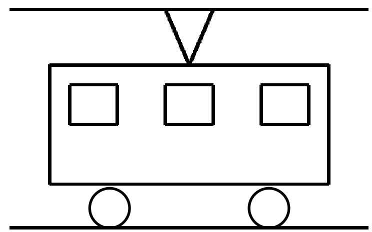
Логичко-комбинаторни задаци

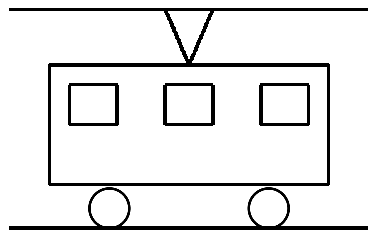
Владимир Балтић

ВИШЕР, Математичка гимназија, Београд

5. На коју страну (лево или десно) иде трамвај са слике?

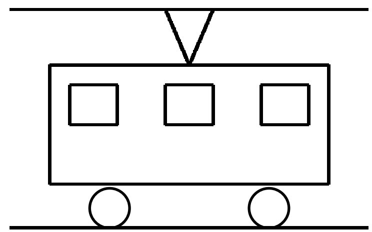


5. На коју страну (лево или десно) иде трамвај са слике?



На леву! Зашто?

5. На коју страну (лево или десно) иде трамвај са слике?



Са стране коју видимо нису врата на која улазе путници (па су та врата са супротне стране, те је трамвај са супротне стране улице, те иде на леву страну).

6. *Кенгур 2007. за III–IV разред*

Дигитални сат показује време 20:07. Колико најмање времена треба да прође да би се на сату појавиле (у неком редоследу) те исте четири цифре?

6. *Кенгур 2007. за III–IV разред*

Дигитални сат показује време 20:07.
Колико најмање времена треба да прође да би се на сату појавиле (у неком редоследу) те исте четири цифре?

Означимо са a, b, c, d цифре на сату:

2	0	:	0	7
a	b		c	d

6. *Кенгур 2007. за III–IV разред*

Дигитални сат показује време 20:07.
Колико најмање времена треба да прође да би се на сату појавиле (у неком редоследу) те исте четири цифре?

$$\begin{array}{cc} \boxed{2} & \boxed{0} \\ a & b \end{array} : \begin{array}{cc} \boxed{0} & \boxed{7} \\ c & d \end{array}$$

$a \in \{0, 1, 2\}, \quad c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\},$

$d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\},$

ако је $a = \{0, 1\}$ онда $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\},$

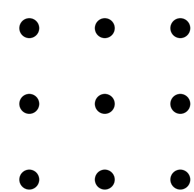
ако је $a = 2$ онда $b \in \{0, 1, 2, 3\}.$

2	0	:	0	7
a	b		c	d
0	0	:	2	7

Дакле, треба да прође 4 сата и 20 минута.

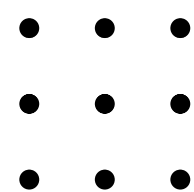
12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

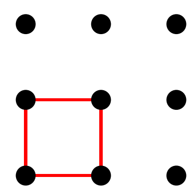
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



10.

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

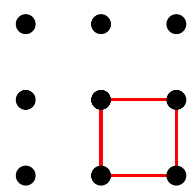
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 мала квадрата

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

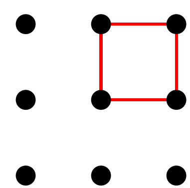
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 мала квадрата

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

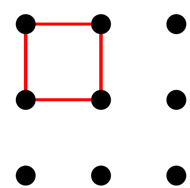
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 мала квадрата

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

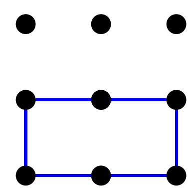
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 мала квадрата

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

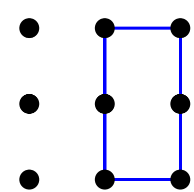
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 правоугаоника

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

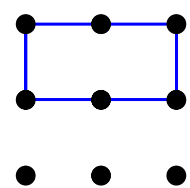
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 правоугаоника

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

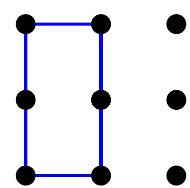
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 правоугаоника

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

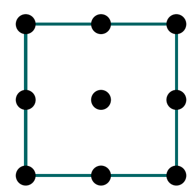
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



4 правоугаоника

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

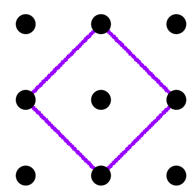
Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



великi квадрат

12. Пријемни за VII разред у Математичкој гимназији, 2004.

Колико има правоугаоника са теменима у датим тачкама? (И квадрат је правоугаоник!)



коси квадрат

14. Кенгур 2007. за VII–VIII разред

Ако се одаберу три броја из дате табеле тако да се из сваког реда и сваке колоне узме један број, и ако се та три броја саберу, који се највећи резултат може добити?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

14. Кенгур 2007. за VII–VIII разред

Ако се одаберу три броја из дате табеле тако да се из сваког реда и сваке колоне узме један број, и ако се та три броја саберу, који се највећи резултат може добити?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

15.

Ову табелу можемо приказати и као

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$3 \cdot 0 + 1$	$3 \cdot 0 + 2$	$3 \cdot 0 + 3$
$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 1 + 2$	$3 \cdot 1 + 3$
$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 2 + 2$	$3 \cdot 2 + 3$

Ову табелу можемо приказати и као

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$3 \cdot 0 + 1$	$3 \cdot 0 + 2$	$3 \cdot 0 + 3$
$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 1 + 2$	$3 \cdot 1 + 3$
$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 2 + 2$	$3 \cdot 2 + 3$

Како год одабрали 3 броја према услову задатка увек добијамо ИСТИ збир:

$$3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 + 2 + 3 = 15.$$

Ову табелу можемо приказати и као

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$3 \cdot 0 + 1$	$3 \cdot 0 + 2$	$3 \cdot 0 + 3$
$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 1 + 2$	$3 \cdot 1 + 3$
$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 2 + 2$	$3 \cdot 2 + 3$

