



Procesiranje signala

Profesor dr Miroslav Lutovac

"This project has been funded with support from the European Commission. This publication [communication] reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein"

Procesiranje signala

- Status predmeta: **Izborni**
- Broj ESPB: **8**
- Cilj predmeta:
 - **Upoznavanje sa predmetom**
 - **sa principima procesiranja signala**
 - **praktičnim primenama obrade**

Procesiranje signala

- Ishod predmeta:
 - **Studenti**
 - da razumeju principe
 - mogućnosti procesiranja signala
 - vizuelizacija signala
 - praktični primeri
 - mogućnosti aplikacije

Sadržaj predmeta, Teorijska nastava

1. Uvodno predavanje. Upoznavanje sa planom i programom, ciljevima, ishodom i metodama.
2. Šta je procesiranje signala, istorijski pregled obrade signala, primeri primene.
3. Vizuelizacija signala (Python, Excel).
4. Kompleksni ekponencijalni diskretni signali. Primer sinteze muzičkog signala.
5. Furijeova analiza: Diskretna Furijeova transformacija (DFT) i serija (DFS). Brza Furijeova transformacija (Fast Fourier transform, FFT) i primena za spektralne analizatore i osciloskope.
6. Linearani filtri: konvolucija, idealni i realni filtri, dizajn filtra. Primena konvolucije u GPS sistemima.

...

Sadržaj predmeta, Teorijska nastava

...

7. Interpolacija i odabiranje: kontinualni signali, interpolacija, odabiranje, teorema o odabiranju. Procesiranje kontinualnih signala u diskretnom vremenu, primer u Simulink-u.

8. Stohastički signali, kvantizacija, analogno-digitalna konverzija (ADC) i digitalno-analogna konverzija (DAC).

9. Statistička obrada signala i tumačenje statističkih rezultata. Primeri primene u telekomunikacijama i komunikacionim sistemima.

10. Dvodimenzionalna (2D) Furijeova analiza, primena na obradu slika, filtriranje.

...

Sadržaj predmeta, Teorijska nastava

■ . . .

11. Izdvajanje osobina signala. Primer prepoznavanje govora, prepoznavanje lica.
12. Predstavljanje signala, kodovanje i kompresija signala radi prilagođenja prenosu.
13. Digitalni komunikacioni sistemi: analogni kanali i ograničenje propusnim opsegom i snagom, modulacija i demodulacija.
14. Prenos signala kroz različite analogne i digitalne sisteme, promene medijuma za prenos i konverzije signala.
15. Završna razmatranja i priprema za pismeni deo ispita.

Sadržaj predmeta, Praktična nastava

- Praktična nastava prati program predavanja i odvija se u laboratoriji
- Upoznavanje sa različitim programima za obradu signala, Python, Matlab, Excel
- Transformacije i obrada signala u programu
- Primeri
 - ✓ spektralna analiza
 - ✓ GPS konvolucija
 - ✓ obrada dvodimenzionalnih signala
 - ✓ vizualizacija signala
 - ✓ izdvajanje karakteristika signal
 - ✓ statistička analiza na primeru komunikacionih mreža

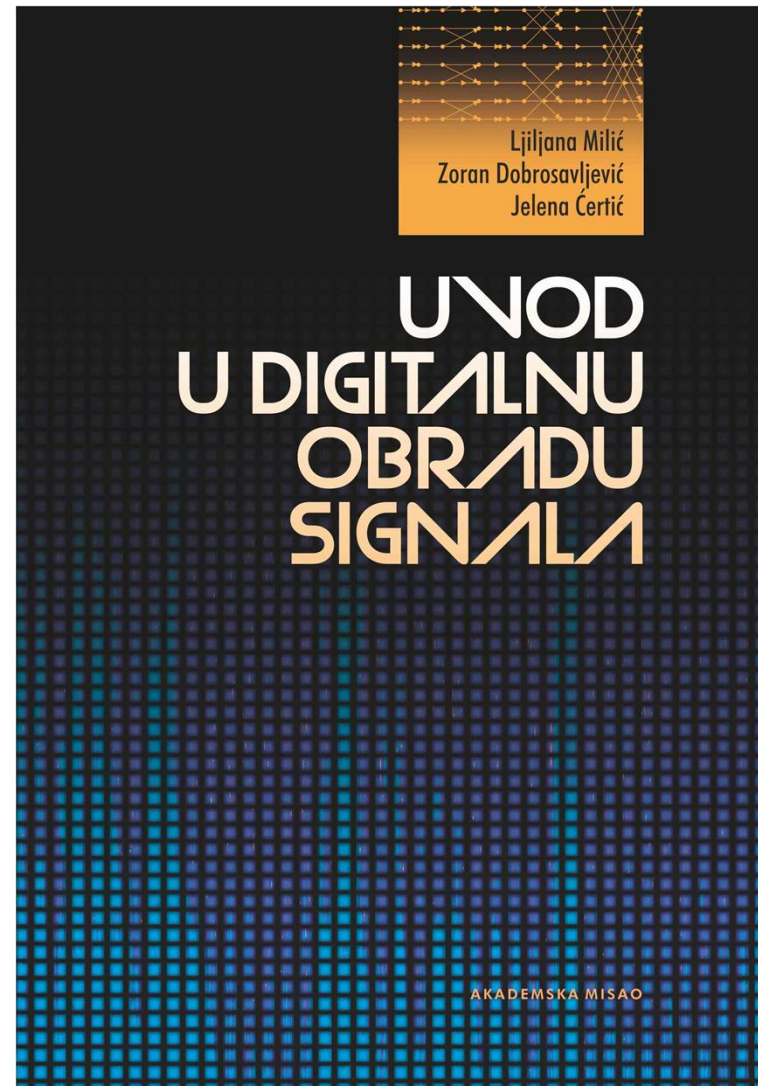
Literatura

1. Lj. Milić, J. Ćertić, Z. Dobrosavljević, Uvod u digitalnu obradu signala, Akademska misao, Beograd, 2015
2. M. Popović, Digitalna obrada slike, Akademska misao, Beograd, 2006
3. D. Manolakis, V. Ingle, Applied Digital Signal Processing, Theory and Practice, Cambridge University Press, 2011
4. R. Lyons, Understanding Digital Signal Processing, Prentice Hall, 2004
5. J. Guttag, Introduction to Computation and Programming Using Python, The MIT Press, 2013
6. S. Mitra, Digital Signal processing: A Computer Based Approach, Mc Graw Hill, 2006

Metode izvođenja nastave

- ✓ Predavanja, vežbe, konsultacije, pismena izrada
- ✓ Ocena znanja (maksimalni broj poena 100)
- ✓ aktivnost u toku predavanja 10
- ✓ praktična nastava 20
- ✓ seminarski rad 20
- ✓ kolokvijum 20
- ✓ pismeni (usmeni) ispit 30

Uvod u digitalnu obradu
signala, Ljiljana Milić,
Jelena Čertić, Zoran
Dobrosavljević, Akademska
Misao, 2015.



- Osnovni pojmovi koji se razmatraju u ovoj knjizi su signali i sistemi. Teorijska izlaganja su ilustrovana velikim brojem rešenih primera. Na kraju svake glave dati su zadaci za rad na računaru.
- Tekst knjige je podeljen u 11 glava i dva dodatka u kojima je obrađeno: predstavljanje diskretnih signala i sistema u vremenskom i frekvencijskom sistemu, z-transformacija, diskretizacija kontinualnih signala, diskretna Furijeova transformacija (DFT) i brza Furijeova transformacija (FFT), funkcija prenosa i frekvencijsku odziv, digitalni filtri beskonačnog impulsnog odziva, digitalni filtri konačnog impulsnog odziva, relacije strukture diskretnih sistema, diskretni slučajni signali i softverska implementacija sistema digitalne obrade signala primenom programskog paketa MATLAB.

