u_M$  напон на излазу множача:

$$u_M = \frac{u_1^2}{u_F} . \quad (11.49)$$

Напон  $u_F$  на излазу појачавача у грани повратне спреге множача једнак је:

$$u_F = u_2 + u_O . \quad (11.50)$$

Решавањем овог система једначина добија се једначина 11.47.

## 11.4.ИЗРАЧУНАВАЊЕ ЕФЕКТИВНЕ ВРЕДНОСТИ

Према дефиницији, ефективна вредност (*root-mean-square value*, *Effektivwert*, действующее значение) променљиве величине  $a(t)$  једнака је квадратном корену средње вредности квадрата те величине<sup>10</sup> посматране током одређеног временског интервала [20]:

$$A_{\text{ef}} = \sqrt{a^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{t_k - t_p} \int_{t_p}^{t_k} a^2(t) dt} , \quad (11.51)$$

где је  $t_p$  почетни, а  $t_k$  завршни (крајњи) тренутак интервала посматрања. За периодичне величине интервал је једнак периоду [21]:

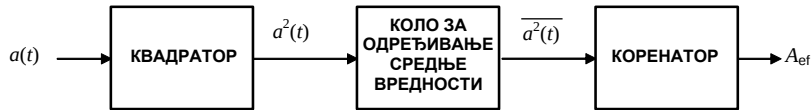
<sup>10</sup> У англосаксонској литератури, вредност одређена су складу са овом дефиницијом, назива се права ефективна вредност (*true root-mean-square value*, *true RMS*).

$$A_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} . \quad (11.52)$$

Физички смисао ефективне вредности је да она описује снагу сигнала. У електротехници, као мера интензитета променљивих величина узима се еквивалентна, по енергијском дејству, једносмерна величина. Ефективна вредност променљивог електричног напона једнака је вредности сталног електричног напона при којем је вредност електричне снаге, којом се у непроменљивом резистивном оптерећењу врши претварање електричне у топлотну енергију, једнака вредности средње електричне снаге којом се топлотна енергија ствара када посматрани променљиви напон делује на крајевима тог оптерећења. За периодичне величине важи:

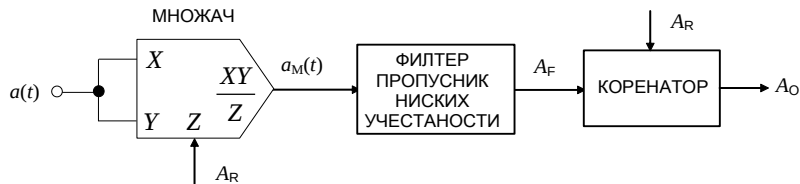
$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)i(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{u^2(t)}{R} dt = \frac{U_{\text{ef}}^2}{R} = U_{\text{ef}} I_{\text{ef}} .$$

На слици 11.18. приказана је блок-шема система који омогућује одређивање ефективне вредности  $A_{\text{ef}}$  аналогне величине  $a(t)$  доведене на његов улаз.



Слика 11.18. Израчунавање ефективне вредности

Ако је улазна величина периодична, за одређивање средње вредности може да се примени филтер пропусник ниских учестаности, као што је приказано на слици 11.19.



Слика 11.19. Практично коло за одређивање ефективне вредности периодичне величине

Математички модел овог система чине три једначине у низу. Прва одређује сигнал на излазу множача:

$$a_M = k_M \frac{a^2}{A_R} , \quad (11.53)$$

где је  $k_M$  сачинилац преноса множача, а  $A_R$  референтна величина. Друга одређује сигнал на излазу филтра пропусника ниских учестаности:

$$A_F = k_F \frac{1}{T} \int_0^T a_M(t) dt , \quad (11.54)$$

где је  $k_F$  сачинилац преноса филтра пропусника ниских учестаности. Трећа даје вредност излазног сигнала:

$$A_O = k_R \sqrt{A_F A_R}, \quad (11.55)$$

где је  $k_R$  сачинилац преноса коренатора. На основу ових једначина следи:

$$A_O = k_M k_F k_R \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt} = k A_{ef}. \quad (11.56)$$

Тачност којом се израчунавање обавља не зависи од тачности дефинисања величине  $A_R$ , већ само од тачности сачиниоца преноса појединих функционалних блокова: множача ( $k_M$ ), филтра ( $k_F$ ) и коренатора ( $k_R$ ).

У колу приказаном на слици 11.20 операција кореновања је остварена применом множача у колу негативне повратне спреге операционог појачавача. Такав систем описан је једначинама:

$$u_M(t) = k_M \frac{u^2(t)}{U_R}, \quad (11.57)$$

$$U_F = k_F \overline{u_M(t)}, \quad (11.58)$$

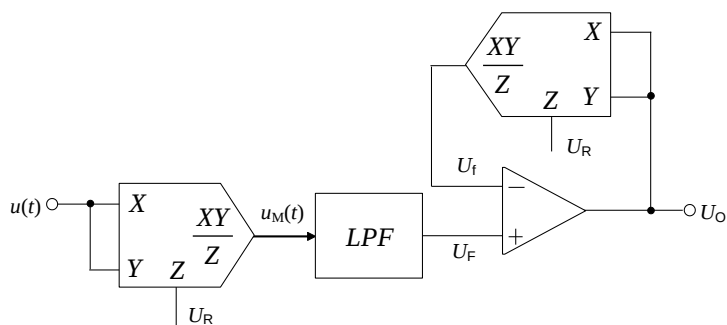
$$U_f = U_F, \quad (11.59)$$

$$U_f = k_M \frac{U_O^2}{U_R} \text{ и} \quad (11.60)$$

$$U_O = \sqrt{\frac{U_f U_R}{k_M}}, \quad (11.61)$$

на основу којих следи:

$$U_O = \sqrt{\frac{U_f U_R}{k_M}} = \sqrt{\frac{U_F U_R}{k_M}} = \sqrt{\frac{k_F}{k_M} \overline{u_M(t)} U_R} = \sqrt{k_F \overline{u^2(t)}} = \sqrt{k_F} U_{ef}. \quad (11.62)$$



Слика 11.20. Принципска електрична шема кола за одређивање ефективне вредности напона

У овом случају, сачинилац преноса пресликавања  $u(t) \rightarrow U_{ef}$  зависи само од сачиниоца преноса филтра пропусника ниских учестаности,  $k_F$ , а не зависи од сачиниоца преноса множача, ако су они упарени<sup>11</sup>.

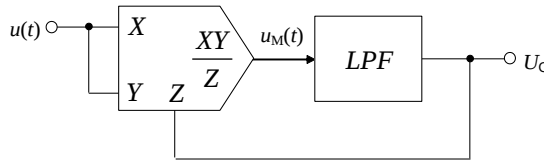
Блок шема приказана на слици 11.18, која изричито следи алгоритам који је садржан у дефиницији ове величине (једначина 11.52), представља метод експлицитног израчунавања функције на основу задатог аналитичког израза. Ако се пође од дефиниционе једначине ефективне вредности написане у облику:

$$A_{ef}^2 = \overline{a^2(t)}, \quad (11.63)$$

долази се до једначине:

$$A_{ef} = \frac{\overline{a^2(t)}}{A_{ef}}, \quad (11.64)$$

која представља основу метода имплицитног израчунавања, заснованог на операцијама степеновања, усредњавања и дељења. Имајући у виду да се излазна величина може сматрати сталном током интервала усредњавања, операција усредњавања може да се изврши након операције дељења, као што је то приказано на слици 11.21.



Слика 11.21. Аналогни систем за имплицитно одређивање ефективне вредности напона

Математички модел овог система чине једначине:

$$u_M(t) = k_M \frac{u^2(t)}{U_O}, \text{ и} \quad (11.65)$$

$$U_O = k_F \overline{u_M(t)}, \quad (11.66)$$

на основу којих следи:

$$\overline{u_M(t)} = \frac{k_M}{U_O} \overline{u^2(t)}, \quad (11.67)$$

односно:

<sup>11</sup> Треба, ипак, имати у виду да нису исти услови рада за множач у улазном и множач у излазном делу система. Улазни множач обрађује променљиви улазни напон, због чега његова динамичка својства добијају на значају. Излазни множач обрађује сталан (или споро променљиви) напон, што значи да је значајна само његова статичка карактеристика.

$$\frac{U_O}{k_F} = \overline{u_M(t)} = \frac{k_M}{U_O} \overline{u^2(t)}. \quad (11.68)$$

Последња једначина написана у облику:

$$U_O^2 = k_M k_F \overline{u^2(t)}. \quad (11.69)$$

одређује вредност излазног напона:

$$U_O = k \sqrt{\overline{u^2(t)}}, \quad (11.70)$$

где је  $k$  сачинилац преноса мерног претварача ефективне вредности:

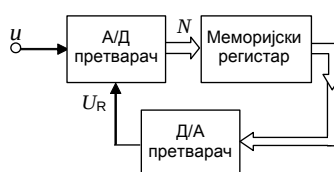
$$k = \sqrt{k_F k_M}. \quad (11.71)$$

Имплицитни метод израчунавања је заправо метод повратне спреге, који може да се примени и у хибридном систему, тако да се резултат мерења добија у дигиталном облику [22].

Конвенционални дигитални инструменти широке примене који омогућују мерење правих ефективних вредности променљивих величина, засновани су на примени специјализованих аналогних функционалних блокова који на свом излазу дају једносмерни напон сразмеран ефективној вредности улазне величине. Применом неког од стандардних поступака за аналогно/дигитално претварање добија се затим податак у одговарајућем дигиталном облику који се визуелно приказује помоћу светлећих цифарских показивача. Овај метод може да се поједностави изменом карактеристике преноса А/Д претварача тако да она има облик функције квадратног корена. Таква карактеристика омогућује да се додавањем аналогног множака веома једноставно реализује инструмент који омогућује мерење електричне снаге и мерење правих ефективних вредности напона и струје.

Блок дијаграм приказан на слици 11.22 илуструје принцип рада кола које омогућује добијање у дигиталном облику податка о вредности квадратног корена посматране величине  $U$ . Функција преноса А/Д претварача дефинисана је изразом:

$$N = k_{AD} \frac{U}{U_R}, \quad (11.72)$$



Слика 11.22. Принцип рада

у којем  $N$  представља дигитални еквивалент улазне величине  $U$ ,  $U_R$  је референтна аналогна величина, а  $k_{AD}$  сачинилац преноса (константа преноса). Линеарни Д/А претварач у колу повратне спреге обезбеђује да референтна величина буде сразмерна вредности броја  $N$ :

$$U_R = k_{DA} N, \quad (11.73)$$

где је  $k_{DA}$  сачинилац преноса Д/А претварача.

На основу претходних релација одређује се карактеристика преноса система у целини:

$$N = \frac{k}{\sqrt{U}}, \quad (11.74)$$

где је:

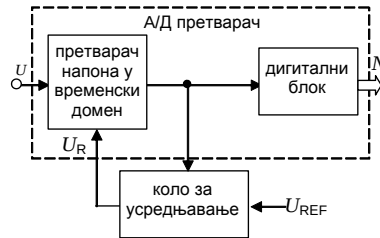
$$k = \sqrt{\frac{k_{AD}}{k_{DA}}}. \quad (11.75)$$

Увођењем линеарне повратне спреге у колу линеарног А/Д претварача остварује се нелинеарно А/Д пресликавање са функцијом квадратног корена.

У богатом спектру метода електронског аналогно/дигиталног претварања посебно место заузимају поступци код којих се процес пресликавања  $U \rightarrow N$  остварује на бази претварања улазне аналогне величине у неку другу погодну одабрану величину која се дигитално може лако да мери. Због низа предности које пружа, најширу примену има пресликавање напона у временски домен. Са становиште примене у систему приказаном на слици 11.22 посебно је значајна чињеница да се за ову класу А/Д претварача напон повратне спреге може да добије на веома једноставан начин.

Као што је на слици 11.23 приказано, такав претварач сачињен је од два основна блока:

- претварач напона у временски домен, помоћу којег се информација садржана у вредности улазног напона пресликава у временске параметре импулсног низа;
- дигитални блок који садржи генератор импулса, управљачку логику и бројачки регистар чији садржај на крају мерног интервала представља дигитални еквивалент вредности напона  $U$ .