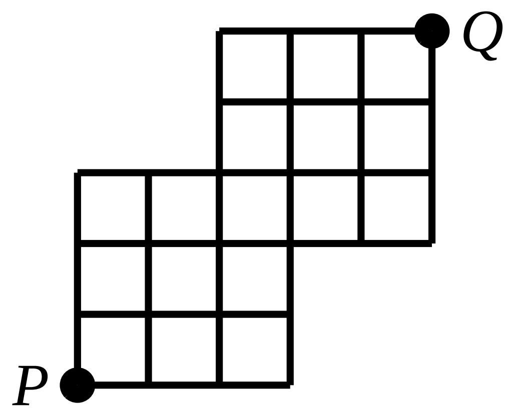
Како год одабрали 3 броја према услову задатка увек добијамо ИСТИ збир:

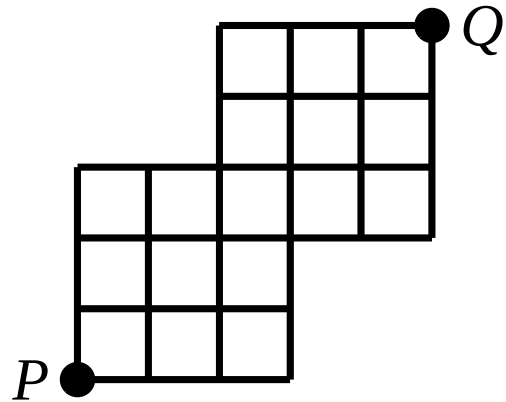
$$3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 + 2 + 3 = 15.$$

Самим тим, то је и највећи збир који се може добити!

11. *Математископ VIII, бр. 3: Међународна олимпијада у Хонг Конгу, екипни део*

Колико има најкраћих путева између тачака P и Q ако се крећемо по страницама квадратне мреже?

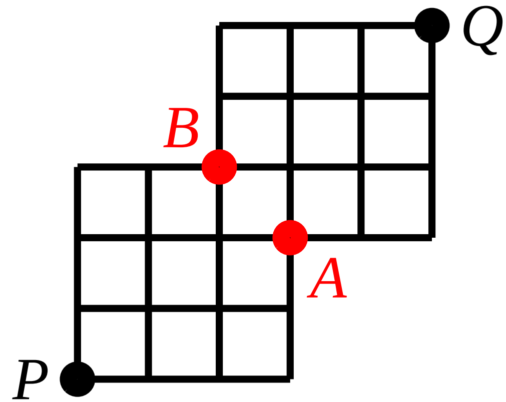




сви најкраћи путеви између P и Q

- се састоје само од корака горе и десно
- имају тачно 5 корака горе и 5 десно

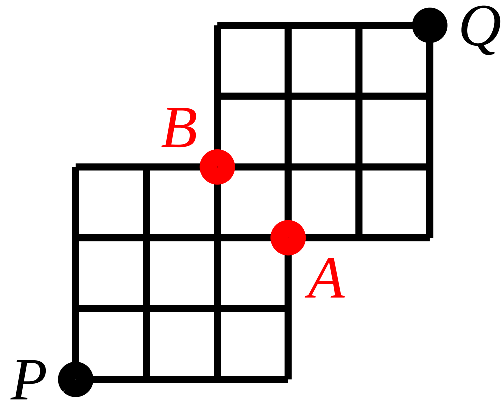
I решење:



сви најкраћи путеви између P и Q

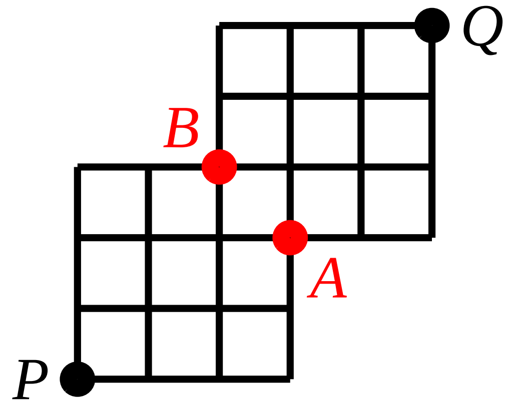
- се састоје само од корака десно и горе
- имају тачно 5 корака десно и 5 горе
- пролазе кроз тачку A или B

I решење:



Приметимо да је (због симетрије) број путева од P до A једнак броју путева од P до B, а то је и број путева од Q до A, као и број путева од Q до B.

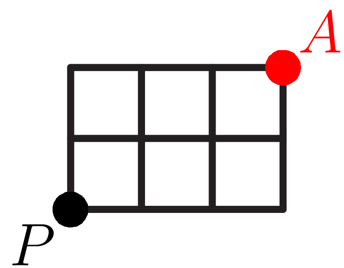
I решење:



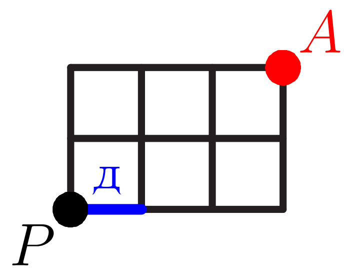
Приметимо да је (због симетрије) број путева од P до A једнак броју путева од P до B, а то је и број путева од A до Q, као и број путева од B до Q.

Сваки пут од P до A се састоји од 3 корака десно (д) и 2 корака горе (г).

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.

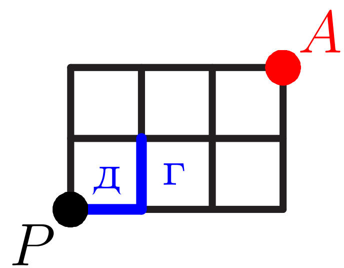


Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



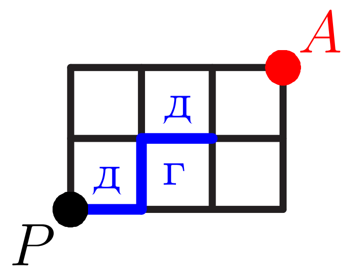
д

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



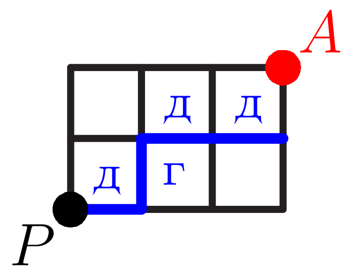
дг

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



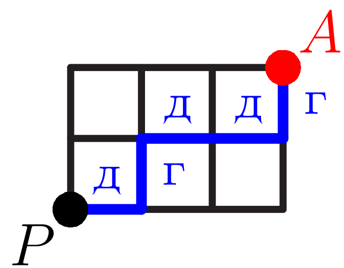
дгд

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



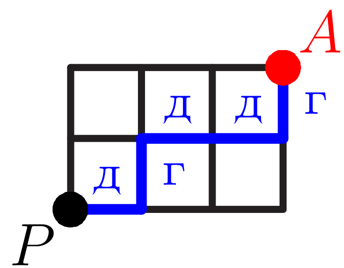
дгдд

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



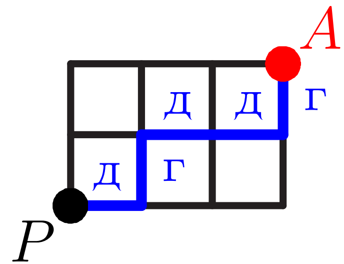
дгддг

Посматрајмо један пут од P до A и сваки пут кад скренемо десно упишимо д, а сваки пут кад идемо горе упишимо г.



