

**Visoka škola elektrotehnike i računarstva**

Vojvode stepе 283



**OSNOVI ELEKTROENERGETIKE**

**Vežba 1: Trofazni sistemi**

Ivana Vlajić-Naumovska, Borko Čupić, Milan Ivezić,

**Beograd, 2013.**

## Osnovni pojmovi o naizmeničnim strujama

Naizmenične struje predstavljaju vremenski promenljive struje koje stalno menjaju intenzitet, a povremeno i smer. Naizmenične struje mogu biti aperiode (kao što je to slučaj kod struja kvarova ili prelaznih procesa) i periodične (kao što su struje u elektroenergetskoj mreži). U elektroenergetici su od značaja prostoperiodične naizmenične struje koje se menjaju po sinusnoj (kosinusnoj) zavisnosti:

$$i(t) = I_m (\sin \omega t + \psi)$$

$i(t)$  - trenutna vrednost struje

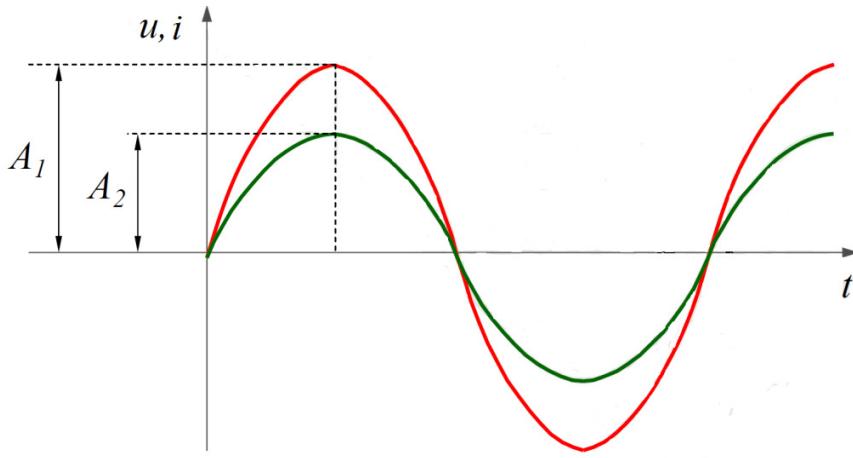
$I_m$  - maksimalna vrednost struje (amplituda)

$\omega$  - kružna učestanost ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f = \frac{1}{T}$ ,  $f$  - frekvencija,  $T$  - period)

$\psi$  - fazni stav

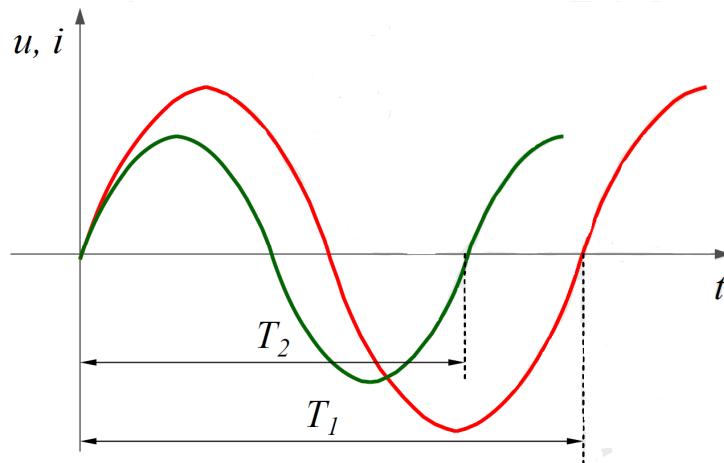
Osnovne karakteristike sinusoidalnih veličina su:

**Amplituda** je maksimalna vrijednost koju može dostići sinusoidalna veličina (struja ili napona)  
Dva sinusoidalna talasa amplituda  $A_1$  i  $A_2$  su prikazana na Slici 1.