Procesiranje signala



Definicija signala

- **Signal** se može definisati kao funkcija jedne ili više nezavisno promenljivih (matematički)
- **Signal prenosi informaciju**
 - Govorni signal je funkcija jedne nezavisne promenljive – vremena
 - Slika je funkcija dve prostorne koordinate
 - Podatak na magnetnoj traci – funkcija pozicije od početka trake ili vremena od početka reprodukcije

Signala kao funkcija vremena

- **Signal** se posmatraju kao **funkcije vremena** čak i u slučajevima kada stvarna nezavisno promenljiva nije vreme
 - Sadržaj informacije koju signal nosi zapisan je u promenama funkcije ili nekog od njenih parametara, pa se signal može definisati **kao funkcija vremena koja nosi informaciju o nekoj veličini od interesa**

Pobuda i odziv

- Signal koji prouzrokuje da se nešto dogodi, na primer da se generiše novi signal, naziva se **eksitacija** ili **pobudni signal (excitation)**
- Signal koji se dobija kao posledica eksitacije naziva se **odziv (response)**

Ulazni i izlazni signal

- Eksitacija se ponekad naziva **ulazni signal (input signal)**
- Odziv je **izlazni signal (output signal)**
- Pojmovi ulaz i izlaz posmatraju kao ulaz u **sistem** koji vrši obradu i izlaz iz sistema nakon obrade
- Sistem je objekat koji je pobuđen ulaznim signalom i proizvodi izlazni signal

Obrada signala

- Postupak pretvaranja eksitacije u odziv naziva se **procesiranje** ili **obrada signala** (**signal processing**)
- Osnovni razlog za obradu signala jeste da se eliminišu neželjeni signali, umanje postojanje nekorisnih signala i da se izdvoje korisni signali

Razlozi za konverziju signala

- Da bi signal mogao da se obrađuje, signal mora biti u takvom obliku da se može **odrediti vrednost signala**, na primer da može da se izmeri
- Ako signal postoji u nekom obliku, na primer kao promena pritiska vazduha u funkciji vremena, signal se **konvertuje** u drugi oblik, na primer u napon ili u broj, kako bi mogao da se obrađuje

Vrste signala

- **Kontinualni signal** je signal koji postoji u svakom trenutku vremena
- **Amplituda signala** je vrednost signala u nekom trenutku
- **Analogni signal** je kontinualni signal koji ima kontinualnu promenu amplitude
- **Diskretni signal (vremenski diskretni signal)** je signal čije su vrednosti definisane u diskretnim vremenskim trenucima (predstavlja se sekvencom-nizom brojeva $\{x[n]\}$)
- **Digitalni signal** se dobija kada se amplituda diskretnog signala diskretizuje (kvantizacija)

Talasni oblik signala

- Signal kao funkcija nezavisno promenljive (matematička funkcija), naziva **talas (waveform)**
- Uobičajeno je da se nezavisno promenljiva naziva **vreme (time)**
 - Zbog lakšeg i konzistentnog objašnjavanja, čak i onda kada nezavisno promenljiva nije vreme, već na primer rastojanje, mnogi pojmovi i transformacije se posmatraju kao da je nezavisno promenljiva vreme. Podrazumeva se da signal prenosi informaciju o nekoj pojavi, na primer o osobini ili prirodi pojave.

Odabiranje

- ***Odabiranje*** je postupak kojim se dobijaju odbirci signala (vrednosti amplitude) u određenim trenucima vremena
- ***Uniformno odabiranje*** je odabiranje svakih T jedinica vremena

$$x_k = x(kT) = x(t) \Big|_{t=0, \pm T, \pm 2T, \pm 3T, \dots}$$

***Učestanost
odabiranja***

$$F_0 = \frac{1}{T}$$

Procesiranje signala

***Perioda ili
vremenski razmak
između dva odabiranja***

Sistem

- **Sistem** je grupa povezanih delova koji združeno deluju
- **Sistem** je određeni set ideja, metoda, ili načina delovanja
- Sistem može da prihvati jedan ili više signala, da izvrši obradu tih signala i da proizvede jedan ili više signala kao izlazne signale

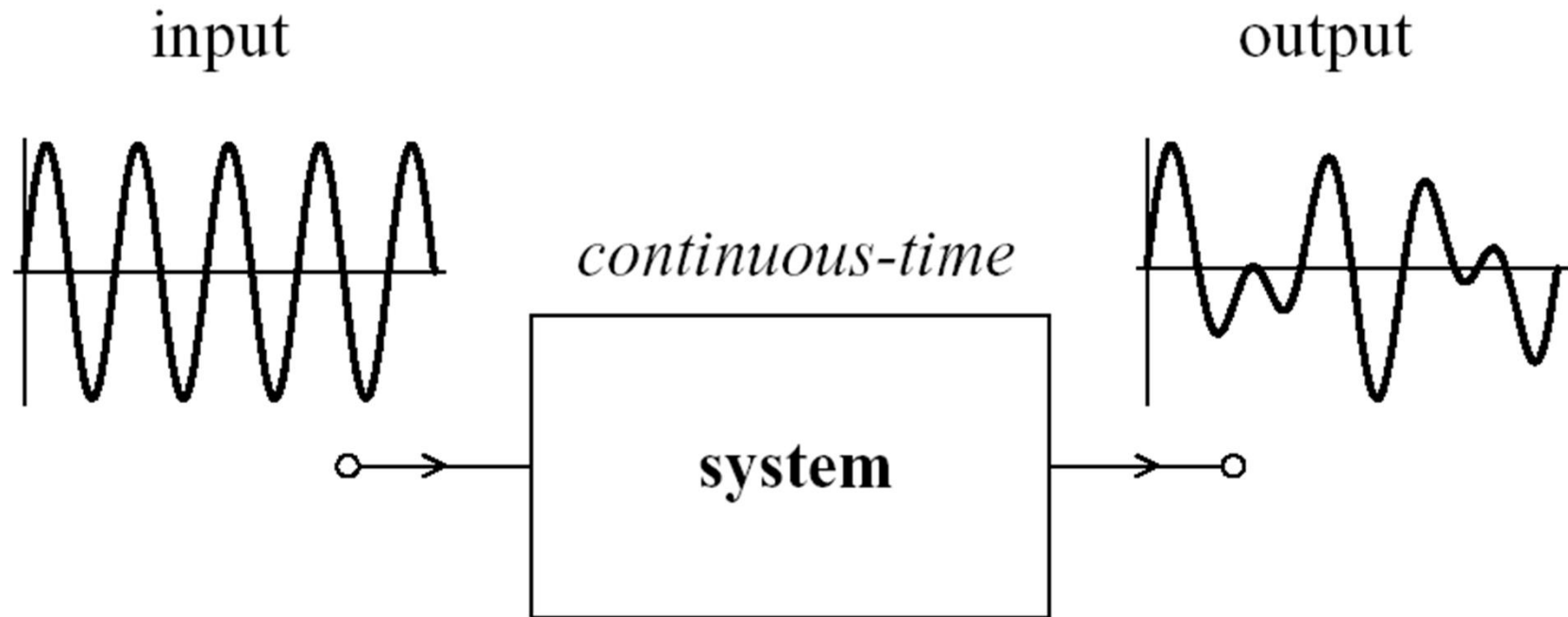
Definicije sistema

- **Sistem kao implementacija** je uređen skup fizičkih komponenti koje su povezane ili u nekoj su relaciji na takav način da deluju kao celina
- **Sistem za obradu signala** je bilo koji proces koji proizvodi transformaciju signala iz jednog oblika u drugi
- **Sistem (matematički)** je preslikavanje ulaznih signala u izlazne signale prema utvrđenim pravilima