дгддг

Сваком путу одговара низ од 5 слова од којих су 3 д, а 2 г.



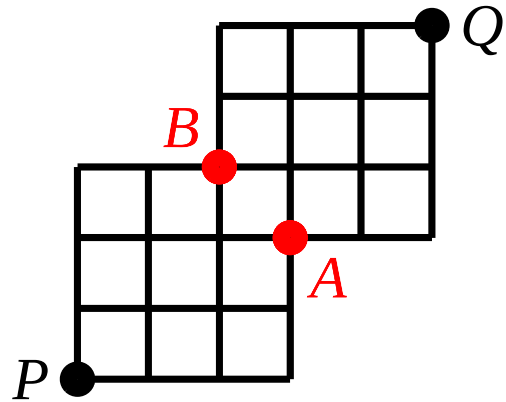
дгддг

Сваком путу одговара низ од 5 слова од којих су 3 д, а 2 г.

Од 5 позиција оне 2 на којима је г можемо изабрати на $\binom{5}{2} = 10$ начина.

Стога постоји 10 различитих најкраћих путева од P до A.

I решење:



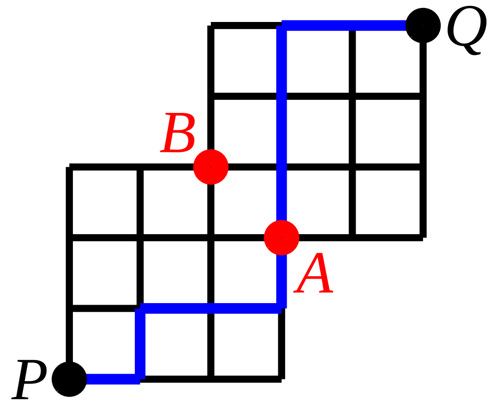
број путева од P до A је 10,

број путева од P до B је 10,

број путева од A до Q је 10,

број путева од B до Q је 10.

I решење:



број путева од P до A је 10,

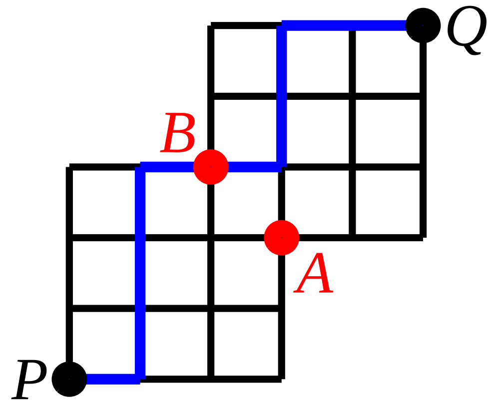
број путева од P до B је 10,

број путева од A до Q је 10,

број путева од B до Q је 10.

број путева од P до Q преко A је $10 \cdot 10 = 100$,

I решење:



број путева од P до A је 10,

број путева од P до B је 10,

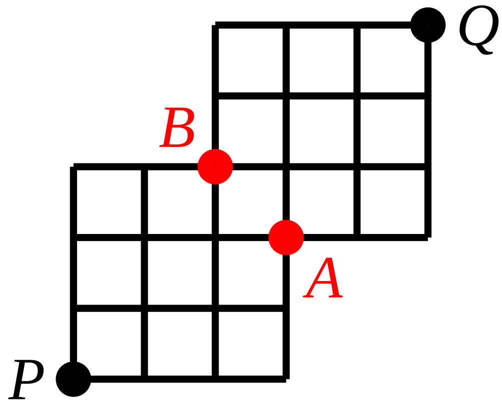
број путева од A до Q је 10,

број путева од B до Q је 10.

број путева од P до Q преко A је $10 \cdot 10 = 100$,

број путева од P до Q преко B је $10 \cdot 10 = 100$.

I решење:



број путева од P до A је 10,

број путева од P до B је 10,

број путева од A до Q је 10,

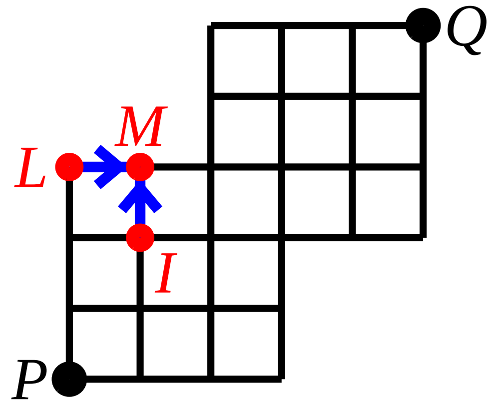
број путева од B до Q је 10.

број путева од P до Q преко A је $10 \cdot 10 = 100$,

број путева од P до Q преко B је $10 \cdot 10 = 100$.

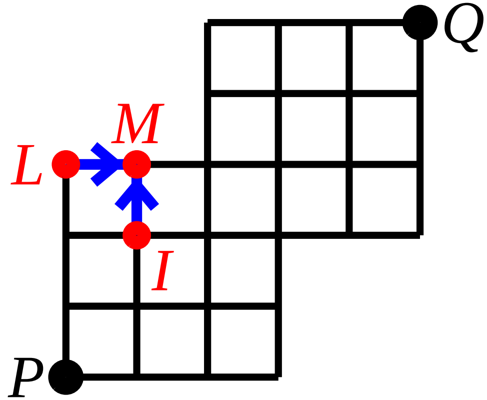
Укупно путева од P до Q има $100 + 100 = 200$.

