

KINEMATIKA- zadaci za vežbanje

KINEMATIKA TAČKE

1. Oznake i jedinice za merenje: mase, vremena, brzine, ubrzanja, ugaone brzine, ugaonog ubrzanja.

$$m[\text{kg}], \quad t[\text{s}], \quad v[\text{m/s}], \quad a[\text{m/s}^2], \quad \omega[\text{rad/s}], \quad \varepsilon[\text{rad/s}^2].$$

2. Odrediti put koji tačka pređe za 5min krećući se stalnom brzinom od 54km/h.

$$t = 300\text{s}; \quad v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{54}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad s = v \cdot t = 15 \cdot 300 = 4500\text{m} = 4,5\text{km}$$

3. Za koje vreme bi tačka prešla put od 300m krećući se stalnom brzinom od 144km/h.

$$s = 300\text{m}; \quad v = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{144}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad t = \frac{s}{v} = \frac{300}{40} = 7,5\text{s}$$

4. Za tačku koja se kreće pravolinijski po zakonu $x=2t^2+6t+2$ odrediti brzinu i ubrzanje u trenutku $t=4\text{s}$. [dužina je data u m]

$$v = \dot{x} = 2 \cdot 2t + 6 \cdot 1 + 0 = 4t + 6; \quad a = \ddot{x} = 4 \cdot 1 + 0 = 4$$

$$v_{(t=4\text{s})} = 4 \cdot 4 + 6 = 22\text{m/s}; \quad a_{(t=4\text{s})} = 4\text{m/s}^2;$$

5. Automobil se kreće jednako usporeno. Za 20s, sa 126km/h smanjuje brzinu na 54km/h. Odrediti usporenje.

$$t = 20\text{s}; \quad v_0 = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{126}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad v_1 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_1 = v_0 - at \rightarrow 15 = 35 - a \cdot 20 \rightarrow 20a = 35 - 15 \rightarrow 20a = 20 \rightarrow a = \frac{20}{20} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

6. Automobil se kreće jednako ubrzano. Za 40s, sa 36km/h povećava brzinu na 108km/h. Odrediti ubrzanje.

$$t = 40\text{s}; \quad v_0 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{36}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad v_1 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_1 = v_0 + at \rightarrow 30 = 10 + a \cdot 40 \rightarrow 30 - 10 = 40a \rightarrow 20 = 40a \rightarrow a = \frac{20}{40} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

7. Tačka se kreće bez početne brzine ravnomerno ubrzano s ubrzanjem 2 m/s^2 . Posle kog vremena postiže brzinu od 36 km/h.

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad v_0 = 0; \quad v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{36}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$v_1 = v_0 + at \rightarrow 10 = 0 + 2 \cdot t \rightarrow 10 = 2t \rightarrow t = \frac{10}{2} = 5\text{s}$$

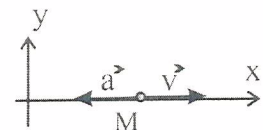
8. Jednačine kretanja tačke glase: $x = t^2 + t$, $y = 4t^2 + t$. Odrediti brzinu i ubrzanje u funkciji vremena. Odrediti brzinu i ubrzanje u trenutku $t=4\text{s}$.

$$\dot{x} = 2t + 1 = 2t + 1; \quad \ddot{x} = 2 \cdot 1 + 0 = 2; \quad \dot{y} = 4 \cdot 2t + 1 = 8t + 1; \quad \ddot{y} = 8 \cdot 1 + 0 = 8;$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{(2t+1)^2 + (8t+1)^2} = \sqrt{(4t^2 + 4t + 1) + (64t^2 + 16t + 1)} = \sqrt{68t^2 + 20t + 2}$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{68} = 8,25\text{m/s}^2 = \text{const}; \quad v_{(t=4\text{s})} = \sqrt{68 \cdot 4^2 + 20 \cdot 4 + 2} = 34,2\text{m/s};$$

9. Za slučaj pravolinijskog kretanja po osi Ox ucrtati vektor ubrzanja u tački M ako je kretanje usporeno i odvija se udesno.



10. Odrediti brzinu i ubrzanja tačke ako je dat vektor položaja $\vec{r} = (t+3)\vec{i} + (2t^2-4)\vec{j}$

$$\vec{r} = (t+3)\vec{i} + (2t^2-4)\vec{j} \rightarrow x = t+3 \quad y = 2t^2-4 \quad \dot{x} = 1 \quad \ddot{x} = 0 \quad \dot{y} = 4t \quad \ddot{y} = 4$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{1^2 + (4t)^2} = \sqrt{1 + 16t^2} \quad a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{0 + 4^2} = \sqrt{16} = 4\text{m/s}^2 = \text{const};$$

KINEMATIKA TELA –ROTACIJA

1. Odrediti ugaono ubrzanje u funkciji vremena ako je dat zakon promene ugaone brzine: $3t^2 - 6$. Koliko je ugaono ubrzanje u trenutku $t=3s$.