Vrste sistema

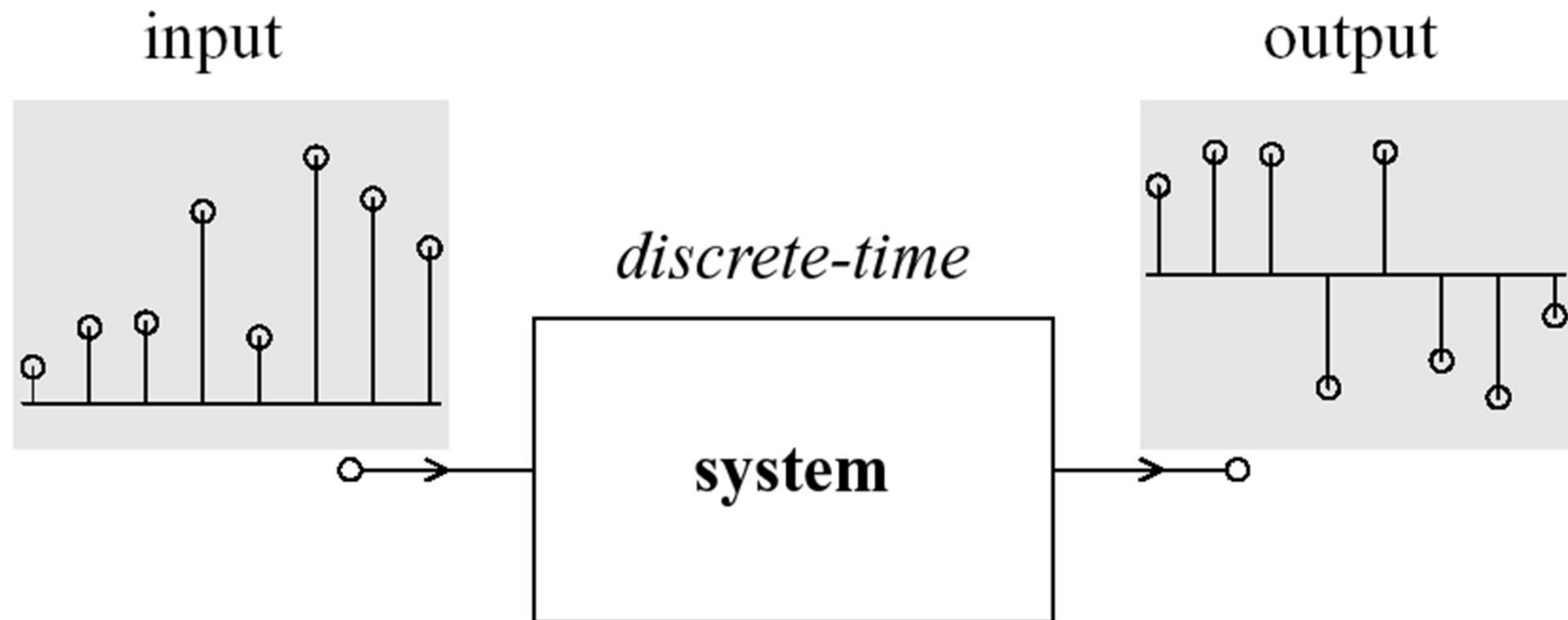
- ***Single-variable system*** (**SISO** system)
ima jedan ulaz i jedan izlaz
- ***Multivariable system*** (**MIMO** system)
ima više ulaza i izlaza
- ***Input-output relationship*** (external description)
su jednačine koje opisuju
relacije između ulaza i izlaza
- ***Black box concept***: znanje o internoj strukturi nije poznato; jedino znanje o sistemu je na osnovu izlaznog signala za poznati ulazni signal
- input - output **port** – mesta opservacije signala

Kontinualni sistem



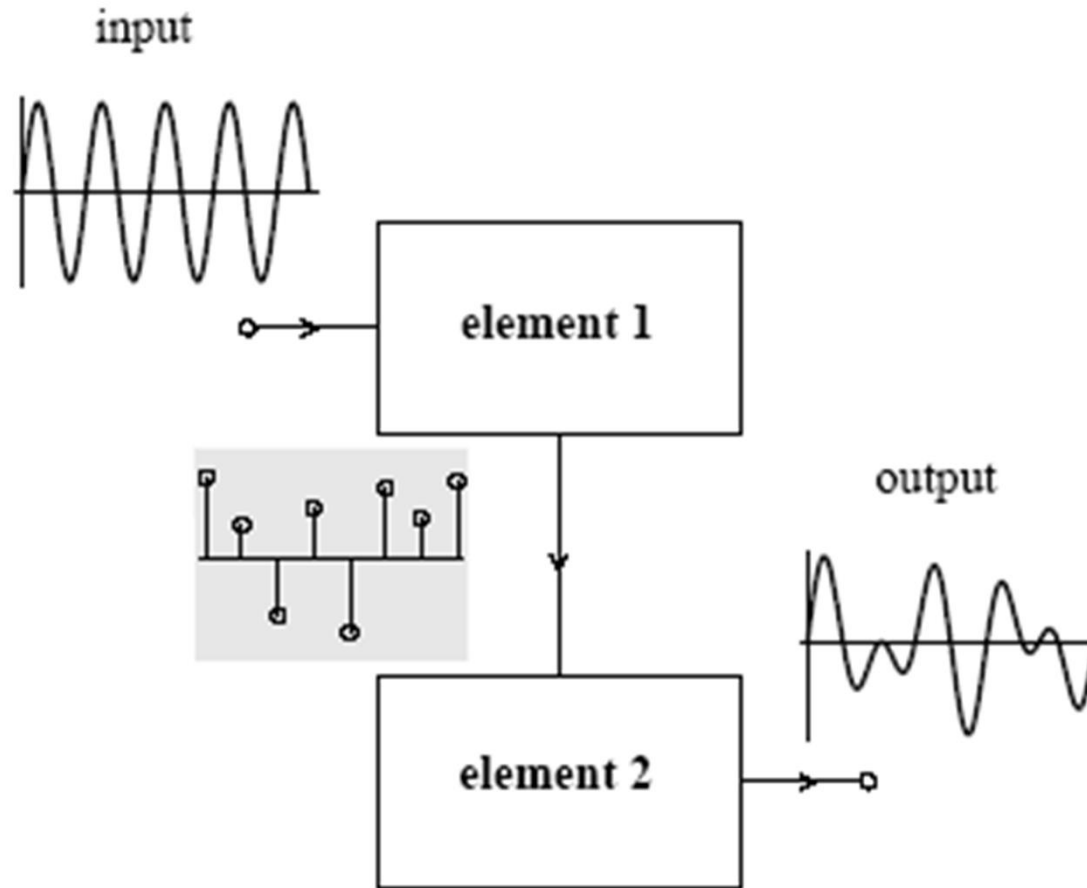
ulazni i izlazni signali su kontinualne funkcije

Diskretni sistem



ima diskretne signale na ulazu i izlazu

Hibridni sistem



može da ima kontinualne i diskretne signale na ulazu i izlazu

Definicija slučajnog signala

- **Deterministički signal** je signal koji je na jedinstven način određen dobro definisanim procesom (može se opisati matematičkim relacijama, tabelama, pravilima)
- **Slučajni signal** je signal čije se vrednosti ne mogu unapred predvideti
- Slučajni signal $\{\xi[n]\}$ se može posmatrati kao jedna moguća realizacija slučajnog procesa opisuje se korišćenjem **statističkih principa**
- **Primena:** govor, muzika, slika, šum, vremenski promenljivi telekomunikacioni kanali, bilo koja informacija koja je funkcija vremena

