

Digitalni sistemi prenosa

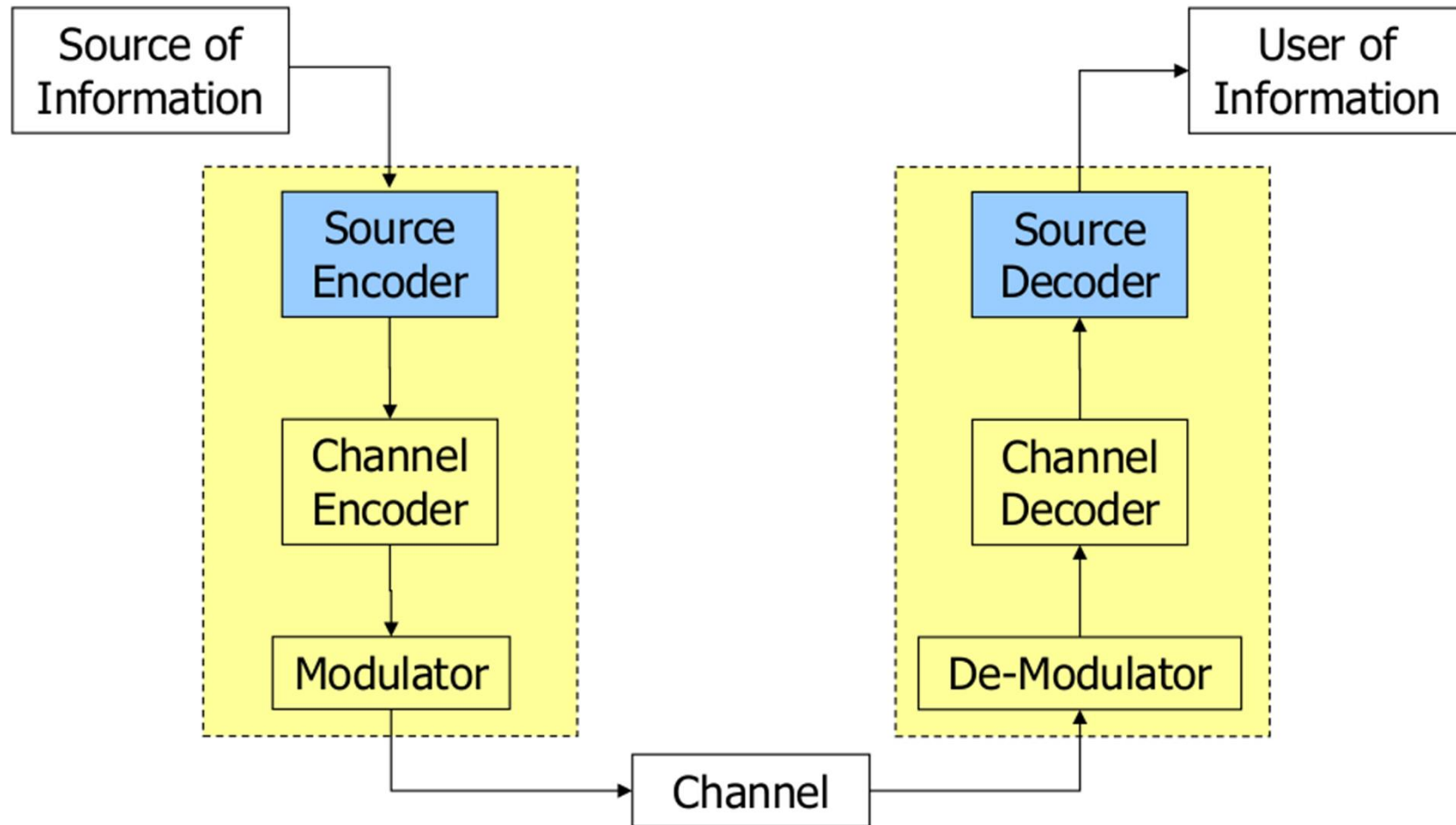
Profesor dr Miroslav Lutovac

- Digitalni sistemi prenosa
- Amela Zeković, Lekcija 3:
- Kodovanje izvora

Šema komunikacionog sistema

- Na slici je data blok šema komunikacionog sistema u slučaju kada se informacija kreće od izvora, preko kodovanja izvora, zaštitnog kodovanja i modulatora do kanala, a zatim inverznim operacijama do korisnika

Blok šema komunikacionog sistema sa kodavanjem izvora



Izbor dužine kodne reči

- Kodovanje izvora može da se realizuje preko kodova sa fiksnom dužinom kodne reči, Fixed Length Codes, FLC
- Dužina kodne reči se bira na osnovu broja simbola potrebnih da se predstave pomoću tog izvora
- Na primer, za 50 simbola potrebno je 6 bita za dužinu kodne reči, jer je $2^6 = 64 > 50$
- Primer koda fiksne dužine je ASCII kod

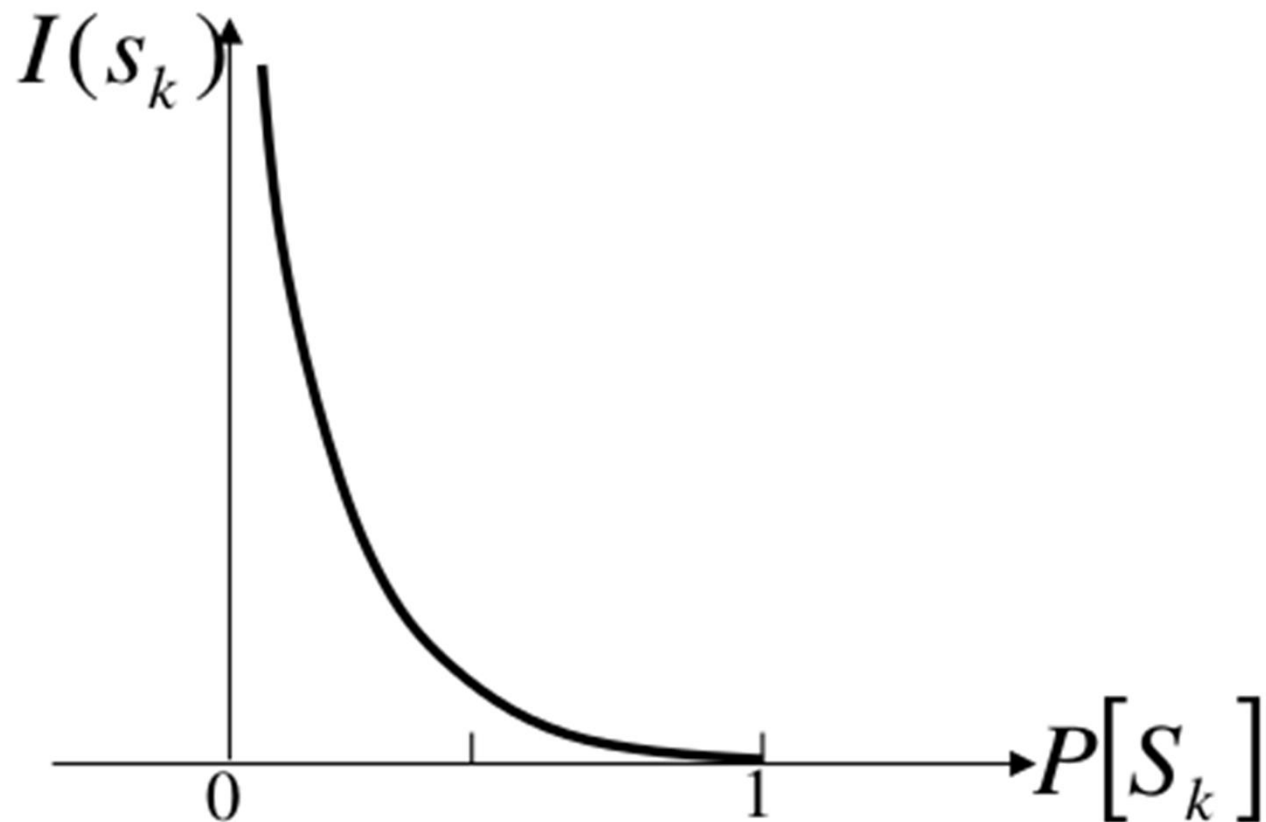
Kodovi promenljive dužine

- Kodovanje izvora može da se realizuje i pomoću kodova promenljive dužine, Variable Length Codes, VLC
- Ovi kodovi su složeniji za realizaciju, ali omogućavaju kompresiju podataka
- U slučaju ovih kodova dužina kodne reči simbola zavisi od verovatnoće njegovog pojavljivanja