Слика 11.23. Нелинеарни А/Д претварач

У таквом систему, напон пропорционалан вредности броја  $N$  може да се добије посредно, из импулсног низа, једноставним усредњавањем низа импулса чији је однос ширине импулса,  $T_H$ , и периода њиховог појављивања,  $T$ , сразмеран вредности улазног напона;

$$\theta = \frac{T_H}{T} = \frac{U}{U_R}. \quad (11.76)$$

Увођењем повратне спреге на претходно описан начин (преко улаза за референтну аналогну величину, слика 11.23) добија се А/Д претварач са карактеристиком квадратног корена. Да би се добио систем који остварује мерење ефективне вредности потребно је додати множач на улазу.

## 11.5.ЛИНЕАРИЗАЦИЈА СТАТИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ПРЕТВАРАЧА

Из аналогне електронике је познато да негативна повратна спрега смањује изобличења која уноси појачавач [23]. Такав приступ пружа могућност да се нелинеарност карактеристике, било ког елемента у ланцу обраде сигнала, “исправи”. Нелинеарност претварача којим се остварује пресликавање  $x \rightarrow y$  које треба да буде линеарно:

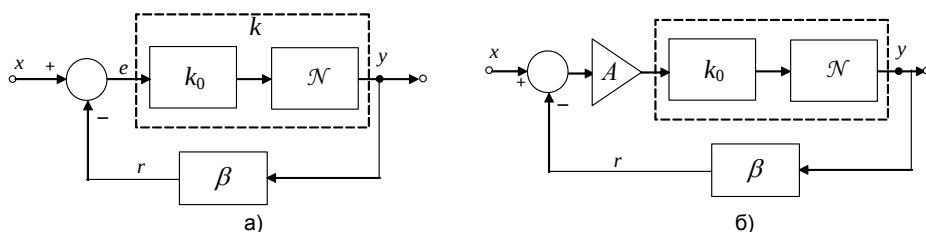
$$y = kx, \quad (11.77)$$

где је  $k$  сачинилац сразмере излазне и улазне величине, може да се представи као присуство нелинеарног елемента, чија је карактеристика улаз-излаз описана неком нелинеарном функцијом  $\mathcal{N}$ ; тако да важи:

$$k = k_0 \mathcal{N}; \quad |\mathcal{N}| < 1, \quad (11.78)$$

где је  $k_0$  сачинилац преноса линеарног претварача. За систем са повратном спрегом, приказан на слици 11.24.а, важи:

$$y = \frac{k_0 \mathcal{N}}{1 + \beta k_0 \mathcal{N}} x. \quad (11.79)$$



Слика 11.24. Претварач са повратном спрегом

Ако је испуњен услов  $\beta k_0 \mathcal{N} \gg 1$  нелинеарност  $\mathcal{N}$  не утиче на излазни сигнал:

$$y \cong \frac{1}{\beta} x. \quad (11.80)$$

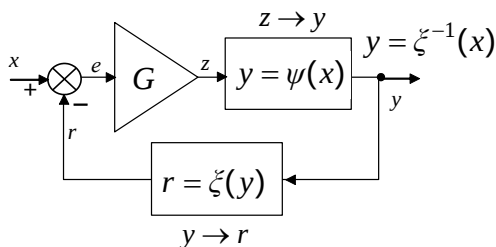
Уколико појачавач, због неког конструктивног разлога, не омогућује да се испуни услов  $\beta k_0 \mathcal{N} \gg 1$ , додаје се појачавач великог појачања (слика 11.24.б), тако да се оствари јака негативна повратна спрега која “присиљава” претварач да измени свој излаз како би се остварио услов:

$$x = \beta y. \quad (11.81)$$

### 11.5.1 a/f ПРЕТВАРАЧ СА ПОВРАТНОМ СПРЕГОМ

Начином рада, интеграциони a/f претварачи представљају нелинеарне системе у којима повратна спрега обезбеђује успостављање осцилација. Идеја повратне спреге, међутим, омогућује да се тачност пресликавања  $a \rightarrow f$  системски побољша.

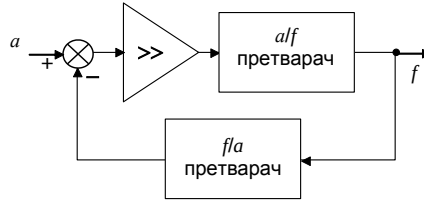
Као што је већ истакнуто, при довољно великом појачању у директној грани појачавача са негативном повратном спрегом, зависност излазне величине од улаза одређена је својствима кола у грани повратне спреге. Систем остварује инверзну функцију функције која дефинише пресликавање у грани повратне спреге. То важи и када је у питању било који систем који у директној грани садржи појачавач (слика 11.25).



Слика 11.25. Систем са повратном спрегом

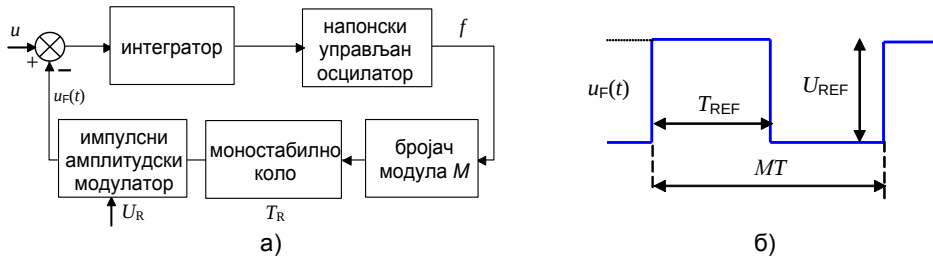
Када је испуњен услов  $G \gg 1$ , карактеристике система у целини зависе првенствено од карактеристика система повратне спреге. Овај закључак представља основно премису теорије метода обраде сигнала.

Систем са негативном повратном спрегом који остварује пресликавање  $a \rightarrow f$  приказан је на слици 11.26. На први поглед, чини се да се увођењем повратне спреге само усложњава структура система, без неких суштинских предности, јер се проблем реализације тачног пресликавања  $a \rightarrow f$  трансформише у проблем реализације инверзног пресликавања  $f \rightarrow a$ . Међутим, увођењем делитеља учестаности у коло повратне спреге, може да се смањи радна учестаност  $f/a$  претварача, а тиме се смањује и утицај прелазних појава на линеарност и стабилност карактеристике [24].



Слика 11.26.  $a/f$  претварач са повратном спрегом

Општи структурни блок-дијаграм претварача напона у учестаност, заснованог на оваком приступу, приказан је на слици 11.27. Напонски управљани осцилатор има улогу  $u/f$  претварача од којег се захтева да на свом излазу да импULSE високе учестаности  $f$ . Тачност пресликавања  $u \rightarrow f$  обезбеђује повратна спрега, мерењем излазне учестаности, што се остварује прецизним уобличавањем бинарног сигнала добијеног на излазу бројача модула  $M$  као делитеља учестаности.



Слика 11.27. Блок-дијаграм  $u/f$  претварача са повратном спрегом

Сигнал  $u_F(t)$  на излазу импулсног амплитудског модулятора представља низ правоугаоних импулса (слика 11.27.б), чија је амплитуда  $U_R$ , трајање  $T_R$ , а учестаност  $M$  пута нижа од учестаности  $f$ . Средња вредност сигнала  $u_F(t)$  једнака је:

$$\overline{u_F} = \frac{U_R \cdot T_R}{M} f. \quad (11.82)$$

У стању равнотеже је:

$$\overline{u_F(t)} = \overline{u(t)}, \quad (11.83)$$

одакле следи:

$$f = \frac{M}{U_R \cdot T_R} \overline{u}. \quad (11.84)$$

Карактеристика преноса система у целини зависи само од амплитуде  $U_R$  и трајања  $T_R$  импулса повратне спреге, а не зависи од константи преноса интегратора и напонски контролисаног осцилатора.

## 11.6. ФАЗНО ЗАТВОРЕНА ПЕТЉА

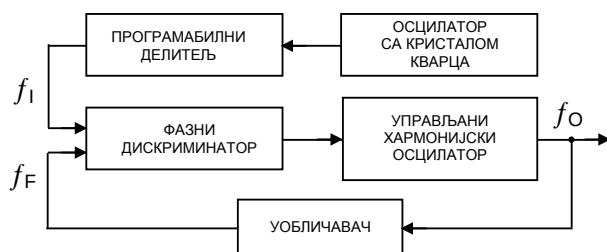
Фазно затворена петља (*phase locked loop, PLL*) је систем са повратном спрегом којим се обрађују периодични сигнали. Структурни блок-дијаграм система је приказан на слици 11.28. Информација о разлици фаза улазног (спољашњег) сигнала и сигнала на излазу система, генерисаног помоћу осцилатора чија се учестаност може мењати одговарајућом побудом, користи се за управљање учестаношћу излазног сигнала. У најједноставнијем облику фазно затворена петља је “пратећи систем”: излаз (учестаност  $f_o$ ) “прати” улаз (учестаност  $f$ ).



Слика 11.28. Систем са фазно затвореном петљом

Детектор фазе има улогу дискриминатора (компаратора) у систему са повратном спрегом. На свом излазу даје сигнал који представља меру разлике фаза (*phase difference*) сигнала доведених на његове улазе. Када је разлика учестаности  $f$  и  $f_o$  мала, напон на излазу филтра пропусника ниских учестаности се споро мења што доводи до промене излазне учестаности  $f_o$  напонски управљаног осцилатора (*voltage controlled oscillator, VCO*). У тренутку када се учестаност  $f_o$  изједначи са учестаношћу улазног сигнала,  $f$ , петља се затвара (*lock*), и од тог тренутка осцилатор прати улазни сигнал. Негативна повратна спрега обезбеђује да разлика фаза сигнала на улазу детектора фазе има вредност потребну да осцилатор ради на учестаности улазног сигнала.

Једна од примена *PLL*-система је стабилизација учестаности хармонијског осцилатора помоћу осцилатора са кристалом кварца, као што је то приказано на слици 11.29. Уобличаваач обезбеђује прилагођење хармонијског таласног облика правоугаоном облику који се добија на излазу програмабилног делитеља којим се задаје излазна учестаност  $f_o$ .



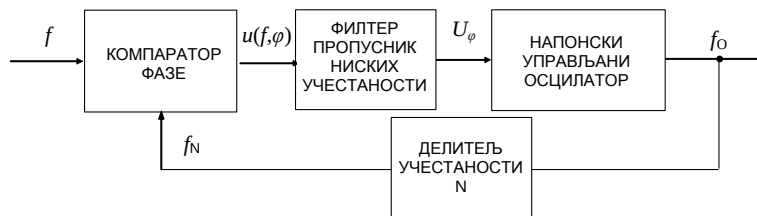
Слика 11.29. Хармонијски осцилатор стабилне учестаности

Фазна повратна спрега обезбеђује да хармонијски осцилатор прати учестаност  $f_i$  која је изведена из учестаности кварцног осцилатора. Средња грешка одступања учестаности  $f_o$  од учестаности  $f_i$  једнака је нули.

У начелу, систем са фазно затвореном петљом може бити у потпуности заснован на обради аналогних сигнала. Једноставније решење и, у целини посматрано, боље перформансе имају системи у којима се пореди и обрађује фаза бинарних сигнала. Као детектор фазе може да се примени релативно једноставна комбинациона или секвенцијална мрежа. Уобичајено је да се у том случају користи назив: компаратор фазе (*phase comparator - PC*). Развој микропроцесорске технологије омогућио је реализацију система са фазно затвореном петљом у потпуности у дигиталном домену.

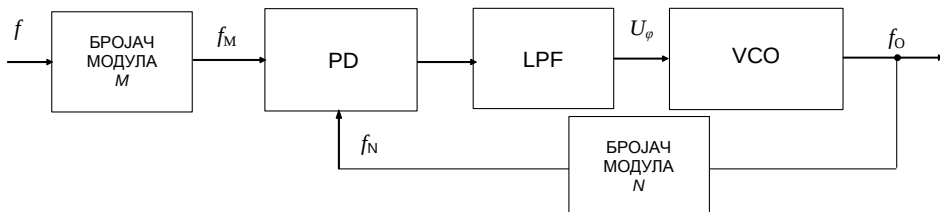
### 11.6.1 МНОЖАЧ УЧЕСТАНОСТИ

Множење учестаности је једна од основних примена фазне петље. Ако се у грани повратне спреге система са фазно затвореном петљом постави делитељ учестаности (слика 11.30), чији је сачинилац дељења једнак  $N$ , излазна учестаност  $f_o$  биће  $N$  пута већа од учестаности улазног сигнала  $f$ .