Osobine slučajnog signala

- **Kumulativna funkcija raspodele** signala $\{\xi[n]\}$ pokazuje sa kojom je verovatnoćom vrednost signala $\xi[n]$ u funkciji indeksa n manja ili jednaka nekoj vrednosti x
- $P(x, n) = \text{Probability}(\xi[n] \leq x)$
- **Funkcija gustine verovatnoće** definiše se kao izvod kumulativne funkcije raspodele

$$p(x, n) = \frac{dP(x, n)}{dx}$$

$$P(x, n) = \int_{-\infty}^x p(u, n) du$$

x i $\xi[n]$ mogu da imaju bilo koju vrednost iz opsega

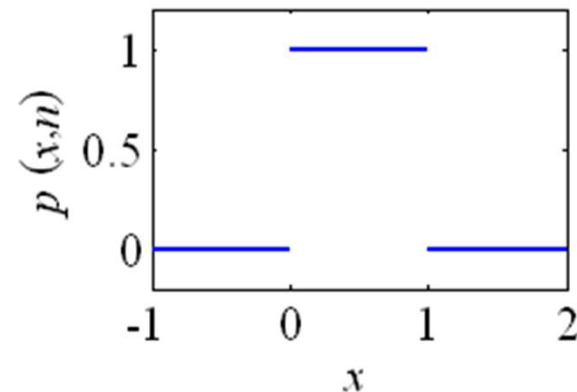
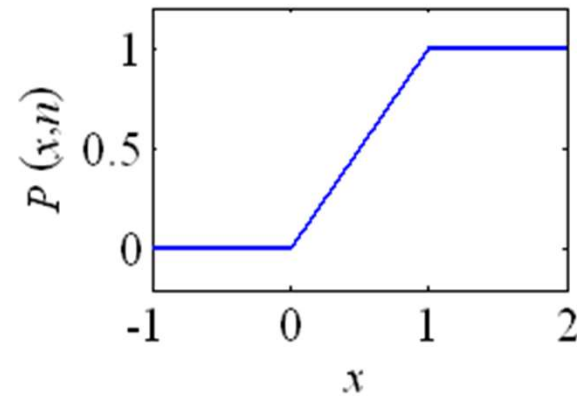
$$-\infty < x < +\infty$$

$$-\infty < \xi[n] < +\infty$$

Primer slučajnog signala

$$P(x, n) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$p(x, n) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$



- Kumulativna funkcija raspodele je linearno rastuća
- Funkcija gustine verovatnoće je konstantna u opsegu $0 \leq x \leq 1$

Sinusoidalni signal

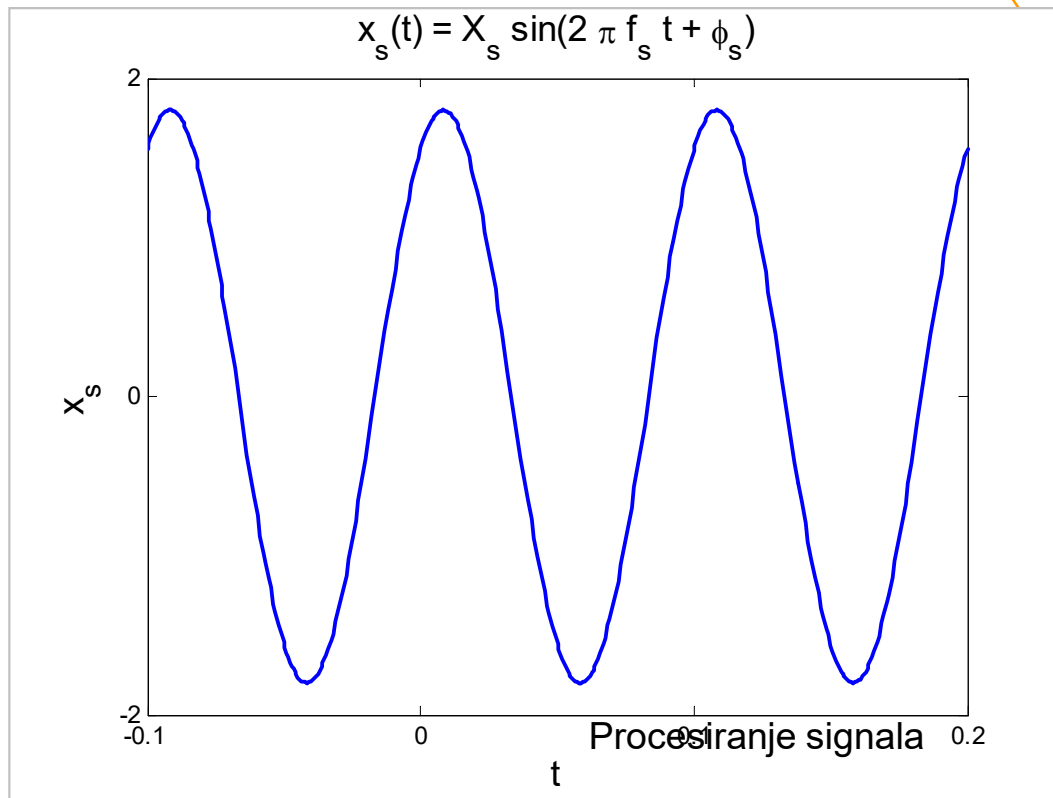
$$x_s(t) = X_s \sin(2\pi f_s t + \phi_s)$$

Amplituda

Faza u
radijanima

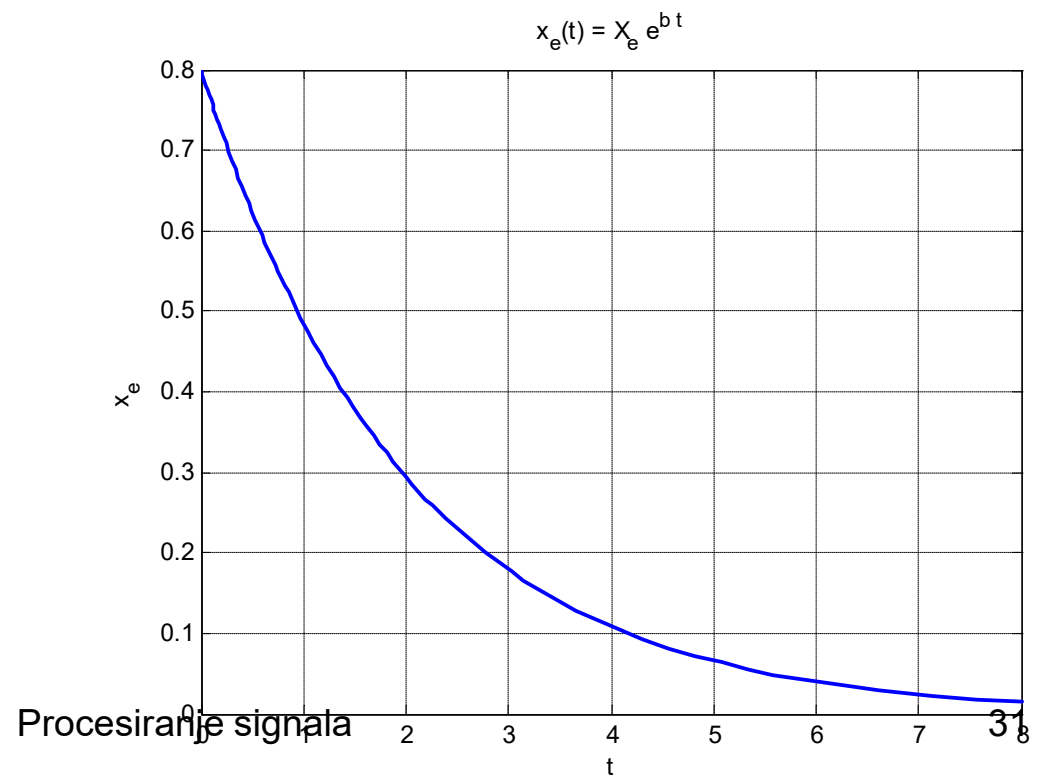
Vreme u
sekundama (s)