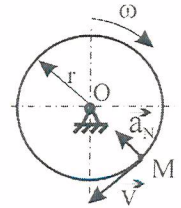
$$\omega = 3t^2 - 6 \quad \varepsilon = \dot{\omega} = 3 \cdot 2t - 0 = 6t \quad \varepsilon_{(t=3s)} = 6 \cdot 3 = 18 \frac{rad}{s^2}$$

2. Odrediti ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje u funkciji vremena ako je dat zakon promene ugla obrtanja: $\varphi = 4t^2 + 2t$. Koliko iznose ugaona brzina i ugaono ubrzanje u trenutku $t=2s$.

$$\omega = \dot{\varphi} = 4 \cdot 2t + 2 \cdot 1 = 8t + 2 \quad \varepsilon = \dot{\omega} = \ddot{\varphi} = 8 \cdot 1 + 0 = 8$$

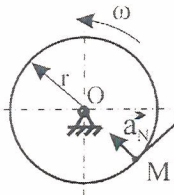
$$\omega_{(t=2s)} = 8 \cdot 2 + 2 = 18 \frac{rad}{s} \quad \varepsilon_{(t=2s)} = 8 \frac{rad}{s^2}$$

3. Prikazani disk, prečnika $d=60cm$, se obrće oko nepomične ose u smeru kazaljke na satu. Odrediti brzinu, tangencijalno, normalno i ukupno ubrzanje tačke M i ucrtati vektore brzine i ubrzanja ako je dat broj obrtaja u minuti $n=300ob/min$.



$$r = \frac{d}{2} = 0,3m \quad \omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 300}{30} = 31,4 \frac{rad}{s} \quad v = r \omega = 0,3 \cdot 31,4 = 9,42 \frac{m}{s}$$

$$\varepsilon = 0 \rightarrow a_T = r \varepsilon = 0 \quad a_N = r \omega^2 = 0,3 \cdot 31,4^2 = 295,8 \frac{m}{s^2} \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = a_N = 295,8 \frac{m}{s^2}$$



4. Prikazani disk, prečnika $d=60cm$, se obrće oko nepomične ose u smeru suprotnom kazaljke na satu. Odrediti brzinu, tangencijalno, normalno i ukupno ubrzanje tačke M i ucrtati vektore brzine i ubrzanja ako data konstantna ugaona brzina $\omega=4rad/s$.

$$r = \frac{d}{2} = 0,3m \quad \omega = 4 \frac{rad}{s} \quad v = r \omega = 0,3 \cdot 4 = 1,2 \frac{m}{s}$$

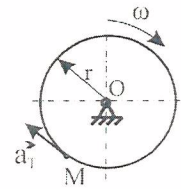
$$\varepsilon = 0 \rightarrow a_T = r \varepsilon = 0 \quad a_N = r \omega^2 = 0,3 \cdot 4^2 = 4,8 \frac{m}{s^2} \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = a_N = 4,8 \frac{m}{s^2}$$

5. Prikazani disk, prečnika $d=0,8m$, se obrće oko nepomične ose u smeru kazaljke na satu. Ako je data brzina tačke M - $v_M=500cm/s$ odrediti ugaonu brzinu diska.

$$v_M = 5 \frac{m}{s} \quad r = \frac{d}{2} = 0,4m \quad v_M = r \omega \rightarrow \omega = \frac{v_M}{r} = \frac{5}{0,4} = 12,5 \frac{rad}{s}$$

6. Disk poluprečnika r rotira ubrzano oko ose O, u smeru kazaljke na satu. Izračunati i ucrtati tangencijalno ubrzanje tačke na obodu ($r=1m$; ugaono ubrzanje $6rad/s=6s^{-2}$).

$$\varepsilon = 6 \frac{rad}{s^2} \rightarrow a_T = r \varepsilon = 1 \cdot 6 = 6 \frac{m}{s^2}$$



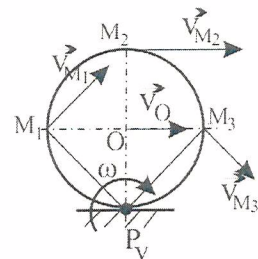
KINEMATIKA TELA –RAVNO KRETANJE

1. Točak poluprečnika $r=20cm$ kotrlja se bez klizanja po pravolinijskom putu. Brzina središta $v_0=20m/s=const$. Odrediti ugaonu brzinu a zatim odrediti i ucrtati brzinu tačaka M_1, M_2, M_3 .