Слика 11.30. Множач учестаности са фазно затвореном петљом

На слици 11.31 приказан је структурни блок-дијаграм система који омогућује множење учестаности  $f_i$  улазног бинарног сигнала сачиниоцем множења који представља рационалан број, одређен количником целих бројева  $N$  и  $M$  чија се вредност задаје програмабилним делитељима остварених помоћу бројача модула  $N$  и  $M$ .



Слика 11.31. Множач учестаности са фазно затвореном петљом

У складу са ознакама на слици, важе следећи односи:

$$f_M = \frac{f}{M}, \text{ и} \quad (11.85)$$

$$f_N = \frac{f_O}{N} . \quad (11.86)$$

Када је петља затворена важи:

$$f_N = f_M , \quad (11.87)$$

на основу чега произилази:

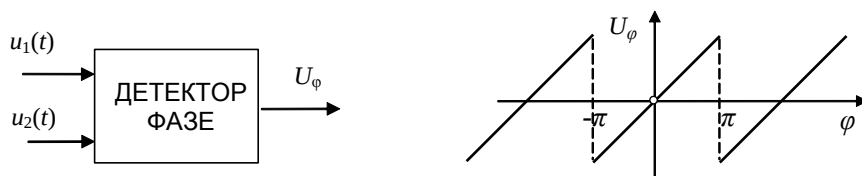
$$f_O = \frac{N}{M} f . \quad (11.88)$$

Повратна спрега, остварена на основу мерења односа фаза сигнала, обезбеђује да однос излазне и улазне учестаности зависи само од сачиониоца  $M$  и  $N$ , којим се улазна односно излазна учестаност деле пре поређења, а не зависи од карактеристика компаратора фазе, филтра и напонски управљаног осцилатора.

## 11.6.2 КОМПОНЕНТЕ PLL-СИСТЕМА

### 11.6.2.1. ДЕТЕКТОР ФАЗЕ

Детектор (компаратор) фазе (*phase detector-PD*, *phase comparator-PC*) је систем са два улаза и једним излазом. Графички симбол и карактеристика улаз-излаз детектора фазе приказани су на слици 11.32. Радни опсег детектора је од  $-\pi$  до  $+\pi$ .



Слика 11.32. Детектор фазе

На улазе детектора доводе се периодични сигнали,  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ , исте учестаности:

$$u_1(t) = U_1 \cdot \sin \theta_1(t) = U_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha), \text{ и} \quad (11.89)$$

$$u_2(t) = U_2 \cdot \sin \theta_2(t) = U_2 \cdot \sin(\omega t + \beta). \quad (11.90)$$

Сигнал на излазу сразмеран је разлици фаза улазних сигнала:

$$U_O = k_{PD} \varphi, \quad \varphi = \theta_1(t) - \theta_2(t) = \alpha - \beta, \quad (11.91)$$

где је  $k_{PD}$  константа преноса (*scale factor*):

$$k_{PD}(=) \frac{V}{\text{rad}} . \quad (11.92)$$

Информација о разлици фаза сигнала  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  може да се добије применом множача аналогних величина (слика 11.33):

$$u_M(t) = k_M \cdot u_1(t) \cdot u_2(t), \quad (11.93)$$

где је  $k_M$  константа преноса множача.

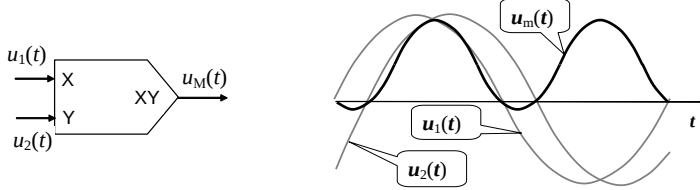
Принцип рада је заснован на тригонометријском идентитету:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]. \quad (11.94)$$

При хармонијској побуди важи:

$$u_M(t) = k_M U_1 \sin(\omega t + \alpha) U_2 \sin(\omega t + \beta) = k_M \frac{U_1 U_2}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \alpha + \beta)], \quad (11.95)$$

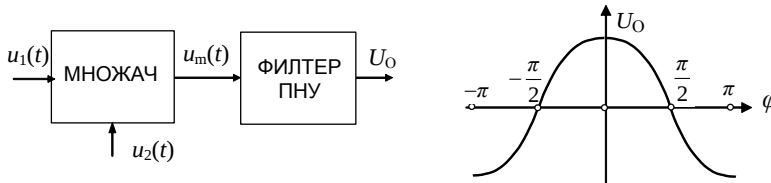
где је  $\varphi$  разлика фаза напона  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ .



Слика 11.33. Детекција фазе периодичних величина множењем

Множач је нелинеаран елемент који остварује померање спектра сигнала носиоца информације. Наизменична компонента сигнала на његовом излазу има учестаност која је двоструко виша од учестаности улазних сигнала. Стална компонента сигнала на излазу множача је одређена односом фаза улазних сигнала. Ако се сигнал са излаза множача пропусти кроз филтер пропусник ниских учестаности (ПНУ), једносмерни напон на његовом излазу,  $U_O$ , представља меру разлике фаза напона  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  (слика 11.34):

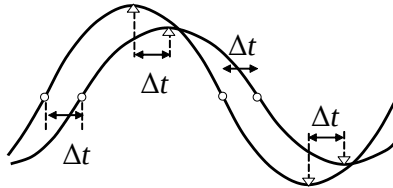
$$U_O = k_F \overline{u_M(t)} = k_F k_M \frac{U_1 U_2}{2} \cos \varphi. \quad (11.96)$$



Слика 11.34. Множач аналогних величина као детектор фазе

Зависно од вредности фазног угла  $\varphi$ , напон  $U_O$  може бити негативан или позитиван. Зависност  $U_O(\varphi)$  је нелинеарна. Вредност напона  $U_O$  зависи од амплитуде улазних сигнала.

Постоје и други поступци за добијање информације о вредности разлике фаза два сигнала. По природи своје намене, детектор фазе представља коло (систем) који омогућује мерење временског односа два периодична сигнала исте учестаности (*phase meter*). Разлика фаза два сигнала може да се одреди и на основу мерења трајања временског интервала између тренутака у којима посматрани сигнали достижу истоветну тачку таласног облика. Најпогодније и најједноставније је да то буду тачке које одговарају проласку кроз нулу у делу када сигнал расте, или у делу када сигнал опада (слика 11.35).



Слика 11.35. Одређивање разлике фаза мерењем времена

Временски интервал између одговарајућих тачака,  $\Delta t$ , одређен је разликом фаза два сигнала  $\varphi$ .

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta \theta}{2\pi} . \quad (11.97)$$

На основу услова:

$$u_1(t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = -\frac{\alpha}{\omega} , \text{и} \quad (11.98)$$

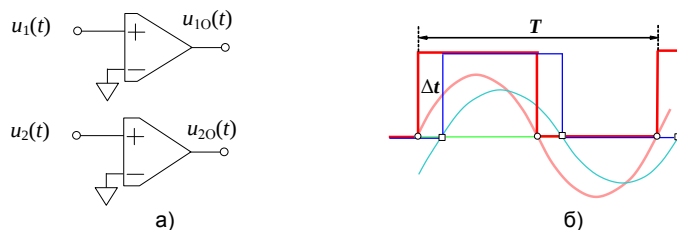
$$u_2(t) = 0 \Rightarrow t_2 = -\frac{\beta}{\omega} \quad (11.99)$$

следи:

$$\varphi = \alpha - \beta = \omega(t_2 - t_1) = \omega \Delta t , \quad (11.100)$$

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} . \quad (11.101)$$

Детекција проласка кроз нулу се остварује применом компаратора (слика 11.36.а). На његовом излазу добија се сигнал правоугаоног таласног облика (слика 11.36.б). Ако је компаратор савршен, на његовом излазу, при побуди хармонијским сигналом, добијају се импулси чија је учестаност једнака учестаности улазног сигнала, а трајање једнако половини периоде.



Слика 11.36. Мерење разлике фаза

Временски интервал између узлазне (предње, позитивне, успонске) ивице једног од сигнала и одговарајуће ивице другог сигнала сразмеран је разлици фаза:

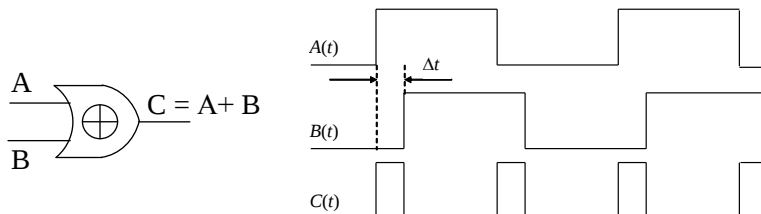
$$\Delta t = \frac{\varphi}{2\pi} T , \quad (11.102)$$

при чему је:

$$-\frac{T}{2} \leq \Delta t \leq \frac{T}{2} . \quad (11.103)$$

Треба уочити да, ако су компаратори савршени, временски интервал  $\Delta t$ , на основу којег се одређује разлика фаза хармонијских сигнала, не зависи од њихове амплитуде.

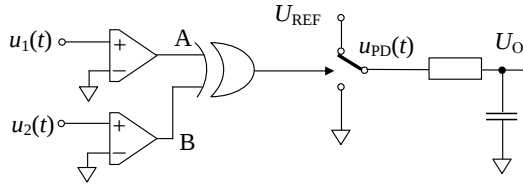
Када сигнали, чија се разлика фаза одређује, представљају правоугаоне импулсе чије је трајање једнако половини периода појављивања, информација о разлици фаза се може добити помоћу ИСКЉУЧИВО-ИЛИ логичког кола (слика 11.37). На излазу овог кола добијају се импулси двоструко више учестаности, чије је трајање једнако "кашњењу" једног сигнала у односу на други.



Слика 11.37. ИСКЉУЧИВО-ИЛИ логичко коло као детектор разлике фаза

Тако добијена информација о разлици фаза представљена је у импулсном облику. Уобличавањем сигнала на излазу ИСКЉУЧИВО-ИЛИ логичког кола, тако да логичкој јединици одговара референтни напон  $U_{REF}$ , а логичкој нули напон

једнак нули, добија се импулсни сигнал,  $u_{PD}(t)$ , чија је средња вредност сразмерна разлици фаза  $\varphi$  (слика 11.38).



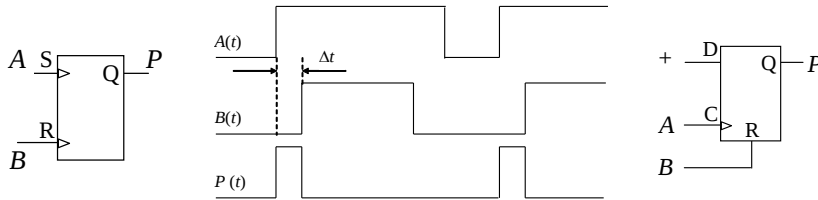
Слика 11.38.  $\varphi/U$  претварач

Једноставни  $RC$ -филтер пропусник ниских учестаности омогућује добијање информације у аналогном облику.

$$U_O = \overline{u_{PD}(t)} = \left| \frac{2\Delta t}{T} \right| U_{REF} = \left| \frac{\varphi}{\pi} \right| U_{REF}. \quad (11.104)$$

Примена ИСКЉУЧИВО-ИЛИ логичког кола као детектора фазе представља веома једноставно техничко решење, ако бинарни сигнали А и В, чији се временски однос одређује, имају симетричан таласни облик (трајање импулса једнако је половини периода сигнала). Такви сигнали се добијају ако је ниво са којим се улазни сигнали пореде једнак нули. Померај нуле (офсет) на улазу компаратора, међутим, доводи до поремећаја односа трајања логичких стања и грешке у мерењу.

Потреба за прецизним уобличавањем улазних сигнала се може смањити ако се одмерава само временски интервал између одговарајућих промена логичког стања бинарних сигнала. Излазни импулс, чије је трајање једнако кашњењу једног сигнала у односу на други, генерише се само након узлазне ("предње") или само након силазне ("задње") ивице бинарног сигнала. То се може остварити помоћу тактованих флипфлопова (слика 11.39).

