

**РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА
ОДРЖАНОГ 30.06.2010.**

1. Ако је $A = \left(75 : \frac{(0,6 + 0,42) : 0,01}{34} \right) \cdot \left(\frac{8}{12,5} - \frac{1}{5} + \frac{7}{25} \right)$, тада је 5% од A једнако:

- а) 9 ; б) 0,9 ; в) 18 ; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} A &= \left(75 : \frac{1,02 : 0,01}{34} \right) \cdot \left(\frac{80}{125} - \frac{1}{5} + \frac{7}{25} \right) \\ &= \left(75 : \frac{102 : 1}{34} \right) \cdot \left(\frac{16}{25} - \frac{5}{25} + \frac{7}{25} \right) \\ &= (75 : 3) \cdot \frac{18}{25} = 25 \cdot \frac{18}{25} = 18, \end{aligned}$$

$$\text{па је } 5\%A = \frac{5}{100} \cdot 18 = \frac{90}{100} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

Одговор је б.

2. Израз $\left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{2a + 2b} \right) \cdot \frac{2a}{a + b} - \frac{b}{a - b}$, $a \neq \pm b$, идентички је једнак изразу:

- а) $\frac{a - b}{a + b}$; б) $\frac{a + b}{a - b}$; в) 1; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{2ab}{(a + b)(a - b)} + \frac{a - b}{2(a + b)} \right) \cdot \frac{2a}{a + b} - \frac{b}{a - b} \\ &= \frac{4ab + (a - b)^2}{2(a + b)(a - b)} \cdot \frac{2a}{a + b} - \frac{b}{a - b} \\ &= \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a + b)(a - b)} \cdot \frac{a}{a + b} - \frac{b}{a - b} \\ &= \frac{(a^2 + 2ab + b^2)a}{(a + b)^2(a - b)} - \frac{b}{a - b} = \frac{a}{a - b} - \frac{b}{a - b} = \frac{a - b}{a - b} = 1. \end{aligned}$$

Одговор је в.

3. Решење неједначине $\frac{x-1}{x-2} \leq \frac{x-3}{x-5}$ је скуп:

а) $[-1, 2)$; б) $[-1, 2) \cup (5, +\infty)$; в) $(-1, 2) \cup (5, +\infty)$; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x-2} \leq \frac{x-3}{x-5} &\Leftrightarrow \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-3}{x-5} \leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-5) - (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-5)} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x - x + 5 - (x^2 - 3x - 2x + 6)}{(x-2)(x-5)} \leq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2 - 6x + 5 - x^2 + 5x - 6}{(x-2)(x-5)} \leq 0 &\Leftrightarrow \frac{-x-1}{(x-2)(x-5)} \leq 0 \end{aligned}$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, 5)$	$(5, +\infty)$
$-x-1$	+++	--	---	---
$x-2$	--	--	+++	+++
$x-5$	---	--	---	+++
R	+++	--	+++	---

$$x \in [-1, 2) \cup (5, +\infty)$$

Одговор је б.

4. Збир свих решења једначине $\sin 2x - \cos x = 0$ за $x \in [0, \pi]$ је:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{5\pi}{2}$; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} \sin 2x - \cos x = 0 &\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \\ \Leftrightarrow \cos x (2 \sin x - 1) = 0 &\Leftrightarrow \cos x = 0 \vee 2 \sin x - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \vee \quad x = \frac{\pi}{6} + 2l\pi \quad \vee \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2m\pi,$$

$$k, l, m \in \mathbb{Z}.$$

Сва решења која припадају сегменту $[0, \pi]$ су она која се добијају за

$$k = l = m = 0, \text{ а то су } \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}.$$

$$\text{Њихов збир је } \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi + \pi + 5\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}.$$

Одговор је в.

5. Решења једначине $\sqrt{2x^2 + 3x + 2} = x + 2$ припадају скупу:

а) $[-1, 2]$; б) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$; в) $(-1, 2]$; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2 + 3x + 2} = x + 2 \\ \Leftrightarrow & 2x^2 + 3x + 2 = x^2 + 4x + 4 \quad \wedge \quad x + 2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 - x - 2 = 0 \quad \wedge \quad x \geq -2 \\ \Leftrightarrow & (x = -1 \vee x = 2) \quad \wedge \quad x \geq -2 \\ \Leftrightarrow & x = -1 \vee x = 2. \end{aligned}$$

Одговор је б.

6. Скуп решења једначине $4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0$ је:

а) $\{1, 16\}$; б) $\{0, 4\}$; в) $(0, 4)$; г) не знам.

Решење:

$$\begin{aligned} & 4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & 4^x \cdot 4^{-2} - 17 \cdot 2^x \cdot 2^{-4} + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & (2^x)^2 \cdot \frac{1}{16} - 17 \cdot 2^x \cdot \frac{1}{16} + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & (2^x)^2 - 17 \cdot 2^x + 16 = 0 \quad \{2^x = t > 0\} \\ \Leftrightarrow & t^2 - 17t + 16 = 0 \\ \Leftrightarrow & t_1 = 1 \vee t_2 = 16 \\ \Leftrightarrow & 2^x = 1 \vee 2^x = 16 \\ \Leftrightarrow & 2^x = 2^0 \vee 2^x = 2^4 \\ \Leftrightarrow & x = 0 \vee x = 4. \end{aligned}$$

Одговор је б.

7. Тачка на правој $3x - y + 3 = 0$ најближа тачки $A(2, -1)$ је:

- а) $B(0, 3)$; б) $B(-1, 0)$; в) $B(1, 6)$; г) не знам.

Решење:

Тражена тачка је пресек нормале кроз тачку A и дате праве.

$$3x - y + 3 = 0 \Leftrightarrow -y = -3x - 3 \Leftrightarrow y = 3x + 3,$$

па је коефицијент правца нормале $k_n = -\frac{1}{3}$.

Једначина нормале кроз тачку A је

$$y - (-1) = -\frac{1}{3}(x - 2), \text{ тј.}$$

$$y + 1 = -\frac{1}{3}(x - 2).$$

Тражена тачка је пресек правих

$$3x - y + 3 = 0,$$

$$y + 1 = -\frac{1}{3}(x - 2).$$

Из друге једначине је $y = -1 - \frac{1}{3}(x - 2)$, па заменом у првој једначини добијамо

$$3x + 1 + \frac{1}{3}(x - 2) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x + 3 + x - 2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x = -10 \Leftrightarrow x = -1.$$

Сада је $y = 3 \cdot (-1) + 3 = 0$, па је $B(-1, 0)$.

Одговор је б.

8. Која се од наведених компонента налази на основној плочи рачунара?

- а) процесор; б) тастатура; в) хард диск; г) не знам.

Одговор је а.

9. Оперативним системима припадају:

- а) UNIX, Linux, Mac OS, Acrobat Reader; б) Linux, AMD, Windows;
в) Mac OS, DOS, OS/2; г) не знам.

Одговор је в.

10. Веза између рачунара у локалној мрежи може бити:

- а) само кабловска; б) само бежична;
в) кабловска или бежична; г) не знам.

Одговор је в.