Trenutni pol brzina se nalazi u tački dodira sa podlogom.

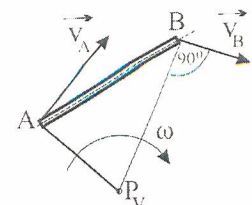
$$r = 0,2m \quad \omega = \frac{v_O}{OP_v} = \frac{v_O}{r} = \frac{20}{0,2} = 100 \frac{rad}{s}$$

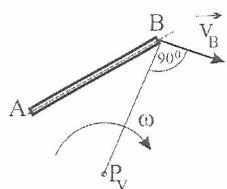
$$v_{M_2} = \omega \cdot M_2P_v = \omega \cdot 2r = 100 \cdot 0,4 = 40 \frac{m}{s}; \quad v_{M_1} = v_{M_3} = \omega \cdot M_1P_v = \omega \cdot r\sqrt{2} = 100 \cdot 0,2\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$



2. Za štap na slici dato je: $v_A=40m/s$; $AP_v=40cm$. Odrediti intenzitet i ucrtati smer ugaone brzine. Ako je rastojanje $BP_v=0,6m$ odrediti veličinu brzine tačke B i ucrtati vektor brzine.

$$AP_v = 0,4m, \quad \omega = \frac{v_A}{AP_v} = \frac{40}{0,4} = 100 \frac{rad}{s} \quad v_B = \omega \cdot BP_v = 100 \cdot 0,6 = 60 \frac{m}{s}$$



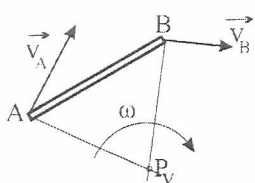
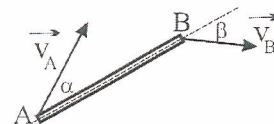


3. Za štap je dato: $\omega = 7s^{-1}$; $BP_v = 30cm$. Odrediti veličinu i ucrtati brzinu tačke B.

$$v_B = \omega \cdot BP_v = 7 \cdot 0,3 = 2,1 \frac{m}{s}$$

4. Za štap na slici dato je: $v_B = 14m/s$; $\alpha = 20^\circ$; $\beta = 50^\circ$. Odrediti brzinu tačke A.

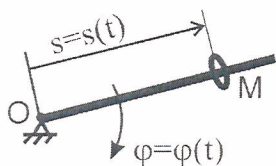
$$v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta \rightarrow v_A = \frac{v_B \cos \beta}{\cos \alpha} = \frac{14 \cdot \cos 50^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{14 \cdot 0,6428}{0,9397} = 9,58 \frac{m}{s}$$



5. Za štap na slici odrediti položaj trenutnog pola brzina i ucrtati smer ugaone brzine oko pola.

Trenutni pol brzina nalazi se u preseku normala na vektore brzina v_A i v_B a smer ugaone brzine je saglasan smeru brzina v_A i v_B .

SLOZENO KRETANJE



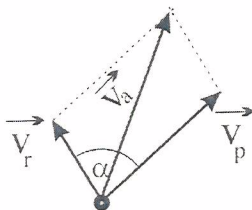
1. Dat je zakon kretanja $s = 8t^2 + 4$. Odrediti relativnu brzinu i relativno ubrzanje u trenutku $t = 2s$.

$$v_r = \dot{s} = 8 \cdot 2t + 0 = 16t \quad a_r = \ddot{s} = 16m/s^2 = const$$

$$v_r(t=2s) = 16 \cdot 2 = 32m/s$$

2. Ako je prenosna ugaona brzina jednaka $12rad/s$, a relativna brzina $10m/s$, izračunati intenzitet Koriolisovog ubrzanja.

$$a_{cor} = 2\omega_p \cdot v_r = 2 \cdot 12 \cdot 10 = 240 \frac{m}{s^2}$$



3. Odrediti intenzitet apsolutne brzine računskim putem ako je dato: $v_p = 10m/s$, $v_r = 10m/s$, $\alpha = 60^\circ$.

$$v_r = \sqrt{v_p^2 + v_r^2 + 2v_p v_r \cos \alpha} = \sqrt{(10)^2 + (10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,5} = \sqrt{300} = 17,32m/s$$