Izvor simbola, količina informacija i entropija

- Pretpostavimo da izvor emituje nezavisne simbole $s_0, s_1, \dots, s_{N-1}$,
- čije su verovatnoće pojavljivanja $p_0, p_1, \dots, p_{N-1}$
- onda za ove podatke važi sledeće:
- suma svih verovatnoća je 1 $\sum_{n=0}^{N-1} p_n = 1$
- količina informacije simbola je data izrazom $I(s_n) = \log_2 \frac{1}{p_n} = -\log_2 p_n \text{ [bit]}$.
- entropija izvora je data izrazom $H(s) = \sum_{n=0}^{N-1} p_n \log_2 \frac{1}{p_n} = - \sum_{n=0}^{N-1} p_n \log_2 p_n \left[\frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \right]$.

Zavisnost količine informacije simbola i verovatnoće simbola



Entropija

- Entropija predstavlja srednju količinu informacija diskretnog izvora simbola
- Takođe, entropija predstavlja srednju vrednost potrebnog broja bita po simbolu, za opisivanje tog izvora
- Ako su sve verovatnoće simbola jednake, entropija je maksimalna i ima vrednost $H(s) = \log_2 N$
- Entropija je uvek pozitivna
- Vrednost entropije se kreće u opsegu $0 \leq H(s) \leq \log_2 N$

Entropija

- Cilj kodovanja izvora je da se postigne minimalna srednja vrednost bita po simbolu
- Da bi se ovo realizovalo koristi se princip da se čestim simbolima (simbolima sa velikom verovatnoćom pojavljivanja) dodeljuje kratka kodna reč, dok se retkim simbolima dodeljuje duga kodna reč

Hafmanovo kodovanje

- Srednja dužina kodne reči realizovanog koda može se odrediti kao $\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n$;
- gde je v_n dužina kodne reči simbola s_n
- Najmanja moguća dužina kodne reči koja može da se postigne kodovanjem izvora jednaka je entropiji izvora $\bar{L}_{min} = H(s)$.
- Jedno od najpoznatijih i vrlo često primenjenih kodovanja izvora se zove Hafmanovo kodovanje
- Ovo kodovanje postiže najmanje srednje dužine kodne reči

Efikasnost realizovanog kodovanja

- Efikasnost realizovanog kodovanja izvora može se odrediti pomoću izraza

$$\eta = \frac{H(s)}{\bar{L}}$$

- dok se faktor kompresije (Compression Ratio, CR) određuje kao

$$CR = \frac{L_{FLC}}{\bar{L}}$$

- gde je L_{FLC} dužina kodne reči u slučaju kodovanja sa fiksnom dužinom kodne reči

Primeri kodovanja izvora

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Odrediti entropiju, srednju dužinu kodne reči, efikasnost kodovanja i faktor kopresije za dva koda data na slici

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Kod 1 je kod fiksne dužine, dok je kod 2 sa promenljivom dužinom

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Entropija izvora za kod 1 i kod 2

$$H(s) = \sum_{n=0}^{N-1} p_n \log_2 \frac{1}{p_n} = \left(\frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{1}{8} \log_2 8 + \frac{1}{8} \log_2 8 \right) = 1.75 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}.$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Srednja dužina kodne reči za kod 1

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 = 2 \frac{bit}{symbol}$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Srednja dužina kodne reči za kod 2

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 4 = 1.875 \frac{bit}{symbol}.$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Efikasnost kodovanja koda 1 je

$$\eta = \frac{H(s)}{\bar{L}} = \frac{1.75 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 0.875,$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

- Efikasnost kodovanja koda 2 je

$$\eta = \frac{H(s)}{\bar{L}} = \frac{1.75 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{1.875 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 0.933.$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 = 2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

- Faktor kompresije koda 1 je

$$CR = \frac{L_{FLC}}{\bar{L}} = \frac{2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 1$$

Source Symbols _k	Symbol Probability p_k	Code I		Code II	
		Symbol Code word c_k	Code word Length v_k	Symbol Code word c_k	Code word Length v_k
s_0	1/2	00	2	0	1
s_1	1/4	01	2	10	2
s_2	1/8	10	2	110	3
s_3	1/8	11	2	1111	4

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 2 = 2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

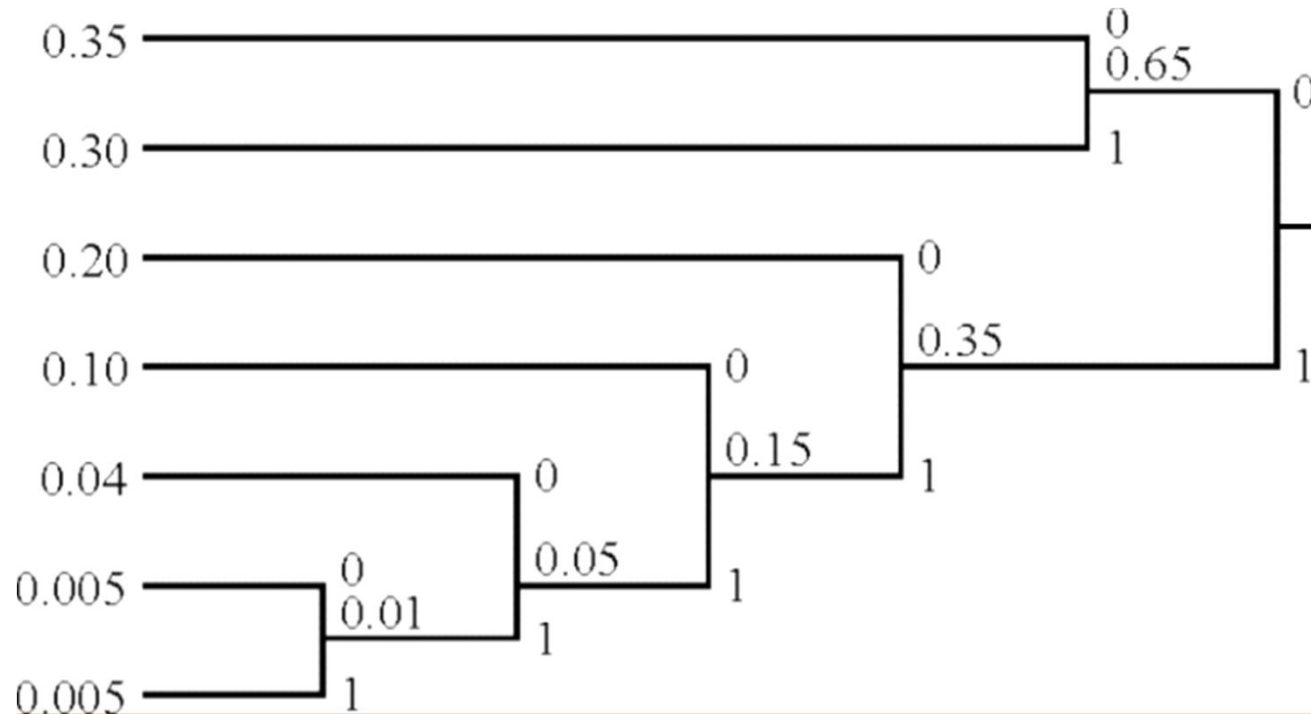
- Faktor kompresije koda 2 je

$$CR = \frac{L_{FLC}}{\bar{L}} = \frac{2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{1.875 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 1.067$$

