

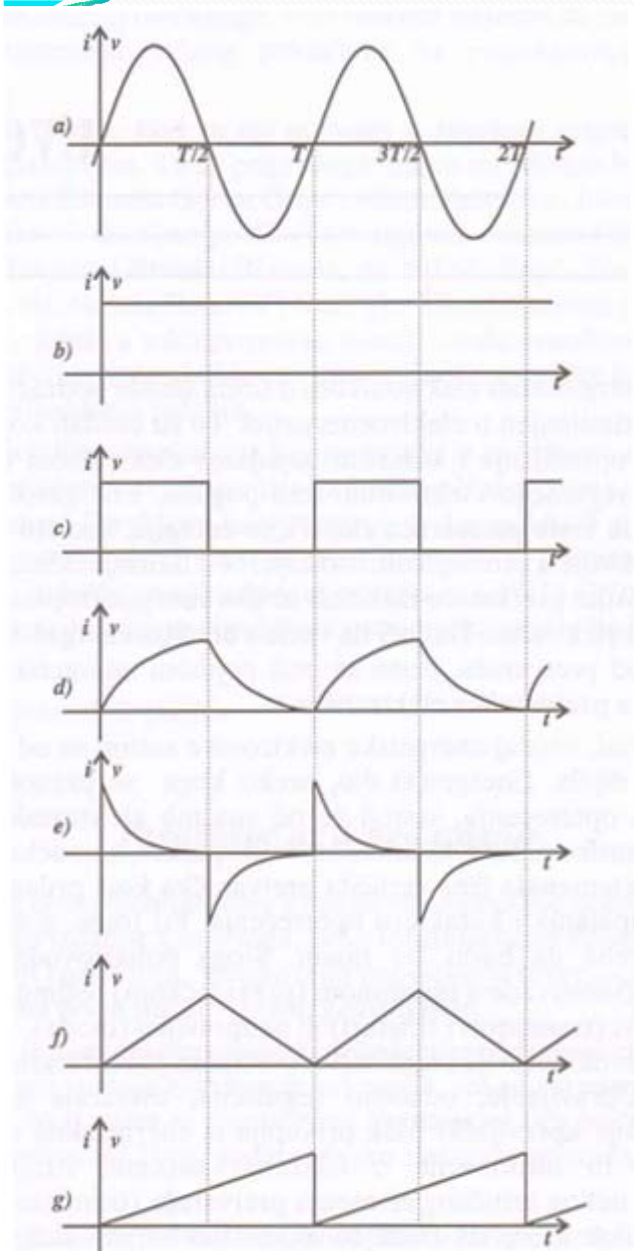


ELEMENTI UREĐAJA Ee

ENERGETSKA ELEKTRONIKA
Ee

Visoka škola elektrotehnike i računarstva

Neša Rašić



Vrste signala u Ee

Postoje razne vrste signala (napon/struja) koji se koriste u prenosu energije od primarnog izvora do opterećenja i upravljaju tim prenosom:

- a) Prostoperiodični
- b) Vremenski nezavisni signali
- c) Pravougaoni signali
- d) Ekponencijalni signali
- e) Ekponencijalni signali
- f) Trougaoni signali
- g) Testerasti signali

Vrste signala u Ee

Najčešće su to periodične funkcije vremena. Njihova vrednost i smer ponavljaju se posle tačno određenog vremenskog intervala T koji se naziva perioda.

$$f(t + k \cdot T) = f(t), k = 1, 2, \dots$$

Vrste signala u Ee

Periodične funkcije proizvoljnog oblika mogu se na osnovu Furijeove analize rastaviti u niz prostoperiodičnih funkcija sa različitim amplitudama i različitim frekvencijama. Furijeov red bilo koje periodične funkcije može se predstaviti u obliku sume jednosmerne komponente i prostoperiodičnih kosinusnih i sinusnih funkcija.

