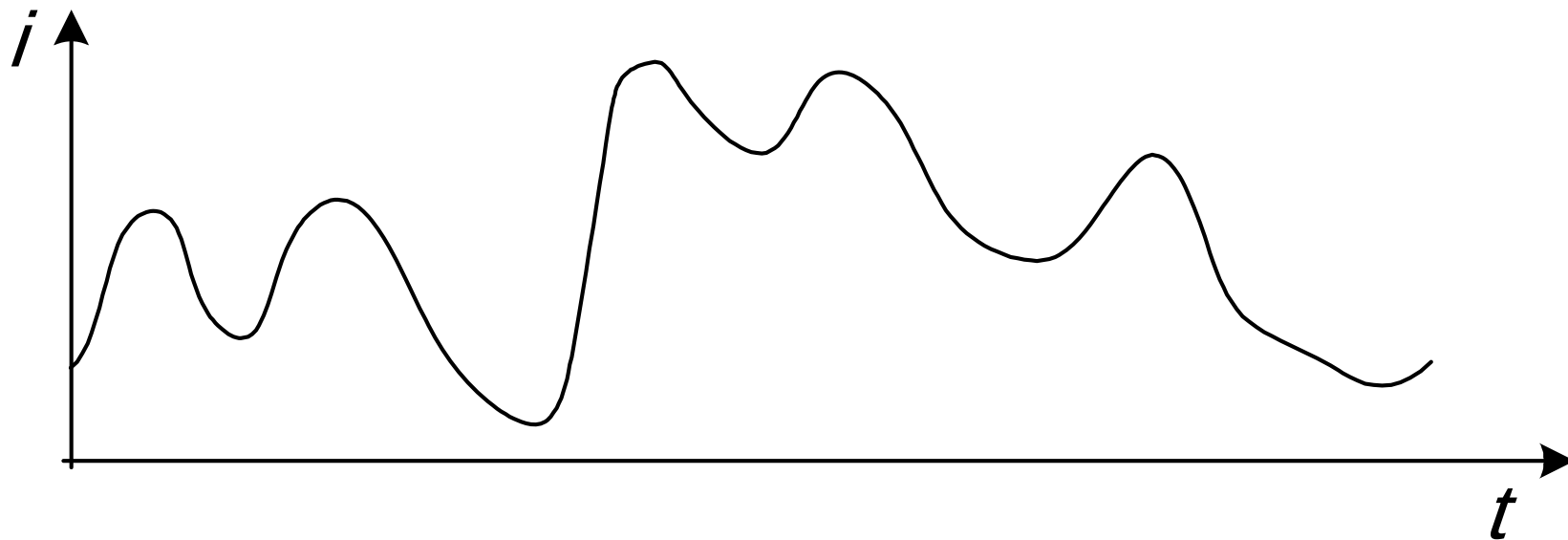


2.

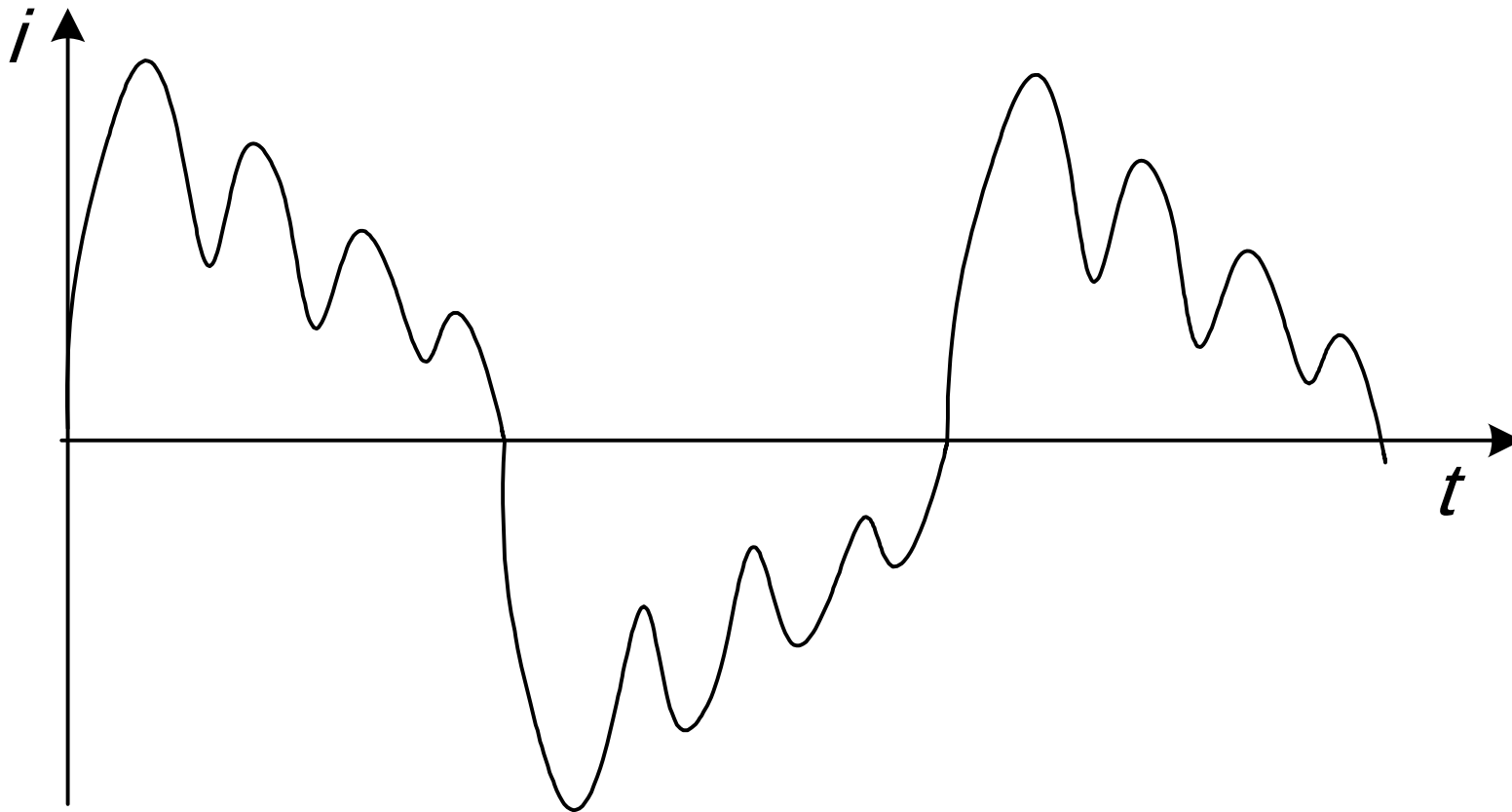
**VREMENSKI
PROMENLJIVE
PROSTOPERIODIČNE
ELEKTRIČNE STRUJE**

PROSTOPERIODIČNE ELEKTRIČNE STRUJE

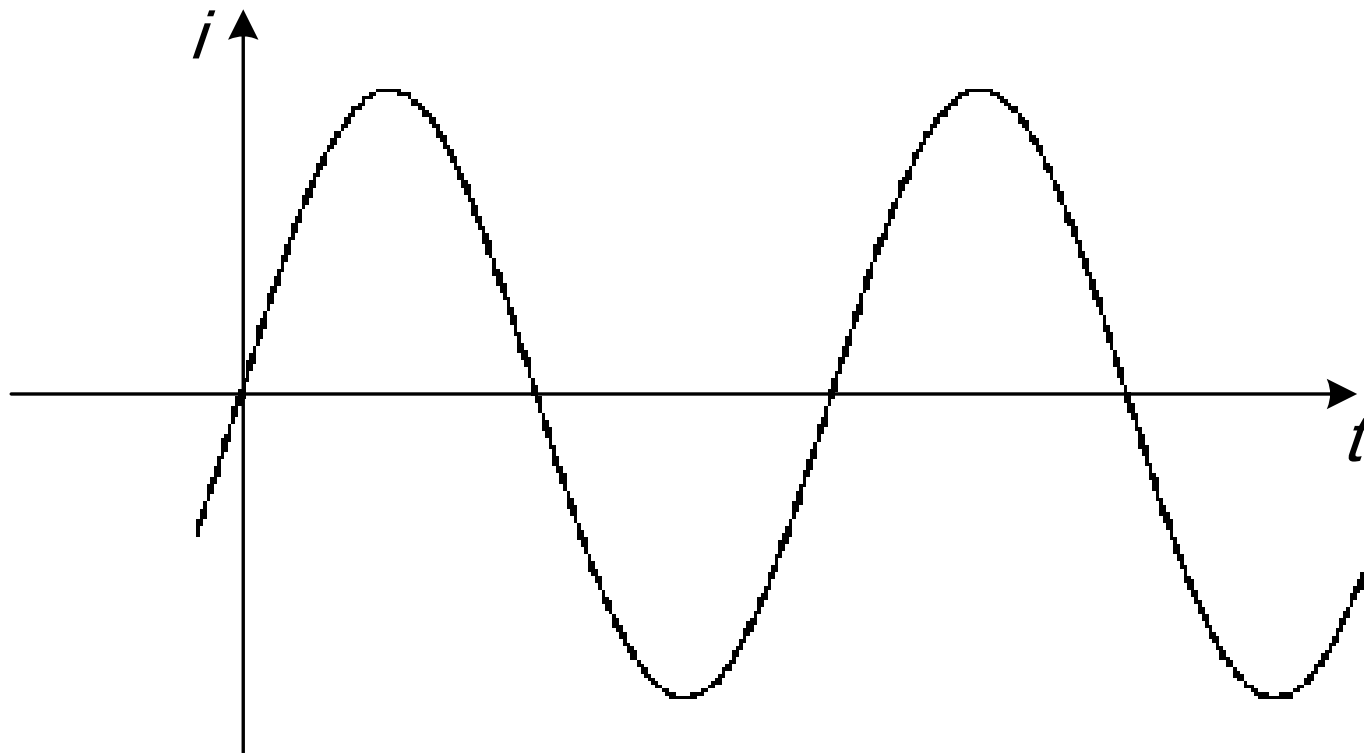
Vremenski promenljive električne struje u svakom trenutku vremena menjaju intenzitet..



Naizmenične električne struje su one vremenski promenljive struje koje pored intenziteta povremeno menjaju smer. One mogu biti neperiodične ili periodične, a periodične mogu biti složenoperiodične i prostoperiodične.



Mi ćemo proučavati samo prostoperiodične električne struje (struje sinusnog i kosinusnog oblika). Ove struje se koriste u elektrotehnici, jer su samo za njih na svim elementima u kolu (otpornik, kalem, kondenzator), oblici napona i struje isti.

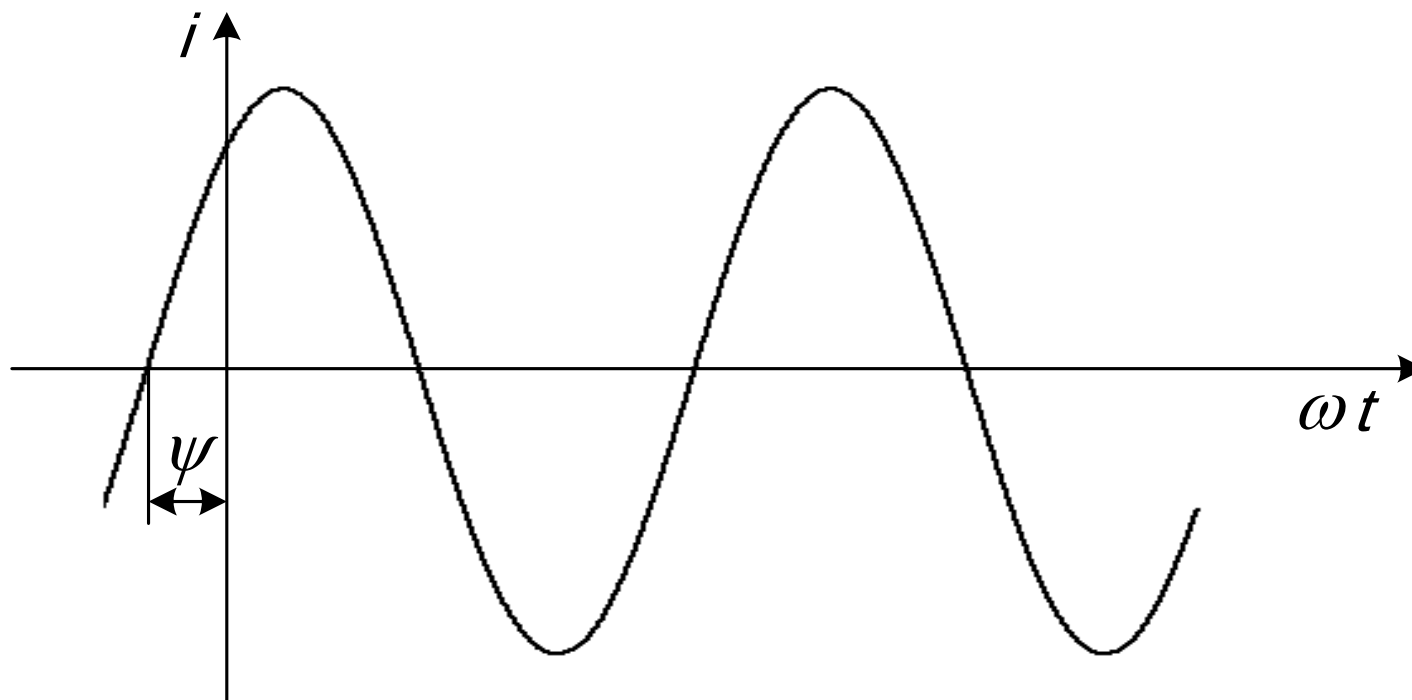


Grafički prikaz električne struje i napona ima isti oblik u zavisnosti od promene vremena i u zavisnosti od promene faze. Zato se nekad crta grafik $i(t)$, a nekad $i(\omega t)$

$i(t)$ je u stvari grafik istog oblika kao grafik $i(\omega t)$

Šta je trenutna vrednost električne struje i ?

Vrednost koju struja ima u nekom trenutku vremena.

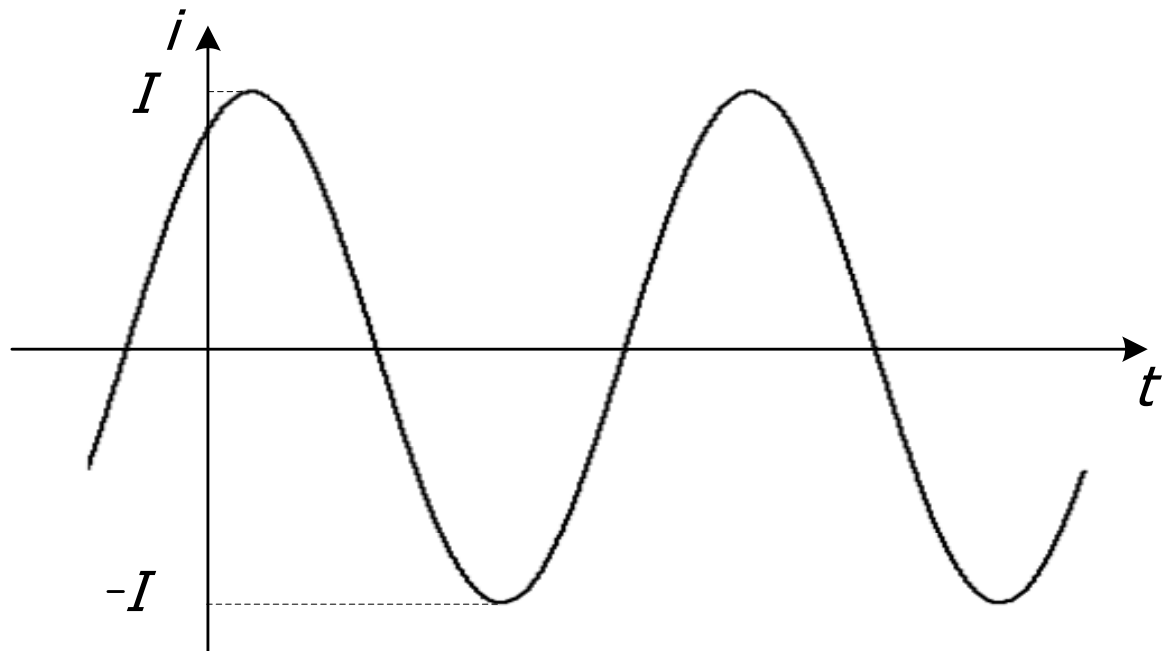


$$\mathbf{i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)}$$

Šta je amplituda prostoperiodične električne struje I_m ?

Maksimalna vrednost koju struja može imati (kada je $\sin(\omega t + \psi) = 1$.

Amplituda je isključivo pozitivna veličina.



Šta je trenutna faza?

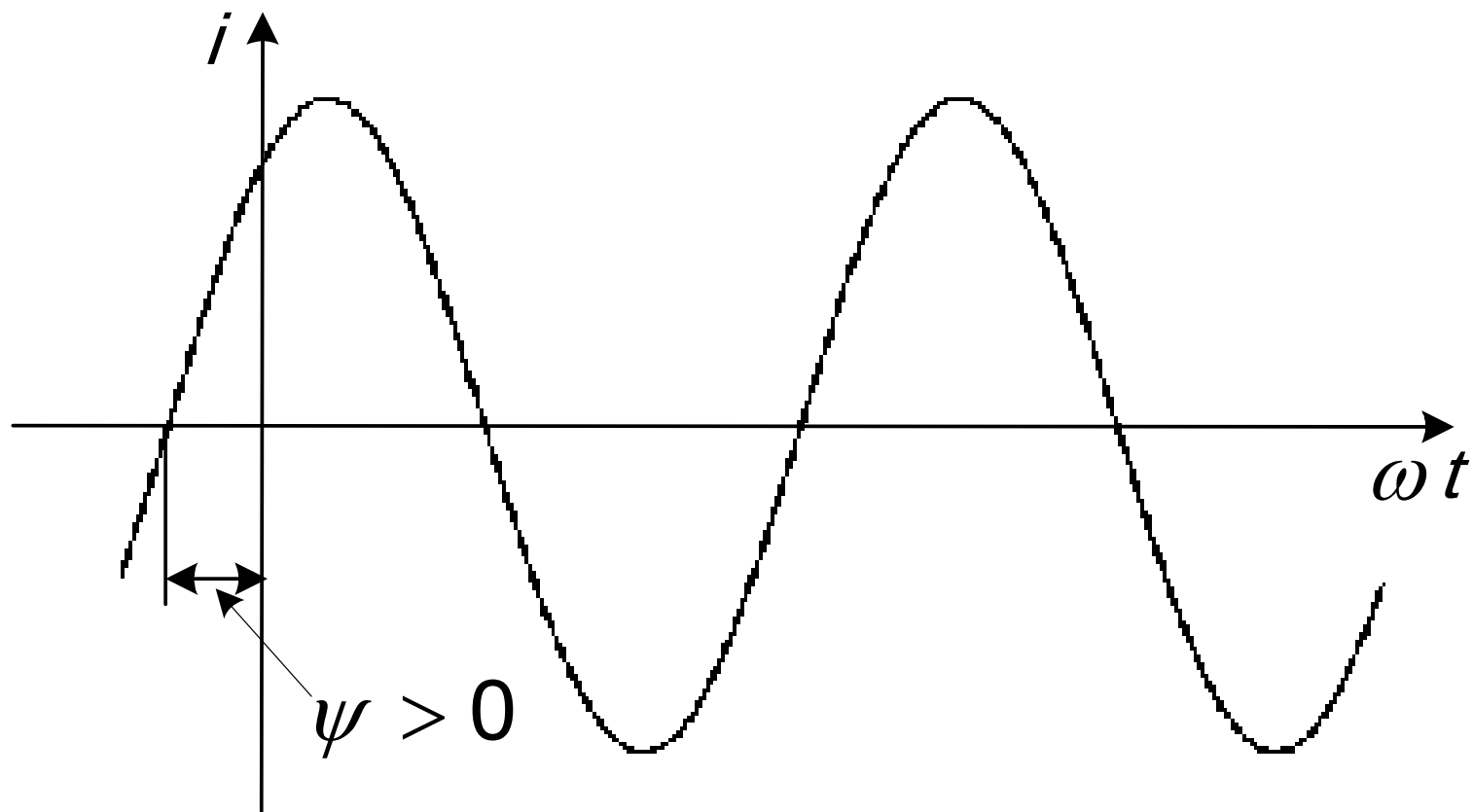
Faza koju ima struja u nekom trenutku vremena:

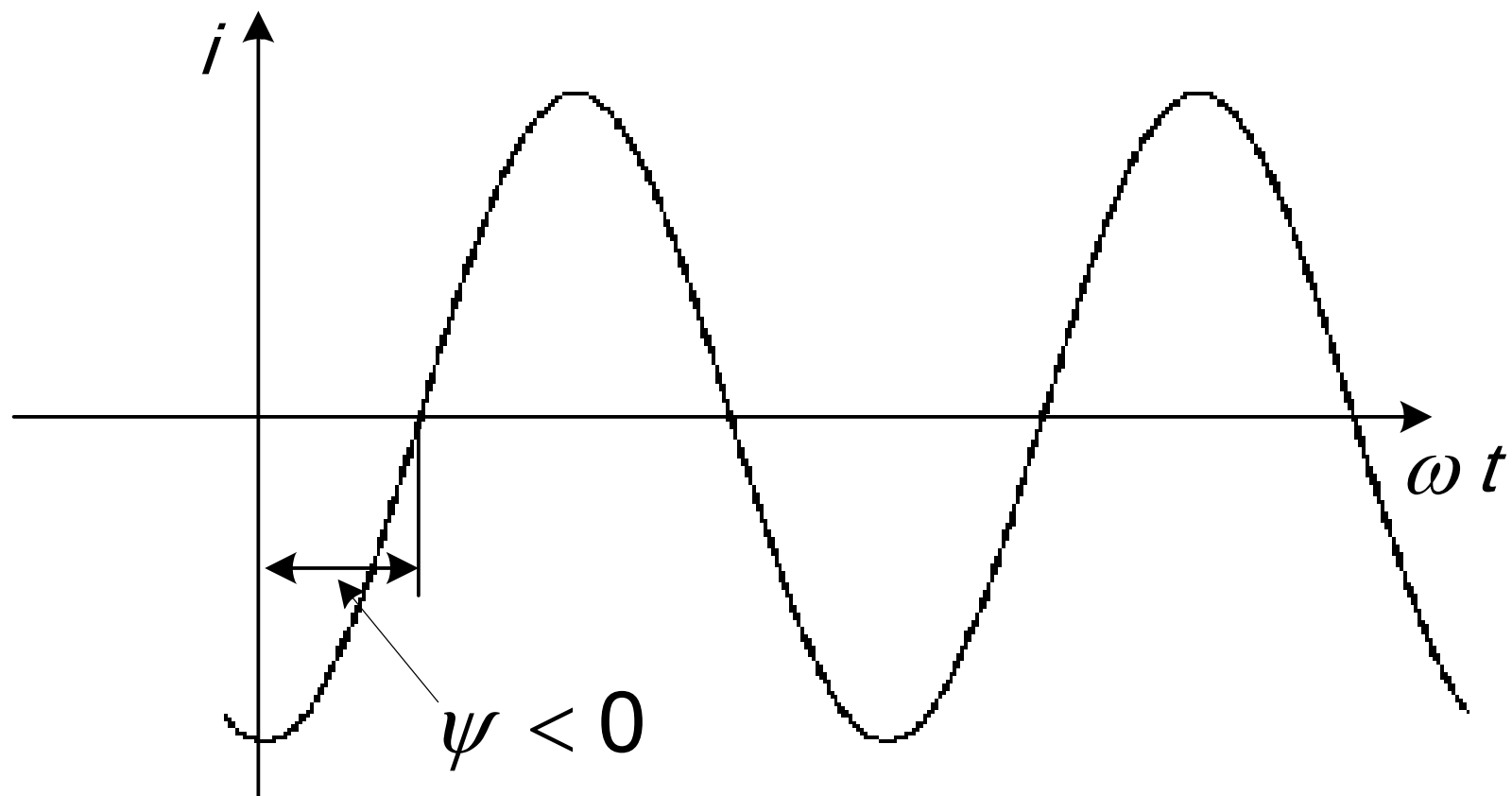
$$\omega t + \psi$$

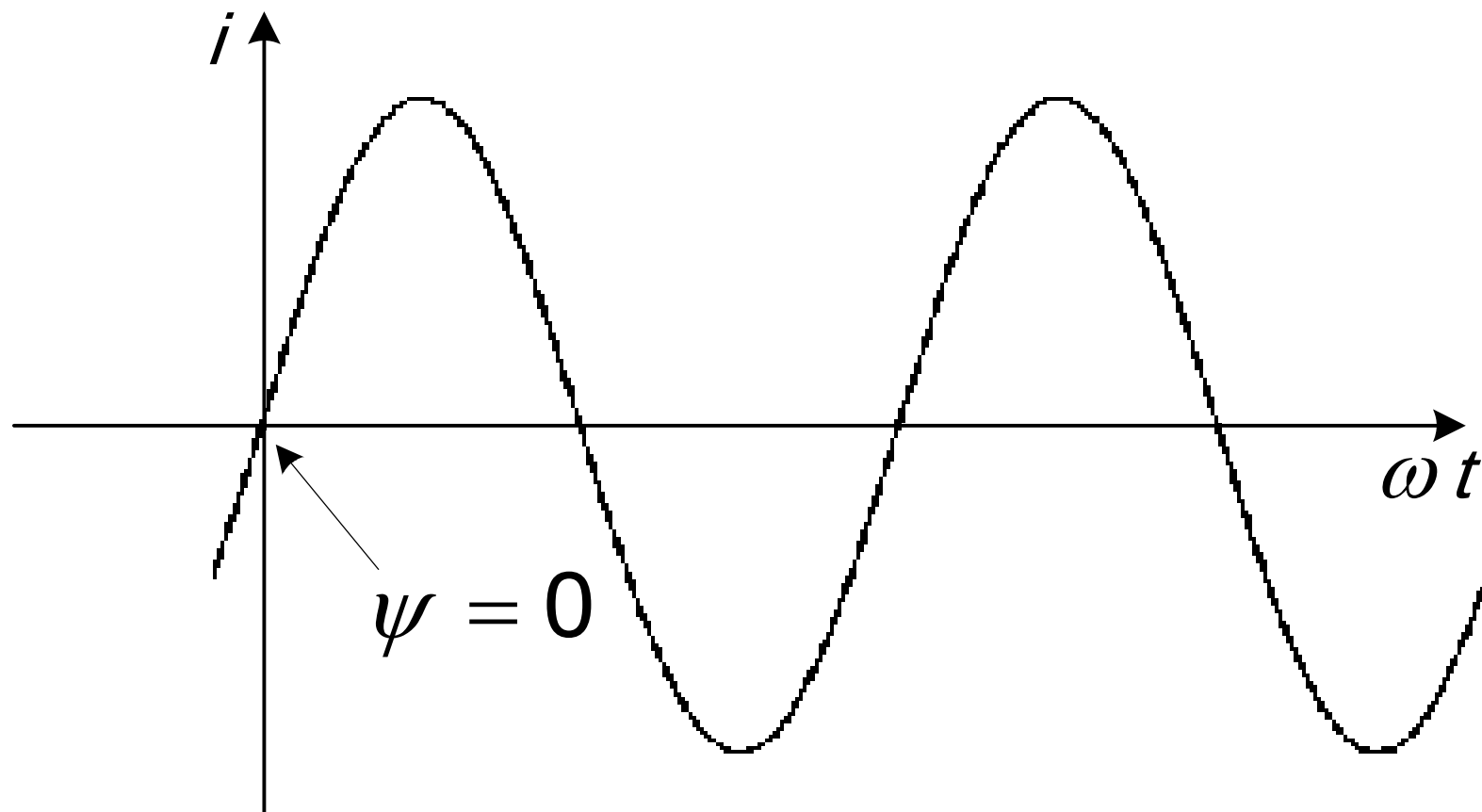
Šta je početna faza ψ ?

To je faza (ugao) koju struja ima u početnom trenutku posmatranja.

Početna faza može biti i pozitivna i negativna i jednaka 0.







Šta je kružna učestanost ω ?

To je brzina rotacije generatora naizmeničnog (prostoperiodičnog) signala:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

gde je: f – učestanost (frekvencija) – [Hz]

T – period oscilacija [s]

Koja je jedinica za kružnu učestanost?

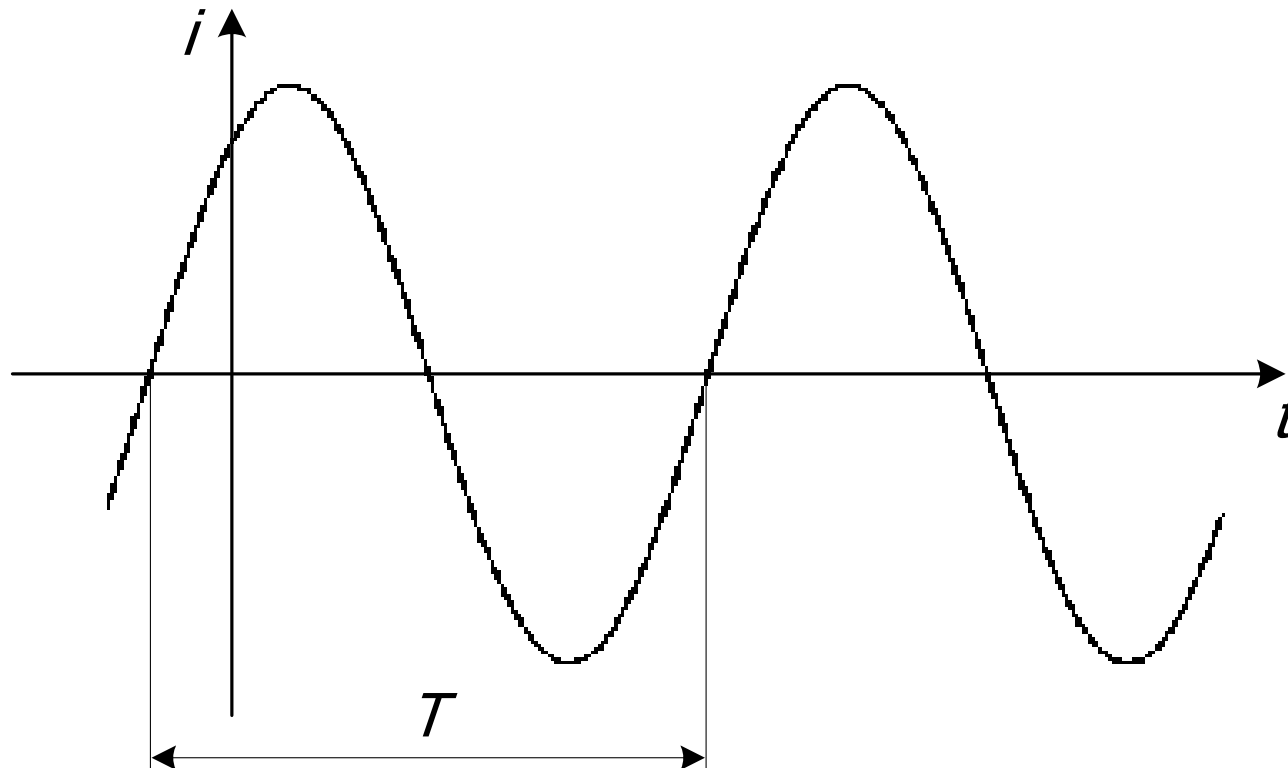
$$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ili

$$\mathbf{s^{-1}}$$

Šta je period funkcije T ?

Vreme za koje se funkcija počne ponavljati na isti način.



Šta je učestanost (frekvencija) f ?

Broj ponavljanja perioda u jednoj sekundi.

Učestanost je obrnuto srazmerna periodu:

$$f = \frac{1}{T}$$

Koja je jedinica za učestanost?

Herc [Hz]

Šta je srednja vrednost električne struje?

$$\mathbf{I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt}$$

Srednja vrednost sinusoide je 0, pa je zato i srednja vrednost prostoperiodičnih struja i napona jednaka 0.

Šta je efektivna vrednost električne struje?

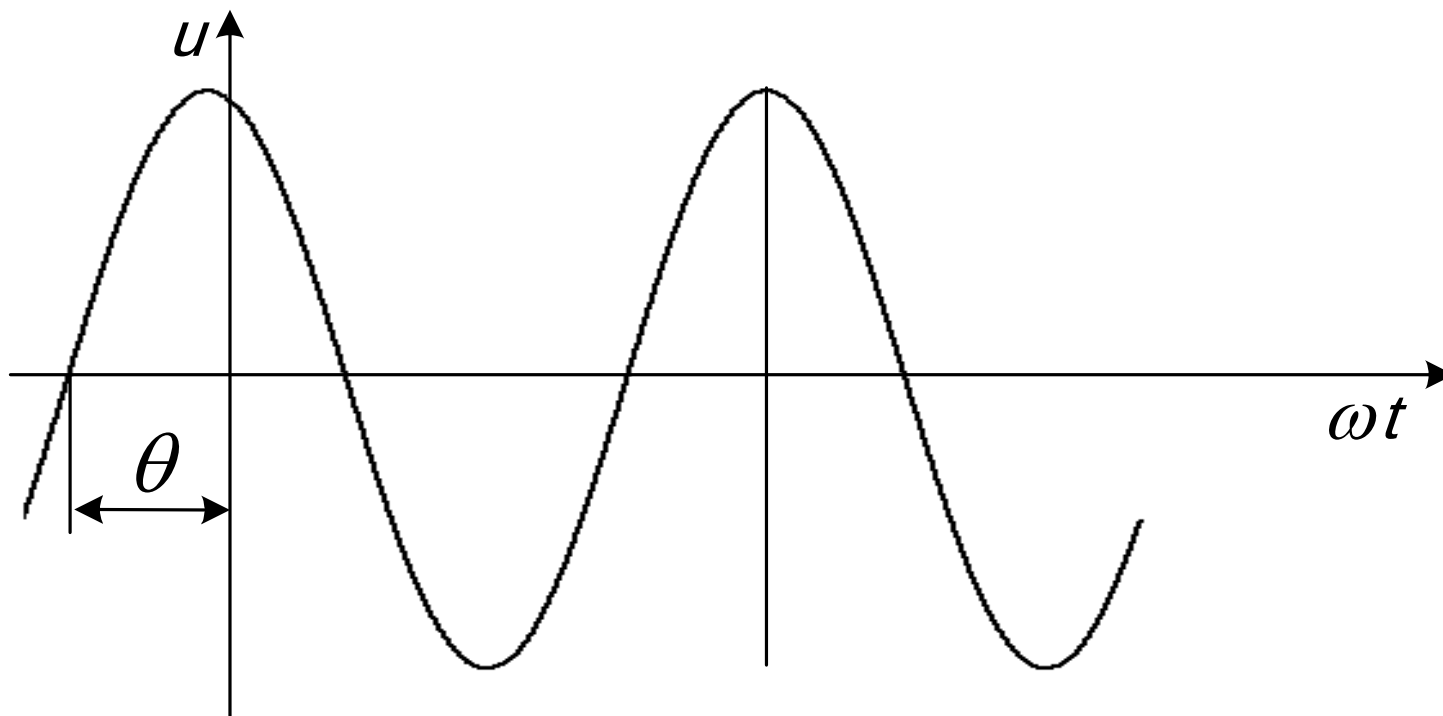
Matematički izraz za srednju kvadratnu vrednost:

$$\mathbf{I} = \sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{T}} \int_0^T \mathbf{i}^2(\mathbf{t}) d\mathbf{t}}$$

Efektivna vrednost električne struje sinusnog oblika je:

$$**I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}**$$

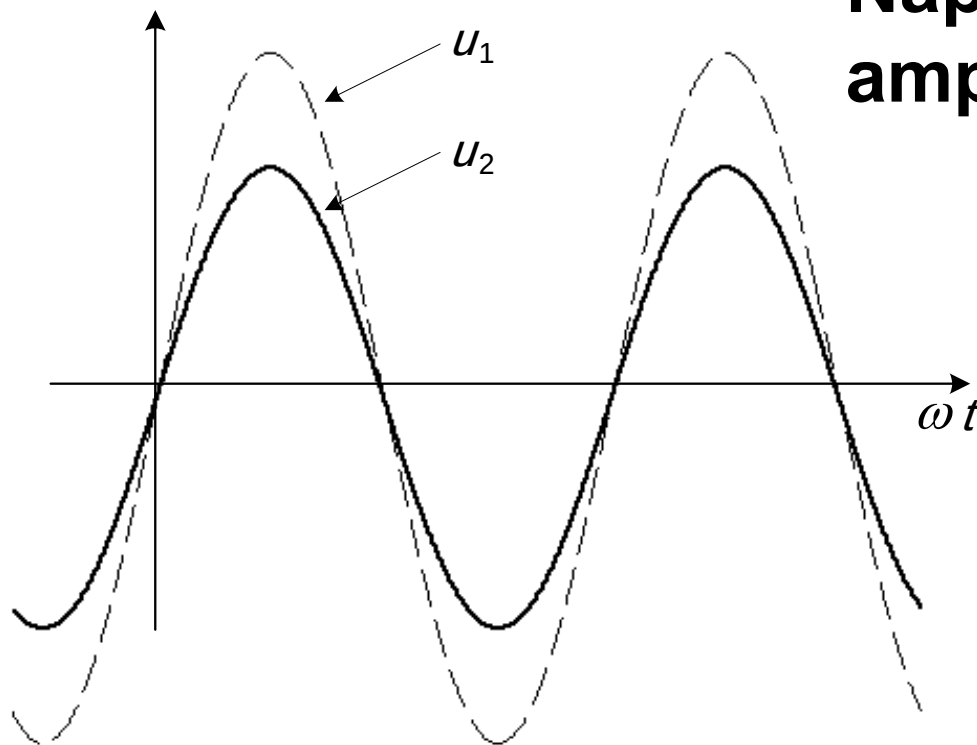
Sve ove definicije važe i za napone.



$$\mathbf{u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)}$$

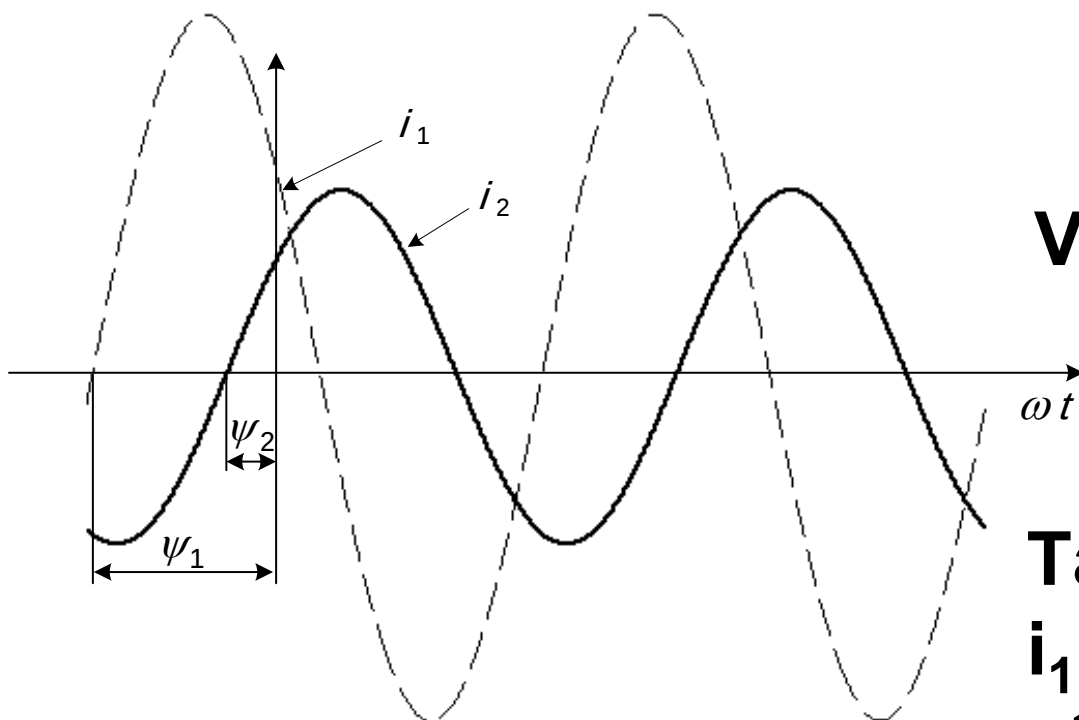
Električne struje i naponi mogu se porediti po amplitudi i po fazi.

Primer 1:



Napon u_1 ima veću amplitudu od napona u_2 .

Primer 2:



Fazna razlika između struje i_1 i i_2 je

$$\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2$$

Važi da je $\psi_1 > \psi_2$

pa je i $\Delta\psi > 0$

Tada kažemo da struja i_1 fazno prednjači struji i_2 za $\Delta\psi$

odnosno da struja i_2 fazno kasni za strujom i_1 za $\Delta\psi$

**Za trenutne vrednosti prostoperiodičnih
napona i struja važe Omov, 1. i 2. Kirhofov
zakon.**

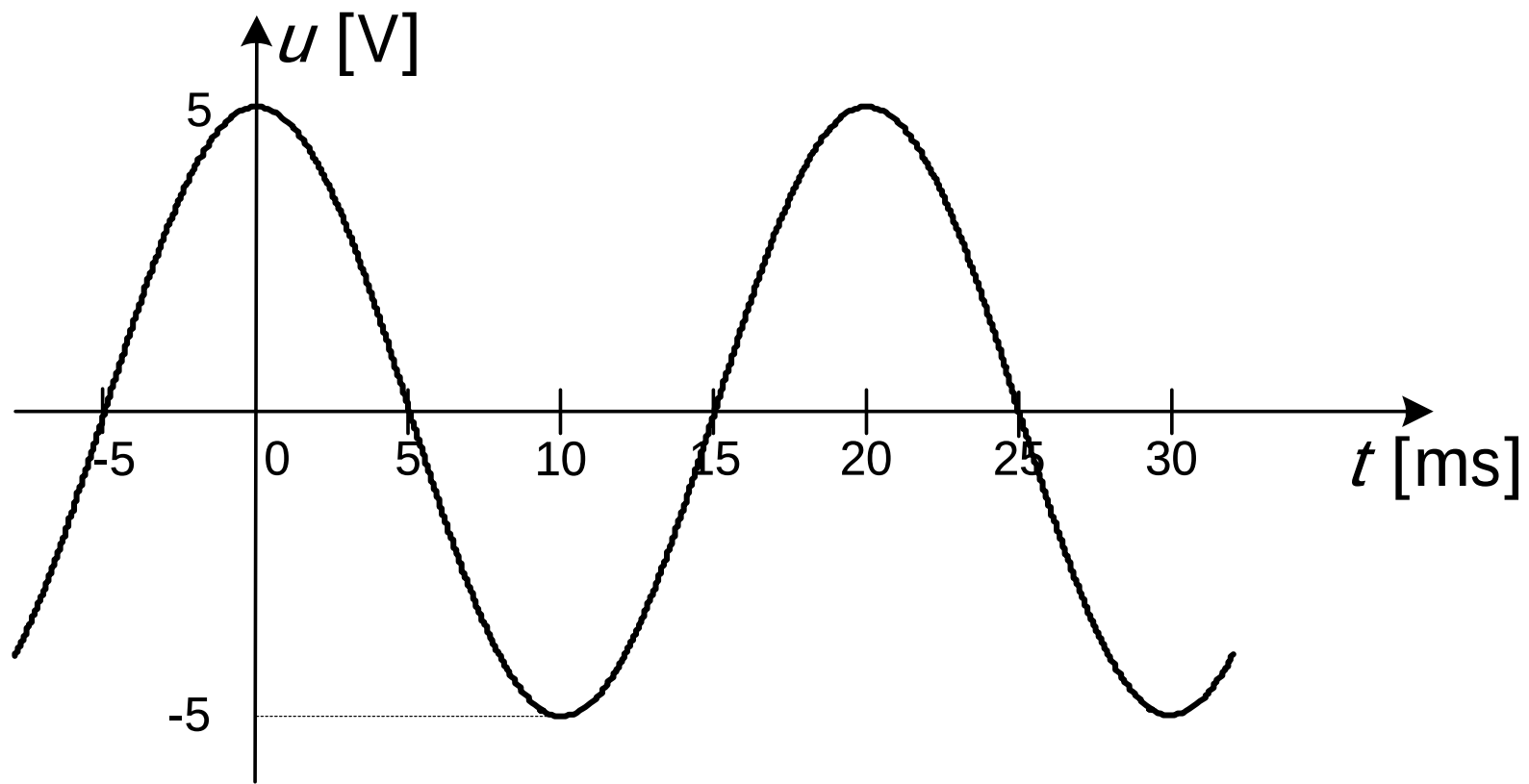
ZADACI:

1.1 Na slici je prikazan grafik zavisnosti vremenske promene napona između dve tačke u jednom kolu.

a) Odrediti amplitudu, efektivnu vrednost, početnu fazu, kružnu učestanost i frekvenciju ovog napona.

b) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost ovog napona.

c) Kolika je trenutna vrednost napon u trenutku $t = 10 \text{ ms}$?



1.2 Trenutna vrednost struje u jednoj grani kola menja se po zakonu:

$$i(t) = 0,1 \sin\left(10^4 t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ A}$$

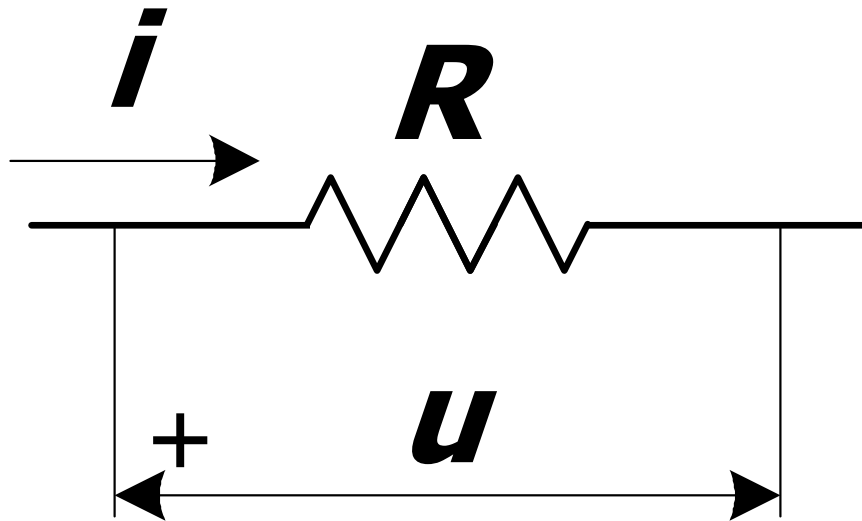
a) Nacrati grafik zavisnosti vremenske promene ove struje

b) Na istom grafiku nacrtati promene struje $i_1(t)$ koja prednjači struji $i(t)$ za $\frac{\pi}{2}$

c) Na istom grafiku nacrtati promene struje $i_2(t)$ koja kasni za strujom $i(t)$ za $\frac{\pi}{3}$

OTPORNIK U KOLU PROSTOPERIODIČNE ELEKTRIČNE STRUJE

Napon na krajevima otpornika i električna struja koja protiče kroz njega povezani su Omovim zakonom:



$$u = R \cdot i$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{u}(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$\boldsymbol{i}(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{R} \cdot I_m \sin(\omega t + \psi) = U_m \sin(\omega t + \theta)$$

Iz gornje jednačine vidimo da je amplituda napona:

$$\boldsymbol{U_m = R \cdot I_m}$$

a početna faza napona jednaka je početnoj fazi struje:

$$\theta = \psi$$

Kako se fazno porede naponi i struje?