Primer 2 kodovanja izvora

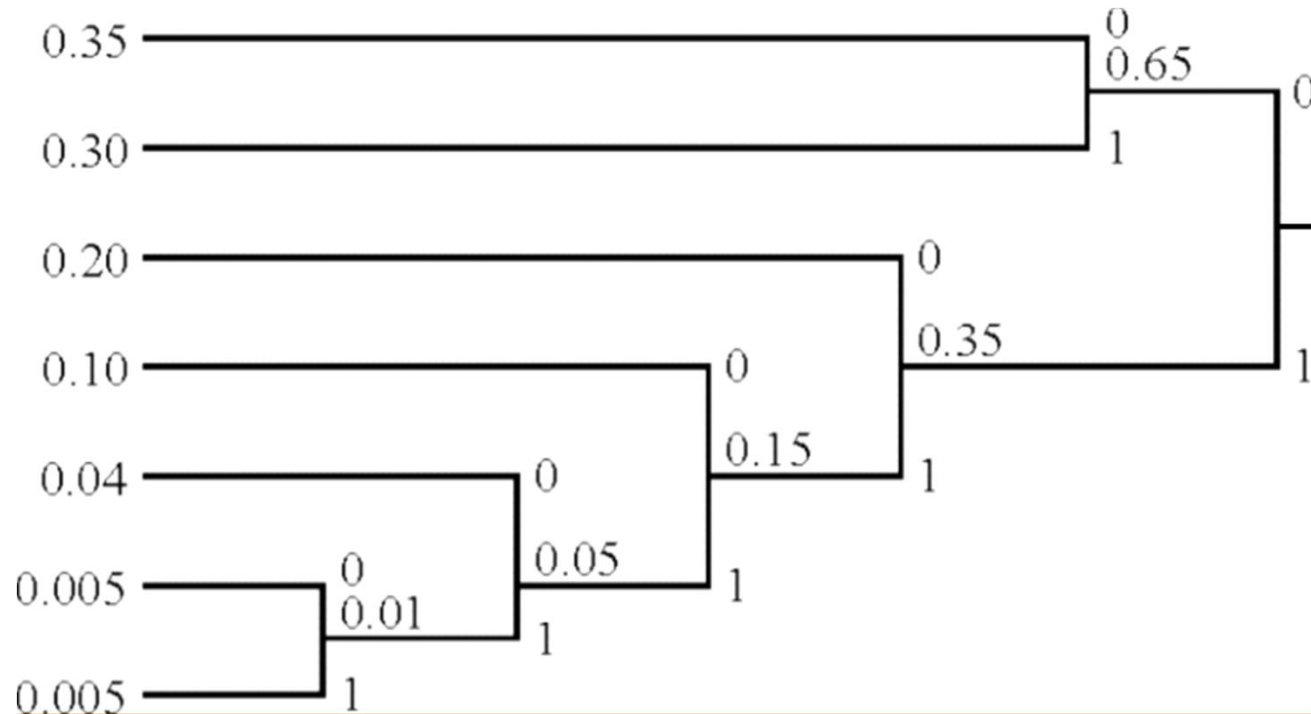
- Hafmanovo kodovanje podrazumeva korišćenje sledećeg postupka
 1. Simboli izvora su izlistani tako da imaju opadajuće vrednosti verovatnoće, pri čemu se simbolima sa dve najmanje vrednosti verovatnoće dodeljuju biti 0 i 1
 2. Dva simbola sa najmanjim verovatnoćama se kombinuju u jedan simbol čija je verovatnoća jednaka sumi ova dva simbola. Sada se traže nova dva simbola sa najmanjim vrednostima verovatnoće.
 3. Prethodni postupak se ponavlja dok se ne dode do sume verovatnoća 1, koja predstavlja sumu svih verovatnoća.

Primer 2 kodovanja izvora



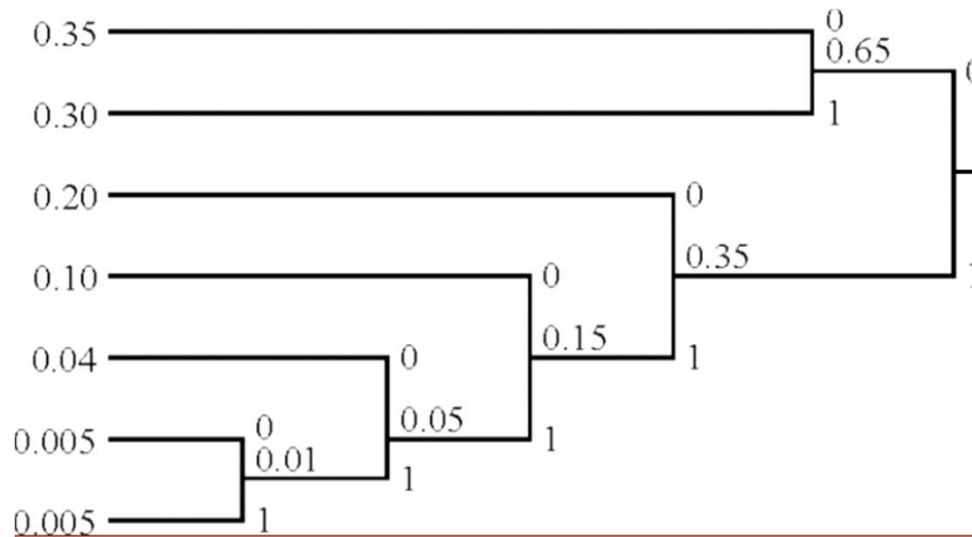
- Prikaz Hafmanovog algoritma za 7 simbola
- Na levoj strani su date verovatnoće pojedinačnih simbola
- Konačne kodne reči se čitaju sa desna u levo po putanji do simbola

Primer 2 kodovanja izvora



- Konačne kodne reči se čitaju sa desna u levo po putanji do simbola
- dobijaju se sledeće kodne reči pojedinačnih simbola 00, 01, 10, 110, 1110, 11110 i 11111.