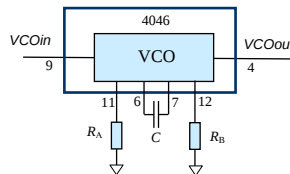


Слика 11.39. Флипфлоп као детектор разлике фаза

### 11.6.2.2. НАПОНСКИ УПРАВЉАНИ ОСЦИЛАТОР

Као напонски управљани осцилатор ( $VCO$ ) у систему са фазном повратном спрегом најчешће се користе релаксациони осцилатори. Одликују се једноставношћу техничког решења и широким опсегом управљања. Карактеристика осцилатора не мора да буде линеарна.

Напонски управљани осцилатор у саставу интегрисаног кола  $CD4046$  даје на свом излазу,  $VCO_{out}$ , низ правоугаоних импулса чија учестаност зависи од вредности једносмерног напона  $U$  на прикључку  $VCO_{in}$ , капацитивности екстерног кондензатора  $C$  и отпорности екстерних отпорника  $R_A$  и  $R_B$  (слика 11.40).



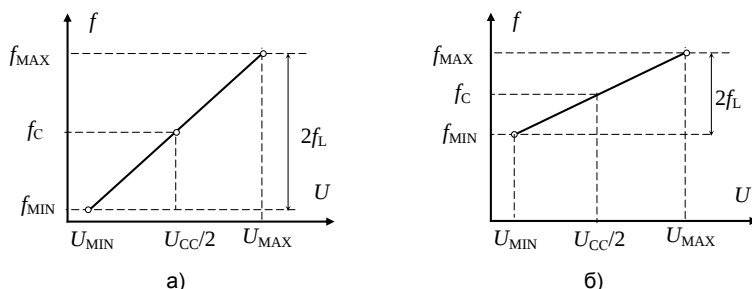
Слика 11.40. Напонски управљани осцилатор

Нагиб и облик карактеристике одређени су екстерним елементима:  $R_A$ ,  $R_B$  и  $C$ . Избором вредности отпорности  $R_A$  и  $R_B$  може се подесити да у радном опсегу напонски управљаног осцилатора  $U/f$  карактеристика има облик (слика 11.41.а):

$$f = kU, \quad (11.105)$$

или (слика 11.41.б):

$$f = f_{\text{MIN}} + kU. \quad (11.106)$$



Слика 11.41. Карактеристика напонски управљаног осцилатора

Карактеристика приказана на слици 11.41.а се добија када је отпорност  $R_B$  бесконачно велика. У том случају вредност учестаности  $f_C$  је приближно одређена изразом:

$$f_C \cong \frac{1}{R_A C}. \quad (11.107)$$

Ако отпорност  $R_B$  има коначну вредност, добија се карактеристика са помереном нулом (слика 11.41.б). Када је  $R_B = 100 \text{ k}\Omega$ , доња гранична учестаност радног опсега,  $f_{\text{MIN}}$ , је приближно једнака:

$$f_{\text{MIN}} \cong \frac{2}{R_A C}. \quad (11.108)$$

Однос  $R_B/R_A$  одређује однос учестаности  $f_{\text{MAX}}/f_{\text{MIN}}$ . У опису који произвођачи дају за ово коло, зависност учестаности осциловања од елемената  $R_A$ ,  $R_B$  и  $C$  је приказана одговарајућим дијаграмима зависности учестаности  $f_C$  или  $f_{\text{MIN}}$  од капацитивности  $C$ , за различите вредности напона напајања кола и отпорности  $R_A$  (односно  $R_B$ ) као параметара. На основу њих се добија, на пример, да је при напајању кола напonom од 10 V, за  $R_B = \infty$ ,  $R_A = 10 \text{ k}\Omega$  и  $C = 10 \text{ nF}$ ,  $f_C = 10 \text{ kHz}$ . Према декларацији произвођача, линеарност карактеристике  $f(U)$  је око 1%. Температурски коефицијент је око 0,06%/°C.

### 11.6.2.3. БИНАРНИ БРОЈАЧ КАО ПРОГРАМАБИЛНИ ДЕЛИТЕЉ ИМПУЛСА

Бројач може бити “једносмеран”, ако прираштај вредности има увек исти предзнак (позитиван, за бројање унапред, односно негативан, при одбројавању уназад) или “двосмеран” (бидирекционалан) ако се знак прираштаја контролише на неки начин. Таблица стања четворобитног бинарног бројача, приказана на слици 11.42, показује начин промене његовог садржаја при одбројавању унапред, односно уназад.

При бројању унапред, при свакој појави новог импулса на бројачком улазу, садржај бројача, број  $N$ , се повећава у корацима по један. Логичка вредност  $i$ -тог бита,  $Q_i$ , мења се при свакој промени претходног бита,  $Q_{i-1}$ , од јединице на нулу. При бројању уназад, при свакој појави новог импулса на улазу, садржај бројача се смањује (декрементира) за један. Логичка вредност

$i$ -тог бита,  $Q_i$ , мења се при свакој промени претходног бита,  $Q_{i-1}$ , од нуле на јединицу.

На основу табеле стања бројача следи да, ако улазни сигнал представља периодичну функцију времена, сигнали  $Q_0$  до  $Q_{n-1}$  су такође периодичне функције. Притом, период сигнала  $Q_{i+1}$  је двоструко дужи од периода сигнала  $Q_i$ . Ако се стање ћелије која одговара цифри највеће тежине посматра као излазни сигнал, његова учестаност,  $f_0$ , је  $2^n$  пута нижа од учестаности улазног сигнала  $f_i$ :

$$f_0 = \frac{f_i}{2^n}. \quad (11.109)$$

| $N$ | $Q_3$ | $Q_2$ | $Q_1$ | $Q_0$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 1   | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 2   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 3   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 4   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 5   | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 6   | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 7   | 0     | 1     | 1     | 1     |
| 8   | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 9   | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 10  | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 11  | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 12  | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 13  | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 14  | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 15  | 1     | 1     | 1     | 1     |



БРОЈАЊЕ УНАПРЕД

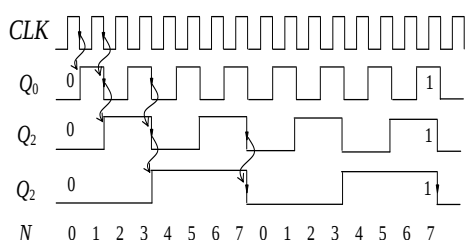


БРОЈАЊЕ УНАЗАД

Слика 11.42. Таблица стања бинарног бројача

Функционално, бројачки регистар је делитељ учестаности. Свака меморијска ћелија бинарног бројача омогућује дељење учестаности са два. Регистар који садржи  $n$  меморијских ћелија може да броји до  $N_{max} = 2^n - 1$ , односно оствари дељење учестаности фактором  $2^n$ . Такви бројачи се називају бројачи модула  $2^n$ . Међутим, помоћу додатне комбинационе мреже може се ограничити највећа вредност броја  $N$ . Модуо бројача који садржи  $n$  меморијских ћелија може бити било који цео број који није већи од  $2^n$ . Уобичајено је да се бројачи модула  $2^n$  називају бинарним бројачима/делитељима (*binary counter/divider*).

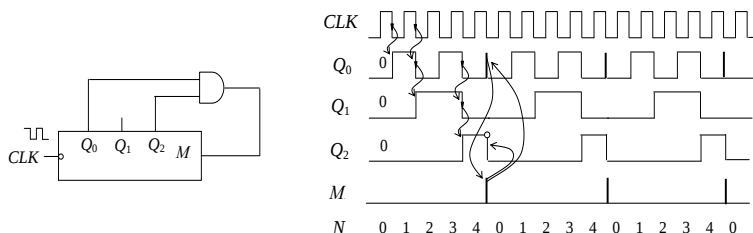
Бинарни бројач унапред одбројава негативне (силазне) ивице улазног сигнала (слика 11.43). Свака промена од јединице на нулу сигнала  $CLK$  повећава садржај бројача за један.



Слика 11.43. Временски дијаграми стања бинарног бројача

Да би се смањио сачинилац дељења (модуо бројача) потребно је да се у одређеним условима, када бројач достигне задату вредност, сви меморијски елементи врате у почетно стање. Код бројача унапред, то је стање у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке нуле. Код бројача уназад, то је стање у којем су у све меморијске ћелије уписане логичке јединице.

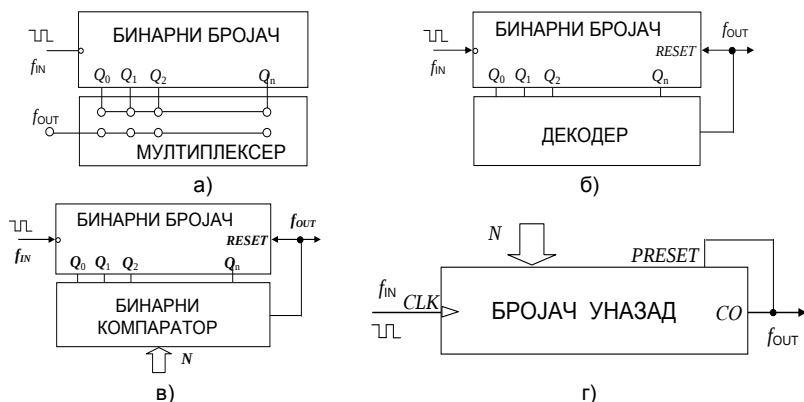
У бројачу модула 5, приказаном на слици 11.44, постоји повратна спрега, остварена преко логичког И-кола, која обезбеђује да се, након сваке пете негативне (опадајуће) ивице на бројачком улазу, оствари ресетовање бројача и тако успостави почетно стање.



Слика 11.44. Бројач модула 5

Основни облици кола програмабилних делитеља учестаности су приказани на слици. Помоћу мултиплексера (слика 11.45.а) бира се један од  $n$  излаза бројача:

$$f_{OUT} = \frac{f_{IN}}{2^m}; m = 1, 2, \dots, n \quad (11.110)$$



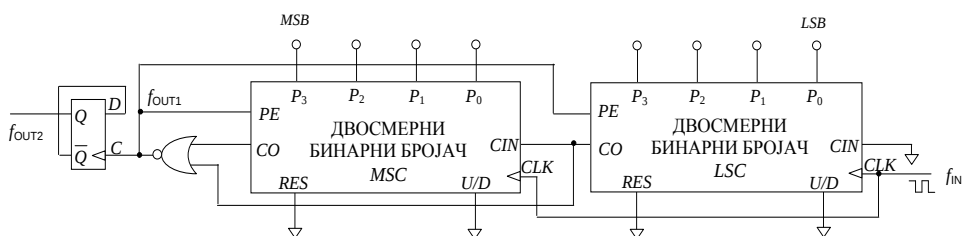
Слика 11.45. Програмабилни делитељи учестаности

Помоћу декодера (слика 11.45.б) бира се комбинација која одговара одређеном стању:

$$f_{\text{OUT}} = \frac{f_{\text{IN}}}{N}; N \leq 2^n. \quad (11.111)$$

Помоћу бинарног компаратора (слика 11.45.в) сачинилац дељења може да буде програмски задат. Софтверски програмабилни делитељ могуће је добити и применом бројача уназад (слика 11.45.г).

Програмабилни делитељ учестаности, дужине осам бита, може да буде остварен помоћу два интегрисана двосмерна четворобитна бинарна бројача (*presetable binary up-down counter*), повезаних као бројач уназад (слика 11.45.г). Принципска електрична шема осмобитног делитеља учестаности је приказана на слици 11.46. Серијским повезивањем потребног броја 4-битних бројача може се осварити делитељ учестаности произвољне (коначне) дужине.



|     |                                                                   |     |                               |
|-----|-------------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------|
| PE  | preset enable, команда за упис почетног стања ( $P_3 \dots P_0$ ) | CO  | carry out, излаз за пренос    |
| RES | reset, брисање, команда за довођење бројача на нулу               | CIN | carry in, улаз за пренос      |
| U/D | up/down, смер бројања: 0= down, уназад                            | CLK | clock, бројачки (тактни) улаз |

Слика 11.46. Принципска електрична шема програмабилног делитеља

На излазу делитеља добијају се кратки импулси чије је трајање једнако времену потребном да се у бројач упише почетно стање. Помоћу *D*-флип-флопа периодични бинарни сигнал  $f_{\text{out1}}$ , доведен на његов тактни улаз (C) уобличава се у низ импулса, сигнал  $f_{\text{out2}}$ , који има симетричан таласни облик (однос сигнал/пауза је 1:1), а двоструко нижу учестаност.