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega T) + b_n \sin(n\omega T)]$$

gde su: a_0 , a_n i b_n Furijeovi koeficijenti:

Vrste signala u Ee

$F_0 = a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$, je srednja vrednost složeno periodične funkcije, odnosno njena jednosmerna komponenta.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt$$

Vrste signala u Ee

Koristeći se osnovnim trigonometrijskim relacijama Furijeov red može se izraziti samo u kosinus ili sinus formi.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \theta_n),$$

gde su: $C_n = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)}$ i $\theta_n = \tan^{-1}(b_n/a_n)$

odnosno:

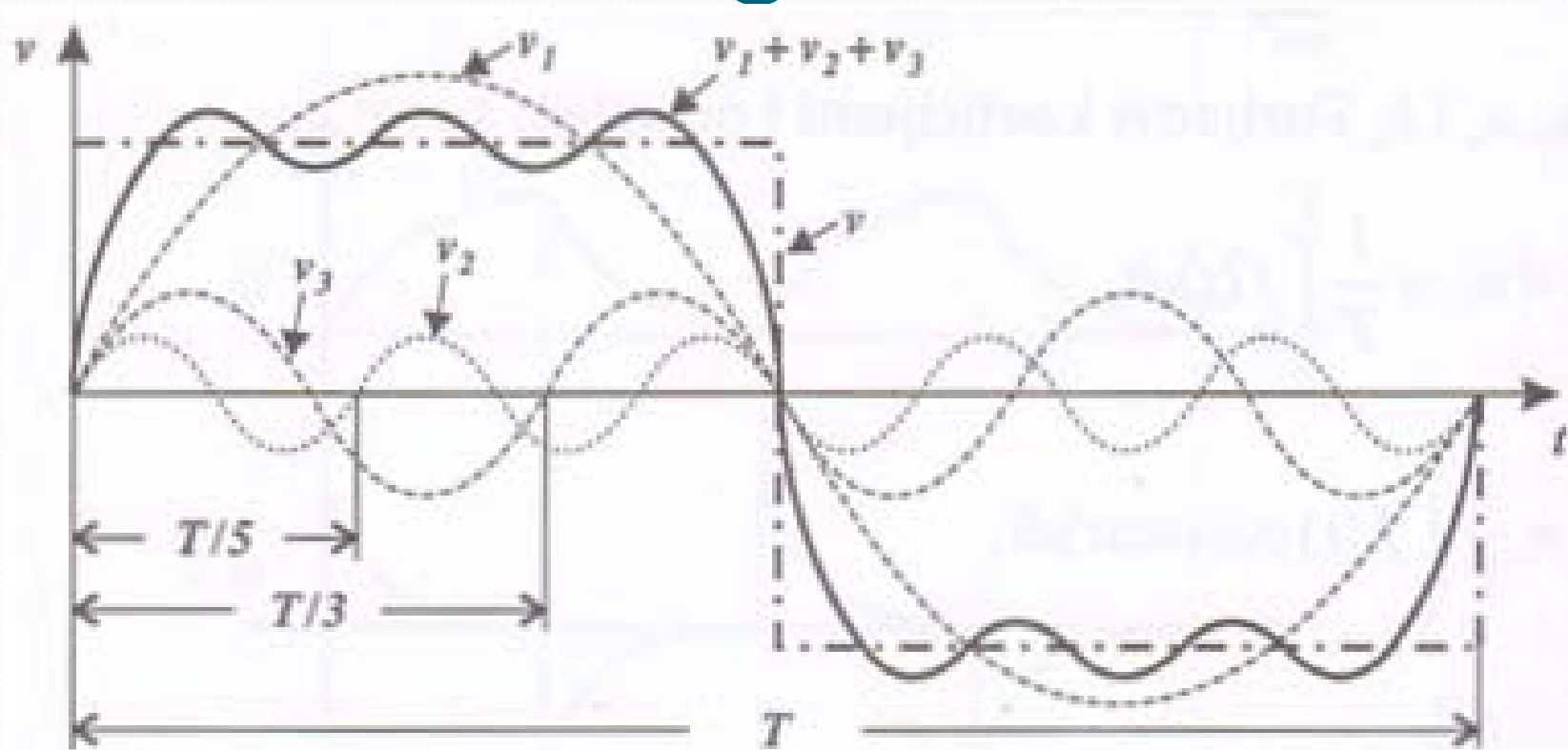
$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \theta_n),$$

gde su: $C_n = \sqrt{(a_n^2 + b_n^2)}$ i $\theta_n = \tan^{-1}(a_n/b_n)$

Vrste signala u Ee

Koeficijent C_1 je amplituda prvog ili osnovnog harmonika čija je kružna frekvencija $\omega=2\pi/T$ jednaka frekvenciji složenoperiodične funkcije. Članovi s višim frekvencijama (2ω , 3ω , 4ω ,...) nazivaju se višim harmonicima.