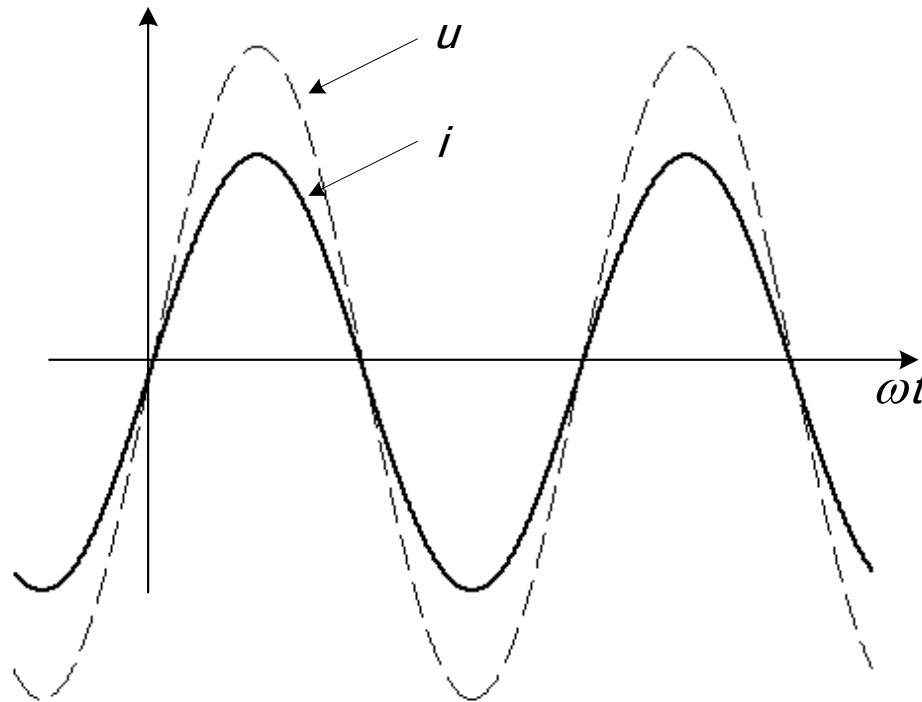
Uvodi se fazna razlika napona i struje φ .

To je razlika početnih faza napona i struje:

$$\varphi = \theta - \psi$$

Kod otpornika je $\varphi = 0$

što znači da su kod otpornika napon i struja u fazi.



Šta je R?

Aktivna otpornost otpornika (rezistansa). Može biti isključivo pozitivna veličina.

ZADACI:

2.1 U otporniku otpornosti $R = 1 \text{ k}\Omega$

uspostavljena je prostoperiodična struja efektivne vrednosti $I = 10 \text{ mA}$, učestanosti $f = 200 \text{ Hz}$ i početne faze $\psi = \frac{\pi}{8}$.

- a) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost struje kroz otpornik**
- b) Odrediti napon između krajeva otpornika**
- c) Nacrtati na istom grafiku promene trenutnih vrednosti napona i struje kroz otpornik**

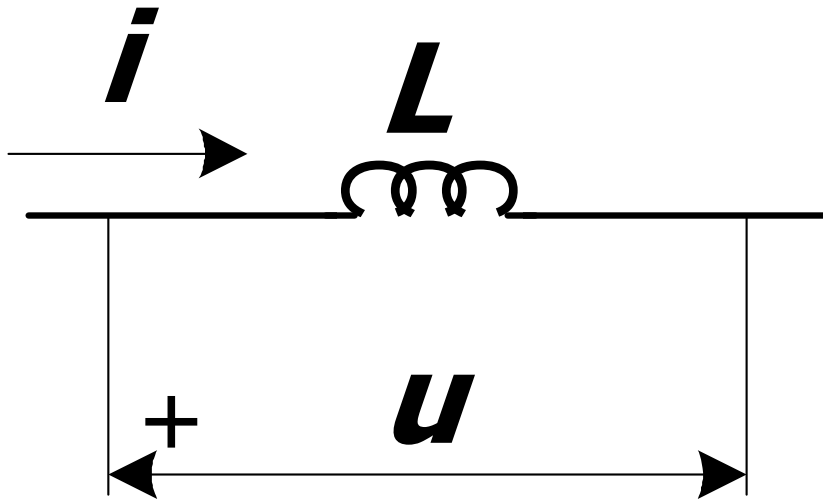
2.2 Napon na otporniku otpornosti $R = 5 \ \Omega$ menja se po zakonu

$$u(t) = 5 \sin\left(300t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

- a) Odrediti zakon po kom se menja struja kroz otpornik.**
- b) Koliko iznose efektivne vrednosti struje i napona na otporniku.**
- c) Nacrtati na istom grafiku promene trenutnih vrednosti napona i struje kroz otpornik.**

KALEM U KOLU PROSTOPERIODIČNE ELEKTRIČNE STRUJE

Napon na krajevima kalema i električna struja koja protiče kroz njega povezani su određenom zakonitošću:



$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{L} \cdot \frac{d\boldsymbol{i}}{dt}$$

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{U}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \theta)$$

$$\boldsymbol{i}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{I}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \psi)$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{L} \cdot \frac{d\boldsymbol{i}}{dt} = \omega \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{I}_m \cos(\omega \boldsymbol{t} + \psi) =$$

$$= \omega \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{I}_m \sin\left(\omega \boldsymbol{t} + \psi + \frac{\pi}{2}\right) = \boldsymbol{U}_m \sin(\omega \boldsymbol{t} + \theta)$$

Iz gornje jednačine vidimo da je amplituda napona:

$$\boldsymbol{U_m = \omega L \cdot I_m}$$

a početna faza napona:

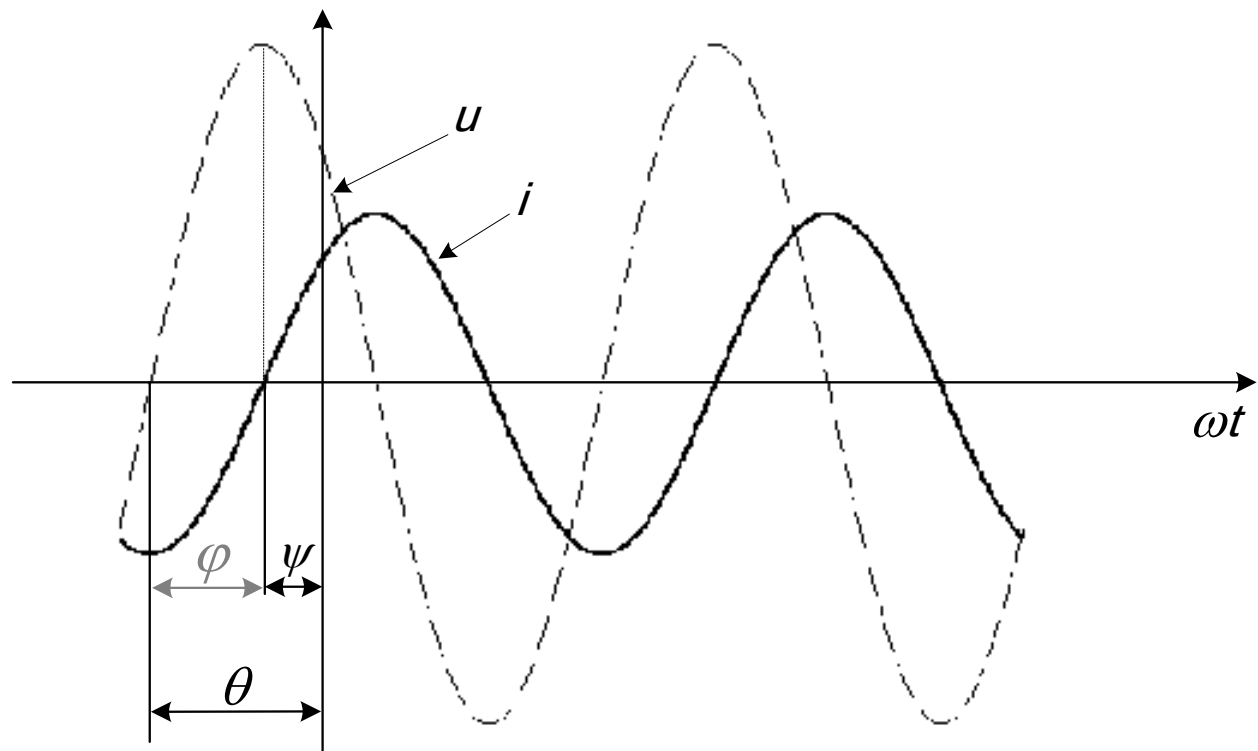
$$\theta = \psi + \frac{\pi}{2}$$

Kakva je razlika faza napona na kalemu i struje kroz njega?

$$\varphi = \theta - \psi = \psi + \frac{\pi}{\mathbf{2}} - \psi = \frac{\pi}{\mathbf{2}}$$

Kaže se da napon na kalemu fazno prednjači
struji za

$$\frac{\pi}{2}$$



Šta je ωL ?

Količnik amplitude napona U_m i amplitude struje I_m je proizvod ωL .

To je po dimenzijama otpornost ($U_m/I_m = \text{otpornost}$). Ali to nije termogena otpornost (ne pretvara se električna energija u toplotu kao kod otpornika). Zato se ova otpornost zove reaktivna otpornost (reaktansa) kalem:

$$X_L = \omega L$$

Kako koristimo kalem u kolu s obzirom na njegovu reaktivnu otpornost?

Izborom induktivnosti kalema, a u zavisnosti od učestanosti na kojoj kolo radi, možemo određivati električne struje u granama kola.

Kalem je propusnik niskih učestanosti.

ZADACI:

3.1 U kalemu induktivnosti $L = 10 \text{ mH}$, zanemarljive električne otpornosti, uspostavljena je prostoperiodična struja efektivne vrednosti $I = 5\sqrt{2} \text{ mA}$, kružne učestanosti $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ i početne faze

$$\psi = \frac{\pi}{3}$$

- a) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost struje kroz kalem.**
- b) Odrediti napon između krajeva kalema.**
- c) Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona i struje kroz kalem.**

3.2 Napon na kalemu se menja po zakonu

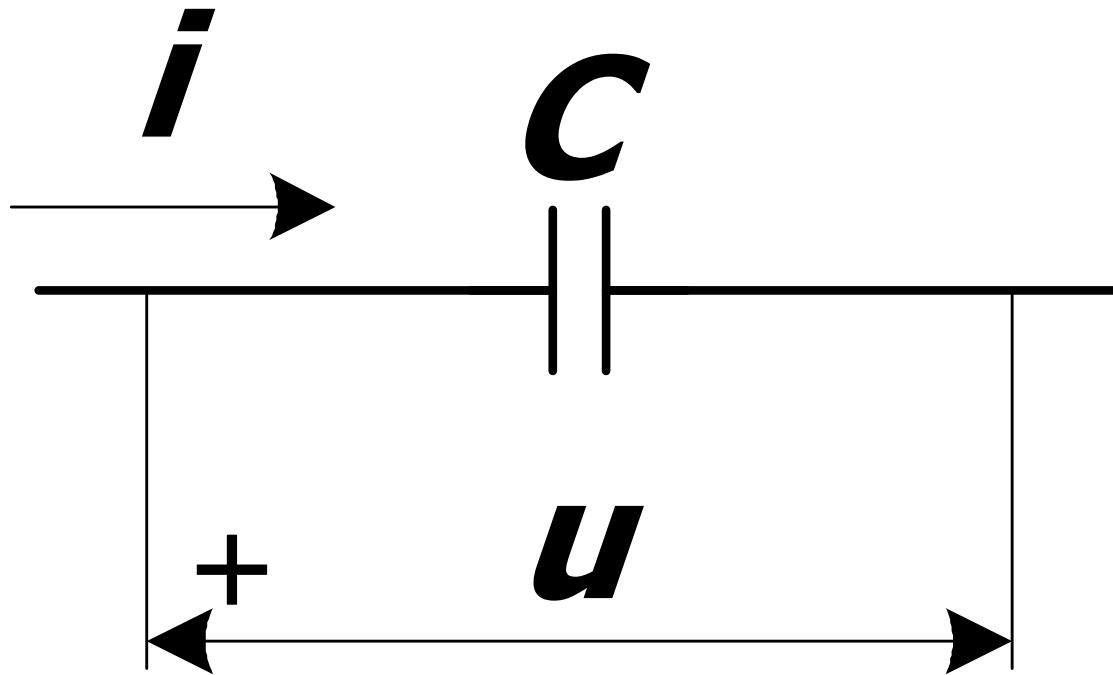
$$u(t) = 5 \sin(500t - \frac{\pi}{2}) \text{ V.}$$

Pri tome je reaktansa kalema $X_L = 50 \, \Omega$

- a) Odrediti induktivnost kalema.**
- b) Odrediti zakon po kom se menja struja kroz kalem.**
- c) Odrediti učestanost promene napona, odnosno struje.**

KONDENZATOR U KOLU PROSTOPERIODIČNE ELEKTRIČNE STRUJE

Napon na krajevima kondenzatora i električna struja koja protiče kroz granu sa kondenzatorom povezani su određenom zakonitošću:



$$u = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

$$du = \frac{1}{C} i dt$$

$$u = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$\mathbf{\textit{u}(t) = U_m \sin(\omega t + \theta)}$$

$$\mathbf{\textit{i}(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)}$$

$$\mathbf{\textit{u} = \frac{1}{C} \int \textit{i} dt = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \psi) = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2})}$$

Iz gornje jednačine vidimo da je amplituda napona:

$$U_m = \frac{I_m}{\omega C}$$

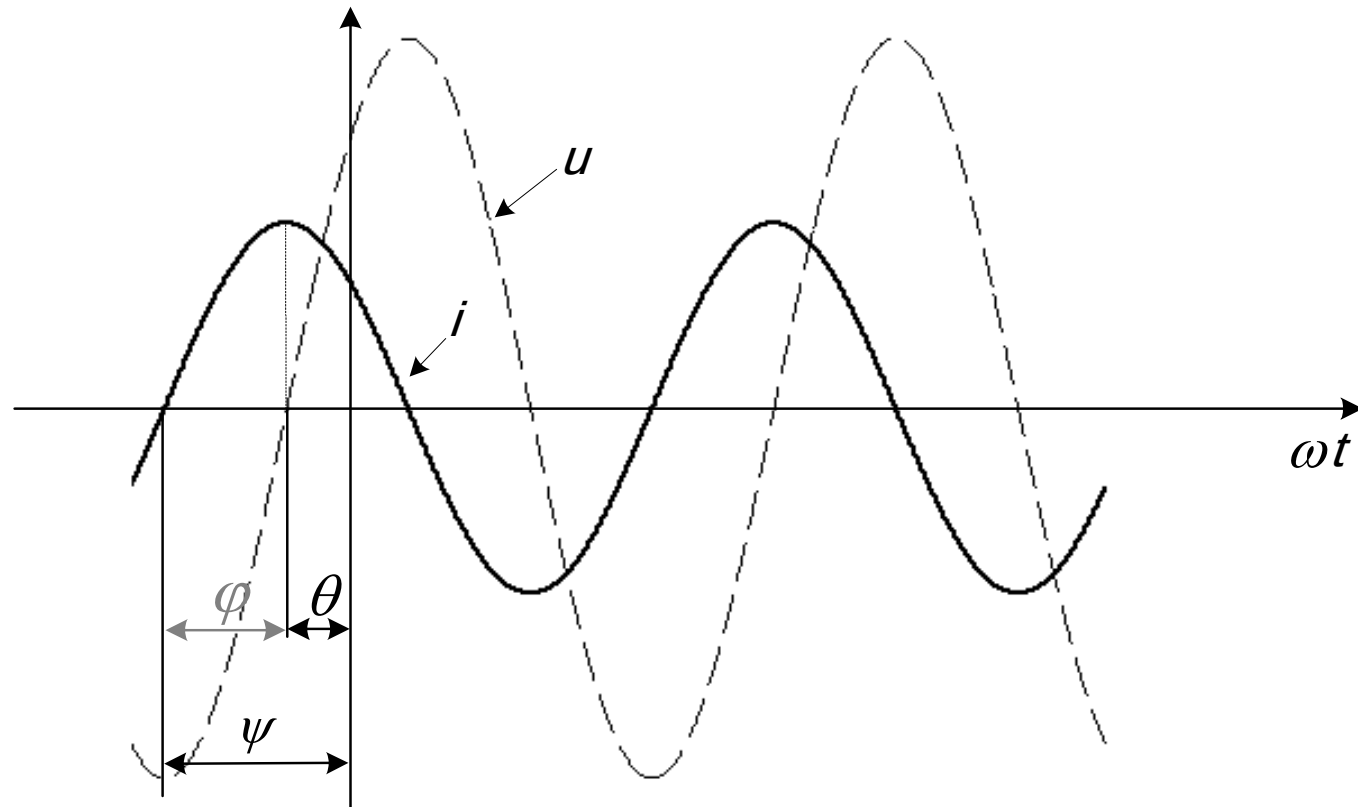
a početna faza napona:

$$\theta = \psi - \frac{\pi}{2}$$

Kakva je razlika faza napona na kondenzatoru i struje koja protiče kroz granu sa kondenzatorom?

$$\varphi = \theta - \psi = \psi - \frac{\pi}{2} - \psi = -\frac{\pi}{2}$$

Kaže se da napon na kondenzatoru kasni za
strujom za $\frac{\pi}{2}$



Šta je $\frac{1}{\omega C}$?

Količnik amplitude napona U_m i amplitude struje I_m je $\frac{1}{\omega C}$

To je dimenziono otpornost ($U_m/I_m = \text{otpornost}$).
To nije termogena otpornost (kao kod otpornika),
pa se zato zove reaktivna otpornost (reaktansa)
kondenzatora:

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

**Koja je jedinica za reaktivnu otpornost
kondenzatora?**

Om [Ω]

**Kako koristimo kondenzator u kolu
prostoperiodične električne struje (s obzirom na
njegovu reaktivnu otpornost)?**

**Izborom kapacitivnosti kondenzatora, prema
zadatoj učestanosti kola, mogu se regulisati
naponi i struje u kolu.**

Kondenzator je propusnik visokih učestanosti.

Važno je uočiti da se na reaktivnoj otpornosti kalema i kondenzatora ne stvaraju gubici.

Gubici nastaju na: termogenoj otpornosti žice, na parazitnoj kapacitivnosti između zavojaka kalema.

Gubici su i struje curenja u dielektriku kondenzatora...

Uoči da je:

$$\mathbf{X_L = \omega L > 0} \quad (\text{jer je } \omega > 0 \text{ i } L > 0)$$

$$\mathbf{X_C = \frac{1}{\omega C} > 0} \quad (\text{jer je } \omega > 0 \text{ i } C > 0)$$

ZADACI:

4.1 Između elektroda kondenzatora kapacitivnosti $C = 100 \text{ nF}$ napon je prostoperiodičan efektivne vrednosti $U = 1.2 \text{ V}$, kružne učestanosti $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\theta = \frac{\pi}{4}$

- a) Napisati izraz po kome se menja trenutna vrednost napona na kondenzatoru**
- b) Odrediti zakon po kom se menja struja u priključnim provodnicima kondenzatora**
- c) Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona na kondenzatoru i struje u priključnim provodnicima kondenzatora**

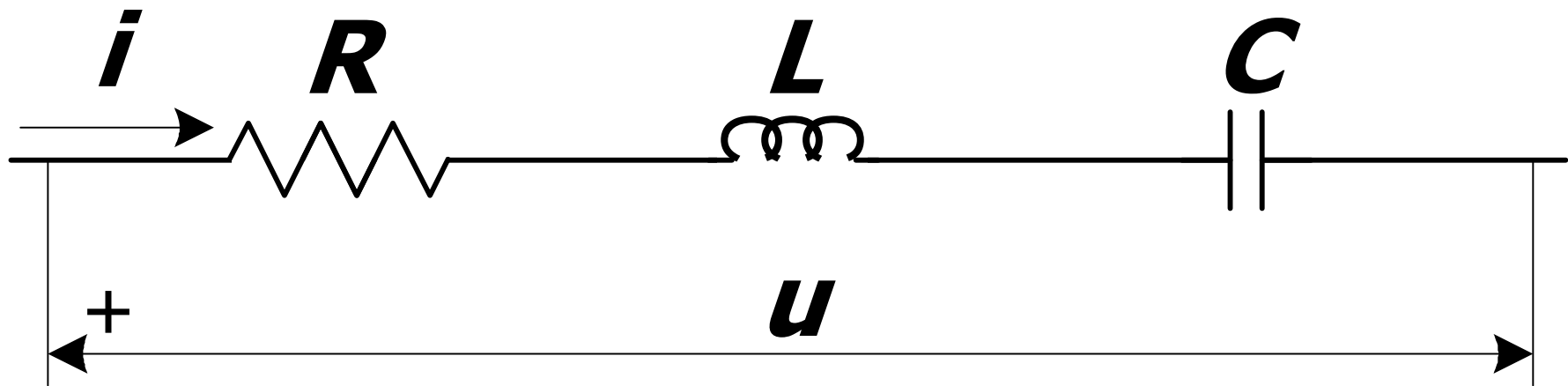
4.2 Amplituda struje u priključnim provodnicima kondenzatora kapacitivnosti $C = 0.5 \mu\text{F}$

je $I_m = 0.01 \text{ A}$, frekvencija je $f = 50 \text{ Hz}$ i početna faza je $\psi = -\frac{\pi}{3}$

Odrediti zakon po kom se menja napon na kondenzatoru. Nacrtati na istom grafiku promene intenziteta napona na kondenzatoru i struje u priključnim provodnicima kondenzatora..

REDNA R, L, C VEZA

Ako imamo prijemnik koji se sastoji od redne veze otpornika, kalema i kondenzatora, onda taj prijemnik ima svoju aktivnu, reaktivnu i prividnu otpornost i razliku faza napona na krajevima prijemnika i struje koja protiče kroz njega.



Šta je impedansa prijemnika Z ?

To je prividna otpornost prijemnika. Definiše se količnikom amplitude napona i struje na prijemniku:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}_m}{\mathbf{I}_m} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}} = \sqrt{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

Impedansa je uvek pozitivna (amplitude U_m i I_m su uvek pozitivne).

R je aktivna otpornost prijemnika i uvek je pozitivna.

X je reaktivna otpornost prijemnika:

$$**$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$**$$

X {	> 0,	$\omega L > \frac{1}{\omega C}$	kolo je pretežno induktivno
	= 0,	$\omega L = \frac{1}{\omega C}$	rezonantno kolo
	< 0,	$\omega L < \frac{1}{\omega C}$	kolo je pretežno kapacitivno

Reaktivna otpornost može biti pozitivna (kada je induktivni deo veći od kapacitivnog). Tada kažemo da se prijemnik ponaša kao induktivnost.

Reaktivna otpornost može biti negativna (kada je induktivni deo manji od kapacitivnog). Tada kažemo da se prijemnik ponaša kao kapacitivnost.

Šta je rezonantno kolo?

To je redno RLC kolo u kome kalem i kondenzator imaju takve vrednosti induktivnosti i kapacitivnosti da je reaktivna otpornost kola jednaka 0.

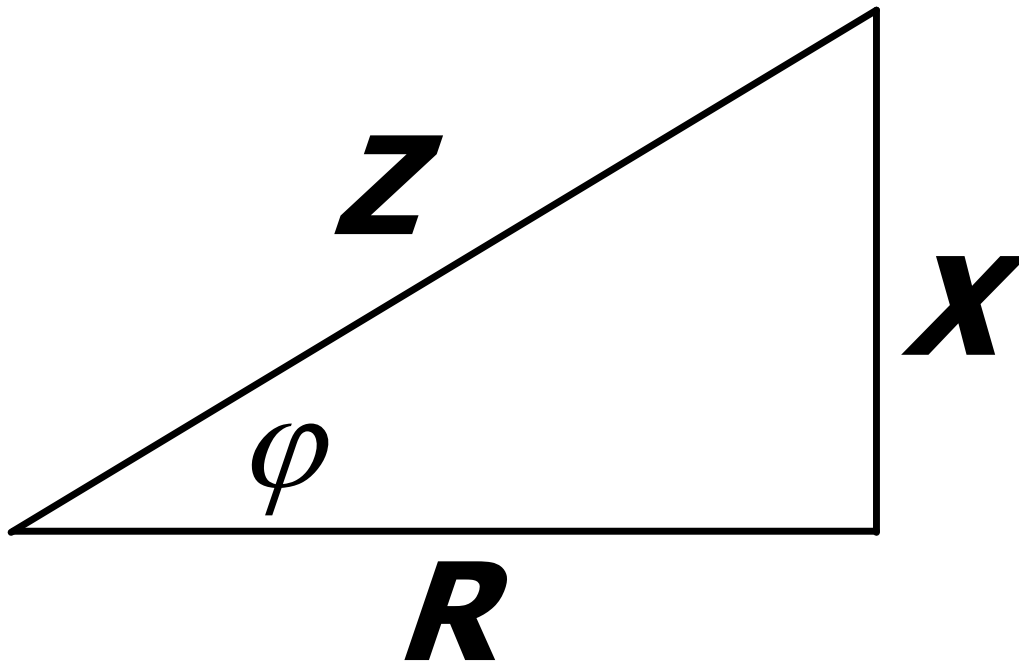
Koje su glavne karakteristike rezonantnog kola?