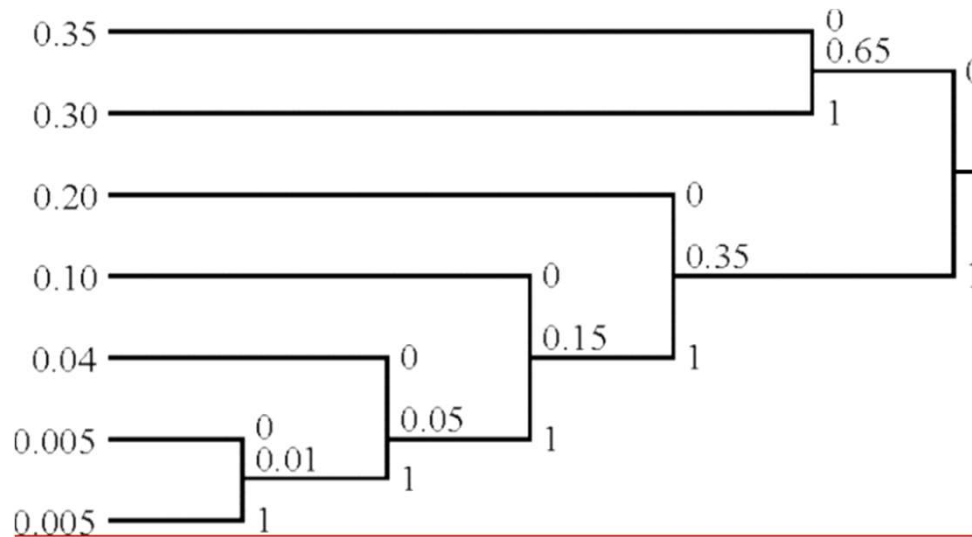
Primer 2 kodovanja izvora



- Entropija izvora je data izrazom

$$H(s) = - \sum_{n=0}^{N-1} p_n \log_2 p_n = -(0.35 \log_2 0.35 + 0.3 \log_2 0.3 + 0.2 \log_2 0.2 + 0.1 \log_2 0.1 + 0.04 \log_2 0.04 + 2 \cdot 0.005 \log_2 0.005) = 2.11 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}.$$

Primer 2 kodovanja izvora

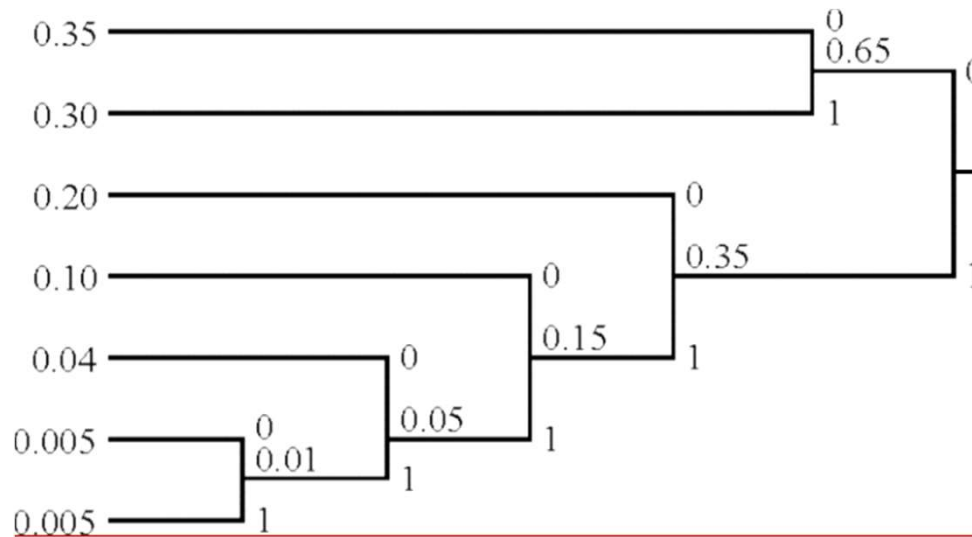


0.35	2	0.7
0.3	2	0.6
0.2	2	0.4
0.1	3	0.3
0.04	4	0.16
0.005	5	0.025
0.005	5	0.025
1		2.21

- 00, 01, 10, 110, 1110, 11110, 11111
- 0,35 0,3 0,2 0,1 0,04 0,005 0,005
- Srednja dužina kodne reči je

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = 0.35 \cdot 2 + 0.2 \cdot 2 + 0.1 \cdot 3 + 0.04 \cdot 4 + 2 \cdot 0.005 \cdot 6 = 2.21 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

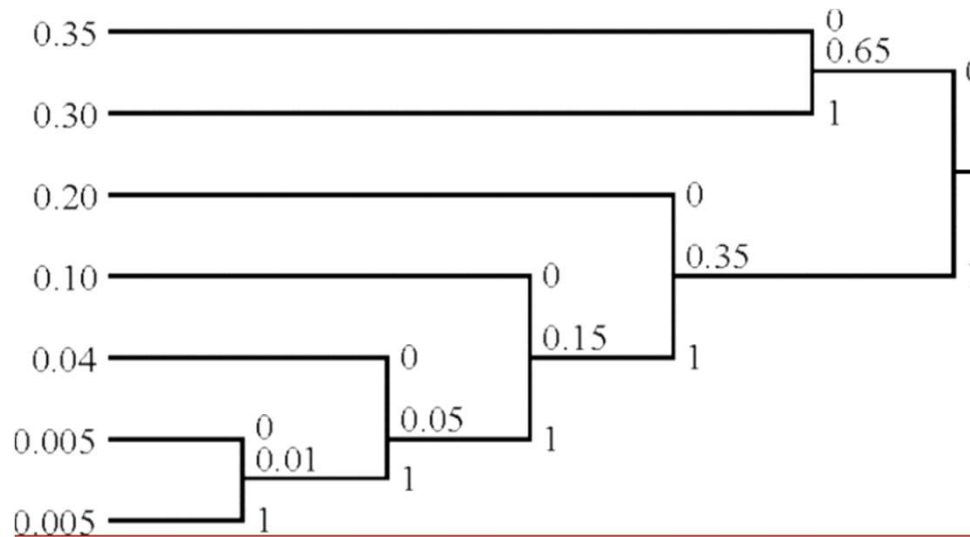
Primer 2 kodovanja izvora



- Efikasnost kodovanja je:

$$\eta = \frac{H(s)}{\bar{L}} = \frac{2.11 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2.21 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 0.955 = 95.5 \, \%.$$