Frekvencija u
Hertz (Hz)



Eksponencijalni signal

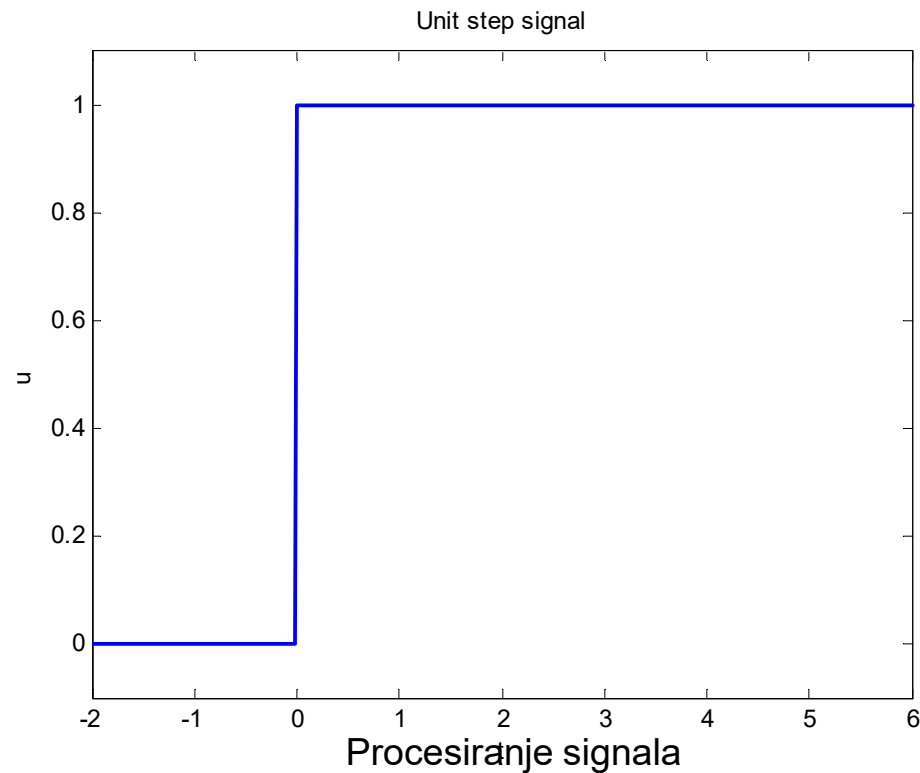
$$x_e(t) = X_e e^{bt}$$



Unit step signal

Jedinična odskočna funkcija

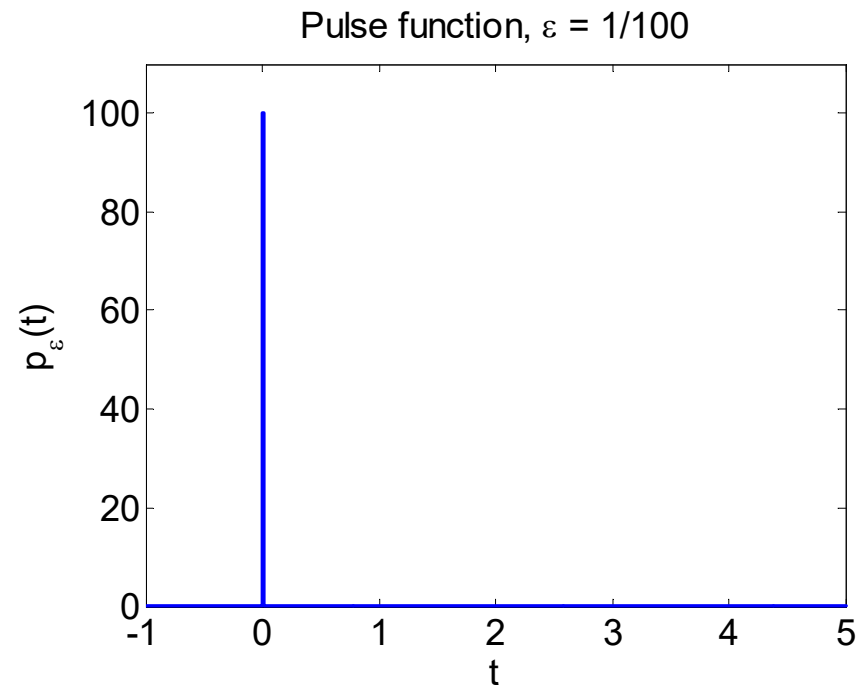
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$



Pulse signal

Jedinični impulzni signal

$$p_{\varepsilon}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon}, & 0 < t \leq \varepsilon \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Procesiranje signala

Unit impulse signal (Dirac delta)

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} p_{\varepsilon}(t)$$

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Kauzalni signal

- Signal je **kauzalan** ako je jednak 0 za $t < 0$
- Svaki signal pomnožen sa jediničnom odskočnom funkcijom je kauzalan
- Trenutak od kada signal ima vrednost različitu od 0 nazivamo početno vreme (***starting time***) koje je obično 0

Diskretni signal – sekvenca

- Diskretni signal se predstavlja kao niz brojeva (**sequence**) koji je uređen po vremenu nastanka
- U praksi se radi sa sekvencom konačnog trajanja (**finite-length** sequences)
- Sekvence se najčešće prave odabiranjem vrednosti kontinualnog signala
- Predstavlja se sekvencom-nizom brojeva $\{x[n]\}$

Sinusoidalna sekvenca

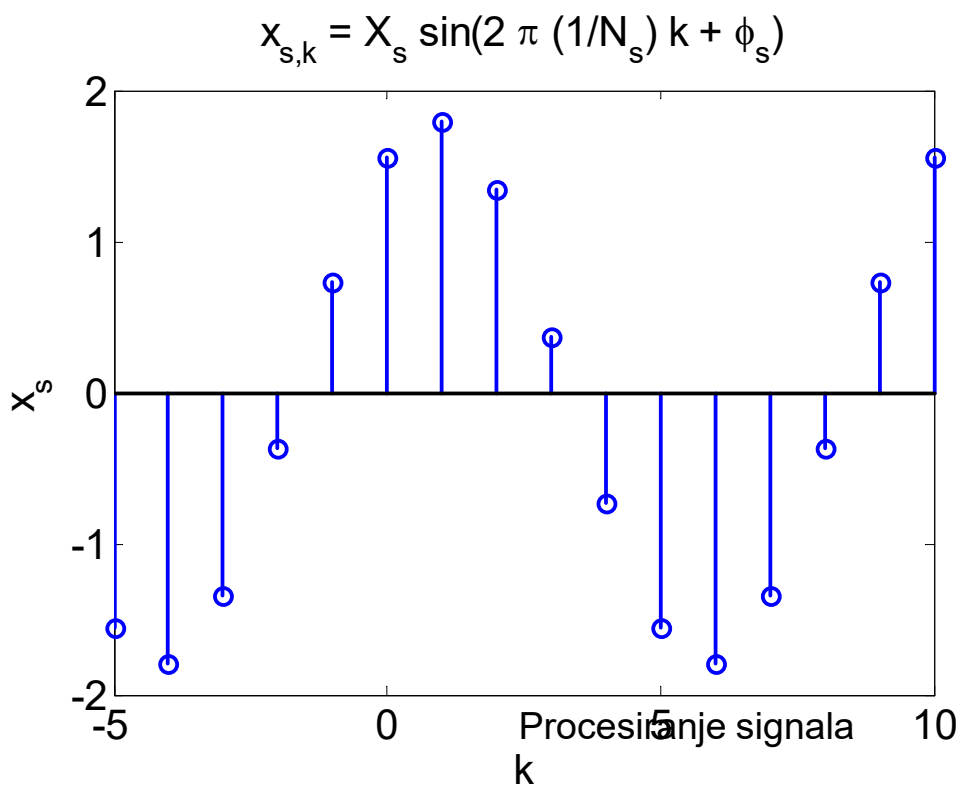
$$x_{s,k} = X_s \sin(2\pi \frac{1}{N_s} k + \phi_s)$$