Da je impedansa minimalna, a električna struja u grani maksimalna.

Kakva je fazna razlika napona i struje rednog RLC prijemnika?

$$\varphi = \theta - \psi = \mathbf{arctg} \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{R}} = \mathbf{arctg} \frac{\omega \mathbf{L} - \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{C}}}{\mathbf{R}}$$

Svi ovi obrasci mogu se pamtiti pomoću "trougla impedansi":



$$\mathbf{Z} = \sqrt{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

$$\mathbf{tg} \varphi = \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{R}} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \mathbf{arctg} \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{R}}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{Z} \cos \varphi$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z} \sin \varphi$$

ZADACI:

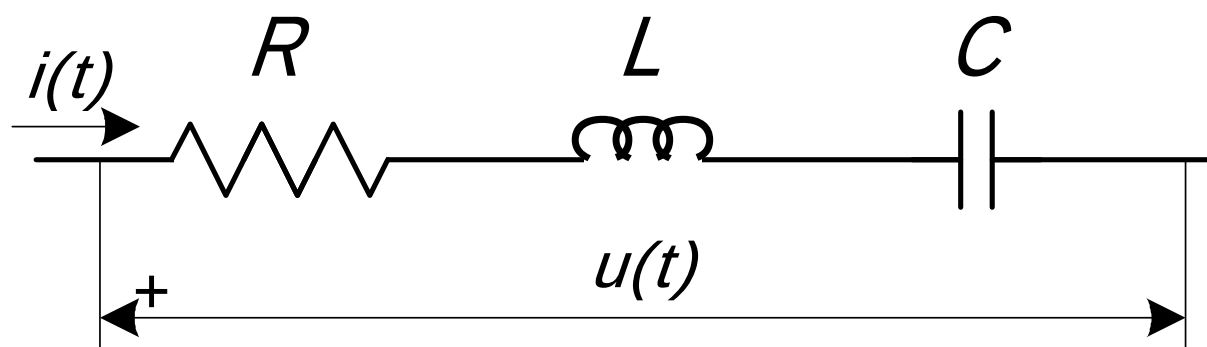
5.1 Otpornik otpornosti $R = 50 \, \Omega$, kalem

**induktivnosti $L = 10 \, \text{mH}$ i kondenzator
kapacitivnosti $C = 2 \, \mu\text{F}$**

**vezani su na red. U ovoj rednoj vezi je
uspostavljena prostoperiodična struja
efektivne vrednosti $I = 4 \, \text{mA}$, kružne
Učestanosti $\omega = 5000 \, \text{s}^{-1}$ i početne faze**

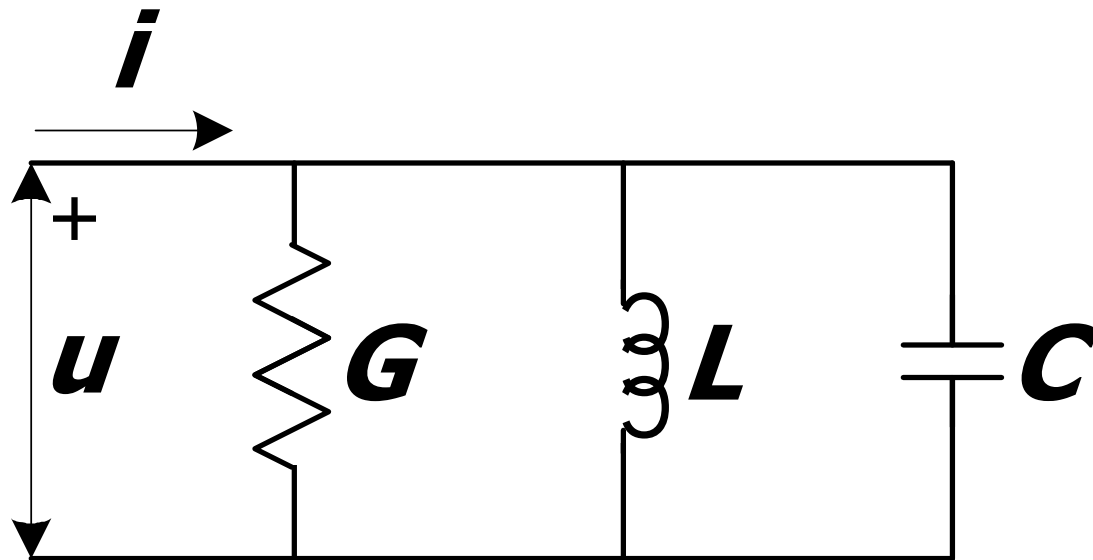
$$\psi = \pi / 6$$

**prema usvojenom referentnom smeru. Odrediti
napon između krajeva ove redne veze. Kakvog je
karaktera ova veza elemenata?**



PARALELNA R, L, C VEZA

Ako imamo prijemnik koji se sastoji od paralelne veze otpornika, kalema i kondenzatora, onda taj prijemnik ima svoju aktivnu, reaktivnu i prividnu provodnost i razliku faza električne struje i napona na njemu.



Šta je admitansa prijemnika Y ?

To je prividna provodnost prijemnika. Definiše se količnikom amplitude struje i napona na prijemniku:

$$Y = \frac{I_m}{U_m} = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + B^2}$$

Admitansa je uvek pozitivna (amplitude I_m i U_m su uvek pozitivne).

G je aktivna provodnost prijemnika (konduktansa) i uvek je pozitivna.

B je reaktivna provodnost prijemnika (susceptansa):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_C - \mathbf{B}_L = \omega \mathbf{C} - \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{L}}$$

$$\mathbf{B} \left\{ \begin{array}{l} > \mathbf{0}, \\ = \mathbf{0}, \\ < \mathbf{0}, \end{array} \right. \quad \omega \mathbf{C} \begin{array}{l} > \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{L}} \\ = \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{L}} \\ < \frac{\mathbf{1}}{\omega \mathbf{L}} \end{array}$$

kolo je pretežno
kapacitivno

antirezonantno
kolo

kolo je pretežno
induktivno

Reaktivna provodnost može biti pozitivna (kada je kapacitivni deo veći od induktivnog). Tada kažemo da se prijemnik ponaša kao kapacitivnost.

Reaktivna provodnost može biti negativna (kada je kapacitivni deo manji od induktivnog). Tada kažemo da se prijemnik ponaša kao induktivnost.

Šta je antirezonantno kolo?

To je paralelno RLC kolo u kome kalem i kondenzator imaju takve vrednosti induktivnosti i kapacitivnosti da je reaktivna provodnost kola jednaka 0.

Koje su glavne karakteristike antirezonantnog kola?

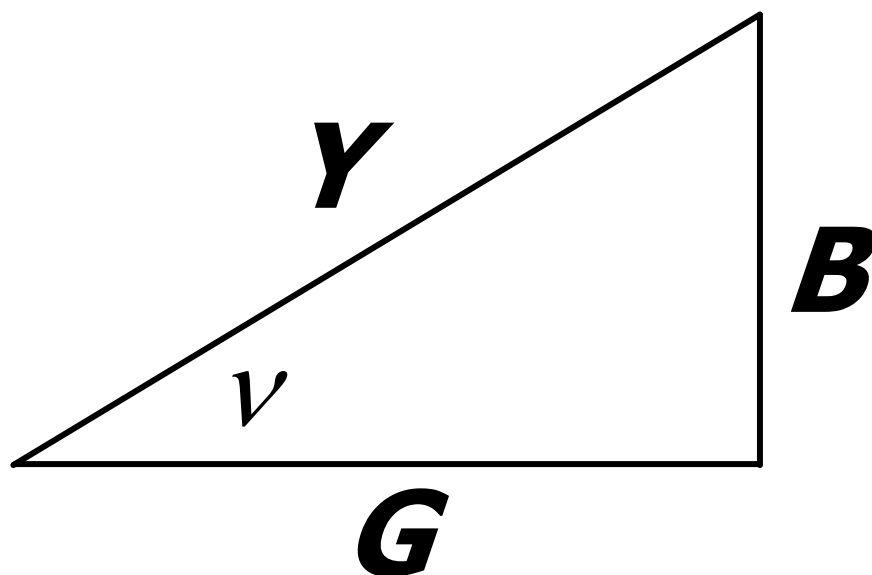
Da je admitansa minimalna (impedansa maksimalna), a električna struja u napojnoj grani minimalna.

Kakva je fazna razlika struje i napona paralelnog RLC prijemnika?

Za paralelnu vezu se definiše fazna razlika struje i napona:

$$\nu = \psi - \theta = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}$$

Svi ovi obrasci mogu se pamtit pomoću
"trougla admitansi":



$$\mathbf{Y} = \sqrt{\mathbf{G}^2 + \mathbf{B}^2}$$

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{G}} \quad \Rightarrow \quad \nu = \operatorname{arctg} \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{G}}$$

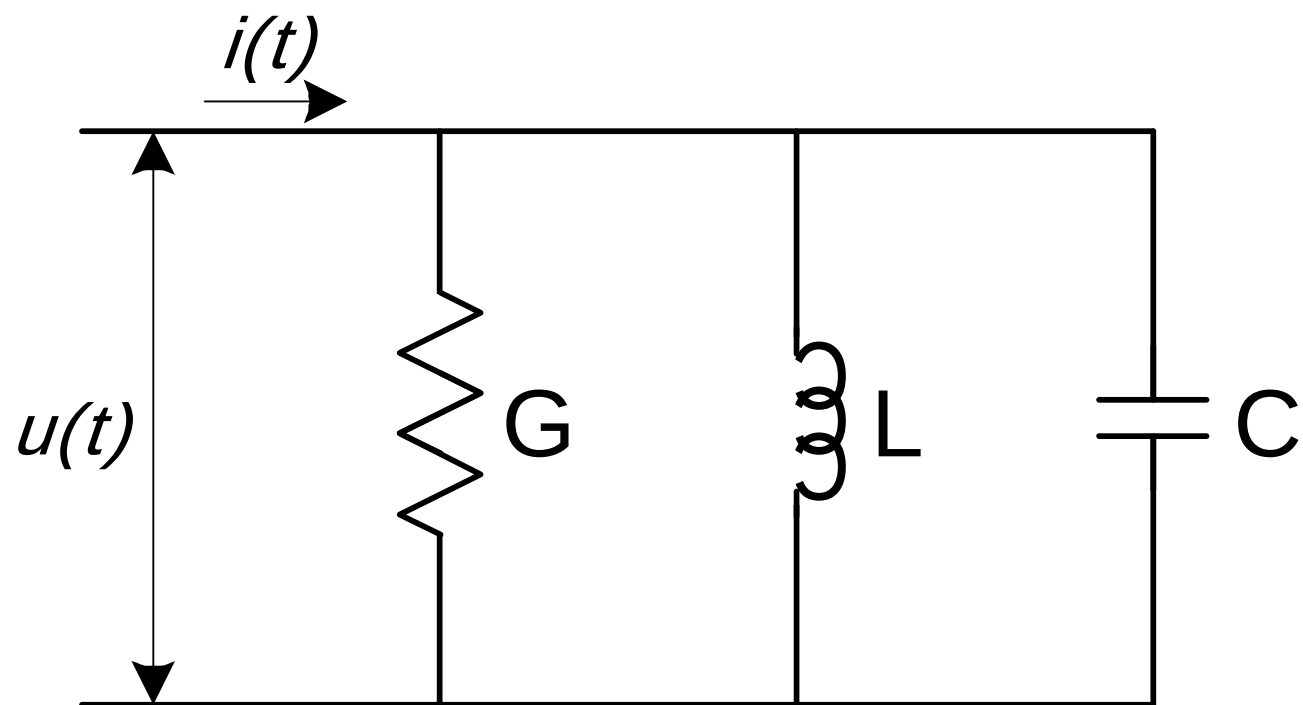
$$\mathbf{G} = \mathbf{Y} \cos \nu$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{Y} \sin \nu$$

ZADACI:

6.1 Otpornik provodnosti $G = 1 \text{ mS}$, kalem induktivnosti $L = 100 \text{ mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C = 200 \text{ nF}$ vezani su paralelno, a između njihovih krajeva je uspostavljen prostoperiodičan napon efektivne vrednosti $U = 2\sqrt{2} \text{ V}$, kružne učestanosti $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$ i početne faze $\theta = \pi / 4$

prema usvojenom referentnom smeru. Odrediti struju napojne grane ove paralelne veze. Kakvog je karaktera ova veza elemenata?



PRETVARANJE

PARAMETARA REDNE VEZE

U

PARAMETRE PARALELNE VEZE

Kada su prijemnici napravljeni od kombinacija redne i paralelne veze elemenata ili kada u kolu imamo redno - paralelnu vezu prijemnika, javlja se potreba tokom proračuna da parametre redne veze R , X , Z , prebacimo u parametre paralelne veze G , B , Y .

To se radi pomoću obrazaca:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Z} \cos \varphi = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}} \cos(-\nu) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}} \cos \nu \cdot \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} = \frac{\mathbf{Y} \cos \nu}{\mathbf{Y}^2} = \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{Y}^2} = \frac{\mathbf{G}}{\mathbf{G}^2 + \mathbf{B}^2}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z} \sin \varphi = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}} \sin(-\nu) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}} \sin \nu \cdot \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}} = -\frac{\mathbf{Y} \sin \nu}{\mathbf{Y}^2} = -\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{Y}^2} = -\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{G}^2 + \mathbf{B}^2}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{Y} \cos \nu = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}} \cos(-\varphi) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}} \cos \varphi \cdot \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{Z} \cos \varphi}{\mathbf{Z}^2} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{Z}^2} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{Y} \sin \nu = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}} \sin(-\varphi) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}} \sin \varphi \cdot \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}} = -\frac{\mathbf{Z} \sin \varphi}{\mathbf{Z}^2} = -\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Z}^2} = -\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

Pri tome:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}}$$

$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}}$$

$$\varphi = -\nu$$

$$\nu = -\varphi$$

ZADACI:

7.1 Prijemnik se sastoji od redne veze otpornika otpornosti $R = 30 \, \Omega$, kalema induktivnosti $L = 6.5 \, \text{mH}$ i kondenzatora kapacitivnosti $C = 4 \, \mu\text{F}$. Kružna učestanost je $\omega = 10^4 \, \text{s}^{-1}$.

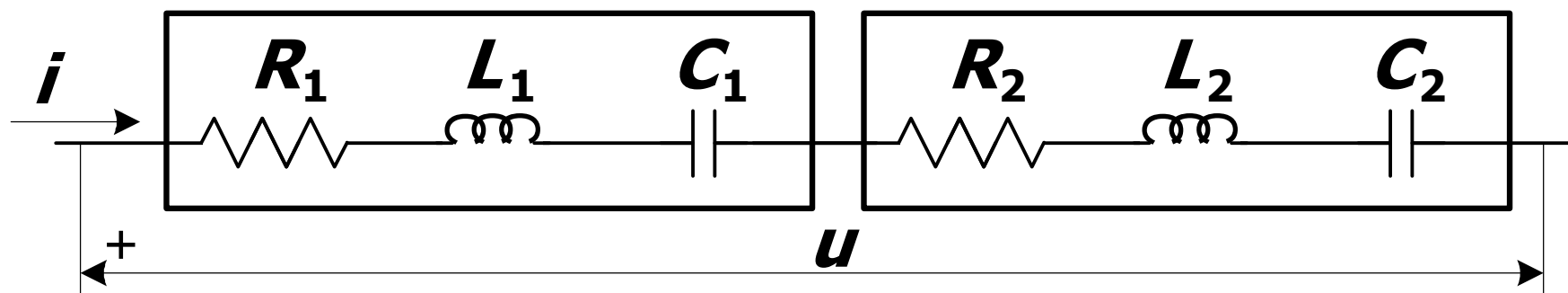
- a) Odrediti impedansu i razliku faza između napona i struje ove veze. Kakvog je karaktera ovaj prijemnik?**
- b) Odrediti ekvivalentne parametre paralelne veze za posmatrani prijemnik.**

7.2 Prijemnik se sastoji od paralelne veze otpornika provodnosti $G = 4 \text{ mS}$, kalema induktivnosti $L = 2.5 \text{ mH}$ i kondenzatora kapacitivnosti $C = 20 \text{ nF}$. Kružna učestanost je $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$.

- a) Odrediti admitansu i razliku faza između struje i napona ove veze. Kakvog je karaktera ovaj prijemnik?**
- b) Odrediti ekvivalentne parametre redne veze za posmatrani prijemnik.**

**REDNA VEZA
DVA PRIJEMNIKA**

Ako imamo rednu vezu dva RLC prijemnika, onda prilikom proračuna važe sledeća pravila:



Aktivne otpornosti u rednoj vezi se **smeju** sabirati:

$$\mathbf{R_e = R_1 + R_2}$$

Reaktivne otpornosti u rednoj vezi se **smeju** sabirati:

$$X_e = X_1 + X_2$$

Impedanse u rednoj vezi se **ne smeju** sabirati:

$$\mathbf{Z_e \neq Z_1 + Z_2}$$

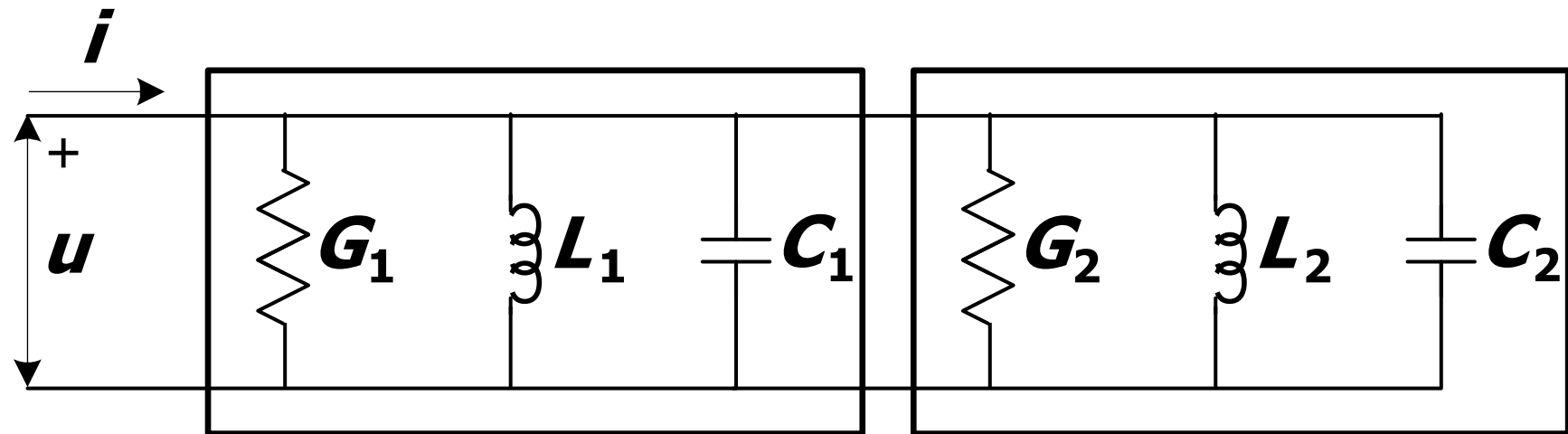
Fazne razlike u rednoj vezi se **ne smeju** sabirati:

$$\varphi_e \neq \varphi_1 + \varphi_2$$

**U rednoj vezi se ne smeju sabirati parametri
paralelne veze!!!**

PARALELNA VEZA DVA PRIJEMNIKA

Ako imamo paralelnu vezu dva RLC prijemnika, onda prilikom proračuna važe sledeća pravila:



Aktivne provodnosti u paralelnoj vezi se **smeju** sabirati:

$$\mathbf{G_e = G_1 + G_2}$$

Reaktivne provodnosti u paralelnoj vezi se **smeju** sabirati:

$$\mathbf{B_e = B_1 + B_2}$$

Admitanse u paralelnoj vezi se **ne smeju**
sabirati:

$$Y_e \neq Y_1 + Y_2$$

Fazne razlike u paralelnoj vezi se **ne smeju**
sabirati:

$$v_e \neq v_1 + v_2$$

**U paralelnoj vezi se ne smeju sabirati
parametri redne veze!**

SNAGE U PROSTOPERIODIČNOM REŽIMU

Koja je jedina realna snaga u prostoperiodičnom režimu?

Trenutna snaga p . To je snaga u nekom trenutku vremena:

$$**$p(t) = u(t) \cdot i(t)$**$$

Koje još snage uvodimo u proračun?

Aktivnu snagu

$$***P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi***$$

Aktivna snaga je korisna snaga na potrošaču (električna energija prelazi u toplotnu). Matematički se definiše kao srednja snaga u okviru jednog perioda.

Reaktivnu snagu

$$Q = UI \sin \varphi = S \sin \varphi$$

Reaktivna snaga je snaga koju generator izmenjuje sa reaktivnim elementima (kalemovima i kondenzatorima). U jednoj poluperiodi generator njima predaje energiju, a u drugoj poluperiodi kalemovi i kondenzatori vraćaju energiju generatoru.

Prividnu snagu

$$***S = UI***$$

**Prividna snaga je maksimalna aktivna snaga
($\cos \varphi = 1$).**

Koje su jedinice za snage?

Za aktivnu: wat [W]

Za reaktivnu: volt-amper reaktivan [VAr]

Za prividnu: volt-amper [VA]

Šta je **COS** φ ?

Faktor snage. Pokazuje koliko prijemnik odstupa od savršenog.