Primer 2 kodovanja izvora



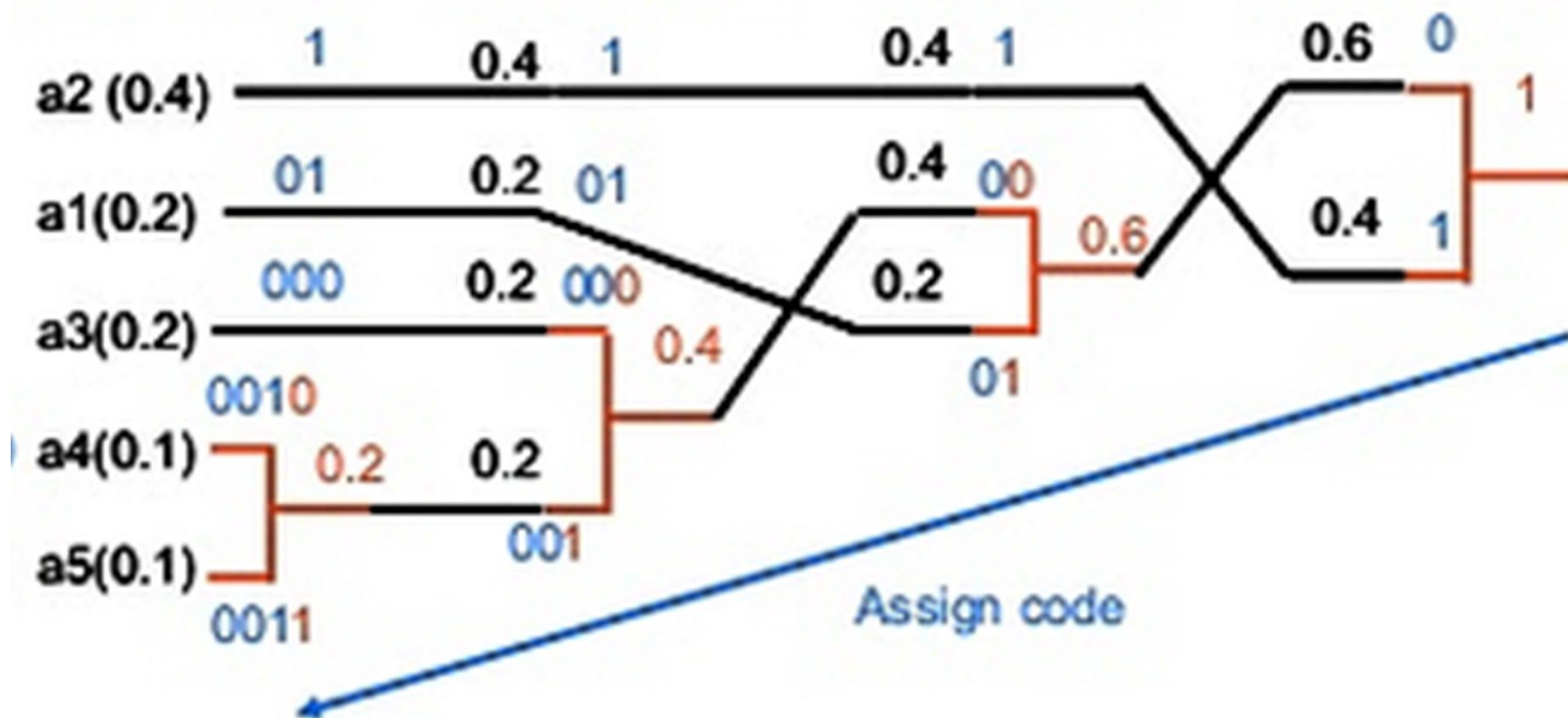
- Faktor kompresije je

$$CR = \frac{L_{FLC}}{\bar{L}} = \frac{3 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2.21 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 1.357.$$

Primer 3 kodovanja izvora

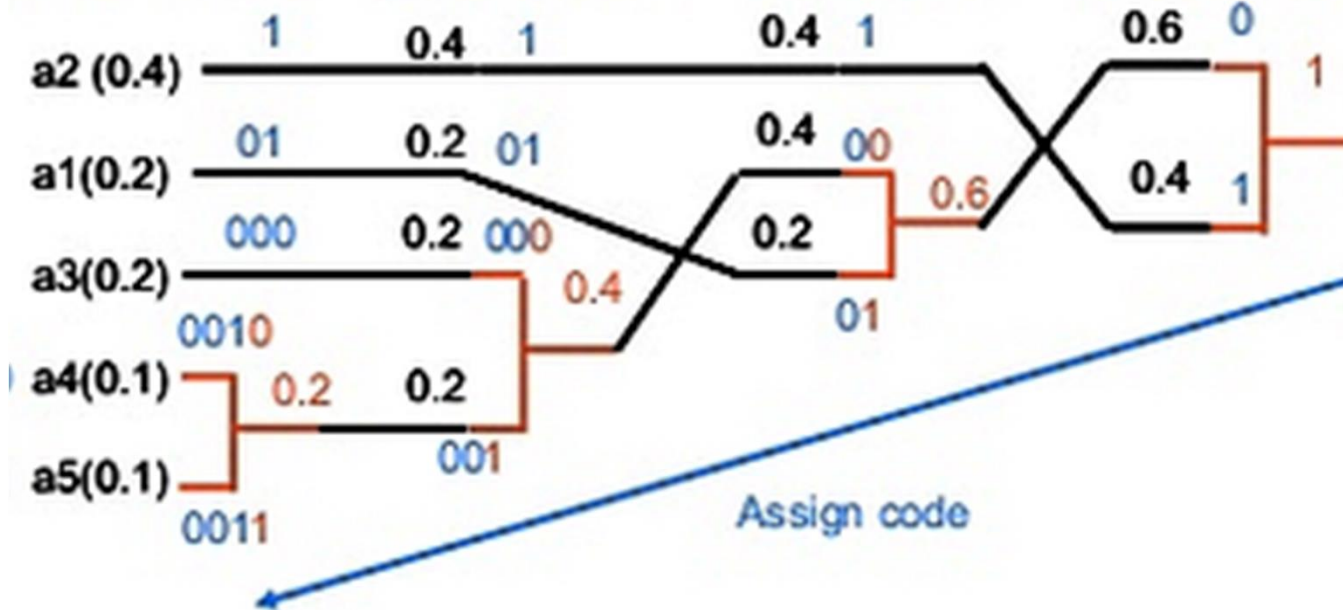
- Ako su dati simboli
- a_0 sa verovatnoćom $p_0 = 0,1$,
- a_1 sa verovatnoćom $p_1 = 0,2$,
- a_2 sa verovatnoćom $p_2 = 0,4$
- a_3 sa verovatnoćom $p_3 = 0,2$
- a_4 sa verovatnoćom $p_4 = 0,1$,
- izvršiti postupak Hafmanovog kodovanja.
- Jedna od mogućih realizacija (pošto postoje verovatnoće čije su vrednosti jednake)
- Dobijene kodne reči po ovom algoritmu su:
1, 01, 000, 0010, 0011

Primer 3 kodovanja izvora



1, 01, 000, 0010, 0011

Primer 3 kodovanja izvora

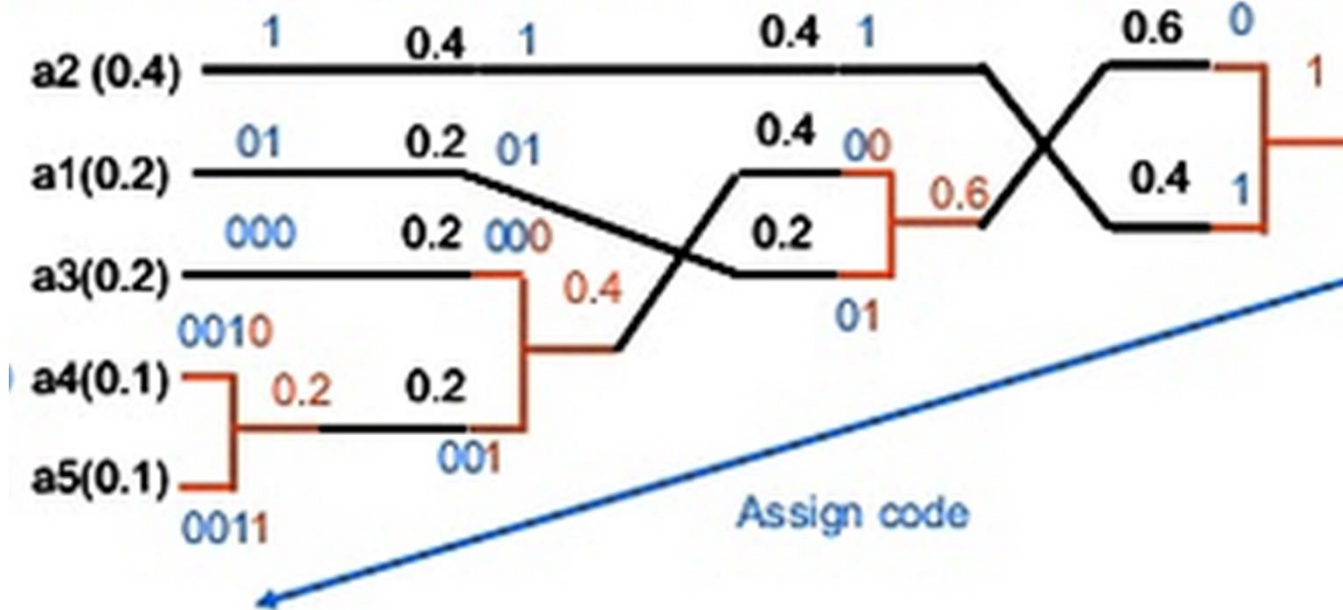


- Entropija izvora je data izrazom

$$H(s) = - \sum_{n=0}^{N-1} p_n \log_2 p_n = -(2 \cdot 0.1 \log_2 0.1 + 2 \cdot 0.2 \log_2 0.2 + 0.4 \log_2 0.4) = 2.12 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}.$$