## ЛИТЕРАТУРА

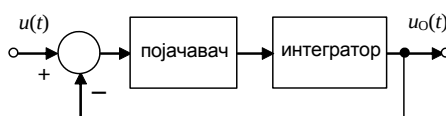
1. IEC 60050, *International Electrotechnical Vocabulary*.
2. E.C.Young *Dictionary of electronics*, Penguin books, 1979, 1988.
3. IEV, IEC 60050, Part 351-26, *Control technology / Types of control*, 351-26-01.
4. IEV, IEC 60050, Part 351-28, *Control technology / Functional units of control systems* Реф 10, 351-28-07.
5. Реф 4., 351-28-03.
6. IEV, IEC 60050, Part 351-23, *Control technology / Structures of control systems*, 351-23-06.
7. Реф 4, 351-28-11.

- 
8. *IEV, IEC 60050, Part 351-32, Control technology/Specific functional units in control technology, 351-32-41.*
  9. *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM), 2007, <http://www1.bipm.org/en/publications/guide/vim.html>.*
  10. П. Бошњаковић, *Умеће мерења*, ВИШЕР, 2011.
  11. П. Бошњаковић, *Аналогна електроника*, ВИШЕР, 2012, с.262.
  12. *IEV, IEC 60050, Part 702, Oscillations, signals and related devices / Transmission characteristics and performance; Distortion, 702-07-71.*
  13. A. Sedra and K. Smith, *Microelectronic Circuits*, Oxford University Press, 2004, p.667.
  14. Реф. 12, 702-07-72.
  15. Реф. 11, p.101.
  16. H.S.Black, *Wave translation System*,
  17. H.S.Black, *“Stabilized feed-back amplifiers”*, *Electrical Engineering*, vol. 53, pp. 114-120, Jan. 1934.
  18. Реф. 11, с.97
  19. Реф. 11, с.137.
  20. *IEV, IEC 60050, Part 103-02, Mathematics - Functions / Means, 103-02-03.*
  21. Реф 20., 103-02-02.
  22. B. Stojanovic, P. Bosnjakovic, V.Petrovic, *High Accuracy A/D Converter with square-root Transfer Function*, *Proc. IMEKO 9th World Congress, 1982, Preprint Vol. VIII*, pp 251-257
  23. Реф. 11, с.109.
  24. П. Бошњаковић, Б. Хаџибабић, М. Нешић, Н. Толић, *Прилог остваривању еталона јединице електричне енергије*, XLVIII конференција ЕТРАН-а, 2004.

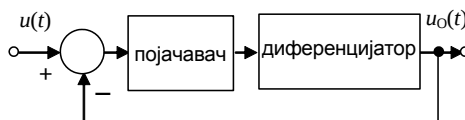
## ПРОБЛЕМИ

- Доказати да, ако побуда савршеног диференцијатора представља периодичну функцију времена, средња вредност сигнала на његовом излазу једнака је нули.
- Доказати да је сигнал на излазу диференцијатора константан ако се вредност улазног сигнала мења сталном брзином.

- Написати диференцијалну једначину која представља математички модел система приказаног на слици. Одредити општи израз за фреквенцијску карактеристику и нацртати електрично коло које одговара оваквом моделу.

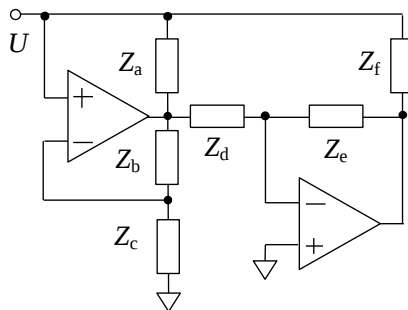


- Написати диференцијалну једначину која представља математички модел система приказаног на слици. Одредити општи израз за фреквенцијску карактеристику и нацртати електрично коло које одговара оваквом моделу.



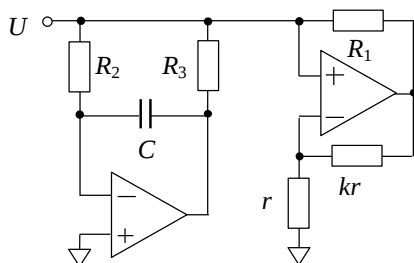
- Доказати да жиратор представља позитивни инвертор импедансе.

- Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, извести општи израз за вредност улазне импедансе.



- Под претпоставком да су у колу, приказаном на слици, примењени савршени операциони појачавачи, одредити вредност улазне импедансе ако је:

$$k = 2, R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega, C = 10 \text{ nF}.$$



- Доказати да се енергија уложена на једном приступу савршеног трансформатора преноси без губитака оптерећењу прикљученом на другом приступу.

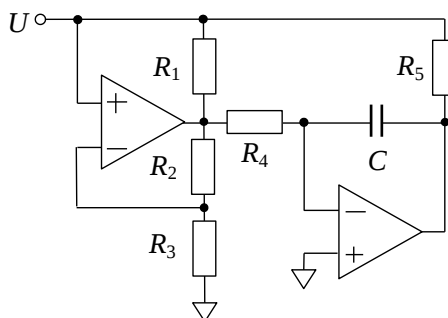
9. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

а) извести општи израз за вредност улазне импедансе,

б) одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”;

в) одредити бројну вредност те индуктивности ако је:

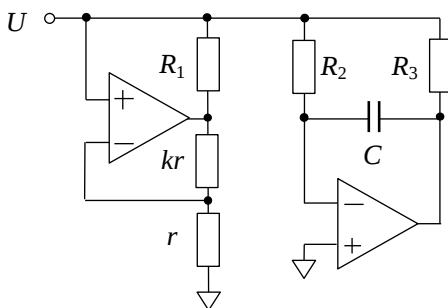
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 20 \text{ k}\Omega, \\ C = 22 \text{ nF}.$$



10. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

а) извести општи израз за вредност улазне импедансе;

б) одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”



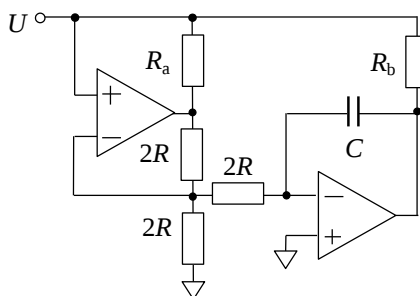
11. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

а) извести општи израз за вредност улазне импедансе;

б) одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”;

в) одредити бројну вредност те индуктивности ако је:

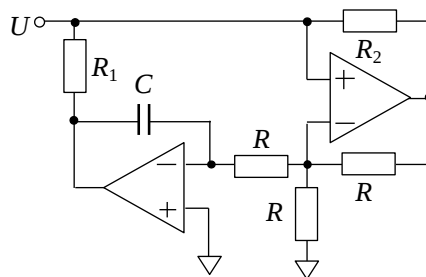
$$R_b = R = 20 \text{ k}\Omega, C = 47 \text{ nF}.$$



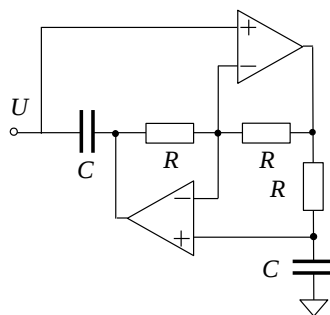
12. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

а) извести општи израз за вредност улазне импедансе;

б) одредити потребан услов да ово коло представља “активну индуктивност”.



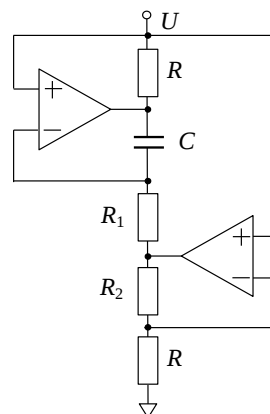
13. Под претпоставком да су операциони појачавачи, примењени у колу приказаном на слици, савршени, доказати да ово коло представља “негативну отпорност” обрнуто сразмерну квадрату учестаности. (“суперкондензатор”)



14. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

- одредити потребан услов у погледу односа вредности отпорности  $R_1$  и  $R_2$  тако да, посматрано са улаза, коло делује као “активна индуктивност” која не зависи од њихове отпорности.
- одредити бројну вредност еквивалентне индуктивности ако је:

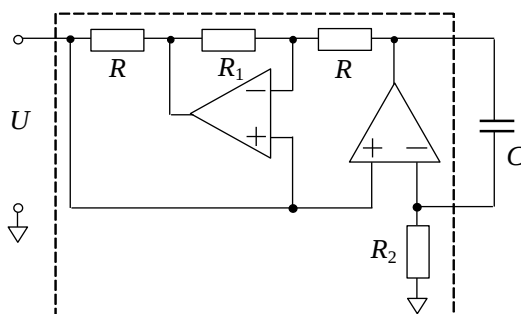
$$R = 100 \text{ k}\Omega, C = 2,2 \text{ nF}.$$



15. За коло приказано на слици, под претпоставком да су примењени операциони појачавачи савршени:

- одредити потребан услов у погледу односа вредности отпорности  $R_1$  и  $R_2$  да коло делује као позитивни инвертор импедансе којим се симулира “активна индуктивност” која не зависи од њихове отпорности;
- одредити бројну вредност те индуктивности ако је:

$$R = 200 \text{ k}\Omega, C = 1 \text{ nF}.$$

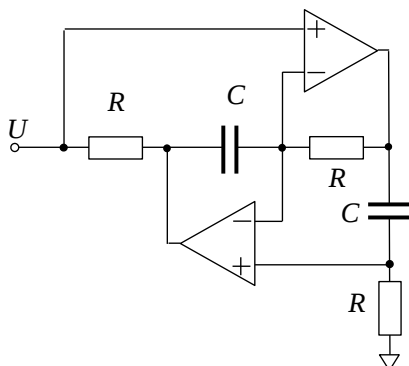


16. Доказати да математички модел хармонијског осцилатора може да се представи диференцијалном једначином другог реда.

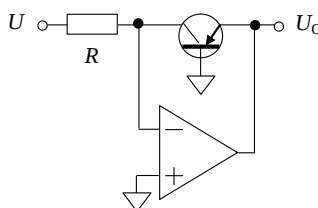
17. Нацртати структурни блок-дијаграм 16-битног Д/А конвертора са баферизованим улазом преко 8-битне магистрале података.

18. Нацртати електричну шему Д/А конвертора са тежинском отпорничком мрежом чији улазни податак је представљен са три бинарно кодоване декадне цифре (3-digit BCD).

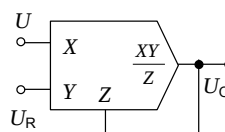
19. Под претпоставком да су операциони појачавачи, примењени у колу приказаном на слици, савршени, доказати да посматрано коло представља “негативну отпорност” сразмерну квадрату учестаности (“супериндуктивност”).



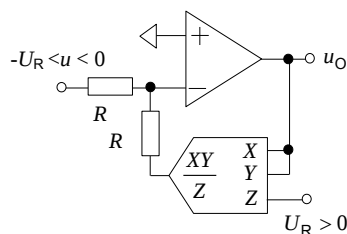
20. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, одредити општи израз за вредност напона на излазу кола приказаног на слици.



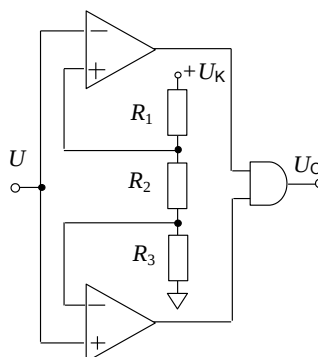
21. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени множач, одредити општи израз за вредност излазног напона.



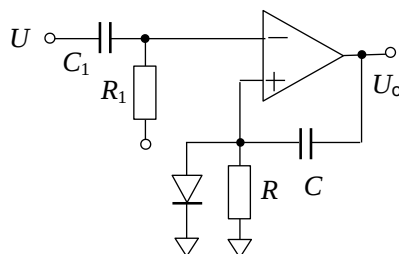
22. Под претпоставком да је у колу приказаном на слици примењен савршени множач, одредити општи израз за вредност излазног напона.