Amplituda

Faza

indeks

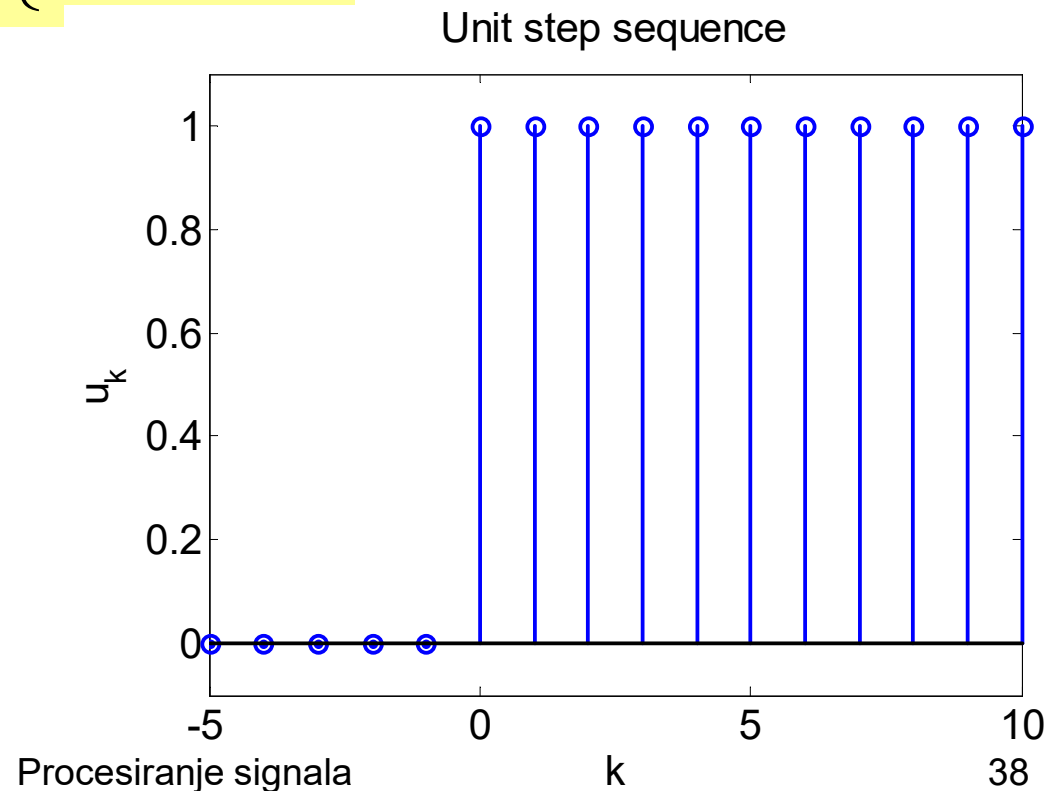
Perioda



Unit step sequence

Jedinična odskočna funkcija

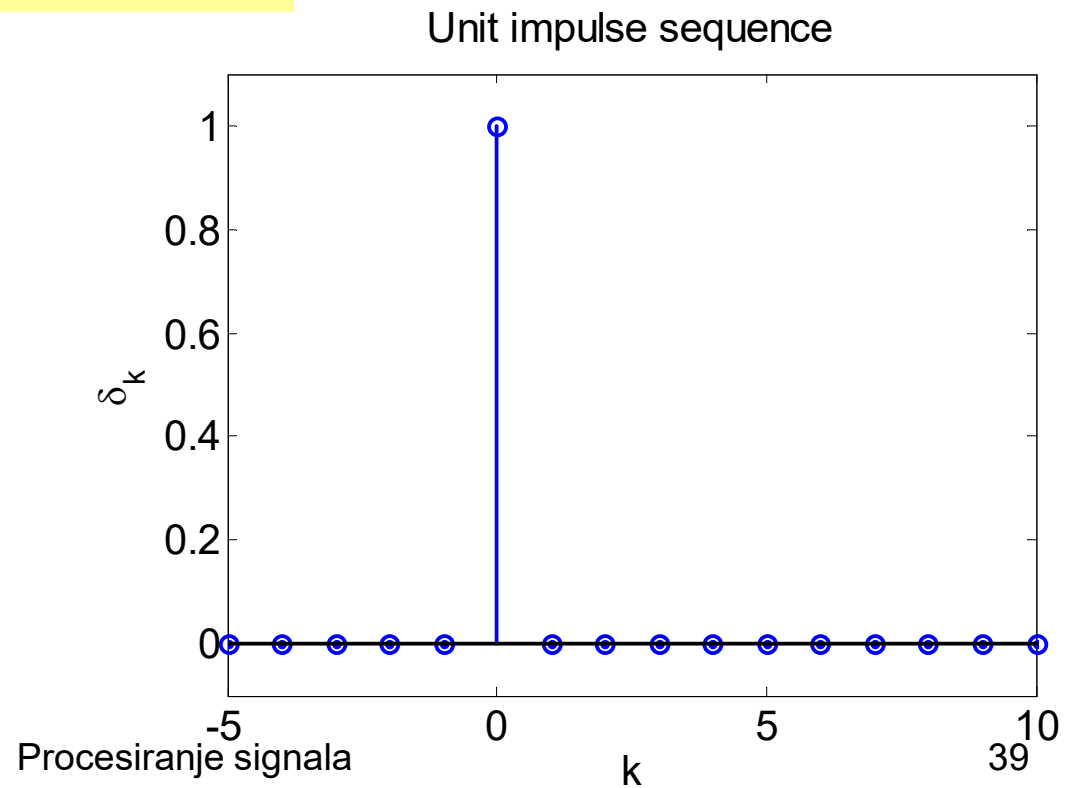
$$u_k = \begin{cases} 1, & k \geq 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases}$$



Unit impulse sequence

Jedinični impuls

$$\delta_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$



Kauzalna sekvenca

- Sekvenca koja ima vrednosti 0 za sve negativne indekse je **kauzalna**
- Sekvenca koja ima vrednosti različite od 0 za sve indekse iz određenog opsega je **sekvenca konačne dužine**

Digitalni sistem

- Diskretni sistem je **digitalni** ako obrađuje diskretne signale sa amplitudama predstavljenim brojevima
- **Kvantizacija** preslikava kontinualni opseg vrednosti u jedan broj
- Digitalni sistem radi na digitalnom hardveru
 1. Eksplicitno sa elektronskim kolima (logička kola)
 2. Implicitno (kompjuterski program na računarima)

Kvantizacija signala

- Razlozi: prenos podataka, čuvanje podataka, obrada brojevima)ograničen opseg predstavljanja)
- Manje cifara – brži prenos, manji memorijski prostor, jednostavnija obrada
- Ograničena tačnost ima prednosti nad ekzaktnom predstavom

Izbor broja cifara za kvantizaciju

- Poželjno što manje cifara
- Premalo cifara - može da se izgubi informacija
 - 1) Minimalan broj cifara da se olakša prenos, memorisanje i obrada
 - 2) Maksimalan broj cifara da se sačuva informacija