1, 01, 000, 0010, 0011

Primer 3 kodovanja izvora

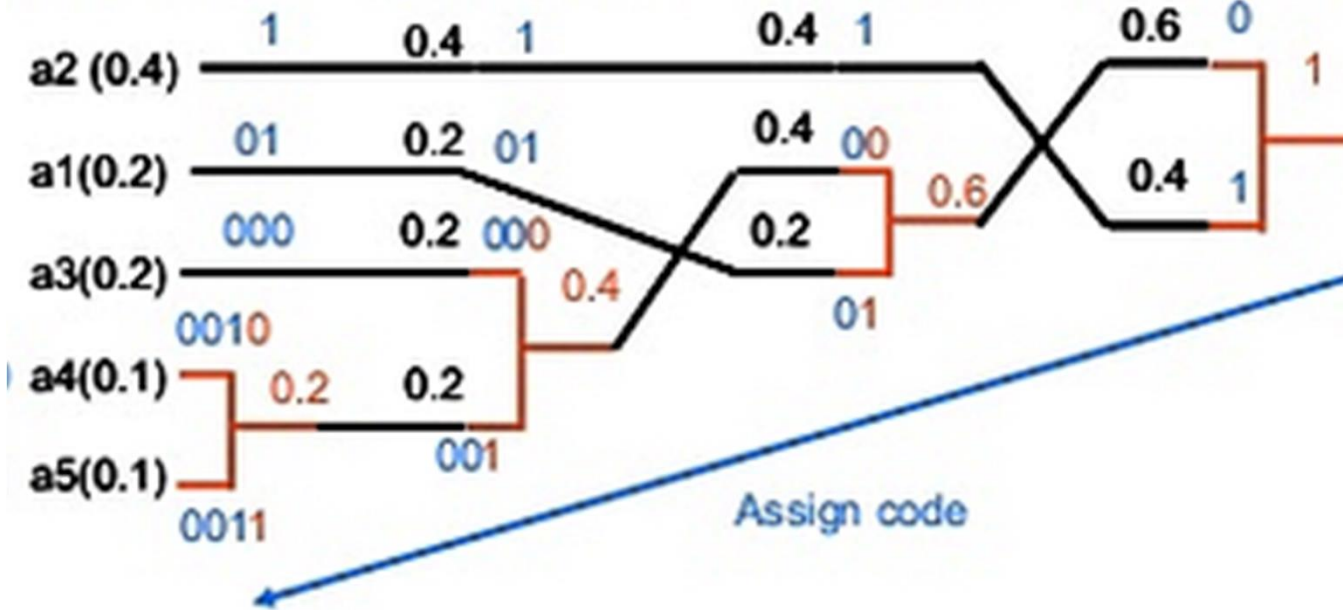


- Srednja dužina kodne reči je

$$\bar{L} = \sum_{n=0}^{N-1} p_n v_n = 0.4 \cdot 1 + 0.2 \cdot 2 + 0.2 \cdot 3 + 2 \cdot 0.1 \cdot 4 = 2.2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}$$

1, 01, 000, 0010, 0011

Primer 3 kodovanja izvora



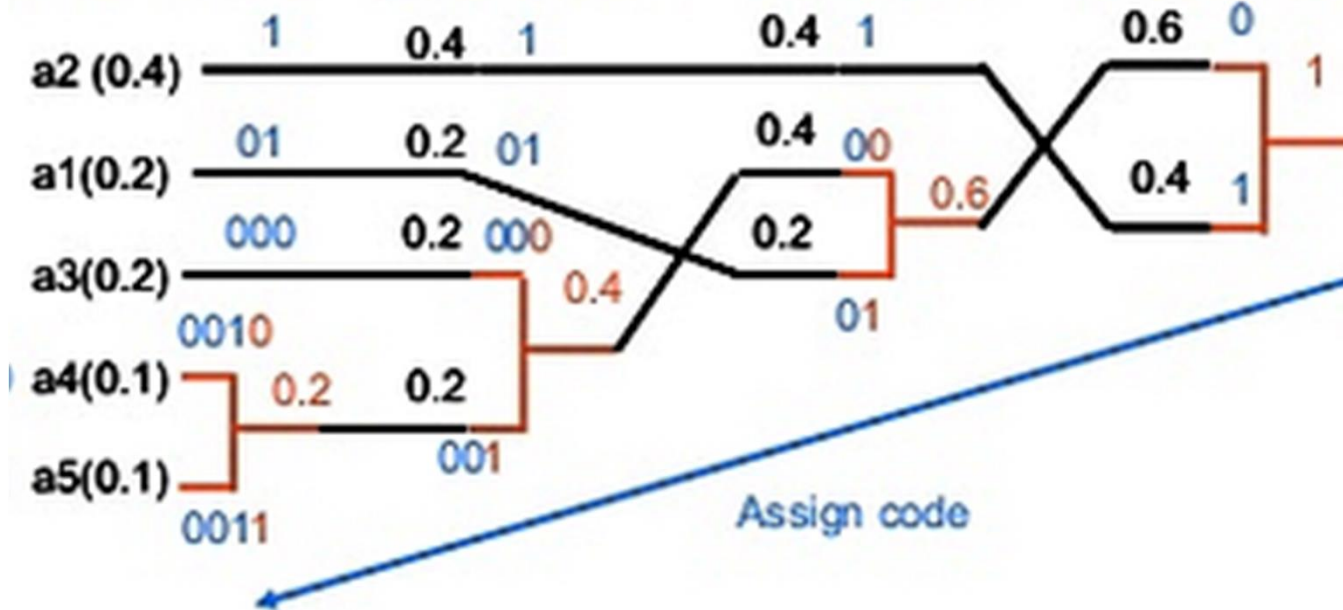
- Efikasnost kodovanja je

$$\eta = \frac{H(s)}{\overline{L}} = \frac{2.12 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2.2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 0.964 = 96.4 \text{ \%}.$$

1, 01, 000, 0010, 0011

Digitalni sistemi prenosa

Primer 3 kodovanja izvora



- Faktor kompresije je

$$CR = \frac{L_{FLC}}{\bar{L}} = \frac{3 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}{2.2 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}} = 1.364.$$

1, 01, 000, 0010, 0011

Definicija slučajnog signala

- **Deterministički signal** je signal koji je na jedinstven način određen dobro definisanim procesom (može se opisati matematičkim relacijama, tabelama, pravilima)
- **Slučajni signal** je signal čije se vrednosti ne mogu unapred predvideti
- Slučajni signal $\{\xi[n]\}$ se može posmatrati kao jedna moguća realizacija slučajnog procesa opisuje se korišćenjem **statističkih principa**
- **Primena:** govor, muzika, slika, vremenski promenljivi telekomunikacioni kanali, šum, kvantizacija signala, bilo koja informacija koja je funkcija vremena