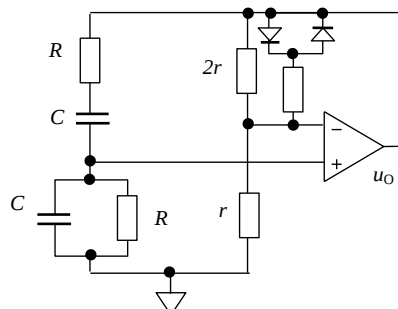
23. Под претпоставком да су компаратори савршени, објаснити рад кола и одредити општи израз за логичку вредност изказног сигнала.



24. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, објаснити рад кола и одредити општи израз за трајање моностабилног стања.

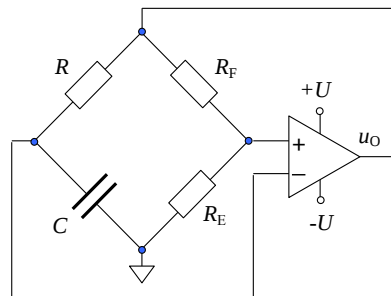


25. Под претпоставком да је операциони појачавач савршен, објаснити рад кола и одредити општи израз за

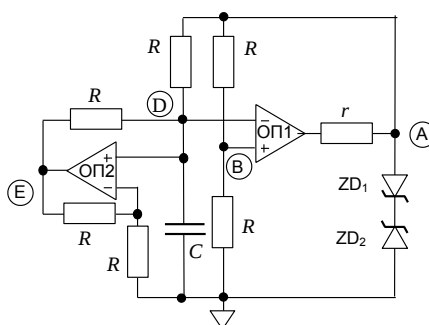


26.

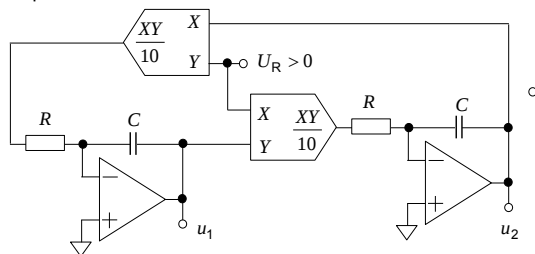
27. Нацртати таласне облике напона  $u_C$ ,  $u_K$  и  $u_O$  у колу осцилатора приказаног на слици и одредити општи израз за учестаност осциловања.



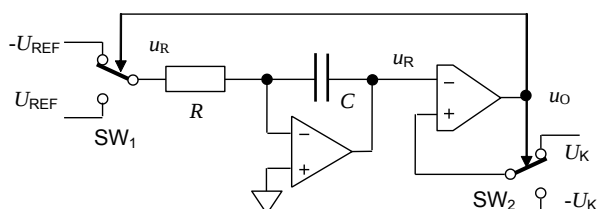
28. Нацртати таласне облике напона  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $u_D$  и  $u_E$  у колу осцилатора приказаног на слици и одредити општи израз за учестаност осциловања.



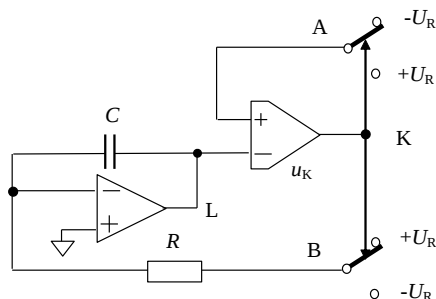
29. Објаснити начин рада и одредити општи израз за учестаност осцилатора приказаног на слици.



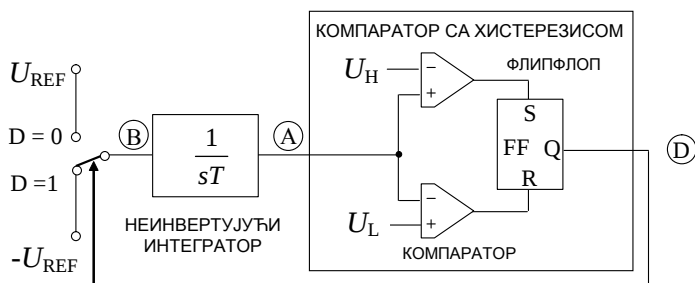
30. Објаснити начин рада и одредити општи израз за учестаност осцилатора приказаног на слици.



31. Одредити општи израз за учестаност осцилатора приказаног на слици. Нацртати таласни облик сигнала у карактеристичним тачкама кола.



32. Објаснити начин рада и одредити општи израз за учестаност осцилатора приказаног на слици. Нацртати таласни облик сигнала у карактеристичним тачкама кола.

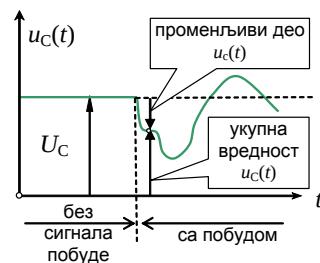
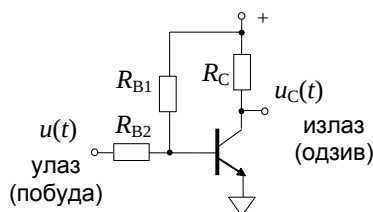


## ОЗНАЧАВАЊЕ

Начин означавања променљивих сигнала у електронским колима стандардизује се међународним документима. У електроници се препоручују следећа основна правила:

- ❁ **велика слова се користе за означавање сталних величина, односно параметара периодичних сигнала** као што су вршна (*peek*), средња (*average*) и ефективна (*root-mean square - RMS*) вредност;
- ❁ **мала слова се користе за означавање временски променљивих величина.**

При описивању кола са транзисторима, симболи *E*, *B* и *C* у индексу означавају емитор, базу и колектор биполарног транзистора. Симболи *S*, *G* и *D* у индексу означавају сорс, гејт и дрејн транзистора са ефектом поља. На пример, у колу приказаном на слици,  $U_C$  представља стални напон колектора у одсуству побудног сигнала,  $u_C(t)$  је укупна вредност променљивог напона на колектору, а  $u_c(t)$  тренутна вредност наизменичне компоненте величине  $u_C(t)$ .



Укупна вредност напона,  $u_C(t)$ , једнака је алгебарском збиру вредности величина  $U_C$  и  $u_c(t)$ :

$$u_C(t) = U_C + u_c(t).$$

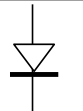
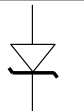
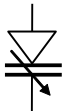
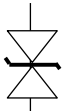
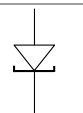
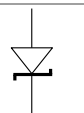
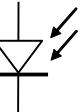
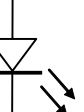
У општем случају, улазне величине електричне мреже (система) типа улаз-излаз означавају се латиничним словом “*I*” (*input*, улаз), односно “*i*” у индексу.

Излазне величине означавају се латиничним словом “*O*” (*output*, излаз), односно “*o*”, у индексу.

Величине које представљају однос величина излазног и улазног кола означавају се латиничним словом “*F*” (*forward*, унапред), односно “*f*”, у индексу.

Величине које представљају однос величина улазног и излазног кола означавају се латиничним словом “*R*” (*reverse*, обратан, повратни), односно “*r*”, у индексу.

## СИМБОЛИ ДИОДА

| Опис               | Симбол                                                                            | Опис                         | Симбол                                                                             |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Сигнална диода     |  | Ценер-диода                  |  |
| Варикап диода      |  | Симетрична<br>Ценер-диода    |  |
| Тунел диода        |  | Шотки-диода                  |  |
| Фотоосетљива диода |  | Фотоемитијућа диода<br>(LED) |  |

## СИМБОЛИ ТИРИСТОРА

| Опис                                 | Симбол                                                                              | Опис                                        | Симбол                                                                               |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Диодни тиристор                      |  | Триодни тиристор<br><i>P</i> -типа<br>(SCR) |  |
| Симетрични диодни<br>тиристор (диак) |  | Триодни тиристор<br><i>N</i> -типа (PUT)    |  |
| Тиристор са два<br>гејта             |  | Симетрични триодни<br>тиристор (триак)      |  |

Словне ознаке и називи у овој табели имају следеће значење:

*A*      анода (*anode*), прикључак за област *P*-типа.  
*K*      катода (*cathode*).

## СИМБОЛИ ТРАНЗИСТОРА

Графички симболи које препоручују међународне организације *IEC* и *IEEE* приказани су у табели. Кружић није обавезан.

| Опис                                                                                                          | Ознака          | IEC                                                                                   | IEEE                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>NPN</i> транзистор<br>( <i>NPN bipolar junction transistor</i> )                                           | <i>NPN BJT</i>  |    |    |
| <i>PNP</i> транзистор<br>( <i>PNP bipolar junction transistor</i> )                                           | <i>PNP BJT</i>  |    |    |
| <i>N</i> -канални спојни транзистор са ефектом поља<br>( <i>N-channell junction field effect transistor</i> ) | <i>N-JFET</i>   |     |    |
| <i>P</i> -канални спојни транзистор са ефектом поља<br>( <i>P-channell junction field effect transistor</i> ) | <i>P-JFET</i>   |     |    |
| <i>N</i> -канални <i>MOSFET</i> са индукованим каналом<br>( <i>N-channell enhancement-type MOSFET</i> )       | <i>N-MOSFET</i> |    |    |
| <i>P</i> -канални <i>MOSFET</i> са индукованим каналом<br>( <i>P-channell enhancement-type MOSFET</i> )       | <i>P-MOSFET</i> |   |   |
| <i>N</i> -канални <i>MOSFET</i> са уграђеним каналом<br>( <i>N-channell depletion-type MOSFET</i> )           | <i>N-MOSFET</i> |  |  |
| <i>P</i> -канални <i>MOSFET</i> са уграђеним каналом<br>( <i>P-channell depletion-type MOSFET</i> )           | <i>P-MOSFET</i> |  |  |

Словне ознаке и називи у овој табели имају следеће значење:

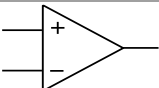
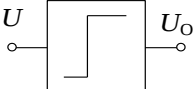
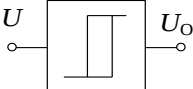
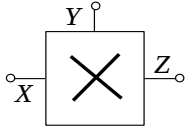
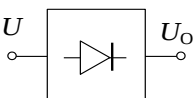
### Биполарни транзистори

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>BJT</i>             | биполарни спојни транзистор ( <i>bipolar junction transistor</i> ), полупроводнички електронски елемент који садржи најмање два <i>PN</i> -споја, а у којем електричну струју образују слободни носиоци наелектрисања оба поларитета (електрони и шупљине). |
| <i>NPN</i> -транзистор | биполарни транзистор у којем средишњу област представља полупроводник <i>P</i> -типа.                                                                                                                                                                       |
| <i>PNP</i> -транзистор | биполарни транзистор у којем средишњу област представља полупроводник <i>N</i> -типа.                                                                                                                                                                       |
| <i>B</i>               | база ( <i>base</i> ), средишња област биполарног транзистора.                                                                                                                                                                                               |
| <i>E</i>               | емитор ( <i>emitter</i> ), област биполарног транзистора из које се, при одговарајућој поларизацији, већински слободни носиоци наелектрисања преносе (емитују) у област која представља базу.                                                               |
| <i>C</i>               | колектор ( <i>collector</i> ), област биполарног транзистора у којој се сакупљају слободни носиоци наелектрисања који су из емитора доспели у област која представља базу.                                                                                  |

## Транзистори са ефектом поља

|                 |                                                                                                                                                                                      |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>FET</i>      | транзистор са ефектом поља ( <i>junction field effect transistor</i> )                                                                                                               |
| <i>JFET</i>     | транзистор са ефектом поља израђен тако да у њему постоји <i>PN</i> -спој, спојни транзистор са ефектом поља, ( <i>junction FET</i> )                                                |
| <i>S</i>        | сорс ( <i>source</i> ), приључак транзистора са ефектом поља кроз који слободни носиоци наелектрисања улазе у област канала.                                                         |
| <i>G</i>        | гејт ( <i>gate</i> ), управљачка електрода транзистора са ефектом поља преко које се утиче на проводност канала између дрејна и сорса.                                               |
| <i>D</i>        | дрејн ( <i>drain</i> ), приључак који представља други крај канала транзистора са ефектом поља.                                                                                      |
| <i>MOS</i>      | технологија израде транзистора са ефектом поља са изолованим гејтом, заснована на комбинацији три врсте материјала: метал-оксид- полупроводник ( <i>metal-oxide-semiconductor</i> ). |
| <i>MOSFET</i>   | транзистор са ефектом поља израђен у <i>MOS</i> -технологији.                                                                                                                        |
| <i>B</i>        | основа ( <i>body</i> ), подлога (супстрат) на којој се израђује транзистор са ефектом поља.                                                                                          |
| <i>D-MOSFET</i> | <i>MOS</i> -транзистор са ефектом поља са уграђеним каналом ( <i>depletion MOSFET</i> ).                                                                                             |
| <i>E-MOSFET</i> | <i>MOS</i> -транзистор са ефектом поља са индукованим (подстакнутим) каналом ( <i>enhancement MOSFET</i> ).                                                                          |