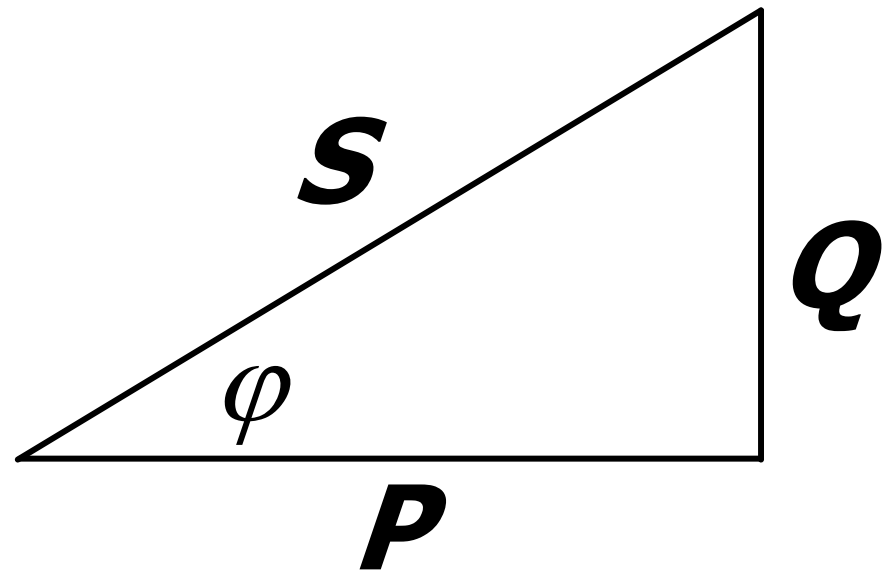
Idealno je kada je **COS** $\varphi = \mathbf{1}$

Može se vršiti i popravka faktora snage
prijemnika dodavanjem elemenata tako da se
dobije **$\cos \varphi = 1$**

Postoje još neki obrasci koji se koriste tokom proračuna:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P}$$



$$\mathbf{S} = \mathbf{UI} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{ZI}^2$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{UI} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{YU}^2$$

$$\begin{aligned}
 P &= UI \cos \varphi = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \cdot I \cos \varphi = \\
 &= \mathbf{Z} I^2 \cos \varphi = R I^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= UI \cos \varphi = \mathbf{U} \cdot \mathbf{Y} \cdot U \cos(-\nu) = \\
 &= Y U^2 \cos \nu = G U^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= UI \sin \varphi = Z \cdot I \cdot I \sin \varphi = \\
 &= Z I^2 \sin \varphi = X I^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= UI \sin \varphi = U \cdot Y \cdot U \sin(-\nu) = \\
 &= -Y U^2 \sin \nu = -B U^2
 \end{aligned}$$

**Za rednu ili paralelnu vezu dva RLC prijemnika
prilikom proračuna važe sledeća pravila:**

aktivne snage pojedinačnih prijemnika se **smeju
sabirati:**

$$**P_e = P_1 + P_2**$$

reaktivne snage pojedinačnih prijemnika se
smeju sabirati:

$$Q_e = Q_1 + Q_2$$

prividne snage pojedinačnih prijemnika se
ne smeju sabirati:

$$S_e \neq S_1 + S_2$$

ZADACI:

**10.1 Dva prijemnika koja se sastoje od redne veze elemenata, $R_1 = 80 \, \Omega$, $L_1 = 1 \, \text{mH}$ i $C_1 = 250 \, \text{nF}$
 $R_2 = 60 \, \Omega$, $L_2 = 1.2 \, \text{mH}$ i $C_2 = 50 \, \text{nF}$, vezana su redno i priključena u kolo naizmenične struje kružne učestanosti $\omega = 10^5 \, \text{s}^{-1}$.
Odrediti:**

- a) impedanse i razlike faza napona i struje pojedinih prijemnika**
- b) impedansu, razliku faza napona i struje i karakter redne veze**

**c) efektivnu vrednost napona na svakom od
prijemnika, kao i efektivnu vrednost napona
redne, veze**

**d) ekvivalentne paralelne parametre i admitansu
cele veze**

**e) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu svakog
prijemnika i redne veze, ako je efektivna
vrednost struje $I = 1 \text{ A}$**

10.2 Dva prijemnika vezana su redno i priključena su na napon efektivne vrednosti $U = 50 \text{ V}$ i učestanosti $f = 50 \text{ Hz}$. Ako je $R_1 = 20 \text{ } \Omega$, $L_1 = 100 \text{ mH}$ i $R_2 = 15 \text{ } \Omega$, $C_2 = 100 \text{ } \mu\text{F}$, odrediti:

- a) impedanse pojedinih prijemnika, Z_1 i Z_2**
- b) faktore snage pojedinih prijemnika**
- c) impedansu redne veze**
- d) faktor snage redne veze**
- e) napon na pojedinim prijemnicima**
- f) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu svakog prijemnika i redne veze**

10.3 Dva prijemnika koja se sastoje od paralelne veze elemenata: $R_1 = 100 \ \Omega$,

$C_1 = 100 \text{ nF}$ i $L_1 = 20 \text{ mH}$ i $R_2 = 200 \ \Omega$,

**$C_2 = 1000 \text{ nF}$ i $L_2 = 40 \text{ mH}$, vezana su paralelno i priključena u kolo naizmenične struje efektivne vrednosti $I = 0.5 \text{ A}$ i frekvencije $f = 1.5 \text{ kHz}$.
Odrediti:**

a) admitanse i razlike faza struje i napona pojedinih prijemnika

b) admitansu, faznu razliku struje i napona i karakter paralelne veze

**c) efektivnu vrednost struje kroz svaki od
prijemnika, kao i efektivnu vrednost napona na
prijemnicima**

d) ekvivalentne parametre i impedansu cele veze

**e) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu i faktor snage
svakog prijemnika i paralelne veze**

10.4 Za vezu elemenata sa slike odrediti:

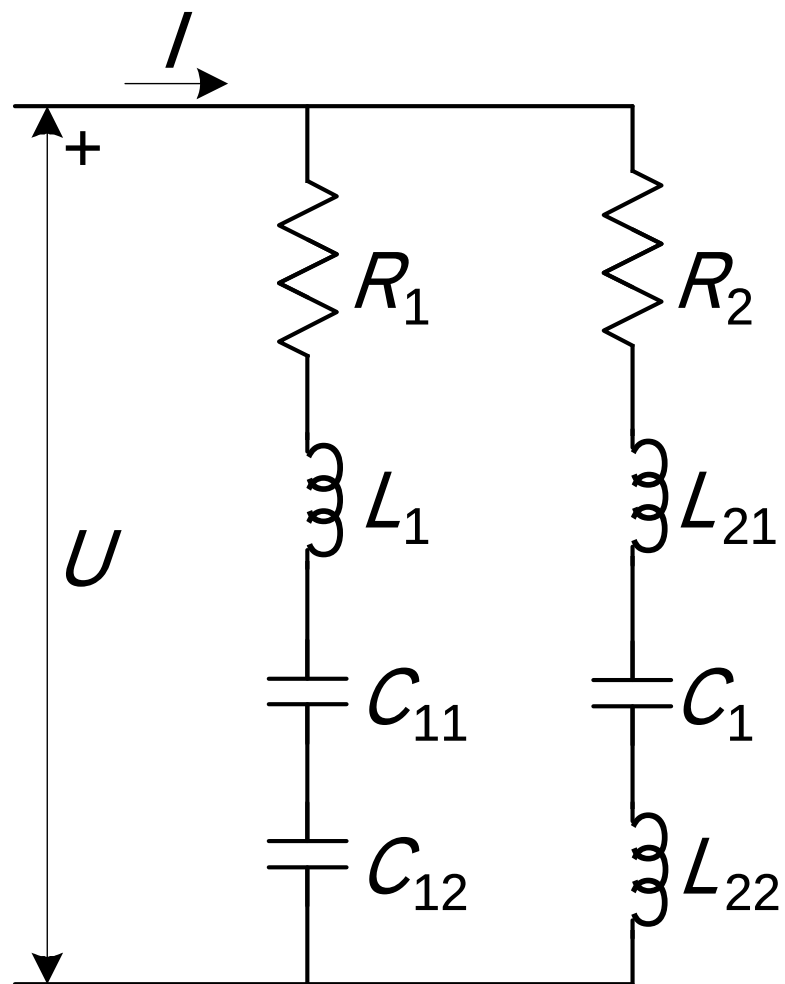
a) ekvivalentnu impedansu, rezistansu i reaktansu

b) karakter kola

c) efektivnu vrednost struje kroz napojnu granu

d) aktivnu, reaktivnu, prividnu snagu i faktor snage cele veze

**Poznato je: $R_1 = 30 \, \Omega$, $L_1 = 6 \, \text{mH}$, $C_{11} = C_{12} = 2 \, \mu\text{F}$,
 $R_{21} = 10 \, \Omega$, $R_{22} = 40 \, \Omega$, $L_{21} = 8 \, \text{mH}$,
 $L_{22} = 2 \, \text{mH}$, $C_2 = 2 \, \mu\text{F}$, $U = 100 \, \text{V}$ i $\omega = 10^4 \, \text{s}^{-1}$.**



**10.5 Tri prijemnika karakteristika $R_1 = 20 \, \Omega$,
 $X_{L1} = 20 \, \Omega$, $R_2 = 80 \, \Omega$, $X_{C2} = 80 \, \Omega$, $R_3 = 50 \, \Omega$,
 $X_{L3} = 50 \, \Omega$, $X_{C3} = 100 \, \Omega$,
vezana su paralelno i priključena na
prostoperiodični napon**

$$u(t) = 50\sqrt{2} \sin\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

Odrediti:

a) ekvivalentnu impedansu kola

b) karakter kola

c) izraz po kome se menja trenutna vrednost struje u napojnoj grani

d) faktor snage kola

e) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu kola

REŠAVANJE SLOŽENIH ELEKTRIČNIH KOLA PRIMENOM KOMPLEKSNOG RAČUNA

PREDSTAVLJANJE PROSTOPERIODIČNIH VELIČINA KOMPLEKSNIM IZRAZIMA

Rešavanje složenih električnih mreža primenom trigonometrijskog računa dosta je složeno. Zato se uvodi rešavanje složenih mreža primenom kompleksnog računa.

Kako se realne fizičke veličine predstavljaju kompleksnim izrazima?

Kompleksni izrazi za napon i električnu struju su eksponencijalni oblici kompleksnog broja:

$$\underline{U} = U e^{i\theta}$$

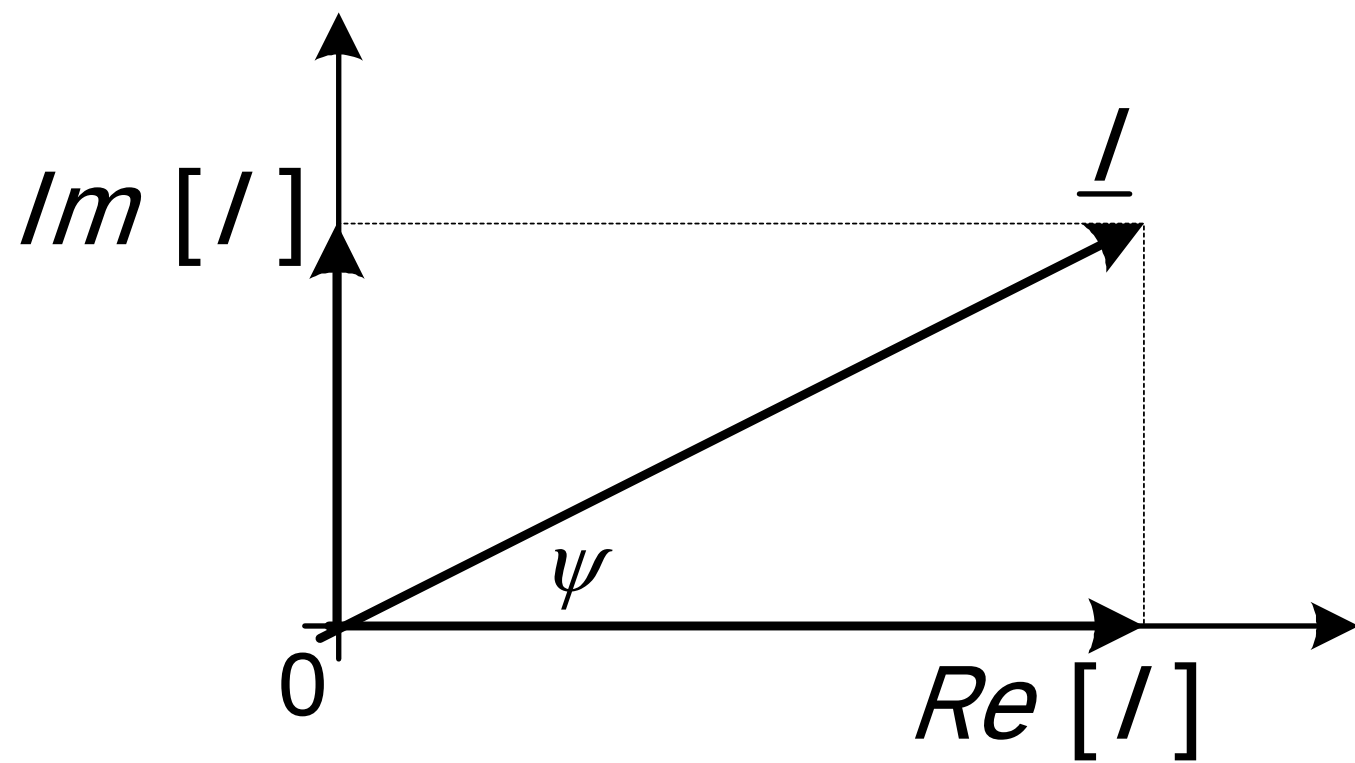
$$\underline{I} = I e^{i\psi}$$

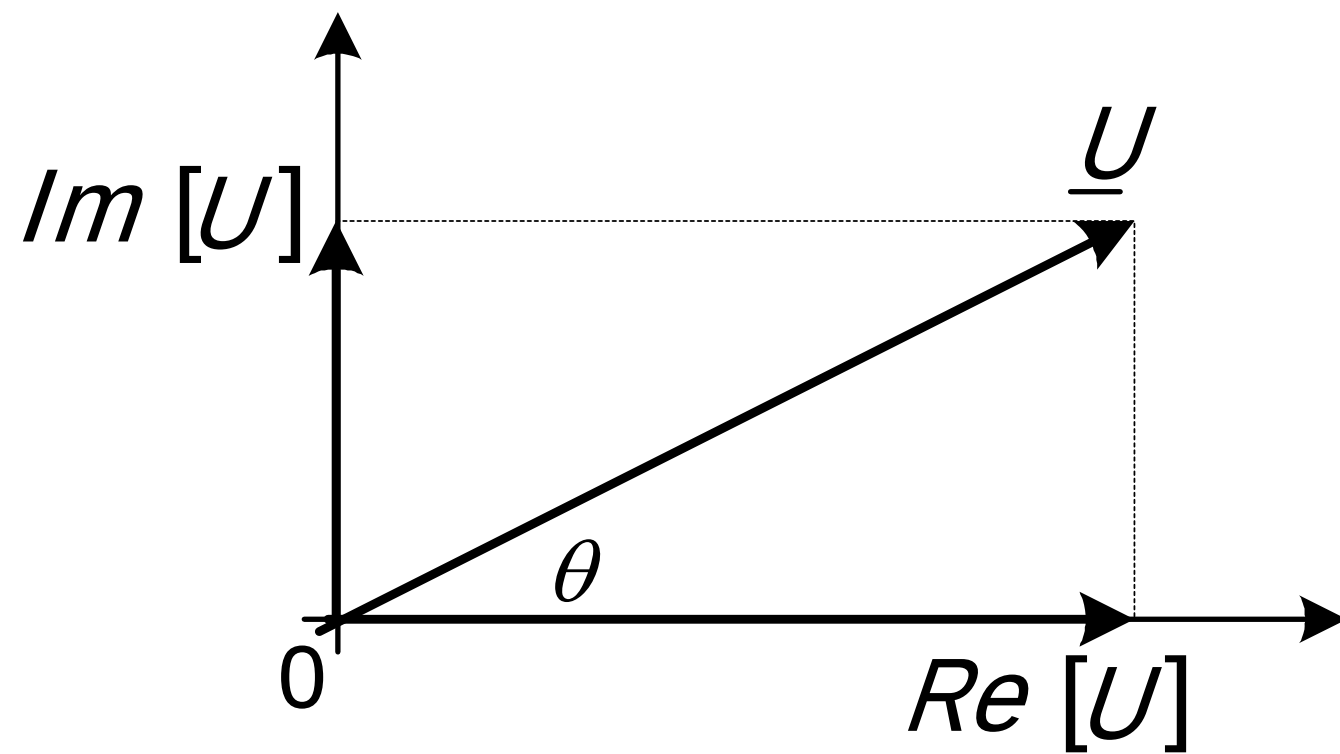
**U – efektivna vrednost prostoperiodičnog
napona**

I – efektivna vrednost prostoperiodične struje

Θ - početna faza napona

Ψ - početna faza struje





Kompleksni izraz za impedansu dobija se kao količnik kompleksnih izraza za napon i struju:

$$\underline{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\theta}}{Ie^{j\psi}} = \frac{U}{I} e^{j(\theta-\psi)} = Ze^{j\varphi} = \\ = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX$$

Kompleksni izraz za admitansu dobija se kao količnik kompleksnih izraza za struju i napon:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I e^{j\psi}}{U e^{j\theta}} = \frac{I}{U} e^{j(\psi - \theta)} = Y e^{j\nu} =$$
$$= Y \cos \nu + j Y \sin \nu = G + jB$$

Kompleksni izraz za prividnu snagu dobija se kao proizvod kompleksnog izraza za napon i konjugovano kompleksnog izraza za struju:

$$\begin{aligned}\underline{\underline{S}} &= \underline{\underline{U}} \underline{\underline{I}}^* = U e^{j\vartheta} I e^{-j\psi} = UI e^{j(\theta-\psi)} = S e^{j\varphi} = \\ &= S \cos\varphi + j S \sin\varphi = P + jQ\end{aligned}$$

Sve ove veličine se proračunavaju prema pravilima o kompleksnim brojevima.

Iz kompleksnih izraza za impedansu, admitansu i prividnu snagu sledi:

Realni deo kompleksnog izraza odgovara aktivnoj veličini (otpornost, provodnost ili snaga).

Imaginarni deo kompleksnog izraza odgovara reaktivnoj veličini (otpornost, provodnost ili snaga).

Prividne veličine se dobijaju po pravilu proračuna realnih veličina (ili proračuna modula kompleksnog broja, što je isto):

$$\mathbf{Z} = \sqrt{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}^2}$$

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\mathbf{G}^2 + \mathbf{B}^2}$$

$$\mathbf{S} = \sqrt{\mathbf{P}^2 + \mathbf{Q}^2}$$

ZADACI:

11.1 Za sledeće struje i napone, za koje su dati izrazi po kojima se menjaju njihove trenutne vrednosti, napisati izraze u kompleksnom obliku:

a)
$$i_1(t) = 2\sqrt{2} \sin\left(10^4 t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ A}$$

b)
$$u_1(t) = 4 \sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$$

c)
$$i_2(t) = \sin \omega t \text{ A}$$

11.2 Za sledeće struje i napone koji su dati u kompleksnom obliku napisati izraze po kojima se menjaju njihove trenutne vrednosti:

a) $\underline{U}_1 = (5 + j5) \text{ V}$

b) $\underline{I}_2 = (2 - j2\sqrt{3}) \text{ A}$

c) $\underline{U}_2 = 10 \text{ V}$

d) $\underline{I}_2 = -\sqrt{2} \text{ A}$

e) $\underline{U}_3 = j3 \text{ V}$

POSTUPCI ZA PRORAČUN SLOŽENIH ELEKTRIČNIH MREŽA

Od zakona se primenjuju Ohmov, 1. i 2. Kirhofov zakon za kompleksne izraze prostoperiodičnih veličina.

Od postupaka ćemo primenjivati:

Metod konturnih struja

Transfiguracije

Tevenenovu teoremu

Sve ove postupke smo učili kod jednosmernih električnih struja, pa ćemo ih se sada samo podsetiti.

ZADACI:

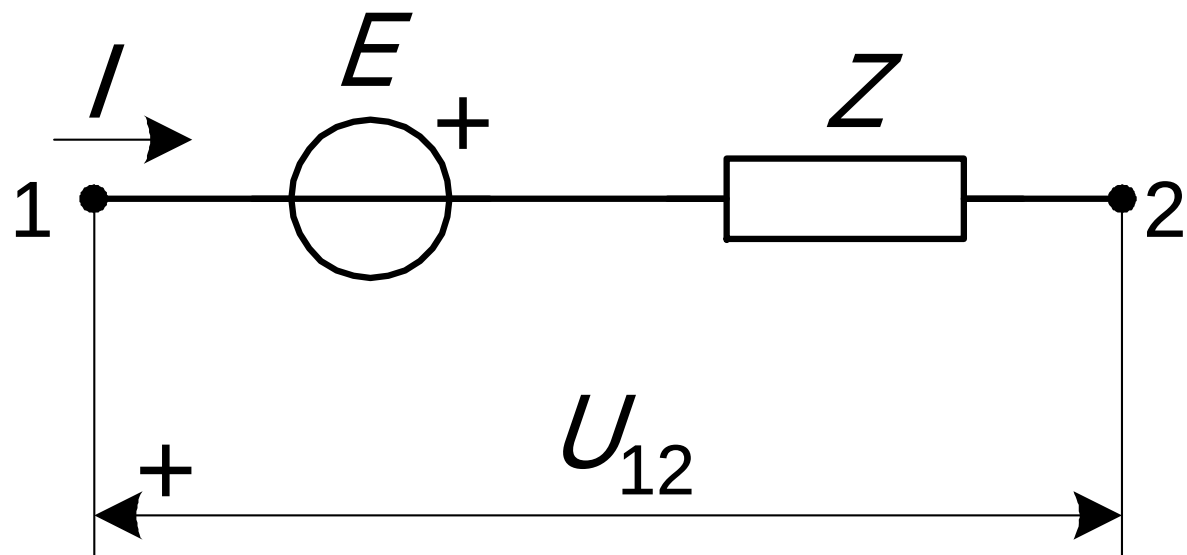
12.1 Za deo kola prostoperiodične struje sa slike poznato je :

$$\underline{E} = (10 - j20) \text{ V}$$

$$\underline{Z}_1 = 100(1 + j3) \Omega$$

$$\underline{I} = (-20 - j40) \text{ mA}$$

Odrediti efektivnu vrednost i početnu fazu napona U_{12} .



**12.2 Redna veza RLC elemenata $R = 10 \, \Omega$,
 $L = 10 \, \text{mH}$ i $C = 500 \, \mu\text{F}$ priključena je na
mapon $\underline{U} = 100 \, \text{V}$.**

**Napisati izraz za trenutnu vrednost struje
ako je $f = 100 \, \text{Hz}$.**

METOD KONTURNIH STRUJA

Broj jednačina koje pišemo je

$$\mathbf{\textit{n}_g - (n_{\check{c}} - 1)}$$

Opšti sistem, na primer drugog reda, je:

$$\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{11} \underline{\underline{\mathbf{I}}}_I + \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{12} \underline{\underline{\mathbf{I}}}_{II} = \underline{\underline{\mathbf{E}}}_I$$

$$\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{21} \underline{\underline{\mathbf{I}}}_I + \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{22} \underline{\underline{\mathbf{I}}}_{II} = \underline{\underline{\mathbf{E}}}_{II}$$

gde su:

$\underline{Z}_{11}$ – kompleksni izraz za impedansu prve konture. Uvek je pozitivan.

$\underline{Z}_{22}$ – kompleksni izraz za impedansu druge konture. Uvek je pozitivan.

$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$ – kompleksni izraz za impedansu zajedničku za prvu i drugu konturu. Može biti i pozitivan i negativan.

**$\underline{E}_I$ – kompleksni izraz za elektromotornu silu
naponskih generatora u prvoj konturi
prema usaglašenom referentnom smeru**

**$\underline{E}_{II}$ – kompleksni izraz za elektromotornu silu
naponskih generatora u drugoj konturi
prema usaglašenom referentnom smeru**

Kada rešimo kompleksne izraze za konturne struje, onda preko njih dobijamo kompleksne izraze za struje grana.

**Efektivne vrednosti prostoperiodičnih struja
možemo izračunati iz kompleksnih izraza za
struje grana:**

$$\mathbf{I} = \sqrt{\mathbf{Re}^2[\underline{\mathbf{I}}] + \mathbf{Im}^2[\underline{\mathbf{I}}]}$$

Ako u nekoj grani kola postoji strujni generator, ne smemo zaboraviti da samo jednu konturu smemo da provučemo kroz tu granu. Električna struja strujnog generatora biće jednaka toj konturnoj struji.

Broj jednačina će se tako smanjiti za broj idealnih strujnih generatora u kolu n_s .