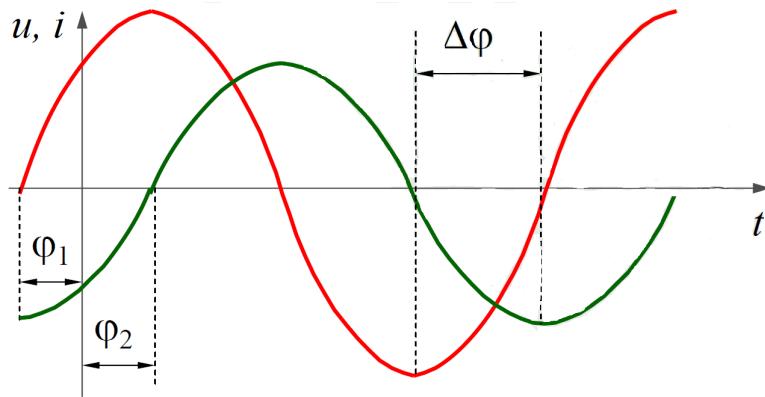
Slika 1: Sinusoidalni talasi različitih amplituda

**Frekvencija** predstavlja broj ponavljanja sinusoidalne veličine u jednoj sekundi. Frekvencija  $f$  je recipročna vrednost perioda  $T$ . Dva sinusoidalna talasa različitih frekvencija su prikazana na Slici 2:



Slika 2: Dva sinusoidalna talasa različitih frekvencija

**Fazni stav** je veličina koliko je određena sinusoidalna veličina pomerena u odnosu na referentnu vrednost (početni fazni ugao) ili u odnosu na drugu veličinu. Dva sinusoidalna signala različitih faznih stavova su prikazani na Slici 3.



Slika 3: Dva sinusoidalna signala različitih faznih stavova

Osim trenutnih vrijednosti, kod naizmeničnih struja se definišu **srednja i efektivna vrijednost**. **Srednja vrednost** naizmenučne veličine je u nekom vremenskom intervalu  $T$  je konstantna vrednost čija je površina u intervalu  $T$  jednaka površini vnaizmenične veličine:

$$I_{sr} \cdot T = \int_0^T i(t) \cdot dt \quad \text{tj.} \quad I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot dt$$

Ako struju posmatramo kao tok nanelektrisanja (elektrona), onda bi srednja vrednost naizmenične struje bila jednaka onoj vrednosti jednosmerne struje koja ima isti učinak u pogledu protoka nanelektrisanja (premesti istu količinu elektrona).

**Efektivna vrednost** naizmenične struje jednaka je onoj vrednosti jednosmerne struje koja bi za isto vreme proizvela isti energetski efekat na istom otporu (iste Džulove gubitke):

$$R \cdot I_{RMS}^2 \cdot T = \int_0^T R \cdot i^2(t) \cdot dt \quad \text{tj.} \quad I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt}$$

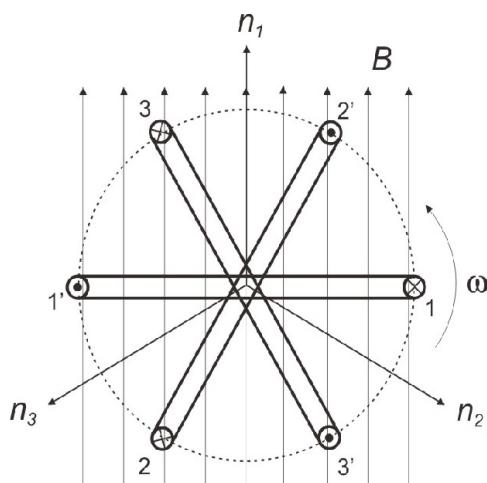
Kao što se vidi iz definicije, efektivna vrednost je uvek nenegativna.

## Trofazni sistemi

Trofazni sistem je nazastupljeniji sistem za proizvodnju, prenos, distribuciju i potrošnju električne energije. Trofazni sistemi predstavljaju specijalan slučaj polifaznih sistema koji je otkrio Nikola Tesla i u svojim patentima iz 1887. i 1888. godine detaljno je objasnio polifazne sisteme, njihovu tehničku realizaciju i način korišćenja. Sistemi koji su danas u upotrebi skoro da nisu pretrpeli nikakve izmene.

Polifazna kola predstavljaju skup električnih kola napajanih iz jednog izvora i vezanih pomoću više od dva čvora, kod kojih je svako kolo pod dejstvom napona iste učestanosti ali različite faze u odnosu na ostale napone.