Diskretni slučajni proces

Neka se vrše merenja u diskretnim vremenskim trenucima $t=nT$ na različitim mestima ψ tada se izmerene vrednosti ξ mogu predstaviti kao funkcija $\xi[n, \psi]$. Skup slučajnih funkcija se naziva **slučajni proces** i on može predstavljati

1. **ansambl** ako su n i ψ promenljive
2. **član ansambla** ako je n promenljiva a ψ konstanta
3. **slučajno promenljiva** ako je n konstanta a ψ promenljiva
4. **broj** ako su n i ψ konstante

Osobine slučajnog signala

- **Kumulativna funkcija raspodele** signala $\{\xi[n]\}$ pokazuje sa kojom je verovatnoćom vrednost signala $\xi[n]$ u funkciji indeksa n manja ili jednaka nekoj vrednosti x
- $P(x, n) = \text{Probability}(\xi[n] \leq x)$
- **Funkcija gustine verovatnoće** definiše se kao izvod kumulativne funkcije raspodele

$$p(x, n) = \frac{dP(x, n)}{dx}$$

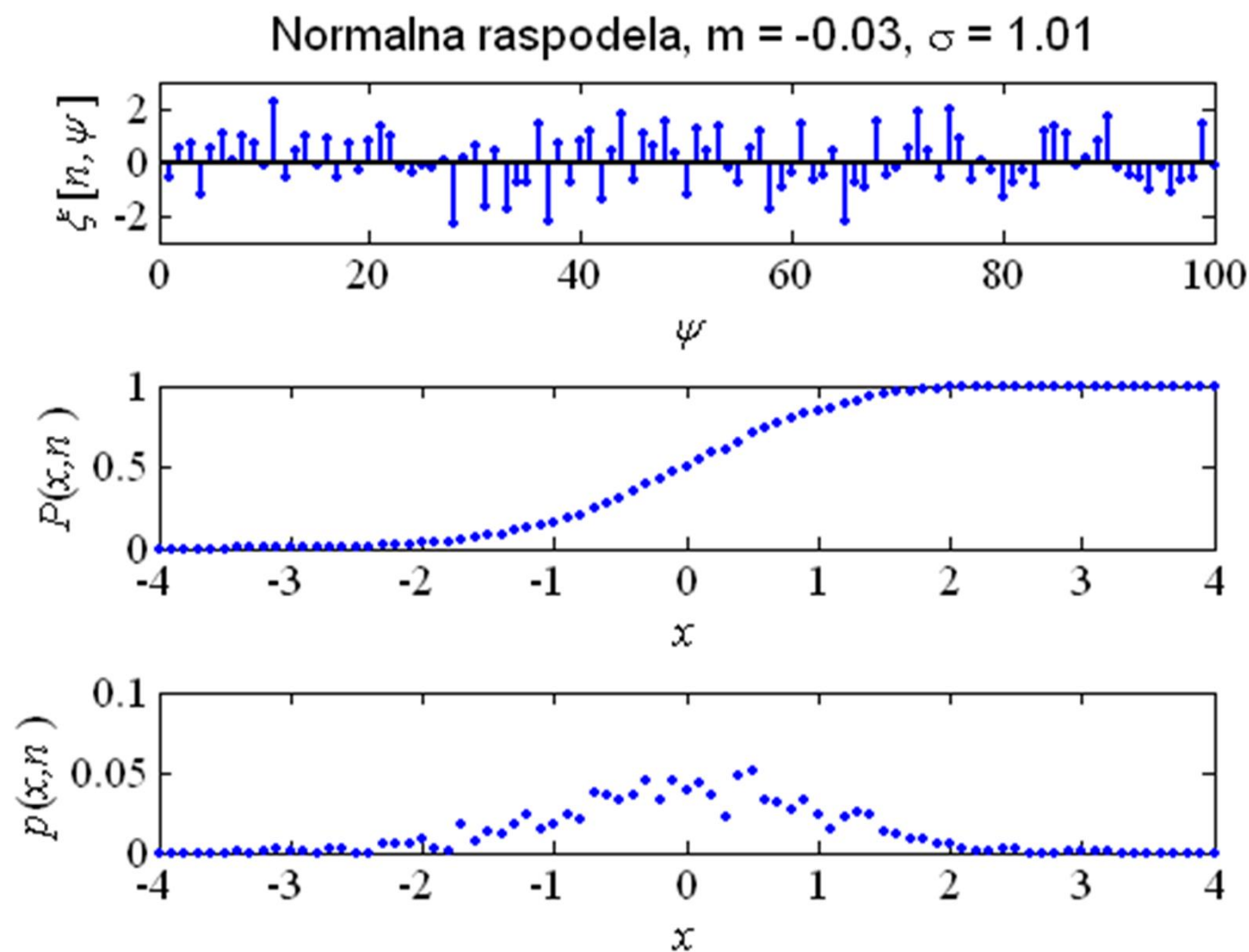
$$P(x, n) = \int_{-\infty}^x p(u, n) du$$