ZADACI:

13.1 U kolu na slici poznato je:

$$\underline{E}_1 = (10 + j20) \text{ V}$$

$$\underline{Z}_1 = (1 + j2) \Omega$$

$$\underline{E}_2 = j30 \text{ V}$$

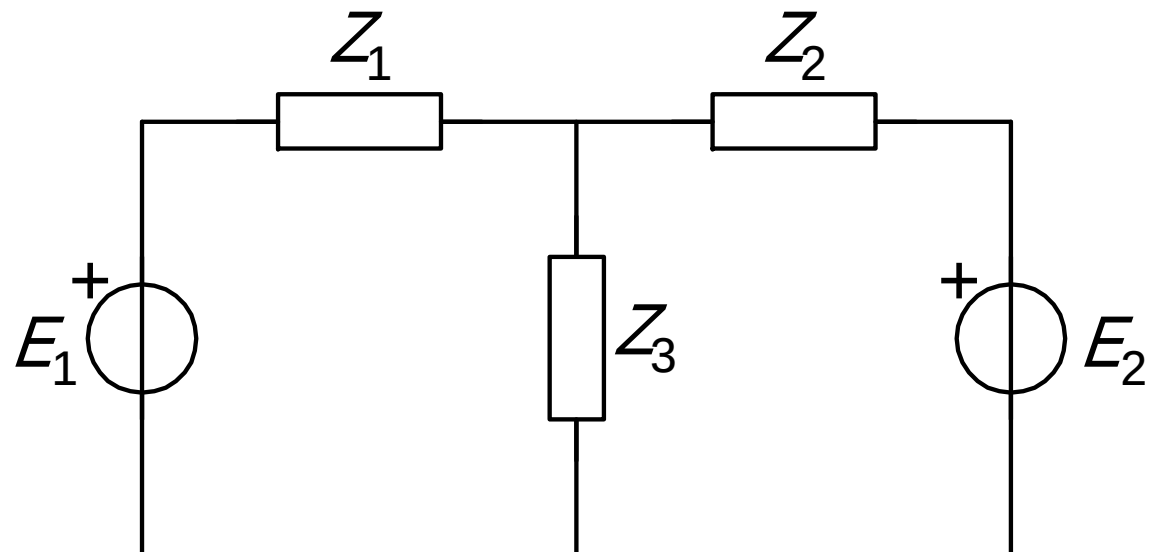
$$\underline{Z}_2 = (2 + j4) \Omega$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

$$\underline{Z}_1 = (1 + j2) \Omega$$

a) Odrediti kompleksne izraze za struje u kolu primenom metode konturnih struja.

b) Odrediti kompleksnu, aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu prijemnika $\underline{Z}_2$ i generatora $\underline{E}_2$. Da li se elektromotorna sila ponaša kao generator ili kao potrošač?



13.2 Za kolo prikazano na slici metodom konturnih struja odrediti kompleksne izraze za struje u svim granama kola. Odrediti kompleksnu snagu strujnog generatora $\underline{I}_{g1}$. Poznato je:

$$\underline{I}_{g1} = 250(1 + j1) \text{ mA}$$

$$\underline{Z}_1 = (200 - j300) \Omega$$

$$\underline{I}_{g2} = 100(1 - j2) \text{ mA}$$

$$\underline{Z}_2 = (100 + j200) \Omega$$

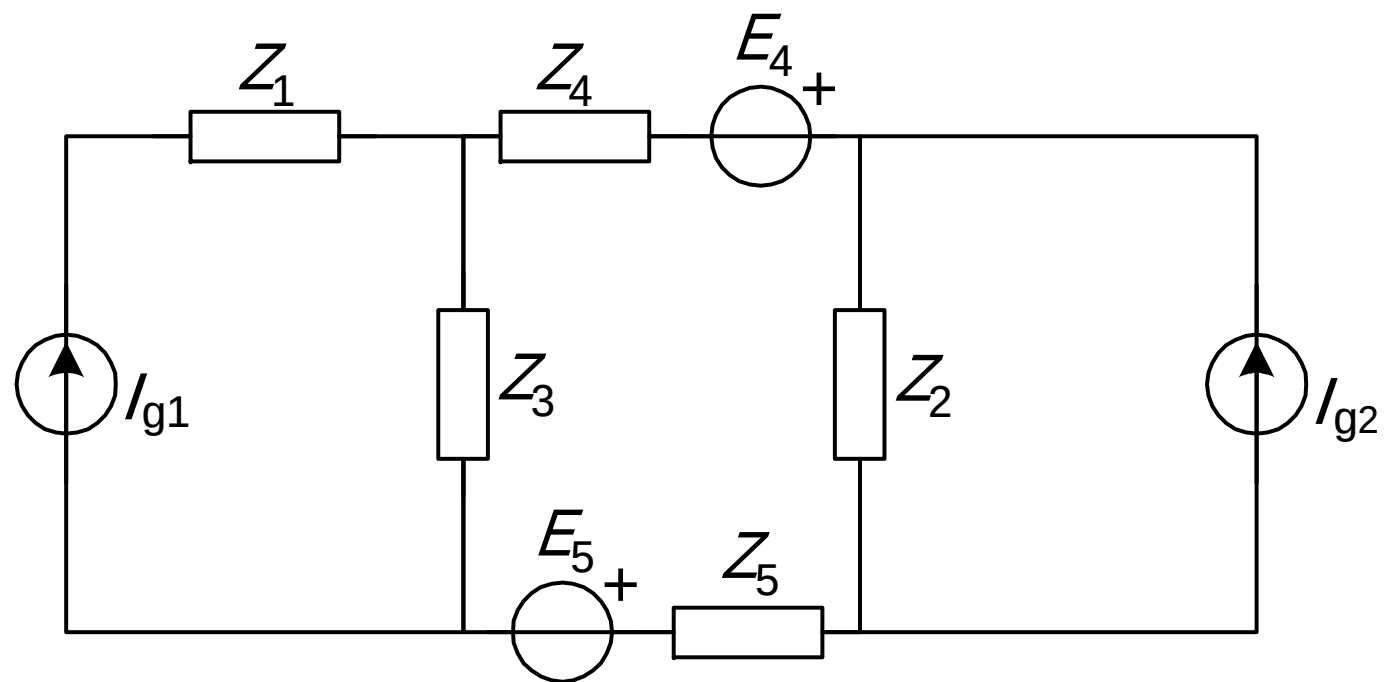
$$\underline{E}_4 = 15 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_3 = (200 - j100) \Omega$$

$$\underline{E}_5 = j5 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_4 = (300 - j400) \Omega$$

$$\underline{Z}_5 = (200 - j100) \Omega$$



13.3 Za kolo prikazano na slici odrediti struje svih grana.

$$\underline{I}_{g1} = 1 \text{ A}$$

$$\underline{Z}_1 = 10 \text{ } \Omega$$

$$\underline{I}_{g2} = j2 \text{ A}$$

$$\underline{Z}_2 = (5 + j5) \text{ } \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = 5 \text{ } \Omega$$

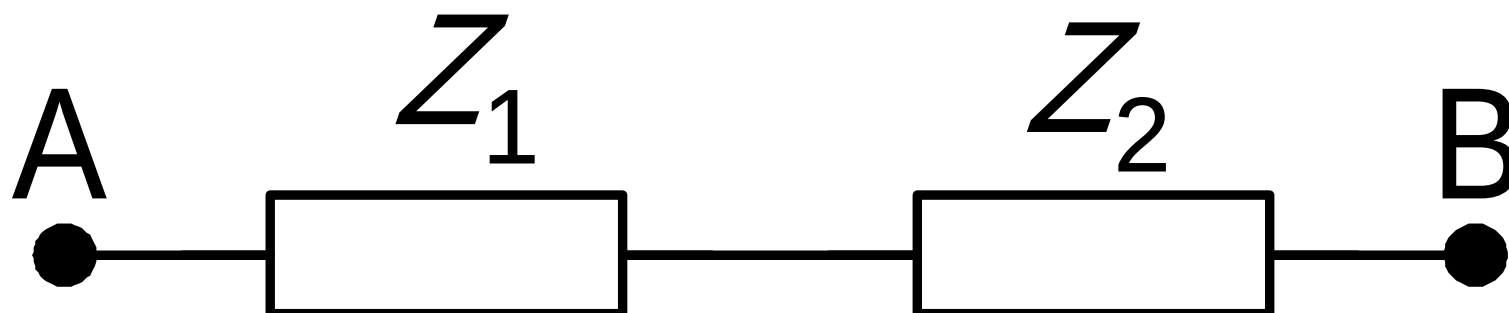
$$\underline{Z}_4 = 15 \text{ } \Omega$$

TRANSFIGURACIJE KOLA

TRANSFIGURACIJE IMPEDANSI

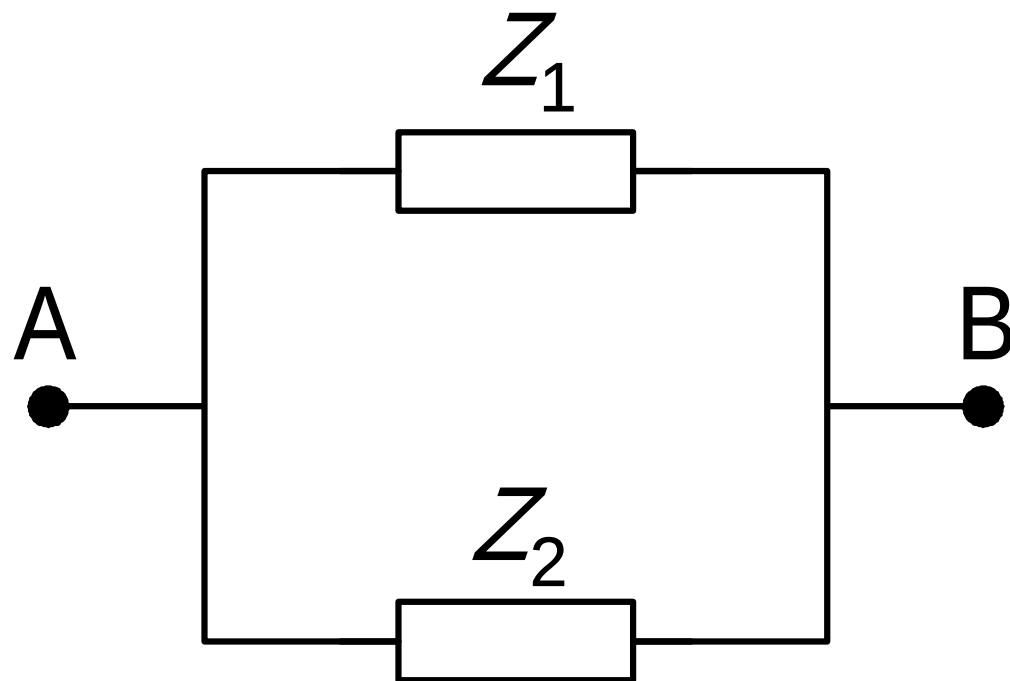
Kod transfiguracija impedansi važe ista pravila kao i kod jednosmernih električnih struja ukoliko aktivne otpornosti u formulama zamenimo kompleksnim izrazima za impedanse.

REDNA VEZA



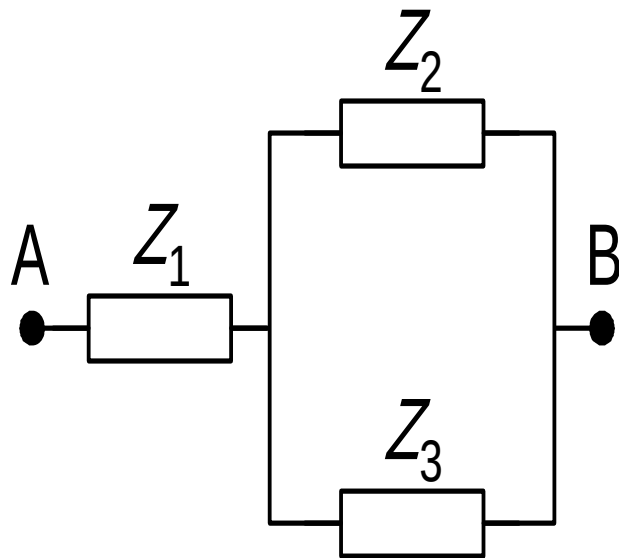
$$\underline{\underline{\mathbf{Z}_{AB}}} = \underline{\underline{\mathbf{Z}_1}} + \underline{\underline{\mathbf{Z}_2}}$$

PARALELNA VEZA



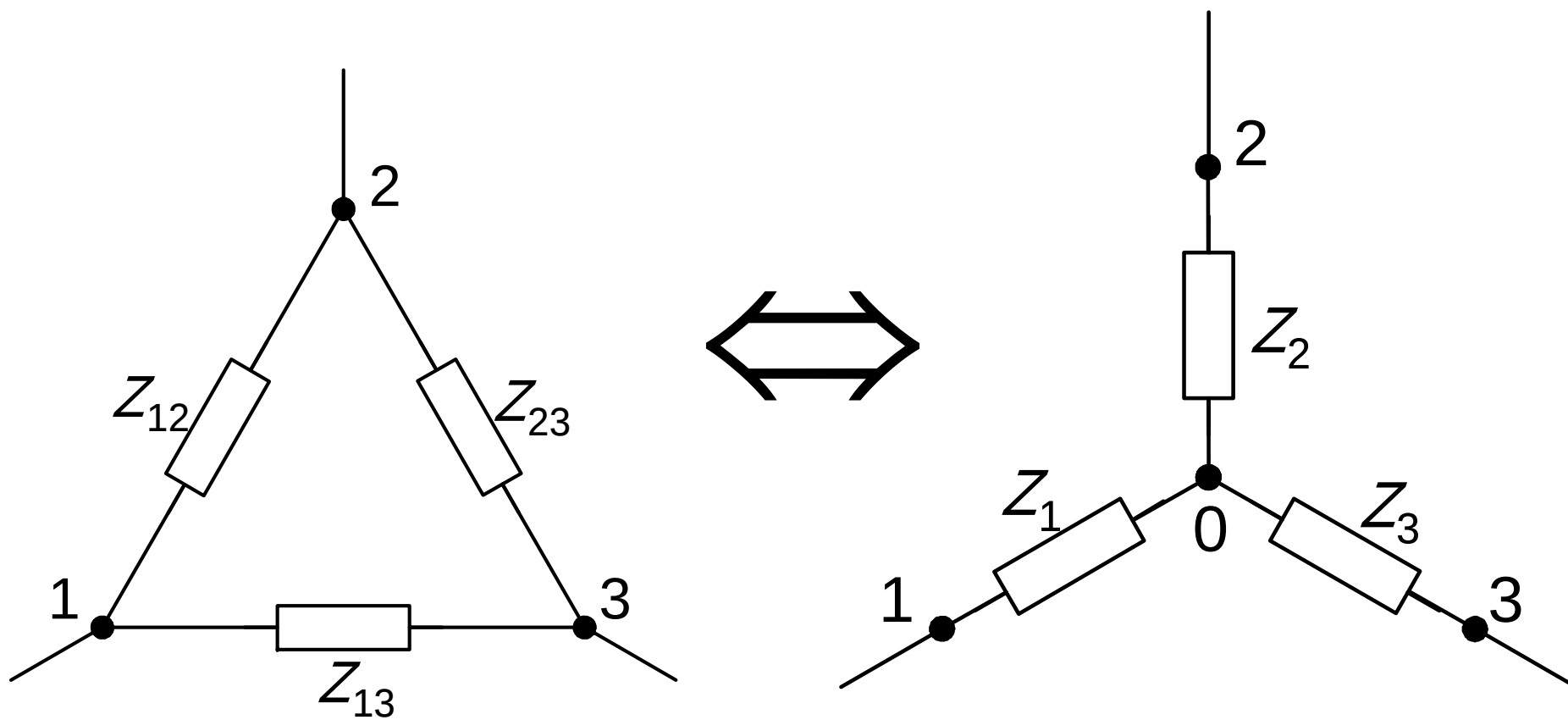
$$\frac{\underline{\underline{1}}}{\underline{\underline{Z}}_{AB}} = \frac{\underline{\underline{1}}}{\underline{\underline{Z}}_1} + \frac{\underline{\underline{1}}}{\underline{\underline{Z}}_2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{Z}}_{AB} = \frac{\underline{\underline{Z}}_1 \underline{\underline{Z}}_2}{\underline{\underline{Z}}_1 + \underline{\underline{Z}}_2}$$

MEŠOVITE VEZE



$$\underline{\underline{Z}}_{AB} = \underline{\underline{Z}}_1 + \frac{\underline{\underline{Z}}_2 \underline{\underline{Z}}_3}{\underline{\underline{Z}}_2 + \underline{\underline{Z}}_3}$$

TRANSFIGURACIJA "TROUGAO U ZVEZDU"

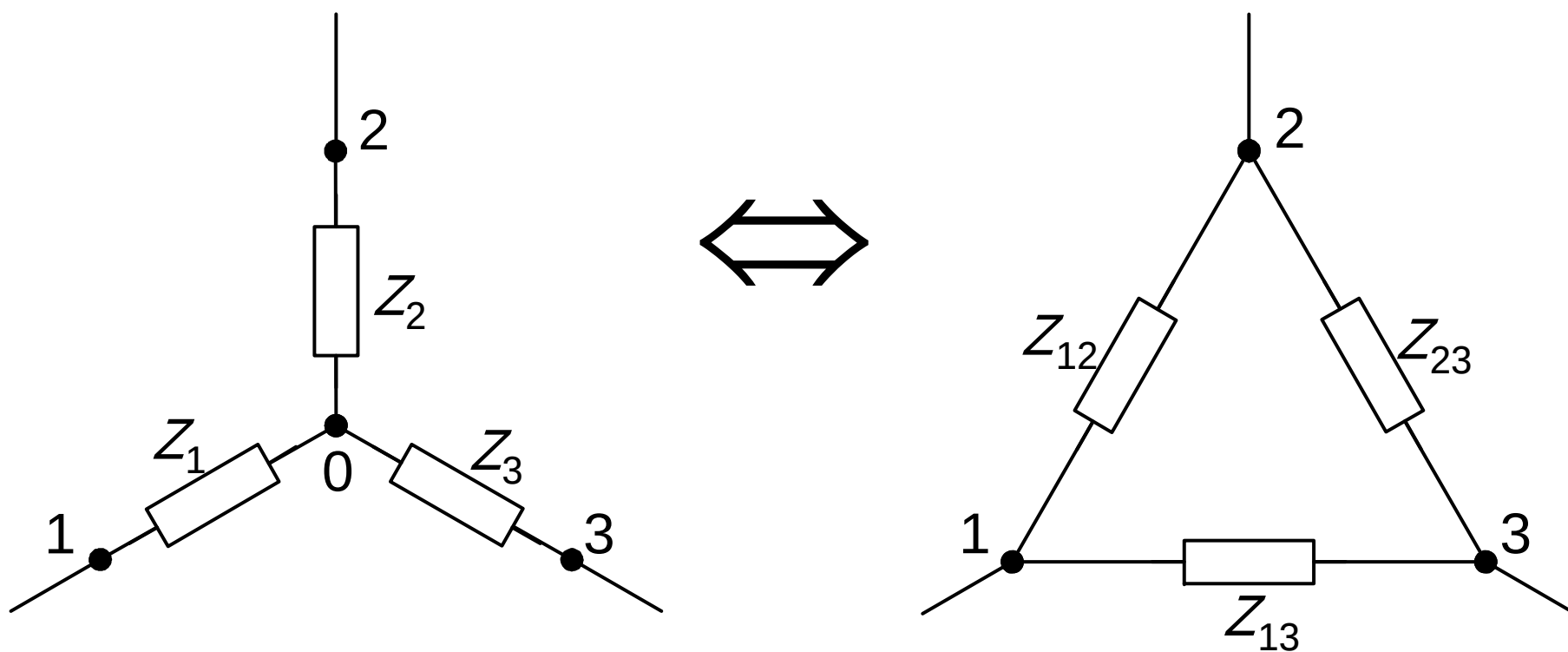


$$\underline{\underline{Z}}_1 = \frac{\underline{\underline{Z}}_{12} \underline{\underline{Z}}_{13}}{\underline{\underline{Z}}_{12} + \underline{\underline{Z}}_{13} + \underline{\underline{Z}}_{23}}$$

$$\underline{\underline{Z}}_2 = \frac{\underline{\underline{Z}}_{12} \underline{\underline{Z}}_{23}}{\underline{\underline{Z}}_{12} + \underline{\underline{Z}}_{13} + \underline{\underline{Z}}_{23}}$$

$$\underline{\underline{Z}}_3 = \frac{\underline{\underline{Z}}_{23} \underline{\underline{Z}}_{13}}{\underline{\underline{Z}}_{12} + \underline{\underline{Z}}_{13} + \underline{\underline{Z}}_{23}}$$

TRANSFIGURACIJA "ZVEZDA U TROUGAO"



$$\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{12} = \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_1 + \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_2 + \frac{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_1 \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_2}{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_3}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{13} = \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_1 + \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_3 + \frac{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_1 \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_3}{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_2}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_{23} = \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_2 + \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_3 + \frac{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_2 \underline{\underline{\mathbf{Z}}}_3}{\underline{\underline{\mathbf{Z}}}_1}$$

ZADACI:

14.1 Dva prijemnika koja se sastoje od redne veze elemenata: $R_1 = 80 \, \Omega$, $L_1 = 1 \, \text{mH}$, $C_1 = 250 \, \text{nF}$ i $R_2 = 60 \, \Omega$, $L_2 = 1.2 \, \text{mH}$, $C_2 = 50 \, \text{nF}$,

vezana su redno i priključena u kolo naizmenične struje kružne učestanosti $\omega = 10^5 \, \text{s}^{-1}$.

Ako je efektivna vrednost struje $I = 1 \, \text{A}$, a početna faza $\psi = 0$, odrediti:

**a) kompleksni izraz za napon na rednoj vezi
dva prijemnika,**

b) kompleksne izraze za napone na pojedinim prijemnicima

c) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu svakog prijemnika i redne veze

14.2 Impedanse

$$\underline{Z}_1 = (2 + j2) \Omega$$
$$\underline{Z}_2 = (5 - j10) \Omega$$
$$\underline{Z}_3 = (8 - j12) \Omega$$

vezane su redno na napon

$$u(t) = 625\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ V}$$

Napisati izraz za trenutnu vrednost struje $i(t)$

14.3 Dva prijemnika, kompleksnih impedansi

$$\underline{Z}_1 = (9 - j12) \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = (3 - j4) \Omega$$

**vezana su redno i priključena su na
prostoperiodični napon. Ako je reaktivna snaga
drugog prijemnika
-100 VAr, odrediti:**

- a) efektivnu vrednost napona na krajevima redne veze**
- b) aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu celog kola**

14.4 Dva prijemnika, kompleksnih impedansi

$$\underline{Z}_1 = (6 - j8) \Omega$$

$$\underline{Z}_2 = (6 + j8) \Omega$$

vezana su paralelno i priključena su na napon

$$\underline{U} = (100 + j100) \text{ V}$$

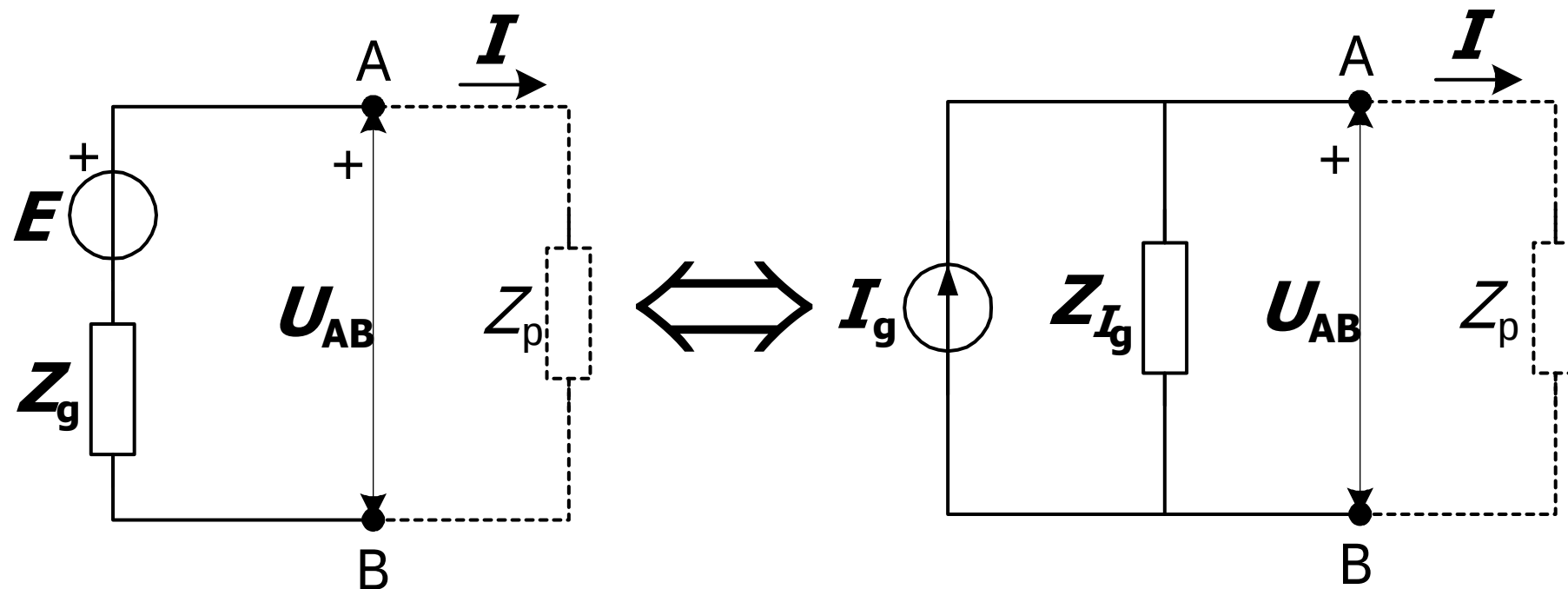
Odrediti:

- a) kompleksnu ekvivalentnu admitansu kola**
- b) kompleksni izraz za struju napojne grane**
- c) kompleksne izraze za struje svakog od prijemnika**

TRANSFIGURACIJE GENERATORA

Kao i u električnim kolima jednosmernih struje i ovde ćemo transfigurisati samo realne generatore.