Za dobijanje trofaznog sistema napona koristi trofazni obrtni generator. On se sastoji od tri identična namotaja koji se okreću, oko iste ose, istom ugaonom brzinom  $\omega$ . Namotaji su tako postavljeni da su njihove normale pod uglom od  $2\pi/3$  ( $120^\circ$ ). U namotajima će se indukovati elektromotorne sile iste amplitude, odnosno efektivne vrednosti, koje su fazno pomerene za  $2\pi/3$ . Princip rada trofaznog generatora je prikazan na Slici 4.



Skica 4: Princip rada trofaznog generatora

Kraj namotaja koji se nalazi na nekom potencijalu naziva se **faza**. Drugi kraj namotaja, koji je najčešće uzemljen, naziva se **nula ili neutralni priključak**. Faze trofaznog sistema obeležavaju se brojevima (1,2,3) ili slovima (A,B,C). U praksi se najčešće obeležavaju velikim slovima R,S i T.

Ako su efektivne vrednosti elektromotornih sila jednake i ako je razlika faza između dve uzastopne ems  $2\pi/3$ , sistem elektromotornih sila je **simetričan trofazni sistem**.

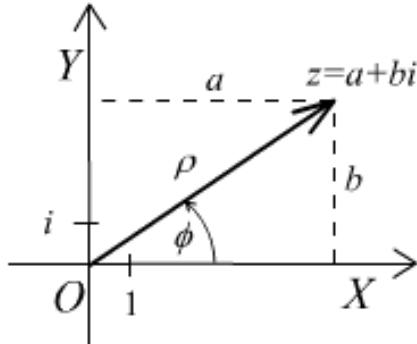
Praktična realizacija generatora je takva da su namotaji u žljebovima statora (prostorno pomereni za  $2\pi/3$ ), dok je rotor magnet (elektromagnet obično napajan iz izvora vremenski konstantne elektromotorne sile) koji rotira stalnom ugaonom brzinom  $\omega$ .

Ako svaka sledeća elektromotorna sila fazno zaostaje za prethodnom za  $2\pi/3$  sistem je **direktni**. U suprotnom slučaju sistem je **inverzan**. Kada sve ems imaju istu fazu sistem je **unifazni** (multi). **Najčešće se koriste direktni sistemi.**

U direktnom simetričnom trofaznom sistemu indukuju se elektromotorne sile:

$$e_A(t) = E_m \sin \omega t; \quad e_B(t) = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \quad e_C(t) = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3).$$

Izrazi za elektromotorne sile se mogu predstaviti u kompleksnom obliku. Svaki kompleksan broj se može predstaviti preko realnog i imaginarnog dela, što je prikazano na Slici 5.



Slika 5: Razlaganje kompleksnog broja na realni i imaginarni deo

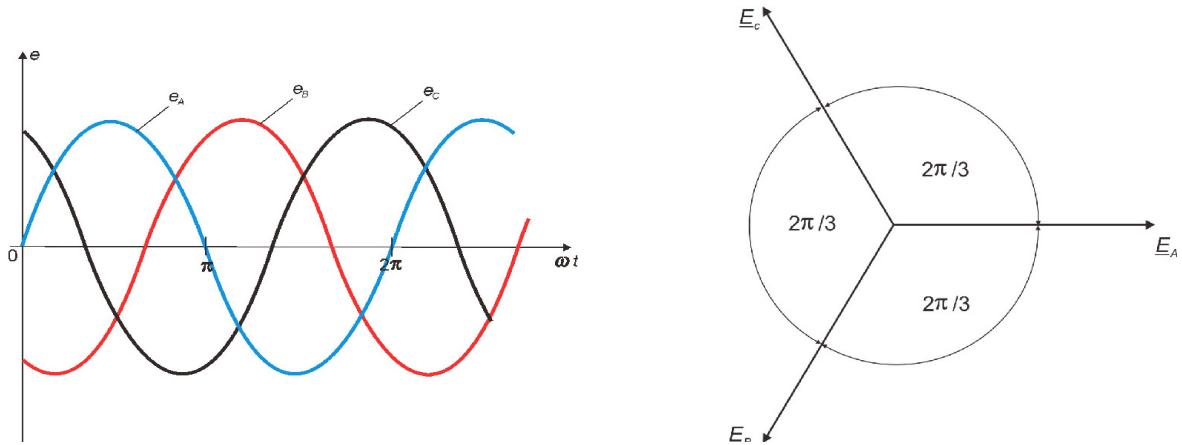
Kao što se vidi sa slike, kompleksan broj  $Z$  se može napisati u obliku  $Z = \rho \cdot (\cos \phi + i \sin \phi)$ . Prema Ojlerovom obrascu, kompleksan broj se može predstaviti i u eksponencijalnom obliku:

$$Z = \rho \cdot (\cos \phi + i \sin \phi) = \rho \cdot e^{j\phi}$$

Prema tome, prethodni izrazi za elektromotorne sile predstavljeni u kompleksnom obliku su:

$$\underline{U}_A = U_f e^{j0} = U_f; \quad \underline{U}_B = U_f e^{j2\pi/3}; \quad \underline{U}_C = U_f e^{j4\pi/3}.$$

Talasni oblici elektromotornih sila i fazorski dijagram direktnog trofaznog sistema su prikazani na Slici 6.



Slika 6: Talasni oblici (levo) i fazorski dijagram (desno) direktnog simetričnog trofaznog sistema

**Karakteristika simetričnih trofaznih sistema je da je zbir trenutnih vrednosti indukovanih elektromotornih sila u sva tri namotaja, u svakom trenutku, jednak nuli:**

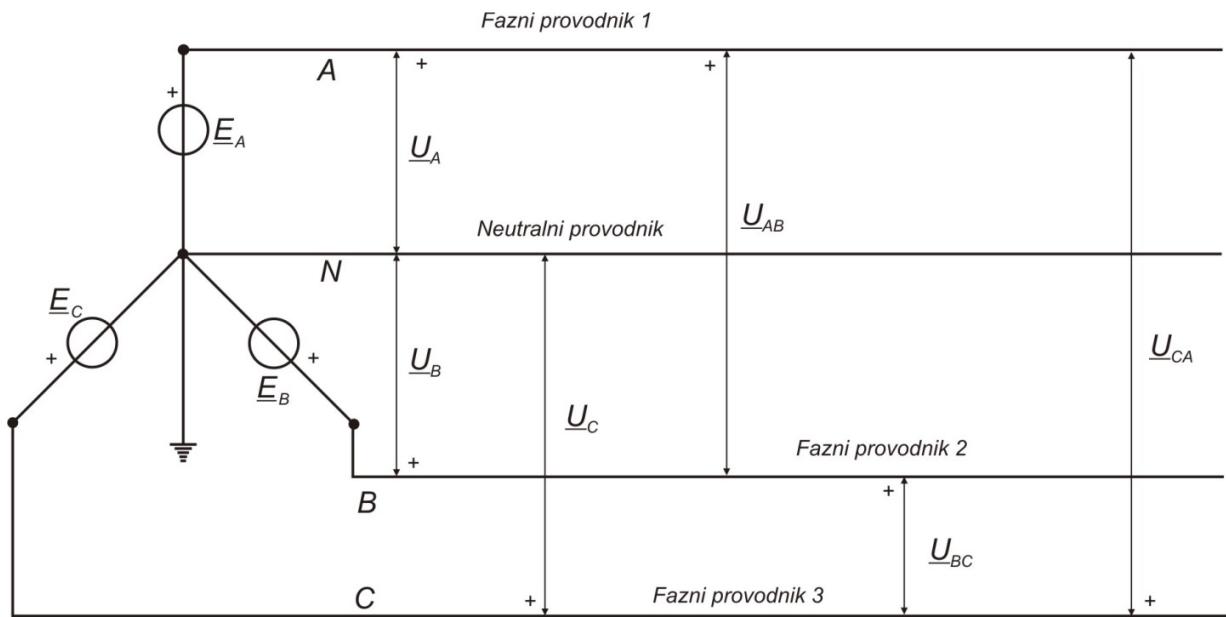
$$e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0.$$

Ovo se lakše može uočiti na fazorskom dijagramu elektromotornih sila.