II решење:



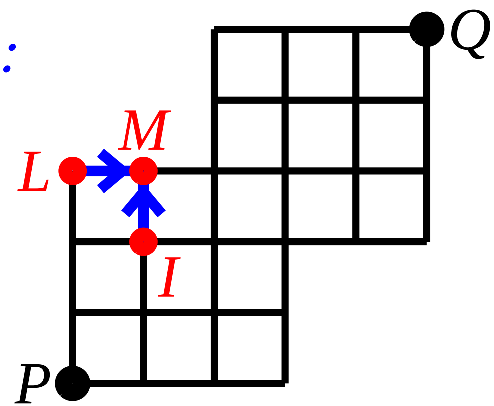
Приметимо да када идемо неким од најкраћих путева од P до Q у било коју тачку M квадратне мреже можемо доћи само из тачке L која се налази лево од M или из тачке I која се налази испод M.

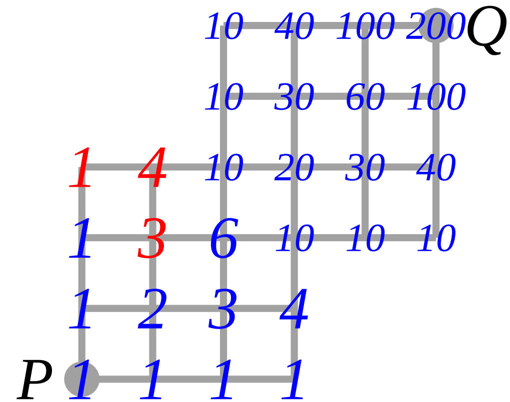
II решење:



Зато је број најкраћих путева од P до M једнак збиру броја најкраћих путева од P до L и броја најкраћих путева од P до I.

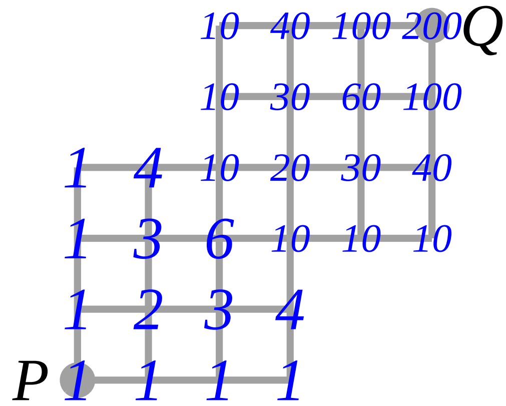
II решење:





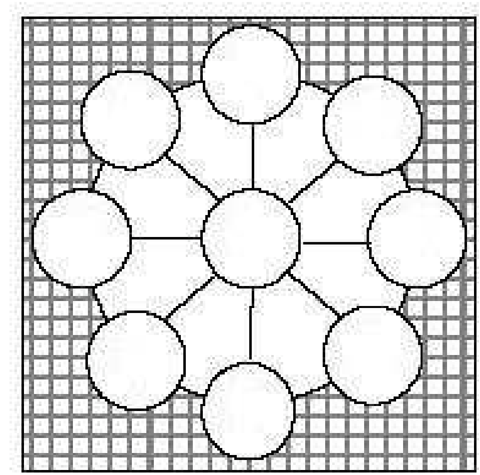
Зато је број најкраћих путева од P до M једнак збиру броја најкраћих путева од P до L и броја најкраћих путева од P до I.

II решење:



На основу горње шеме добијамо да је број најкраћих путева од P до Q једнак 200.

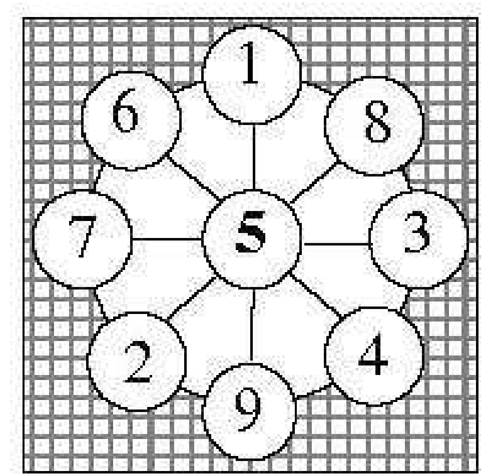
18. Све бројеве од 1 до 9 разместите у кружиће тако да збирови по означеним дијагоналама буду 15



Кад то урадиш одговори који се број нашао у централном пољу.

(А) 9 **(Б)** 8 **(Ц)** 7 **(Д)** 6 **(Е)** 5

18. Све бројеве од 1 до 9 разместите у кружиће тако да збирови по означеним дијагоналама буду 15

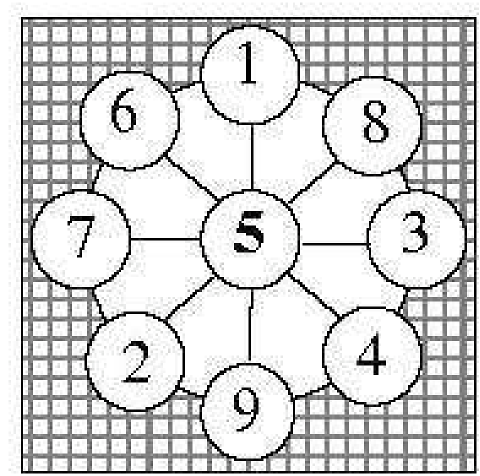


Кад то урадиш одговори који се број нашао у централном пољу.

(А) 9 **(Б)** 8 **(Ц)** 7 **(Д)** 6 **(Е)** 5

Бројеви су као у магичном квадрату!

18. Све бројеве од 1 до 9 разместите у кружиће тако да збирови по означеним дијагоналама буду 15



Кад то урадиш одговори који се број нашао у централном пољу.

(А) 9 **(Б)** 8 **(Ц)** 7 **(Д)** 6 **(Е)** 5

збир све 4 дијагонале је $4 \cdot 15 = 60$

збир бројева од 1 до 9 је $-\quad \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$

средњи a 4 пута, остали 1 пут $3a = 15$

$\Rightarrow a = 5$

19. *I, Мислиша 2013.*

Одредите најмањи природан број који је дељив са 36, а записује се само са 0 и 1.
Колико је 1 у запису тог броја?

(А) 4 **(Б)** 6 **(Ц)** 8 **(Д)** 9 **(Е)** 10

19. *I, Мислиша 2013.*

Одредите најмањи природан број који је дељив са 36, а записује се само са 0 и 1.
Колико је 1 у запису тог броја?

(А) 4 **(Б)** 6 **(Ц)** 8 **(Д)** 9 **(Е)** 10

$36 = 4 \cdot 9$
Број је дељив са 4 $\Rightarrow$ завршава се бар са 00.