Vrste signala u Ee



Simetrični pravougaoni signal (tačka-crta) i njegov Furijeov ekvivalent (puna linija) sa samo prva tri člana Furijeovog niza

Vrste signala u Ee

Ovakav pravougaoni signal sadrži samo neparne harmonike.

Njegov Furijeov niz je:

$$f(t) = F \sin(\omega t) + \frac{F}{3} \sin(3\omega) + \frac{F}{5} \sin(5\omega) + \frac{F}{7} \sin(7\omega) + \dots$$

gde je F - amplituda osnovnog harmonika.

S većim brojem viših harmonika zbir bi se približio pravougaonoj funkciji dok bi beskonačan zbir dao potpuno pravougaoni oblik napona.

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

Efektivna vrednost promenljive periodične struje jednaka je vrednosti jednosmerne struje koja u istom vremenskom intervalu razvija na istom otporniku istu količinu toplote, tj. obavi isti rad.

Rad periodične struje $i(t)$ na otporniku R , u toku perioda T je:

$$W_1 = \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt = \int_0^T [R \cdot i(t)] \cdot i(t) dt = R \int_0^T i^2(t) dt$$

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

Rad jednosmerne struje, jednake efektivnoj vrednosti promenljive struje, na istom otporniku u periodu T je:

$$W_2 = Ri_{eff}^2 T$$

Izjednačavanjem ova dva rada proizilazi da je efektivna vrednost periodične struje:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = I_{rms}$$

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

I_{eff} je dakle jednaka kvadratnom korenu srednje vrednosti kvadrata struje. Efektivna vrednost se često označava I_{rms} .

Na sličan način dobija se da je efektivna vrednost periodičnog napona:

$$V_{eff} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

Tako je na primer za prostoperiodične napone i struje:

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_M^2 \sin^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{V_M^2}{T} \int_0^T [1 - \cos(2\omega t)] dt} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}, \text{ i}$$

$$I_{eff} = I_{rms} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0.707 I_M$$

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

Srednja vrednost periodičnog signala u toku jednog perioda definiše se kao:

$$f_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Za pravougaoni oblik struje srednja vrednost struje je:

$$I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^{DT} I_M dt = DI_M$$

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

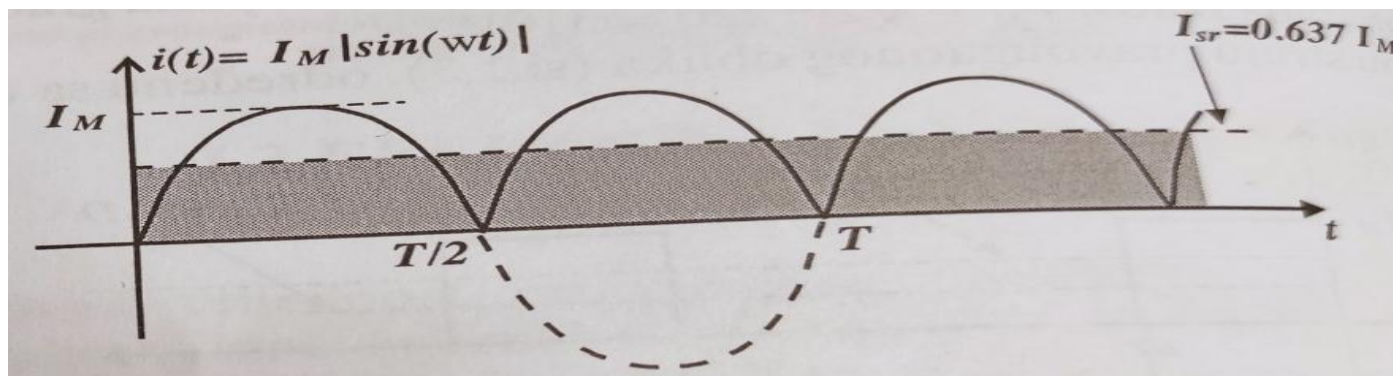
Praktično srednja vrednost predstavlja površinu impulsa prema vremenskoj osi u jednoj periodi podeljenoj sa tom periodom. Srednja vrednost prostoperiodičnog signala oblika

$f(t)=F_M\sin(\omega t)$, jednaka je nuli jer se sastoji od dve jednake površine ali suprotnog znaka (pozitivna i negativna poluperioda).