## СИМБОЛИ АНАЛОГНИХ КОЛА

| Опис                       | Симбол                                                                              |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Операциони појачавач       |  |
| Компаратор                 |  |
| Компаратор са хистерезисом |  |
| Множач                     |  |
| Генератор функције         |  |
| Усмерач                    |  |

## СИМБОЛИ ЛОГИЧКИХ КОЛА

Постоје различити скупови симбола за графичко представљање логичких кола. У овом приручнику су коришћени уобијачени графички симболи, код којих се за представљање различитих логичких оператора употребљавају симболи различитог облика. Симболи које препоручују *IEC* и *IEEE/ANSI* стандарди су правоугаоног облика. Још увек нису опште прихваћени.

| Опис                         | Назив         | Карактеристични облик |  |  | IEC |
|------------------------------|---------------|-----------------------|--|--|-----|
| И<br>(логичко<br>множење)    | AND           |                       |  |  |     |
| ИЛИ<br>(Логичко<br>сабирање) | OR            |                       |  |  |     |
| НЕ<br>(негација)             | NOT           |                       |  |  |     |
| НИ                           | NAND          |                       |  |  |     |
| НИЛИ                         | NOR           |                       |  |  |     |
| ИСКЉУЧИВО<br>ИЛИ             | XOR<br>EXOR   |                       |  |  |     |
| ИСКЉУЧИВО<br>НИЛИ            | XNOR<br>EXNOR |                       |  |  |     |

**BiMOS** - комбинација технологија биполарних и MOS-транзистора.

**CMOS** (*complementary metal-oxide-semiconductor*) - технологија производње интегрисаних кола заснована на комплементарним MOS-транзисторима.

**MOS** (*metal-oxide-semiconductor*) - технологија израде транзистора са ефектом поља са изолованим гејтом, заснована на комбинацији три врсте материјала: метал-оксид-полупроводник.

## РЕЧНИК ПОЈМОВА

**амплитудска фреквенцијска карактеристика** (*frequency characteristics, frequency response*) – модуо фреквенцијске карактеристике у функцији учестаности. Количник амплитуда одзива и побуде линеарног елемента (система).

**аналогна величина** (*analog quantity*) – величина која може да има било коју вредност која припада одређеном опсегу вредности.

**аналогно/дигитални претварач** – елемент који остварује пресликавање вредности улазне аналогне величине на вредност излазне дигиталне величине.

**Баркхаузенов критеријум** - потребан услов за постојање непригушених осцилација у систему.

**бел** (*bel*) – јединица којом се однос две снаге изражава декадним логаритмом њиховог количника. У општем случају, користи се за изражавање односа два напона или две струје. Тада се њихов логаритам множи са два (подразумевају се једнаке импедансе).

**bootstrap-интегратор** – интегратор остварен применом позитивне повратне спреге.

**векторска величина** (*vector quantity*) – величина карактерисана, у  $n$ -димензионалном простору, са  $n$ -скаларних величина уређених у датом реду.

**Винов мост** (*Wien bridge*) – електрична мрежа са два приступа која се састоји од четири отпорника и два кондензатора. Користи се за мерење учестаности.

**Грецов мост** (*Graetz bridge*) – електрична мрежа са два приступа која се састоји од четири диоде. Користи се као двострани усмераач.

**децибел** (*decibel*) – десети део бела.

**дигит** (*digit*) – члан коначног скупа ненегативних целих бројева који се користи за представљање информација.

**дигитална величина** (*digital quantity*) – величина која може да има само неке из низа одвојених (дискретних) вредности.

**диференцијални напон** (*differential voltage*) – разлика два напона, напон који није дефинисан према нултом потенцијалу (маси) система.

**диференцијални појачавач** (*differential amplifier*) – елемент који појачава разлику два сигнала представљена величином исте врсте, појачавач разлике (два напона), појачавач диференцијалног напона.

**дигитално/аналогни претварач** – елемент који остварује пресликавање вредности улазне дигиталне величине на вредност излазне аналогне величине.

**елемент** (*element*) – саставни део (електронског уређаја) који се не може поделити на мање делове, а да се не изгубе карактеристична (електрична) својства односно функције. У ширем смислу, и (електронски) уређај (*electronic device*), посматран као целина, може се сматрати елементом сложенијег скупа (система).

**заједнички улазни напон** (*input common-mode voltage*) – “заједнички део” улазних напона који је једнак њиховој аритметичкој средини.

**извор напона** (*voltage source*) – активни елемент са једним приступом. Извор енергије чију карактеристичну величину представља напон.

**извор струје** (*current source*) – активни елемент са једним приступом. Извор енергије чију карактеристичну величину представља струја.

**извор струје управљан напоном** (*voltage controlled current source – VCCS*) – активни елемент типа улаз-излаз који вредност улазног напона пресликава на сразмерну вредност излазне струје (транскондуктансни појачавач).

**излазна импеданса** (*output impedance*) – импеданса мреже виђена са стране излазног приступа, када су сви остали приступи повезани са специфицираном адмитансом.

**импеданса** (*impedance*) – за пасивну мрежу са два приступа, или за коло са два приступа А и В под синусним условима, количник фазора  $U_{AB}$  који представља напон између прикључака и фазора  $I$  који представља струју кроз елемент или коло  $Z = \frac{U_{AB}}{I}$ ,

где синусни напон представљен фазором  $U_{AB}$  је разлика потенцијала тачака А и В, а синусна електрична струја представљена фазором  $I$  је позитивна ако је њен смер од тачке А ка тачки В, односно негативна у супротном случају.

**инвертор** (*unity gain inverting amplifier, inverter*) – појачавач чије је појачање једнако минус један.

**инструментациони појачавач** (*instrumentation amplifier*) - диференцијални појачавач са великом улазном отпорношћу.

**јединични појачавач** (*unity gain noninverting amplifier, buffer amplifier, voltage follower*) - операциони појачавач са јединичном повратном спрегом.

**карактеристика преноса** (*transfer characteristics*) – однос између улазне величине, која представља побуду, и излазне величине, која представља одзив елемента (система).

**Лапласова трансформација** – трансформација функције  $f(t)$  у функцију  $F(s)$ , комплексне променљиве  $s$ , одређена интегралом  $F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st}dt, s = \sigma + j\omega$ .

**линеаран елемент** (*linear*) – елемент (систем) који се може да опише линеарним операторима.

**Милеров интегратор** (*Miller integrator*) – интегратор остварен применом негативне повратне спреге.

**називна вредност** (*nominal value*) – одговарајућа заокружена или приближна вредност величине која се користи да се означи или идентификује елемент, компонента односно уређај, или формулише упутство за његову употребу.

**напонски управљани извор струје** (*voltage controlled current source, VCCS*) – активни елемент

**напон помераја нуле сведен на улаз** (*input offset voltage*) – напон који мора да делује између улазних прикључака операционог појачавача без повратне спреге, да би напон на његовом излазу био једнак нули.

**негативни претварач импедансе** (*negative impedance converter, NIC*) – савршени претварач импедансе за који је количник импедансе виђене са стране улазног приступа и импедансе којом је мрежа затворена на излазу представља реалну и негативну константу.

**одскочна функција** (*step*) – .

**одскочни одзив** (*step*) – .

**осцилатор** (*oscillator*) –систем у којем постоји промена електричног напона, односно струје, у односу на неку референтну вредност, тако да је осцилујућа величина наизменично већа и мања од неке референтне вредности. У ужем смислу, уређај који производи наизменичну струју чија је учестаност одређена карактеристикама тог уређаја.

**отпорност преноса** (*transresistance*) – сачинилац преноса трансрезистансног појачавача.

**пливајући** (*floating*) – односи се на елемент (уређај) који није повезан са неким извором напона.

**пол** (*pole*) – сваки од прикључака елемента, кола или мреже, између којих може да се напон прикључи или произведе.

**поларитет** (*polarity*) – испољавање позитивне или негативне вредности у електричном

колу или уређају.

**поларизација** (*bias*) – поступак којим се (појачавачки) елемент доводи у радне услове који омогућају жељени одзив на побуду која представља улазни (управљачки) сигнал.

**приступ** (*port*) – пар крајева преко којих се приступа елементу, такав да су струје у њима једнаке по интензитету, а супротног смера.

**пондерисање** – одмеравање (лат. *ponderatio*).

**пратећи систем** (*tracking system*) – систем који вредност улазне величине (управљачка променљива) пресликава на вредност излазне величине (управљана променљива), независно од поремећаја.

**претварач напона у струју** (*voltage to current converter*) – елемент типа улаз-излаз који вредност улазног напона пресликава на сразмерну вредност излазне струје.

**претварач струје у напон** (*current to voltage converter*) – елемент типа улаз-излаз који вредност улазне струје пресликава на сразмерну вредност излазног напона.

**привидна нула** (*virtuel zero, virtuel ground*) – стање у систему са негативном повратном спрегом када је диференцијални напон на улазу појачавача једнак нули.

**принудне осцилације** (*forced oscillations*) – осцилације које настају услед деловања периодичне побуде.

**проводност преноса** (*transconductance*) – сачинилац преноса транскондуктансног појачавача.

**регулациони пад напона** (*dropout voltage*) – пад напона на регулационом елементу стабилизатора напона са редном регулацијом.

**резолюција** (*resolution*) – способност разлагања, најмања промена посматране величине која може да се опази.

**резонанција** - појава која се дешава у физичком систему када је период принудних осцилација такав да карактеристична величина или њен извод по времену, достиже екстремум.

**савршени електронски елемент** (*ideal element*) – апстрактна представа елемента чија је својствена (карактеристична) величина само један електрични параметар.

**савршени претварач импедансе** (*ideal impedance convertor*) – мрежа са два приступа за коју је количник импедансе виђене са стране улазног приступа и импедансе којом је мрежа затворена на излазу представља константу.

**савршени жиратор** (*ideal gyrator*) – мрежа са два приступа за коју је сума тренутних снага на приступима идентички једнака нули и за коју је количник улазног напона и излазне струје константан и једнак  $R$ . У односу на уобичајене смерове напона и струја, улазни напон  $u_1$ , излазни напон  $u_2$ , улазна струја  $i_1$  и излазна струја  $i_2$  повезани су

формулом: 
$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{i_2}{i_1} = K.$$

**скаларна величина** (*scalar quantity*) – величина карактерисана једним (реалним или комплексним) бројем.

**слободне осцилације** (*free oscillations*) – осцилације које настају у изолованом систему, за разлику од принудних осцилација које настају услед деловања периодичне побуде

**спектар** (*spectrum*) – расподела неке величине у функцији учестаности или таласне дужине.

**талас** (*wave*) – промена физичког стања средине, која се у тој средини простире у функцији времена.

**таласни облик** (*waveform*) – приказ величине којом је дефинисан талас помоћу дијаграма, цртежа, једначина, табела или статистичких података.

**транскондуктансни појачавач** (*transconductance amplifier*) – активни елемент са два приступа, типа улаз-излаз код којег је излазна струја сразмерна вредности улазног напона (претварач напона у струју, *voltage-to-current converter*)).

**трансрезистансни појачавач** (*transresistance amplifier*) – активни елемент са два приступа, типа улаз-излаз код којег је излазни напон сразмеран улазnoj струји (претварач струје у напон, *current- to- voltage converter*)).

**улазна импеданса** (*input impedance*) – импеданса мреже виђена са стране улазног приступа, када су сви остали приступи повезани са специфицираном адмитансом.