Najčešća veza namotaja trofaznog generatora je **u zvezdu**. Po jedan kraj svakog namotaja se vezuje u zajedničku tačku koja se naziva **neutralna tačka** ili **zvezdište**. Ova tačka se najčešće uzemljuje. Provodnik spojen sa ovom tačkom naziva se **nulti provodnik** ili **neutralniprovodnik** ili samo "**nula**". Krajevi namotaja koji nisu spojeni nazivaju se **faze**. Oni su sa spoljašnjim kolom povezani provodnicima koji se nazivaju **fazni provodnici**. Pod uslovom da kroz neutralni provodnik nema struje sve tačke nultog provodnika su na potencijalu Zemlje.

Kada su krajevi generatora otvoreni (režim praznog hoda), odnosno kada na generator nije vezan prijemnik, napon nakrajevima svakog namotaja jednak je indukovanoj elektromotornoj sili.

U praksi izvesni krajevi namotaja se kratko spoje i od generatora se vodi tri ili četiri provodnika. Na taj način se dobija **vezano trofazno kolo**. Šematski prikaz trofaznog generatora sa pripadajućim veličinama je dat na Slici 7:



Slika 7: Šematski prikaz trofaznog generatora

- Priključci A, B, C – FAZE generatora
- N – neutralni priključak ili "nula "
- Fazni napon – napon između faze i "nule":  $\underline{U}_A$ ,  $\underline{U}_B$ ,  $\underline{U}_C$
- Međufazni napon - napon između 2 faze:  $\underline{U}_{AB}$ ,  $\underline{U}_{BC}$ ,  $\underline{U}_{CA}$

Napon između bilo kog faznog provodnika i neutralnog provodnika naziva se **fazni napon**. Ako se efektivna vrednost faznog napona označi sa  $U_f$  i ako se usvoji da je početni fazni pomeraj napona  $u_A(t)$  jednak nuli, fazni naponi izraženi u kompleksnom obliku su:

$$\underline{U}_A = U_f e^{j0} = U_f; \quad \underline{U}_B = \underline{U}_A e^{-j2\pi/3} = U_f e^{-j2\pi/3}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_B e^{-j2\pi/3} = U_f e^{-j4\pi/3}.$$

Naponi između pojedinih faza nazivaju se **međufazni ili linijski naponi** i obeležavaju sa:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

Ako fazni naponi obrazuju simetričan sistem napona, onda i međufazni naponi obrazuju, takođe, simetričan sistem napona:

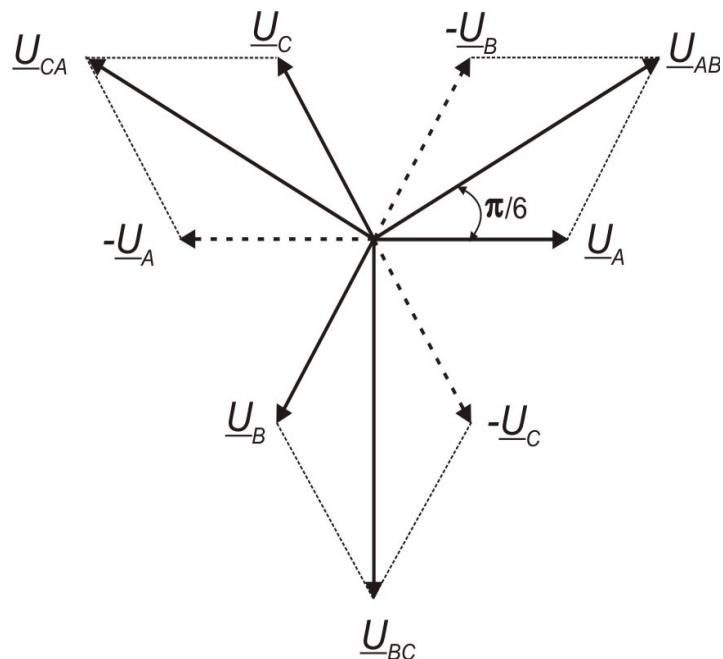
$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = \underline{U}_A(1 - e^{j\frac{2\pi}{3}})$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = \underline{U}_B(1 - e^{j\frac{2\pi}{3}})$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = \underline{U}_C(1 - e^{j\frac{2\pi}{3}})$$

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C)(1 - e^{j\frac{2\pi}{3}}) = 0$$