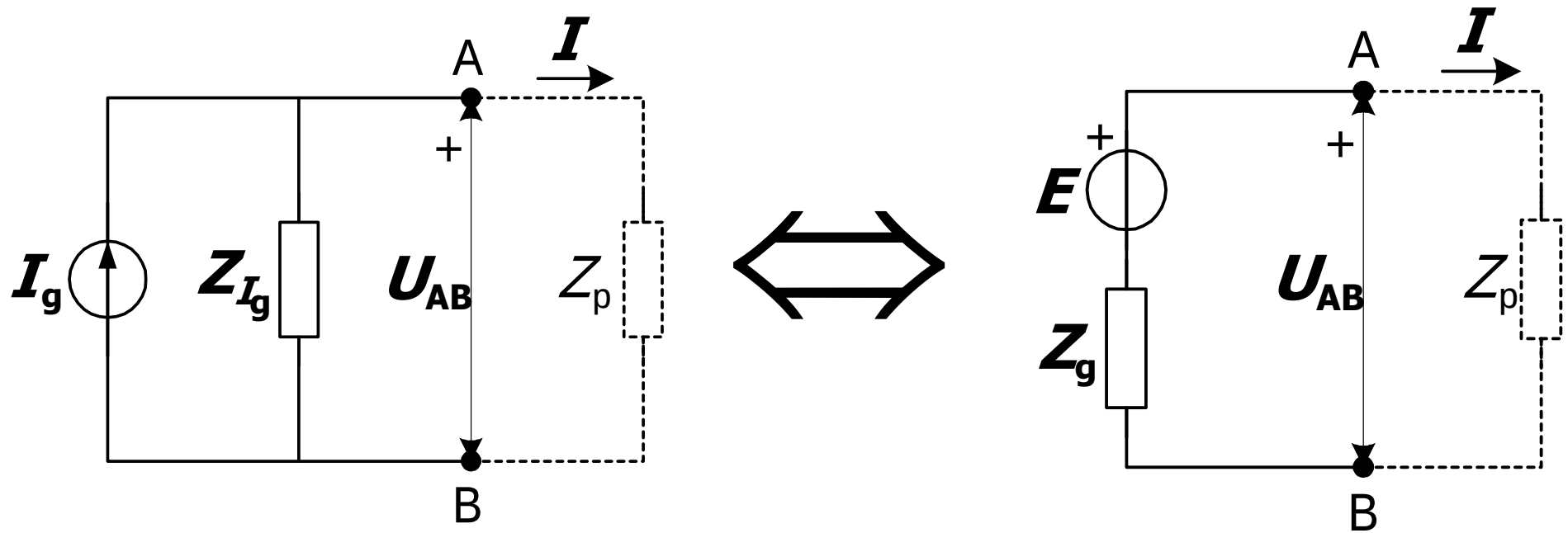
TRANSFIGURACIJA NAPONSKOG U STRUJNI GENERATOR



$$\underline{I}_g = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_g}$$

$$\underline{Z}_{I_g} = \underline{Z}_g$$

TRANSFIGURACIJA STRUJNOG U NAPONSKI GENERATOR



$$\underline{E} = \underline{I}_g \underline{Z}_{I_g} \quad \underline{Z}_g = \underline{Z}_{I_g}$$

Sve transfiguracije se obavljaju tako da se napon i struja u ostatku kola koji se ne transfiguriše, ne promene.

ZADACI:

15.1 Za kolo prostoperiodične struje prikazano na slici odrediti struju $\underline{I}_1$. Poznato je:

$$\underline{I}_g = j8 \text{ A}$$

$$\underline{Z}_1 = (5 - j5) \Omega$$

$$\underline{E}_1 = j50 \text{ V}$$

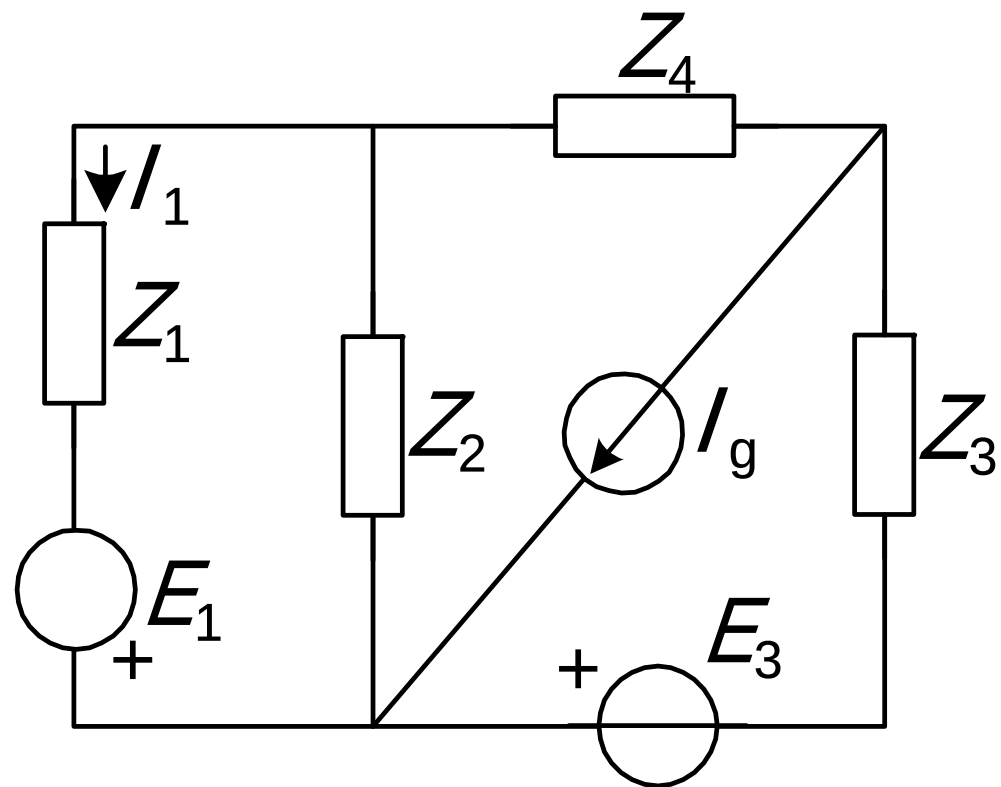
$$\underline{Z}_2 = j10 \Omega$$

$$\underline{E}_3 = 100 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_3 = (5 - j5) \Omega$$

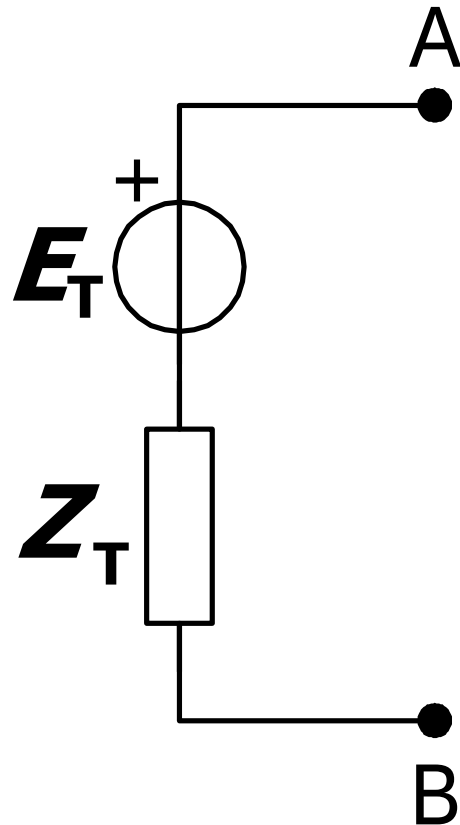
$$\underline{Z}_4 = (5 - j5) \Omega$$

$$\underline{Z}_5 = 10 \Omega$$



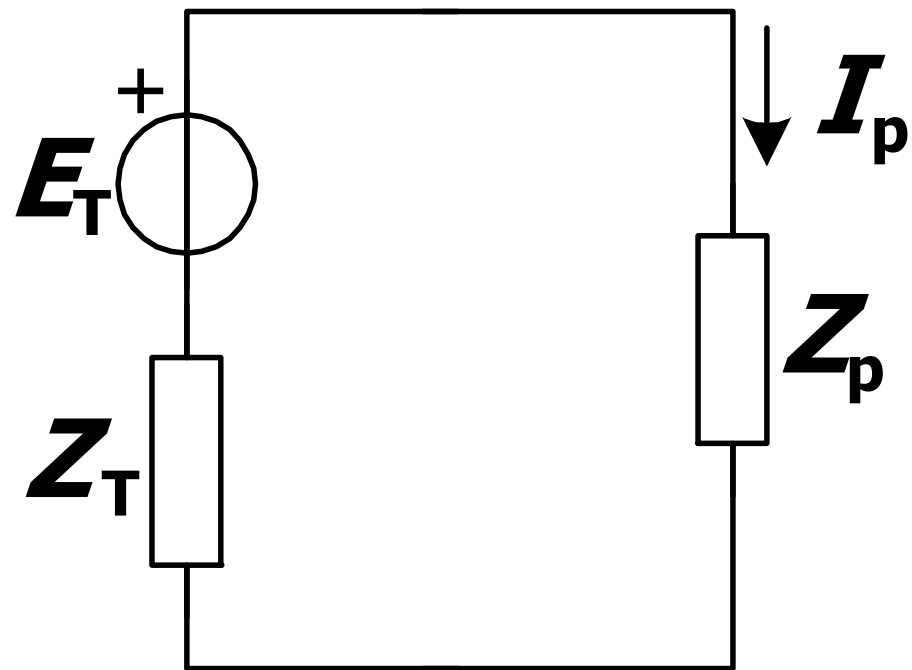
TEVENENOVA TEOREMA

Ova teorema je teorijski potpuno identična kao u kolima jednosmernih električnih struja, samo umesto aktivnih otpora imamo impedanse.



$$\underline{U}_{AB} \Big|_{OK} = \underline{E}_T$$

$$\underline{Z}_{AB} \Big|_{OK} = \underline{Z}_T$$



$$\underline{I_p} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z_T} + \underline{Z_p}}$$

ZADACI:

16.1 Za kolo prostoperiodične struje, prikazano na slici, primenom Tevenenove teoreme odrediti struju $\underline{I}_1$. Poznato je:

$$\underline{I}_g = 0,1(1 + j) \text{ A}$$

$$\underline{Z}_1 = j5 \, \Omega$$

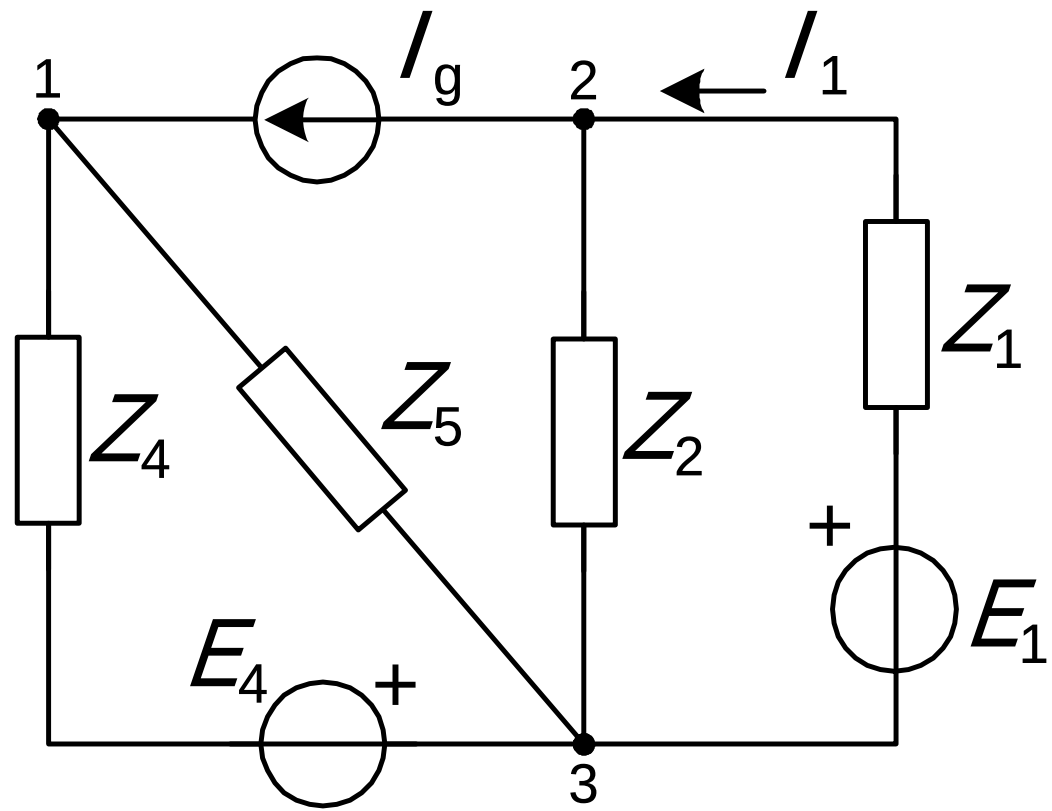
$$\underline{E}_1 = j2 \text{ V}$$

$$\underline{Z}_2 = 10 \, \Omega$$

$$\underline{E}_4 = j \text{ V}$$

$$\underline{Z}_4 = (4 - j7) \, \Omega$$

$$\underline{Z}_5 = (3 + j4) \, \Omega$$



PRILAGOĐENJE PRIJEMNIKA PO AKTIVNOJ SNAZI

Uslov prilagođenja po snazi je da je

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_g^*$$

Tada se na prijemniku razvija maksimalna aktivna snaga:

$$P_{\max} = I^2 R_p = \frac{E^2}{4R_p}$$

Opet koristimo Tevenenovu teoremu za lakše proračunavanje otpornosti prijemnika kada želimo da se na njemu razvija maksimalna aktivna snaga:

$$\underline{Z}_P = \underline{Z}_T^*$$

ZADACI:

17.1 Za kolo prostoperiodične struje sa slike poznato je:

$$\underline{E}_1 = (100 + j100) \text{ V}$$

$$\underline{Z}_1 = 20 \text{ } \Omega$$

$$\underline{E}_4 = (40 - j30) \text{ V}$$

$$\underline{Z}_3 = j6 \text{ } \Omega$$

$$\underline{I}_g = 5 \text{ A}$$

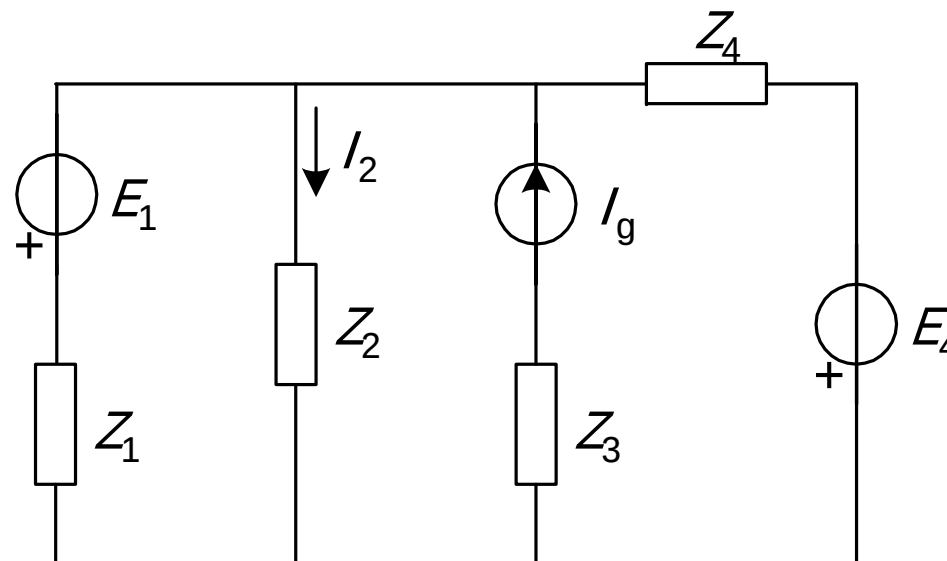
$$\underline{Z}_3 = (200 - j100) \text{ } \Omega$$

$$\underline{Z}_4 = j10 \text{ } \Omega$$

a) Odrediti kompleksni izraz za impedansu $\underline{Z}_2$ tako da se na njoj razvija maksimalna aktivna snaga i odrediti tu snagu.

b) Odrediti kompleksni izraz za struju $\underline{I}_2$ za tako određeno $\underline{Z}_2$.

c) Ako je učestanost u kolu $f = 50$ Hz napisati izraz po kome se menja trenutna vrednosti struje $\underline{I}_2$.