19. *I, Мислиша 2013.*

Одредите најмањи природан број који је дељив са 36, а записује се само са 0 и 1.
Колико је 1 у запису тог броја?

(А) 4 **(Б)** 6 **(Ц)** 8 **(Д)** 9 **(Е)** 10

$36 = 4 \cdot 9$
Број је дељив са 4 $\Rightarrow$ завршава се бар са 00.
Број је дељив са 9 $\Rightarrow$ збир цифара му је дељив са 9, па има бар 9 јединица.

Број је $\underbrace{11\,111\,111\,1}_{9}00$.

20. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

20. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

Парне цифре су 0, 2, 4, 6, 8 (5 могућности).

На I месту не може 0 (4 могућности).

20. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

Парне цифре су 0, 2, 4, 6, 8 (5 могућности).

На I месту не може 0 (4 могућности).

$$\underline{\quad}\ \ \underline{\quad}\ \ \underline{\quad}\ \ \underline{\quad}\ \ \underline{\quad}$$

$$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500.$$

3. IV, Мислиша 2013.

Колико троуглова одређују темена једног конвексног петоугла?

(А) 3 **(Б)** 5 **(Ц)** 8 **(Д)** 10 **(Е)** нешто друго

3. IV, Мислиша 2013.

Колико троуглова одређују темена једног конвексног петоугла?

(А) 3 **(Б)** 5 **(Ц)** 8 **(Д)** 10 **(Е)** нешто друго

Од 5 тачака бирамо 3 тачке које ће бити темена $\triangle$ на $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ начина.

12. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

12. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

Парне цифре су 0, 2, 4, 6, 8 (5 могућности).

На I месту не може 0 (4 могућности).

12. *IV, Мислиша 2013.*

Петоцифрених бројева чије су све цифре парне има:

(А) 2125 **(Б)** 2500 **(Ц)** 2750 **(Д)** 3000 **(Е)** 3125

Парне цифре су 0, 2, 4, 6, 8 (5 могућности).

На I месту не може 0 (4 могућности).

$$\underline{\quad}\quad\underline{\quad}\quad\underline{\quad}\quad\underline{\quad}\quad\underline{\quad}$$

$$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500.$$

4. Општинско 2005. за IV разред А категорије

На свечаној смотри поводом дана Војске СЦГ изабрано је из сваког од 4 различита рода (пешадија, артиљерија, ваздухопловство и морнарица) по 4 војника различитих чинова (по један десетар, водник, поручник и капетан). Помозите мајору, задуженом за прославу, који је добио наређење да тих 16 војника размести у строј облика квадрата, тако да у сваком реду и свакој колони буду смештена 4 војника из различитих родова и са различитим чиновима.

П=пешадија, д=десетар,

А=артиљерија, в=водник,

В=ваздухопловство, п=поручник,

М=морнарица, к=капетан.

П: Пд, Пв, Пп, Пк.

А: Ад, Ав, Ап, Ак.

В: Вд, Вв, Вп, Вк.

М: Мд, Мв, Мп, Мк.

П=пешадија, д=десетар,

А=артиљерија, в=водник,

В=ваздухопловство, п=поручник,

М=морнарица, к=капетан.

$$\left.\begin{array}{cccc}
\text{П} & \text{А} & \text{В} & \text{М}\\
\text{М} & \text{П} & \text{А} & \text{В}\\
\text{В} & \text{М} & \text{П} & \text{А}\\
\text{А} & \text{В} & \text{М} & \text{П}\\
\text{д} & \text{в} & \text{п} & \text{к}\\
\text{в} & \text{п} & \text{к} & \text{д}\\
\text{п} & \text{к} & \text{д} & \text{в}\\
\text{к} & \text{д} & \text{в} & \text{п}
\end{array}\right\} \Rightarrow
\begin{array}{cccc}
\boxed{\text{Пд}} & \text{Ав} & \text{Вп} & \text{Мк}\\
\text{Мв} & \text{Пп} & \text{Ак} & \text{Пд}\\
\text{Вп} & \text{Мк} & \boxed{\text{Пд}} & \text{Ав}\\
\text{Ак} & \text{Вд} & \text{Мв} & \text{Пп}.
\end{array}$$

$$2\times\boxed{\text{Пд}} \quad ↯$$

П=пешадија, д=десетар,

А=артиљерија, в=водник,

В=ваздухопловство, п=поручник,

М=морнарица, к=капетан.

$$\left.\begin{array}{cccc} \text{П} & \text{А} & \text{В} & \text{М} \\ \text{М} & \text{В} & \text{А} & \text{П} \\ \text{А} & \text{П} & \text{М} & \text{В} \\ \text{В} & \text{М} & \text{П} & \text{А} \\ \text{д} & \text{к} & \text{в} & \text{п} \\ \text{в} & \text{п} & \text{д} & \text{к} \\ \text{п} & \text{в} & \text{к} & \text{д} \\ \text{к} & \text{д} & \text{п} & \text{в} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{cccc} \text{Пд} & \text{Ак} & \text{Вв} & \text{Мп} \\ \text{Мв} & \text{Вп} & \text{Ад} & \text{Пк} \\ \text{Ап} & \text{Пв} & \text{Мк} & \text{Вд} \\ \text{Вк} & \text{Мд} & \text{Пп} & \text{Ав}. \end{array}$$

15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

32.

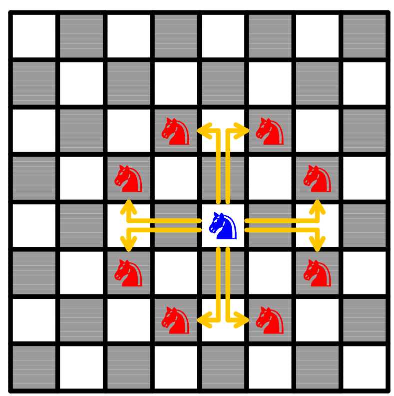
15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

Како се креће скакач по шаховској табли?

Како се креће скакач по шаховској табли?

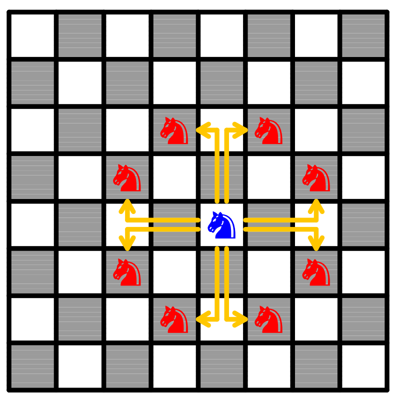
15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

Како се креће скакач по шаховској табли?