x i $\xi[n]$ mogu da imaju bilo koju vrednost iz opsega

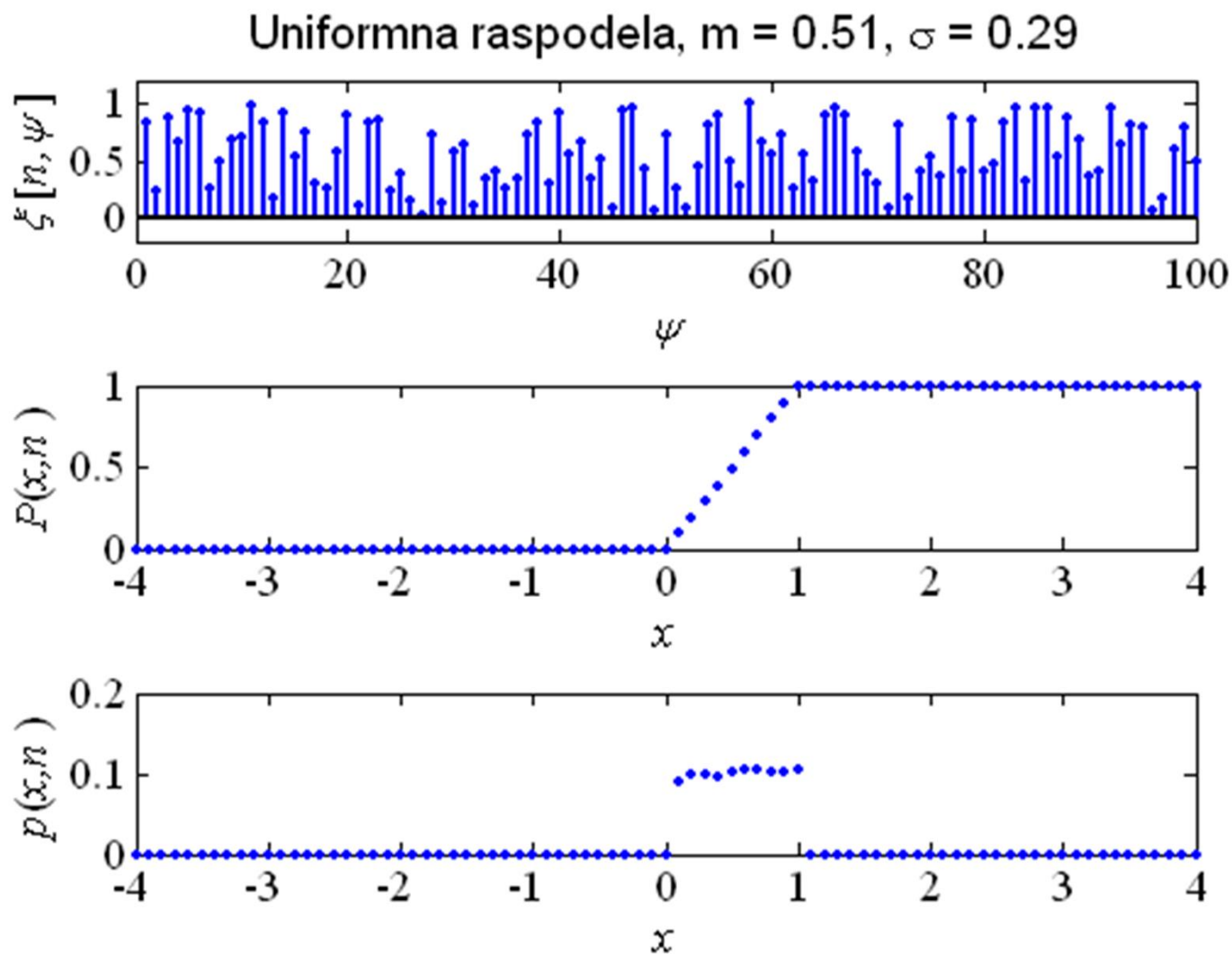
$$-\infty < x < +\infty$$

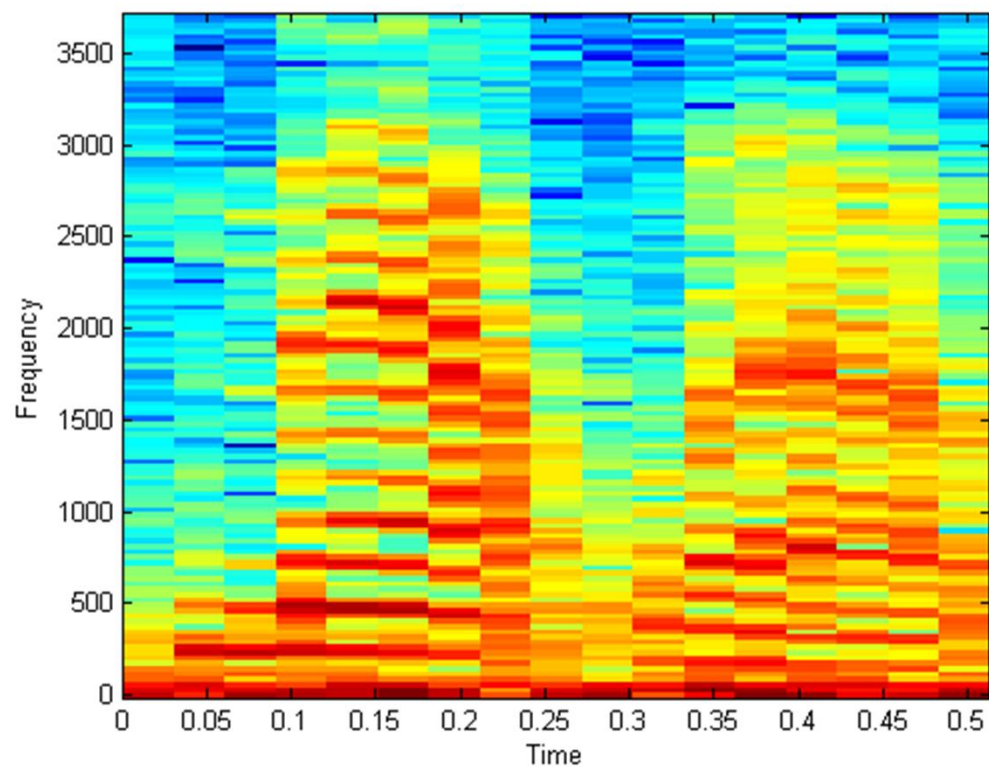
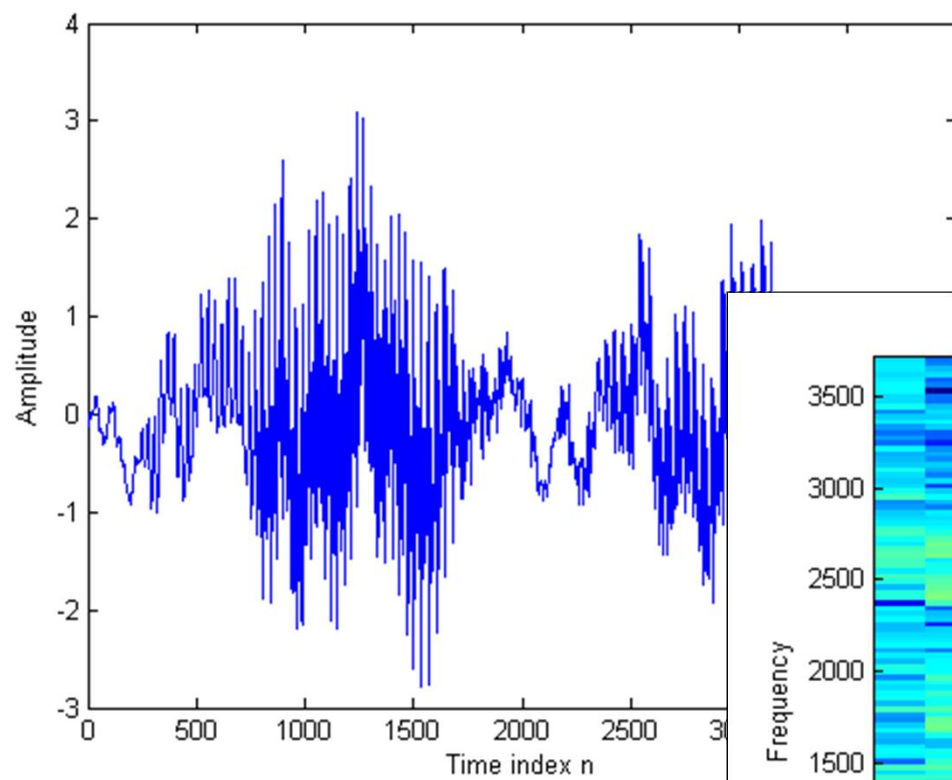
$$-\infty < \xi[n] < +\infty$$

Generisanje sekvence - normalna



Generisanje sekvence - uniformna





Profesor dr Miroslav Lutovac

mlutovac@viser.edu.rs

Ova prezentacija je nekomercijalna.

Slajdovi mogu da sadrže materijale preuzete sa Interneta, stručne i naučne građe, koji su zaštićeni Zakonom o autorskim i srodnim pravima.

Ova prezentacija se može koristiti samo privremeno tokom usmenog izlaganja nastavnika u cilju informisanja i upućivanja studenata na dalji stručni, istraživački i naučni rad i u druge svrhe se ne sme koristiti –

Član 44 - Dozvoljeno je bez dozvole autora i bez plaćanja autorske naknade za nekomercijalne svrhe nastave:

(1) javno izvođenje ili predstavljanje objavljenih dela u obliku neposrednog poučavanja na nastavi;

- ZAKON O AUTORSKOM I SRODNIM PRAVIMA

("Sl. glasnik RS", br. 104/2009 i 99/2011)