Periodični signali

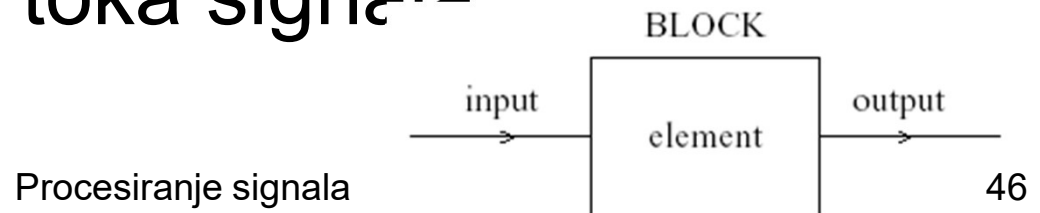
- Deterministički signal može biti periodičan
 - posmatra se samo opseg vremena koji se kasnije ponavlja beskonačno puta
- Aperiodični signal je onaj koji nema osobinu periodičnosti

Analiza i projektovanje (design)

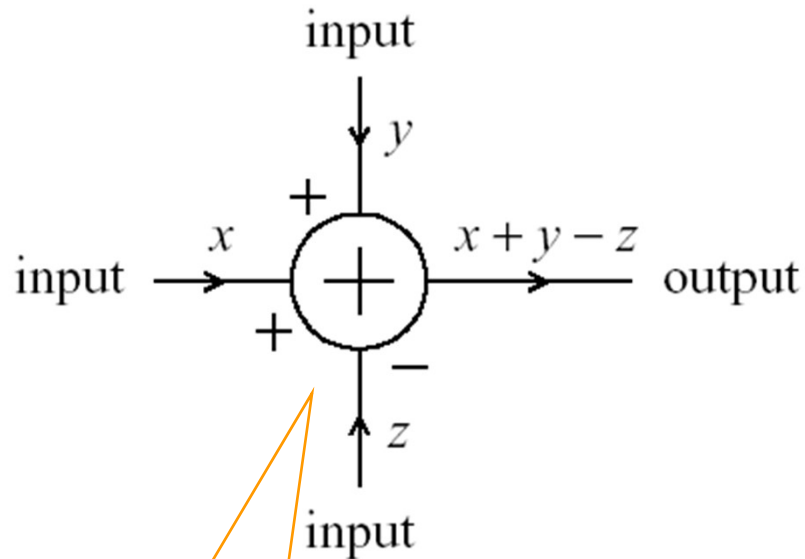
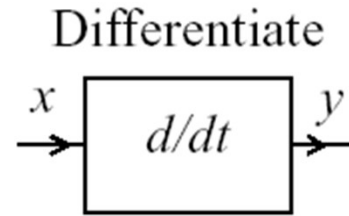
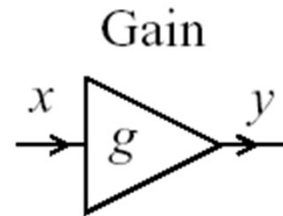
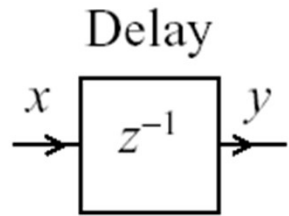
- **Analiza** sistema je istraživanje osobina sistema
- **Dizajn** sistem je izbor sastavnih delova koje mogu da izvrše obradu
- **Design by analysis** – modifikacija parametara postojećeg sistema dok se ne dobije željena karakteristika
- **Design by synthesis** – iz specifikacija (postavke zahteva koje treba da ispuni sistem) definišemo kako izgledaju sastavni elementi sistema

Blok dijagram

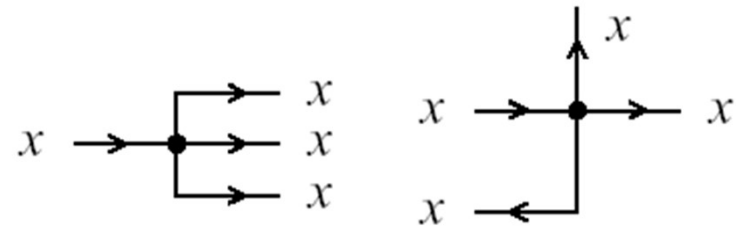
- ***Blok dijagram*** je grafička predstava sistema koji opisuje metod ili karakteristike ili relacije ulaz-izlaz pojedinih komponenti sistema
 - ime komponente
 - opis komponente
 - simbol koji opisuje funkcionalnost
- **Strelice** pravac toka signala



Elementi blok dijagrama



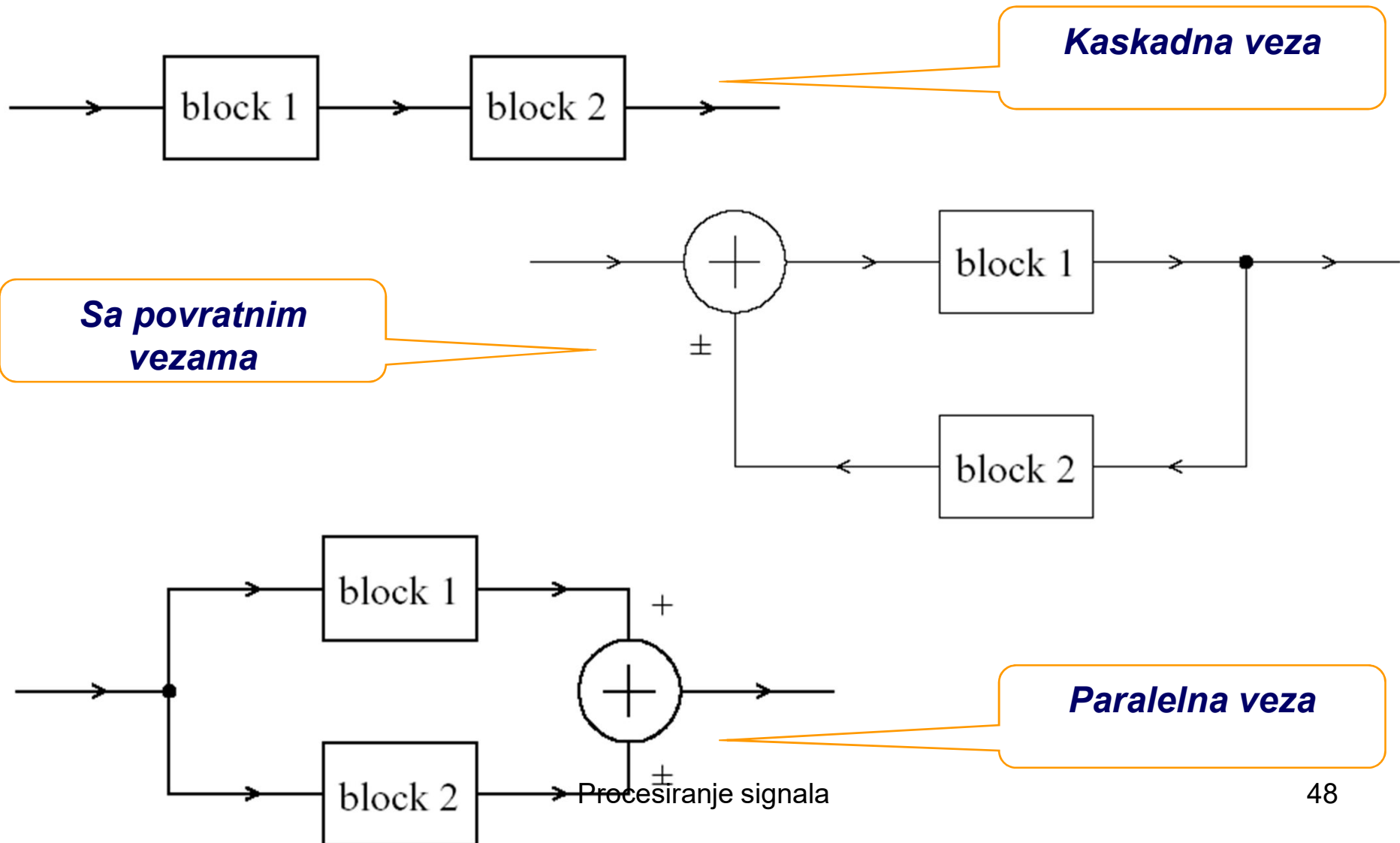
Summing point



Takeoff point

Procesiranje signala

Povezivanje blokova



Stanja (State)