Efektivna i srednja vrednost periodičnih signala

Kod ispravljača koristi se ispravljena struja gde su svi delovi pozitivni, a oblik talasa je zadržan. Period ovakvog signala je $T/2$, pa je srednja vrednost:

$$I_{sr} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_M \sin(\omega t) dt = \frac{2I_M}{\pi} \approx 0.637 I_M$$



Primer

Kalem induktivnosti $L = 1$ [mH] i kondenzatori kapacitivnosti $1 \mu\text{F}$ povezuju redom blokove B_1 i B_2 odnosno B_3 i B_4 . Struja kalema i napon na konenzatoru su linearne funkcije i određene su sa:

$$i_L(t) = 10\text{A} + \frac{1\text{A}}{0.75\text{ms}} t$$

$$i_L(t) = 11\text{A} - \frac{1\text{A}}{0.25\text{ms}} t$$

$$v_C(t) = 11\text{V} - \frac{10\text{V}}{0.75\text{ms}} t$$

$$v_C(t) = 1\text{V} + \frac{10\text{V}}{0.25\text{ms}} t$$

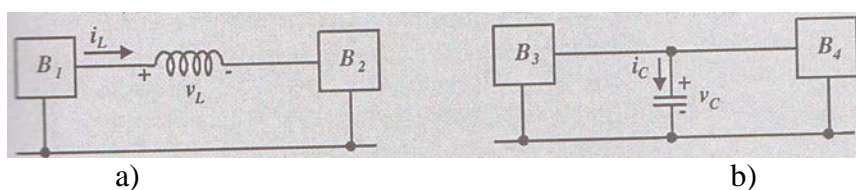
$$t_0 < t < t_0 + 0.75\text{ms}$$

$$t_0 + 0.75\text{ms} < t < t_0 + T = t_0 + 1\text{ms}$$

$$t_0 < t < t_0 + 0.75\text{ms}$$

$$t_0 + 0.75\text{ms} < t < t_0 + T = t_0 + 1\text{ms}$$

Nacrtati promene napona kalema i struje kondenzatora i odrediti njihove srednje vrednosti.



Rešenje

Napon na kalemu je:

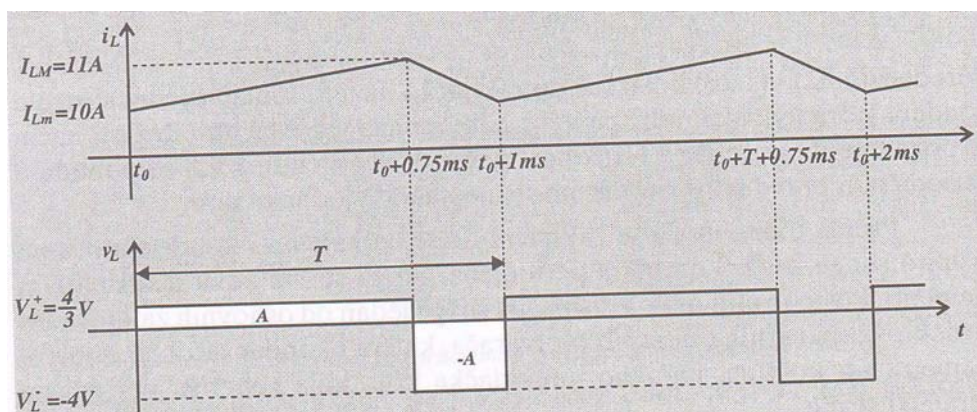
$$V_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{1\text{A}}{0.75\text{ms}} = 1 \cdot 10^{-3}\text{H} \frac{1\text{A}}{0.75 \cdot 10^{-3}\text{s}} = \frac{4}{3}\text{V}$$

$$V_L(t) = -L \frac{1\text{A}}{0.25\text{ms}} = -1 \cdot 10^{-3}\text{H} \frac{1\text{A}}{0.25 \cdot 10^{-3}\text{s}} = -4\text{V}$$

$$t_0 < t < t_0 + 0.75\text{ms}$$

$$t_0 + 0.75\text{ms} < t < t_0 + T = t_0 + 1\text{ms}$$

Grafici struje i napona na kalemu su:



Površine iznad i ispod vremenske ose u toku jednog perioda jednake su po iznosu a suprotne po znaku.

$$A = V_L^+ \cdot 0.75 = 4/3 \cdot 0.75ms = 1 \cdot 10^{-3}Vs$$

$$-A = V_L^- \cdot 0.25 = -4V \cdot 0.25ms = -1 \cdot 10^{-3}Vs$$

Srednja vrednost napona kalema je:

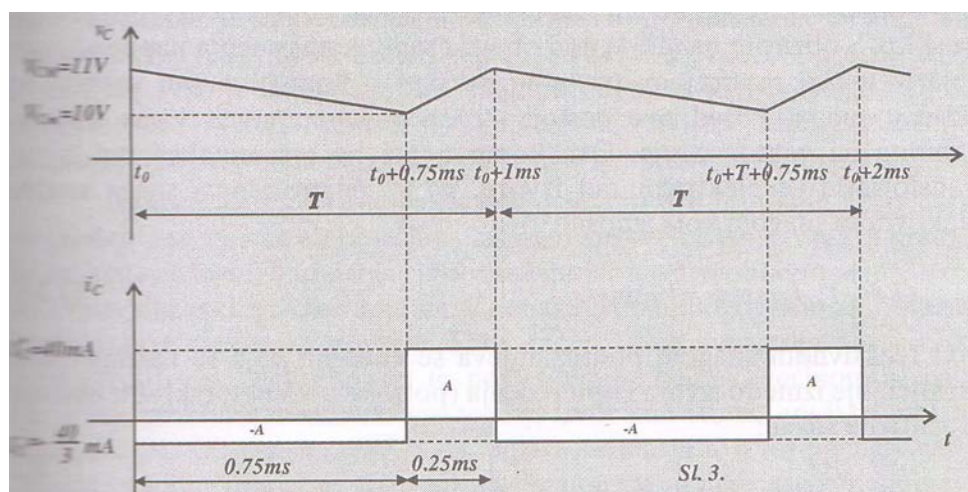
$$\begin{aligned} V_{Lsr} &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_L(t) dt = \frac{1}{T} \left[\int_{t_0}^{t_0+0.75} V_L^+ dt + \int_{t_0+0.75}^{t_0+1} V_L^- dt \right] = \frac{1}{T} \left(\frac{4}{3} \cdot 0.75 - 4 \cdot 0.25 \right) \\ &= \frac{1}{T} (A - A) = 0 \end{aligned}$$

Struja kondenzatora je:

$$\begin{aligned} i_C &= C \frac{dv_C}{dt} = -C \frac{10V}{0.75ms} = -1 \cdot 10^{-6} F \frac{10V}{0.75 \cdot 10^{-3}s} \\ &= -\frac{40}{3} mA = I_C^- \end{aligned} \quad t_0 < t < t_0 + 0.75ms$$

$$\begin{aligned} i_C &= C \frac{10V}{0.25ms} = 1 \cdot 10^{-6} F \frac{10V}{0.25 \cdot 10^{-3}s} = 40mA = I_C^+ \\ &= t_0 + 0.75ms < t < t_0 + T = t_0 + 1ms \end{aligned}$$

Grafici napona i struje kondenzatora su:



Površine ispod i iznad vremenske ose su:

$$-A = I_C^- \cdot 0.75ms = \frac{-40}{3} mA \cdot 0.75ms = -10As$$

$$A = I_C^+ \cdot 0.25ms = 40mA \cdot 0.25ms = +10As$$

Srednja vrednost struje kondenzatora je:

$$I_{Csr} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i_C(t) dt = \frac{1}{T} (-A + A) = 0$$