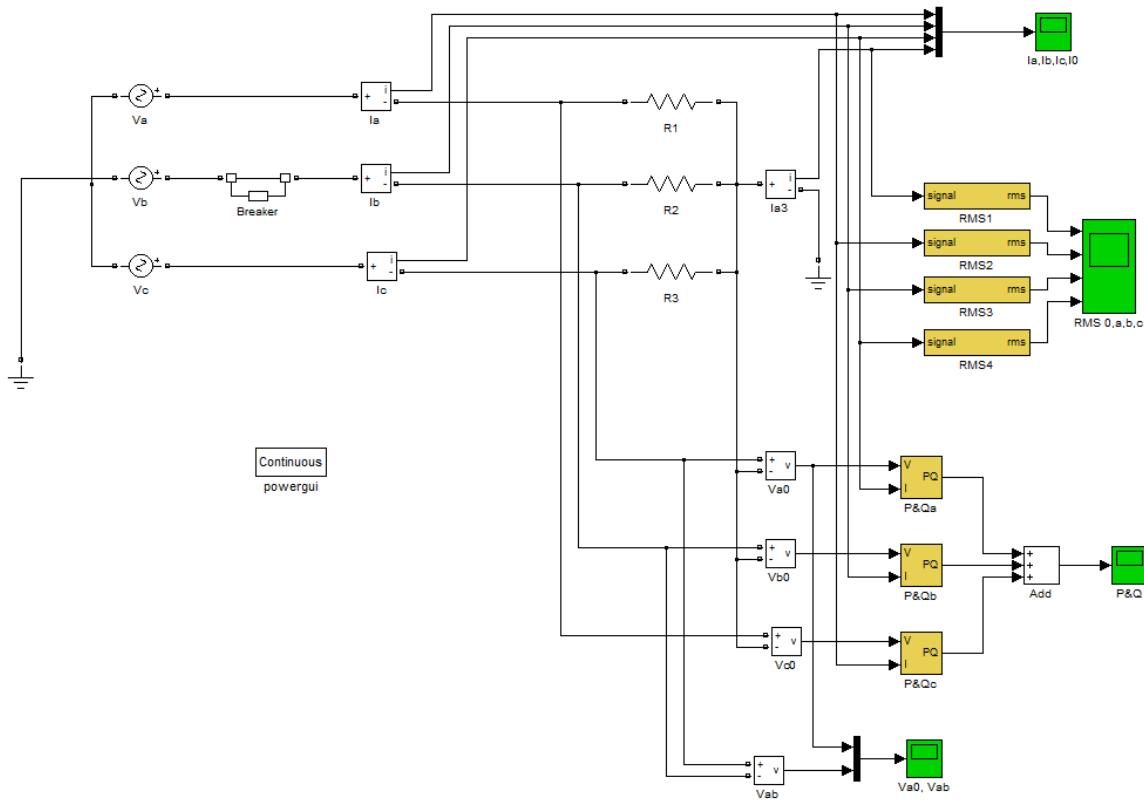
Fazorski dijagram faznih i međufaznih napona simetričnog trofaznog sistema napona je prikazan na Slici 8.



Slika 8 Fazorski dijagram faznih i linijskih napona simetričnog trofaznog sistema