- Izlaz u trenutku t_0 zavisi od ulaza u trenutku t_0 , ali i ulaza pre t_0
- Stanje su svi signali u trenutku t_0 koji zajedno sa ulazom za $t \geq t_0$ jednoznačno određuju izlazni signal za $t \geq t_0$
- ***Dinamičke jednačine*** su set jednačina koje povezuju ulazni signal, stanja i izlazni signal

Relaxed system

- Relaksiran sistem u trenutku t_0 je onaj koji zavisi samo od ulaznog signala za $t \geq t_0$
- Koncept energije: sistem nema akumulisanu energiju pre t_0
- **zero-input** sistem: izlazni signal je funkcija stanja za $t \geq t_0$ iako je ulaz jednak 0

Kauzalnost i stabilnost

- Sistem je ***kauzalan*** ako izlaz zavisi samo od ulaza u prošlosti i tekućem trenutku
- Sistem je ***stabilan*** is je onaj čiji odziv teži ka 0 kada nema pobude
- Sistem je ***BIBO stabilan*** (bounded-input bounded-output) ako svaka konačna pobuda uzrokuje konačni odziv

Vremenski invarijantan sistem

- Sistem je ***time-invariant*** ako se dobije zakašnjen odziv kada se zakasni pobuda
- Diskretni sistemi: ***shift-invariant*** umesto time-invariant
- Karakteristike sistema se ne menjaju sa vremenom

Linearni sistem

- Sistem je linearan:
- ulaz $x_1(t)$ proizvodi izlaz $y_1(t)$
- ulaz $x_2(t)$ proizvodi izlaz $y_2(t)$,
- ulaz $c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$ proizvodi izlaz $c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t)$ za bilo koje $x_1(t)$, $x_2(t)$ i proizvoljne konstante c_1 i c_2

Princip superpozicije

- Odziv $y(t)$ LTI sistema na ulaze $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$ jednak sumi odziva na svaki od ulaza dok su drugi 0, $y_i(t)$ je odziv na ulaz $x_i(t)$

$$y(t) = \sum_{i=1}^N y_i(t)$$

Procesiranje signala

Procedure za analizu sistema

1. Odrediti jednačine za svaku komponentu sistema
2. Izbor modela (blok dijagram)
3. Formirati model povezivanjem komponenti
4. Odrediti systemske karakteristike

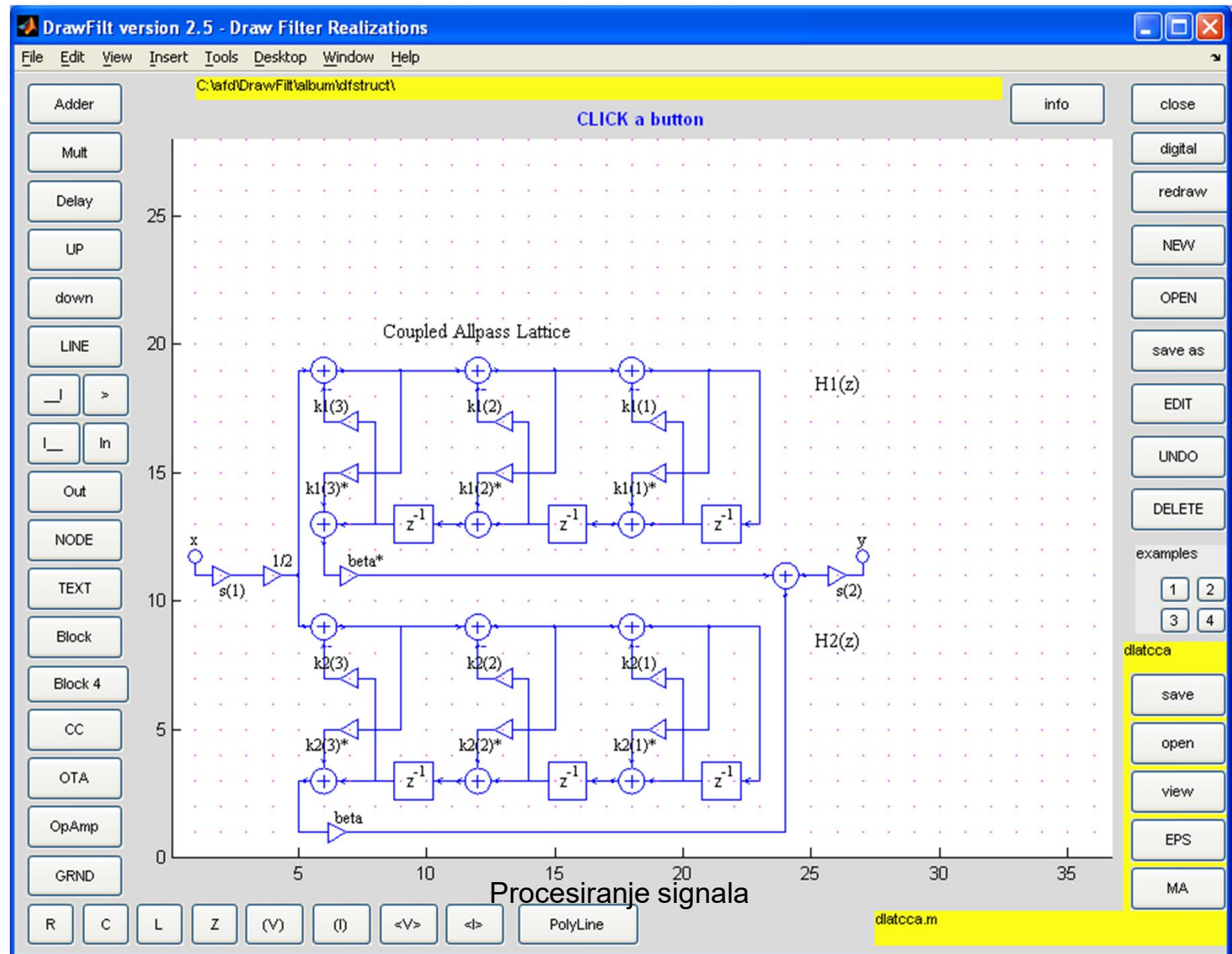
Konvoluciona suma

- Odziv na impulsnu pobudu sistema je karakteristika sistema
- Odziv sistema je određen ***konvolucionom sumom***

$$y_x[n] = \sum_{i=-\infty}^n y_{\delta}[n-i]x[i]$$

Procesiranje signala

Drawing systems in MATLAB with DrawFilt



Profesor dr Miroslav Lutovac

mlutovac@viser.edu.rs

Ova prezentacija je nekomercijalna.

Slajdovi mogu da sadrže materijale preuzete sa Interneta, stručne i naučne građe, koji su zaštićeni Zakonom o autorskim i srodnim pravima.

Ova prezentacija se može koristiti samo privremeno tokom usmenog izlaganja nastavnika u cilju informisanja i upućivanja studenata na dalji stručni, istraživački i naučni rad i u druge svrhe se ne sme koristiti –

Član 44 - Dozvoljeno je bez dozvole autora i bez plaćanja autorske naknade za nekomercijalne svrhe nastave:

(1) javno izvođenje ili predstavljanje objavljenih dela u obliku neposrednog poučavanja na nastavi;

- ZAKON O AUTORSKOM I SRODNIM PRAVIMA

("Sl. glasnik RS", br. 104/2009 i 99/2011)