15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

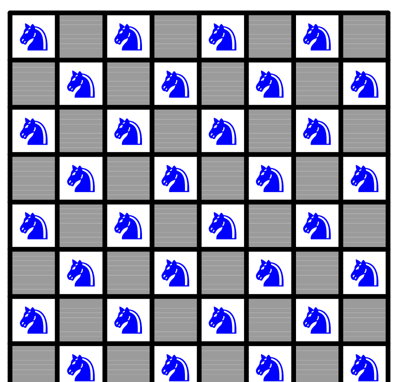
Како се креће скакач по шаховској табли?



Скакач са белог поља туче само црна поља (и обратно)!

15. Колико се највише скакача може поставити на шаховску плочу 8×8, тако да не постоје два која се међусобно нападају?

Свих 32 скакача ставимо на нпр. бела поља (сваки од њих туче само црна поља, па се не нападају):



Свих 32 скакача ставимо на нпр. бела поља (сваки од њих туче само црна поља, па се не нападају).

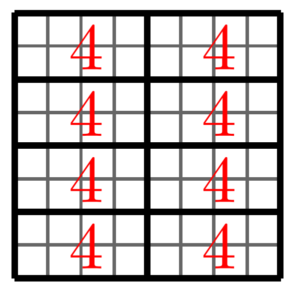
На свакој табли 2×4 не може бити више од 4 скакача (на пољима означеним истим бројем не могу бити скакачи јер би се нападали).

3	4	1	2
1	2	3	4

Свих 32 скакача ставимо на нпр. бела поља (сваки од њих туче само црна поља, па се не нападају).

На свакој табли 2×4 не може бити више од 4 скакача (на пољима означеним истим бројем не могу бити скакачи јер би се нападали).

3	4	1	2
1	2	3	4



Како таблу 8×8 можемо изрезати на 8 табли 2×4 добијамо да на табли може бити највише $8 \cdot 4 = 32$ скакача.

17. Градско 2011. за II разред А категорије

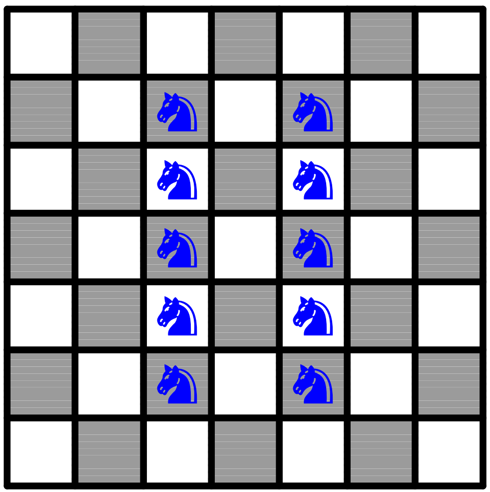
Одредити минималан број коња који се могу поставити на шаховску таблу димензија 7×7 тако да свако поље табле буде тучено неким од њих.

17. Градско 2011. за II разред A категорије

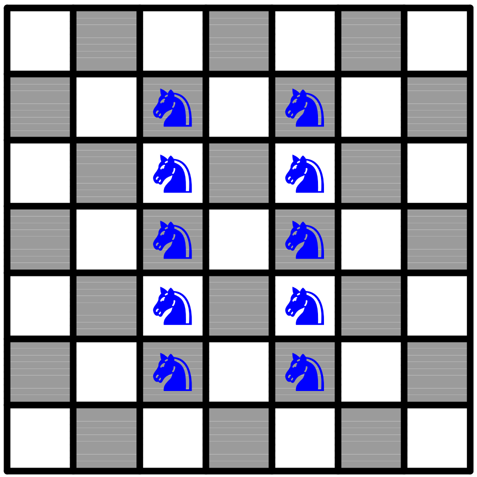
Одредити минималан број коња који се могу поставити на шаховску таблу димензија 7×7 тако да свако поље табле буде тучено неким од њих.

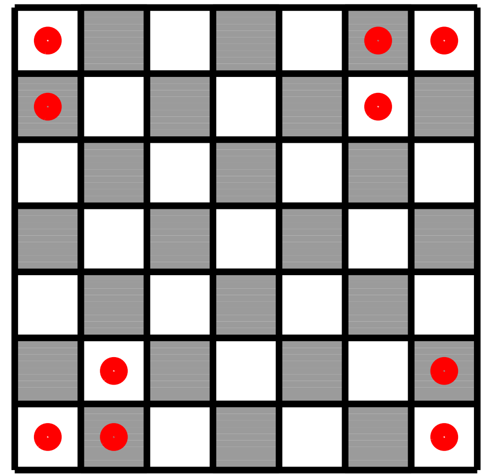
10.

10 коња можемо ставити као на слици



10 коња можемо ставити као на слици лево.





Да не може мање од 10 коња показује слика десно:
сваки коњ туче највише једно поље са тачкицом, а како има 10 таквих поља, мора бити бар 10 коња.

18. Градско 2005. за I разред

Ана и Бранко су ставили неки број жетона на поља шаховске табле 8×8. Ана је записала бројеве жетона у свакој врсти, а Бранко бројеве жетона у свакој колони. Ана је записала све различите бројеве. Да ли је могуће да су сви Бранкови бројеви различити од Аниних?

Ана је записала све различите бројеве, тј. Ана је записала 8 од 9 бројева из скупа $\{0, 1, 2, \ldots, 7, 8\}$.

Сви Бранкови бројеви су међусобно једнаки (означимо их са b).

Ана је записала све различите бројеве, тј. Ана је записала 8 од 9 бројева из скупа $\{0, 1, 2, \ldots, 7, 8\}$.

Сви Бранкови бројеви су међусобно једнаки (означимо их са b).

И збир свих Аниних бројева и збир свих Бранкових бројева представља укупан број жетона на табли, па су они једнаки:

$$(\sum_{k=0}^{8} k) - b = 8 \cdot b.$$

Ана је записала све различите бројеве, тј. Ана је записала 8 од 9 бројева из скупа $\{0, 1, 2, \ldots, 7, 8\}$.

Сви Бранкови бројеви су међусобно једнаки (означимо их са b).

И збир свих Аниних бројева и збир свих Бранкових бројева представља укупан број жетона на табли, па су они једнаки:

$$(\sum_{k=0}^{8} k) - b = 8 \cdot b.$$

$(\sum_{k=0}^{8} k) = 9 \cdot b$, тј. $\dfrac{8 \cdot 9}{2} = 9b$. Одатле је $b = 4$.