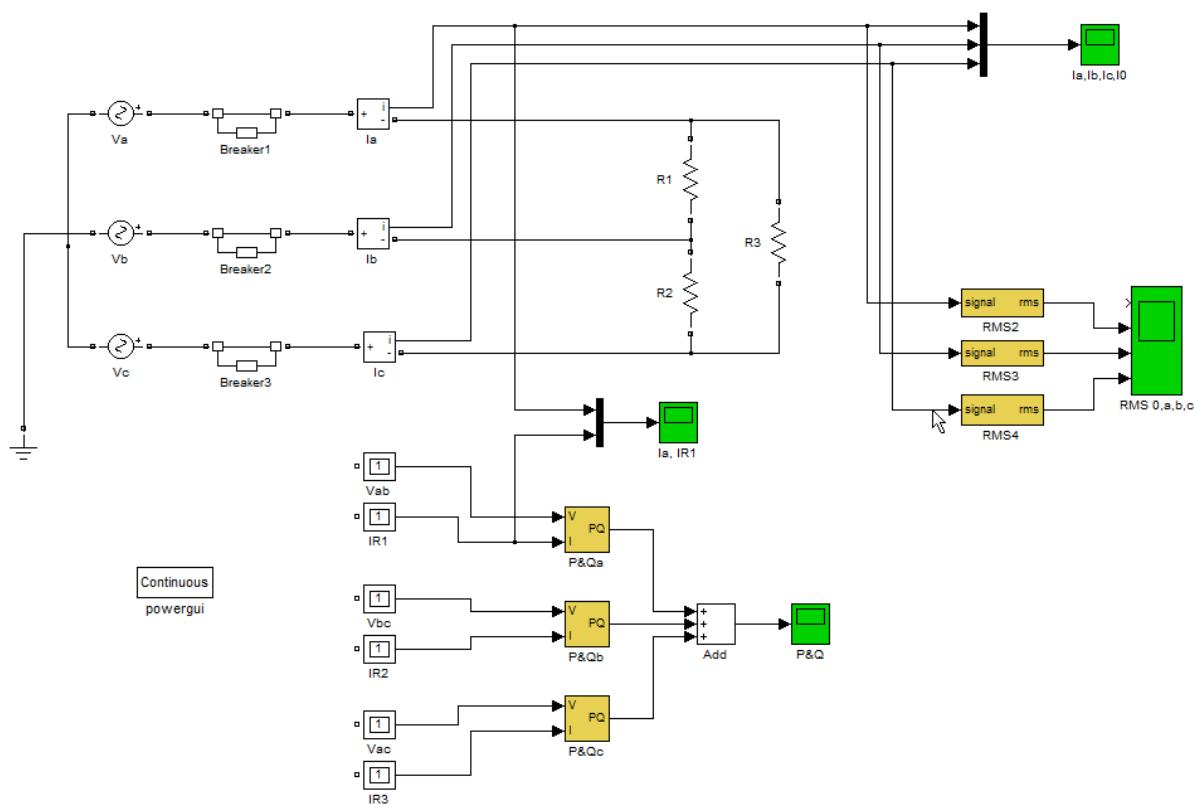
## Zadatak

1. Koristeći fazorski dijagram sa Slike 8 odrediti odnos efektivnih vrijednosti faznih i linijskih napona simetričnog trofaznog sistema.
2. Pomoću "Simulink" modela iz datoteke "trofazniY.mdl" prikazanog na Slici 9 simulirati trofazni sistem frekvencije 50 Hz koji se sastoji iz idealnog trofaznog generatora napona  $U=400/230$  V na koji je povezan simetričan otporni potrošač vezan u zvezdu otpornosti  $R_1=R_2=R_3=10 \Omega$ .
3. Pomoću modela sa Slike 9, proveriti rezultat iz tačke 1.
4. Odrediti efektivne vrijednosti linijskih struja potrošača i efektivnu vrednost struje kroz neutralni provodnik. Odrediti snagu koja se oslobođa na potrošaču.
5. Promeniti parametre potrošača tako da bude  $R_1=20\Omega$  i  $R_2=R_3=10 \Omega$  i izračunati vrednosti tražene u tački 4 za slučaj uzemljenog i neuzemljenog zvezdišta.
6. Simulirati prekid faze B i izračunati vrednosti tražene u tački 4. Kako se pri prekidu faze promeni snaga simetričnog trofaznog prijemnika vezanog u zvezdu kada je zvezdište uzemljeno, a kako kada je nije uzemljeno?



Slika 9: Trofazni potrošač vezan u zvezdu

7. Pomoću "Simulink" modela iz datoteke "trofazniD.mdl" prikazanog na Slici 10 simulirati trofazni sistem frekvencije 50 Hz koji se sastoji iz idealnog trofaznog generatora napona  $U=400/230$  V na koji je povezan simetričan otporni potrošač vezan u trougao otpornosti  $R_1=R_2=R_3=10 \Omega$ .
8. Odrediti efektivne vrijednosti linijskih struja potrošača i efektivne vrednosti struja kroz otpornike. Odrediti snagu koja se oslobađa na potrošaču. Porediti rezultate sa rezultatima iz tačke 4.
9. Simulirati prekid faze A i izračunati vrednosti tražene u tački 8. Kako se pri prekidu faze promeni snaga simetričnog trofaznog prijemnika vezanog u trougao?



Slika 10: Trofazni potrošač vezan u trougao