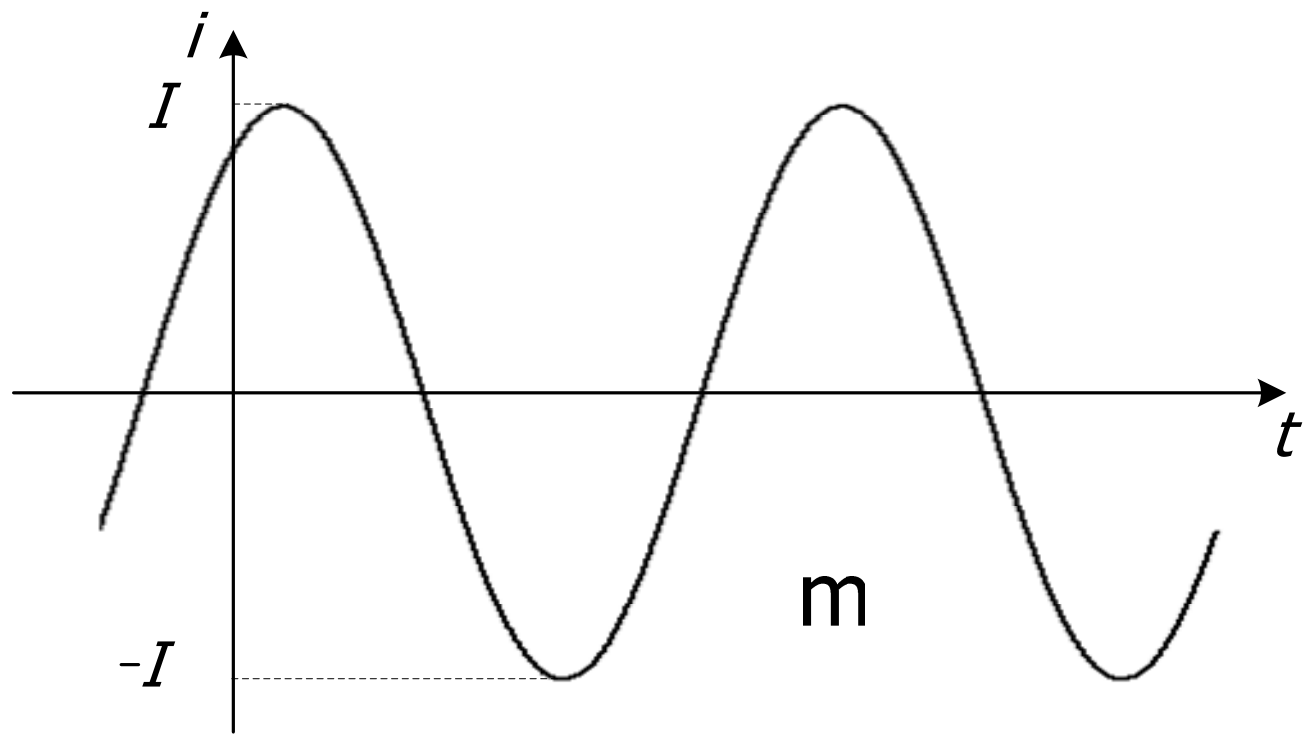
PITANJA ZA PROVERU ZNANJA

1. Veličina prikazana na slici je:

amplituda

period

početna faza

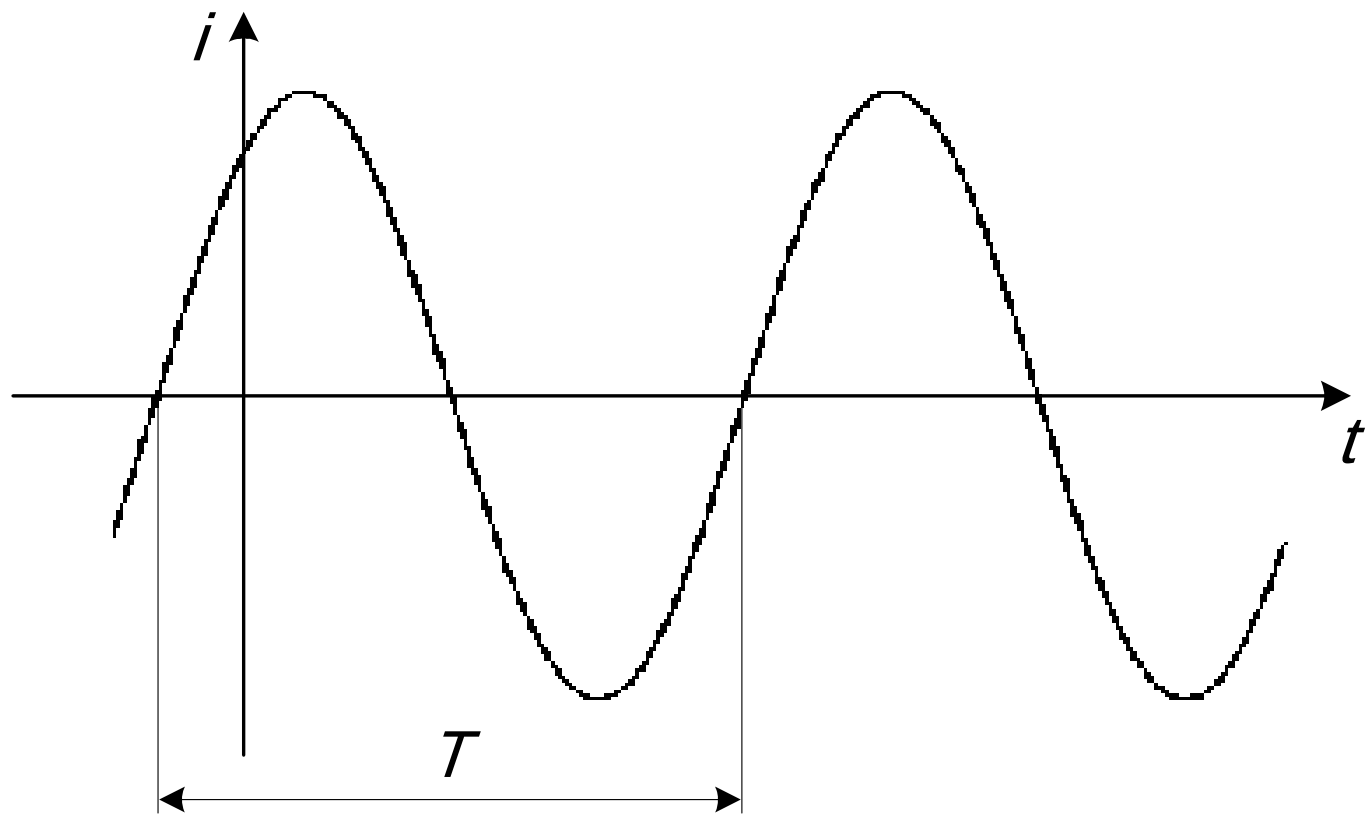


2. Veličina prikazana na slici je:

amplituda

period

početna faza

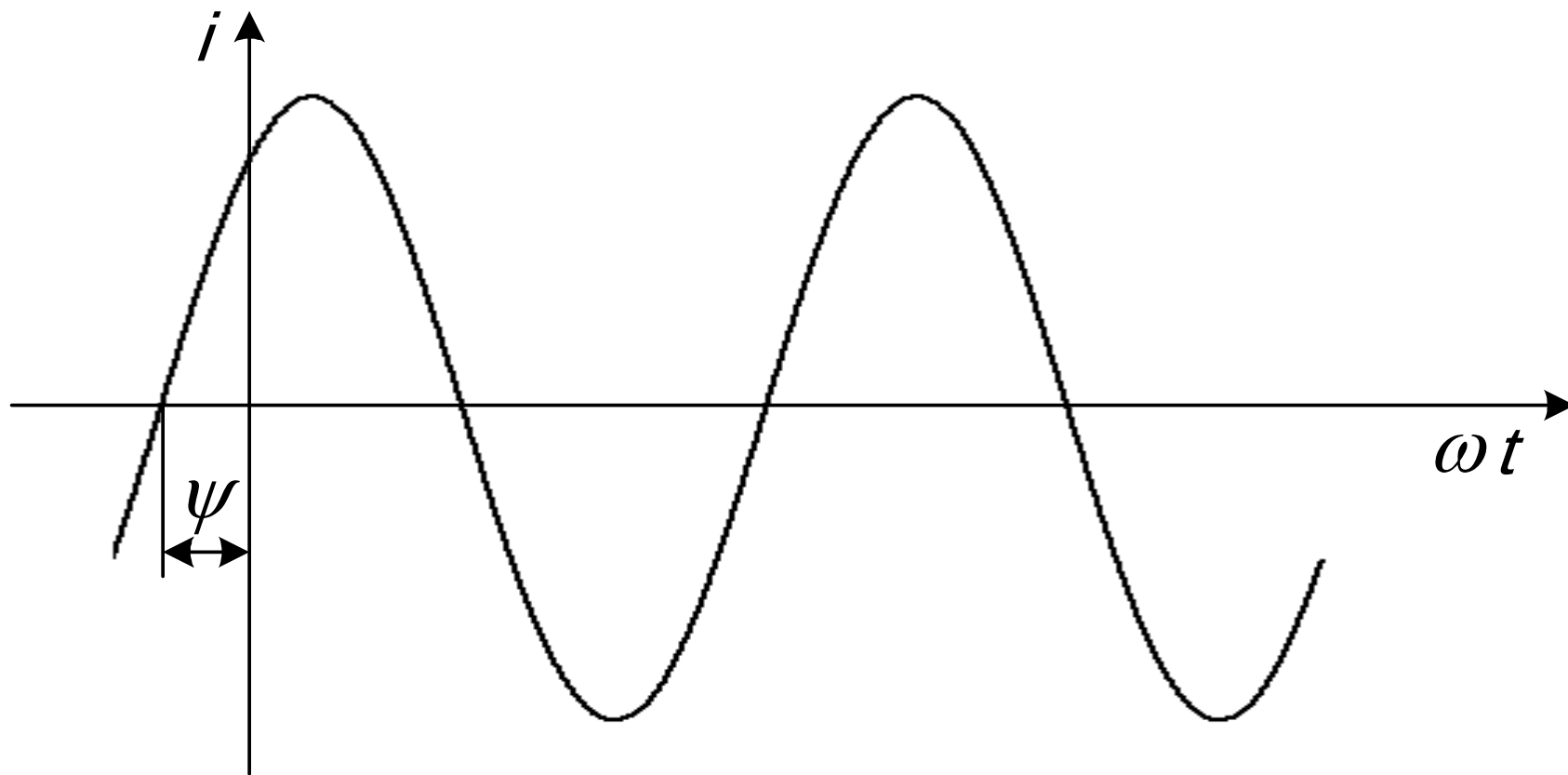


3. Veličina prikazana na slici je:

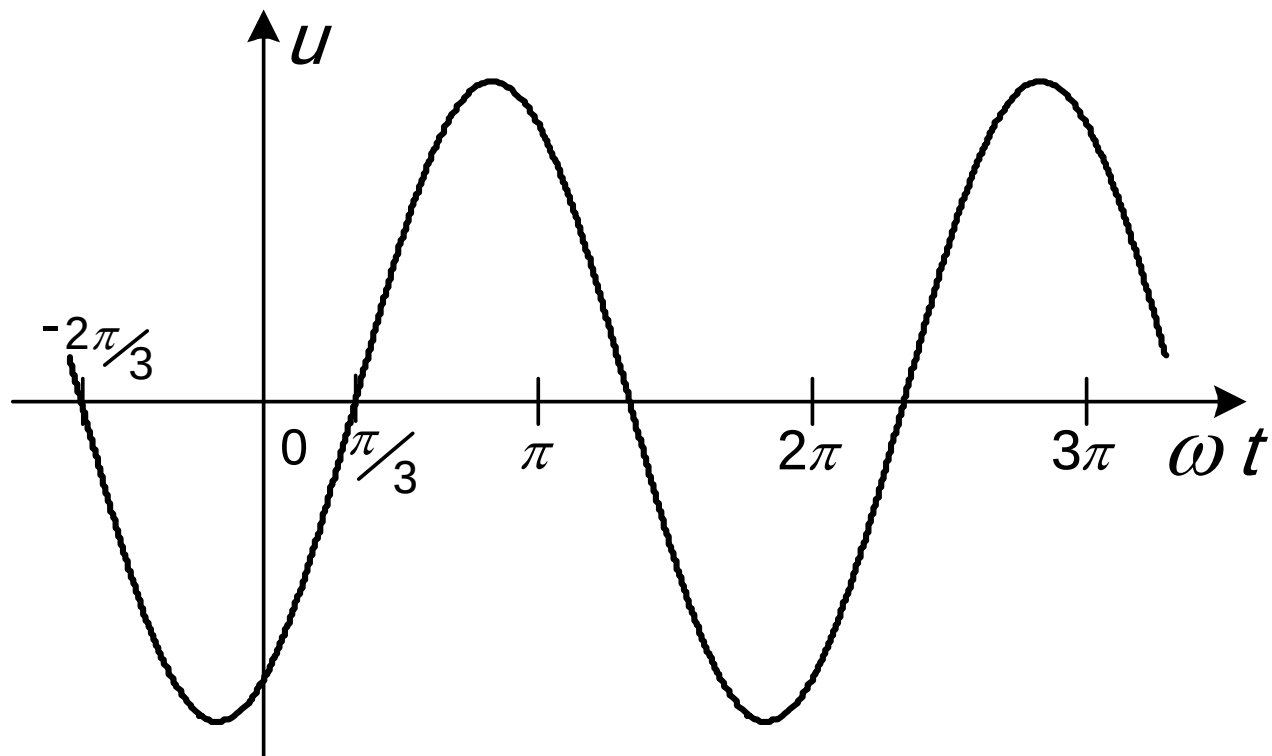
amplituda

period

početna faza



4. Početna faza napona prikazanog na slici je:

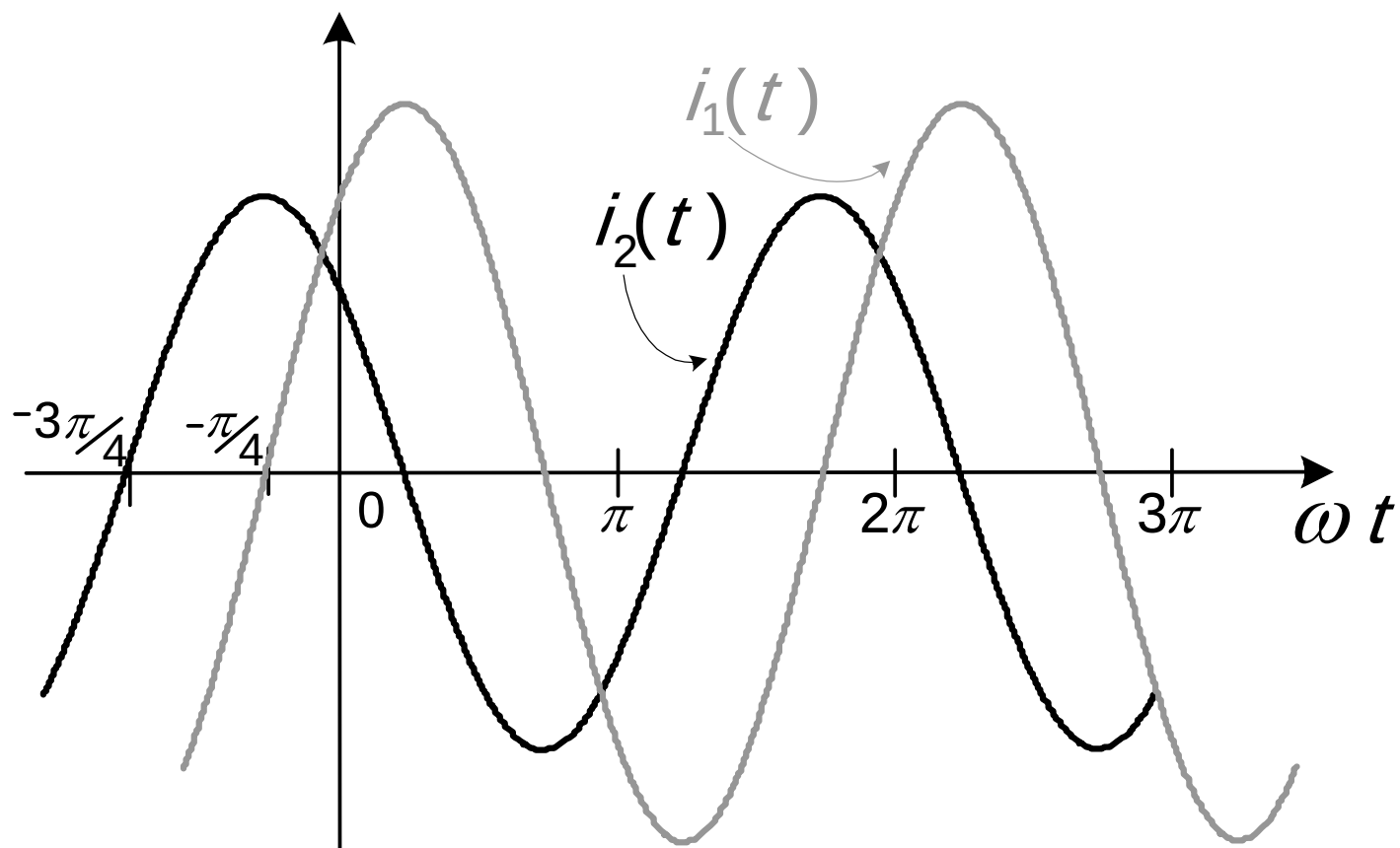


$$\frac{\pi}{3}$$
$$-\frac{\pi}{3}$$
$$\frac{2\pi}{3}$$
$$-\frac{2\pi}{3}$$

5. Za struje prikazane na slici važi:

struja i_1 prednjači struji i_2 za $\frac{\pi}{2}$

struja i_1 kasni za strujom i_2 za $\frac{\pi}{2}$

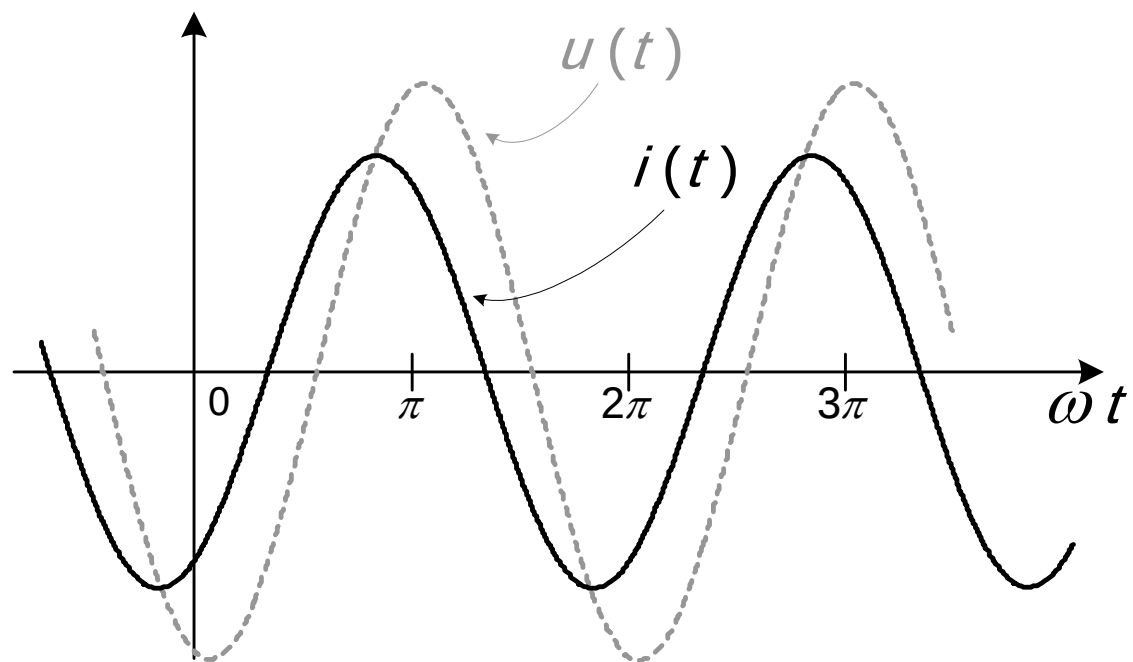


6. Na slici su prikazane promene trenutnih vrednosti struje i napona jednog prijemnika. Prijemnik je:

čisto otpornog karaktera

pretežno kapacitivnog karaktera

pretežno induktivnog karaktera



7. Prostoperiodične električne struje su:

vremenski promenljive struje

vremenski konstantne struje

8. Amplituda je:

minimalna vrednost prostoperiodične struje

**maksimalna vrednost
prostoperiodične struje**

efektivna vrednost prostoperiodične struje

9. Početna faza struje je:

fazna razlika početnih faza napona i struje

**ugao za koji u početnom trenutku struja prednjači
ili zaostaje u odnosu na referentni**

jedna od tri faze trofazne naizmjenične struje

10. Početna faza struje obeležava se sa:

φ

Ψ

$\ominus$

11. Početna faza napona obeležava se sa:

φ

ψ

$\ominus$

12. Kod otpornika u naizmeničnom režimu su:

napon i struja u fazi

napon prednjači struji

struja prednjači naponu

13. Kod kondenzatora u naizmeničnom režimu su:

napon i struja u fazi

napon prednjači struji

struja prednjači naponu

14. Kod kalema u naizmeničnom režimu su:

napon i struja u fazi

napon prednjači struji

struja prednjači naponu

15. Otpornost R prijemnika je:

aktivna otpornost

reaktivna otpornost

prividna otpornost

16. Otpornost X prijemnika je:

aktivna otpornost

reaktivna otpornost

prividna otpornost

17. Otpornost Z prijemnika je:

aktivna otpornost

reaktivna otpornost

prividna otpornost

18. Aktivna otpornost prijemnika R je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

19. Reaktivna otpornost prijemnika X je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

20. Prividna otpornost prijemnika Z je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

21. Provodnost G prijemnika je:

aktivna provodnost

reaktivna provodnost

privedna provodnost

22. Provodnost B prijemnika je:

aktivna provodnost

reaktivna provodnost

prividna provodnost

23. Provodnost Y prijemnika je:

aktivna provodnost

reaktivna provodnost

prividna provodnost

24. Aktivna provodnost prijemnika G je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

25. Reaktivna provodnost prijemnika B je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

26. Prividna provodnost prijemnika Y je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

27. Snaga P prijemnika je:

aktivna snaga

reaktivna snaga

privedna snaga

trenutna snaga

28 Snaga Q prijemnika je:

aktivna snaga

reaktivna snaga

privedna snaga

trenutna snaga

29. Snaga S prijemnika je:

aktivna snaga

reaktivna snaga

prividna snaga

trenutna snaga

30. Snaga p prijemnika je:

aktivna snaga

reaktivna snaga

prividna snaga

trenutna snaga

31. Aktivna snaga prijemnika P je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

32. Reaktivna snaga prijemnika Q je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

33. Prividna snaga prijemnika S je:

uvek pozitivna

uvek negativna

može biti i pozitivna i negativna

34. Ako je u rednoj RLC vezi reaktivna otpornost prijemnika 0, to kolo se zove:

rezonantno

antirezonantno

35. Ako je u paralelnoj RLC vezi reaktivna provodnost prijemnika 0, to kolo se zove:

rezonantno

antirezonantno

**36. Ako je u rednoj RLC vezi prijemnika $\omega L > \frac{1}{\omega C}$
to kolo je pretežno:**

induktivno

kapacitivno

aktivno

37. Ako je u rednoj RLC vezi prijemnika $\omega L < \frac{1}{\omega C}$
to kolo je pretežno:

induktivno

kapacitivno

aktivno

**38. Ako je u paralelnoj RLC vezi prijemnika $\omega C > \frac{1}{\omega L}$
to kolo je pretežno:**

induktivno

kapacitivno

aktivno

**39. Ako je u paralelnoj RLC vezi prijemnika $\omega C < \frac{1}{\omega L}$
to kolo je pretežno:**

induktivno

kapacitivno

aktivno

**40. Fazna razlika napona i struje (u rednoj vezi)
obeležava se sa:**

φ

v

ψ

$\ominus$

**41. Fazna razlika struje i napona (u paralelnoj vezi)
obeležava se sa:**

φ

V

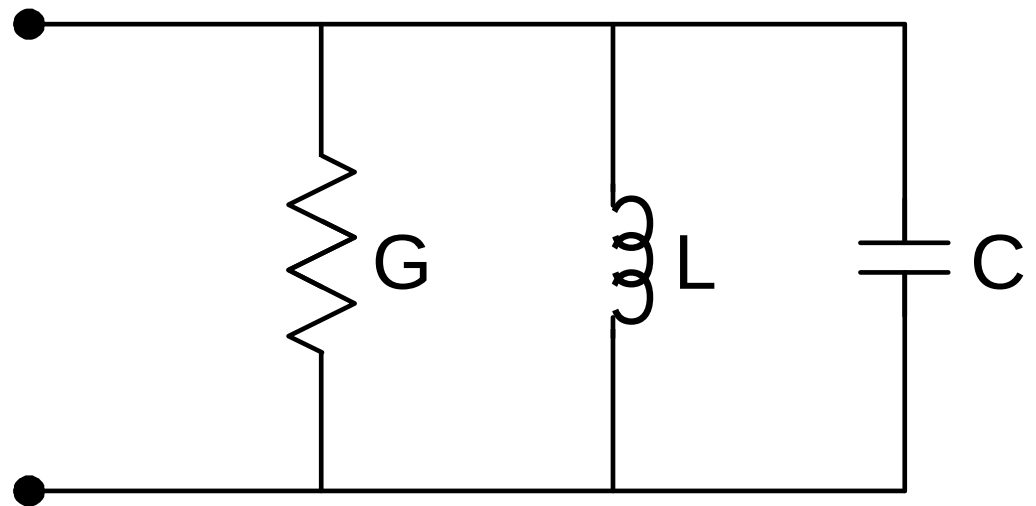
ψ

$\ominus$

42. Ako je u kolu sa slike $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ onda je to kolo:

rezonantno

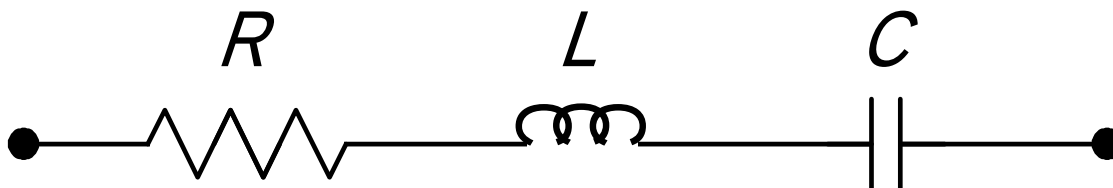
antirezonantno



43. Ako je u kolu sa slike $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ onda je to kolo:

rezonantno

antirezonantno



44. Trenutna snaga je:

**srednja vrednost trenutne snage u okviru
jednog perioda**

**proizvod trenutnih vrednosti
napona i struje**

proizvod efektivnih vrednosti napona i struje

45. Aktivna snaga je:

**srednja vrednost trenutne
snage u okviru jednog
perioda**

proizvod trenutnih vrednosti napona i struje

proizvod efektivnih vrednosti napona i struje

46. Prividna snaga je:

**srednja vrednost trenutne snage u okviru
jednog perioda**

proizvod trenutnih vrednosti napona i struje

**proizvod efektivnih vrednosti
napona i struje**

47. Jedinica za aktivnu snagu je:

W

VAr

VA

48. Jedinica za reaktivnu snagu je:

W

VA_r

VA

49. Jedinica za prividnu snagu je:

W

VAr

VA

50. Jedinica za trenutnu snagu je:

W

VAr

VA

51. Jedinica za aktivnu otpornost je:

Ω

S

52. Jedinica za reaktivnu otpornost je:

Ω

S

53. Jedinica za prividnu otpornost je:

Ω

S

54. Jedinica za aktivnu provodnost je:

Ω

S

55. Jedinica za reaktivnu provodnost je:

Ω

S

56. Jedinica za prividnu provodnost je:

Ω

S

57. Kompleksni izraz za snagu definiše se kao:

$$\underline{P} = \underline{U} \underline{I}$$

$$\underline{Q} = \underline{U} \underline{I}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

58. Kompleksni izraz za impedansu definiše se kao:

$$\underline{Z} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$\underline{Z} = \frac{U}{I}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

59. Kompleksni izraz za admitansu definiše se kao:

$$\underline{Y} = \frac{I_m}{U_m}$$

$$\underline{Y} = \frac{I}{U}$$

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$$

60. Kompleksni izraz za struju je:

$$\underline{I} = I e^{j\psi}$$

$$\underline{I} = I_m e^{j\varphi}$$

$$\underline{I} = I_m e^{j\psi}$$

61. Kompleksni izraz za napon je:

$$\underline{U} = U e^{j\theta}$$

$$\underline{U} = U_m e^{j\varphi}$$

$$\underline{U} = U_m e^{j\theta}$$

62. Kompleksni izraz za impedansu je:

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\psi}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\theta}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\nu}$$

63. Kompleksni izraz za admitansu je:

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\psi}$$

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\theta}$$

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\nu}$$

64. Kompleksni izraz za snagu je:

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\psi}$$

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\theta}$$

$$\underline{S} = S \cdot e^{j\nu}$$

65. Aktivne otpornosti u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

66. Reaktivne otpornosti u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

67. Prividne otpornosti u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

68. Aktivne provodnosti u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

69. Reaktivne provodnosti u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

70. Prividne provodnosti u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

71. Aktivne snage u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

72. Reaktivne snage u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

73. Prividne snage u rednoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

74. Aktivne snage u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

75. Reaktivne snage u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

76. Prividne snage u paralelnoj vezi se:

smeju sabirati

ne smeju sabirati

**77. Omov zakon u električnim kolima
naizmeničnog režima važi:**

**samo za trenutne vrednosti
napona i struje**

samo za efektivne vrednosti napona i struje

**i za trenutne i za efektivne vrednosti napona i
struje**

**78. 1. i 2. Kirhofov zakon u električnim kolima
naizmeničnog režima važi:**

**samo za trenutne vrednosti
napona i struje**

samo za efektivne vrednosti napona i struje

**i za trenutne i za efektivne vrednosti napona i
struje**