Ана је записала све различите бројеве и они су из скупа $\{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$.

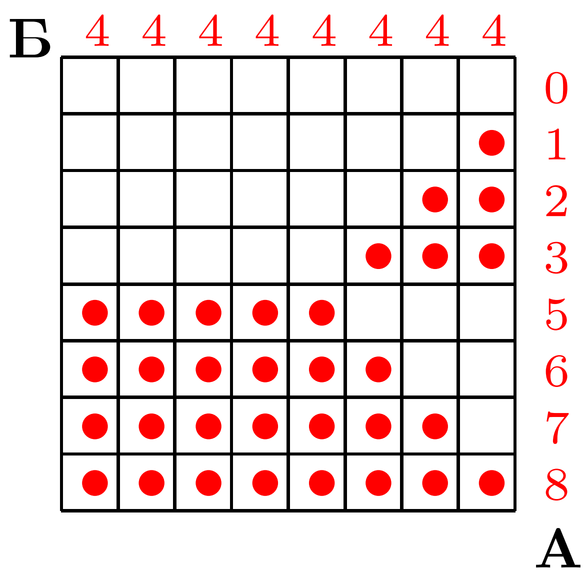
Сви Бранкови бројеви су једнаки 4.

Сада још остаје да конструишемо пример:

Ана је записала све различите бројеве и они су из скупа $\{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$.

Сви Бранкови бројеви су једнаки 4.

Сада још остаје да конструишемо пример:



19. Направити број 24 коришћењем основних математичких операција, заграда и бројева 1,3,4,6 (сваки мора да се употреби тачно једанпут).

19. Направити број 24 коришћењем основних математичких операција, заграда и бројева 1,3,4,6 (сваки мора да се употреби тачно једанпут).

Могуће је добити све бројеве мање од 33:

$$1 = 1 \cdot 3 + 4 - 6, \qquad 2 = 1 + 3 + 4 - 6,$$

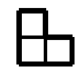
$$3 = 3 \cdot 4 : 6 + 1, \qquad 4 = (6 : 3 - 1) \cdot 4,$$

$$\vdots$$

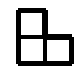
19. Направити број 24 коришћењем основних математичких операција, заграда и бројева 1,3,4,6 (сваки мора да се употреби тачно једанпут).

$$24 = 6 : (1 - 3 : 4)$$

20. Савезно 2002. за I разред

Да ли се правоугаоник димензија 2007×2009 може исећи на L-фигуре облика  ?

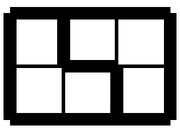
20. Савезно 2002. за I разред

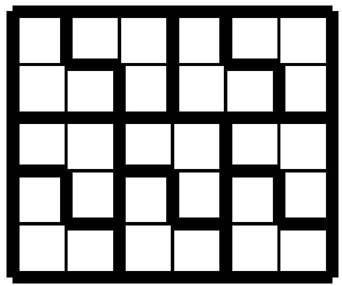
Да ли се правоугаоник димензија 2007×2009 може исећи на L-фигуре облика  ?

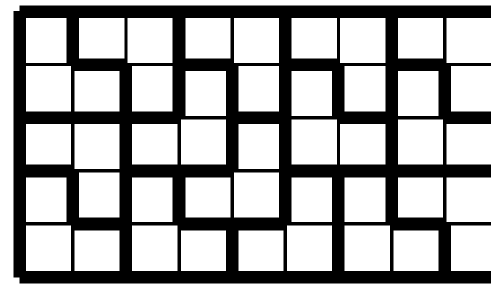
Могуће је!

Прво разрежимо правоугаонике димензија

2×3, 5×6, 5×9:



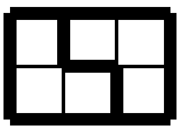


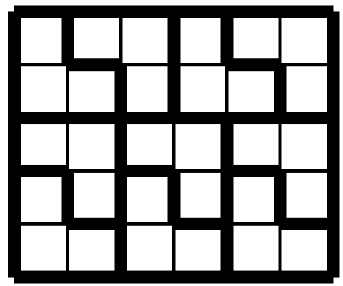


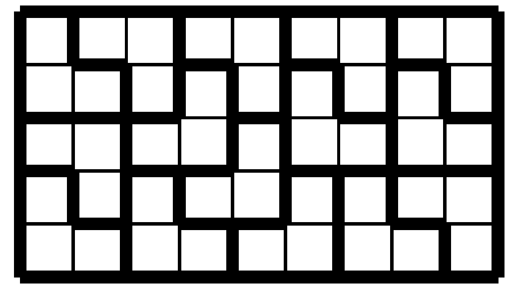
Стога се ови правоугаоници могу саставити од L-фигура.

Прво разрежимо правоугаонике димензија

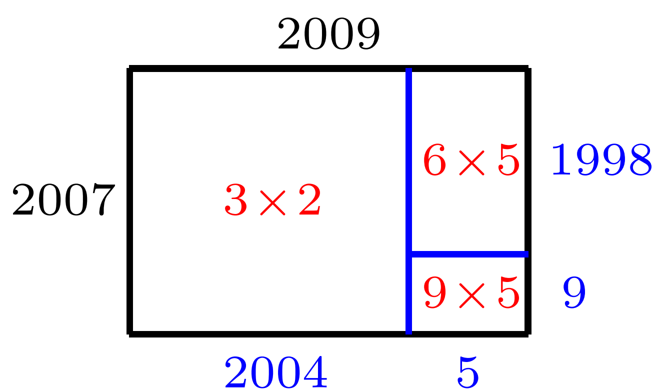
2×3, 5×6, 5×9:

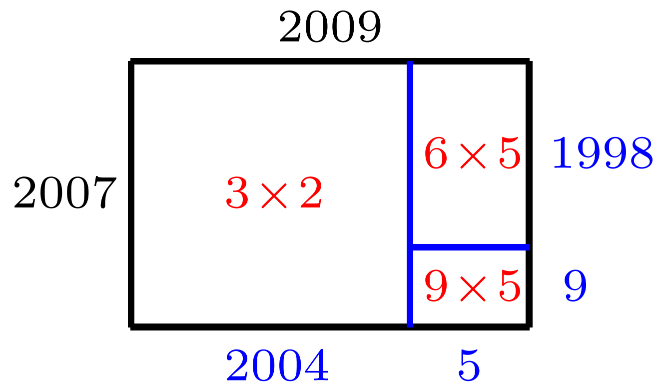






Правоугаоник 2007×2009 поделимо на правоугаонике димензија 2007×2004, 1998×5, 9×5:





Правоугаоник 2007×2004 може се изделити на правоугаонике 3×2 (окренути 2×3) јер је $2007 = 669 \cdot 3$ и $2004 = 1002 \cdot 2$.