Snaga periodičnih struja

Proizvod trenutne vrednosti periodičnog napona i struje opterećenja je trenutna snaga:

$$p(t) = v(t)i(t)$$

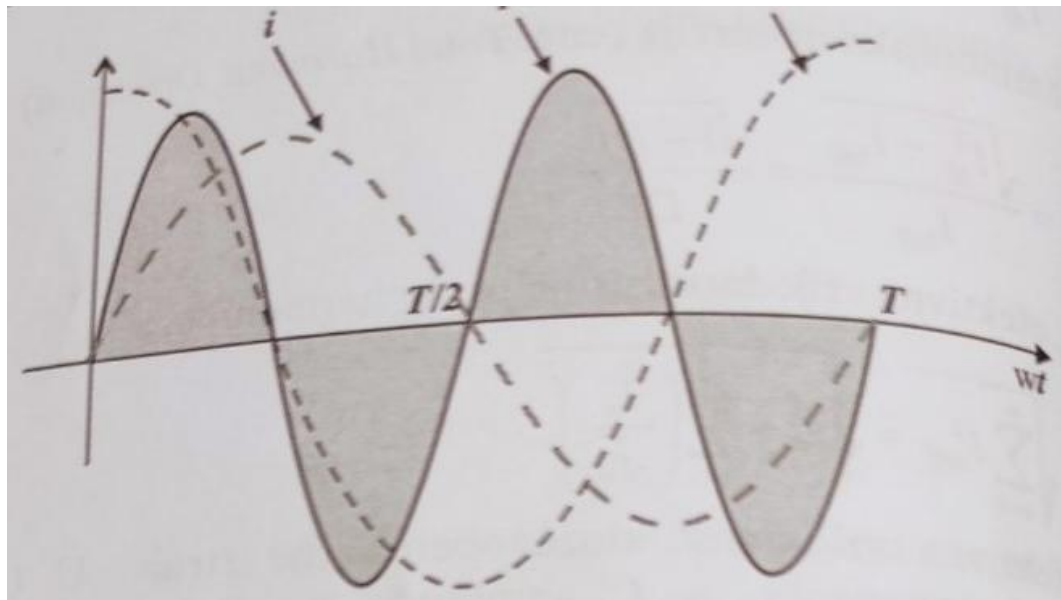
Pošto trenutne vrednosti napona i struja mogu imati različite znakove, trenutna snaga može da bude pozitivna i negativna. Snaga je pozitivna kada se energija prenosi od izvora ka opterećenju, a negativna je kada se energija prenosi od opterećenja ka izvoru.

Tipičan primer opterećenja sa pozitivnom i negativnom trenutnom snagom su kalem i kondenzator sa prostoperiodičnom pobudom.

Snaga periodičnih struja

Na primer, kroz kalem induktivnosti L , na čije je krajeve priključen napon $V(t)=V_M\sin(\omega t)$, proteći će struja koja je u odnosu na napon pomerena za $-\pi/2$, pa je trenutna snaga:

$$p(t) = [V_M \cos(\omega t)][I_M \cos(\omega t - \pi/2)] = \frac{1}{2} V_M I_M \sin(2\omega t)$$



Snaga periodičnih struja

Frekvencija trenutne snage dvostruko je veća.

Uprvoj i trećoj četvrtini periode rad je pozitivan što znači da se rad izvora pretvara u energiju magnetskog polja kalema. Tokom druge dve četvrtine periode (druga i četvrta) rad je negativan, što znači da se energija magnetskog polja kalema vraća natrag ka izvoru. U ovim intervalima kalem se ponaša kao izvor a izvor kao potrošač. Energija se dakle razmenjuje između izvora i kalema. Zato je ukupan rad izvora jednak nuli, pa je srednja snaga takođe jednaka nuli.

Snaga periodičnih struja

Do istih zaključaka dolazi se kada je kondenzator opterećenje u kolu prostoperiodične pobude. U dve četvrtine periode kondenzator akumulira elektrostatičku energiju iz izvora, a u druge dve tu energiju vraća izvoru. Zato je i ovde srednja snaga iz izvora jednaka nuli.

Srednja ili aktivna snaga je snaga kojom se vrši rad. Kod prostoperiodičnih struja ona se definiše za vremenski interval jedne periode:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$