**у квадратури** (*in quadrature*) - временски однос две простопериодичне величине, исте учестаности, чија је разлика фаза једнака  $\pm\pi/2$ .

**у опозицији** (*in opposition*) – временски однос две простопериодичне величине, исте учестаности, чија је разлика фаза једнака  $\pi$ .

**у фази** (*in phase*) – временски однос две простопериодичне величине, исте учестаности, чија је разлика фаза једнака нули.

**фазна фреквенцијска карактеристика** (*frequency characteristics, frequency response*) – аргумент фреквенцијске карактеристике у функцији учестаности. Разлика фаза одзива и побуде линеарног елемента (система).

**филтер типа Батерворт** (*Butterworth*) – филтри који се одликују максимално глатком амплитудском карактеристиком у околини граничне учестаности.

**фреквенцијска карактеристика** (*frequency characteristics, frequency response*) – комплексна величина која приказује како линеарни елемент типа улаз-излаз делује на амплитуду и фазу сигнала зависно од његове учестаности. Ако наизменична величина  $x(t)$  представља простопериодичну улазну, а величина  $y(t)$  излазну величину, фреквенцијска карактеристика представља комплексну функцију одређену количником комплексних ликова излазног,  $Y(j\omega)$ , и улазног сигнала,  $X(j\omega)$ .

**функција преноса** (*transfer function*) – комплексна величина једнака количнику комплексних ликова који представљају Лапласове трансформације одзива и побуде посматраног елемента односно система.

**Фуријеова (хармонијска) анализа** – представљање периодичних сигнала тригонометријским редом.

**Фуријеова трансформација** – трансформација функције  $f(t)$  у функцију  $F(j\omega)$ , реалне променљиве  $\omega$ , одређена интегралом 
$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

**хармонијски осцилатор** – осцилатор у којем осцилујућа величина представља периодичну функцију времена синусног облика.

**хармонијска функција** (*harmonic function*) – функција синусног облика (простопериодична функција).

**CMMR** (*common-mode rejection ratio*) - сачинилац потискивања заједничког улазног напона.

**SVRR** (*supply voltage rejection ratio*) - сачинилац потискивања промена напона напајања.

**window-компаратор** – компараторски блок који показује да ли се вредност улазног сигнала налази унутар опсега који је одређен доњом (*lower*) и горњом (*higher threshold*) границом.

# ИНДЕКС

|                         |            |
|-------------------------|------------|
| A                       |            |
| адмитанса               | 26         |
| A/Д претварач           | 240        |
| активни                 |            |
| елемент                 | 7          |
| калем                   | 42         |
| акумулирати             | 6          |
| алгоритам               | 117        |
| амплитудска модулација  | 79, 84, 88 |
| аналогна величина       | 5          |
| аналогни                |            |
| сигнал                  | 6          |
| систем                  | 11         |
| астабилни мултивибратор | 157        |
| атрибут                 | 9          |

|                    |        |
|--------------------|--------|
| Б                  |        |
| бинарна величина   | 78, 93 |
| бинарни компаратор | 117    |
| бинарни сигнал     | 93     |
| бројачки регистар  | 122    |

|                    |        |
|--------------------|--------|
| В                  |        |
| величина           |        |
| аналогна           |        |
| бинарна            | 78, 93 |
| дигитална          |        |
| наизменична        |        |
| пулсирајућа        |        |
| хармонијска        |        |
| време опадања      | 97     |
| време успостављања | 96     |
| вршна вредност     | 95     |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| Г                          |     |
| Галилеј                    | 129 |
| генератор                  |     |
| Гилбертова множачка ћелија | 75  |
| гранична учестаност        |     |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| Д                         |       |
| демодулација              |       |
| декодер                   | 115   |
| децибел                   |       |
| дигит                     | 5     |
| дигитална величина        | 5     |
| дигитални сигнал          |       |
| дигитални систем          | 12    |
| дискретан                 | 6     |
| диодни генератор функције | 46    |
| диодни тиристор           | 159   |
| Диракова функција         | 95    |
| диференцијални            |       |
| спој                      | 8     |
| пар                       | 8, 75 |
| појачавач                 | 8     |
| диференцијатор            | 19    |
| пасивни                   | 99    |

|             |     |
|-------------|-----|
| Е           |     |
| Еклес Виљем | 120 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| електронски уређај | 6   |
| елемент            |     |
| активни            | 7   |
| електрични         |     |
| индуктивни         |     |
| инерцијални        |     |
| капацитивни        |     |
| пасивни            |     |
| реактивни          | 6   |
| резистивни         | 24  |
| савршени           | 6   |
| енкодер            | 115 |
| ефективна вредност | 97  |

|                         |        |
|-------------------------|--------|
| И                       |        |
| извор                   |        |
| електричне струје       |        |
| електричног напона      |        |
| напона управљан струјом | 28     |
| струје управљан напонам | 28, 37 |

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| излазна                     |        |
| карактеристика              |        |
| отпорност                   |        |
| проводност                  |        |
| импеданса                   | 23     |
| импулс                      | 94     |
| импулсни ширински модулатор | 81     |
| инвертор импедансе          | 31, 36 |
| инвертујући појачавач       |        |
| инвертујући спој            |        |
| индуктивност                |        |
| индукција                   |        |
| интегратор                  | 20     |
| бутстреп                    | 40     |
| Милеров                     | 83     |
| пасивни                     | 98     |
| интерфејс                   | 33     |
| интегрисано коло            | 18     |
| информација                 | 5      |
| информациони параметар      | 5, 95  |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| Ј                      |     |
| једноспојни транзистор | 159 |

|                           |        |
|---------------------------|--------|
| К                         |        |
| калем                     |        |
| капацитивност             |        |
| карактеристика            |        |
| преноса                   | 18, 27 |
| фреквенцијска             |        |
| карактеристична једначина | 135    |
| квazистабилно стање       | 123    |
| кодер                     | 115    |
| коло                      | 7      |
| компаратор                | 105    |
| комплексни представник    | 133    |
| кондензатор               |        |
| конвертор импедансе       | 31     |
| кружно појачање           | 137    |

Л

|                               |            |                             |         |
|-------------------------------|------------|-----------------------------|---------|
| Лапласова трансформација      |            | негативна                   |         |
| леч                           | 119        | позитивна                   |         |
| логичка променљива            | 93         | појачавач                   | 19, 28  |
|                               |            | диференцијални              |         |
| М                             |            | инвертујући                 |         |
| математички модел             |            | јединични                   |         |
| Међународна електротехничка   |            | напона                      | 28      |
| комисија                      |            | неинвертујући               |         |
| мирни контакт                 | 112        | операциони                  |         |
| мирна радна тачка             |            | струје                      | 28      |
| микропроцесор                 |            | транскондуктансни           | 28      |
| модел за мале сигнале         |            | трансрезистансни            | 28      |
| модулатор                     |            | појачање                    | 28      |
| амплитудски                   | 80, 84, 89 | динамичко                   |         |
| импулсни                      |            | напона                      |         |
| ширински                      | 81         | струје                      |         |
| модулација                    | 79         | поларизација                | 74      |
| амплитудска                   | 79         | полуталасни усмерач         | 104     |
| монолитан                     | 8          | понашање елемента (система) | 10      |
| моностабилно коло             | 80         | пондерисан                  | 21      |
|                               |            | потенциометар               | 69      |
|                               |            | претварач                   |         |
| Н                             |            | мерни                       |         |
| наизменична величина          |            | напона у струју             |         |
| напон                         |            | струје у напон              |         |
| заједнички                    |            | привидна нула               |         |
| помераја нуле                 |            | принцип суперпозиције       | 21      |
| прага                         |            | приступ                     | 24      |
| прекида                       |            | проводност преноса          |         |
| напонски                      |            | програм                     | 14      |
| управљан извор струје         | 40         | програмско управљање        | 13      |
| управљани отпорник            | 71         | пулсирајућа величина        |         |
| неинвертујући појачавач       |            | пуноталасни усмерач         | 104     |
| неинвертујући спој            |            |                             |         |
| непрекидан по времену         | 11         |                             |         |
| непрекидна функција           |            | Р                           |         |
| негативан инвертор импедансе  | 38         | радни контакт               | 112     |
| негативна отпорност           | 38         | реактивни елемент           | 6, 153  |
| Никвист                       | 137        | регистар                    | 121     |
|                               |            | резистивни елемент          | 24, 157 |
| О                             |            | резолуција                  |         |
| објект                        | 10         | регенеративан процес        | 108     |
| одскочни одзив                |            | релаксациони                | 154     |
| одскочна функција             | 94         | резонанција                 | 132     |
| октава                        |            | реципрочна мрежа            | 32      |
| оптерећење                    |            |                             |         |
| оператор                      | 133        | С                           |         |
| осцилатор                     |            | савршени                    |         |
| релаксациони                  | 129        | елемент                     | 6       |
| хармонијски                   | 129        | калем                       | 25      |
| отпорник контролисан напоном  | 158        | кондензатор                 | 25      |
| отпорник контролисан струјом  | 158        | отпорник                    | 25      |
| отпорност                     |            | трансформатор               | 32      |
|                               |            | секвенцијална мрежа         | 121     |
| П                             |            | слабљење                    |         |
| пад напона                    |            | слободне осцилације         | 132     |
| пасивни                       |            | сигнал                      | 5       |
| диференцијатор                | 99         | аналогни                    |         |
| електрични елемент            | 6          | бинарни                     |         |
| период                        | 127        | детерминистички             |         |
| пливајуће оптерећење          |            | дигитални                   |         |
| повезана област дефинисаности | 5          | периодични                  | 127     |
| побуда                        |            | синусни                     | 127     |
| повратна спрега               |            | случајни                    |         |

|                                |     |                              |         |
|--------------------------------|-----|------------------------------|---------|
| систем                         | 9   | флипфлоп                     | 118     |
| аналогни                       |     | фреквенција                  |         |
| дигитални                      |     | фреквенцијска анализа        | 129     |
| динамички                      | 11  | фреквенцијска карактеристика |         |
| статички                       | 11  | амплитудска                  |         |
| типа улаз-излаз                |     | логаритамска                 |         |
| спектар                        |     | фазна                        |         |
| средња вредност                | 96  | фреквенцијски одзив          | 29      |
| статички систем                | 9   | функција                     |         |
| струја држања                  | 101 | Диракова                     | 94      |
| струјно огледало               | 8   | дискретна по времену         | 78      |
| суперкалем                     | 43  | знака                        |         |
| суперкондензатор               | 43  | импулсна                     | 95      |
|                                |     | логичка                      | 112     |
| T                              |     | непрекидна по времену        | 78      |
| талас                          | 128 | одскачна                     | 94      |
| таласни облик                  | 128 | преноса                      | 22, 144 |
| Тевененова Теорема             | 34  | синусна                      | 127     |
| Телеген                        | 38  | успонска                     | 83      |
| темена вредност                | 95  | хармонијска                  | 128     |
| теорема о                      |     | Хевисајдова                  | 94      |
| еквиваленцији                  | 34  | функционални блок            |         |
| суперпозицији                  | 21  | функционални дијаграм        |         |
| топологија                     | 15  | Фуријеов(а)                  |         |
| транскондуктансни појачавач    | 28  | ред                          |         |
| трансрезистансни појачавач     | 28  | теорема                      |         |
| трансформатор                  | 33  | трансформација               |         |
| тренутна вредност              | 97  |                              |         |
| трополни појачавачки елемент   | 74  | X                            |         |
|                                |     | хармонијска функција         | 128     |
| Y                              |     | хармонијски осцилатор        | 129     |
| уземљен                        |     | хармоник                     |         |
| универзални генератор функције | 56  | Хевисајд Оливер              | 21      |
| “у квадратури”                 | 150 | хибридни систем              | 14      |
| “у опозицији”                  |     | хистерезис                   | 106     |
| “у противфази”                 |     | Хол Едвин                    | 73      |
| “у фази”                       |     | холов ефекат                 | 73      |
| Φ                              |     | Ж                            |         |
| Фарадеј Мајкл                  | 33  | жиратор                      | 36      |
| филтер                         |     | Ш                            |         |
| непропусник                    |     | Шмитов тригер                | 107     |
| савршени                       |     |                              |         |
| филтер пропусник               |     | SCADA                        | 3       |
| високих учестаности            |     |                              |         |
| ниских учестаности             |     |                              |         |
| опсега учестаности             |     |                              |         |