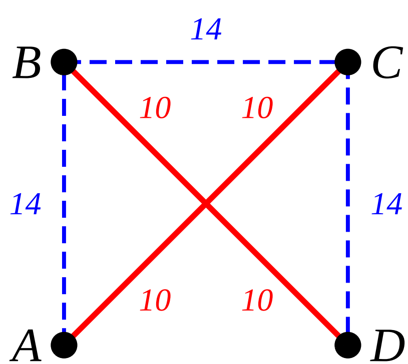
Правоугаоник 1998×5 изделимо на 6×5.

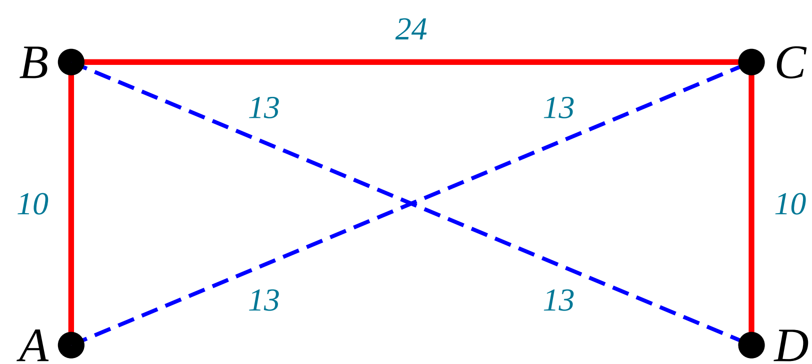
Правоугаоник 9×5 је 9×5.

Стога се и правоугаоник 2007×2009 може саставити од L-фигура.

21. Спојити темена правоугаоника линијама минималне укупне дужине, тако да су било која два темена повезана линијама или директно или преко неких од преосталих темена.

21. Спојити темена правоугаоника линијама минималне укупне дужине, тако да су било која два темена повезана линијама или директно или преко неких од преосталих темена.



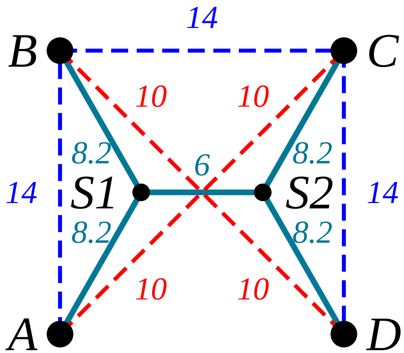


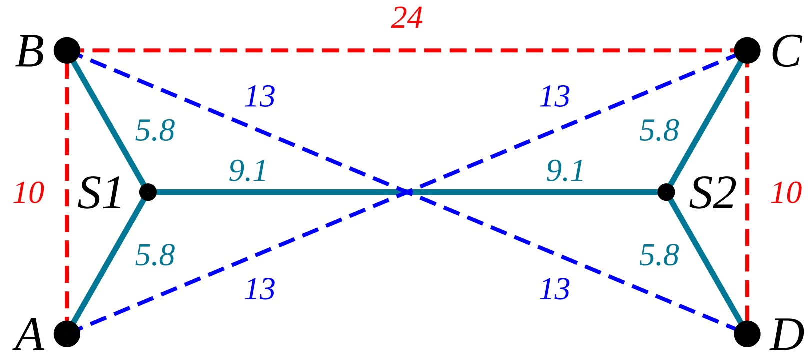
$AC + BD = 40$

$AB + BC + CD = 44$

$AB + BC + CD \approx 42.4$

$AC + BD = 52$





$AS_1+BS_1+CS_2+DS_2+S_1S_2 \approx 38.64$ $\quad$ $AS_1+BS_1+CS_2+DS_2+S_1S_2 \approx 41.32$

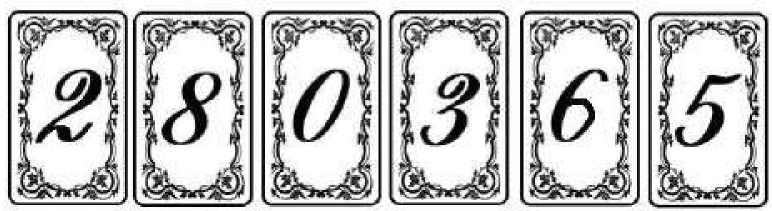
$$AC + BD = 40 \qquad AB + BC + CD = 44$$

$$AB + BC + CD \approx 42.4 \qquad AC + BD = 52$$

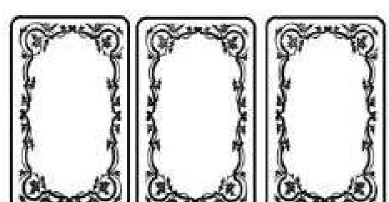
Зелене линије представљају такозвана Штајнерова стабла.

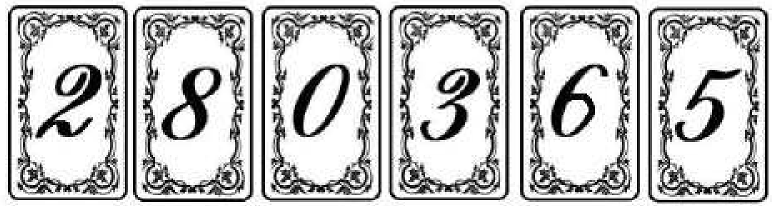
Штајнерова стабла налазе примену у телекомуникацијама, геодезији, петрохемији...

22. *Иницијални тест за IV разред 2014.* На сл. су приказане карте обележене цифрама:

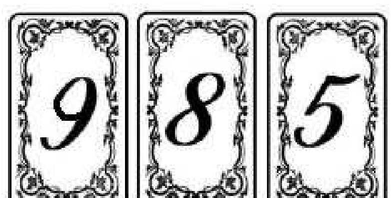


Како можеш да распоредиш дате карте тако да добијеш највећи троцифрен број?
Упиши цифре у празне карте.





Како можеш да распоредиш дате карте тако да добијеш највећи троцифрен број?
Приметимо да цифра 6 може да се окрене и постане 9. Највећи троцифрен број је:



КРАЈ